ISSN 0286－4037

呉工業高等専門学校

研究報告

第22巻　第2号（通巻第39号）

昭　和62年2月　（1987）

目　次

拡散方程式のBEM-解法における一考察

（一般科目）　今　井　　勲

A Study of Solving Diffusion Equation by BEM

Isao IMAI

This paper is about solving the two-dimensional diffusion equation by means of the Boundary Element Method.

The integral equation which is transformed from the diffusion equation has a term of double integral over the region.

The term requires a great deal of calculation numerically and makes the CPU-time longer.

Then, to make it shorter, this paper describes one of the methods of integral evaluation.

1. はじめに

2次元拡散方程式を境界要素解析により解く場合について考察する。このような時間依存問題では時間の扱い方により，(i)Laplace変換による方法，(ii)時間差分による方法，(iii)時間依存性を示す基本解を用いる方法，等があるが，[1),2)] ここでは(iii)の方法を使用する。

拡散問題に於いては，いずれにしても変換された積分方程式には，基本解と求める解の積を，解析する拡散場 D において積分する項が存在する。この積分計算は境界要素上の節点と領域 D 内のポテンシャルを計算する点の各個数の合計回数ほど必要である。実際の計算においては，その扱いの複雑さから，解は D の小領域では一定と仮定（一定要素）して数値積分法により処理されている。そのため，領域分割の網目を小さくすることが必要である。これらの事柄が計算量を大きくし，計算時間を長くする原因になっている。

この計算量を減少さすためには，領域 D の分割の網目をあまり小さく取らないですむ方法の開発が望まれる。そこで，求める解が空間変数の2次形状関数を係数とする時間関数の一次結合で表わされると仮定する。しかし，これだけでは解の精度を保つには，より精密な数値積分計算が必要となり，計算量減少という目標に近づくことは困難である。そのため，さらに積分計算の方法として，領域を三角形及び長方形の網目に分割した場合の重積分を単一積分に変換する方法を用いることにする。

数値計算例では，具体的な問題に対して，ここでの方法と一定要素による方法とで実際に計算し，その処理時間により先のことを確認する。さらに，理論解と比較することにより，これらによる解の精度も併せ検討する。

2. 拡散方程式の積分方程式への変換

xy-平面において，有界な領域を D，その境界を C とする。C は有限個の区分的に滑らかな単一閉曲線とする。このとき，次の条件を満たす関数 $u(x,y,t)$ を求める問題を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad ((x,y)\in D,\ 0<t<\infty) \tag{1}$$

$$u(x,y,0)=f(x,y) \qquad (x,y)\in D \tag{2}$$

$$u(x,y,t)=g(x,y,t) \qquad (x,y)\in C,\ 0<t<\infty. \tag{3}$$

式(1)～(3)を満たす関数 $u(x,y,t)$ と式(1)の随伴微分方程式

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial v}{\partial t}=0 \tag{4}$$

の基本解

$$V(x,y,t;\xi,\eta,\tau)=\begin{cases}\dfrac{1}{4\pi(\tau-t)}\cdot\exp\left\{-\dfrac{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2}{4(\tau-t)}\right\} & (t<\tau)\\ 0 & (t\geqq\tau)\end{cases} \tag{5}$$

とに対して

$$\begin{aligned}&\int_{t_0}^{t}d\tau\int_C\frac{\partial}{\partial n}u(\xi,\eta,\tau)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds\\ &=-\iint_D u(\xi,\eta,t_0)\cdot V(\xi,\eta,t_0;x,y,t)d\xi d\eta+\int_{t_0}^{t}d\tau\int_C g(\xi,\eta,\tau)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds\\ &\qquad+\frac{1}{2}g(x,y,t) \qquad ((x,y)\in C)\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}u(x,y,t)=&\iint_D u(\xi,\eta,t_0)\cdot V(\xi,\eta,t_0;x,y,t)d\xi d\eta\\ &-\int_{t_0}^{t}d\tau\int_C\left\{g(\xi,\eta,\tau)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)\right.\\ &\left.-\frac{\partial}{\partial n}u(\xi,\eta,\tau)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)\right\}ds \qquad ((x,y)\in D)\end{aligned} \tag{7}$$

が成立する。[1),2),3)] ただし，$\partial/\partial n$ は外法線方向微分とする。

3. 離散化方程式

境界 C の要素への分割を I_j $(j=1,2,\cdots,N)$ とし，これに関連した領域 D の要素への分割を D_k $(k=1,2,\cdots,M)$ とする。すなわち

$$C=I_1+I_2+\cdots+I_N \tag{8}$$

$$D=D_1+D_2+\cdots+D_M \tag{9}$$

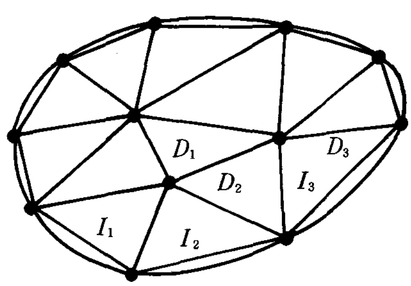


図1 境界要素 I_j と分割領域 D_k

このとき，式(6)，(7)はそれぞれ近似的に，次のように表わされる。

$$\sum_{j=1}^{N}\int_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int_{I_j}\frac{\partial}{\partial n}u(\xi,\eta,\tau)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds$$

$$=-\sum_{k=1}^{M}\iint_{D_k}u(\xi,\eta,t-\Delta t)\cdot V(\xi,\eta,t-\Delta t;x,y,t)d\xi d\eta$$

$$+\sum_{j=1}^{N}\int_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int_{I_j}g(\xi,\eta,\tau)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds+\frac{1}{2}g(x,y,t)\qquad((x,y)\in C)\quad(10)$$

$$u(x,y,t)=\sum_{k=1}^{M}\iint_{D_k}u(\xi,\eta,t-\Delta t)\cdot V(\xi,\eta,t-\Delta t;x,y,t)d\xi d\eta$$

$$-\sum_{j=1}^{N}\int_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int_{I_j}\left\{g(\xi,\eta,\tau)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)-\frac{\partial}{\partial n}u(\xi,\eta,\tau)\cdot\right.$$

$$\left.V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)\right\}ds\qquad((x,y)\in D).\quad(11)$$

4. 関数の近似

要素 I_j で $\partial u(\xi,\eta,\tau)/\partial n$ および $g(\xi,\eta,\tau)$ が，また，小領域 D_k において $u(\xi,\eta,t-\Delta t)$ がそれぞれ，

$$\frac{\partial}{\partial n}u(\xi,\eta,\tau)=\phi_1^C(s)\cdot q_j^1(\tau)+\phi_2^C(s)\cdot q_j^2(\tau)+\phi_3^C(s)\cdot q_j^3(\tau)\quad(12)$$

$$g(\xi,\eta,\tau)=\phi_1^C(s)\cdot g_j^1(\tau)+\phi_2^C(s)\cdot g_j^2(\tau)+\phi_3^C(s)\cdot g_j^3(\tau)\quad(s:\text{弧長パラメータ})\quad(13)$$

$$u(\xi,\eta,t-\Delta t)=\phi_1(\xi,\eta)\cdot u_k^1(t-\Delta t)+\cdots+\phi_\nu(\xi,\eta)\cdot u_k^\nu(t-\Delta t)\quad(14)$$

で表わされると仮定する。

ここに，$\phi_1^C(s),\phi_2^C(s),\phi_3^C(s);\phi_1(\xi,\eta),\phi_2(\xi,\eta),\cdots,\phi_\nu(\xi,\eta)$ は形状関数とする。

さらに，$\partial n(\xi,\eta,\tau)/\partial n\doteqdot\partial u(\xi,\eta,t)/\partial n, g(\xi,\eta,\tau)\doteqdot g(\xi,\eta,t)\,(t-\Delta t\leqq\tau\leqq t)$ と仮定すれば，式(10)，(11)は

$$\sum_{j=1}^{N}\int_{t-\Delta t}^{t}\left\{q_j^1(t)\cdot\int_{I_j}\phi_1^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds+q_j^2(t)\cdot\int_{I_j}\phi_2^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds\right.$$

$$\left.+q_j^3(t)\cdot\int_{I_j}\phi_3^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds\right\}d\tau$$

$$=-\sum_{k=1}^{M}\left\{u_k^1(t-\Delta t)\cdot\iint_{D_k}\phi_1(\xi,\eta)\cdot V(\xi,\eta,t-\Delta t;x,y,t)d\xi d\eta+\cdots+u_k^\nu(t-\Delta t)\cdot\right.$$

$$\left.\iint_{D_k}\phi_\nu(\xi,\eta)\cdot V(\xi,\eta,t-\Delta t;x,y,t)d\xi d\eta\right\}$$

$$+\sum_{j=1}^{N}\int_{t-\Delta t}^{t}\left\{g_j^1(t)\cdot\int_{I_j}\phi_1^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds+q_j^2(t)\cdot\int_{I_j}\phi_2^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;\right.$$

$$x,y,t)ds+g_j^3(t)\cdot\int_{I_j}\phi_3^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds\Big\}d\tau$$

$$+\frac{1}{2}\Big\{\phi_1^C(s_l)\cdot g_l^1(t)+\phi_2^C(s_l)\cdot g_l^2(t)+\phi_3^C(s_l)\cdot g_l^3(t)\Big\}\qquad((x,y)\in I_l)\qquad(15)$$

$$u(x,y,t)=\sum_{k=1}^{M}\Big\{u_k^1(t-\Delta t)\cdot\iint_{D_k}\phi_1(\xi,\eta)\cdot V(\xi,\eta,t-\Delta t;x,y,t)d\xi d\eta+\cdots+u_k^\nu(t-\Delta t)\cdot$$

$$\iint_{D_k}\phi_\nu(\xi,\eta)\cdot V(\xi,\eta,t-\Delta t;x,y,t)d\xi d\eta\Big\}$$

$$-\sum_{j=1}^{N}\int_{t-\Delta t}^{t}\Big\{g_j^1(t)\cdot\int_{I_j}\phi_1^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds$$

$$+g_j^2(t)\cdot\int_{I_j}\phi_2^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds$$

$$+g_j^3(t)\cdot\int_{I_j}\phi_3^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds$$

$$-q_j^1(t)\cdot\int_{I_j}\phi_1^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds-q_j^2(t)\cdot\int_{I_j}\phi_2^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\tau;$$

$$x,y,t)ds-q_j^3(t)\cdot\int_{I_j}\phi_3^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds\Big\}d\tau$$

$$((x,y)\in D)\qquad(16)$$

と変形される。

5. BEMによる近似解

簡単のため，記号 $V_j^\lambda(P;\Delta t)$, $W_j^\lambda(P;\Delta t)$, $F_k^\mu(P;\Delta t)$ を次のように定義する。ただし，$P=(x,y)$ とする。 $\sigma=\tau-(t-\Delta t)$ とおくと，

$$\int_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds$$

$$=\int_0^{\Delta t}d\sigma\int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\cdot V(\xi,\eta,\sigma;x,y,\Delta t)ds\equiv V_j^\lambda(P;\Delta t)\qquad(17)$$

$$\int_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\tau;x,y,t)ds$$

$$=\int_0^{\Delta t}d\sigma\int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\cdot\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\sigma;x,y,\Delta t)ds\equiv W_j^\lambda(P;\Delta t)\qquad(18)$$

$$\iint_{D_k}\phi_\mu(\xi,\eta)\cdot V(\xi,\eta,t-\Delta t;x,y,t)d\xi d\eta$$

$$=\iint_{D_k}\phi_\mu(\xi,\eta)\cdot V(\xi,\eta,0;x,y,\Delta t)\,d\xi\,d\eta\equiv F_k^\mu(P;\Delta t) \tag{19}$$

これらの記号により式(15)，(16)はさらに，次のように表わされる。

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{\lambda=1}^{3}q_j^\lambda(m\cdot\Delta t)\cdot V_j^\lambda(P_i;\Delta t)$$

$$=-\sum_{k=1}^{M}\sum_{\mu=1}^{R}u_k^\mu((m-1)\cdot\Delta t)\cdot F_k^\mu(P_i;\Delta t)+\sum_{j=1}^{N}\sum_{\lambda=1}^{3}g_j^\lambda(m\cdot\Delta t)\cdot W_j^\lambda(P_i;\Delta t)+\frac{1}{2}g_i(m\cdot\Delta t) \tag{20}$$

ここに，P_i は境界上の第 i 節点 $(i=1,2,\cdots,2N)$ を表わす。また，g_j^λ と g_i の関係は

$$\begin{array}{cccccc} g_1^1, & g_1^2, & g_1^3=g_2^1, & g_2^2, & g_2^3=g_3^1, & \cdots, & g_N^2 \\ \| & \| & \| & \| & \| & & \| \\ g_1, & g_2, & g_3, & g_4, & g_5, & & g_{2N} \end{array}$$

すなわち

$$g_j^\lambda=g_{2j-1+(\lambda-1)}.$$

$$u(x,y,m\cdot\Delta t)=\sum_{k=1}^{M}\sum_{\mu=1}^{R}F_k^\mu(P;\Delta t)\cdot u_k^\mu((m-1)\cdot\Delta t)$$
$$-\sum_{j=1}^{N}\sum_{\lambda=1}^{3}\left\{g_j^\lambda(m\cdot\Delta t)\cdot W_j^\lambda(P;\Delta t)-q_j^\lambda(m\cdot\Delta t)\cdot V_j^\lambda(P;\Delta t)\right\}$$
$$(P=(x,y)\in D) \tag{21}$$

式(20)，(21)により解 $u(x,y,t)$ を求めることができる：

［1］ 未知数 $q_1^1(m\cdot\Delta t)$, $q_1^2(m\cdot\Delta t)$, $(q_1^3(m\cdot\Delta t)=)q_2^1(m\cdot\Delta t)$, $q_2^2(m\cdot\Delta t)$, $(q_2^3(m\cdot\Delta t)=)q_3^1(m\cdot\Delta t)$, $\cdots$, $q_{2N}^2(m\cdot\Delta t)$ を連立方程式(20)より求める。

［2］ ［1］で求めた $q_j^1(m\cdot\Delta t)$, $q_j^2(m\cdot\Delta t)$ $(j=1,2,\cdots,N)$ を，式(21)に代入して $u(x,y,m\cdot\Delta t)$ を計算する。

6. 線積分 $V_j^\lambda(P;\Delta t)$, $W_j^\lambda(P;\Delta t)$ の計算

式(20)，(21)を計算するためには，各種の積分計算が必要となってくる。線積分 $V_j^\lambda(P;\Delta t)$, $W_j^\lambda(P;\Delta t)$ の計算方法について具体的に述べる。

式(17)より，$V_j^\lambda(P;\Delta t)$ を計算すれば次のように表わされる。[1),3),4)]

$$V_j^\lambda(P;\Delta t)=\int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\left\{\int_0^{\Delta t}V(\xi,\eta,\sigma;x,y,\Delta t)\,d\sigma\right\}ds$$

$$=-\frac{1}{4\pi}\int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\cdot Ei\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)ds \tag{22}$$

ここに，$Ei(-a)$ は積分指数関数である。すなわち，

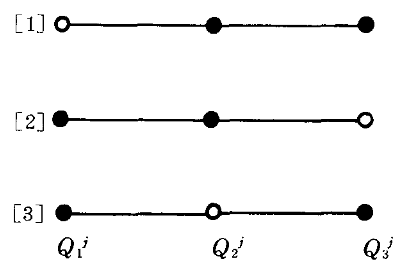
$$Ei(-a)=\begin{cases}\gamma+\log a+\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\cdot\dfrac{a^k}{k\cdot k!}+R_n(a),\ |R_n(a)|\leqq\dfrac{a^{n+1}}{(n+1)\cdot(n+1)!} & (23)\\ -\exp(-a)\cdot\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}\dfrac{(k-1)!}{a^k}+R_n'(a),\ |R_n'(a)|\leqq\dfrac{n!}{a^{n+1}} & (23)'\end{cases}$$

ただし，$a=r^2/(4\cdot\Delta t)$, $r=\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}$, $\gamma=0.57721566\cdots$ (Euler の定数).
また，$\phi_\lambda^C(s)$ $(\lambda=1, 2, 3)$ は次の2次形状関数とする。

$$\left.\begin{aligned}\phi_1^C(s)&=2\left(1-\frac{s}{h}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{s}{h}\right)\\ \phi_2^C(s)&=4\cdot\frac{s}{h}\left(1-\frac{s}{h}\right)\\ \phi_3^C(s)&=2\cdot\frac{s}{h}\left(\frac{s}{h}-\frac{1}{2}\right)\qquad(0\leqq s\leqq h)\end{aligned}\right\}\quad(24)$$

ただし，h は境界要素 I_j の長さを表わす。

点 P_i が要素 I_j の節点となる場合は，$V_j^\lambda(P_i;\Delta t)$ は特異線積分となる。式(23)より，$a=0$ の近くでは $Ei(-a)-\log a$ は有界であるから $-1/4\pi\cdot\phi_\lambda^C(s)\cdot\{Ei(-a)-\log a\}$ を Gauss 積分公式[5]により計算する。$-1/4\pi\cdot\phi_\lambda^C(s)\cdot\log a$ の積分は以下のように求めることができる。



○：節点 Q_λ^j と点 P_i とが一致している場合を表わす.

図2 要素 I_j における節点 Q_λ^j と点 P_i の位置関係

図2 [1] の場合

$$\left.\begin{aligned}A_1&=-\frac{1}{4\pi}\int_{I_j}\phi_1^C(s)\cdot\log\left(\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)ds=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{h}{6}\left\{\log\left(\frac{h^2}{4\cdot\Delta t}\right)-\frac{17}{3}\right\}\\ A_2&=-\frac{1}{4\pi}\int_{I_j}\phi_2^C(s)\cdot\log\left(\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)ds=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2h}{3}\left\{\log\left(\frac{h^2}{4\cdot\Delta t}\right)-\frac{5}{3}\right\}\\ A_3&=-\frac{1}{4\pi}\int_{I_j}\phi_3^C(s)\cdot\log\left(\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)ds=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{h}{6}\left\{\log\left(\frac{h^2}{4\cdot\Delta t}\right)+\frac{1}{3}\right\}\end{aligned}\right\}\quad(25)$$

図2 [2] の場合

$$\left.\begin{aligned}A_1&=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{h}{6}\left\{\log\left(\frac{h^2}{4\cdot\Delta t}\right)+\frac{1}{3}\right\}\\ A_2&=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2h}{3}\left\{\log\left(\frac{h^2}{4\cdot\Delta t}\right)-\frac{5}{3}\right\}\\ A_3&=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{h}{6}\left\{\log\left(\frac{h^2}{4\cdot\Delta t}\right)-\frac{17}{3}\right\}\end{aligned}\right\}\quad(26)$$

図2 [3] の場合

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= -\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{h}{6}\left\{\log\left(\frac{h^2}{16\cdot\Delta t}\right)-\frac{2}{3}\right\} \\ A_2 &= -\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2h}{3}\left\{\log\left(\frac{h^2}{16\cdot\Delta t}\right)-\frac{8}{3}\right\} \\ A_3 &= A_1 \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

$W_j^{\lambda}(P;\Delta t)$ については，次のように表わされる。

$$\begin{aligned} W_j^{\lambda}(P;\Delta t) &= \int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\left\{\int_0^{\Delta t}\frac{\partial}{\partial n}V(\xi,\eta,\sigma;x,y,\Delta t)\,d\sigma\right\}ds \\ &= -\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{2\cdot\Delta(P)}{h}\int_{I_j}\phi_\lambda^C(s)\cdot\frac{1}{r^2}\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)ds \end{aligned} \tag{28}$$

ここに，

$$\Delta(P)=\begin{cases}\Delta PQ_1^jQ_3^j \text{ の面積（3点 } P,\ Q_1^j,\ Q_3^j \text{ がこの順序で反時計まわりのとき）} \\ -\Delta PQ_1^jQ_3^j \text{ の面積（3点 } P,\ Q_1^j,\ Q_3^j \text{ がこの順序で時計まわりのとき）}\end{cases}$$

また，点 P_i が境界要素 I_j の節点に重なるときは

$$\left.\begin{aligned} W_j^{\lambda}(Q_1^j;\Delta t)&=0 \\ W_j^{\lambda}(Q_2^j;\Delta t)&=0 \\ W_j^{\lambda}(Q_3^j;\Delta t)&=0 \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

である。

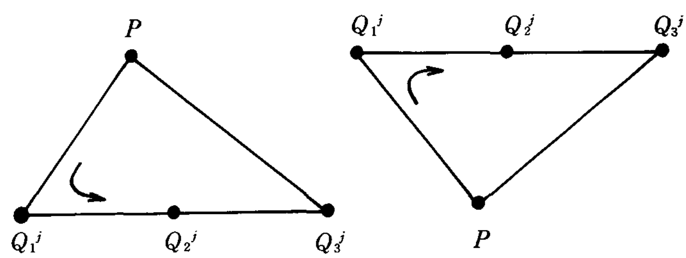


図3　3点 P, Q_1^j, Q_3^j の向きと $\Delta(P)$ の符号

7. 重積分 $F_k^{\mu}(P;\Delta t)$ の計算

$F_k^{\mu}(P;\Delta t)$ は式(19)で与えられている。これはさらに

$$F_k^{\mu}(P;\Delta t)=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\phi_\mu(\xi,\eta)\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)d\xi d\eta \tag{30}$$

と表わせる。ただし，$r=\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}$．

積分領域が以下の2つの場合について，式(30)を具体的に計算する。

7・1　6節点をもつ2次三角形要素

この場合，式(20)，(21)における R は $R=6$ である。

直角三角形2次基準要素における形状関数は

$$\left.\begin{aligned} &\phi_1=2\zeta_1^2-\zeta_1 && \phi_4=4\zeta_2\zeta_3 \\ &\phi_2=2\zeta_2^2-\zeta_2 && \phi_5=4\zeta_3\zeta_1 \\ &\phi_3=2\zeta_3^2-\zeta_3 && \phi_6=4\zeta_1\zeta_2 \qquad (\zeta_1+\zeta_2+\zeta_3=1) \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

で与えられる。[6),7)] また，次式により図4に示すような2つの三角形が対応する。

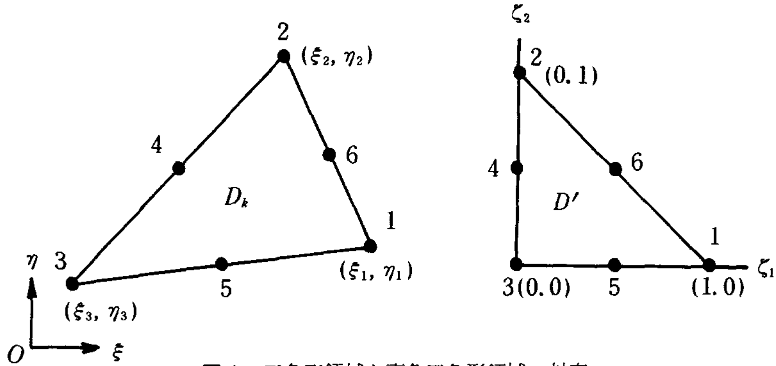


図4 三角形領域と直角三角形領域の対応

$$\left.\begin{aligned}\zeta_1&=\alpha_1\xi+\beta_1\eta+\gamma_1\\ \zeta_2&=\alpha_2\xi+\beta_2\eta+\gamma_2\\ \zeta_3&=\alpha_3\xi+\beta_3\eta+\gamma_3\end{aligned}\right\}\tag{32}$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}\alpha_z&=(\eta_{z+1}-\eta_{z+2})/\Delta\\ \beta_z&=(\xi_{z+2}-\xi_{z+1})/\Delta\\ \gamma_z&=(\xi_{z+1}\cdot\eta_{z+2}-\xi_{z+2}\cdot\eta_{z+1})/\Delta \qquad (z=1,2,3)\\ \Delta&=\begin{vmatrix}1&1&1\\ \xi_1&\xi_2&\xi_3\\ \eta_1&\eta_2&\eta_3\end{vmatrix}\end{aligned}\right\}\tag{33}$$

ただし，ρ が3より大きい場合は

$$\xi_\rho=\xi_s,\quad \eta_\rho=\eta_s \qquad (\rho\equiv s(\mathrm{mod}\,3)\,;\,1\leqq s\leqq 3)$$

とする。

式(30)，(31)，(32)より，$F_k{}^\mu(P;\Delta t)$ を求めれば次のようになる。

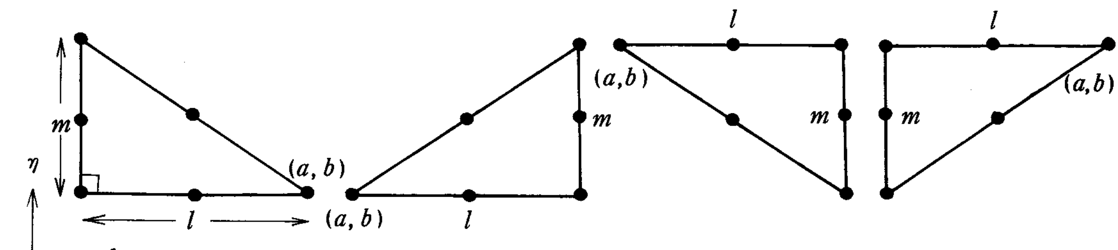
$$\left.\begin{aligned}F_k{}^1(P;\Delta t)&=2\{\alpha_1{}^2\cdot S_{\xi\xi}+\beta_1{}^2\cdot S_{\eta\eta}+2\alpha_1\beta_1\cdot S_{\xi\eta}\}+(4\gamma_1-1)\{\alpha_1\cdot S_\xi+\beta_1\cdot S_\eta\}+\gamma_1(2\gamma_1-1)\cdot S_1\\ F_k{}^2(P;\Delta t)&=2\{\alpha_2{}^2\cdot S_{\xi\xi}+\beta_2{}^2\cdot S_{\eta\eta}+2\alpha_2\beta_2\cdot S_{\xi\eta}\}+(4\gamma_2-1)\{\alpha_2\cdot S_\xi+\beta_2\cdot S_\eta\}+\gamma_2(2\gamma_2-1)\cdot S_1\\ F_k{}^3(P;\Delta t)&=2\{\alpha_3{}^2\cdot S_{\xi\xi}+\beta_3{}^2\cdot S_{\eta\eta}+2\alpha_3\beta_3\cdot S_{\xi\eta}\}+(4\gamma_3-1)\{\alpha_3\cdot S_\xi+\beta_3\cdot S_\eta\}+\gamma_3(2\gamma_3-1)\cdot S_1\\ F_k{}^4(P;\Delta t)&=4\{\alpha_2\alpha_3\cdot S_{\xi\xi}+\beta_2\beta_3\cdot S_{\eta\eta}+(\alpha_2\beta_3+\alpha_3\beta_2)\cdot S_{\xi\eta}+(\alpha_2\gamma_3+\alpha_3\gamma_2)\cdot S_\xi\\ &\qquad+(\beta_2\gamma_3+\beta_3\gamma_2)\cdot S_\eta+\gamma_2\gamma_3\cdot S_1\}\\ F_k{}^5(P;\Delta t)&=4\{\alpha_3\alpha_1\cdot S_{\xi\xi}+\beta_3\beta_1\cdot S_{\eta\eta}+(\alpha_3\beta_1+\alpha_1\beta_3)\cdot S_{\xi\eta}+(\alpha_3\gamma_1+\alpha_1\gamma_3)\cdot S_\xi\\ &\qquad+(\beta_3\gamma_1+\beta_1\gamma_3)\cdot S_\eta+\gamma_3\gamma_1\cdot S_1\}\end{aligned}\right\}\tag{34}$$

$$F_k^6(P;\Delta t)=4\{\alpha_1\alpha_2\cdot S_{\xi\xi}+\beta_1\beta_2\cdot S_{\eta\eta}+(\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1)\cdot S_{\xi\eta}+(\alpha_1\gamma_2+\alpha_2\gamma_1)\cdot S_\xi+(\beta_1\gamma_2+\beta_2\gamma_1)\cdot S_\eta+\gamma_1\gamma_2\cdot S_1\}$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}
S_1&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)d\xi\,d\eta & S_{\xi\xi}&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\xi^2\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)d\xi\,d\eta\\
S_\xi&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\xi\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)d\xi\,d\eta & S_{\xi\eta}&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\xi\eta\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\pi\cdot\Delta t}\right)a\xi\,d\eta\\
S_\eta&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\eta\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)d\xi\,d\eta & S_{\eta\eta}&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\eta^2\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\pi\cdot\Delta t}\right)d\xi\,d\eta
\end{aligned}\right\}\quad(35)$$

式(35)を，積分領域 D_k が図5に示すような直角三角形の各場合において計算すれば，以下のようになる。



Type-[I]　　Type-[II]　　Type-[III]　　Type-[IV]

（ l , m ：直角をはさむ2辺の長さ）

図5　積分領域 D_k の Type

Type-[I]の場合

$$\left.\begin{aligned}
S_\xi&=x\cdot S_1+J_1-K_1\\
S_\eta&=y\cdot S_1+J_2-K_2\\
S_{\xi\xi}&=x\cdot S_\xi+2\cdot\Delta t\cdot S_1-\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b-m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\\
&\quad\left.-\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]+(a-l)\cdot J_1-\frac{l^2x+m^2a-lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_1\\
S_{\xi\eta}&=y\cdot S_\xi-\frac{\Delta t}{\pi}\left[\frac{1}{l^2+m^2}\left[m^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\right.\\
&\quad\left.\left.+l^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b-m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]\\
&\quad+x\cdot J_2-\frac{l^2x+m^2a-lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_2
\end{aligned}\right\}\quad(36)$$

$$S_{\eta\eta}=y\cdot S_{\eta}+2\cdot\Delta t\cdot S_1-\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}-\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b-m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]+b\cdot J_2+\frac{lm(x-a)-(m^2y+l^2b)}{l^2+m^2}\cdot K_2$$

ただし，

$$J_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(b,b+m;1,y)$$

$$J_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(a-l,a;1,x)$$

$$K_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)+l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(b,b+m;\frac{l^2+m^2}{m^2},-\frac{lm(x-a)-(m^2y+l^2b)}{l^2+m^2}\right)$$

$$K_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)+l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(a-l,a;\frac{l^2+m^2}{l^2},\frac{l^2x+m^2a-lm(y-b)}{l^2+m^2}\right)$$

Type-[Ⅱ]の場合

$$S_{\xi}=x\cdot S_1-J_1+K_1$$

$$S_{\eta}=y\cdot S_1+J_2-K_2$$

$$S_{\xi\xi}=x\cdot S_{\xi}+2\cdot\Delta t\cdot S_1-\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b-m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}-\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-(a+l)\cdot J_1+\frac{l^2x+m^2a+lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_1$$

$$S_{\xi\eta}=y\cdot S_{\xi}+\frac{\Delta t}{\pi}\left[\frac{1}{l^2+m^2}\left[m^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}+l^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b-m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]+x\cdot J_2-\frac{l^2x+m^2a+lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_2$$

$$S_{\eta\eta}=y\cdot S_{\eta}+2\cdot\Delta t\cdot S_1+\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b-m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}-\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]+b\cdot J_2-\frac{lm(x-a)+m^2y+l^2b}{l^2+m^2}\cdot K_2 \tag{37}$$

ただし，

$$J_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(b,b+m;1,y)$$

$$J_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(a,a+l;1,x)$$

$$K_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)-l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(b,b+m;\frac{l^2+m^2}{m^2},\frac{lm(x-a)+m^2y+l^2b}{l^2+m^2}\right)$$

$$K_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)-l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(a,a+l;\frac{l^2+m^2}{l^2},\frac{l^2x+m^2a+lm(y-b)}{l^2+m^2}\right)$$

Type-［Ⅲ］の場合

$$\left.\begin{aligned}
&S_\xi=x\cdot S_1-J_1+K_1\\
&S_\eta=y\cdot S_1-J_2+K_2\\
&S_{\xi\xi}=x\cdot S_\xi+2\cdot\Delta t\cdot S_1+\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\\
&\qquad\left.-\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b+m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-(a+l)\cdot J_1+\frac{l^2x+m^2a-lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_1\\
&S_{\xi\eta}=y\cdot S_\xi-\frac{\Delta t}{\pi}\left[\frac{1}{l^2+m^2}\left[m^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\right.\\
&\qquad\left.\left.+l^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b+m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]\\
&\qquad-x\cdot J_2+\frac{l^2x+m^2a-lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_2\\
&S_{\eta\eta}=y\cdot S_\eta+2\cdot\Delta t\cdot S_1+\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2+(y-b+m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\\
&\qquad\left.-\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-b\cdot J_2-\frac{lm(x-a)-(m^2y+l^2b)}{l^2+m^2}\cdot K_2\\
&\text{ただし，}\\
&J_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(b-m,b;1,y)
\end{aligned}\right\}\quad(38)$$

$$J_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(a,a+l;1,x)$$

$$K_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)+l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(b-m,b;\frac{l^2+m^2}{m^2},\right.$$
$$\left.-\frac{lm(x-a)-(m^2y+l^2b)}{l^2+m^2}\right)$$

$$K_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)+l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(a,a+l;\frac{l^2+m^2}{l^2},\right.$$
$$\left.\frac{l^2x+m^2a-lm(y-b)}{l^2+m^2}\right)$$

Type-[Ⅳ]の場合

$$\left.\begin{aligned}
&S_\xi=x\cdot S_1+J_1-K_1\\
&S_\eta=y\cdot S_1-J_2+K_2\\
&S_{\xi\xi}=x\cdot S_\xi+2\cdot\Delta t\cdot S_1+\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\\
&\qquad\left.-\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b+m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]+(a-l)\cdot J_1-\frac{l^2x+m^2a+lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_1\\
&S_{\xi\eta}=y\cdot S_\xi+\frac{\Delta t}{\pi}\left[\frac{1}{l^2+m^2}\left[l^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b+m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\right.\\
&\qquad\left.\left.+m^2\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]\\
&\qquad-x\cdot J_2+\frac{l^2x+m^2a+lm(y-b)}{l^2+m^2}\cdot K_2\\
&S_{\eta\eta}=y\cdot S_\eta+2\cdot\Delta t\cdot S_1-\frac{\Delta t}{\pi}\cdot\frac{lm}{l^2+m^2}\left[\exp\left\{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.\\
&\qquad\left.-\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2+(y-b+m)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]-b\cdot J_2+\frac{lm(x-a)+m^2y+l^2b}{l^2+m^2}\cdot K_2\\
&\text{ただし,}\\
&J_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(b-m,b;1,y)\\
&J_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left\{-\frac{(y-b)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\cdot P(a-l,a;1,x)
\end{aligned}\right\}\quad(39)$$

$$K_1=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)-l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(b-m,\, b;\, \frac{l^2+m^2}{m^2},\ \frac{lm(x-a)+m^2y+l^2b}{l^2+m^2}\right)$$

$$K_2=\frac{1}{2\pi}\cdot\exp\left[-\frac{\{m(x-a)-l(y-b)\}^2}{4\cdot\Delta t}\cdot\frac{1}{l^2+m^2}\right]\cdot P\left(a-l,\, a;\frac{l^2+m^2}{l^2},\ \frac{l^2x+m^2a+lm(y-b)}{l^2+m^2}\right)$$

式 (36) ～ (39) において

$$P(\alpha,\beta;\gamma,\delta)\equiv\int_\alpha^\beta\exp\left\{-\frac{\gamma(\delta-X)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}dX. \tag{40}$$

以上，式 (36) ～ (39) を導いたが，積分領域は直角をはさむ２辺がそれぞれ座標軸に平行な場合である。一般の三角形領域に対しては，**図 6** の例のように直角三角形に分解し，これらを適用すればよい。しかし，一般の三角形の場合には，１つの領域に対して４通りの場合の計算が必要となるため計算量が増加する。したがって，できるだけ Type[Ⅰ]～[Ⅳ] の形の D_k を分割に取入れることが望ましい。

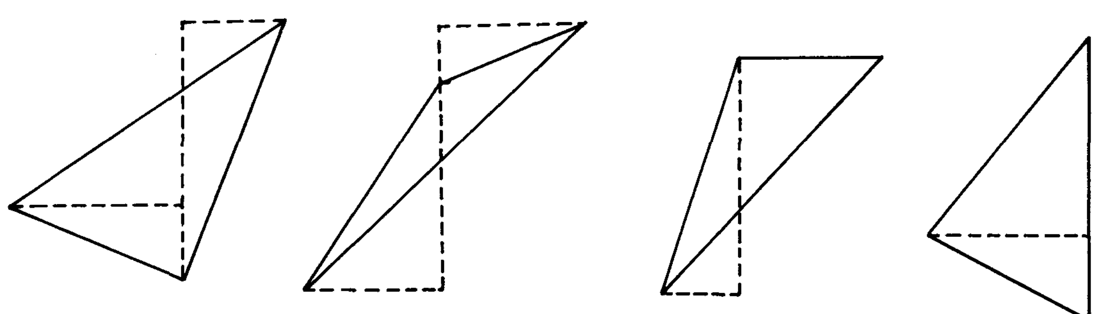


図 6　一般の三角形領域の Type-[Ⅰ] ～ [Ⅳ] への分解例

式 (40) の型の数値計算には誤差関数 erf (x) の漸近級数[4]又は Gauss-積分公式が使用できる。

S_1 の計算については，領域 D_k の３頂点と点 P とを結んでできる３個の三角形を考える。点 P を極とする極座標系：(r,θ) を導入すれば，

$$S_1=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)r\,dr\,d\theta$$

$$=\sum_{\mu=1}^{3}\left(-\frac{1}{2\pi}\right)\int_0^{\theta_\mu}\left\{\exp\left[-\frac{\{r(\theta)\}^2}{4\cdot\Delta t}\right]-1\right\}d\theta. \tag{41}$$

式 (41) に Gauss-積分公式を用いれば S_1 を求めることができる。[3]

7・2　8節点をもつ長方形要素

図 7-[ｉ] のような中心 (a,b)，２辺の長さがそれぞれ $2l, 2m$ の8節点をもつ長方形要素に分割さ

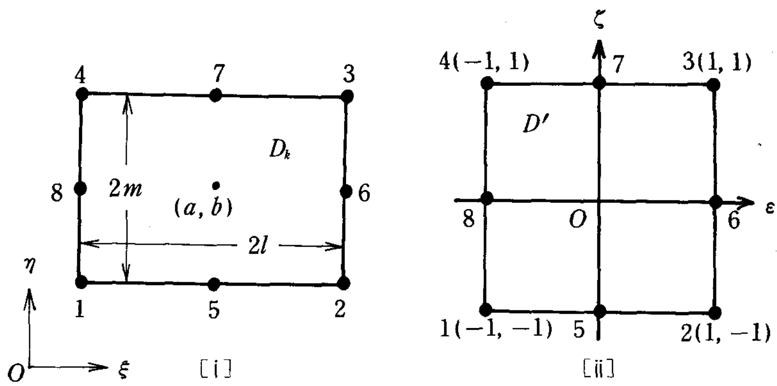


図 7　長方形領域と正方形領域の対応

れているとする。次の変換により，長方形 D_k は $\varepsilon\zeta$-平面の正方形 D' と対応する。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon&=\frac{\xi-a}{l}\\ \zeta&=\frac{\eta-b}{m}\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

図 7-〔ii〕の正方形 D' における 2 次の形状関数は次式で与えられる。[6),7)]

$$\left.\begin{aligned}
\phi_1&=\frac{1}{4}(1-\varepsilon)(1-\zeta)(-\varepsilon-\zeta-1) & \phi_5&=\frac{1}{2}(1-\varepsilon^2)(1-\zeta)\\
\phi_2&=\frac{1}{4}(1+\varepsilon)(1-\zeta)(\varepsilon-\zeta-1) & \phi_6&=\frac{1}{2}(1+\varepsilon)(1-\zeta^2)\\
\phi_3&=\frac{1}{4}(1+\varepsilon)(1+\zeta)(\varepsilon+\zeta-1) & \phi_7&=\frac{1}{2}(1-\varepsilon^2)(1+\zeta)\\
\phi_4&=\frac{1}{4}(1-\varepsilon)(1+\zeta)(-\varepsilon+\zeta-1) & \phi_8&=\frac{1}{2}(1-\varepsilon)(1-\zeta^2)
\end{aligned}\right\} \tag{43}$$

式 (30), (42), (43) より $F_k^{\mu}(P;\Delta t)$ $(\mu=1,2,\cdots,8)$ を計算すれば次のようになる。

$$\begin{aligned}
F_k^1(P;\Delta t)=\frac{1}{4}\Big[&-\delta^2\omega\cdot S_{\xi\xi\eta}-\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta\eta}+\delta^2(1+b\omega)\cdot S_{\xi\xi}+\omega^2(1+a\delta)\cdot S_{\eta\eta}\\
&+\delta\omega(1+2a\delta+2b\omega)\cdot S_{\xi\eta}-\delta(1+b\omega)(b\omega+2a\delta)\cdot S_{\xi}\\
&-\omega(1+a\delta)(a\delta+2b\omega)\cdot S_{\eta}+\{ab\delta\omega(1+a\delta+b\omega)-(1-a^2\delta^2-b^2\omega^2)\}\cdot S_1\Big]\\
F_k^2(P;\Delta t)=\frac{1}{4}\Big[&-\delta^2\omega\cdot S_{\xi\xi\eta}+\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta\eta}+\delta^2(1+b\omega)\cdot S_{\xi\xi}+\omega^2(1-a\delta)\cdot S_{\eta\eta}\\
&-\delta\omega(1-2a\delta+2b\omega)\cdot S_{\xi\eta}+\delta(1+b\omega)(b\omega-2a\delta)\cdot S_{\xi}\\
&+\omega(1-a\delta)(a\delta-2b\omega)\cdot S_{\eta}-\{ab\delta\omega(1-a\delta+b\omega)+(1-a^2\delta^2-b^2\omega^2)\}\cdot S_1\Big]\\
F_k^3(P;\Delta t)=\frac{1}{4}\Big[&\delta^2\omega\cdot S_{\xi\xi\eta}+\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta\eta}+\delta^2(1-b\omega)\cdot S_{\xi\xi}+\omega^2(1-a\delta)\cdot S_{\eta\eta}\\
&+\delta\omega(1-2a\delta-2b\omega)\cdot S_{\xi\eta}-\delta(1-b\omega)(b\omega+2a\delta)\cdot S_{\xi}\\
&-\omega(1-a\delta)(a\delta+2b\omega)\cdot S_{\eta}+\{ab\delta\omega(1-a\delta-b\omega)-(1-a^2\delta^2-b^2\omega^2)\}\cdot S_1\Big]
\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}
F_k^4(P;\Delta t)=\frac{1}{4}\Big[&\delta^2\omega\cdot S_{\xi\xi\eta}-\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta\eta}+\delta^2(1-b\omega)\cdot S_{\xi\xi}+\omega^2(1+a\delta)\cdot S_{\eta\eta}\\
&-\delta\omega(1+2a\delta-2b\omega)\cdot S_{\xi\eta}+\delta(1-b\omega)(b\omega-2a\delta)\cdot S_\xi\\
&+\omega(1+a\delta)(a\delta-2b\omega)\cdot S_\eta-\{ab\delta\omega(1+a\delta-b\omega)+(1-a^2\delta^2-b^2\omega^2)\}\cdot S_1\Big]\\
F_k^5(P;\Delta t)=\frac{1}{2}\Big[&\delta^2\omega\cdot S_{\xi\xi\eta}-\delta^2(1+b\omega)\cdot S_{\xi\xi}-2a\delta^2\omega\cdot S_{\xi\eta}+2a\delta^2(1+b\omega)\cdot S_\xi\\
&-\omega(1-a^2\delta^2)\cdot S_\eta+(1-a^2\delta^2)(1+b\omega)\cdot S_1\Big]\\
F_k^6(P;\Delta t)=\frac{1}{2}\Big[&-\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta\eta}-\omega^2(1-a\delta)\cdot S_{\eta\eta}+2b\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta}+\delta(1-b^2\omega^2)\cdot S_\xi\\
&+2b\omega^2(1-a\delta)\cdot S_\eta+(1-a\delta)(1-b^2\omega^2)\cdot S_1\Big]\\
F_k^7(P;\Delta t)=\frac{1}{2}\Big[&-\delta^2\omega\cdot S_{\xi\xi\eta}-\delta^2(1-b\omega)\cdot S_{\xi\xi}+2a\delta^2\omega\cdot S_{\xi\eta}+2a\delta^2(1-b\omega)\cdot S_\xi\\
&+\omega(1-a^2\delta^2)\cdot S_\eta+(1-a^2\delta^2)(1-b\omega)\cdot S_1\Big]\\
F_k^8(P;\Delta t)=\frac{1}{2}\Big[&\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta\eta}-\omega^2(1+a\delta)\cdot S_{\eta\eta}-2b\delta\omega^2\cdot S_{\xi\eta}-\delta(1-b^2\omega^2)\cdot S_\xi\\
&+2b\omega^2(1+a\delta)\cdot S_\eta+(1+a\delta)(1-b^2\omega^2)\cdot S_1\Big]\\
&(\delta=1/l,\ \omega=1/m)
\end{aligned}\right\}\quad(44)$$

ここに,

$$\left.\begin{aligned}
S_{\xi\xi\eta}&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\xi^2\eta\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)d\xi\,d\eta\\
S_{\xi\eta\eta}&=\frac{1}{4\pi\cdot\Delta t}\iint_{D_k}\xi\eta^2\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{4\cdot\Delta t}\right)d\xi\,d\eta
\end{aligned}\right\}\quad(45)$$

その他の記号 $S.$, $S..$ は式(35)で与えられたものである。

三角形領域の場合と同様に，式(35)，(45)は次のように単一積分で表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned}
S_1&=P(a-l,a+l;1,x)\cdot P(b-m,b+m;1,y)\\
S_\xi&=P_\xi(a-l,a+l;1,x)\cdot P(b-m,b+m;1,y)\\
S_\eta&=P(a-l,a+l;1,x)\cdot P_\xi(b-m,b+m;1,y)\\
S_{\xi\xi}&=P_{\xi\xi}(a-l,a+l;1,x)\cdot P(b-m,b+m;1,y)\\
S_{\xi\eta}&=P_\xi(a-l,a+l;1,x)\cdot P_\xi(b-m,b+m;1,y)\\
S_{\eta\eta}&=P(a-l,a+l;1,x)\cdot P_{\xi\xi}(b-m,b+m;1,y)\\
S_{\xi\xi\eta}&=P_{\xi\xi}(a-l,a+l;1,x)\cdot P_\xi(b-m,b+m;1,y)\\
S_{\xi\eta\eta}&=P_\xi(a-l,a+l;1,x)\cdot P_{\xi\xi}(b-m,b+m;1,y)
\end{aligned}\right\}\quad(46)$$

$$\left.\begin{aligned}
P_\xi(a-l,a+l;1,x)&=-2\cdot\Delta t\left[\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}-\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right]\\
&\qquad+x\cdot P(a-l,a+l;1,x)\\
P_{\xi\xi}(a-l,a+l;1,x)&=-2\cdot\Delta t\left[(a+l)\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a-l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\right.
\end{aligned}\right\}\quad(47)$$

$$-(a-l)\cdot\exp\left\{-\frac{(x-a+l)^2}{4\cdot\Delta t}\right\}\Bigg]$$

$$+x\cdot P_\xi(a-l,a+l;1,x)+2\cdot\Delta t\cdot P(a-l,a+l;1,x)$$

8. 数値計算

ここでは，具体的な問題について以上述べた方法と一定要素による方法とで数値計算して，それぞれの計算時間と解の精度について調べてみる。

［問題］　正方形領域 D: $0<x<1$, $0<y<1$ において

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

を，初期条件：

$$u(x,y,0)=\sin\pi x\cdot\sin\pi y \qquad (x,y)\in D\,,$$

境界条件：

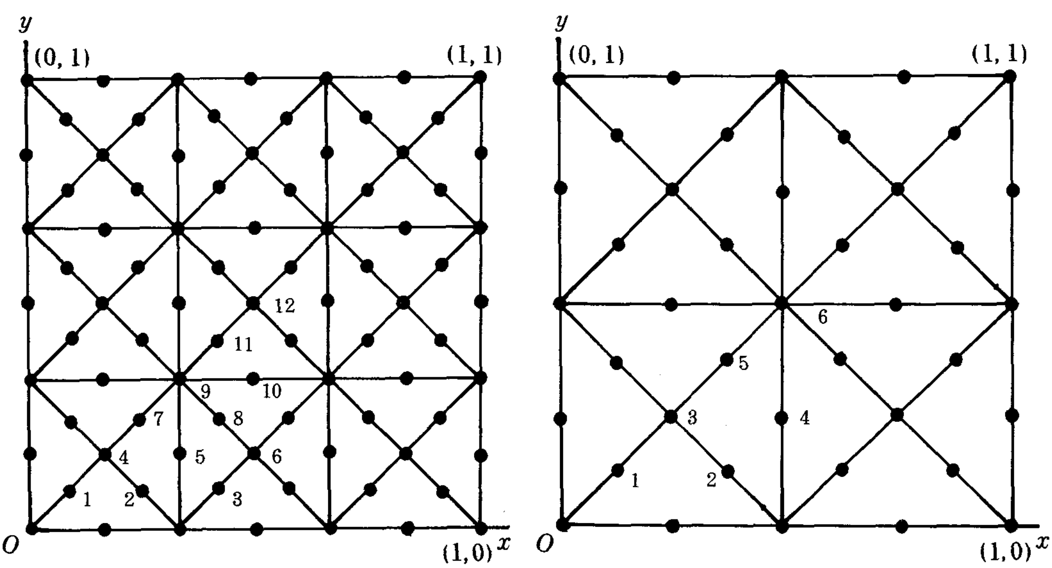
$$u(x,y,t)=0 \qquad (x,y)\in C\,,\ 0<t<\infty$$

のもとで解く。

理論解は

$$u=\exp(-2\pi^2 t)\cdot\sin\pi x\cdot\sin\pi y$$

である。領域 D を**図 8**，**図 9** のように分割して，ここでの方法による計算結果と理論解，そして誤差を



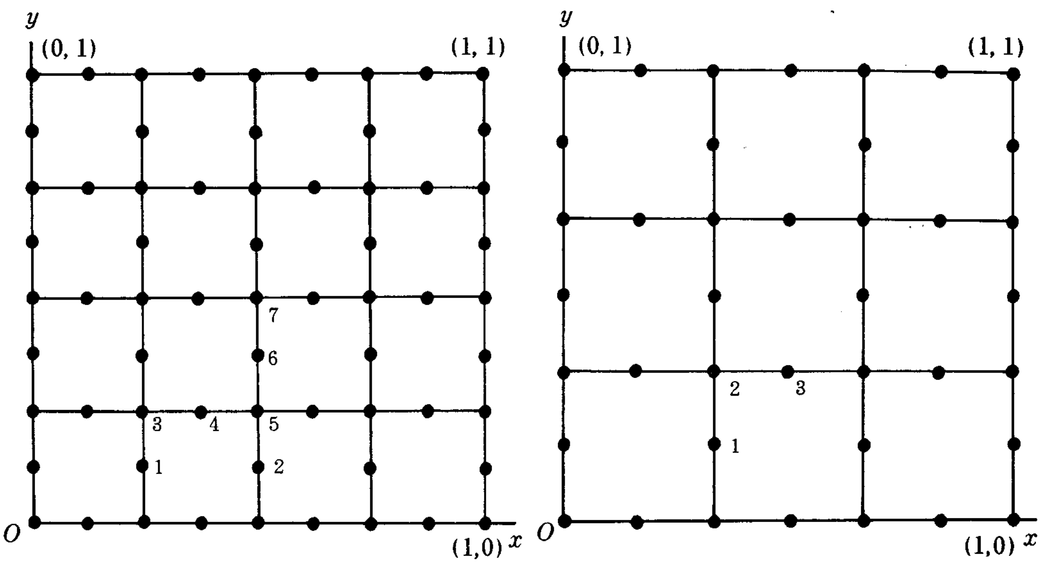
［i］　領域分割数　3 × 3 × 4
　　　境界分割数　3 × 4

［ii］　領域分割数　2 × 2 × 4
　　　境界分割数　2 × 4

図 8　境界 C と領域 D の分割［三角形網目］

それぞれ**表1**，**表2**に示した。また，一定要素を用いて，**図10**の分割に対して行った計算結果を**表3**に示した。ただし，$\Delta t = 0.0046296$.

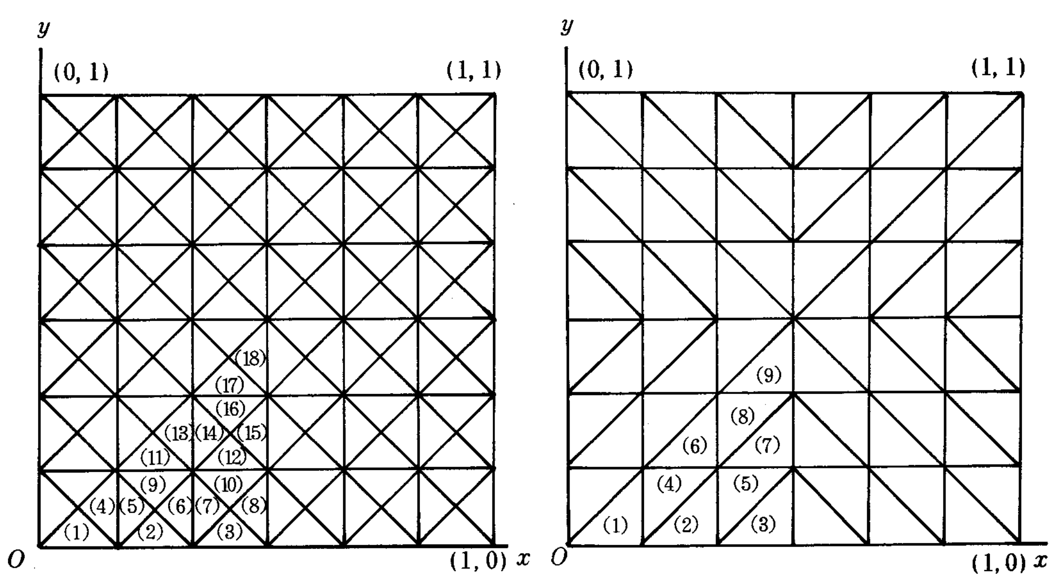
さらに，**図8**の形の分割で領域分割数4×4×4，境界分割数4×4；時間間隔 $\Delta t = 0.001$ に対す



［i］　領域分割数　4 × 4
　　　境界分割数　4 × 4

［ii］　領域分割数　3 × 3
　　　境界分割数　3 × 4

図9　境界 C と領域 D の分割［長方形網目］



［i］　領域分割数　6 × 6 × 4
　　　境界分割数　6 × 4

［ii］　領域分割数　6 × 6 × 2
　　　境界分割数　6 × 4

図10　一定要素による方法のための境界 C と領域 D の分割［三角形網目］

表1-〔i〕 近似解と理論解との比較 〔三角形網目〕

$E=(\hat{u}-u)/u*100$

	TIME =.0046296			TIME =.0509256			TIME =.1018512		
領域内の点の番号	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E
1	.06337	.06114	3.7	.02319	.02451	- 5.4	.00807	.00897	-10.0
2	.15781	.16703	-5.5	.05843	.06698	-12.8	.02034	.02451	-17.0
3	.21953	.22817	-3.8	.08221	.09149	-10.1	.02863	.03348	-14.5
4	.22704	.22817	-0.5	.08420	.09149	- 8.0	.02931	.03348	-12.4
5	.39301	.39520	-0.6	.14823	.15847	- 6.5	.05163	.05799	-11.0
6	.45480	.45633	-0.3	.17262	.18298	- 5.7	.06013	.06696	-10.2
7	.45532	.45633	-0.2	.17219	.18298	- 5.9	.05998	.06696	-10.4
8	.62258	.62336	-0.1	.23854	.24996	- 4.6	.08311	.09147	- 9.1
9	.68332	.68450	-0.2	.26257	.27447	- 4.3	.09149	.10045	- 8.9
10	.78981	.79039	-0.1	.30535	.31693	- 3.7	.10641	.11598	- 8.3
11	.85046	.85153	-0.1	.32964	.34145	- 3.5	.11489	.12496	- 8.1
12	.91111	.91267	-0.2	.35402	.36596	- 3.3	.12339	.13393	- 7.9

処理時間：74分

表1-〔ii〕 近似解と理論解との比較 〔三角形網目〕

$E=(\hat{u}-u)/u*100$

	TIME =.0046296			TIME =.0509256			TIME =.1018512		
領域内の点の番号	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E
1	.13025	.13366	- 2.5	.04784	.05359	-10.7	.01633	.01961	-16.7
2	.31787	.32268	- 1.5	.11914	.12939	- 7.9	.04067	.04735	-14.1
3	.45065	.45633	- 1.2	.16832	.18298	- 8.0	.05746	.06696	-14.2
4	.64540	.64535	0.0	.24348	.25877	- 5.9	.08312	.09470	-12.2
5	.77352	.77901	- 0.7	.29134	.31237	- 6.7	.09946	.11431	-13.0
6	.90138	.91267	- 1.2	.33934	.36596	- 7.3	.11585	.13393	-13.5

処理時間：17分

表2-〔i〕 近似解と理論解との比較 〔長方形網目〕

$E=(\hat{u}-u)/u*100$

	TIME =.0046296			TIME =.0509256			TIME =.1018512		
領域内の点の番号	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E
1	.24358	.24697	- 1.4	.09083	.09903	- 8.3	.03105	.03624	-14.3
2	.34439	.34926	- 1.4	.12901	.14005	- 7.9	.04411	.05125	-13.9
3	.45023	.45633	- 1.3	.16889	.18298	- 7.7	.05774	.06696	-13.8
4	.59165	.59623	- 0.8	.22282	.23907	- 6.8	.07618	.08749	-12.9
5	.63662	.64535	- 1.4	.23991	.25877	- 7.3	.08203	.09470	-13.4
6	.83651	.84319	- 0.8	.31649	.33810	- 6.4	.10822	.12373	-12.5
7	.90018	.91267	- 1.4	.34080	.36596	- 6.9	.11654	.13393	-13.0

処理時間：31分

る計算では，Time＝0.001 において誤差の絶対値は1.1％以下，Time＝0.05 では6.0％以下，Time＝0.10 では8.3％以下の結果を得た。誤差の絶対値が最大値となるのは境界近くの点においてであり，誤差の分布状態は**表1**-［i］と同じ傾向であった。

表2-［ii］　近似解と理論解との比較　〔長方形網目〕　$E=(\hat{u}-u)/u*100$

	TIME=.0046296			TIME=.0509256			TIME=.1018512		
領域内の点の番号	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E
1	.38950	.39520	-1.4	.13808	.15847	-12.9	.04442	.05799	-23.4
2	.67773	.68450	-1.0	.24184	.27447	-11.9	.07781	.10045	-22.5
3	.78269	.79039	-1.0	.28006	.31693	-11.6	.09012	.11598	-22.3

処理時間：14分

表3-［i］　近似解と理論解との比較　〔一定要素による方法〕　$E=(\hat{u}-u)/u*100$

	TIME=.0046296			TIME=.0509256			TIME=.1018512		
三角形の重心の番号	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E
1	.02124	.02059	3.2	.00843	.00826	2.1	.00290	.00302	-4.0
2	.05858	.05625	4.1	.02286	.02255	1.4	.00787	.00825	-4.6
3	.07995	.07683	4.1	.03098	.03081	0.6	.01067	.01127	-5.3
4	.10230	.09983	2.5	.04013	.04003	0.2	.01382	.01465	-5.7
5	.13747	.13549	1.5	.05362	.05433	-1.3	.01847	.01988	-7.1
6	.19627	.19350	1.4	.07592	.07759	-2.2	.02614	.02839	-7.9
7	.21685	.21408	1.3	.08370	.08584	-2.5	.02882	.03142	-8.3
8	.23852	.23532	1.4	.09188	.09436	-2.6	.03163	.03453	-8.4
9	.27260	.27274	-0.1	.10516	.10936	-3.8	.03621	.04002	-9.5
10	.37222	.37257	-0.1	.14260	.14939	-4.5	.04909	.05467	-10.2
11	.36824	.37016	-0.5	.14123	.14843	-4.9	.04863	.05432	-10.5
12	.50283	.50565	-0.6	.19155	.20275	-5.5	.06594	.07420	-11.1
13	.52484	.52864	-0.7	.19973	.21197	-5.8	.06876	.07757	-11.4
14	.58073	.58489	-0.7	.22052	.23453	-6.0	.07591	.08583	-11.6
15	.63828	.64290	-0.7	.24191	.25779	-6.2	.08327	.09434	-11.7
16	.71668	.72214	-0.8	.27092	.28956	-6.4	.09325	.10597	-12.0
17	.79300	.79897	-0.7	.29914	.32037	-6.6	.10296	.11724	-12.2
18	.87159	.87821	-0.8	.32816	.35215	-6.8	.11294	.12887	-12.4

処理時間：230分

表3-[ii] 近似解と理論解との比較 〔一定要素による方法〕 $E=(\hat{u}-u)/u*100$

	TIME =.0046296			TIME =.0509256			TIME =.1018512		
三角形の重心の番号	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E	近似解 $\hat{u}$	理論解 u	誤差 E
1	.06065	.05420	11.9	.02273	.02173	4.6	.00665	.00795	-16.4
2	.12874	.12140	6.0	.04491	.04868	- 7.7	.01313	.01782	-26.3
3	.15465	.15608	- 0.9	.05141	.06258	-17.8	.01503	.02290	-34.4
4	.20573	.20065	2.5	.07235	.08045	-10.1	.02116	.02944	-28.1
5	.29019	.29333	- 1.1	.09676	.11762	-17.7	.02828	.04304	-34.3
6	.44588	.44940	- 0.8	.14959	.18020	-17.0	.04373	.06595	-33.7
7	.55896	.57774	- 3.3	.18192	.23166	-21.5	.05316	.08478	-37.3
8	.64254	.65698	- 2.2	.20908	.26343	-20.6	.06109	.09641	-36.6
9	.82302	.84460	- 2.6	.26435	.33867	-21.9	.07721	.12394	-37.7

処理時間：75分

9. おわりに

数値計算例からわかるように，一定要素の場合は解の精度が分割の網目の大きさに，大きく影響される。したがって，領域はできるだけ小さく分割されるべきである。しかし，計算時間はそのため大きくなるので，その寸法には注意が必要である。

一方，ここでの方法では，やはり要求される解の精度にもよるが，その網目は一定要素の場合に比べて大きく取ることができる。その結果，計算時間をかなり短縮することが可能であることがわかった。また，より精密な解を求めるには網目を小さくすればよいことがわかった。

なお，数値計算にはHewlett-Packard 216S(BASIC)を使用した。しかし，計算時間からわかるように，拡散方程式のBEMによる扱いは大型の高速機に適した方法といえる。

最後に，本研究にあたり，有益な御助言を頂いた近畿大学工学部富田　豊教授に謝意を表する。

参考文献

1. 神谷紀生・田中正隆・田中喜久昭共訳；ブレビア・ウォーカー共著：境界要素法の基礎と応用，培風館，（昭56）.
2. 田中正隆・田中道彦：境界要素解析の基礎，培風館，（昭59）.
3. 水本久夫・原　平八郎：FORTRANによる境界要素法の基礎，サイエンス社，（昭60）.
4. ピアース・フォスター：簡約積分表，ブレイン図書，（昭57）.
5. 山内二郎・宇野利雄・一松　信共編：数値計算法Ⅲ，培風館，（昭55）.
6. 原　武久：有限要素法の基礎，昭晃堂，（昭56）.
7. 菊地文雄・岡部政之：有限要素システム入門，日科技連，（昭61）.

（昭和61年10月15日受付）

数学教育における
教科書と公式についての一考察*

（一般科目）　左　古　悦　雄

A Study of Textbooks and Formulas in Mathematics Education

Etsuo SAKO

Textbook style has a great influence on students' thinking. It is difficult for teachers to give students a good understanding of the contents of a textbook without considering the style of the textbook.

In this paper we first describe the role of textbooks and notebooks and their styles.

Secondly, we discuss the role of formulas. We further consider the fostering of mathematical thinking, one of the main purposes of mathematics education. The paper deals especially with creativity and the discovery of other points of view.

§1. まえがき

教科書において枠でかこんであったり，太字で書かれたものを一応公式と考えると，そのなかにはいろいろ不都合なものも少なくない。

記号に直して視覚的な面からも整理しながら物を考えるという数学においては，思考自体を教科書の書き方そのものが左右しうるということもあり，教科書が子どもたちの考え方に非常に大きな影響を与えるという観点にたち，主に現在の高等学校の教材を通して公式のあるべき姿，果たすべき役割をさぐってみたい。

さらには教科書やノートの利用法等についてもふれてみたい。

§2. 教科書・ノートの役割とその利用法

教科書は，ひとりひとりちがう子どもたちと教師のあいだにあり，教師が教え，子どもが学ぶ教材である。子どもも教師も，ひとりひとりちがっていて一律にみることはできない。しかもその両者のあいだにおかれた教科書は，多様な考えと複雑な要求とをくみこんで作りあげなければならない性質の書物である。(1)

特に数学においては教科書に書かれた書き方が，子どもたちの頭を支配し，それから抜け出すことがなかなか難しいということがある。

*　西日本数学教育学会，昭和60年度第1回例会にて発表（昭和60年6月29日，広島市）

教科書の扱い方を考えてみるとき，教科書に書いてある内容をそのままの順序で説明すると，予習してきた生徒にとっては退屈な授業になる場合もある。したがってときには教科書とは異なる考え方で説明するとか，数値を変えるなどの配慮が必要である。要するに「教科書は一つの参考書である」との見地から，生徒の実態に応じた弾力的な授業展開を工夫することが望ましい[2]ということがある。

しかしながら数値を変えるくらいならばともかく，異なる考え方で説明するとか，ましてや教科書の公式を別の形に訂正させるとなるとかなりのエネルギーが必要となるのが現実である。

すなわち活字となった教科書への子どもたちの信頼度・依存度はかなりのものであり，それを手書きで訂正を加え，自分のものとさせていくにはかなりの抵抗がみられる。

一方，数学の学習におけるノートは，単にきれいに整理されているという視点のみでは不十分であり，生徒各自が自己の学習に役立つように，解決のアイデアや筋道を自分の言葉でまとめ，記述しておく習慣をつける必要がある[3]と考えられる。

また中学，高校における授業中のノートの使い方をみてみると，教師が教科書の例題を説明するときに教科書とほとんど同じように板書された説明をそのままノートに写すという光景が多くみられる。

それを写す時間を特に与えるという教師もみられるが，生徒がそれらを考えることなしにただ写している間に説明を終わり，つぎに進んでいくという状況も多い。

これなどは非常に無駄なことをしている。たとえば，物の乏しかった頃においては教科書をきれいに使えと教えられた。つぎに譲ってもよいように書き込みも入れずに使った。書くことはすべてノートにと考えていた。

しかし現在ではそこまでする必要はない。教科書をノート代わりに使う方が良い。

もちろん演習にはノートは必要である。ここでいうノート代わりとは教科書の例題等は改めてノートに書き写すのではなく，教科書にないことを教師が板書したり，説明したときにそれを教科書の中に書き加えるという意味である。

筆者は年度の初めには必ず生徒たちに例題はノートに写すな，教科書をノート代わりに使え，と指示するが，それを守るものはあまり多くはない。すでに習慣づけられているのである。

物を粗末にしろと主張しているのではない。時間を大切にせよと主張しているのである。

もちろんノートに書くという事自体は無意味ではない。大変有効な意味を持っている。書きながら頭の中を整理し，理解を深めるということもある。

しかしそれは授業中ではなく家庭学習において，より効果の得られるものである。証明問題で仮定と結論を整理しながら書くとかで必要な場合もある。しかし教科書の例題であればそれらは直接教科書に書き込めばよいことである。

ただし先にも書いたが演習は別である。演習にノートは欠かせない。書き込みのできるような従来より余白の多い教科書と演習ノート，この二つが最も効果的であると考えられる。

§ 3. 公式のはたす役割

「公式」という言葉を広辞苑でひいてみると，（数）（formula） 数や式の間に成り立つ関係を表示した式。$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の類[4]とある。また数学小辞典によれば，計算の方法や法則を文字で書き表した式のこと[5]とある。

ここで考える公式とは少し広い意味になるかもしれないが教科書によっては枠で囲まれたものとか，太字で書かれている部分など，もしくは公式とうたってあるものなどを考えることにする。

まず2次不等式の公式をとりあげてみよう。

たとえば啓林館，[6]教研出版，[7]旺文社，[8]東京書籍[9]の4社の高等学校数学Ⅰの教科書を開いてみると，啓林館と教研出版はそれぞれ枠でかこみ，太字で表し，

A：$\alpha<\beta$ のとき

$(x-\alpha)(x-\beta)<0$ の解は　$\alpha<x<\beta$
$(x-\alpha)(x-\beta)>0$ の解は　$x<\alpha, \beta<x$

とあるのに対して

東京書籍のものは，$D>0$ の場合の２次不等式の解（の公式）として枠でかこんで

B：$a>0$ で　２次方程式　$ax^2+bx+c=0$　が異なる２つの実数解 α, β をもつとき $\alpha<\beta$ とすれば

(1) $ax^2+bx+c>0$　の解は　$x<\alpha,\ \beta<x$
(2) $ax^2+bx+c<0$　の解は　$\alpha<x<\beta$

などとなっている。

旺文社のものは，ダラダラと説明したのちに

C：$a>0$ のとき　以上をまとめるとつぎのようになる。ただし $\alpha<\beta$ とする

	D＞0	D＝0	D＜0
$ax^2+bx+c=0$	……	……	……
$ax^2+bx+c>0$	$x<\alpha,\ x>\beta$	……	……
$ax^2+bx+c<0$	$\alpha<x<\beta$	……	……

となっている。

Ｂの型は教科書で20ページ位前の２次式の因数分解として枠でかこまれた公式

２次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の２つの解を α, β とすれば
２次式　ax^2+bx+c　は

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

と因数分解される

というのを用いているわけである。

この型の教科書を採用している学校ではつぎのような答案がよくみられる。

例．$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$
$x^2-4x+3=0$ とすると　$x=1, 3$　―――――（＊）
ゆえに　$x<1,\ x>3$

教科書には単純にたすきがけで因数分解できない２次式で，２次方程式の解の公式を用いて因数分解するタイプの例題が出ているのでそれにならってしまっているのであるが，最初にいくら注意しておいても何人かは，やはりこのような（＊）を含んだ書き方をしている。

すなわち因数分解するために用いた解の公式を必要のない段階に再び出している。使っているものをしっかりと把握していないままうろ覚えの答案，論理性のない答案を書いているのである。

これなどは教科書が絶対となっており，学習も教科書を中心になされているわけであると考えられ，このような弊害をおよぼす教科書の罪は非常に大きい。

この２次不等式の解の公式としては当然Ａの型にするべきである。Ａの型であれば，公式自体の証

明も単純であるし，いうまでもなくB，Cの型では証明は2段階にしなければならないし，2次式の因数分解は一応別の話である。いたずらに混乱を生むだけである。

公式には説明が簡単につくような単純さが望まれる。何度も述べるように子どもたちにとって教科書は絶対の存在であり，書き方には十分な注意が払わなければならない。

つぎに2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフについて考えてみよう。

先の4社の教科書とも枠に入れるなり，太字で表すなり，一様につぎのように書かれている。

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは $y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に $-\dfrac{b}{2a}$，　y 軸方向に $-\dfrac{b^2-4ac}{4ac}$ だけ平行移動した放物線である。

頂点の座標は $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

軸の方程式は　$x=-\dfrac{b}{2a}$

というものである。

いずれの教科書にも先に $y=a(x-p)^2+q$ についての説明がなされており，これを書くことは混乱を招くだけである。テストをしてみるとこれを公式としてとりあつかった答案を書く者も少なくない。

これなどは場に即応していない例である。いいかえれば使うべきでない公式であり，公式というのは場に即応している必要があると考えられる。

あえて場に即応させるならば，ax^2+bx+c を $a(x-p)^2+q$ の型に変形する過程をいうならば公式としたいところである。しかし公式の形には書きにくいというのであれば，例題の形でのみ載せるという方法もある。

三角関数の性質で $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$ などという公式についても同様なことがいえる。

ほとんどの教科書はこれらの結果を公式として枠でかこむなり，太字で書くなりしている。その結果生徒たちの中でそれらを丸暗記する者が少なくない。大変なエネルギーの浪費である。ここでも単位円での定義を用いての公式の思い出し方を前面に押し出すのが適当である。

二次関数の標準形への変形とか，三角関数の $\dfrac{\pi}{2}$ きざみの公式とかは，結果自体は強調せずに，公式の思い出し方自体をいわば公式とするのが適当である。教科書にもそのような書き方をする必要がある。そのことがその場に即応した考え方・扱い方を与えることになる。

従来の公式という枠にとらわれず，学習の進みやすいように配慮することが教科書にとって必要なのである。

話は少し古くなるが，対数関数における指標・仮数の話から桁数にもっていく話などは場に即応していないし，説明も簡単でなく，やはり現在のように説明を答案の中に含めた10進法の話からもっていくのが妥当であり，公式についても歴史的には改良が加えられているところもある。

以上のように公式としては少なくとも

(1)　不必要なことを用いないで説明も簡単につくように単純であること

(2)　覚えやすいこと

(3)　場に即応していること

が必要である。

これらのことはよく言われていることであるし，あたりまえのことであるが，ここに説明したような意味で徹底されてはいない。

§4. 数学教育の目的の一つである数学的な考え方の育成について

今日においては数学教育の目的として数学的な考え方の育成を否定することはできない。その数学的な考え方の分類を引用してみよう。[10]

A．数学的な考え方を生み出す背景となる考え方
　A－1　自主的に行動しようとする考え方
　A－2　合理的に行動しようとする考え方
　A－3　真理に基づいて行動しようとする考え方
　A－4　内容を明確にし，これを簡潔に表現しようとする考え方
　　…………………
B．思考のすすめ方，方法に関わる数学的な考え方
　B－1　思考の対象に対する面
　　・抽象化する考え　　・記号化する考え
　　・理想化する考え　　・単純化する考え
　　・形式化する考え　　………
　B－2　数学の構成，推論方法に関わる面
　　・公理的考え方　　・帰納的考え方
　　・類推的考え方　　・演えき的考え方
　　・拡張的考え方　　………
C．数学の内容と関わる数学的な考え方
　C－1　とらえ方に関わる面
　　・数，量，形に着目してとらえる考え
　　・集合，関数，確率……に着目してとらえる考え
　　…………………
　C－2　処理に関わる面
　　・方程式，不等式，……で処理する考え
　　・集合，関数，……で処理する考え
　　…………………

この分類における各々の細目は例示であり，すべてを列挙したものではないと断ってある。[10]

さて，このうちでB－2について考えてみると，これは明らかに創造性に関わる事項であり，発見法に関わるものである。すなわち発見法の類型的分析としてはつぎのようにまとめられている。[11]

(A) 帰納によるもの
(B) 演えきによるもの
(C) 発想によるもの

さらに(C)のなかでつぎが例示されている。

(C1) 類推によるもの
(C2) 普遍化によるもの
(C3) 極限化によるもの
(C4) システム化によるもの

いいかえれば数学的な考え方の育成には当然のことながら発見法の獲得ということも先のB．思考

のすすめ方に含まれているわけである。

発見への刺激となる素材は（1群）既知の理論や法則と（2群）なまの事実　の2種類に分類され，(A)(C1)(C2)は1群に属し，(B)(C3)(C4)は2群に属する。2群においては新しい観点からなまな所与の要素の関係を見い出すということが特徴であり，1群ではそれまでにできあがっている知識の体系をもとにして推理する点で過去の歴史が重要な役割をもっている。[12]

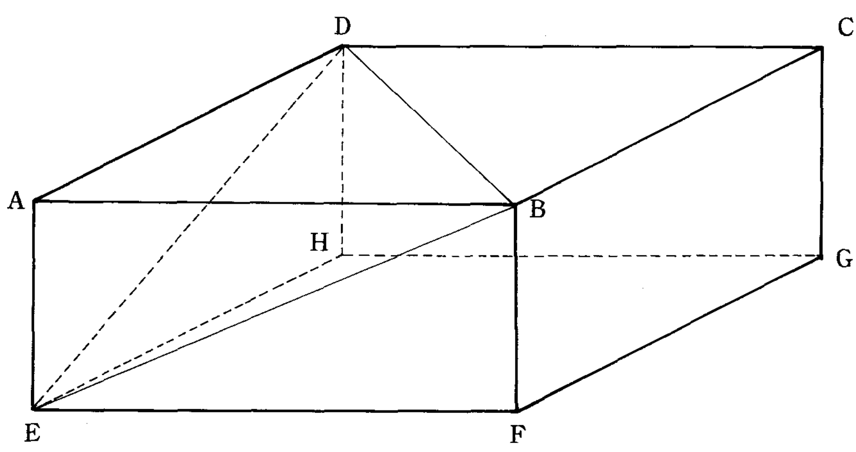
創造性についてはこれまで「創造とは既存の素材を新しく組み合せて，新しいアイデアをつくり出すことである」という考え方と「創造とは歴史的な過去を受けついで，これを新しい条件の下で未来に向って変換再構成してゆくことである」という考え方が対立しているが，創造を可能にするものとしてこれらはそもそも「あれかこれか」ではなく「あれもこれも」なのである。そして両者に共通するものこそ「素材の新しい組み合わせ」「新しい理論への変換再構成」をまさに可能にする「新しい観点の発見」なのである。[13]

そしてさらにこの「新しい観点の発見」はどのようにして可能なのかを問われるならば，それに対して汎通的一義的な答えはないといわざるをえない。発見の方法や技法は発見に向ってある指針を与える上で有効であり，それゆえに研究に値するが，それにもかかわらず創造的発見の究極にあるものは個人的な行為であり，「創造の一義的な機械的方法」「発見のアルゴリズム」というものは存在しないであろう[14]と述べられている。

そういう意味において「新しい観点の発見」を個々において論ずることに意味がでてくる。

従来のままの公式では数学的な考え方に含まれる発見のための方法の育成の妨げとなる場合もでているし，発見のための方法を伸ばそうとするとき，教科書に対する盲信性，追従性を考えに入れると従来の公式のイメージを変える必要も出てくるのである。

たとえば下図において三角すい BDE−A の体積として考えさせるということが，最初から三角すい ABD−E の体積として考えさせるということに，どこを底面にとるかを判断させることを加える



ことが観点の移動を要求するものであり，2次不等式において

$$(x-\alpha)(x-\beta)>0$$

からだけの答えを要求するのでなく，一段階前の

$$ax^2+bx+c>0$$

の形からの問題にするということと同様に，発想の転換，観点の移動という見方を問いかけながらの

流れであるという点において，数学的な考え方を考える場合に大きな役割を果たしてくる。

すべて「自分の頭で考える」ということを根底におくことが大切である。公式として利用するということは時間を節約しているだけのことにすぎない。公式もできるだけ自分で証明できることが望ましいし，そのためには他の公式も用いた上での公式というものは敬遠し，できるだけストレートに適用できるものであってよい。そうすることが考えることに幅を生むのである。

公式とは式変形や操作がパターン化しており，たびたび説明をつけるのが面倒である場合に用いられるべきである。したがって§3で述べたようにたくさんのことを用いないで説明も簡単につくように単純であるべきである。裏がえせば，何を用いたかが常に把握できることが望ましい。

問題解決のためのテクニックを教えるのか，数学的な考え方を教えるのか，両者は相反するようであるが，この二つは切り離して考えられるべきものではなく，裏でつながるような公式のとり扱い方が必要である。

図形のベクトル方程式について考えてみよう。

ベクトル方程式で用いられている性質はベクトルの平行条件と垂直条件である。すなわち

$$\overrightarrow{\square P} \parallel \overrightarrow{\triangle\bigtriangledown} \iff \overrightarrow{\square P} = \lambda \overrightarrow{\triangle\bigtriangledown}$$

$$\overrightarrow{\square P} \perp \overrightarrow{\triangle\bigtriangledown} \iff \overrightarrow{\square P} \cdot \overrightarrow{\triangle\bigtriangledown} = 0$$

の二つである。この二つをベクトル方程式の素（モト）と呼ぶことにしよう。

高校におけるベクトル方程式には，（円，球面のベクトル方程式を別として）これ以外のことは使われていない。しかし現実には今の見方，考え方がすべてであるかのような錯覚を起こさせるふんい気がある。そのような教科書の書き方がしてある。

何を使っているかを平素より明らかにしておくことが，他に調べ方はないかとの発展性を生み出すのである。

子どもたちは証明問題に極めて弱い。その原因の一つとして仮定と結論が整理できないということがあげられるが，普段より何を使っているかを明らかにしていないことがそのことを助長させるのである。

「素」には何を使ったかを考えることが問題解決のためのテクニックであると同時に，内容を明確にし，これを簡潔に表現しようとする考え方等の数学的な考え方を生かす道なのである。

その他の単元においても，たとえば指数関数・対数関数の単元では計算法則とグラフのみを用いて考えているということなど，それぞれの単元で考えていること，使っていること全体をもっと整理しながら把握していく必要がある。

公式の思い出し方とか，式変形自体とかを考慮に入れた公式，それは「素」と呼ぶべきものかも知れないが，この素と呼ばれるものを前面に押し出した教科書の作成が望まれる。

§5．おわりに

ここまでに述べてきたことは，教師の責任において授業で十分にカバーできるという感じがするかもしれないが，実際に授業を展開してみるとなかなか思うようにはいかない。「百聞は一見にしかず」ということもあり，やはり教科書の力は偉大である。

また素を前面に押し出すというのは，教科書の本文中のことであり，練習問題等では当然素を隠し，それを見つけさせることはいうまでもない。

もちろん，何も強調しないという教科書の作り方もあろう。しかし何かを強調する作り方をするのであれば，子どもたちが学習しやすいようにすることが必要である。

いたずらに結果だけを強調することは，ものを考える人間に育てることに通じない。すなわち数学的な考え方をないがしろにするものである。

ここで論じていることは公式（ここでは素とも言ったが）であるための必要条件であり，十分条件ではないことを注意しておく。

さらには教科書のあり方を抜きにしての議論なので，いささか不十分ではあるが，本稿は教科書のあり方そのものをさぐるというよりは，現在の教科書の欠点を考えることにより，今後数学教育における教科書のあり方をさぐるための第一歩としたいと思うものである。

引用・参考文献

(1) 山住正己『教科書と教師の責任』，国土社，1974，p. 9

(2) 古藤怜『数学科における学習指導』，共立出版，1982，pp. 105-106

(3) 前掲(2)，p. 109

(4) 新村出『広辞苑，第二版補訂版』，岩波書店，1977

(5) 矢野健太郎『数学小辞典』，共立出版，1968

(6) 吉田耕作等『高等学校数学Ⅰ』教科書S59年度用，新興出版社啓林館

(7) 高橋睦男等『高等学校数学Ⅰ』教科書S59年度用，数研出版

(8) 小松勇作等『高等学校数学Ⅰ』教科書S59年度用，旺文社

(9) 小平邦彦等『高等学校数学Ⅰ』教科書S59年度用，東京書籍

(10) 石田忠男「算数・数学教育の目的について(Ⅱ)――数理思想の開発と数学的な考え方の育成――」『数学教育学研究紀要』，第6号，1982，pp. 12-13

(11) 伊藤俊太郎「科学における創造性」『創造の理論と方法』，共立出版，1983，pp. 76-81

(12) 前掲(11)，pp. 81-82

(13) 前掲(11)，p. 82

(14) 前掲(11)，p. 82

（昭和61年10月15日受付）

Basic programming for module generators of certain algebras

Etsuo SAKO

In this paper we establish the basic programming for module generators of certain algebras. And using this, we determine the cohomology algebra $H^*(\tilde{E}_6 ; Z_3)$ where $\tilde{E}_6$ is a 3-connective fiber space over the compact exceptional Lie group E_6.

§ 1. Introduction

Let K be a field of characteristic $p(\neq 0)$. As is well known, the cohomology algebra $H^*(X ; K)$ is a tensor product of some truncated polynomial algebras, some polynomial algebras and some exterior algebras.

For example, we have ([1])

(1.1) $$H^*(E_6 ; Z_3) \cong Z_3[x_8] / (x_8^3) \otimes \Lambda (x_3, x_7, x_9, x_{11}, x_{15}, x_{17}),$$

where E_6 is a 1-connected, simple, exceptional Lie group.

There are following module generators of the above algebra.

(1.2) Table. 1

dimension	generators		
3	x_3		
7	x_7		
8	x_8		
9	x_9		
10	x_3x_7		
11	x_{11}	x_3x_8	
12	x_3x_9		
14	x_3x_{11}		
15	x_{15}	x_7x_8	
16	x_8^2	x_7x_9	
17	x_{17}	x_8x_9	
18	$x_3x_7x_8$	x_3x_{15}	x_7x_{11}
19	$x_3x_7x_9$	$x_3x_8^2$	x_8x_{11}
20	$x_3x_8x_9$	x_3x_{17}	x_9x_{11}
21	$x_3x_7x_{11}$		
22	$x_3x_8x_{11}$	x_7x_{15}	
23	$x_3x_9x_{11}$	$x_7x_8^2$	x_8x_{15}
24	$x_7x_8x_9$	x_7x_{17}	x_9x_{15}

25	$x_3x_7x_{15}$	$x_8^2x_9$	x_8x_{17}				
26	$x_3x_7x_8^2$	$x_3x_8x_{15}$	$x_7x_8x_{11}$	x_9x_{17}	$x_{11}x_{15}$		
27	$x_3x_7x_8x_9$	$x_3x_7x_{17}$	$x_3x_9x_{15}$	$x_7x_9x_{11}$	$x_8^2x_{11}$		
28	$x_3x_8^2x_9$	$x_3x_8x_{17}$	$x_8x_9x_{11}$	$x_{11}x_{17}$			
29	$x_3x_7x_8x_{11}$	$x_3x_9x_{17}$	$x_3x_{11}x_{15}$				
30	$x_3x_7x_9x_{11}$	$x_3x_8^2x_{11}$	$x_7x_8x_{15}$				
31	$x_3x_8x_9x_{11}$	$x_3x_{11}x_{17}$	$x_7x_9x_{15}$	$x_8^2x_{15}$			
32	$x_7x_8^2x_9$	$x_7x_8x_{17}$	$x_8x_9x_{15}$	$x_{15}x_{17}$			
33	$x_3x_7x_8x_{15}$	$x_7x_9x_{17}$	$x_7x_{11}x_{15}$	$x_8^2x_{17}$			
34	$x_3x_7x_9x_{15}$	$x_3x_8^2x_{15}$	$x_7x_8^2x_{11}$	$x_8x_9x_{17}$	$x_8x_{11}x_{15}$		
35	$x_3x_7x_8^2x_9$	$x_3x_7x_8x_{17}$	$x_3x_8x_9x_{15}$	$x_3x_{15}x_{17}$	$x_7x_8x_9x_{11}$	$x_7x_{11}x_{17}$	$x_9x_{11}x_{15}$
36	$x_3x_7x_9x_{17}$	$x_3x_7x_{11}x_{15}$	$x_3x_8^2x_{17}$	$x_8^2x_9x_{11}$	$x_8x_{11}x_{17}$		
37	$x_3x_7x_8^2x_{11}$	$x_3x_8x_9x_{17}$	$x_3x_8x_{11}x_{15}$	$x_9x_{11}x_{17}$			
38	$x_3x_7x_8x_9x_{11}$	$x_3x_7x_{11}x_{17}$	$x_3x_9x_{11}x_{15}$	$x_7x_8^2x_{15}$			
39	$x_3x_8^2x_9x_{11}$	$x_3x_8x_{11}x_{17}$	$x_7x_8x_9x_{15}$	$x_7x_{15}x_{17}$			
40	$x_3x_9x_{11}x_{17}$	$x_7x_8^2x_{17}$	$x_8^2x_9x_{15}$	$x_8x_{15}x_{17}$			
41	$x_3x_7x_8^2x_{15}$	$x_7x_8x_9x_{17}$	$x_7x_8x_{11}x_{15}$	$x_9x_{15}x_{17}$			
42	$x_3x_7x_8x_9x_{15}$	$x_3x_7x_{15}x_{17}$	$x_7x_9x_{11}x_{15}$	$x_8^2x_9x_{17}$	$x_8^2x_{11}x_{15}$		
43	$x_3x_7x_8^2x_{17}$	$x_3x_8^2x_9x_{15}$	$x_3x_8x_{15}x_{17}$	$x_7x_8^2x_9x_{11}$	$x_7x_8x_{11}x_{17}$	$x_8x_9x_{11}x_{15}$	$x_{11}x_{15}x_{17}$
44	$x_3x_7x_8x_9x_{17}$	$x_3x_7x_8x_{11}x_{15}$	$x_3x_9x_{15}x_{17}$	$x_7x_9x_{11}x_{17}$	$x_8^2x_{11}x_{17}$		
45	$x_3x_7x_9x_{11}x_{15}$	$x_3x_8^2x_9x_{17}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{15}$	$x_8x_9x_{11}x_{17}$			
46	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}$	$x_3x_7x_8x_{11}x_{17}$	$x_3x_8x_9x_{11}x_{15}$	$x_3x_{11}x_{15}x_{17}$			
47	$x_3x_7x_9x_{11}x_{17}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{17}$	$x_7x_8^2x_9x_{15}$	$x_7x_8x_{15}x_{17}$			
48	$x_3x_8x_9x_{11}x_{17}$	$x_7x_9x_{15}x_{17}$	$x_8^2x_{15}x_{17}$				
49	$x_7x_8^2x_9x_{17}$	$x_7x_8^2x_{15}x_{17}$	$x_8x_9x_{15}x_{17}$				
50	$x_3x_7x_8^2x_9x_{15}$	$x_3x_7x_8x_{15}x_{17}$	$x_7x_8x_9x_{11}x_{15}$	$x_7x_{11}x_{15}x_{17}$			
51	$x_3x_7x_9x_{15}x_{17}$	$x_3x_8^2x_{15}x_{17}$	$x_7x_8^2x_{11}x_{17}$	$x_8^2x_9x_{11}x_{15}$	$x_8x_{11}x_{15}x_{17}$		
52	$x_3x_7x_8^2x_9x_{17}$	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{15}$	$x_3x_8x_9x_{15}x_{17}$	$x_7x_8x_9x_{11}x_{17}$	$x_9x_{11}x_{15}x_{17}$		
53	$x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{15}$	$x_3x_7x_{11}x_{15}x_{17}$	$x_8^2x_9x_{11}x_{17}$				
54	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{17}$	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{15}$	$x_3x_8x_{11}x_{15}x_{17}$				
55	$x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{17}$	$x_3x_9x_{11}x_{15}x_{17}$	$x_7x_8^2x_{15}x_{17}$				
56	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{17}$	$x_7x_8x_9x_{15}x_{17}$					
57	$x_8^2x_9x_{15}x_{17}$						
58	$x_3x_7x_8^2x_{15}x_{17}$	$x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}$	$x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17}$				
59	$x_3x_7x_8x_9x_{15}x_{17}$	$x_7x_9x_{11}x_{15}x_{17}$	$x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}$				
60	$x_3x_8^2x_9x_{15}x_{17}$	$x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17}$	$x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}$				
61	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}$	$x_3x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17}$					
62	$x_3x_7x_9x_{11}x_{15}x_{17}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}$					
63	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17}$	$x_3x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}$					
64	$x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17}$						
66	$x_7x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}$						
67	$x_3x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17}$	$x_7x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}$					
68	$x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}$						

69 $x_3 x_7 x_8^2 x_{11} x_{15} x_{17}$

70 $x_3 x_7 x_8 x_9 x_{11} x_{15} x_{17}$

71 $x_3 x_8^2 x_9 x_{11} x_{15} x_{17}$

75 $x_7 x_8^2 x_9 x_{11} x_{15} x_{17}$

78 $x_3 x_7 x_8^2 x_9 x_{11} x_{15} x_{17}$

Let $\tilde{E}_6$ be a 3-connective fiber space over E_6. So we have a fibering

(1.3) $$K(Z,2) \rightarrow \tilde{E}_6 \rightarrow E_6.$$

We consider the Serre cohomology spectral sequence $\{E_r^{**}, d_r\}$ with Z_3-coefficients associated with (1.3).

At this time we need module generators in (1.2), but it is not easy to enumerate such generators.

In this paper we establish the basic programming for module generators of such algebras. And we determine the cohomology algebra $H^*(\tilde{E}_6; Z_3)$.

§ 2. Method and program list

The only important thing is how to represent these generators.
For example, we consider the algebra $\Lambda(x_3, x_9) \otimes P[x_8, x_{12}]/(x_8^4, x_{12}^3)$.
We represent these module generators as follows.

Notation: N = the number of algebra generators

$B(q)$ = the generator x_q of degree q

$H(q)$ = (height of $B(q)$) - 1

$L1 = \Pi_{q=1}^{N} (H(q)+1)$

$L2 = \Sigma_{q=1}^{N} H(q)$

$J(N)=1 : J(q) = J(q+1)\cdot(H(q)+1)$

$S(1)=1$; $E(1)=H(1) : K(0)=1 : K(1)=H(1)+1$

$E(q)=\Sigma^{q}_{=1} H(i) : S(q)=E(q-1)+1 : K(q)=\Pi^{q}_{=1} (H(i)+1)$

Table.2

	S(1)=E(1)	S(2)		E(2)	S(3)=E(3)	S(4)	E(4)=L2
	3	8	8	8	9	12	12
J(4)×1	0	0	0	0	0	0	0
J(4)×2	0	0	0	0	0	1	0
J(3)×1 J(4)×(H(4)+1)	0	0	0	0	0	1	1
	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	1	1	0
J(2)×1 J(3)×(H(3)+1)	0	0	0	0	1	1	1
	0	1	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	1	0
	0	1	0	0	0	1	1
	0	1	0	0	1	0	0

	0	1	0	0	1	1	0
↑J(2)×2	0	1	0	0	1	1	1
	0	1	1	0	0	0	0
	0	1	1	0	0	1	0
	0	1	1	0	0	1	1
	0	1	1	0	1	0	0
	0	1	1	0	1	1	0
↑J(2)×3	0	1	1	0	1	1	1
	0	1	1	1	0	0	0
	0	1	1	1	0	1	0
	0	1	1	1	0	1	1
	0	1	1	1	1	0	0
	0	1	1	1	1	1	0
↑J(1)×1 ↑J(2)×(H(2)+1)	0	1	1	1	1	1	1
	1	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	1	0
	1	0	0	0	0	1	1
	1	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	0	1	1	0
	1	0	0	0	1	1	1
	1	1	0	0	0	0	0
	1	1	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	0	1	1
	1	1	0	0	1	0	0
	1	1	0	0	1	1	0
	1	1	0	0	1	1	1
	1	1	1	0	0	0	0
	1	1	1	0	0	1	0
	1	1	1	0	0	1	1
	1	1	1	0	1	0	0
	1	1	1	0	1	1	0
	1	1	1	0	1	1	1
	1	1	1	1	0	0	0
	1	1	1	1	0	1	0
	1	1	1	1	0	1	1
	1	1	1	1	1	0	0
	1	1	1	1	1	1	0
↑J(1)×(H(1)+1)	1	1	1	1	1	1	1
	K(1)-block	K(2)-block			K(3)-block	K(4)block	

⇨represent a generrator $x_3x_8x_9x_{12}^2$

Thus, we have a part of list.

Table.3

```
480  FOR Q=1 TO N
490  W=S(Q)-E(Q-1)
500  FOR T=S(Q) TO E(Q)
510  FOR R=1 TO K (Q-1)
520  FOR P= 1 TO H(Q)+1
530  FOR S=J(Q-1)*(R-1)+J(Q)*(P-1)+1 TO J(Q-1)*(R-1)+J(Q)*P
540  IF P<=W THEN A%(S,T)=0
550  IF P>W THEN A%(S,T)=1
560  NEXT S
570  NEXT P
580  NEXT R
590  W=W+1
600  NEXT T
610  NEXT Q
```

We list here the whole program (for NEC PC-9801).

Table.4

```
10 REM Basic programing for additive generator of certain algebra
20 PRINT " For example E(3,9)*P(8,12)/(8^3)      "
30 PRINT "          E( ):exterior algebra,  P( ):polynomial algebra"
40 PRINT "   number of algebra generators  =  4"
50 PRINT "   dimension of each generator and its height-1 ( dimension, height-1)"
60 PRINT "            3,1
70 PRINT "            8,2
80 PRINT "            9,1
90 PRINT "           12,0
100 INPUT "   number of algebra generators  =   ";N
110 LPRINT "   number of algebra generators  =   ";N
120 DIM B(N),H(N),S(N),E(N),K(N)
130 FOR Q=1 TO N
140 INPUT "   dimension of each generator and its height-1 ( dimension, height-1)" ;B(Q),H(Q)
150 LPRINT "   dimension of each generator and its height-1 ( dimension, height-1)" ;B(Q),H(Q)
160 NEXT Q
170 INPUT " desired max dimension ?                 ";M
180 V=1
190 FOR Q=1 TO N
200 V=V*H(Q)
210 NEXT Q
220 IF V=0 AND M=0 THEN 230 ELSE 240
230 PRINT " once more, max dimension    " :GOTO 170
240 MK=0
250 FOR Q=1 TO N
260 MK=MK+B(Q)*H(Q)
270 NEXT Q
280 IF M=0 THEN M=MK
290 LPRINT " desired max dimension      ";M
300 LPRINT:LPRINT
310 FOR Q=1 TO N
320 IF H(Q)=0 THEN H(Q)=INT(M/B(Q))+1 :GOTO 340
330 IF H(Q)>INT(M/B(Q))+1 THEN H(Q)=INT(M/B(Q))+1
340 NEXT Q
350 L1=1:L2=0
360 FOR Q=1 TO N
370 L1=L1*(H(Q)+1):L2=L2+H(Q)
380 NEXT Q
390 DIM A%(L1,L2),J(N),D(L1)
400 J(N)=1
410 FOR Q=N-1 TO 0 STEP -1
420 J(Q)=J(Q+1)*(H(Q+1)+1)
430 NEXT Q
440 S(1)=1:E(1)=H(1):K(1)=H(1)+1:K(0)=1
450 FOR Q=2 TO N
```

```
460 S(Q)=E(Q-1)+1:E(Q)=E(Q-1)+H(Q):K(Q)=K(Q-1)*(H(Q)+1)
470 NEXT Q
480 FOR Q=1 TO N
490 W=S(Q)-E(Q-1)
500 FOR T=S(Q) TO E(Q)
510 FOR R=1 TO K(Q-1)
520 FOR P= 1 TO H(Q)+1
530 FOR S=J(Q-1)*(R-1)+J(Q)*(P-1)+1 TO J(Q-1)*(R-1)+J(Q)*P
540 IF P<=W THEN A%(S,T)=0
550 IF P>W THEN A%(S,T)=1
560 NEXT S
570 NEXT P
580 NEXT R
590 W=W+1
600 NEXT T
610 NEXT Q
620 FOR S=1 TO L1
630 D(S)=0
640 FOR Q=1 TO N
650 FOR T=S(Q) TO E(Q)
660 D(S)=D(S)+B(Q)*A%(S,T)
670 NEXT T
680 NEXT Q
690 NEXT S
700 FOR T=1 TO L2
710 FOR Q=1 TO N
720 IF S(Q)<=T AND T<=E(Q) THEN Q1=Q
730 NEXT Q
740 NEXT T
750 PRINT:PRINT
760 FOR X=1 TO M
770 LPRINT " dimension = ";X
780 FOR S=1 TO L1
790 IF X=D(S) THEN 810
800 GOTO 920
810 LPRINT "                  ";
820 FOR T=1 TO L2
830 IF A%(S,T)=0 THEN 890
840 FOR Q=1 TO N
850 IF S(Q)<=T AND T<=E(Q) THEN Q1=Q
860 NEXT Q
870 LPRINT USING "###·";B(Q1);
880 GOTO 900
890 LPRINT "   ·";
900 NEXT T
910 LPRINT
920 NEXT S
930 LPRINT
940 NEXT X
950 END
```

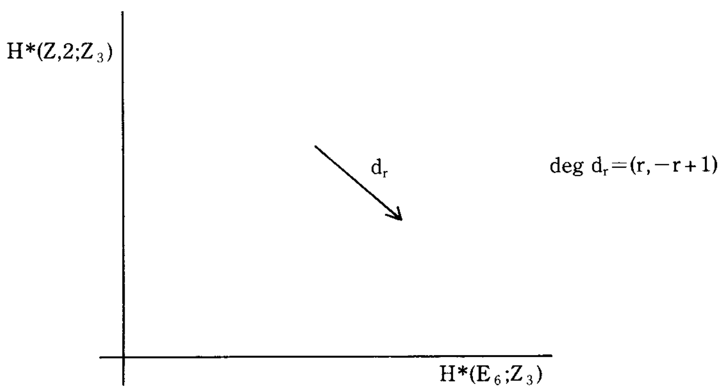
§ 3. The cohomology algebra $H^*(\tilde{E}_6; Z_3)$

Let $\{E_r^*, d_r\}$ be the Serre cohomology spectral sequence with Z_3- coefficents associated with (1,3). That is,

$E_2^* \cong H^*(E_6; Z_3) \otimes H^*(Z,2; Z_3)$, $E_\infty^* \cong GrH^*(\tilde{E}_6; Z_3)$

where $H^*(Z,2; Z_3) \cong Z_3[u]$ with $\deg u = 2$, and $H^*(E_6; Z_3)$ is given in (1,1). And we know

$P^1 x_3 = x_7$, $\beta x_7 = x_8$, $P^1 x_{11} = x_{15}$.



Since E_6 is 3−connective, we have $d_3(1 \otimes u) = x_3 \otimes 1$, and hence

$d_3(1 \otimes u^n) = n(x_3 \otimes u^{n-1})$, $d_3(a \otimes u^n) = (-1)^{|a|} n(x_3 a \otimes u^{n-1})$.

And so $E_4^* \cong Z_3[1 \otimes u^3] \otimes \Lambda(x_3 \otimes u^2) \otimes Z_3[x_8]/(x_8^3) \otimes \Lambda(x_7, x_9, x_{11}, x_{15}, x_{17})$.

(See Table. 5)

For dimensional reasons $d_4 = 0$ and so $E_4^{p,q} \cong E_5^{p,q}$. Then by Kudo's transgression theorem [2] we have

$d_5(x_3 \otimes u^2) = \beta P^1 x_3 \otimes 1 = \beta x_7 \otimes 1 = x_8 \otimes 1$,

and hence $d_5(x_3 \otimes u^{2+3m}) = x_8 \otimes u^{3m}$,

$d_5(x_3 a \otimes u^{2+3m}) = x_8 a \otimes u^{3m}$.

And so $E_6^* \cong Z_3[1 \otimes u^3] \otimes \Lambda(x_3 x_8^2 \otimes u^2) \otimes \Lambda(x_7, x_9, x_{11}, x_{15}, x_{17})$.(See Table. 6)

For dimensional reasons $d_6 = 0$ and so $E_6^* = E_7^*$. Since d_r commutes with P^1 we have

$d_7(1 \otimes u^3) = d_7(1 \otimes P^1 u) = P^1 x_3 \otimes 1 = x_7 \otimes 1$,

and hence $d_7(1 \otimes u^{3n}) = n(x_7 \otimes u^{3(n-1)})$,

$d_7(a \otimes u^{3n}) = (-1)^{|a|} n(x_7 a \otimes u^{3(n-1)})$,

and $d_7(a \otimes u^{2+3n}) = (-1)^{|a|} n(x_7 a \otimes u^{3n-1})$.

And so $E_8^* = Z_3[1 \otimes u^9] \otimes \Lambda(x_7 \otimes u^6, x_3 x_8^2 \otimes u^2) \otimes \Lambda(x_9, x_{11}, x_{15}, x_{17})$.(See Table. 7)

For dimensional reasons $d_r = 0$ for $r \geqq 8$.

Thus we have

Theorem.

$H^*(\tilde{E}_6; Z_3) \cong Z_3[y_{18}] \otimes \Lambda(y_{19}, y_{23}) \otimes \Lambda(x_9, x_{11}, x_{15}, x_{17})$.

Table. 5

dimension	generators				
3	$x_3 \otimes u^{3n+2}$		$1 \otimes u^{3n}$		
7	$x_7 \otimes u^{3n}$				$E_4^* \cong E_5^*$
8	$x_8 \otimes u^{3n}$				
9	$x_9 \otimes u^{3n}$				
10	$x_3x_7 \otimes u^{3n+2}$				
11	$x_{11} \otimes u^{3n}$	$x_3x_8 \otimes u^{3n-2}$			
12	$x_3x_9 \otimes u^{3n+2}$				
14	$x_3x_{11} \otimes u^{3n-2}$				
15	$x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_7x_8 \otimes u^{3n}$			
16	$x_8^2 \otimes u^{3n}$	$x_7x_9 \otimes u^{3n}$			
17	$x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8x_9 \otimes u^{3n}$			
18	$x_3x_7x_8 \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_{11} \otimes u^{3n}$		
19	$x_3x_7x_9 \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2 \otimes u^{3n+2}$	$x_8x_{11} \otimes u^{3n}$		
20	$x_3x_8x_9 \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_9x_{11} \otimes u^{3n}$		
21	$x_3x_7x_{11} \otimes u^{3n+2}$				
22	$x_3x_8x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_{15} \otimes u^{3n}$			
23	$x_3x_9x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8^2 \otimes u^{3n}$	$x_8x_{15} \otimes u^{3n}$		
24	$x_7x_8x_9 \otimes u^{3n}$	$x_7x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_9x_{15} \otimes u^{3n}$		
25	$x_3x_7x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_8^2x_9 \otimes u^{3n}$	$x_8x_{17} \otimes u^{3n}$		
26	$x_3x_7x_8^2 \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_{11} \otimes u^{3n}$	$x_9x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$
27	$x_3x_7x_8x_9 \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_9x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_9x_{11} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_{11} \otimes u^{3n}$
28	$x_3x_8^2x_9 \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_8x_9x_{11} \otimes u^{3n}$	$x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	
29	$x_3x_7x_8x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_9x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$		
30	$x_3x_7x_9x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_{15} \otimes u^{3n}$		
31	$x_3x_8x_9x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_{11}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_9x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_{15} \otimes u^{3n}$	
32	$x_7x_8^2x_9 \otimes u^{3n}$	$x_7x_8x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8x_9x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	
33	$x_3x_7x_8x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_9x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_7x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_{17} \otimes u^{3n}$	
34	$x_3x_7x_9x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8^2x_{11} \otimes u^{3n}$	$x_8x_9x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$
35	$x_3x_7x_8^2x_9 \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_8x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_9x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_9x_{11} \otimes u^{3n}$
	$x_7x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$			
36	$x_3x_7x_9x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_8^2x_9x_{11} \otimes u^{3n}$	$x_8x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$
37	$x_3x_7x_8^2x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_9x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	
38	$x_3x_7x_8x_9x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_{11}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n-2}$	$x_7x_8^2x_{15} \otimes u^{3n}$	
39	$x_3x_8^2x_9x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_{11}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_9x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_7x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	
40	$x_3x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_7x_8^2x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_9x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_8x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	
41	$x_3x_7x_8^2x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_9x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_7x_8x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	
42	$x_3x_7x_8x_9x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_9x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$
43	$x_3x_7x_8^2x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_9x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8^2x_9x_{11} \otimes u^{3n}$	$x_7x_8x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$
	$x_8x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$			
44	$x_3x_7x_8x_9x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_8x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$
45	$x_3x_7x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_9x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_8x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	

46	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_8x_{11}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	
47	$x_3x_7x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8^2x_9x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_7x_8x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	
48	$x_3x_8x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$		
49	$x_7x_8^2x_9x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_7x_8^2x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$		
50	$x_3x_7x_8^2x_9x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_8x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_7x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	
51	$x_3x_7x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_{15}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_7x_8^2x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_8x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$
52	$x_3x_7x_8^2x_9x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$
53	$x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_7x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_8^2x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$		
54	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$		
55	$x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_7x_8^2x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$		
56	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_7x_8x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$			
57	$x_8^2x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$				
58	$x_3x_7x_8^2x_{15}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n}$	$x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$		
59	$x_3x_7x_8x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8^2x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$		
60	$x_3x_8^2x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n}$	$x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$		
61	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15} \otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n-2}$			
62	$x_3x_7x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$			
63	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17} \otimes u^{3n-2}$	$x_3x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$			
64	$x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$				
66	$x_7x_8^2x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$				
67	$x_3x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$	$x_7x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$			
68	$x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$				
69	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n-2}$				
70	$x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$				
71	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n+2}$				
75	$x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n}$				
78	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17} \otimes u^{3n-2}$				

Table.6

dimension	generators	
	$1 \otimes u^{3n}$	
		$E_6^* \cong E_7^*$
3	$\cancel{x_3}$	
7	$x_7 \otimes u^{3n}$	
8	$\cancel{x_8}$	
9	$x_9 \otimes u^{3n}$	
10	$\cancel{x_3x_7}$	
11	$x_{11} \otimes u^{3n}$	$\cancel{x_3x_8}$
12	$\cancel{x_3x_9}$	
14	$\cancel{x_3x_{11}}$	
15	$x_{15} \otimes u^{3n}$	$\cancel{x_7x_8}$
16	$\cancel{x_8^2}$	$x_7x_9 \otimes u^{3n}$
17	$x_{17} \otimes u^{3n}$	$\cancel{x_8x_9}$

18	$\cancel{x_3x_7x_8}$	$\cancel{x_3x_{15}}$	$x_7x_{11}\otimes u^{3n}$		
19	$\cancel{x_3x_7x_9}$	$x_3x_8^2\otimes u^{3n-2}$	$\cancel{x_8x_{11}}$		
20	$\cancel{x_3x_8x_9}$	$\cancel{x_3x_{17}}$	$x_9x_{11}\otimes u^{3n}$		
21	$\cancel{x_3x_7x_{11}}$				
22	$\cancel{x_3x_8x_{11}}$	$x_7x_{15}\otimes u^{3n}$			
23	$\cancel{x_3x_9x_{11}}$	$\cancel{x_7x_8^2}$	$\cancel{x_8x_{15}}$		
24	$\cancel{x_7x_8x_9}$	$x_7x_{17}\otimes u^{3n}$	$x_9x_{15}\otimes u^{3n}$		
25	$\cancel{x_3x_7x_{15}}$	$\cancel{x_8^2x_9}$	$\cancel{x_8x_{17}}$		
26	$x_3x_7x_8^2\otimes u^{3n-2}$	$\cancel{x_3x_8x_{15}}$	$\cancel{x_7x_8x_{11}}$	$x_9x_{17}\otimes u^{3n}$	$x_{11}x_{15}\otimes u^{3n}$
27	$\cancel{x_3x_7x_8x_9}$	$\cancel{x_3x_7x_{17}}$	$\cancel{x_3x_9x_{15}}$	$x_7x_9x_{11}\otimes u^{3n}$	$\cancel{x_8^2x_{11}}$
28	$x_3x_8^2x_9\otimes u^{3n-2}$	$\cancel{x_3x_8x_{17}}$	$\cancel{x_8x_9x_{11}}$	$x_{11}x_{17}\otimes u^{3n}$	
29	$\cancel{x_3x_7x_8x_{11}}$	$\cancel{x_3x_9x_{17}}$	$\cancel{x_3x_{11}x_{15}}$		
30	$\cancel{x_3x_7x_9x_{11}}$	$x_3x_8^2x_{11}\otimes u^{3n-2}$	$\cancel{x_7x_8x_{15}}$		
31	$\cancel{x_3x_8x_9x_{11}}$	$\cancel{x_3x_{11}x_{17}}$	$x_7x_9x_{15}\otimes u^{3n}$	$\cancel{x_8^2x_{15}}$	
32	$\cancel{x_7x_8^2x_9}$	$\cancel{x_7x_8x_{17}}$	$\cancel{x_8x_9x_{15}}$	$x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$	
33	$\cancel{x_3x_7x_8x_{15}}$	$x_7x_9x_{17}\otimes u^{3n}$	$x_7x_{11}x_{15}\otimes u^{3n}$	$\cancel{x_8^2x_{17}}$	
34	$\cancel{x_3x_7x_9x_{15}}$	$x_3x_8^2x_{15}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{11}}$	$\cancel{x_8x_9x_{17}}$	$\cancel{x_8x_{11}x_{15}}$
35	$x_3x_7x_8^2x_9\otimes u^{3n}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{17}}$	$\cancel{x_3x_8x_9x_{15}}$	$\cancel{x_3x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{11}}$
	$x_7x_{11}x_{17}\otimes u^{3n}$	$x_9x_{11}x_{15}\otimes u^{3n}$			
36	$\cancel{x_3x_7x_9x_{17}}$	$\cancel{x_3x_7x_{11}x_{15}}$	$x_3x_8^2x_{17}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_8^2x_9x_{11}}$	$\cancel{x_8x_{11}x_{17}}$
37	$x_3x_7x_8^2x_{11}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_3x_8x_9x_{17}}$	$\cancel{x_3x_8x_{11}x_{15}}$	$x_9x_{11}x_{17}\otimes u^{3n}$	
38	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{11}}$	$\cancel{x_3x_7x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_3x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{15}}$	
39	$x_3x_8^2x_9x_{11}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_3x_8x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{15}}$	$x_7x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$	
40	$\cancel{x_3x_9x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{17}}$	$\cancel{x_8^2x_9x_{15}}$	$\cancel{x_8x_{15}x_{17}}$	
41	$x_3x_7x_8^2x_{15}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8x_{11}x_{15}}$	$x_9x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$	
42	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{15}}$	$\cancel{x_3x_7x_{15}x_{17}}$	$x_7x_9x_{11}x_{15}\otimes u^{3n}$	$\cancel{x_8^2x_9x_{17}}$	$\cancel{x_8^2x_{11}x_{15}}$
43	$x_3x_7x_8^2x_{17}\otimes u^{3n-2}$	$x_3x_8^2x_9x_{15}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_3x_8x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{11}}$	$x_7x_8x_{11}x_{17}$
	$\cancel{x_8x_9x_{11}x_{15}}$	$x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$			
44	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{17}}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_3x_9x_{15}x_{17}}$	$x_7x_9x_{11}x_{17}\otimes u^{3n}$	$\cancel{x_8^2x_{11}x_{17}}$
45	$\cancel{x_3x_7x_9x_{11}x_{15}}$	$x_3x_8^2x_9x_{17}\otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{15}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_8x_9x_{11}x_{17}}$	
46	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_3x_8x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_3x_{11}x_{15}x_{17}}$	
47	$\cancel{x_3x_7x_9x_{11}x_{17}}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{17}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{15}}$	$\cancel{x_7x_8x_{15}x_{17}}$	
48	$\cancel{x_3x_8x_9x_{11}x_{17}}$	$x_7x_9x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$	$\cancel{x_8^2x_{15}x_{17}}$		
49	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_8x_9x_{15}x_{17}}$		
50	$x_3x_7x_8^2x_9x_{15}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{11}x_{15}}$	$x_7x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$	
51	$\cancel{x_3x_7x_9x_{15}x_{17}}$	$x_3x_8^2x_{15}x_{17}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_8^2x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$
52	$x_3x_7x_8^2x_9x_{17}\otimes u^{3n+2}$	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{15}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_3x_8x_9x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{11}x_{17}}$	$x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$
53	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_3x_7x_{11}x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_8^2x_9x_{11}x_{17}}$		
54	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{17}\otimes u^{3n+2}$	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{15}\otimes u^{3n+2}$	$\cancel{x_3x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$		
55	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_3x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{15}x_{17}}$		
56	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{17}\otimes u^{3n-2}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{15}x_{17}}$			
57	$\cancel{x_8^2x_9x_{15}x_{17}}$				
58	$x_3x_7x_8^2x_{15}x_{17}\otimes u^{3n-2}$	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$		

59 $\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{15}x_{17}}$ $x_7x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n}$ $\cancel{x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}}$

60 $x_3x_8^2x_9x_{15}x_{17}\otimes u^{3n+2}$ $\cancel{x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17}}$ $x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}$

61 $x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}\otimes u^{3n+2}$ $\cancel{x_3x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$

62 $\cancel{x_3x_7x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$ $x_3x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n+2}$

63 $x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17}\otimes u^{3n-2}$ $\cancel{x_3x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$

64 $\cancel{x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17}}$

66 $\cancel{x_7x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}}$

67 $x_3x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17}\otimes u^{3n-2}$ $\cancel{x_7x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$

68 $\cancel{x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$

69 $x_3x_7x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n-2}$

70 $\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$

71 $x_3x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n-2}$

75 $\cancel{x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$

78 $x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{3n-2}$

Table.7

$1 \otimes u^{9n}$

$E_8^* \cong E_9^* \cong \cdot\cdot\cdot \cong E_\infty^*$

dimension	generators				
3	$\cancel{x_3}$				
7	$x_7 \otimes u^{9n-6}$				
8	$\cancel{x_8}$				
9	$x_9 \otimes u^{9n}$				
10	$\cancel{x_3 x_7}$				
11	$x_{11} \otimes u^{9n}$	$\cancel{x_3 x_8}$			
12	$\cancel{x_3 x_9}$				
14	$\cancel{x_3 x_{11}}$				
15	$x_{15} \otimes u^{9n}$	$\cancel{x_7 x_8}$			
16	$\cancel{x_8^2}$	$x_7 x_9 \otimes u^{9n-6}$			
17	$x_{17} \otimes u^{9n}$	$\cancel{x_8 x_9}$			
18	$\cancel{x_3 x_7 x_8}$	$\cancel{x_3 x_{15}}$	$x_7 x_{11} \otimes u^{9n-6}$		
19	$\cancel{x_3 x_7 x_9}$	$x_3 x_8^2 \otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_8 x_{11}}$		
20	$\cancel{x_3 x_8 x_9}$	$\cancel{x_3 x_{17}}$	$x_9 x_{11} \otimes u^{9n}$		
21	$\cancel{x_3 x_7 x_{11}}$				
22	$\cancel{x_3 x_8 x_{11}}$	$x_7 x_{15} \otimes u^{9n-6}$			
23	$\cancel{x_3 x_9 x_{11}}$	$\cancel{x_7 x_8^2}$	$\cancel{x_8 x_{15}}$		
24	$\cancel{x_7 x_8 x_9}$	$x_7 x_{17} \otimes u^{9n-6}$	$x_9 x_{15} \otimes u^{9n}$		
25	$\cancel{x_3 x_7 x_{15}}$	$\cancel{x_8^2 x_9}$	$\cancel{x_8 x_{17}}$		
26	$x_3 x_7 x_8^2 \otimes u^{9n-8}$	$\cancel{x_3 x_8 x_{15}}$	$\cancel{x_7 x_8 x_{11}}$	$x_9 x_{17} \otimes u^{9n}$	$x_{11} x_{15} \otimes u^{9n}$
27	$\cancel{x_3 x_7 x_8 x_9}$	$\cancel{x_3 x_7 x_{17}}$	$\cancel{x_3 x_9 x_{15}}$	$x_7 x_9 x_{11} \otimes u^{9n+6}$	$\cancel{x_8^2 x_{11}}$
28	$x_3 x_8^2 x_9 \otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_3 x_8 x_{17}}$	$\cancel{x_8 x_9 x_{11}}$	$x_{11} x_{17} \otimes u^{9n}$	
29	$\cancel{x_3 x_7 x_8 x_{11}}$	$\cancel{x_3 x_9 x_{17}}$	$\cancel{x_3 x_{11} x_{15}}$		
30	$\cancel{x_3 x_7 x_9 x_{11}}$	$x_3 x_8^2 x_{11} \otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_7 x_8 x_{15}}$		
31	$\cancel{x_3 x_8 x_9 x_{11}}$	$\cancel{x_3 x_{11} x_{17}}$	$x_7 x_9 x_{15} \otimes u^{9n-6}$	$\cancel{x_8^2 x_{15}}$	
32	$\cancel{x_7 x_8^2 x_9}$	$\cancel{x_7 x_8 x_{17}}$	$\cancel{x_8 x_9 x_{15}}$	$x_{15} x_{17} \otimes u^{9n}$	
33	$\cancel{x_3 x_7 x_8 x_{15}}$	$x_7 x_9 x_{17} \otimes u^{9n+6}$	$x_7 x_{11} x_{15} \otimes u^{9n-6}$	$\cancel{x_8^2 x_{17}}$	
34	$\cancel{x_3 x_7 x_9 x_{15}}$	$x_3 x_8^2 x_{15} \otimes u^{9n+2}$	$\cancel{x_7 x_8^2 x_{11}}$	$\cancel{x_8 x_9 x_{17}}$	$\cancel{x_8 x_{11} x_{15}}$
35	$x_3 x_7 x_8^2 x_9 \otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_3 x_7 x_8 x_{17}}$	$\cancel{x_3 x_8 x_9 x_{15}}$	$\cancel{x_3 x_{15} x_{17}}$	$\cancel{x_7 x_8 x_9 x_{11}}$
	$x_7 x_{11} x_{17} \otimes u^{9n+6}$	$x_9 x_{11} x_{15} \otimes u^{9n}$			
36	$\cancel{x_3 x_7 x_9 x_{17}}$	$\cancel{x_3 x_7 x_{11} x_{15}}$	$x_3 x_8^2 x_{17} \otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_8^2 x_9 x_{11}}$	$\cancel{x_8 x_{11} x_{17}}$
37	$x_3 x_7 x_8^2 x_{11} \otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_3 x_8 x_9 x_{17}}$	$\cancel{x_3 x_8 x_{11} x_{15}}$	$x_9 x_{11} x_{17} \otimes u^{9n}$	
38	$\cancel{x_3 x_7 x_8 x_9 x_{11}}$	$\cancel{x_3 x_7 x_{11} x_{17}}$	$\cancel{x_3 x_9 x_{11} x_{15}}$	$\cancel{x_7 x_8^2 x_{15}}$	
39	$x_3 x_8^2 x_9 x_{11} \otimes u^{9n+2}$	$\cancel{x_3 x_8 x_{11} x_{17}}$	$\cancel{x_7 x_8 x_9 x_{15}}$	$x_7 x_{15} x_{17} \otimes u^{9n+6}$	
40	$\cancel{x_3 x_9 x_{11} x_{17}}$	$\cancel{x_7 x_8^2 x_{17}}$	$\cancel{x_8^2 x_9 x_{15}}$	$\cancel{x_8 x_{15} x_{17}}$	
41	$x_3 x_7 x_8^2 x_{15} \otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_7 x_8 x_9 x_{17}}$	$\cancel{x_7 x_8 x_{11} x_{15}}$	$x_9 x_{15} x_{17} \otimes u^{9n}$	
42	$\cancel{x_3 x_7 x_8 x_9 x_{15}}$	$\cancel{x_3 x_7 x_{15} x_{17}}$	$x_7 x_9 x_{11} x_{15} \otimes u^{9n}$	$\cancel{x_8^2 x_9 x_{17}}$	$\cancel{x_8^2 x_{11} x_{15}}$
43	$x_3 x_7 x_8^2 x_{17} \otimes u^{9n+8}$	$x_3 x_8^2 x_9 x_{15} \otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_3 x_8 x_{15} x_{17}}$	$\cancel{x_7 x_8^2 x_9 x_{11}}$	
	$\cancel{x_7 x_8 x_{11} x_{17}}$	$\cancel{x_8 x_9 x_{11} x_{15}}$	$x_{11} x_{15} x_{17} \otimes u^{9n}$		

44	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{17}}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_3x_9x_{15}x_{17}}$	$x_7x_9x_{11}x_{17}\otimes u^{9n+6}$	$\cancel{x_8^2x_{11}x_{17}}$
45	$\cancel{x_3x_7x_9x_{11}x_{15}}$	$x_3x_8^2x_9x_{17}\otimes u^{9n+2}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{15}\otimes u^{9n+2}$	$\cancel{x_8x_9x_{11}x_{17}}$	
46	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}\otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_3x_8x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_3x_{11}x_{15}x_{17}}$	
47	$\cancel{x_3x_7x_9x_{11}x_{17}}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{17}\otimes u^{9n+2}$	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{15}}$	$\cancel{x_7x_8x_{15}x_{17}}$	
48	$\cancel{x_3x_8x_9x_{11}x_{17}}$	$x_7x_9x_{15}x_{17}\otimes u^{9n-6}$	$\cancel{x_8^2x_{15}x_{17}}$		
49	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_8x_9x_{15}x_{17}}$		
50	$x_3x_7x_8^2x_9x_{15}\otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{11}x_{15}}$	$x_7x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{9n-6}$	
51	$\cancel{x_3x_7x_9x_{15}x_{17}}$	$x_3x_8^2x_{15}x_{17}\otimes u^{9n+2}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_8^2x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$
52	$x_3x_7x_8^2x_9x_{17}\otimes u^{9n-8}$	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{15}\otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_3x_8x_9x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{11}x_{17}}$	$x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{9n}$
53	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_3x_7x_{11}x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_8^2x_9x_{11}x_{17}}$		
54	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{17}\otimes u^{9n-8}$	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{15}\otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_3x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$		
55	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_3x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$	$\cancel{x_7x_8^2x_{15}x_{17}}$		
56	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{17}\otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{15}x_{17}}$			
57	$\cancel{x_8^2x_9x_{15}x_{17}}$				
58	$x_3x_7x_8^2x_{15}x_{17}\otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}}$	$\cancel{x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$		
59	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{15}x_{17}}$	$x_7x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{9n-6}$	$\cancel{x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}}$		
60	$x_3x_8^2x_9x_{15}x_{17}\otimes u^{9n-2}$	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17}}$	$\cancel{x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$		
61	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}\otimes u^{9n+8}$	$\cancel{x_3x_7x_8x_{11}x_{15}x_{17}}$			
62	$\cancel{x_3x_7x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$	$x_3x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{9n+2}$			
63	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{17}\otimes u^{9n-8}$	$\cancel{x_3x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$			
64	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17}}$				
66	$\cancel{x_7x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}}$				
67	$x_3x_7x_8^2x_9x_{15}x_{17}\otimes u^{9n-8}$	$\cancel{x_7x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$			
68	$\cancel{x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$				
69	$x_3x_7x_8^2x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{9n-8}$				
70	$\cancel{x_3x_7x_8x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$				
71	$x_3x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{9n-2}$				
75	$\cancel{x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}}$				
78	$x_3x_7x_8^2x_9x_{11}x_{15}x_{17}\otimes u^{9n+8}$				

References

[1] A. Borel, Commutative subgroups and torsion in compact Lie groups, Bull. Amer. Math. Soc. 66 (1960), p. p. 285-288

[2] T. Kudo, A transgression theorem, Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. Ser. A. 9 (1956), p. p. 79-81

呉高専キャンパスに見られる興味ある植物数種

(一般科目) 小 山 通 栄
(一般科目) 茶 木 正 吉
(佐賀大学) 宮 脇 博 己*

Some Interesting Species of Plant in the Campus of Kure National College of Technology

Michie KOYAMA
Shokichi CHAKI
Hiromi MIYAWAKI

This reports deals with some of the interesting plants in the campus of Kure National College of Technology which is located about 25km southeast of Hiroshima City.

Linaria canadensis is found in this campus and comes out in may every year. But this species has not been found in this area except on around this campus until now.

Using some pictures, we also explain some species observed in this campus.

§1. まえがき

我々はかねてよりキャンパス内の植物を環境教育の教材として利用しようと試みている。本キャンパスは瀬戸内海の一部を埋めたてて造成されたこと，呉港という貿易港が近くに存在すること，戦後しばらく進駐軍が呉市周辺にとどまっていたことなどのためか，多くの帰化植物が見られた。しかも当地の温暖な気候が幸いしているようである。本校における土壌は，広島県地方の特有の花崗岩の風化したまさ土で埋めたてられ，年間を通して，pH は 5.4～6.9，pF は 1.4～4.5， 含水比w/w%7.3～21.9%ぐらいである。各校舎の周囲は芝生になっているが，次第に雑草におおわれ，この中に種々雑草として群集する。尚，研究用として，その一角を指定していただき観察を続けている。図 1，2。

今後は一年を通じてのキャンパス内の雑草（少なくとも人為的に植えられたものでない植物）のフロラリストの完成をめざすつもりであるが，今回は興味ある種を数種紹介する。なお比較のためにはほぼ同様の気候下にある国立岩国病院附属看護学校（山口県岩国市黒磯町），崇徳高等学校（広島市楠木町），広島大学本部キャンパス（広島市東千田町）とにおける各種の存在の有無も調査した。

* 昭和58年4月～61年3月まで本校非常勤講師（環境と生物）

呉工業高等専門学校配置図

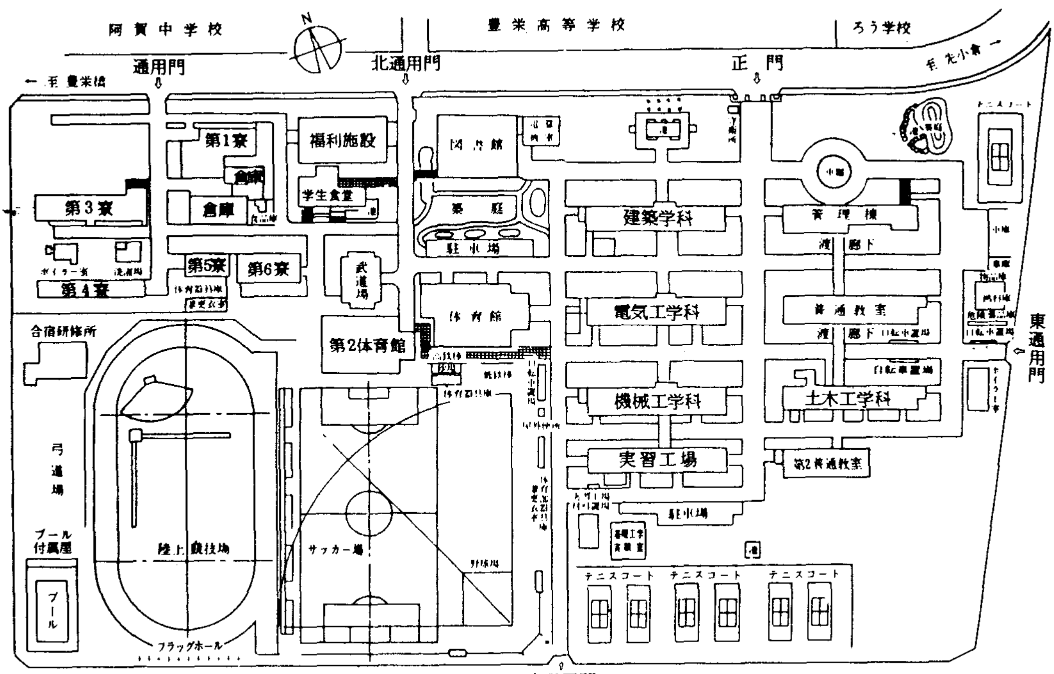


図　1

§ 2. *Cladonia floerkeana* (*Fr.*) *Somm.* コアカミゴケ，図3

本種は地衣植物，ハナゴケ科に属する植物で本キャンパスの正門横の土手に生育していた。菌と藻が共生するという複雑な生体であるためか非常に乾燥した土壌上でも平気である。本種の仲間である，*C. bacillaris*（コナアカミゴケ），*C. cryspata*（ジョウゴゴケ）も同所で認められた。このように3種ものハナゴケの仲間が存在することは，他の3校のキャンパスでは認められない事実であり注目に値すると思われる。なお本種を捜すには，「軸が半分折れたマッチ棒くらいの大きさで，しかもその軸は灰色，頭は赤」と念じながら土手を5分も歩けば見つけられるはずである。

§ 3. *Silene gallica L.* var. *quinquevulnera* (*L.*) *Robrb.* マンテマ，図4

ヨーロッパ原産の越年草である。赤い花弁，そして，タヌキの顔を連想させるようななつぼみはかわいらしい。呉高専キャンパスでは寮，グランド

図　2

図　3

の周辺でよく見られた。本種が花を付けている6月，7月に他の3つのキャンパスも調査したが，呉高専以外では発見できなかった。

図 4

§ 4. ***Plantago lanceolata* L.**　ヘラオオバコ，図5，6

ヨーロッパ原産の多年草である。7月に野球場バックネット横に多くの花をつけた立派な個体があった。その印象的な長いおしべと有毛の細長い根出葉でオオバコとは容易に区別が付く。他のキャンパスからはやはり本種は見い出せなかった。図7は *plantago asiatica*（オオバコ）であり，10月15日に校舎の間に生育していた。オオバコの方がヘラオオバコより花期が長いようである。また呉高専キャンパスにおいては，ヘラオオバコより湿気の多い土壌を好む傾向が見られた。宮脇が5年ほど前に北海道に旅行した時にはヘラオオバコばかり目立った記憶がある。なおオオバコは道ばたの雑草の代表格であるが中国ではこの種を「車前」と呼ぶそうである。また薬草としても使用されている。

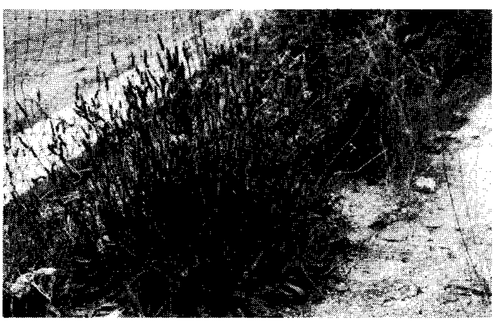


図 5

図 6

図 7

§ 5. ***Linaria canadensis* (L.) Dum.**
マツバウンラン，図8，9

種小名からも明らかなように，北米原産の1～2年草，和名の「マツバ」は本種の基部より発生する小枝を意味し，「ウンラン」ゴマノハグサ科のその種の仲間であることを意味している。5月に正門近くの芝の上で一斉に花を付けるさまは誠に美事である。6月には *Sisyrinchium atlanticum* ニワゼキショウ（図10），7月には *Spiranthes sinensis* var. *amoena* ネジバナ（図11，12）にその主役の座はとって変わる運命にあるが，ニワゼキショウ，ネジバナは他のキャンパスでも一般的であること，そしてその花の密度が高く美しい光影を見せることで，呉高専キャンパスを特色付ける春の雑草であると言える。

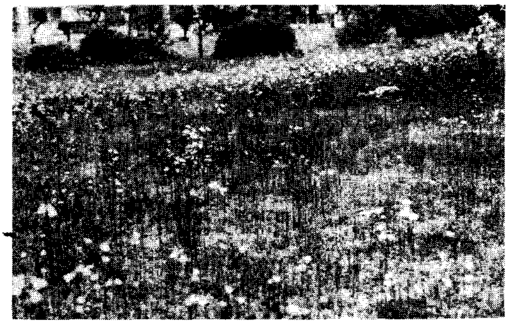


図　8

図　9

図 10

図 11

図 12

図 13

§ 6. *Centaurium minus Moench* ベニバナセンブリ，図13

ヨーロッパ原産のリンドウ科に属する一年草で，わが国から台湾にかけて分布する *Centaurium japonicum* (*Maxim.*) *Druce* シマセンブリに極めて近い。葉は対生し，茎は方形で高さ30～50cm，6月～7月開花し，径 8mm ぐらいの淡紅色の花を開く。花粉が散ると葯はねじれる特性をもっており，8月ころ実は成熟し，狭長な実は二般片に開裂して種子を飛散させる。成分は普通の *Swertia japonica* (*Schult.*) *Makino* センブリと同様で，全草苦味があり，民間薬の健胃剤としても使うことができる。また呉市天然記念物として，昭和42年10月に指定されている。ベニバナセンブリという和名であることは，東京大学名誉教授久内清孝氏の教示によったとのことで，大正時代に一時渡来し，他では絶滅したとのことである。昭和20年以前には，呉市阿賀，広町付近ではみられなかったもので，この地に着生したのは，おそらくその種子が戦後，この地に進駐してきた英連邦軍の荷物などに付着して持ちこまれたものであろうと推測されている。塩見隆行氏の山県干拓地の帰化植物（山口女子短大報告23号，1968年）や岡国夫ほか，山口県植物誌，山口教育財団（1972）によれば，山口県でも少数発見されているが数は少ない。このめずらしいベニバナセンブリの群落を保持するためには，その花の群落形成の自然環境をよく研究し，自然のなりゆきにまかせて傍観するのではなく，効果的な管理が必要である。

§ 7. まとめ

呉高専キャンパスの植物を調べてみると「稀種」であるためか図鑑に載っていない植物に出会うことがしばしばあった。めずらしい植物は自然度の高い野山に生育していると考えられているようであるが，我々日本人にとっての「稀種」は呉高専キャンパスのような人里の帰化植物において見られるようである。外国から次々と渡来して来る植物に対して，帰化植物の研究が追いつかないのがその原因のようである。そこで今回扱った草木は各図鑑に載っているかどうかを表にした（表１）。一応，あげられた種においては佐竹ら（1981, 1982, a, b）で間に合うわけであるが，日本に古来あるいはかなり古い帰化植物については北村ら（1957, 1961, 1964），大井（1983），牧野(1962) が有効であり，新しい帰化植物については長田（1976）が有効のようである。

表１　各図鑑において各種の記載の有無

図鑑名 / 種名	奥田 (1977)	大井 (1983)	牧野 (1962)	北村ら (1957, '61, '64)	長田 (1976)	佐竹ら (1981, 1982a, 1982b)
マツバウンラン	—	—	—	—	○	○
ニワゼキショウ	○	—	○	○	○	○
ネジバナ	○	○	○	○	—	○
コナスビ	○	○	○	○	—	○
マンテマ	—	○	○	○	○	○
ヘラオオバコ	○	○	○	○	○	○
オオバコ	○	○	○	○	○	○
ミヤコグサ	○	○	○	○	○	○
ベニバナセンブリ	—	—	—	—	—	—

なお，呉高専キャンパスで認められなくて他のキャンパスに認められた種もあるわけである。例えば岩国病院附属看護学校キャンパスでは *Lotus corniculatus* var. *japonicus* ミヤコグサが，崇徳高

校キャンパスでは *Lysimachia japonica* コナスビが認められた。今後，可能な限り各キャンパスでの植物フロラの確認と年ごとのその動態も記録しておくことも必要である。

以上これらの植物がすべて定着したり，分布を広げているわけではない。その場限りで消えてしまうものも多い。しかしいずれかの種類が急激に分布をひろげて，それらの地方の雑草相を大幅に変えていかないとも限らないし，これからの研究観察を続けていきたいものである。

参考文献

1) 大井次三郎：「新日本植物誌，顕花編」 p.1716 pl-32 (1983) 至文堂，東京.
2) 長田武正：「原色日本帰化植物図鑑」 p.425 pl-64 (1976) 保育社，大阪.
3) 奥山春季：「寺崎日本植物図譜」 p.1165 (1977) 平凡社，東京.
4) 北村四郎・村田源・堀 勝：「原色日本植物図鑑（上）」 p.297 pl-70 (1957) 保育社，大阪.
5) 北村四郎・村田源：「原色日本植物図鑑（中）」 p.390 pl-72 (1961) 保育社，大阪.
6) 北村四郎・村田源・小山鐵夫：「原色日本植物図鑑（下）」 p.464 pl-108 (1964) 保育社，大阪.
7) 佐竹義輔・大井次三郎・北村四郎・亘野俊次・富成忠夫：「日本の野生植物Ⅲ」 p.259 pl-224 (1981) 平凡社，東京.
8) 佐竹義輔・大井次三郎・北村四郎・亘野俊次・富成忠夫：「日本の野生植物Ⅱ」 p.318 pl-272 (1982 a) 平凡社，東京.
9) 佐竹義輔・大井次三郎・北村四郎・亘野俊次・富成忠夫：「日本の野生植物Ⅰ」 p.305 pl-208 (1982 b) 平凡社，東京.
10) 牧野富太郎：「牧野新日本植物図鑑」 p.1060 pl-5 (1962) 北隆館，東京.
11) 岡国夫：山口県植物誌，p.441 (1972) 山口県教育財団.
12) 呉市教育委員会：呉の文化財 p.52 (1976).

（昭和61年10月15日受付）

低レイノルズ数における 厚板まわりの流れの数値解析

(機械工学科) 鍋 本 暁 秀
(機械工学科) 河 口 勇 治

Numerical Analysis for Flow past a Blunt Plate at Low Reynolds Number

Akihide NABEMOTO
Yuji KAWAGUCHI

The stream-function vorticity equations were solved numerically by the finite element method to analyze the laminar incompressible flow past a blunt plate aligned parallel to the stream.

Computations were performed with the iterative method using a 16 bit personal computer. Since the dimensions for the coefficients of the systems were reduced greatly as compared with the direct method, the enough elements could be used in the boundary layer and the satisfactory results were obtained.

A leading edge separation bubble was observed to form at a Reynolds number based on plate thickness of 84.

The steady separation bubble on a plate grew in size with increasing Reynolds number. The rates of growth of the separation bubble were much larger than those observed.

1. 緒　言

厚みのある平板を流れに平行において流速を変化させると，板表面の流れは特徴あるパターン変化を示す。[1]

極低速から流速を増すと，先ず前縁にはく離泡を生じ，次にはく離域の上縁に渦列を発生する。さらに増速すると，渦列は三次元化し，終極的には前縁から完全に乱れた境界層となる。

このはく離泡は，平板の伝熱性能に強い影響を与えており，[2] 実用面では熱交換器に用いられるフィンの伝熱性能を左右する因子として重要な意味をもっている。[3]

はく離泡の大きさは，板厚の0.5～7倍の範囲でレイノルズ数とともに変化するが，その値は実験者によってかなりの差異がみられる。[1][9][10]

筆者らは，はく離を生じたばかりの低レイノルズ数の場合について，有限要素法によって渦度輸送方程式を解き，はく離泡の大きさを求めた。その結果，はじめてはく離を生じるレイノルズ数の値に

ついては実験値より低めの値を，またレイノルズ数とともに増大するはく離泡の大きさについては，実験値よりかなり大きめの値を得た。

計算には16ビットパソコンを用いた。有限要素法による近似方程式を，一般的な直接法で解く場合は，係数マトリックスが大きな記憶容量をとるために，パソコンでは要素数が制限されるという問題を生じる。本計算では，境界層内の要素数が少ないとはく離泡の大きさに影響があらわれており，直接法では要素数が不足して，信頼性のある結果が得られなかった。

そこで，近似方程式を反復法で解き，係数マトリックスを扱うかわりに，各節点に必要最小限の定数を記憶させる方法を考えた。その結果，大幅に定数のための記憶容量を縮小することができ，要素数を増すことにより信頼性のある結果を得ることができた。

2. 記　号

H：板厚

L：面積座標

Δn：壁面の要素の垂直方向長さ

Re：レイノルズ数$=U_\infty H/\nu$

S：要素の面積

U_∞：主流の速度

u：x軸方向の無次元速度成分

v：y軸方向の無次元速度成分

x, y：直角座標系

X：はく離泡の長さ

ϕ：試験関数

ψ：流れ関数

ψ_{w+1}：壁面からΔn離れた節点のψ

ω：渦度

ν：動粘性係数

添字

Sの添字は要素番号を示す。

その他の添字は節点番号を示す。

3. 計算方法

3・1　支配方程式

一様流に平行におかれた板厚Hの半無限平板を考える。板の先端は直角に切断した形とする。流れ関数ψおよび渦度ωを用いると，定常流を表わす無次元化された支配方程式は次のようになる。

$$u\frac{\partial \omega}{\partial x}+v\frac{\partial \omega}{\partial y}=\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) \quad \cdots\cdots (1)$$

$$-\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right)=\omega \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

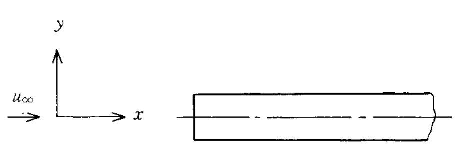


図1．座　標　系

座標系を図1に示す。

これらの式をガラーキン法に基づく有限要素法で解き，流線を求める。

3・2　近似方程式

図2の直角三角形要素について，(2)式の近似方程式を導出してみる。ガラーキン法に基づく有限要素法では，(2)式の両辺に試験関数をかけて要素で積分する。[4]

$$-\iint_e\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right)\phi\, dx\, dy=\iint_e \omega\phi\, dx\, dy \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

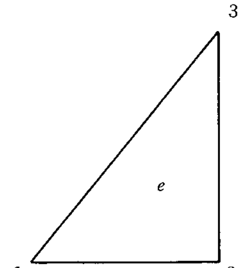


図2．直角三角形要素

ここに，$\iint_e dx\,dy$ は要素 e での積分を表わす。

先ず，(3)式左辺の変形を進める。面積座標[5]および節点における関数値を用いて，要素内の近似関数を，

$$\hat{\psi}=\sum_{i=1}^{3}L_i\psi_i\,,\quad \hat{\phi}=\sum_{i=1}^{3}L_i\phi_i \qquad \cdots\cdots\cdots(4)$$

のように仮定し，さらに境界条件はすべてDirichlet条件であると仮定すると，(3)式左辺は次のようになる。

$$-\iint_e\left(\frac{\partial^2\hat{\psi}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\hat{\psi}}{\partial y^2}\right)\hat{\phi}\,dx\,dy=\iint_e\left(\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial x}\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x}+\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial y}\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial y}\right)dx\,dy$$

$$=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\psi_i\left\{\iint_e\left(\frac{\partial L_i}{\partial x}\frac{\partial L_j}{\partial x}+\frac{\partial L_i}{\partial y}\frac{\partial L_j}{\partial y}\right)dx\,dy\right\}\phi_j$$

$$=\left(\frac{\psi_2-\psi_1}{x_2-x_1}\frac{\phi_2-\phi_1}{x_2-x_1}+\frac{\psi_3-\psi_2}{y_3-y_2}\frac{\phi_3-\phi_2}{y_3-y_2}\right)S_e \qquad \cdots\cdots\cdots(5)$$

ここで，(5)式における試験関数 ϕ に具体的な値を与えるために，図3のような6つの要素のまとまりを考える。この図で，中心の節点4の ψ は未知で，まわりの節点の ψ はすべて既知であるとして，中心の節点4の ψ をまわりの節点の ψ により表わすことを考えてみる。

試験関数 ϕ に課せられた条件は，Dirichlet 条件が与えられた境界で $\phi=0$ ということであるので[4]，この場合，ψ を既知としたまわりの節点ではすべて $\phi=0$ となる。中心の節点4については任意の値でよいから，いま $\phi=1$ とおく。これらの値を使って(5)式を各要素について書き出し，さらにそれらを加え合わせると次のようになる。

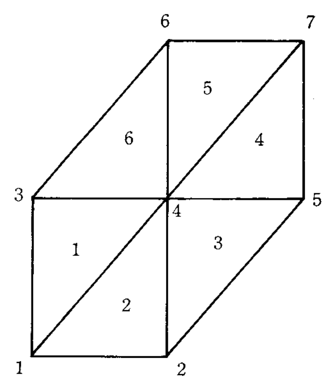


図3.　6つの要素のまとまり

$$\sum_{e=1}^{6}\left\{-\iint_e\left(\frac{\partial^2\hat{\psi}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\hat{\psi}}{\partial y^2}\right)\hat{\phi}\,dx\,dy\right\}$$

$$=\frac{\psi_4-\psi_3}{(x_4-x_3)^2}S_1+\frac{\psi_4-\psi_2}{(y_4-y_2)^2}S_2+\left\{-\frac{\psi_5-\psi_4}{(x_5-x_4)^2}+\frac{\psi_4-\psi_2}{(y_4-y_2)^2}\right\}S_3$$

$$-\frac{\psi_5-\psi_4}{(x_5-x_4)^2}S_4-\frac{\psi_6-\psi_4}{(y_6-y_4)^2}S_5+\left\{\frac{\psi_4-\psi_3}{(x_4-x_3)^2}-\frac{\psi_6-\psi_4}{(y_6-y_4)^2}\right\}S_6$$

$$=\left\{\frac{S_1+S_6}{(x_4-x_3)^2}+\frac{S_3+S_4}{(x_5-x_4)^2}+\frac{S_1+S_3}{(y_4-y_2)^2}+\frac{S_4+S_6}{(y_6-y_4)^2}\right\}\psi_4$$

$$-\frac{S_1+S_6}{(x_4-x_3)^2}\psi_3-\frac{S_3+S_4}{(x_5-x_4)^2}\psi_5-\frac{S_1+S_3}{(y_4-y_2)^2}\psi_2-\frac{S_4+S_6}{(y_6-y_4)^2}\psi_6 \qquad \cdots\cdots\cdots(6)$$

次に，(3)式右辺を図3の各要素について加え合わせたものを仮に F_4 で表わすと，中心の節点4の

ψは，まわりの節点のψにより次のように表わせる。

$$\psi_4=\frac{F_4+\dfrac{S_1+S_6}{(x_4-x_3)^2}\psi_3+\dfrac{S_3+S_4}{(x_5-x_4)^2}\psi_5+\dfrac{S_1+S_3}{(y_4-y_2)^2}\psi_2+\dfrac{S_4+S_6}{(y_6-y_4)^2}\psi_6}{\dfrac{S_1+S_6}{(x_4-x_3)^2}+\dfrac{S_3+S_4}{(x_5-x_4)^2}+\dfrac{S_1+S_3}{(y_4-y_2)^2}+\dfrac{S_4+S_6}{(y_6-y_4)^2}} \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

近似方程式を反復法で解く場合は，計算領域の端から順次，各節点について（7）式を計算し，節点の関数値を新しい値におきかえて行くことになる。

（7）式を解くためには，$(S_1+S_6)/(x_4-x_3)^2$, $(S_3+S_4)/(x_5-x_4)^2$, $(S_1+S_3)/(y_4-y_2)^2$, $(S_4+S_6)/(y_6-y_4)^2$, $\{(S_1+S_6)/(x_4-x_3)^2+(S_3+S_4)/(x_5-x_4)^2+(S_1+S_3)/(y_4-y_2)^2+(S_4+S_6)/(y_6-y_4)^2\}$の5つのデータが必要である。

あらかじめ計算して節点4に記憶させておけばよいが，よくみると，最初の2つは関係する要素の位置が隣に移っただけで，同じ形の計算式であることに気づく。そこで，例えば $(S_1+S_6)/(x_4-x_3)^2$ を節点4に，$(S_3+S_4)/(x_5-x_4)^2$ を節点5に記憶させることにすれば，節点に必要な配列を1つ節約できる。次の2つ，$(S_1+S_3)/(y_4-y_2)^2$ と $(S_4+S_6)/(y_6-y_4)^2$ についても同じようなことがいえて，結局節点4には3つのデータを記憶させるだけでよい。すなわち，各節点について配列を3つ準備するだけでよいから，係数マトリックスを扱う直接法にくらべて，大幅に記憶容量を節約することができる。

ここで，（7）式のF_4を具体的に表わしてみる。ωについても（4）式と同じような近似関係を仮定し，面積座標の積分公式[6]を使うと（3）式右辺は次のようになる。

$$\iint_e \hat{\omega}\hat{\phi}\,dx\,dy=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\omega_i\left(\iint_e L_iL_j\,dx\,dy\right)\phi_j$$

$$=\frac{S_e}{12}\left\{(2\omega_1+\omega_2+\omega_3)\phi_1+(\omega_1+2\omega_2+\omega_3)\phi_2+(\omega_1+\omega_2+2\omega_3)\phi_3\right\} \quad \cdots\cdots (8)$$

そこで，図3の6つの要素について，節点4のϕを1，その他の節点のϕを0とおいて，（8）式をまとめるとF_4は次のようになる。

$$F_4=\frac{1}{12}\Big\{S_1(\omega_1+\omega_3+2\omega_4)+S_2(\omega_1+\omega_2+2\omega_4)+S_3(\omega_2+2\omega_4+\omega_5)+S_4(2\omega_4+\omega_5+\omega_7)$$
$$+S_5(2\omega_4+\omega_6+\omega_7)+S_6(\omega_3+2\omega_4+\omega_6)\Big\} \quad \cdots\cdots\cdots (9)$$

（9）式を計算するには，要素の面積が必要である。これも，あらかじめ計算して節点に記憶させておけばよい。結局，（7）式を計算するためには，全部で4つのデータを各節点に記憶させることになる。

3・3　対流項の扱い

（1）式左辺の対流項をそのままの形で解けば，本問題の場合 $Re>10$ では発散して解が求まらない。しかし，差分法でとられる風上差分の考え方[7]を応用して，$\partial\hat{\omega}/\partial x$, $\partial\hat{\omega}/\partial y$ を風上要素で評価する方法をとれば，$Re=500$ においてもなお安定して解が求まるようになる。

図3において，いま流れが左から右へ向うとすると，要素1および要素6が節点4の風上要素となる。そこで，風上要素で評価した $\partial\hat{\omega}/\partial x$ の値を他の要素でも $\partial\hat{\omega}/\partial x$ の値として使うのである。

風上要素による評価を具体的に示すと次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial x}&=\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{3}L_i\omega_i\right)}{\partial x}=\frac{\omega_4-\omega_3}{x_4-x_3}\quad\cdots\cdots\cdots\quad u>0\\&=\frac{\omega_5-\omega_4}{x_5-x_4}\quad\cdots\cdots\cdots\quad u<0\\\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial y}&=\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{3}L_i\omega_i\right)}{\partial y}=\frac{\omega_4-\omega_2}{y_4-y_2}\quad\cdots\cdots\cdots\quad v>0\\&=\frac{\omega_6-\omega_4}{y_6-y_4}\quad\cdots\cdots\cdots\quad v<0\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\ (10)$$

図3の6つの要素について，節点4の ϕ を1，その他の節点の ϕ を0とおき，風上要素による評価を使う形で(1)式左辺の対流項をまとめると次のようになる。

$$\begin{aligned}\sum_{e=1}^{6}\left\{\iint_e\left(\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial y}\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial x}-\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial x}\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial y}\right)\hat{\phi}\,dx\,dy\right.&=\frac{1}{3}\left\{\left(S_1\frac{\psi_3-\psi_1}{y_3-y_1}+S_2\frac{\psi_4-\psi_2}{y_4-y_2}+S_3\frac{\psi_4-\psi_2}{y_4-y_2}+S_4\frac{\psi_7-\psi_5}{y_7-y_5}\right.\right.\\&\quad\left.+S_5\frac{\psi_6-\psi_4}{y_6-y_4}+S_6\frac{\psi_6-\psi_4}{y_6-y_4}\right)\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial x}\\&\quad-\left(S_1\frac{\psi_4-\psi_3}{x_4-x_3}+S_2\frac{\psi_2-\psi_1}{x_2-x_1}+S_3\frac{\psi_5-\psi_4}{x_5-x_4}+S_4\frac{\psi_5-\psi_4}{x_5-x_4}\right.\\&\quad\left.+S_5\frac{\psi_7-\psi_6}{x_7-x_6}+S_6\frac{\psi_4-\psi_3}{x_4-x_3}\right)\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial y}\quad\cdots\cdots\cdots\ (11)\end{aligned}$$

実際の計算では，先ず節点4における u，v の方向を判断してから，$\partial\hat{\omega}/\partial x$，$\partial\hat{\omega}/\partial y$ を風上要素について評価し，(11)式に代入して計算を行う。

3・4 計算領域および要素分割

流れは平板の上下で対称であるから，計算は平板の上半分のみについて行う。計算領域を図4に示す。本計算では，上流および上方境界を壁に近づけると，はく離泡の大きさに影響がでる。図4では，その影響を無視できるところまで境界を拡げて無限空間を近似している。

要素分割は，x 軸方向を87分割，y 軸方向を57分割し，図3のような直角三角形要素をつくった。角のまわりには最も小さい分割幅をとり，壁より離れるに従って分割幅を大きくした。壁のところで0.0125 H，境界層外縁で0.05 H，上流および上方境界で3 Hの分割幅である。本計算では，境界層内の分割幅が大きいと，はく離泡の大きさに影響が出るので，その影響を無視できるところまで分割幅を小さくした。この結

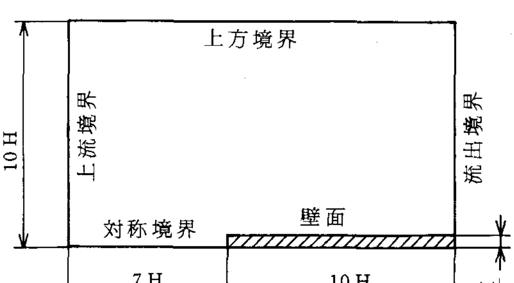


図4　計算領域の大きさ

果，要素数は8734，節点数は4512となった。

3・5　境界条件

図4において，境界条件は次の通りである。[8]

上流境界：　$\psi=y,\ \ \omega=0$

上方境界：　$\psi=10,\ \omega=0$

対称境界：　$\psi=0,\ \ \omega=0$

壁　　面：　$\psi=0,\ \ \omega=-2\dfrac{\psi_{w+1}}{\Delta n^2}$

流出境界：　$\psi_i=2\psi_{i-1}-\psi_{i-2}$

$\omega_i=2\omega_{i-1}-\omega_{i-2}$

添字はx軸方向節点番号を示す.

角 の ω：　上流壁の値による.

3・6　計算の進め方

ψ，ωともに，(7)式の形を各節点について計算し，節点の関数値を順次新しい値におきかえて行く。

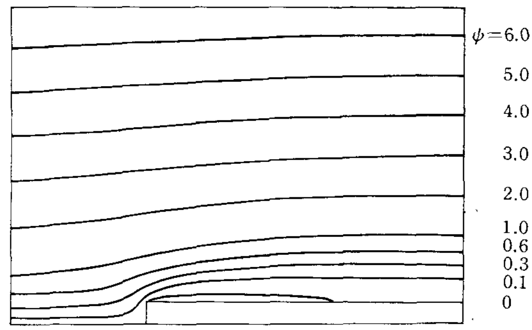
計算は上流側より始める。はじめに，ψの計算をy軸方向上から下へと進めて，順次下流側へ移る。次に，ωの計算をy軸方向下から上へと進めて，順次下流側へ移る。ψが収束するまでψとωの交互計算をくり返す。ψの前回の値と今回の値との差が，各節点で10^{-5}以下になるとき収束と判定する。

なお，ψについては，上流側から下流側へ向う各節点の計算を23回くり返して一区切りとしωの計算へ移った。このくり返しを少なくすると計算時間が短くなるが，少な過ぎると，計算終期に振動が発生して収束しない場合を生じたので，適当なくり返しを試行したものである。ωの場合は7回のくり返しを一区切りとした。

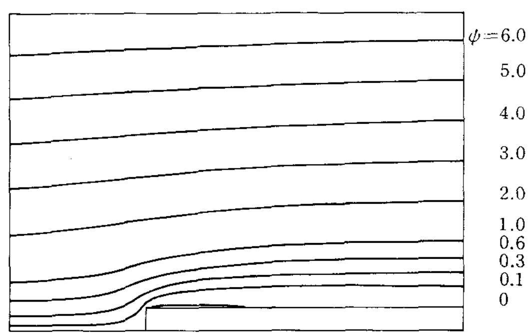
計算には，東芝のパソピア16をMS-FORTRANで使用した。メモリ容量は512Kバイトで，高速演算プロセッサを装備している。因みに，$Re=100$の場合の計算時間は106時間15分であった。

4. 計算結果および考察

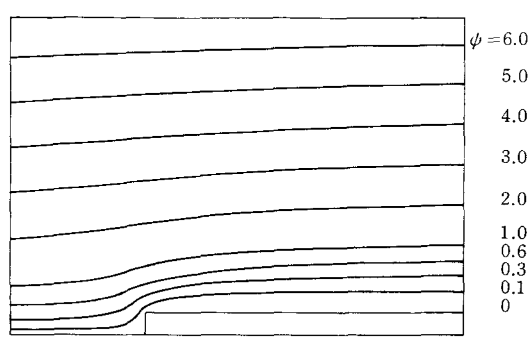
計算は$Re=83\sim250$の範囲について行



(c)　$Re=200$



(b)　$Re=150$



(a)　$Re=83$

図5　厚板まわりの流線

った。

図5に，計算結果を流線の形で示した。厚板まわりの流れの一般的な特徴として，次の2つをあげることができる。

先ず，流れは板の前方でせきとめられて減速し，角のそばで増速し，角を過ぎると大きく減速し，やがてゆるやかな増速に転じて下流へと向う。ゆるやかな増速の傾向は，前縁から10Hの下流においてもなお続いている。

次に壁近くの流線に対する *Re* の影響をみると，*Re* が大きくなるにつれて，壁近くの流線は全体として壁に近づいており，境界層がうすくなる様子があらわれている。ただし，はく離泡まわりの流線については，はく離泡が *Re* とともに成長するにつれて押しあげられているのがみられる。

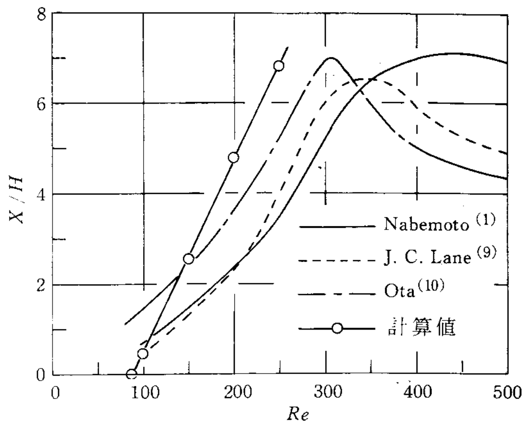


図6　はく離泡の長さ

図6に，はく離泡の長さを示した。低 *Re* 側から *Re* を1ずつ増加したとき，*Re*＝84ではじめてはく離を生じる。はく離は前縁から0.62Hの位置でおこり，はく離泡の大きさは，長さ0.13H，厚さ0.03Hであった。

Re を増すと，はく離を生じる位置は前縁に近づき，はく離泡の長さ，厚さともに大きくなる。*Re*＝200では，前縁から0.04Hの位置ではく離し，はく離泡の大きさは長さ4.81H，厚さ0.18Hであった。

図6には，実験結果も記入してある。鍋本ら[1]および Lane ら[9]の実験は，回流水槽を使って水中の流れを可視化しており，ほぼ同じ条件といえるが，Ota ら[10]の実験は水の表面の流れを可視化しているので，その影響が実験結果にでているものと思える。

はじめてはく離を生じる *Re* は，計算で84，実験では100であり，計算の方が低い *Re* ではく離している。また，そのときのはく離泡の長さは，計算で0.13H，実験で0.8Hと大きく異なっている。さらに，はく離泡の大きさは *Re* とともに増大するが，その割合にも大きな違いがみられる。

実験と計算の基本的な違いとして，実験では主流に乱れがあり，また局所的に振動あるいは不安定が流れに発生しているが，[1]計算では主流に乱れはなく，また安定した定常解を求めている点をあげることができる。

主流の乱れの強さの影響を調べた実験[1]では，主流の乱れが強くなるとはく離しにくくなることを明らかにしている。計算によるはく離泡の大きさが実験より大きいのは，計算では主流の乱れを考えていないためであろうと思える。

はじめてはく離を生じるときの *Re* の値およびはく離泡の大きさが，ともに計算で小さいのは，くり返し計算における変化量を小さくおさえて，安定した解を求めていることに主原因があると思える。くり返し計算における変化量を大きめに許すと，はく離を生じたばかりの *Re* のあたりで，振動を生じて解が収束しなかった。実験でも，はく離を生じたばかりの *Re* では，はく離を生じたり，しばらくして消滅したりして不安定であることを観察しており，[1]逆流を伴うはく離泡の発生が本質的に不安定なものであることがわかる。

このため，はじめてはく離を生じる *Re* に関する問題は，非定常問題として扱う方がよいように思える。この問題については，今後さらに検討を続けたい。

5. 結　言

厚板を一様流に平行においたときに生じるはく離泡の大きさを数値計算によって求めた。

有限要素法による近似方程式を16ビットパソコンで解いた。反復法を工夫することにより，直接法を使う場合にくらべて，計算機に必要な記憶容量を大幅に節減できた。その結果，要素数を大幅に増加することができて，信頼性のある結果を得た。

計算は，$Re=83\sim250$ について行った。はじめてはく離を生じる Re は84であった。Re の増加とともにはく離泡の大きさは増大したが，その割合は実験値よりかなり大きめであった。

終りに，計算に協力いただいた当時の学生，戸室満成君（日本アイ・ビー・エム）に謝意を表する次第である。

文　献

1）鍋本他1名，日機講論，835-4（1983-11），611
2）Ota, T.他1名，Trans. ASME, Ser. C, 96（1974），459
3）鍋本，広島大学工学部研究報告，33-2（1984），127
4）菊地，有限要素法概説，（昭59），14，サイエンス社
5）文献（4）の53ページ
6）文献（4）の134ページ
7）高橋編，コンピュータによる流体力学（演習），（昭57），53，構造計画研究所
8）ローチェ著，高橋訳，コンピュータによる流体力学（上），（昭53），209，構造計画研究所
9）Lane, J. C. 他1名，Trans. ASME, J. Fluid Eng.,102（1980），494
10）Ota, T. 他2名，Bulletin JSME, 24（1981），941

（昭和61年10月15日受付）

液体閉管路における
過渡流れの圧力・速度分布の解析

（機械工学科）　京　免　　進

Numerical Analysis of Pressure and Velocity Profiles for Transient Flow in a Closed Liquid Line

(Dept. Mech. Eng.)　Susumu KYOMEN

A present paper deals with a transient flow when an upstream valve opens instantaneously in a closed liquid line with a large tank at an upstream end. Equations of motion and of continuity are numerically solved by the finite-difference method using wall shear stress evaluated from the cross-sectional profile of instantaneous axial velocities. The variations of pressure and velocity profiles are shown schematically.

1. 緒　言

液体管路における弁操作により生ずる非定常流れに対しては，これまで数多くの研究がなされてきた。その中でも上流端に大容量のタンクを持つ管路において，下流端の弁が急閉鎖する場合の過渡流れは，水撃・油撃の防止の意味からも，実験的研究，理論的研究が多い。[(1)~(3)]

一方液体管路において，電磁弁等が急に開く場合の過渡流れについても，液体を制御する上からもその流れを把握することは意義がある。本報告では，上流端に大容量のタンクがあり，下流出口は閉端となっており，上流端の入口弁が瞬間的に開く場合の過渡流れを取り扱う。このような閉管路における過渡流れを精密に解析するには，摩擦損失の正確な見積りが重要となる。すなわち一次元の運動方程式に含まれる壁面せん断応力 τ_w を正しく評価する必要があり，定常摩擦損失の関係から得られる $\tau_w=\rho\lambda u_m|u_m|/8$（$\lambda$：定常管摩擦係数）を使用すると，圧力，速度の計算値は長方形パルス状に変化して実測値と合わない。[(4)(5)] 層流の場合については，すでに解析がなされ，圧力の計算値と実測値が比較され，より一致がみられている。[(4)(5)] しかし，管横断面上速度分布の変化についてはこれまで示されていない。

そこで本報告では，層流と乱流も含めて管横断面上速度分布の変化を予測することを主眼におくとともに，圧力 p，管横断面平均速度 u_m などの変化も示した。その際，壁面せん断応力 τ_w の値は，各瞬間の管横断面上速度の管壁近傍の分布から求めて，[(6)] 基礎式を差分法により数値計算した。

2. 記　号

c：音速　　　　v：半径方向速度

d ：管直径
f ：周波数$=c/(4l)$
l ：管路長さ
p ：圧力
p_t ：タンク圧力
R ：管半径
Re：レイノルズ数$=|u_m|d/\nu$
$Re_1=|u_{m,1}|d/\nu$
$Re_c=850\sqrt{\omega'}$
r ：半径方向の座標
t ：時間
u ：管軸方向速度
u_m：管横断面平均速度
$u_{m,1}=p_t/(\rho c)$
x ：管軸方向の座標
ε^* ：うず動粘度
λ ：管摩擦係数
ν ：動粘度
ν_Σ ：総括うず動粘度$=\varepsilon^*+\nu$
ρ ：密度
τ_w ：壁面せん断応力
$\tau_{w,1}=\rho\lambda u_{m,1}^2/8$
ω ：角周波数$=2\pi f$
ω'：無次元角周波数$=\omega R^2/\nu$
添字ほか
m ：管横断面平均値を表す
$\overline{\ }$ ：短時間平均値を表す
$'$ ：乱れ成分を表す

3. 基礎式

乱流の場合の基礎式を以下に記す。管軸方向速度 u に関する運動方程式と連続の式を短時間平均($\overline{\ }$で表す)して，整理すれば次式

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}-\frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\bar{u}}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial r}(r\overline{u'v'})+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}+\rho c^2\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial\bar{v}}{\partial r}+\frac{\bar{v}}{r}\right)=0 \tag{2}$$

が得られる。[7] ここで，p：圧力，v：半径方向速度，t：時間，ν：動粘度，ρ：密度，c：音速，x：管軸方向の座標，r：半径方向の座標，$'$：乱れ成分 である。上式を管横断面平均すると，つぎの一次元の式が得られる。

$$\frac{\partial\bar{u}_m}{\partial t}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\frac{2\bar{\tau}_w}{\rho R}=0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}+\rho c^2\frac{\partial\bar{u}_m}{\partial x}=0 \tag{4}$$

ここで $\bar{\tau}_w=-\rho\nu(\partial\bar{u}/\partial r)_{r=R}$ であり，圧力 $\bar{p}$ は管横断面内で一様であるとして添字 m を省略してある。式(3),(4)を特性曲線法により，常微分方程式に変換し，これらを差分近似して，管軸方向の圧力 $\bar{p}$，管横断面平均速度 $\bar{u}_m$ を計算するが，詳細については文献(8),(9)を参照してもらいたい。ここで式(3)中の壁面せん断応力 $\bar{\tau}_w$ の値は，各瞬間の管横断面上速度分布から求めるが，これについてはレイノルズ応力項をうず動粘度 ε^* で表し，さらに総括うず動粘度 $\nu_\Sigma=\varepsilon^*+\nu$ を用いて，式(1)を変形した次式

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}-\nu_\Sigma\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial r^2}-\left(\frac{d\nu_\Sigma}{dr}+\frac{\nu_\Sigma}{r}\right)\frac{\partial\bar{u}}{\partial r}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}=0 \tag{5}$$

を使う。ν_Σ の分布としては，前の報告[6] と同じように4層モデルを使用する。上式を差分近似して

SOR 法で計算するが，これについても詳細は文献(8)に示してあるので，ここでは省略する。

ところで層流の場合については，式(3)～(5)で ‾ がつかない形，式(5)で $\nu_\Sigma=\nu$ とすればよい。さて初期値 ($t=0$) としては，管路内の $\bar{p}$, $\bar{u}_m$, $\bar{\tau}_w$, および管横断面上速度 $\bar{u}$ の値は全て零とする。また境界条件としては，弁開放後 ($t>0$) では，管入口では一定のタンク水位から得られる $\bar{p}_t$ の値を与え，下流の閉端では $\bar{u}_m$, $\bar{\tau}_w$, $\bar{u}$ の値は零とする。

4. 計算方法

前に報告[6]したように，下流端の出口弁が瞬間閉鎖する場合の乱流過渡流れでは，初期状態が乱流であっても，層流理論で解析できる場合と，乱流－層流理論で解析しなければならない場合の二通りの方法があった。層流理論で解析できる場合の判定基準としては，初期速度 $\bar{u}_{m,0}$ に基づくレイノルズ数 Re_0 と，臨界レイノルズ数 $Re_c \fallingdotseq 850\sqrt{\omega'}$ (ω'：無次元角周波数$=\omega R^2/\nu$, ω：角周波数）との大小関係により定まる。すなわち $Re_0 \leqq Re_c$ ならば層流理論で，$Re_0 > Re_c$ ならば乱流－層流理論によらなければならない。そして後者の乱流－層流理論では，瞬時のレイノルズ数 $Re=|\bar{u}_m|d/\nu$ の値が Re_c の値と比較して，大きいか小さいかを判定して乱流計算か層流計算かを実行した。このような計算法が有効であることを圧力実測値と比較して確かめた。

以上は出口弁が瞬間閉鎖する場合であるが，本報告で扱うような閉管路においてタンク入口弁が瞬間開放する場合でも，上記の手法が適用できるものと考えて，解析を行うことにした。この場合の流れでは，入口弁が瞬間開放した直後，タンク圧 $\bar{p}_t$ による最初の圧力波が下流に向って伝ばしていくが，その時の入口弁の管横断面平均速度は $\bar{u}_{m,1}=\bar{p}_t/(\rho c)$ となる。この $\bar{u}_{m,1}$ に基づく $Re_1=|\bar{u}_{m,1}|d/\nu$ が Re_c より小さければ層流計算で，大きければ乱流計算を行う。後者の乱流計算では，瞬時の Re が Re_c と比較しつつ，$Re \leqq Re_c$ ならば層流計算，$Re > Re_c$ ならば乱流計算を行うことにした。

なお壁面せん断応力 τ_w については，層流の場合には，u の管壁近傍の分布を 2 次曲線で近似してその微分値より τ_w の値を求め，乱流の場合については，粘性底層における $\bar{u}$ の分布を最小二乗法により直線で近似して，そのこう配から $\bar{\tau}_w$ の値を求めた。

5. 計算結果および考察

5・1 層流の場合

これは $Re_1 \leqq Re_c$ の場合である。ここでは管路長さ $l=11$ m，管内径 $d=0.01$ m の閉管路を想定した。そして管入口側のタンク圧力は $p_t=2$ MPa で一定であり，動粘度 $\nu=0.85\times10^{-4}$ m²/s，

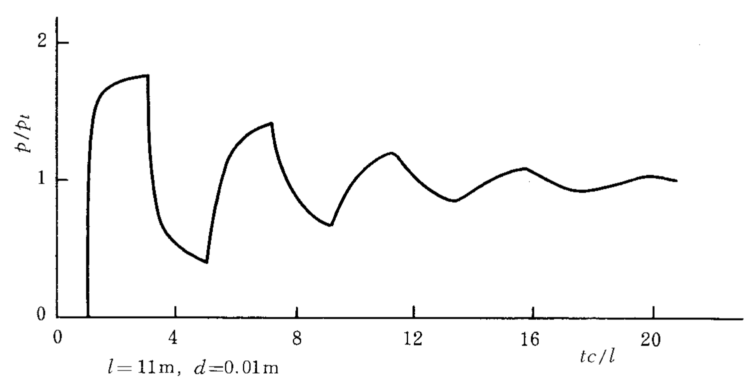


図 1 管路出口閉端部の圧力変化（層流）

音速 $c=1300\,\mathrm{m/s}$ の油が管内に充満し静止している。そして入口弁を瞬間的に開放させた場合の流れを取り扱う。この場合 $Re_1=|u_{m,1}|d/\nu=p_t d/(\rho\nu c)=205$ となる。また無次元角周波数 $\omega'=\omega R^2/\nu=2\pi f R^2/\nu=2\pi R^2 c/(4\nu l)$ となり，臨界レイノルズ数は $Re_c=850\sqrt{\omega'}=6190$ となる。従って $Re_1<Re_c$ となり，層流計算でよいことになる。この場合の計算結果を図1～図5に示す。

図1は管路出口閉端部の圧力変化，図2は管路中央部の圧力変化，図3は管路中央部の管横断面平均速度の変化，図4は管路中央部の壁面せん断応力の変化を示した。ここで図4中の $\tau_{w,1}$ は $\rho\lambda u_{m,1}^2/8$ を示す。壁面せん断応力の変化では，圧力波が到着した直後に，τ_w の値は大きく変化するが，時間の経過とともに油の粘性摩擦によって，波形の減衰が大きくなる。つぎに管横断面上速度分布の1周期 $(tc/l\leqq4)$ にわたる変化を図5に示す。入口弁が開放して，圧力波が下流の閉端近くまで伝わったところ $(tc/l=0.8)$ では，管壁近傍を除いた管横断面上の速度は平たんな分布をとっており，いわゆる境界層の発達がみられる。そして圧力波が伝ぱしたあとの速度分布は発達して放物線分布に近づいていることがわかる。圧力波が下流の閉端を反射してもとの上流端にもどったとき $(tc/l=2)$，管内の速度分布は，管壁近傍で逆流が生じている。以後の流れも，管壁付近でピークをもったり，逆流を伴った流れをとり，放物線分布とはかけ離れた分布をとっている。なお，たとえば管入口部（タ

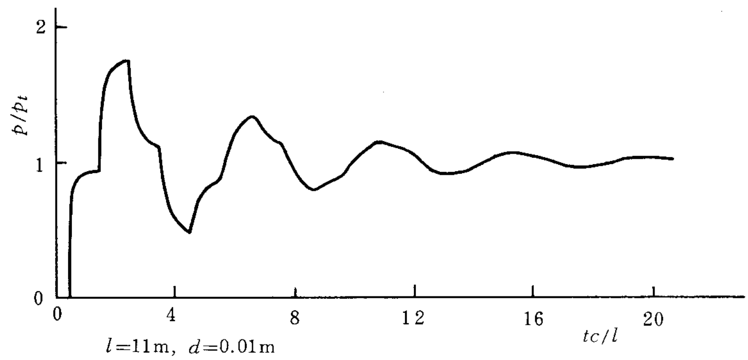


図2 管路中央部の圧力変化（層流）

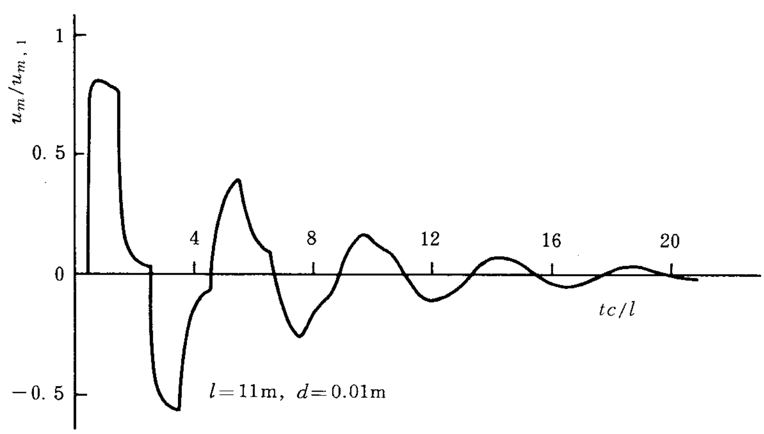


図3 管路中央部の管横断面平均速度変化（層流）

ンク）において，$tc/l \leqq 1.6$ では速度分布が発達して放物線分布に近づくことがよくわかる。

つぎに上記と同じ管路条件で，管路長さが短くなった $l=1\,\mathrm{m}$ の場合を示す。これも $Re_1 < Re_c$ となるので層流計算でよい。この場合の計算結果を図6～図8に示す。管路出口閉端部の圧力変化については図6，管路中央部の圧力変化については図7に示した。図中には，前述の $l=11\,\mathrm{m}$ の場合の計算値も与えたが，管路長さが短くなると圧力の減衰が少ない。管横断面上速度分布の1周期にわたる変化を図8に示す。前述の $l=11\,\mathrm{m}$ の場合（図5）に比べて，速度分布の変化が管壁側で鋭く，剛体的変化に近い。また，たとえば管入口部（タンク）において，圧力波が出口閉端部に反射してもとの入口部に届くまで $(tc/l<2)$ をみると，速度分布の発達がほとんどみられない。これは管路長さが短いため，圧力波の伝ぱが早く，そのため速度分布の発達を許さないためである。

5・2　乱流の場合

これは $Re_1 > Re_c$ の場合である。ここではこのような状態が生ずる場合をつぎのように想定してみた。すなわち $l=1805\mathrm{m}$, $d=0.0254\mathrm{m}$ の閉管路で，$\nu=0.86\times10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$, $c=1350\mathrm{m/s}$ の水が管内を充満して静止状態にある。この場合 $Re_c=12600$ となる。いまタンクの水頭が 80 m であるとし，タンク入口弁が瞬間的に開放したとすると，$\bar{u}_{m,1}=0.581\mathrm{m/s}$, $Re_1=17200$ となり，$Re_1 > Re_c$となるから乱流の場合になる。この場合の乱流－層流計算値を図9～図11に示す。管路出口閉端部および管路中央部の圧力変化を，それぞれ図9，図10に示す。つぎに管横断面上速度分布の1周期にわたる変化を図11に示す。前述の層流の場合（図5，図8）と同じような変化をするが，圧力波がもとの入口部に帰ってくる間 $(tc/l<2)$ で，乱流定常速度分布に近い形（たとえば入口部）をとる点が，層流の場合と異なる。

6. 結　言

上流端に大容量のタンクをもつ水平閉管路において，管内は液体で充満している静止状態から，タンク側の入口弁を瞬間的に開いた場合に生じる過渡流れを対象とし，基礎式を差分近似して数値計算

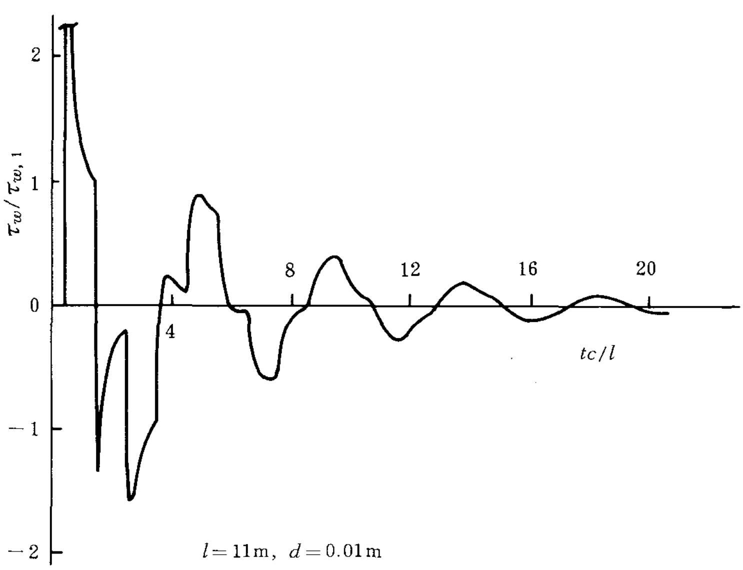
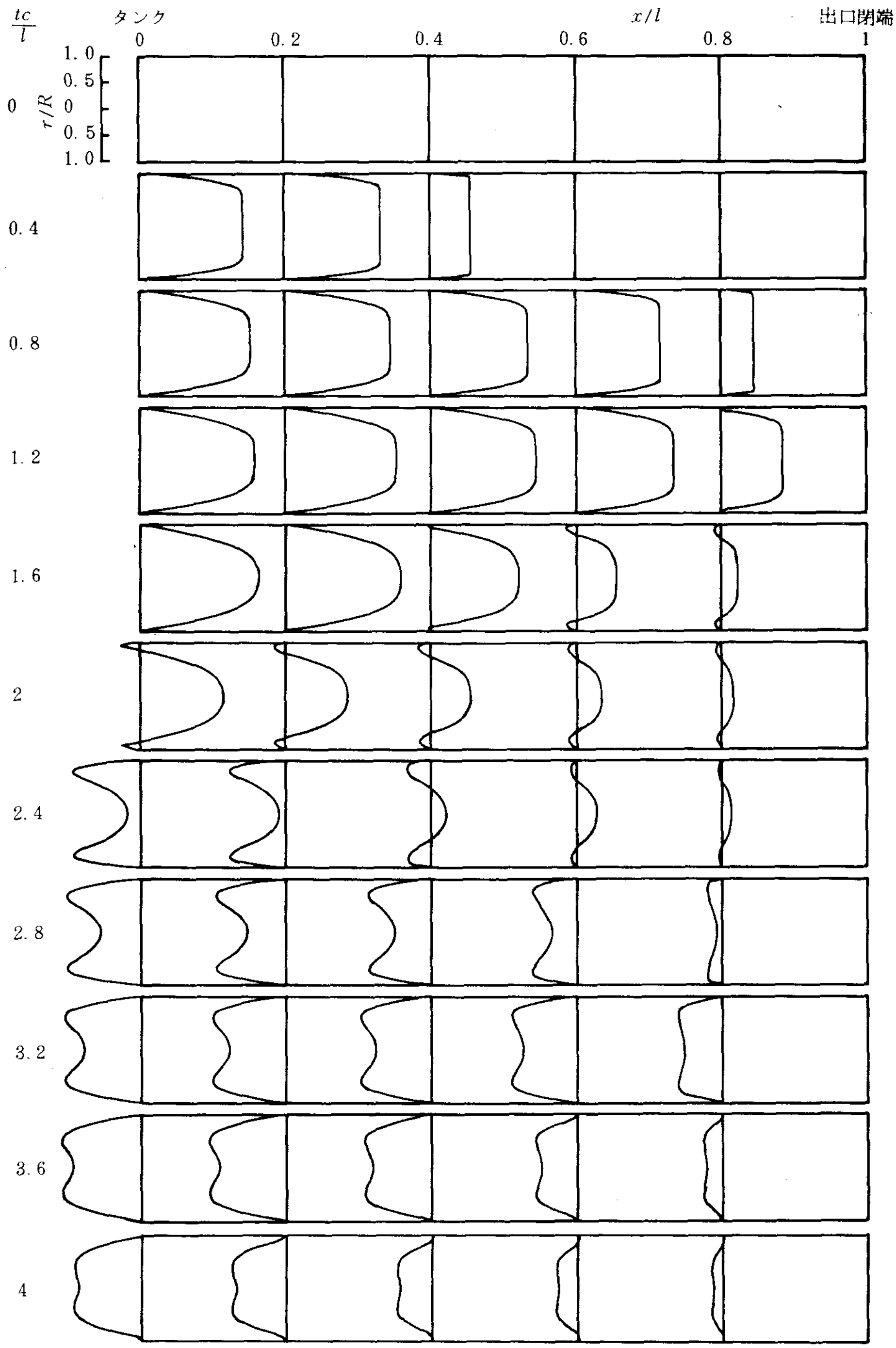


図4　管路中央部の壁面せん断応力変化（層流）



$l=11\mathrm{m}$, $d=0.01\mathrm{m}$

図5 管横断面上速度分布の1周期の変化(層流)

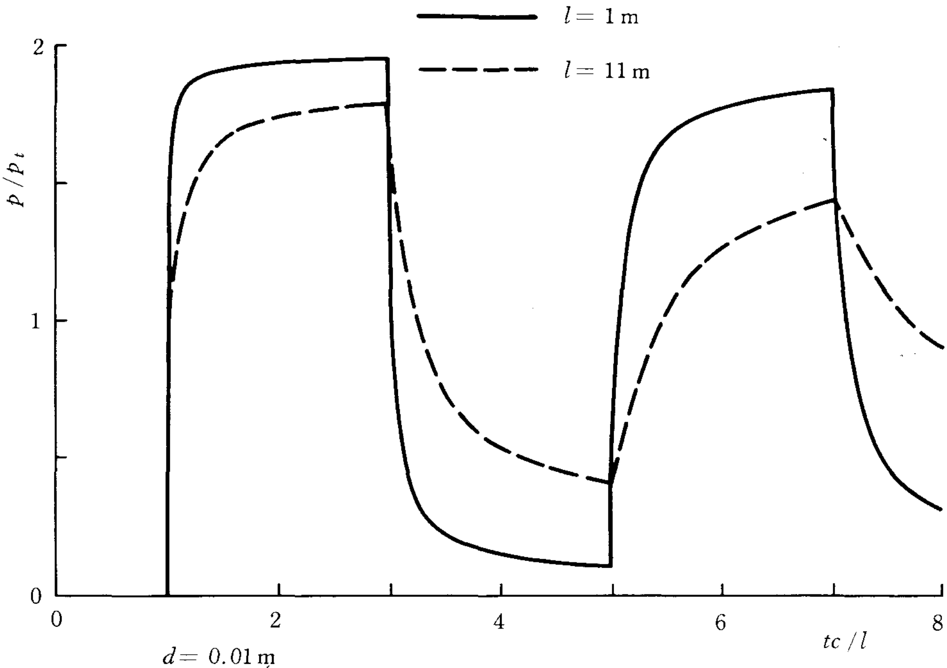


図 6　管路出口閉端部の圧力変化（層流）

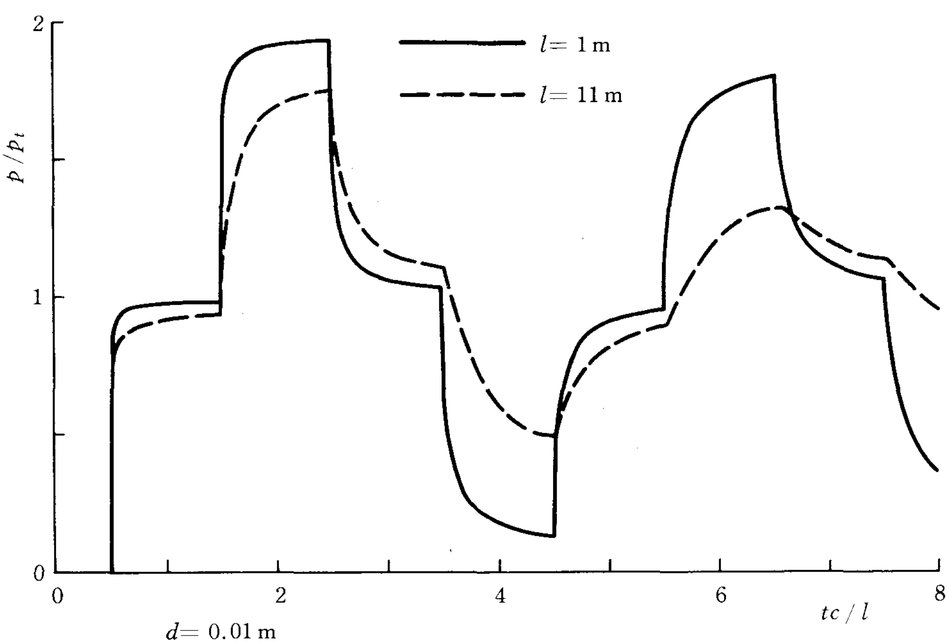


図 7　管路中央部の圧力変化（層流）

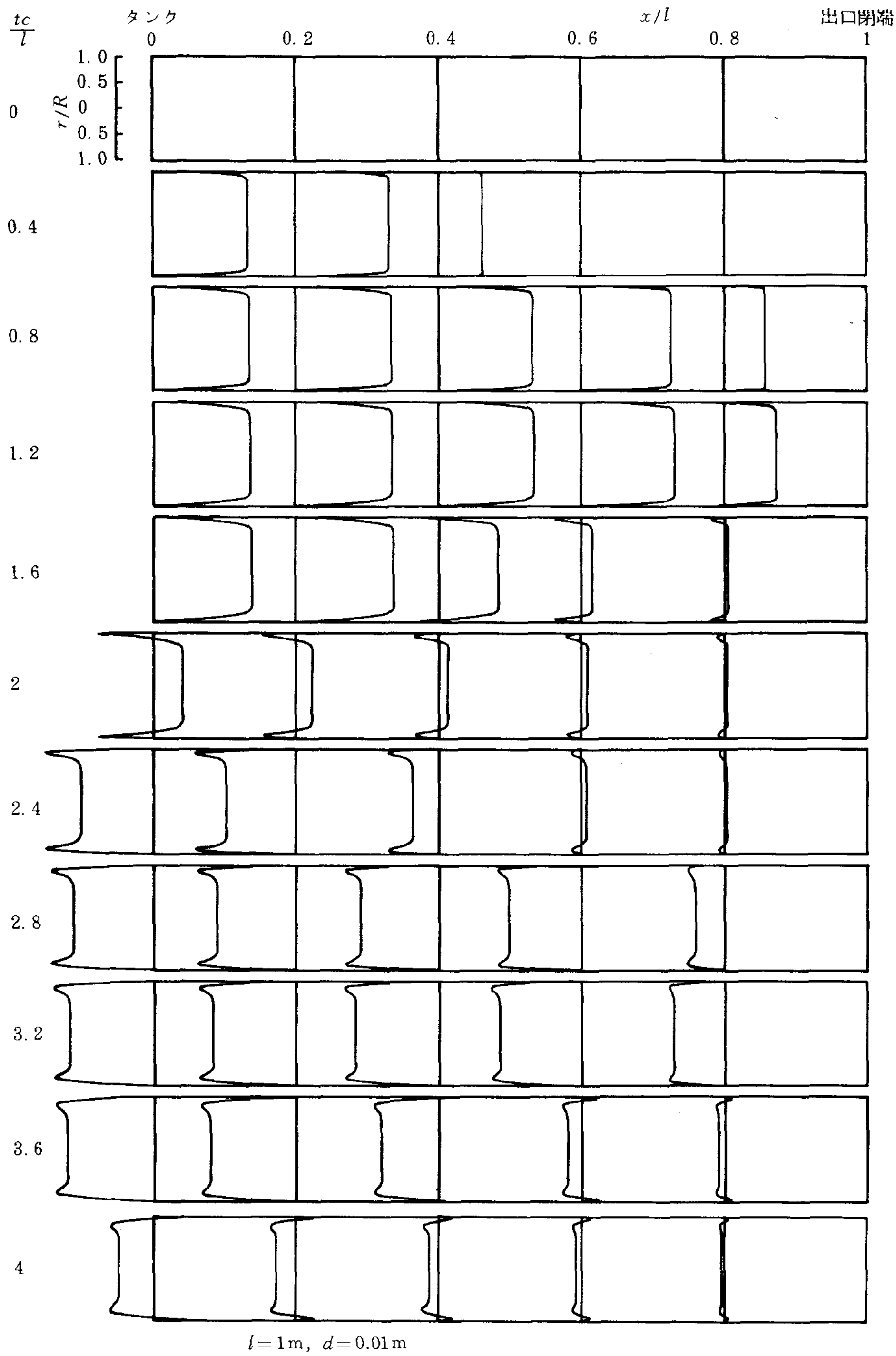


図8　管横断面上速度分布の1周期の変化（層流）

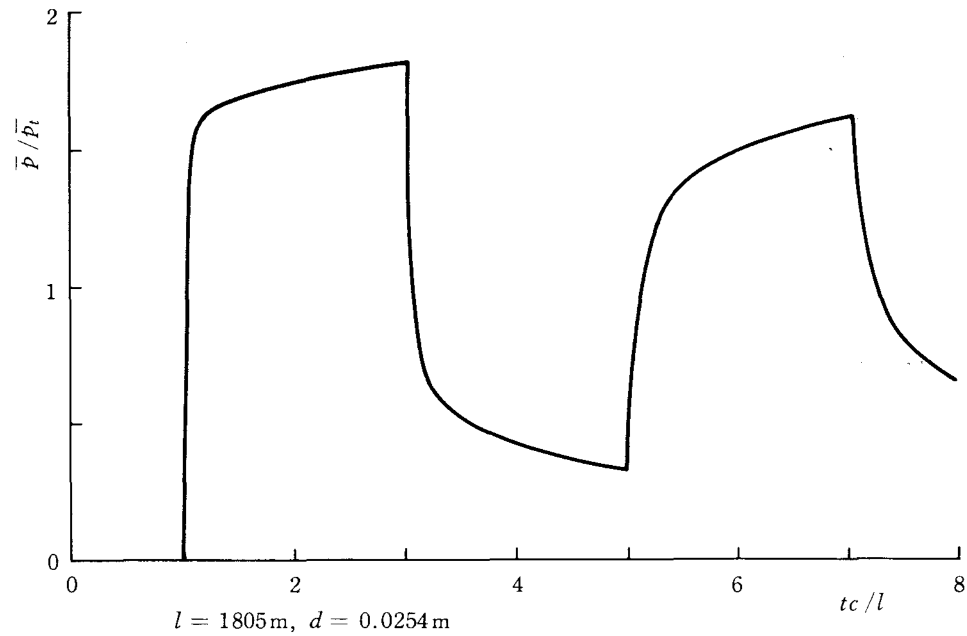


図 9 管路出口閉端部の圧力変化（乱流）

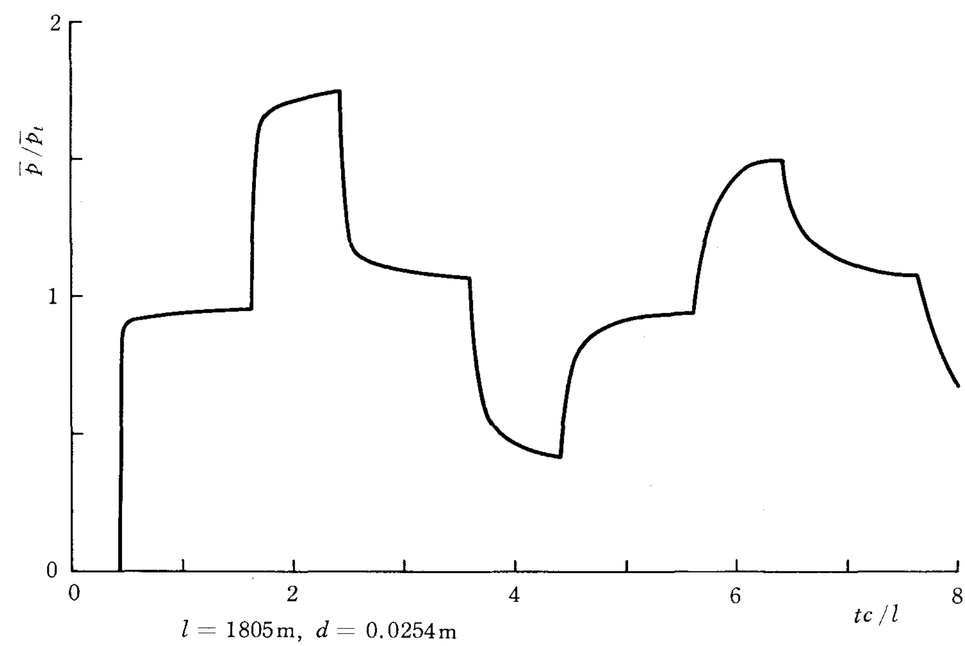


図 10 管路中央部の圧力変化（乱流）

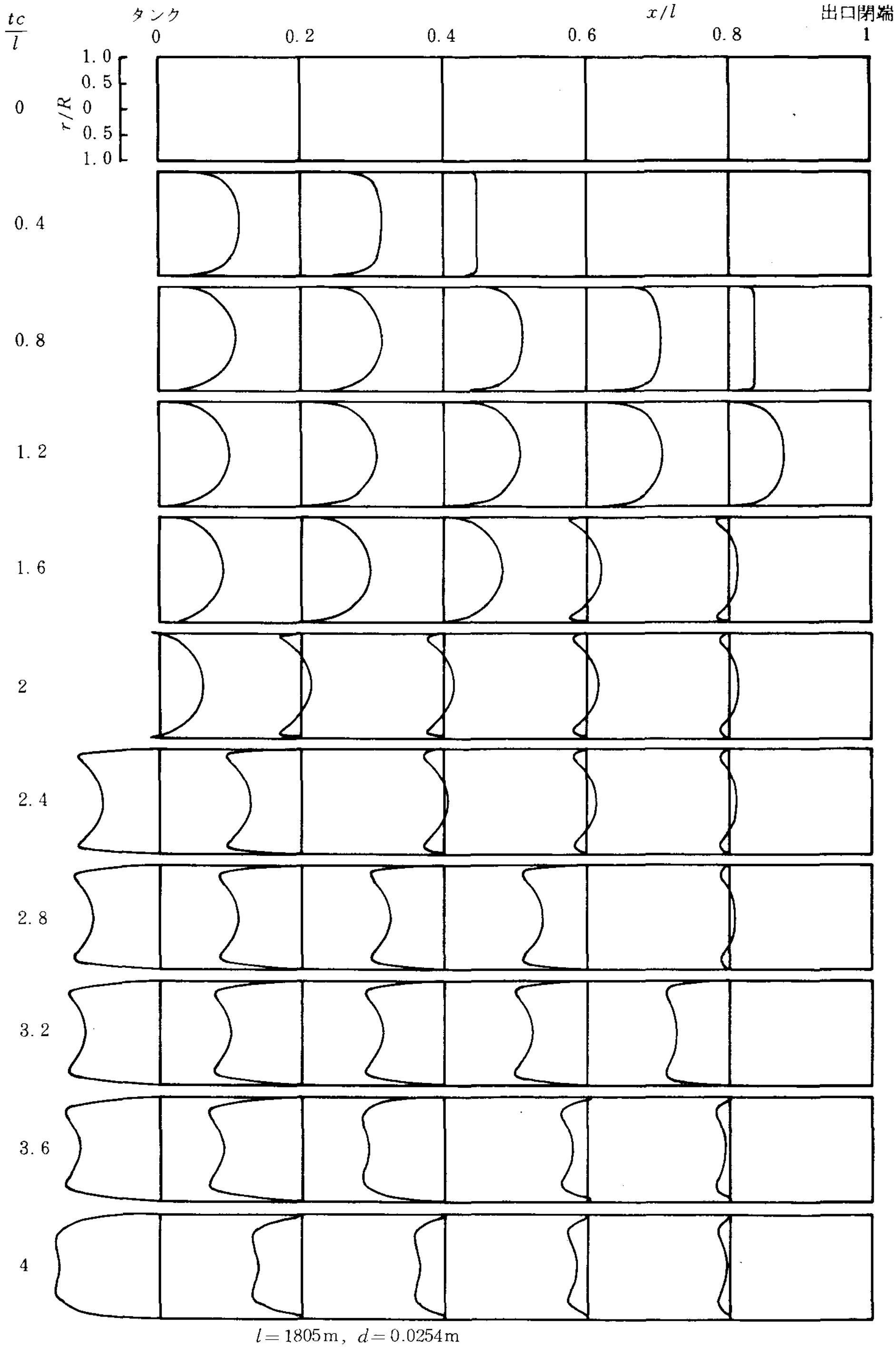


図11 管横断面上速度分布の1周期の変化(乱流)

を行った。そして層流と乱流の各場合について，管軸方向の圧力，管横断面平均速度などの変化を示すとともに，管横断面上速度分布の1周期にわたる変化を詳しく調べた。

文　献

(1) Holmboe, E. L. and Rouleau, W. T., Trans. ASME, Ser. D, **89**-1 (1967), 174.
(2) Zielke, W., Trans. ASME, Ser. D, **90**-1 (1968), 109.
(3) Wylie, E. B. and Streeter, V. L., Fluid Transients, 1978, McGraw-Hill.
(4) 高橋・池尾・高橋，日本機械学会論文集，**39**-320 (昭48), 1261.
(5) 橋本・今枝・菊池，油圧と空気圧，**16**-2 (昭60), 70.
(6) 近江・京免・碓井，日本機械学会論文集，**50**-457, B (昭59), 1995.
(7) 近江・碓井，日本機械学会論文集，**41**-347 (昭50), 2030.
(8) 近江・京免・碓井，日本機械学会論文集，**46**-405, B (昭55), 829.
(9) 近江・京免・碓井，日本機械学会論文集，**47**-424, B (昭56), 2282.

（昭和61年10月15日受付）

メタルハライドランプの電圧による演色性の変化

（電気工学科）　原　田　一　彦

A Study of a Change of the Color Rendering Properties of Metal Halide Lamps by Voltage

Kazuhiko HARADA

Metal halida lamps show high efficiency and good color rendering properties. They have been used indoors more often recently as lamps with low wattage were developed.

In this study Sn type lamp, which shows the best color rendering properties in all metal halide lamps, were investigated about a change of the color rendering properties by voltage, using color rendering chips (common colors for observation).

Over the rated voltage 100V, every color chip could be distinguished and the color rendering properties were good.

As voltage was decreased from 95V, 5Y8/12 approached 7.5Y8/12 and 5G5/8 did 5G5/6, and 80V they showed almost the same color.

5R4/12 approached 5R4/10 a little about 85V.

At the lower voltage than the rated one, red color chips of four colors were not seen brightly.

In the result metal halide lamps were very stable on the color rendering properties for voltage.

§1　緒　言

昭和60年のメタルハライドランプの生産は前年よりも増加している。[1] これは，効率の良いHIDランプのなかで，演色性が良いことと100W以下の小形ランプが開発され，室内で使用し易くなったことが影響していると考えられる。室内進出のための研究，開発は活発で，小形化のためのランプ効率低下の対策，[2] 良好な始動特性維持のための電極対策，[3] 安定器の小形軽量化のための高周波点灯における放電安定性の検討，[4] 演色性改善のための赤色光を蛍光体で補う方法，[5] 音響共鳴現象の対策，[6] 新しい二重構造のランプ[7]等の発表がなされている。

今後，メタルハライドランプの普及はさらに伸びるものと予想される。そこで，メタルハライドランプのなかで演色性の最も良いSn のハロゲン化物を添加したランプを，電源電圧を変えた場合の演

色性の変化について演色評価色票を使用して検討をした。

§2　メタルハライドランプの種類と比較

メタルハライドランプは，分光特性により，線スペクトルを組合わせるものと連続スペクトルを主体にしたものとに大別できる。**表1**[8]は，その特性を比較したものである。

表1　400Wメタルハライドランプの特性比較（透明形）

ランプタイプ	封入物	全光束〔lm〕	効率〔lm/W〕	色温度〔K〕	平均演色評価数 Ra
小数の強い線スペクトルの組合せ	Na - Tl - In	32,000	80	5,000	65
多数の線スペクトルと小数の強い線スペクトルの組合せ	Dy - Tl	32,000	80	6,000	90
	Sc - Na - Th	40,000	100	4,000	65
分子発光による連続スペクトル	Sn	20,000	50	5,000	92

また，高効率形，低始動電圧形，高演色形に分類することもできる。**表1**の Sn のハロゲン化物を封入したランプは高演色形に属し，平均演色評価数も三波長域発光形蛍光ランプ（Ra が 84）に比べて良好で，交流点灯時にフリッカーが少ない。しかし，効率は他のメタルハライドランプよりも低い。

実験には，一般的な室内使用の普及という点を考慮し，高演色形のD 250（Sn タイプ）を使用した。**図1**は，このランプの分光分布特性である。

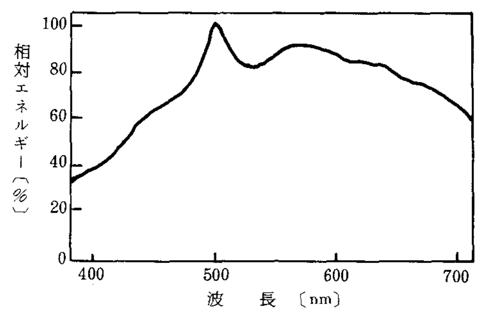


図1　メタルハライドランプ（Sn タイプ）の分光分布

§3　実験と吟味

日常では，光源の演色性の評価は人の顔色の見え方で行なう場合が普通である。我々が敏感に色ズレを感じるのは，はだいろのほか，しろ，はいいろがある。演色評価色票2[9]には，これらの色

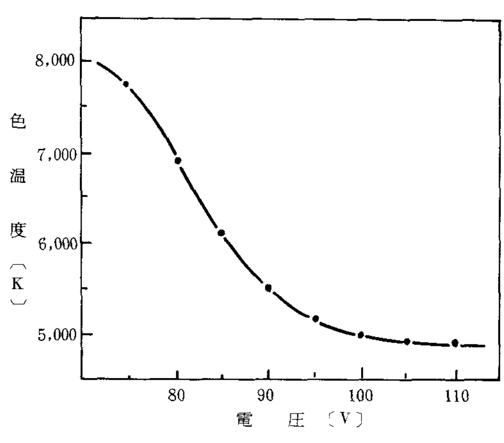


図2　メタルハライドランプの電圧による色温度の変化

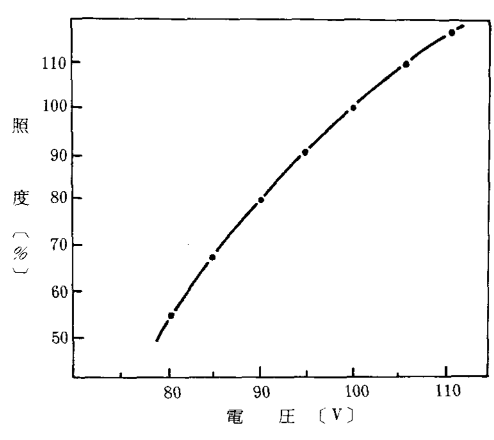


図3　メタルハライドランプの電圧による照度の変化

票の上下左右に色ズレを生じやすい4色の色票がある。また，身近な一般的な色である，あか，きいろ，みどり，あおについてはそれぞれ周囲に3色の色ズレをしやすい色票がある。

被験者は視力，色覚共に正常な成人男女2名ずつで，アンケート方式により評価を行なった。供試ランプの電圧による色温度の変化は，**図2**に示すように電圧が下がると水銀スペクトルが強調されて色温度が上昇する。また，この場合の色票の照度変化は**図3**のようになった。

定格電圧の100Vから110Vまでの高い電圧では，演色性は良好ですべての色票がはっきりと区別でき，鮮やかに見え，色ズレはなかった。定格電圧より低い95Vでは，きいろの5Y8/12が7.5Y8/12に若干接近し，みどりの5G5/8が5G5/6の方に少しずれてきた。この2色のずれの傾向は，電圧を低くすると大きくなり，80Vではほぼ同色となった。しかし，これら2色の色票は，自然光で見てもかなり接近して見える色である。定格電圧より低い電圧になると，全部のあかの色票がにぶく見え，5R4/12が5R4/10の方にずれてきた。これは，照度低下と，供試ランプの特殊演色評価数のR_9（あか）が一番低い64であることが原因と考えられる。

以前に，電球色蛍光ランプと三波長域発光形蛍光ランプについて同様の実験をしたが[10)11)]，前者は，2.5PB4/8，5R4/12，5Y8/12および5G5/8の4色で色ズレを生じ，後者は，ほとんど色ズレを生じないという結果であった。今回のメタルハライドランプ（Snタイプ）は，電球色蛍光ランプよりも電圧による演色性は安定しており，この面では，室内の一般照明用の使用には満足できるものと考えてよい。

§4 結　言

メタルハライドランプの一般的な室内使用には，演色性を考慮しなければならないので，演色性の優れたSnタイプのランプについて，電圧変動による演色性の変化を調査したが，かなり安定しており室内での使用には支障がほとんどないことがわかった。しかし，このSnタイプは効率が悪く高力率形の約半分であり，さらに小形化により効率が低下する傾向があるので，効率の改善，安定器の小形軽量化，良好な始動特性等改善すべき問題はあるが，近い将来に解決されて，室内照明の光源として一層の普及がなされるものと予想される。

最後に，実験に協力をしていただいた4名の方々に厚く感謝する。

参考文献

1) 電球工業会報 №323（昭61）43〜59
2) 犬飼ほか：昭58年照明学会全国大会講演論文集 39
3) 田口ほか：昭59年照明学会全国大会講演論文集 34
4) 清水ほか：昭61年照明学会全国大会講演論文集 30
5) Wyner, E. F. et al: J. Illum. Engng. Soc. 13-4 (1984) 359〜367
6) Davenport, J. M. et al: J. Illum. Engng. Soc. 14-2 (1985) 633〜642
7) Keeffe, W. M., Krasko, Z. K.: Light. Des. Appl. 15-2 (1985) 48〜52
8) 照明学会編：大学課程照明工学 39
9) 照明学会：照明デザインに役立つ演色評価色票
10) 原田一彦：呉高専研究報告 19巻 2号（昭59）45〜49
11) 原田一彦：呉高専研究報告 20巻 1号（昭59）19〜22

（昭和61年10月15日受付）

中空陰極放電の実験的研究 V

（電気工学科）　山　崎　　勉

Experimental Study on the Hollow-Cathode Discharge V

Tsutomu YAMAZAKI

Experimental data are reported on the current-voltage characteristics of the hollow-cathode glow discharge in argon. Measurements were carried out in the range of gas pressure lower than 70 Pascal in order to show that the hollow-cathode effect became more notable as the working pressure reduced. And the characteristics of the reduced curret versus the sustaining voltage of the hollow-cathode discharge were compared with that of the cylindrical rod-cathode of the same size, 26 mm in diameter and 100 mm in length.

Obtained results show that the discharge current increases as increasing the sustaining voltage, and that the sustaining voltage increases as gas pressure reduced.

The reduced current versus the sustaining voltage of hollow-cathode showed more notable change called hollow-cathode effect as reducing the pressure, compared with that of rod-cathode.

§1　まえがき

中空になった金属を陰極とする放電を中空陰極放電とよび，平板電極の場合とは異なった性質を示す。これにはアーク放電とグロー放電の2つの放電形式があり，両形式ともに応用研究が進められイオン源[(1)]や金属蒸気レーザ[(2)]等に利用されている。ここでは低気圧中空陰極グロー放電を対象とする。

中空陰極放電の特徴は一括してホロー陰極効果[(3)]として知られている。容易に測定できる放電特性として電圧電流特性が挙げられるが，放電維持電圧の低下や陰極電流密度の増加という形でホロー陰極効果が観測される。また，中空陰極は機械的に丈夫であり，十分な電子放出能が得られれば従来の熱陰極にとって代わる可能性をもっている。そして，これらの特徴は従来利用されてきた陽光性プラズマとは異なった励起機構による陰極降下部を利用していることに原因がある。

さて，一般にホロー陰極効果は気圧が低い方が顕著に現われるとされている。[(3)]気圧の低下により陰極中空内に，放電励起の活性部である陰極降下部（陰極暗部から負グローまで）が一面に広がる。そして比較的大きなエネルギーを持った電子が陰極内部で活発に運動し多くの二次電子を発生すると同時に陰極の静電ポテンシャル内に閉じ込められているため電子損失も少なく能率よく電離が行なわれるためである。[(4)]その結果放電電圧の低下や電流密度の増加をもたらすことになる。このような効果は，気圧や電極形状に依存するが，一般に相似則を適用することにより簡単化した特性曲線が得られ，そ

れをもとにしてその素過程について定性的に考えることができる。

ここでは，以前の報告[5]において欠落していた低気圧領域での電圧電流特性の測定結果を提示し，ホロー陰極効果が低気圧域で顕著となることを確認する事を目的とする。

§2　実験方法と結果

放電用電極は以前の報告[5,6]と同じ物を用いている。すなわち，中空陰極（内径26 mm長さ100mm SUS 304），陽極（内径76 mm厚さ10 mmの真空フランジ，青銅）と，それらの間に絶縁用のテフロン板（厚さ2 mm）と中間電極（SUS 304）で構成されている。陰極・陽極間は中間電極中央部にあけた直径5 mmの穴で結合され，両電極間の距離は中間電極を間にはさんで約18 mmである。

電圧電流特性の測定方法は，安定化抵抗（約1.2 kΩ）を固定し，電源電圧を変えてその時の電流（可動コイル型電流計）と放電維持電圧（ディジタルマルチメータ　岩通 VOAC 747）の値をすばやく読み記録する事とした。なお，電源は倍電圧整流して得ており，出力陽極側に0.1 Hのチョークコイルがあるが，安定化は行っていない。

放電管の真空の保持は以前より多少改善されたが，[6]まだ不十分で完全な封じ切りとできなかった。そのため，実験時にはわずかに排気弁を開きホロー陰極外側の陽極付近に設置したピラニ真空計の指示値が一定となる条件で，気圧を設定した。これは，わずかながら気流が陰極側から陽極に向って存在する状況にあることになる。

実験は 2×10^{-5} Torr 以下まで排気した後，アルゴンガスを導入（高圧ガスボンベより）し低い気圧（約0.025 Torr）に設定する。放電点灯後気圧，電流等が一定となったのを確認して測定を開始した。電圧電流特性は短時間で測定し，その後放電電流を10 mAに保って約5分程度放置しておく。実験中，陰極は常に小型扇風器により冷却し，陰極温度が高くならないように注意した。再び同様の手順で同一の気圧において5～7回測定を行った。なお，気圧を変える場合は排気弁の開閉状態の変更のみによって行った。

気圧をパラメータとした場合，電圧電流特性の測定例を図1に示す。どの気圧の場合にも電圧の増加に対し電流が増加する。そして電圧に対する電流の増え方はしだいに電流値が飽和していくようにみえる。気圧による特性の差はあまりないが，わずかではあるが，気圧が低くなるに従い特性曲線は電圧の高い方へ平行移動し，曲線の傾きが小さくなってきている。[7]一方，以前に報告した結果と比較すると，高い気圧の場合20 Torr付近では電流の増加とともに電圧の減少する負特性，定電圧特性および正特性の各領域が現われていた。そして，気圧の低下とともに負特性部分が消滅していった（数Torr付近）。そしてより気圧の低い今回の実験結果では定電圧部分も消滅してきている。このような一連の変化はグロー放電の電圧電流特性における前期グロー，正規グロー，異常グローの各放電領域に対応して変化していると考えられる。このことは，電流測定範囲を10 mA以上,600

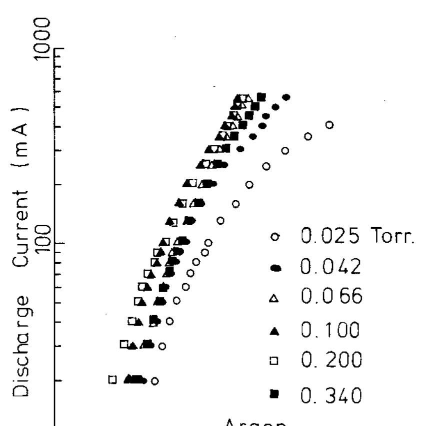


図1　低気圧，中空陰極グロー放電の電圧電流特性

mA 以下に制限しているため同一気圧でのグロー放電の全領域に対応する特性曲線が得られていないことに問題があるが，前述の事は十分推定できる。

なお，低気圧では各測定間の気圧の違いが小さいため各特性曲線は互に接近して現われていると考えられるが，気圧の低下により特性曲線が電圧の大きい方に移動するという傾向に反するような結果も見られる。これは気体流量の変化による放電維持電圧の変化，中空陰極内の気体温度・気体密度の変化や読み取り誤差等によるものと考えられる。実際気流については，気体流量の多い程放電維持電圧が低下することが確かめられている。[8] 今回の実験でも微少ではあるが気流がある。次に気体温度の変化については，直接に測定していないが陰極温度の変化からその効果を考える事ができる。

そこで一つの電圧電流特性曲線の測定後次の測定までの時間（約5分）に放電電流が異なる(10mAと50mA）場合どのような違いが現われるかを調べてみた。その結果を図2に示す。もちろん，同一気圧で気体の流れの状態が同一となるよう注意して実験した。このような低気圧の条件下では，放置した時の放電電流が大きい場合の特性曲線は電圧が高く，電圧に対して電流増加の割合が小さくなるという結果が得られた。これは大きな放電電流により陰極中空内の気体温度が高くなり気体密度が低下し，同一気体温度と比べると気圧の低下と同様な状況になった事が考えられる。この時陰極温度は放電電流が10mAと50mAに対し，放置時それぞれ40℃と50℃であった。このような気体温度の影響は気圧が低い方が著しく，気圧が高くなるとしだいに緩和され，0.5 Torr以上では気流の方の影響が強く温度の方は無視できる。ただし放電電流が大きい場合には気体温度は相当上昇しているものと考えられ，短時間で測定した直後の陰極温度は約10℃上昇していた。気体温度は陰極温度より高いと考えられるので，低気圧大電流では相当気体密度が減少していたと考えられる。

さて，以上の結果から陰極温度による電圧電流特性の変化が明らかとなったので，今回の実験は放置時の放電電流が10mAとして行った結果を考察の対象とする。以前の測定結果[5,6]においても電圧の高い側に現われていた特性曲線は陰極温度の高い状態での結果が含まれていたものと考えられる。

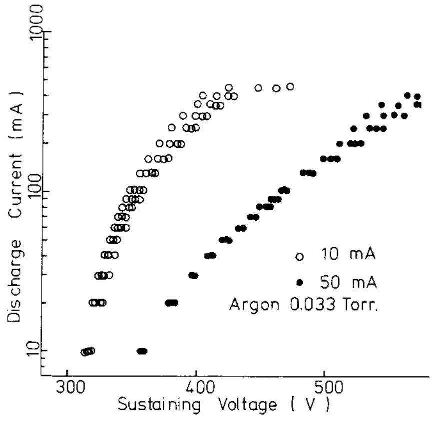


図2　陰極温度が異なる場合の電圧電流特性

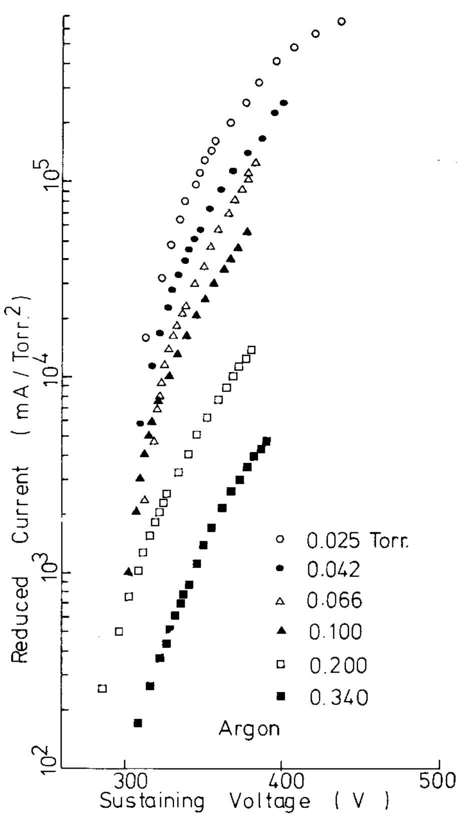


図3　換算電流対放電維持電圧．図1に対応する．

電圧電流特性（図1）を換算電流と放電維持電圧の関係で表わした結果を図3に示す。各特性曲線は気圧の低下により換算電流値の大きい方へ現われ，互いに重なる部分は低電流・低電圧部分ののみのようである（定電圧特性に相当する付近）。以前に報告[5,6]した気圧の高い場合（20～0.7Torr）の特性曲線は一つの曲線を描いていたのと比べ大きく異なっている。0.7 Torrより低い気圧では換算電流の大きい方へ移動し，その移動量は気圧が低い方が大きくなっている。これは同一放電電圧に対し陰極電流密度が増加し，その増加量は気圧が低い方が著しいことを表わしている。この事はホロー陰極効果として知られている特徴の一つである。

ただし，気圧はピラニ真空計の指示値を校正図から絶対圧力に読みなおしているが，5％程度の誤差がある。その他ピラニ真空計は気温による変化もあり，換算電流の計算に大きな影響を与える。

図4に換算電流値 1mA/Torr^2 以上の換算電流と放電電圧の関係を示す。以前の測定結果[5,6]も含めて記入してある。気圧の高い（20 Torr）領域で負特性ないし定電圧特性を示す。図では10 mA/Torr^2 付近まで定電圧特性が続いている。1 Torr近くになるとしだいに正特性部分が現われ始め，今回の実験範囲である0.5～0.020 Torrではすべて正特性で気圧の低下とともに換算電流

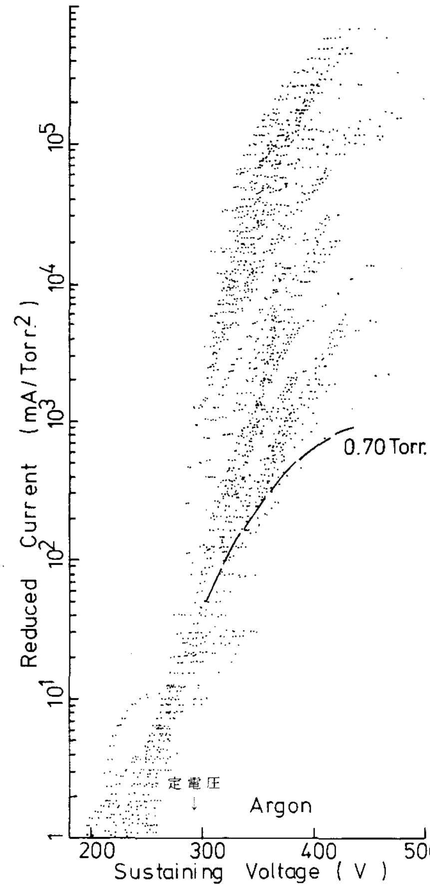


図4　換算電流対放電特性電圧

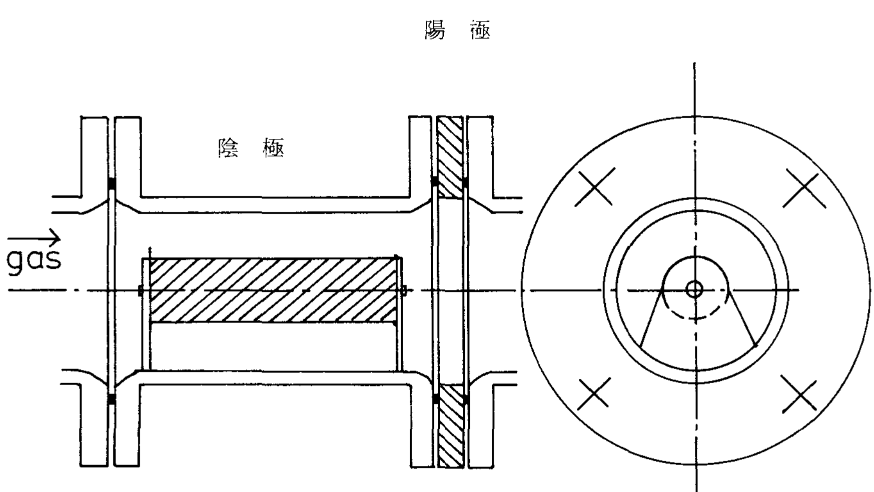


図5　放電管断面図と放電電極の配置

は大きくなる。陰極温度（詳しくは中空内の気体温度）を一定とすれば，0.7 Torr 以下の場合には放電電圧 300~500 V の範囲に帯状に広がり，気圧の低いものほど換算電流の大きい方に現われ一つの曲線としてまとめられない。同一電圧において電流密度が大きくなる，そしてその傾向は気圧の低下とともに著しくなるという事実は，ホロー陰極効果と呼ばれている特徴の一つである。

さて，このようなホロー陰極効果による陰極電流密度の増加を確かめるため次のような実験を行った。すなわち，ホロー陰極の代りに同一直径および同一長さの円筒形のステンレス棒を陰極とし，リング状の陽極（青銅，リング内径 76 mm，長さ 10 mm）を用い，電圧電流特性を測定する。両電極間は約 15 mm で中間電極は存在しない。電極配置図を図 5 に示す。陰極はフェノール樹脂の板（厚さ 3 mm）により放電管の中央部に支持されているため，放電面は円筒電極の側面のみと考えられる。放電時には陽光柱は存在しなかった。なお放電管はステンレス製で内径 64 mm である。

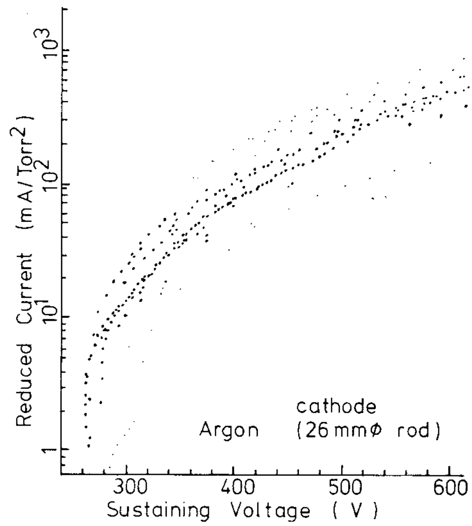


図 6　円筒棒陰極による放電特性，換算電流対放電維持電圧

ホロー陰極放電の場合と同様の手順により電圧電流特性を測定し，換算電流対放電維持電圧の関係で表わしたものが図 6 である。これを見ると定電圧特性から正特性への領域が認められ，ほぼ一つの曲線上に各測定点が存在しているように思われる。実験は 5 Torr 以下で 0.1 Torr 付近までの気圧範囲で行い，その結果が図に示してある。気圧の低下とともに正特性の状態となり，電圧電流特性は中空陰極の場合と同様の傾向が現われた。しかし，0.1 Torr 以下になると放電維持電圧が高くなり（500 V 以上），図 4 では 200 から 500 V の範囲であることを考えると比較にならないため省略してある。図 4 と図 6 を比較すると明らかなようにホロー陰極効果により低い放電維持電圧で大きな陰極電流密度が得られ，気圧が低い程その傾向が強く現われている事が確かめられる。

§ 4　結果の検討

換算電流と放電維持電圧の関係を示す図 4 と図 6 を比較すると次の事がわかる。両者は正規グロー放電の特徴である定電圧特性部をもち，またそれより電流が大きい領域では異常グロー部に達し正特性の電圧電流特性となっている。しかし，ホロー陰極の場合には異常グローの領域に入っても放電維持電圧が低く，陰極電流密度の増加も現われている。特に低気圧においてはその傾向が強く現われている。すなわち，気圧が低い方がホロー陰極効果が顕著に現われることが確かめられる。

相似則からはずれてくる原因として，[3] 放電体積中での累積電離，光電離，再結合や陰極表面での電荷転移により生じた高速イオンによる二次電子放出，共鳴光子による光電子放出，電界放出等が挙げられている。以上の他，ホロー陰極放電では陰極内に閉じ込められた高速電子の影響も指摘されている。[4] これらの素過程の効果についてその影響を明らかにするためには，陰極降下部におけるプラズマ諸量の測定を行う必要がある。これについては今後の課題である。現状では，高速電子の効果 [9,10] が最も重要と言われているが，光電離等 [11] の効果についても相互にからみあって影響しており理論的解析と同時に進める必要がある。

問題点について挙げると，陰極温度の影響がある。今回の実験で明らかなように陰極温度の違いに

よる電圧電流特性の変化は，温度上昇による放電電圧の上昇と電流の減少の両方に現われる。これは中空陰極内の気体密度の減少によるものである。円筒形の電極の場合(中空陰極ではない)にもこの問題はあるが，その影響は小さい。というのは，放電電流が一桁小さいからである。その他気流についても考えられるが，これについては実験装置を工夫する必要があり今後の問題である。なお，今回の実験では気流を最小限に抑えると同時に，実験条件が同じになるように努力し，特に比較する場合注意して条件が同一となるようにした。

§5 まとめ

中空陰極放電の電圧電流特性の測定を行った。陰極寸法は内径26mm長さ100mmである。実験はアルゴンガス2～70パスカル，放電電流10～500mAの範囲で行い，放電維持電圧は280～600Vとなった。前回の報告に対し，より気圧の低い範囲が対象となっている。その理由は，気圧の低下とともにホロー陰極効果が顕著になること，また，陰極中空部と同じ形状の棒状陰極による電圧電流特性との比較により電圧電流特性に及ぼすホロー陰極効果の影響を明らかにするためである。

得られた電圧電流特性は各気圧の場合とも電圧の増加により電流も増加する正特性を示し，これは異常グロー放電に対応する，気圧が低い方が同一電圧ではわずかに電流が小さくなっていた。

また，電圧電流特性より相似則に従って換算電流対放電維持電圧の関係で表示した。その結果をみると気圧が低くなるにつれ換算電流が増加することが確かめられた。また，その増加の割合は気圧が低い程著しくなることも確かめられた。以上の結果は，気圧が低くなるとホロー陰極効果が顕著となることを支持している。

参考文献

(1) 玉川元(編)：実験物理学講座19「放電」 共立出版 (1974)
(2) 稲場文男：「新版レーザ入門」 電子通信学会(昭和56)
(3) 「放電ハンドブック」 電気学会(昭和53)
(4) 藤井寛一：応用物理 Vol. 50 (10) (1984) 1073
(5) 山崎勉：呉高専研究報告 Vol. 19-2 (1984) 51
(6) 山崎勉：呉高専研究報告 Vol. 20-1 (1984) 35
(7) 川村澄，竹井日出夫，真瀬寛：電気学会プラズマ研究会資料 EP-79-3
(8) 山崎勉：呉高専研究報告 Vol. 18-1 (1982) 79
(9) V. G. Grechanyi, A. S. Metel: Sov. Phys. Tech. Phys. Vol. 27 (3) (1982) 284
(10) A. S. Metel: Sov. Phys. Tech. Phys. Vol. 30 (10) (1985) 1133
(11) G. V. Naidis: Sov. Phys. Tech. Phys. Vol. 27 (5) (1982) 555

(昭和61年10月15日受付)

雑壁付きはり柱の略算による断面二次モーメント評価法について

（建築学科）　門　前　勝　明
（バブコック日立）　桐　山　達　夫
（沖美町役場）　泊　野　秀　三

On Convenient Evaluation Method of Moment of Inertia of Beam and Column with Wall

Katsuaki MONZEN
Tatsuo KIRIYAMA
Syuzoh TOMARINO

Commonly used convenient evaluation methods of moment of inertia of beam and column with wall are considered. The convenient evaluation methods are based on the procedure replaced original cross section with rectangular cross section. The sectional area and depth of the equivelent rectangular cross section is taken equal to those of the original cross section respectively. The estimates obtained from this method are compared with those obtained by the rigorous method. It is shown that convenient evaluation methods do not always give good estimate.

§1　はじめに

中・低層鉄筋コンクリート造建物の中地震に対する耐震設計法は，設計用地震荷重（または設計用地震層せん断力）によって各部材に生ずる応力を算出し，この応力に耐え得る鉄筋量を算定している。各部材に生ずる応力は，弾性剛性に立脚して算出することになっているので，各部材の剛性を正確に評価する必要がある。鉄筋コンクリート構造物の場合，はりや柱に腰壁，たれ壁，そで壁等の雑壁が一体となって取り付くことが多い。従来，この種の雑壁は無視しても安全側の評価になるとの立場から，剛性評価や耐力評価に算入しなかった。しかし，1968年の十勝沖地震による被害や実験・解析結果から，必ずしも安全側の評価にはならないことが指摘され，1981年の建築基準法施行令の改正に伴い，この種の雑壁も部材の剛性や耐力評価に算入する運びとなった。

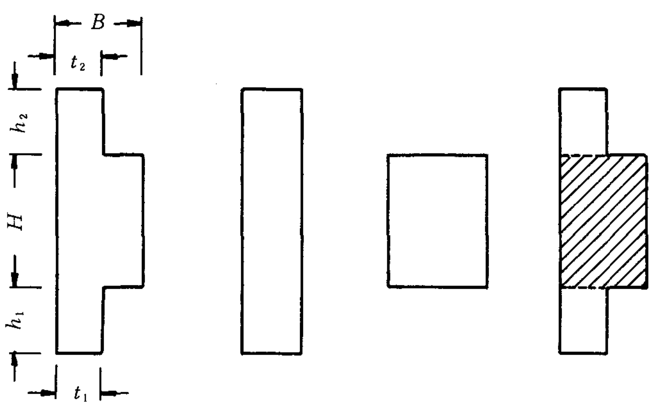
この種の雑壁が一体となった部材の剛性は，電子計算機を利用すれば容易に算出できるが，手計算に限定されている場合，かなり煩雑な計算となる。このため，実用設計では，種々の雑壁が取り付くはりや柱の断面を等価な長方形断面に置換する等の略算が利用されている。例えば柱の剛性評価では，

ある柱の剛性だけを過大評価した場合は他の柱が危険側になることが多く，反対にある柱を過小評価したときは，その柱が危険側になることが多い。特に危険側になった柱が建物重量を支える主要な柱の場合，建物の崩壊を招く恐れも生ずる。このため，略算を利用するときはその精度を把握しておくことが重要であるが，必ずしも把握されているとは言えない。

この報告は中・低層鉄筋コンクリート造建物が中地震を受けたときの耐力評価を対象にして，種々の雑壁が取り付くはりや柱の断面二次モーメントを略算によって評価する場合の精度について検討しようというものである。最初に腰壁・たれ壁付きはりとそで壁付柱について検討した後，さらに床スラブ等が付加した場合について述べる。

§2　腰壁・たれ壁付きはりとそで付き柱の略算による断面二次モーメントの精度

長方形断面のはりや柱に腰壁・たれ壁やそで壁が一体となって取り付く場合，図1(a)に示すような断面となる。このような断面の断面二次モーメントを算出することはかなり煩雑な計算となるので，実用的には次に示す略算が使用されている。[1)]



（a）　　（b）　　（c）　　（d）

図1　解析モデル

(1)　等価長方形断面置換法1

図1(b)に示すように，図1(a)に示す断面を，せいは雑壁を含めた全せいに等しく，幅は両断面の断面積が等しくなるような長方形断面に置換して，断面二次モーメントを算定する方法。

(2)　等価長方形断面置換法2

図1(c)に示すように，図1(a)に示す断面を，せいははりまたは柱のせいに等しく，幅は両断面の断面積が等しくなるような長方形断面に置換して，断面二次モーメントを算定する方法。

(3)　等価断面積比法

図1(a)に示す断面の全断面積を A_G とし，はりまたは柱部分の断面積(図1(d)のハッチで示す部分)を A_0 とすれば，図1(a)に示す断面の断面二次モーメント I を，はりまたは柱部分の断面二次モーメント I_0 から次式で評価する。

$$I=I_0(A_G/A_0) \tag{1}$$

図1(a)に示す断面の場合，等価長方形断面置換法2と(1)式で表わされる等価断面積比法は同じ評価となる。

図２はあるたれ壁 $\Delta_1=h_1/H$ に対して，腰壁の長さ $\Delta_2=h_2/H$（h_1, h_2, H は図１参照）の変化が略算値の精度に何の様な影響を及ぼすかを示したものである。縦軸には略算値と精算値の比 E＝略算値／精算値が，また横軸には Δ_2 が取ってある。図中の γ は雑壁の厚さを示す無次元量で，γ＝雑壁の厚さ t／はりまたは柱の幅 B である。雑壁の厚さは，はりの場合腰壁とたれ壁で，また柱の場合は左右のそで壁で異なることもあるが，一般的には相等しいかまたはほとんど等しいと考えて良いので，ここでは相等しい場合を取り扱う（図1（a）で $t_1=t_2=t$）。図中では等価長方形断面置換法１が実線で，等価長方形断面置換法２あるいは等価断面積比法が点線で示されている。図２を概観すると，等価長方形断面置換法１は過大評価する傾向にあることがわかる（図は割愛したが，Δ_1 が大きく Δ_2 が小さい場合，若干過小評価する部分もあるが，その誤差は小さい）。反対に，等価長方形断面置換法２あるいは等価断面積比法は過小評価することが知れる。この傾向は，等価長方形断面置換法１の場合，はりにあっては腰壁・たれ壁の厚さが，また柱にあってはそで壁の厚さが薄い程顕著になる。等価長方形断面置換法２あるいは等価断面積比法の場合は，はりでは腰壁・たれ壁，柱ではそで壁の厚さが

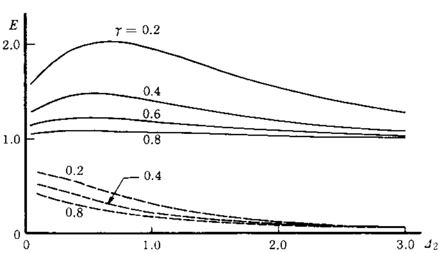


図2・1　（Δ_1 = 0.5）

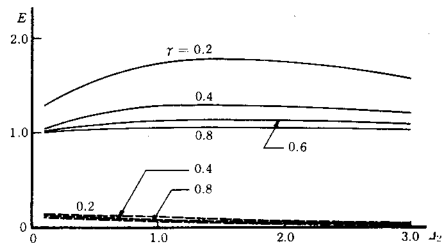


図2・4　（Δ_1 = 2.0）

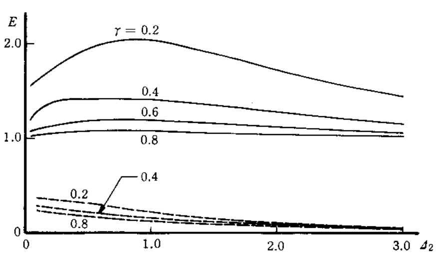


図2・2　（Δ_1 = 1.0）

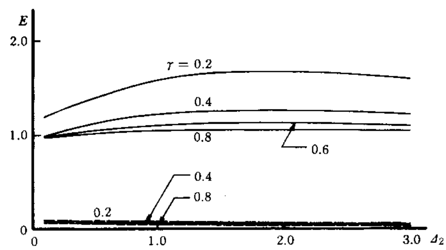


図2・5　（Δ_1 = 2.5）

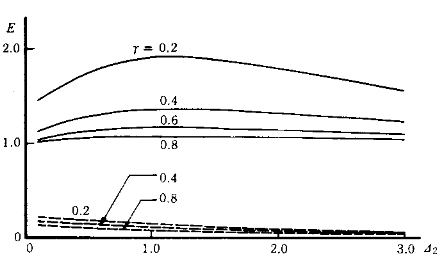


図2・3　（Δ_1 = 1.5）

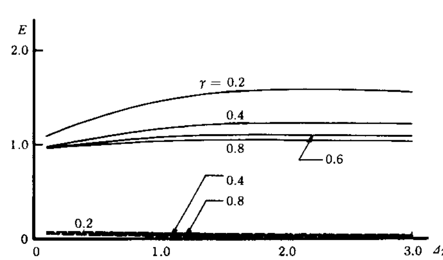


図2・6　（Δ_1 = 3.0）

図２　解析手法による精度の比較

大きい程，またこれ等の雑壁の長さが大きくなる程顕著になることがわかる。等価長方形断面置換法1と等価長方形断面置換法2あるいは等価断面積比法の精度を比較すると，等価長方形断面置換法1の方が精度が良いと言える。雑壁部分のひび割れを考慮して，等価長方形断面置換法2が利用されている例も認められるが，[2] 全断面有効と考える限り，等価長方形断面置換法1の方が精度の良い評価を与えると見做してよいので，以下では等価長方形断面置換法1の精度について検討する。

図2から，等価長方形断面置換法1はあるΔ_1に対して，誤差が最大となるΔ_2が存在することがわかるので，この最大となるEの値をE_mとして，E_mがΔ_1で何の様に変化するかを示したものが図3である。このときのΔ_2の値を，Δ_1とΔ_2の関係で図4に実線で示した。図3から，E_mははりにあっては腰壁・たれ壁の厚さが，また柱ではそで壁の厚さが小さい程大きくなることが知れる。また，E_mが最大となる$\Delta_1=\Delta$があることもわかる(このとき$\Delta_1=\Delta_2$となり，Δの値は図4の実線と$\Delta_1=\Delta_2$を表わす点線の交点となる)。

E_mが最大となる値をE_{max}として，E_{max}が雑壁の厚さγによって何の様に変化するかを示したものが図5である。E_{max}はγが大きくなる程減少するが，実用的には$\gamma=0.2\sim0.5$程度と考えられるので，等価長方形断面置換法1は精算値の1.2～2倍程度以下の評価が得られることが知れる。誤差が最大となる雑壁の長さΔは，雑壁の厚さγによって異なるので図6に示した。

§3 床スラブや壁とはり・柱が偏心して一体になっている断面の略算による断面二次モーメントの精度

はりや柱に床スラブや雑壁が偏心して取り付くとき，図7(a)に示すような断面となる。図中のハッチで示す部分が床スラブや雑壁を示す。図に示すはり・柱部分の長方形断面は，はりにあっては腰壁やたれ壁が，また柱にあってはそで壁等の雑壁が一体となって取り付く場合をも想定して，§2で述べた等価長方形断面を表わすものであるが，詳細は次節で述べるので，ここでは図中のハッチで示した部分の取り扱いに限定して，略算の

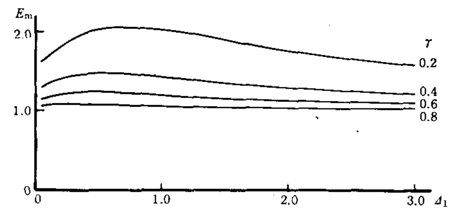


図3 等価長方形断面置換法1による誤差ピークの特性

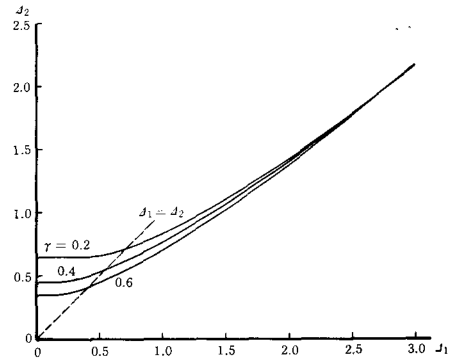


図4 ピーク時のΔ_1とΔ_2の関係

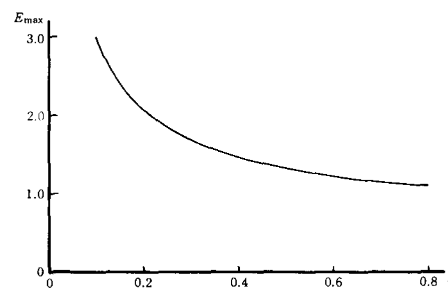


図5 雑壁の厚さが最大誤差に及ぼす影響

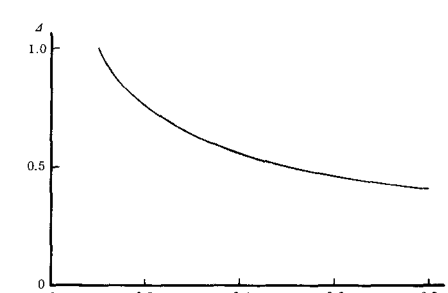


図6 誤差が最大となる雑壁の長さ

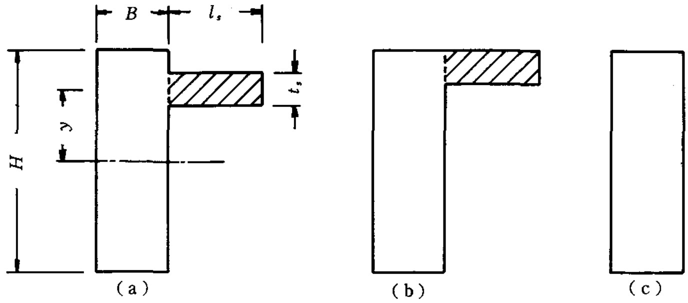


図 7　解析モデル

精度を検討する。文献3)に T 形または L 形断面の断面二次モーメントを算定する計算図表が用意されていることと，雑壁が中立軸付近に取り付く場合その影響は小さい点を考慮して，略算は図 7 (b)に示すようにT形またはL形断面として取り扱う方法と，図 7 (c)に示すように雑壁部分を無視する方法について検討する。

図 8 は図 7 (a)に示す断面を図 7 (b)に示すT形またはL形断面として取り扱った場合と，図 7 (c)を無視した場合で何の様な評価が得られるかを示した一例である。縦軸には略算値の精度を示す指標として，略算値と精算値の比E＝略算値／精算値が，また横軸にははりにあっては床スラブ，柱にあっては壁が取り付く位置を表わす無次元量 $\eta=y/H$ が取ってある(図 7 参照)。図は $\gamma_s=t_s/H=0.1$, $\delta_s=l_s/B=2$ の場合で，図中の実線がL形断面とした場合，点線が無視した場合を示す。予想されるように，T形またはL形断面として取り扱った場合は過大評価となり，無視したときは過小評価となる。略算による精度は，T形またはL形断面として取り扱った場合 η が小さい程悪く，無視した場合は反対に η が大きくなる程悪くなる。T形またはL形断面として取り扱った場合の誤差と，無視したときの誤差が相等しくなる η の値を η' とすれば(図 8 参照)，$\eta<\eta'$のときは無視した方が，また $\eta>\eta'$ のときはT形またはL形断面として取り扱えば精度の良い評価が得られることになる。

図 9 は η' が床スラブまたは壁の厚さ $\gamma_s=t_s/H$ で何の様に変化するかを示したものである。γ_s＝0.2～0.3 程度と考えて良いので，平均的には η' ≒0.25 と見做せば理解し易い利点がある。誤差は

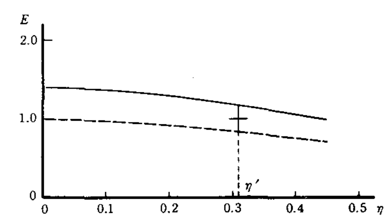


図 8　略算値の特性($\gamma_s=0.1$, $\delta_s=2.0$)

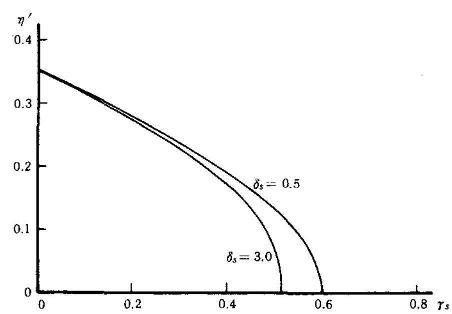


図 9　γ_s による η' の特性

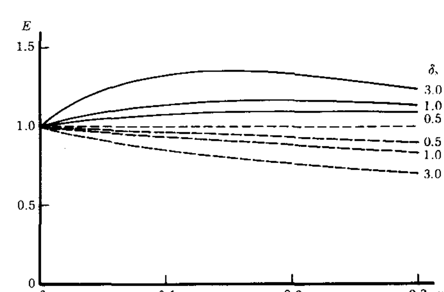


図 10　略算の精度

概ね $\eta=0.25$ で最大になると考えて良いので，$\eta=0.25$ に対する略算の精度を示したものが図10である。図中ではT形またはL形断面として取り扱った場合を実線で，無視した場合を点線で示した。図から，はりにあっては床スラブの，柱にあっては壁の有効幅が大きい程精度は悪くなるが，最大でも30％程度の誤差以内で評価できると考えて良いことがわかる。

§4 腰壁・たれ壁・床スラブ付きはりとそで壁等付き柱の略算による断面二次モーメントの精度

腰壁・たれ壁・床スラブの取り付くはりやそで壁付き柱に壁が偏心して取り付くと，図11に示すような断面となる。図にハッチで示す部分が床スラブや偏心して取り付く壁を示す。このような断面の断面二次モーメントを，§2と§3で得られた結果を参考にして，次の略算によって評価する。

まず図中のハッチで示した部分を除く断面に§2で述べた等価長方形断面置換法1を適用して，図1(b)に示す長方形断面に置換すれば図7(a)に示す断面となる。§3で得られた結果から，ハッチで示す部分が取り付く位置 y によって，$\eta=y/\bar{H}>0.25$ のときは図7(a)に示すL形またはT形断面として評価する。$\eta\leqq0.25$ の場合は，ハッチで示す部分を無視して図7(c)に示す長方形断面として評価する。

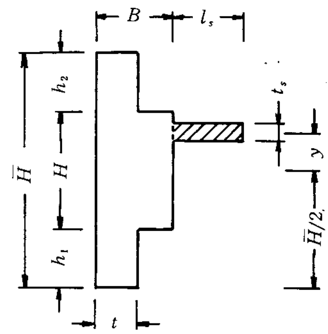


図11 解析モデル

図12は，図11のハッチで示した床スラブ等がはりの最上部に

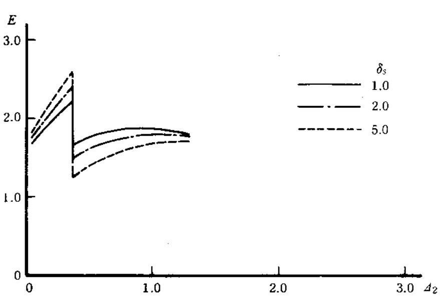


図12・1 ($\gamma_s=\gamma=0.2$, $\Delta_1=0.5$)

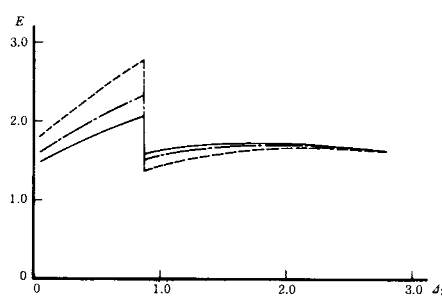


図12・3 ($\gamma_s=\gamma=0.2$, $\Delta_1=2.0$)

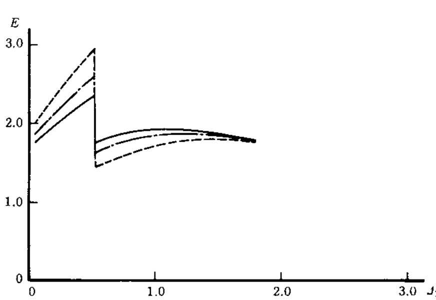


図12・2 ($\gamma_s=\gamma=0.2$, $\Delta_1=1.0$)

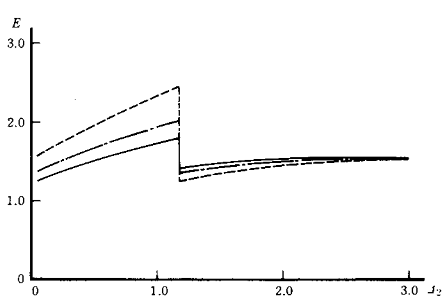


図12・4 ($\gamma_s=\gamma=0.2$, $\Delta_1=3.0$)

図12 略算値の特性

取り付く場合について，ある $\Delta_1=h_1/H$ に対して $\Delta_2=h_2/H$ を変化させると，略算の精度が何の様に変化するかを示したものである。図では $\gamma_s=t_s/H=0.2$, $\gamma=t/B=0.2$ とした。図で略算の精度が急激に変化しているのは，Δ_2 の増加によって $\eta>0.25$ から $\eta\leqq0.25$ に移行したためで，略算方法の差異によって生じたものである。§2で述べたように，等価長方形断面置換法1は過大評価となるが，$\eta\leqq0.25$ の場合，略算は図11のハッチで示した部分を無視しているので，結果的には§2で述べた床スラブ等が取り付かない場合よりも精度が良くなっている。反対に $\eta=0.25$ の場合，等価長方形断面置換法1の適用による誤差に，§3で述べた略算法の誤差が付加され，床スラブ等が取り付くことで誤差が増加している。この誤差の傾向は，$\delta_s=l_s/B$ が大きくなるほど顕著になる。従って，略算値は $\eta=0.25$ でL形またはT形断面として評価したときに誤差が最大になると考えて良い。この最大値を $E_{\max}$ として，$E_{\max}$ が δ_s によって何の様に変化するかを示したものが図13である。図は $\delta_s=0.2$ の場合であるが，$\delta_s=0.6$ の場合も若干 $E_{\max}$ が大きくなる程度で，ほとんど影響しない。図から γ が小さい場合，略算値は精算値の3倍程度の評価になることもあるので，利用にあたっては注意が必要である。なお，図11のハッチで示した部分が柱部分の中央に取り付く場合も，精度的には差異は生じない。

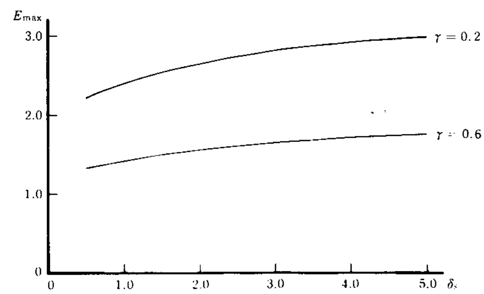


図13　δ_s が最大誤差に及ぼす影響

§5　おわりに

中低層鉄筋コンクリート造建物が中地震を受けたときの耐力評価を対象にして，種々の雑壁等が一体になって取り付くはりや柱の断面二次モーメントを，略算によって評価する場合の精度について検討した。鉄筋コンクリート構造の場合，雑壁部分のひび割れを考慮して断面二次モーメントを評価する手法も考えられるが，全断面有効と見做す限り次のことが知れた。

(1)　長方形断面のはりや柱に腰壁・たれ壁やそで壁が一体となって取り付く断面の場合，等価長方形断面置換法1は過大評価になることが多く，等価長方形断面置換法2あるいは等価断面積比法は過小評価となるが，等価長方形断面置換法1の方が精度の良い評価が得られる。

(2)　等価長方形断面置換法1の精度は，取り付く雑壁の厚さが小さい程悪くなり，最も誤差の大きい場合で精算値の2倍程度の評価になることもある。

(3)　長方形断面のはりや柱の中間部分に床スラブや雑壁が一体となって取り付く断面では，取り付く位置によって無視するかT形またはL形断面として取り扱うことで，最大でも30%程度の誤差以内で評価することができる。

(4)　腰壁・たれ壁・床スラブの取り付くはりやそで壁付き柱に壁が偏心して取り付くような断面について，等価長方形断面置換法1と(3)の方法を併用した場合，略算の精度は主に等価長方形断面置換法1の精度に支配され，略算値は最大で精算値の3倍程度の評価になることもある。

参　考　文　献

1)　池田博俊：新耐震に基づく腰壁，たれ壁の略算的扱い，建築知識，1982年2月
2)　梅村　魁，松谷蒼一郎，広沢雅也：実例による新耐震設計のすすめ方，工業調査会，1983年8月
3)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説，昭和57年6月

（昭和61年10月15日受付）

①　昭（公）元年　昭公元年伝に「魯叔孫豹、可謂能矣、請免之、以靖能者、子会而赦有罪、又賞其賢、諸侯其誰不欣焉望楚而帰之、視遠如邇、疆場之邑、一彼一此、何常之有、王伯之令也、引其封疆、而樹之官、挙之表旗、而著之制令、過則有刑、猶不可壹、於是乎、虞有三苗、夏有観扈、商有姺邳、周有徐奄、自無令王、諸侯逐進、狎主斉盟、其又可壹乎、恤大舎小、足以為盟主、又焉用之、封疆之削、何国蔑有、主斉盟者、誰能弁焉、呉濮有釁、楚之執事、豈其顧盟、莒之疆事、楚勿与知、諸侯無煩、不亦可乎、莒魯争鄆、為日久矣、苟無大害於其社稷、可無亢也、去煩善、莫不競勧、子其図之、固請諸楚、楚人許之、乃免叔孫」とある。

〔經〕冬、多麋

〔注〕無傳、麋多則害五稼、故以災害

〔疏〕注麋多～災害

　正義に曰はく、麋は是れ澤の獸にして魯の常に有る所。是の年、暴れること多し。多ければ則ち五稼を害す。故に「多し」と言ひ、災を以て書するなり。

〔傳〕十七年、春、齊人執鄭詹、鄭不朝也、夏、遂因氏・頜氏・工婁氏・須遂氏饗齊戍、醉而殺之、齊人殲焉

〔注〕饗酒食也、四族遂之彊宗、齊滅遂戍之、在十三年

（未完）

（昭和六十一年十月十五日受付）

を謂ふ」と。今、劉炫の非なるを知るは、齊は鄭の朝せざるを以てして鄭を責め、鄭、詹をして齊に謝罪を請はしめ、齊人之を執ふ。故に⑥『釋例』に云ふ、「元出でて聘するの使ひに非ず」と。（杜預の）『集解』に云ふ、「齊に詣りて執へらる」と。二文異なると雖も、事の實は同じきのみ。劉炫、此の意を尋ねずして乃ち『規過』を爲すは、非なり。

① 僖（公）七年傳　僖公七年伝に「鄭有叔詹・堵叔・師叔、三良為政、未可間也」とある。
② 昭（公）八年　昭公八年経に「楚人執陳行人干徴師殺之」とあり、「伝」に「楚人執陳行人干徴師殺之、罪不在行人也」とある。
③ 襄（公）十一年　襄公十一年経に「楚人執鄭行人良霄」とあり、「伝」に「楚人執之、書曰行人、言使人也」とある。杜預注に「書行人、言非使人之罪也」とある。
④ 劉炫　『春秋規過』　本疏引。
⑤ 『釋例』　『春秋釈例』執大夫行人例第二十六に「罪在其身、鄭叔詹・魯行父等以執政受罪、本非出使、故不称行人、従実而書、皆以罪之也」とある。
⑥ 『釋例』　注⑤参照。

〔經〕夏、齊人殲于遂

〔注〕殲盡也、齊人戍遂、翫而无備、遂人討而盡殺之、故時史因以自盡爲文

〔疏〕注殲盡～爲文

正義に曰はく、「殲は盡くるなり」とは、①『釋詁』の文。舍人②曰はく、「殲は、衆の盡くるなり」と。時史、其の敵を輕んずるを惡んで、自ら盡くるを以て文を爲す。齊の戍りを罪するなり。③『釋例』に曰はく、「齊人、遂に殲き、④鄭、其の師を棄つるも亦時史、事に卽きて以て文を安ず。或ひは赴辭に從ふが故に、『傳』に亦義例を顯明せざるなり」と。

① 「釋詁」　『爾雅』釈詁下に「殽・悉・卒・泯・忽・滅・罄・空・畢・罄・抜・殄、尽也」とある。
② 舍人　郭舍人『爾雅犍為文学注』　本疏引。
③ 『釋例』　『春秋釈例』終篇第四十六に見える。
④ 閔公二年経に「鄭棄其師」とある。

〔經〕秋、鄭詹自齊逃來

〔注〕無傳、詹不能伏節守死、以解國患、而遁逃苟免、書逃以賤之

〔疏〕注詹不～賤之

正義に曰はく、（杜預注の）「節に伏して死を守り、以て國患を解く」とは、當に①昭（公）元年、叔孫豹の位に居りて罪を待つがごとくなるべきなり。逃とは、匹夫の逃竄するがごとし。故に（杜預注に）「逃と書して以て之を賤しむ」と云ふ。鄭の詹、齊より逃れ來りて魯を過ぎ、而る後に鄭に歸るが故に、之を書す。

〔注〕使晉取夷地

〔傳〕遂以晉師伐夷、殺夷詭諸、周公忌父出奔虢

〔注〕周公忌父王卿士、辟子國之難

〔傳〕惠王立而復之

〔注〕魯桓十五年經書桓王崩、莊三年經書葬桓王、自此以來周有莊王、又有僖王、崩・葬皆不見於經傳、王室微弱、不能復自通於諸侯、故傳因周公忌父之事、而見惠王、惠王立在此年之末

〔疏〕注魯桓～之末

正義に曰はく、『史記』十二諸侯年表に云ふ、「莊王の元年は魯の桓の十六年に當たる。位に卽くこと十五年にして崩ず。僖王の元年は魯の莊の十三年に當たる。位に卽くこと五年にして崩ず。惠王の元年は魯の莊の十八年に當たる。位に卽くこと十八年に在り」と。而るに此の年の「傳」に惠王の立つるを說くは、杜（預）云ふ、「『傳』は、周公忌父の事に因りて惠王の立つること此の年の末に在るを見す」と。是れ杜（預）以へらく、周公忌父は此の年に出奔し、惠王立ちて復すことを得るに至るまで、『史記』と違はず、と。

〔經〕十有七年、春、齊人執鄭詹

〔注〕齊桓始霸、鄭既伐宋、又不朝、齊詹爲鄭執政大臣、詣齊見執、不稱行人、罪之也、行人例在襄十一年、諸執大夫、皆稱人以執之、大夫賤故

〔疏〕十七年注齊桓～賤故

正義に曰はく、[1]僖（公）七年傳に曰はく、「鄭に叔詹・堵叔・師叔有り」と。先に詹を言へば、是れ詹叔最も貴きなり。且つ（本年）「傳」に「鄭、朝せざればなり」と稱すれば、君朝せざるを以てして詹執へらる。明らかに詹は是れ執政の大臣にして、君の朝せしむるに道らざるが爲の故に、之を執ふるなり。若し詹、齊に至らざれば、則ち執へらるるに由無し。是れ齊に詣りて執へらるるを知る。蓋し齊に聘するなり。[2]昭（公）八年の「楚人、陳の行人干徵師を執へて之を殺す」の「傳」に曰はく、「罪は行人に在らざるなり」と。罪無くして乃ち「行人」と稱すれば、「行人」と稱せざるは之を罪するを知るなり。[3]襄（公）十一年の「楚人、鄭の行人良霄を執ふ」の「傳」に曰はく、「書して行人と曰ふは、使人を言ふなり」と。「使人」と言ふは、使人の罪に非ざるを言ふなり。「書して曰ふ」とは、是れ仲尼の新意なるが故に、指して以て例と爲すなり。諸侯を執ふるに、「人」と稱し、「侯」と稱するの異有り。大夫を執ふるには、悉く皆「人」と稱して以て之を執ふるは、大夫賤しきが爲の故なり。[4]劉炫以へらく、「此の（杜預）注に『齊に詣りて執へらる』と云ひ、[5]『釋例』に『詹は本出で使ひするに非ず』と曰ふ。二者は自づから相矛楯する

万盈数也、魏大名也」とある。

③ 服虔　『春秋左氏伝解誼』　本疏引。

④ 共叔段の乱は、隠公元年に見える。

〔傳〕君子謂、强鉏不能衞其足

〔注〕言其不能辟害

〔傳〕冬、同盟于幽、鄭成也、王使虢公命曲沃伯、以一軍爲晉侯

〔注〕曲沃武公遂幷晉國、僖王因就命爲晉侯、小國故一軍

〔疏〕注曲沃～一軍

正義に曰はく、桓①（公）八年傳に「曲沃の武公、翼を滅ぼし、其②の年の冬、王、虢仲に命じて晉の哀侯の弟緡を晉に立つ」と稱すれば、是に至りて乃ち之を幷するなり。③「晉世家」に云ふ、「曲沃の武公、晉侯緡を伐ちて之を滅ぼす。盡く其の寶器を以て、賂ひとして周の僖王に獻ず。僖王、曲沃の武公に命じて晉君と爲し、列して諸侯と爲す。是に於いて盡く晉の地を幷せて之を有つ。曲沃の武公已に位に卽きて二十七年なり。桓叔始めて曲沃に封ぜられしより、以て武公の晉を滅ぼすに至るまで、凡そ六十七歳にして卒に晉に代りて諸侯となる」と。是れ僖王、命ずる事なり。④『周禮』に「小國は一軍」と。晉の土地大なると雖も、初めて晉國を幷するを以ての故に、小國の禮を以て之に命ずるなり。

① 桓（公）八年傳　桓公三年伝に「春、曲沃武公伐翼、次于陘庭」とある。

② 其の年の冬　桓公八年傳に「王命虢仲、立晋哀侯之弟緡于晋」とある。

③ 「晉世家」　『史記』晋世家の晋侯緡四年の條に「曲沃武公伐晋侯緡滅之、尽以其宝器賂献于周釐、釐王命曲沃武公為晋侯、列為諸侯、於是尽併晋地而有之、曲沃武公已即位三十七年矣、……自桓叔初封曲沃、以至武公滅晋也、凡六十七歳、而卒代晋為諸侯」とある。

④ 『周禮』　『周礼』夏官の序官に「凡制軍、万有二千五百人為軍、王六軍、大国三軍、次国二軍、小国一軍」とある。

〔傳〕初晉武公伐夷、執夷詭諸

〔注〕夷詭諸周大夫、夷采地名

〔傳〕蔿國請而免之

〔注〕蔿國周大夫

〔傳〕既而弗報

〔注〕詭諸不報施於蔿國

〔傳〕故子國作亂、謂晉人曰、與我伐夷而取其地

〔傳〕九月、殺公子閼、刖强鉏

〔注〕二子祭仲黨、斷足曰刖

〔疏〕注二子～曰刖

　正義に曰はく、①『周禮』司刑に「刖罪は五百」と。②『尚書』呂刑に「剕罰の屬は五百」と。③孔安國云ふ、「足を刖るを剕と曰ふ」と。④「釋言」に云ふ、「䠊は刖なり」と。⑤李巡曰はく、「足を斷つを刖と曰ふなり」と。⑥『説文』に云ふ、「刖は絶つなり」と。さすれば則ち剕・刖は是れ斷絶の名にして、足を斬るの罪なるが故に、（杜預注に）「足を斷つを刖と曰ふ」と云ふ。

① 『周禮』　『周礼』秋官・司刑に「掌五刑之法、以麗万民之罪、墨罪五百、劓罪五百、宮罪五百、刖罪五百、殺罪五百」とある。

② 『尚書』　『尚書』周書・呂刑に「剕辟疑赦、其罰倍差、閲実其罪、墨罰之属千、劓罰之属千、剕罰之属五百、宮罰之属三百、大辟之罰、其属二百、五刑之属三千」とあり、孔安国伝に「刖足曰剕」とある。

③ 孔安國　注②参照。

④ 「釋言」　『爾雅』釈言に「䠊刖也」とあり、郭璞注に「断足」とある。

⑤ 李巡　『爾雅李氏注』　本疏引。

⑥ 『説文』　『説文解字』刀部に「刖絶也」とある。

〔傳〕公父定叔出奔衞

〔注〕共叔段之孫、定謚也

〔傳〕三年而復之、曰、不可使共叔無後於鄭、使以十月入、曰、良月也、就盈數焉

〔注〕數滿於十

〔疏〕注滿於十

　正義に曰はく、①『易』繫辭に云ふ、「天一、地二、天三、地四、天五、地六、天七、地八、天九、地十」と。十に至りて止む。是れ數は十に滿つるなり。②閔（公）元年傳に曰はく、「萬は盈數なり」と。數は、十に至れば則ち小盈、萬に致れば則ち大盈なり。（本年）「傳」に具に定叔の事を載するは、③服虔云ふ、「定叔の祖の共叔段に君を伐つの罪有れば、宜しく世長からざるべし。而るに『共叔をして鄭に後無からしむるべからず』と云ふは、偏頗ことを言ふ。鄭の厲公は尊を以て適を簒ひ、惡を同じくして相恤むが故に、共叔に黨し、其の後をして絶たざらしめんと欲す。『傳』に厲公を惡む所以なり」と。

① 『易』　『周易』繫辞上に「天一、地二、天三、地四、天五、地六、天七、地八、天九、地十」とある。

② 閔（公）元年傳　閔公元年伝に「卜偃曰、畢万之後必大、

㉗ 襄（公）十八年　襄公十八年経に「冬、十月、公会晋侯・宋公・衛公・鄭伯・曹伯・莒子・邾子・滕子・薛伯・杞伯・小邾子、同囲斉」とある。

㉘ 『釋例』　『春秋釈例』班序譜第二十二に見える。

㉙ 桓5経　秋、蔡人・衛人・陳人従王伐鄭
桓14経　宋人以斉人・蔡人・衛人・陳人伐鄭
桓15経　冬、十有一月、公会宋公・衛侯・陳侯于袲伐鄭
桓16経　夏、四月、公会宋公・衛侯・陳侯・蔡侯伐鄭

㉚ 荘15経　春、斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯会于鄄
荘16経　冬、十有二月、会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・滑伯・滕子同盟于幽
僖4経　春、王正月、公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯侵蔡
僖5経　公及斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯会王世子于首止
僖6経　夏、公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・曹伯伐鄭、囲新城
僖13経　公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯于鹹
僖15経　三月、公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯盟于牡丘
僖16経　冬、十有二月、公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・邢侯・曹伯于淮

〔經〕邾子克卒

〔注〕無傳、克儀父名、稱子者、蓋齊桓請王命、以為諸侯、再同盟

〔疏〕注克儀〜同盟

正義に曰はく、[1]北杏の會に、邾人在り。今にして「子」と稱するが故に、（杜預注に）「蓋し齊侯、王命を請ひて以て諸侯と為す」と云ふ。子爵と為るを得て、「經」に見ゆるなり。[2]隱（公）元年の「蔑に盟ふ」、[3]桓（公）十七年の「趡に盟ふ」は、是れ再び同盟するなり。

① 北杏の會　荘公十三年経に「春、斉侯・宋人・陳人・蔡人・邾人会于北杏」とある。

② 隱（公）元年　隠公元年経に「三月、公及邾儀父盟于蔑」とある。

③ 桓（公）十七年　桓公十七年経に「二月丙午、公会邾儀父盟于趡」とある。

〔傳〕十六年、夏、諸侯伐鄭、宋故也

〔注〕鄭侵宋故

〔傳〕鄭伯自櫟入

〔注〕在十四年

〔傳〕緩告于楚、秋、楚伐鄭及櫟、為不禮故也、鄭伯治與於雍糾之亂者

〔注〕在桓十五年

⑪「喪服」　『儀礼』喪服の斉衰三月の條の経に「継父不同居者」とある。又、斉衰不杖期の條の経に「継父同居者」とあり、「伝」に「必嘗同居、然後為異居、未嘗同居、則不為異居」とある。

⑫　僖（公）二年　僖公二年経に「九月、斉侯・宋公・江人・黄人盟于貫」とあり、「伝」に「秋、盟于貫、服江・黄也」とある。

⑬　定（公）四年　定公四年経に「三月、公会劉子・晋侯・宋公・蔡侯・衛侯・陳子・鄭伯・許男・曹伯・莒子・邾子・頓子・胡子・薛伯・小邾子・斉国夏于召陵侵楚、……五月、公及諸侯盟于皐鼬」とある。

⑭　僖（公）五年　僖公五年経に「公及斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯会王世子于首止、秋、八月、諸侯盟于首止」とあり、「伝」に「鄭伯喜於王命、而懼其不朝於斉也、故逃帰不盟」とある。

⑮　七年　僖公七年経に「秋、七月、公会斉侯・宋公・陳世子款・鄭世子華盟于甯母」とあり、「伝」に「秋、盟于甯母、謀鄭故也、……鄭伯使大子華聴命於会、言於斉侯曰、泄氏・孔子・子人氏三族、実違君命、君若去之以為成、我以鄭為内臣、君亦無所不利焉、斉侯将許之、管仲曰、君以礼与信属諸侯、……君其勿許、鄭必受盟」とある。

⑯「傳」　注⑮参照。

⑰　八年　僖公八年経に「春、王正月、公会王人・斉侯・宋公・衛侯・許男・曹伯・陳世子款盟于洮、鄭伯乞盟」とあり、「伝」に「春、盟于洮、謀王室也、鄭伯乞盟、請服也」とある。

⑱　文（公）十五年　文公十五年経に「晋郤缺帥師伐蔡、戊申、入蔡、秋、斉人侵我西鄙、季孫行父如晋、冬、十有一月、諸侯盟于扈」とあり、「伝」に「戊申、入蔡、以城下之盟而還、凡勝国曰滅之、獲大城焉曰入之、冬、十一月、晋侯・宋公・衛侯・蔡侯・陳侯・鄭伯・許男・曹伯盟于扈」とある。

⑲「傳」　注⑱参照。

⑳　宣（公）十二年　宣公十二年経に「晋人・宋人・衛人・曹人同盟于清丘」とあり、「伝」に「晋原縠・宋華椒・衛孔達・曹人同盟于清丘、曰、恤病討貳」とある。

㉑　十七年　宣公十七年経に「己未、公会晋侯・衛侯・曹伯・邾子同盟于断道」とあり、「伝」に「夏、会于断道、討貳也」とある。

㉒　成（公）九年　成公九年経に「公会晋侯・斉侯・宋公・衛侯・鄭伯・曹伯・莒子・杞伯同盟于蒲」とあり、「伝」に「為帰汶陽之田故、諸侯貳於晋、晋人懼、会於蒲以尋馬陵之盟也」とある。

㉓　馬陵の盟ひ　注⑦参照。

㉔　十五年　成公十五年経に「癸丑、公会晋侯・衛侯・鄭伯・曹伯・宋世子成・斉国佐・邾人同盟于戚」とあり、「伝」に「春、会于戚、討曹成公也」とある。

㉕　十七年　成公十七年経に「六月乙酉、同盟于柯陵」とあり、「伝」に「乙酉、同盟于柯陵、尋戚之盟也」とある。

㉖　十八年　成公十八年経に「十有二月、公会晋侯・宋公・衛侯・鄭伯・曹伯・莒子・邾子・滕子・薛伯・杞伯・小邾子同囲斉」とある。

㉒成（公）九年の「蒲に同盟す」の「傳」に曰はく、「汶陽の田を歸す爲の故に、諸侯、晉に貳あり。晉人懼れ、蒲に會して以て馬㉓陵の盟ひを尋む」と。㉔十五年の「戚に同盟す」の「傳」に曰はく、「曹の成公を討つなり」と。㉕十七年の「柯陵に同盟す」の「傳」に曰はく、「戚の盟ひを尋むるなり」と。㉖十八年の「虚朾に同盟す」の「傳」に曰はく、「宋を救はんことを謀るなり」と。此の六盟皆異を服するに非ずして「同」と稱するは、「清丘」「斷道」と「蒲」とは、時に於いて諸侯已に二心有り、心を同じくして貳あるを討つが故に、「同盟」と稱す。「戚」と「虚」とは、心を同じくして疾惡するが故に、「同盟」と稱す。柯陵の盟ひは、鄭人服さず、諸侯をして心を同じくして鄭を伐たしめんと欲するが故に、「同盟」と稱す。猶襄㉗（公）十八年に諸侯、心を同じくして齊を疾んで、「同じく齊を圍む」と稱するがごとし。此（莊公十六年）より以前、陳は衞の下に在りて、今上に在るは、齊の桓（公）始めて之を進むるを知る。㉘『釋例』班序譜に「㉙隱より莊の十四年に至るまで四十三歳、衞と陳と凡そ四たび會し、衞は陳の上に在り。㉚莊の十五年より僖の十七年を盡くすまで三十五歳、凡そ八たび會し、陳は衞の上に在り」と。故に是れ齊の桓（公）之を進め、遂に班は衞の上に在りて春秋を終はるを知るなり。

①　『公羊傳』　『公羊伝』荘公十六年に「同盟者何、同欲也」とある。

②　『穀梁傳』　『穀梁伝』荘公十六年に「同者、有同也、同尊周也、不言公、外内寮一、疑之也」とある。

③　『釋例』　『春秋釈例』会盟朝聘例第二に見える。

④　二十七年　荘公二十七年経に「夏、六月、公会斉侯・宋公・陳侯・鄭伯同盟于幽」とあり、「伝」に「夏、同盟于幽、陳・鄭服也」とある。

⑤　文（公）十四年　文公十四年経に「六月、公会宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯・晋趙盾、癸酉、同盟于新城」とあり、「伝」に「六月、同盟于新城、従於楚者服、且謀邾也」とある。

⑥　成（公）五年　成公五年経に「十有二月己丑、公会晋侯・斉侯・宋公・衛侯・鄭伯・曹伯・邾子・杞伯同盟于蟲牢」とあり、「伝」に「冬、同盟于蟲牢、鄭服也」とある。

⑦　七年　成公七年経に「公会晋侯・斉侯・宋公・衛侯・曹伯・莒子・邾子・杞伯救鄭、八月戊辰、同盟于馬陵」とあり、「伝」に「八月、同盟于馬陵、尋蟲牢之盟、且莒服故也」とある。

⑧　襄（公）三年　襄公三年経に「六月、公会単子・晋侯・宋公・衛侯・鄭伯・莒子・邾子・斉世子光、己未、同盟于鶏沢」とあり、「伝」に「晋為鄭服故、且欲脩呉好、将合諸侯」とある。

⑨　二十五年　襄公二十五年経に「秋、八月己巳、諸侯同盟于重丘」とあり、「伝」に「秋、七月己巳、同盟于重丘、斉成故也」とある。

⑩　昭（公）十三年　昭公十三年経に「秋、公会劉子・晋侯・斉侯・宋公・衛侯・鄭伯・曹伯・莒子・邾子・滕子・薛伯・杞伯・小邾子于平丘、八月甲戌、同盟于平丘」とあり、「伝」に「甲戌、同盟于平丘、斉服也」とある。

而爲三恪之客、故齊桓因而進之、遂班在衞上、終於春秋、滑國都費、河南緱氏縣、幽宋地

〔疏〕注書會～宋地

正義に曰はく、①『公羊傳』に曰はく、「同盟とは何ぞ。欲を同じくするなり」と。②『穀梁傳』に曰はく、「同とは、周を尊ぶことを同じくするなり」と。杜（預）、「異を服す」と云ふは、亦是れ其の欲を同じくし、周を尊ぶことを同じくするなり。「同盟」と書するは、當に盟ふべきの時、神に告げて「同」と稱す。③『釋例』に曰はく、「盟とは、神明を假りて以て信ならざるを要するが故に、載辭に或ひは『同』と稱し、異を服するを以て言を爲すなり」と。是れ載辭に「同」と稱するを言ふなり。④二十七年の「幽に同盟す」の「傳」に曰はく、「陳・鄭、服すればなり」と。⑤文（公）十四年の「新城に同盟す」の「傳」に曰はく、「楚に從ふ者服すればなり。且つ邾を謀るなり」と。⑥成（公）五年の「蟲牢に同盟す」の「傳」に曰はく、「鄭服すればなり」と。⑦七年の「馬陵に同盟す」の「傳」に曰はく、「蟲牢の盟を尋ね、且つ莒服するが故なり」と。⑧襄（公）三年の「雞澤に同盟す」の「傳」に曰はく、「晉、鄭服するが爲の故に、諸侯を合す」と。⑨二十五年の「重丘に同盟す」の「傳」に曰はく、「齊成ぐ故なり」と。⑩昭（公）十三年の「平丘に同盟す」の「傳」に曰はく、「齊服すればなり」と。此くのごときの類は、皆是れ異を服するが故に、「同」と稱するなり。⑪「喪服」に「繼父の同居せざるもののためにす。傳に曰はく、嘗て同居して、乃ち異居と爲す。未だ嘗て同居せざれば、則ち異居と爲さず」と。春秋の同盟も亦猶是のごときなり。嘗て同盟して異なるは、乃ち「異を服す」と稱す。未だ嘗て同盟せざれば、則ち異を服すと爲さず。故に盟に「同」と稱せざるなり。⑫僖（公）二年の「齊侯・宋公・江人・黃人、貫に盟ふ」の「傳」に曰はく、「江・黃を服すればなり」と。⑬定（公）四年の「陳・許・頓・胡・楚之屬國皆來りて召陵に會す」の其の下に云ふ、「公、諸侯と皐鼬に盟ふ」と。二つの盟並びに「同」と稱せざるは、皆未だ嘗て同盟せずんば異を服するに非ざると爲すが故に、「同」と稱せざるなり。應に「同」と稱すべくして「同」と稱せざる者は、⑭僖（公）五年の首止の盟ひに、鄭伯逃げ歸るなり。⑮七年の「甯母に盟ふ」に、鄭伯、大子華をして命を聽かしめて「同」と稱せざるは、鄭の心未だ服せざればなり。故に⑯「傳」に稱す、「子華、三族を去らんことを請ふ。管仲曰はく、君其れ許すこと勿かれ。鄭必ず盟ひを受けん」と。是れ甯母の時、鄭未だ服せざればなり。⑰八年の「洮に盟ふ。鄭伯、盟を乞ふ」の「傳」に稱す、「服さんことを請ふ」と。而るに洮の盟ひに「同」と稱せざるは、鄭伯始めて服さんことを請ふのみ。未だ會に列せざるが故に、「同」と稱せざるなり。⑱文（公）十五年の「夏、晉の郤缺、師を帥ゐて蔡を伐つ。戊申、蔡に入る。其の冬、扈に盟ふ」の「傳」に「晉侯・宋公・衞侯・蔡伯・陳侯・鄭伯・許男・曹伯、扈に盟ふ」と稱すれば、則ち是れ蔡、新たに來りて服するなり。「同」と稱せざるは、⑲「傳」に「郤缺、蔡に入る。城下の盟ひを以て還る」と稱すれば、是れ則ち蔡已に先に服するが故に、「同」と稱せざるなり。⑳宣（公）十二年の「清丘に同盟す」の「傳」に曰はく、「病めるを恤へ、貳あるを討たん」と。㉑十七年の「斷道に同盟す」の「傳」に曰はく、「貳あるを討つなり」と。

〔疏〕十六年注宋主～放此

正義に曰はく、①往年齊の桓（公）始めて霸たり。未だ敢へて卽ち其の任を尸り、患を救ひて罪を討たず。今宋の爲に鄭を伐つも、仍宋をして自ら怨に報いしむるが故に、宋、兵を主り、齊の上に序するなり。諸侯の會に、②許男、曹（伯）・滑（伯）の上に在るは、上下を班序するに國の大小を以て次を爲し、爵の尊卑を以てせざるなり。③隱（公）五年に「邾人・鄭人、宋を伐つ」と。附庸、伯爵の上に在るは、是れ兵を主るを以て先と爲すなり。上下を歴檢するに皆然れば、是れ『春秋』の常法なるを知る。③『禮記』祭義に云ふ、「有虞氏、德を貴びて齒を尚ぶ。夏后氏、爵を貴びて齒を尚ぶ。殷人、富を貴びて齒を尚ぶ。周人、親を貴びて齒を尚ぶ」と。而るに『春秋』の會を序するに、同姓を先にせずして大國上に在るは、孔子の『春秋』を脩むるに、周を變ずるの文、殷に從ふの質有るが故なり。

① 荘公十五年伝に「斉始覇也」とある。

② 荘16経　冬、十有二月、会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・滑伯・滕子同盟于幽

僖4経　春、王正月、公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯許男・曹伯侵蔡

僖5経　公及斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯会王世子于首止

僖8経　春、王正月、公会王人・斉侯・宋公・衛侯・許男・曹伯・陳世子款盟于洮

僖9経　夏、公会宰周公・斉侯・宋子・衛侯・鄭伯・許男・曹伯于葵丘

僖13経　公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯于鹹

僖15経　三月、公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯盟于牡丘

僖16経　冬、十有二月、公会斉侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・邢侯・曹伯于淮

僖21経　秋、宋公・楚子・陳侯・蔡侯・鄭伯・許男・曹伯会于盂

文14経　六月、公会宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯・晋趙盾

定4経　三月、公会劉子・晋侯・宋公・蔡侯・衛侯・陳子・鄭伯・許男・曹伯・邾子・頓子・胡子・薛伯・杞伯・小邾子・斉国夏于召陵

③ 隱（公）五年　隠公五年経に「邾人・鄭人伐宋」とあり、杜預注に「邾主兵、故序鄭上也」とある。

④ 『禮記』　『礼記』祭義に「昔者、有虞氏貴徳而尚歯、夏后氏貴爵而尚歯、殷人貴富而尚歯、周人貴親而尚歯」とある。

〔經〕秋、荊伐鄭、冬、十有二月、會齊侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・滑伯・滕子同盟于幽

〔注〕書會、魯會之、不書其人、微者也、言同盟、服異也、陳國小、毎盟會皆在衞下、齊桓始霸、楚亦始彊、陳侯介於二大國之間、

〔注〕商書盤庚[1]、言惡易長而難滅

① 『尚書』商書・盤庚に「若火之燎于原、不可嚮邇、其猶可撲滅」とある。

〔傳〕冬、會于鄄、宋服故也

〔經〕十有五年、春、齊侯・宋公・陳侯・衞侯・鄭伯會于鄄、夏、夫人姜氏如齊

〔注〕無傳、夫人文姜、齊桓公姊妹、父母在、則禮有歸寧、沒則使卿寧

〔疏〕注夫人〜寧卿

正義に曰はく、文姜は僖公の女なるが故に、「桓公の姊妹」と爲す。[1]『詩』に、后妃の德を美めて云ふ、「父母を歸寧せん」と。是れ父母在るときは、則ち禮に歸寧すること有り。襄[2]（公）十二年傳に曰はく、「秦嬴、楚に歸ぐ。楚の司馬子庚、秦に聘し、夫人の爲に寧す。禮なり」と。是れ父母沒するときは、則ち卿をして兄弟を寧せしめ、自ら歸るを得ざるなり。但、今桓公に母有るか否かを知らざるが故に、杜（預）、得失を明言せず。

① 『詩』　『毛詩』周南・葛覃に「言告師氏、言告言帰、薄汗我私、薄澣我衣、害澣害否、帰寧父母」とある。

② 襄（公）十二年傳　襄公十二年伝に「秦嬴帰于楚、楚司馬子庚聘于秦、為夫人寧、礼也」とある。

〔經〕秋、宋人・齊人・邾人伐郳

〔注〕宋主兵、故序齊上

〔經〕鄭人侵宋、冬、十月

〔傳〕十五年、春、復會焉、齊始霸也

〔注〕始爲諸侯長

〔傳〕秋、諸侯爲宋伐郳

〔注〕郳附庸、屬宋而叛、故齊桓爲之伐郳

〔傳〕鄭人間之而侵宋

〔經〕十有六年、春、王正月、夏、宋人・齊人・衞人伐鄭

〔注〕宋主兵也、班序上下、以國大小爲次、征伐則以主兵爲先、春秋之常也、他皆放此

〔注〕桓公鄭始受封君也、宗祏宗廟中藏主石室、言己世爲宗廟守臣

〔疏〕注桓公〜守臣

正義に曰はく、桓公始めて西鄭に封ぜられる。蓋し其れ畿内の國ならん。周禮にては、王子の母弟功有る者は、祖王の廟を立つることを得。故に桓公始めて封ぜられて君と爲り、即ち臣に命じて宗祏を典らしむ。宗祏とは、非常の火災有るを慮り、廟の北壁の内に於いて石室を爲り、以て木主を藏す。事有れば則ち出だして之を祭る。既に祭れば、石室に納る。祏の字、示に從ひ、之を神にするなり。

〔傳〕社稷有主而外其心、其何貳如之、苟主社稷、國内之民、其誰不爲臣、臣無二心、天之制也、子儀在位十四年矣

〔注〕子儀鄭子也

〔傳〕而謀召君者、庸非二乎

〔注〕庸用也

〔傳〕莊公之子猶有八人、若皆以官爵行賂、勸貳而可以濟事、君其若之何、臣聞命矣、乃縊而死、蔡哀公爲莘故、繩息嬀以語楚子

〔注〕莘役在十年、繩譽也

〔疏〕注繩譽也

正義に曰はく、『字書』[1]に、繩を譝に作る。字、言に從ひ、訓じて譽と爲す。

① 『字書』本疏引。撰者不明。『小学鉤沈』『黄氏逸書考』等に輯録されている。

〔傳〕楚子如息、以食入享、遂滅息

〔注〕僞設享食之具

〔傳〕以息嬀歸、生堵敖及成王焉、未言

〔注〕未與王言

〔傳〕楚子問之、對曰、吾一婦人而事二夫、縱弗能死、其又奚言、楚子以、蔡侯滅息、遂伐蔡

〔注〕欲以說息嬀

〔傳〕秋、七月、楚入蔡、君子曰、尚書所謂惡之易也、如火之燎于原、不可鄕邇、其猶可撲滅者、其如蔡哀侯乎

以君禮成喪告諸侯

〔傳〕初、内蛇與外蛇、鬭於鄭南門中、内蛇死、六年而厲公入

〔疏〕六年而厲公入

（正義に曰はく、）服虔云ふ[1]、「蛇は北方の水物。水の成數は六。故に六年にして厲公入るなり」と。

① 服虔『春秋左氏伝解誼』本疏引。

〔傳〕公聞之、問於申繻曰、猶有妖乎、對曰、人之所忌、其氣燄以取之、妖由人興也

〔注〕尚書洛誥[1]、無若火始燄燄、未盛而進退之時、以喩人心不堅正

① 『尚書』周書・洛誥に「無若火、始燄燄、厥攸灼敘弗其絶」とある。

〔傳〕人無釁焉、妖不自作、人弃常則妖興、故有妖

〔疏〕猶有〜有妖

正義に曰はく、公、厲公の入るを聞き、申繻に問ひて曰はく、蛇の妖有るに猶りて厲公入ることを得たるか、と。古は「由」「猶」の二字の義通用することを得。申繻、公に對へて人の忌む所と曰ふは、謂へらく、子儀、厲公を畏懼し、心堅正ならざれば其の畏忌の氣燄燄として、未だ盛んならずして進退するの時、以て此の妖を取りて人に來り應ずるなり。蛇鬭の事は人に由りて興るなり。若し人をして釁隙無からしめば、則ち妖孽自ら作ること能はず。人其の常を棄つれば、則ち妖自ら興る。此れを以ての故に、妖有り。「常を棄つ」とは、既に彊めること能はず、又弱めること能はずして常の度を失ふを謂ふなり。

〔傳〕厲公入、遂殺傅瑕、使謂原繁曰、傅瑕貳

〔注〕言有二心於己

〔傳〕周有常刑、既伏其罪矣、納我而無二心者、吾皆許之、上大夫之事、吾願與伯父圖之

〔注〕上大夫卿也、伯父謂原繁、疑原繁有二心

〔傳〕且寡人出、伯父無裏言

〔注〕無納我之言

〔傳〕入、又不念寡人

〔注〕不親附己

〔傳〕寡人憾焉、對曰、先君桓公命我先人、典司宗祏

・記注の異にして、仲尼の例と爲す所以に非ざるが故なり」と。是れ諸侯の貶を言ふには、或ひは名を書し、或ひは没して書せず、必ず人と稱するを得ざるが故に、此れを以て「經」に「人」と書し、「傳」に「諸侯」と言ひて衆國を總ぶるの辭と爲すなり。⑩僖（公）元年に「齊の師・宋の師・曹の師、邢を救ふ」と。⑪例に於いて將卑しく師衆ければ「師」と稱す。さすれば則ち三國は皆大夫帥ゐるなり。⑫「傳」に「諸侯、邢を救ふ」と稱するも亦是れ衆國を總ぶるの辭にして、此（本年）と同じきなり。

①　『釋例』　『春秋釈例』会盟朝聘例第二に見える。

②　僖公二十五年経に「春、王正月丙午、衛侯燬滅邢」とあり、「伝」に「正月丙午、衛侯燬滅邢、同姓也、故名」とある。

③　桓公七年経に「夏、穀伯綏来朝、鄧侯吾離来朝」とあり、「伝」に「春、穀伯、鄧侯来朝、名賤之也」とある。

④　成公二年経に「丙申、公及楚人・秦人・宋人・陳人・衛人・鄭人・斉人・曹人・邾人・薛人・鄫人盟于蜀」とあり、「伝」に「十一月、公及楚公子嬰斉・蔡侯・許男・秦右大夫説・宋華元・陳公孫寧・衛孫良夫・鄭公子去疾、及斉国之大夫盟于蜀、……蔡侯・許男不書、乗楚車也、謂之失位」とある。

⑤　襄公三十年経に「晋人・斉人・宋人・衛人・鄭人・曹人・莒人・邾人・滕人・薛人・杞人・小邾人会于澶淵、宋災故」とあり、「伝」に「為宋災故、諸侯之大夫会、以謀帰宋財、冬、十月、叔孫豹会晋趙武・斉侯孫蠆・宋向戌・衛北宮佗・鄭罕虎及小邾之大夫、会于澶淵、既而無帰於宋、故不書其人」とある。

⑥　諸本、「不義其人」を「不書其人」に作る。

⑦　『經』　注⑤参照。

⑧　僖公十四年経に「春、諸侯城縁陵」とあり、「伝」に「春、諸侯城縁陵、而遷杞焉、不書其人、有欠也」とある。

⑨　『經』　注⑧参照。

⑩　僖（公）元年　僖公元年経に「春、王正月、斉師・宋師・曹師次于聶北救邢」とあり、「伝」に「諸侯救邢」とある。

⑪　『公羊伝』隠公五年に「将尊師衆、称其率師、将尊師少、称将、将卑師衆、称師、将卑師少、称人」とある。又隠公五年経「秋、衛師入郕」の杜預注に「将卑師衆、但称師、此史之常也」とある。

⑫　「傳」　注⑩参照。

〔傳〕夏、單伯會之、取成于宋而還、鄭厲公自櫟侵鄭

〔注〕厲公以桓十五年入櫟、遂居之

〔傳〕及大陵、獲傅瑕

〔注〕大陵鄭地、傅瑕鄭大夫

〔傳〕傅瑕曰、苟舍我、吾請納君、與之盟而赦之、六月甲子、傅瑕殺鄭子及其二子、而納厲公

〔注〕鄭子莊四年稱伯會諸侯、今見殺、不稱君無謚者、微弱臣子不

② 十五年　荘公十五年経に「春、斉侯・宋公・陳侯・鄭伯会于鄄」とある。

③ 文（公）十四年　文公十四年経に「六月、公会宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許男・曹伯・晋趙盾、癸酉、同盟于新城」とある。

④ 僖（公）八年　僖公八年経に「春、王正月、公会王人・斉侯・宋公・衛侯・許男・曹伯・陳世子款盟于洮」とある。

⑤ 九年　僖公九年経に「夏、公会宰周公・斉侯・宋子・衛侯・鄭伯・許男・曹伯于癸丘」とある。

⑥ 『釋例』　『春秋釈例』班序例第二十二に見える。

⑦ 子帛　隠公二年経に「紀裂繻来逆女、冬、十月、伯姫帰于紀、紀子帛・莒子盟于密」とあり、「伝」に「九月、紀裂繻来逆女、卿為君逆也、冬、紀子帛・莒子盟于密、魯故也」とある。

⑧ 『傳』　注⑦参照。

⑨ 襄公二十七年伝に「叔孫曰、邾・滕人之私也、我列国也、何故視之、宋・衛吾匹也」とある。

⑩ 襄公七年伝に「叔孫穆子相、趨進曰、諸侯之会、寡君未嘗後衛君、今吾子不後寡君、君未知所過、吾子其少安」とある。

⑪ 僖公二十年伝に「宋襄公欲合諸侯、臧文仲聞之曰、以欲従人則可、以人従欲鮮済」とあり、二十一年経に「秋、宋公・楚子・陳侯・蔡侯・鄭伯・許男・曹伯会于盂」とある。

〔傳〕十四年、春、諸侯伐宋、齊請師于周

〔注〕齊欲崇天子、故請師、假王命以示大順、經書人、傳諸侯者、揔衆國之辭

〔疏〕注齊欲～之辭

正義に曰はく、齊既に諸侯を以て宋を伐ち、而して更に師を周に請ふは、齊の桓（公）始めて霸業を脩め、方に天子を尊崇せんと欲するが故に、師を請ひ、王命を假りて以て大順を示すのみ。伐ちて克たざるを慮りて王威を藉るには非ざるなり。「經」に「人」と書して「傳」に「諸侯」と言ふ。先儒以爲へらく、諸々此くのごとき輩は皆是れ諸侯の身なり、と。①『釋例』に曰はく、「『傳』の滅入例にては、②『衛侯燬、邢を滅ぼす。同姓なり。故に名いふ』と。又云ふ、③『穀伯綏、鄧侯吾離來朝す。名いふは之を賤しむなり』と。又云ふ、④『蔡・許の君を書せざるは、楚の車に乘ればなり。之を位を失ふと謂ふ』と。此れ皆諸侯を貶するの例なれば、例として人と稱せざるなり。諸侯の在事、『傳』に明文有りて『經』に人と稱する者は、凡そ十一條。丘明、其の義を示さざるに、而も諸儒皆案に據りて之を生ず。原出づる所無し。諸侯を貶して爵を去りて人と稱するは、是れ君臣の爲に文を同じくするに、正に等差の謂に非ざるなり。又⑤澶淵の大夫の會の『傳』に曰はく、⑥『其の人を書せず』と。案ずるに、⑦『經』に皆名を去りて人と稱す。⑧諸侯親ら縁陵に城くの『傳』に亦『其の人を書せず』と曰ひて、⑨『經』に總べて『諸侯』と稱す。此れ大夫及び諸侯は、『經』『傳』に別と爲す所以なり。『春秋』を通じて校するに、宣公五年より以下百數十年、諸侯の咎甚だ多し。而るに皆貶すること無くして人と稱するは、益々明らかに、此れ蓋し當時の告命

〔經〕秋、七月、荆入蔡

〔注〕①入例在文十五年

① 文公十五年伝に「凡勝国曰滅之、獲大城焉曰入之」とある。

〔經〕冬、單伯會齊侯・宋公・衞侯・鄭伯于鄄

〔注〕鄄衞地、今東郡鄄城也、齊桓脩霸業、卒平宋亂、宋人服從、欲歸功天子、故赴以單伯會諸侯爲文

〔疏〕單伯～于鄄

正義に曰はく、『春秋』は魯史の文に因り、魯史自ら其の事を書す。他國に會する者は、皆已に往きて之に會するを言ひて、君と臣とを問はず。諸侯に會する者は、皆魯人「會」の字の上に在り。若し微人往きて會すれば、則ち「會」の上に字無く、直ちに其の會を言ひ、魯往きて之に會するを明らかにす。微人には合に名を書すべからずして、其の爲す所の事を書するのみ。①十六年の「齊侯・宋公・陳侯・衞侯・鄭伯・許男・滑伯・滕子に會して幽に同盟す」とは、是れなり。若し魯人與らずして諸侯自ら會すれば、則ち諸侯を幷せ序して「某に會す」と言ふ。②十五年の「齊侯・宋公・陳侯・衞侯・鄭伯、鄄に會す」とは、是れなり。霸主召して諸侯に會すと雖も、霸主の身は諸侯の上に列なり在るのみ。霸主、諸侯に會すと言はざるは、其の倶に是れ王の臣にして、諸侯に與して主と爲るを得ざるを以ての故なり。若し霸主の國、大夫をして往きて諸侯に會せしむるは、政は霸國に在ると雖も、大夫の名は諸侯の下に列ぬ。諸侯の主に非ざるに由りて、列位は其の班爵に從ふ。③文（公）十四年の「公、宋公・陳侯・衞侯・鄭伯・許男・曹伯・晉の趙盾に會して新城に同盟す」とは、是れなり。若し王臣會に在れば、尊卑を問はずして皆諸侯の上に列ぬ。④僖（公）八年の「公、王人・齊侯・宋公・衞侯・許男・曹伯・陳の世子款に會して洮に盟ふ」、⑤九年の「公、宰周公・齊侯・宋子・衞侯・鄭伯・許男・曹伯に葵丘に會す」とは、是れなり。此（本年）の會に魯人與らざれば、單伯は宜しく諸侯の上に列なり在りて、下に「鄄に會す」と言ふべきのみ。今「會」の字乃ち「齊侯」の上に存るは、是れ齊の桓（公）、功を天子に歸するが故に、赴ぐるに單伯、諸侯に會するを以て文を爲す。天子を尊びて名義を示す所以なり。此（本年）の會に魯自ら與らず。魯與る所の者は、皆魯人上に在り。史の文は魯を以て主と爲すのみ。會の時に當たり、大小を以て序と爲さば、魯は上に在らざるなり。⑥『釋例』に曰はく、「魯、春秋の主と爲りて常に諸侯の上に列なるは、其の實次に非ざるなり。⑦子帛は卿なり。魯の大夫の比に依りて莒の上に列ぬ。故に⑧『傳』に『魯の故なり』と曰ふ。叔孫豹曰はく、⑨宋・衞は我が匹なり、と。又曰はく、⑩諸侯の會に、寡君未だ嘗て衞君に後れず、と。是れ魯は衞の上に存るなり。宋は既に先代の後にして、又⑪襄公一たび諸侯を合して以て齊の桓（公）の伯を紹ぐ。宋、齊の上に在れば、則ち魯は宋に次ぐなり」と。

① 十六年　荘公十六年経に「冬、十有二月、会斉侯・宋公・陳侯・衞侯・鄭伯・許男・滑伯・滕子同盟于幽」とある。

〔經〕秋、七月、冬、公會齊侯盟于柯

〔注〕此柯今濟北東阿、齊之阿邑、猶祝柯今爲祝阿

〔傳〕十三年、春、會于北杏、以平宋亂

〔注〕宋有弑君之亂、齊桓欲脩霸業

〔疏〕十三年傳注宋有〜霸業

正義に曰はく、①桓（公）二年の「稷に會して、以て宋の亂を成ぐ」は、會を爲すの意は、宋の督君を弑するの賊を平らぎ除かんと欲するなり。此に「宋の亂を平らぐ」と云ふは、宋の萬已に誅せられ、宋新たに君を立てて其の位未だ定まらず、齊の桓（公）霸業を脩めんと欲し、會を爲して以て之を安定するなり。新君を平らぎ除かんと欲するに非ざるが故に、宋人、命を聽きて、來りて會に列するなり。

① 桓（公）二年　桓公二年経に「三月、公会斉侯・陳侯・鄭伯于稷、以成宋乱」とある。

〔傳〕遂人不至、夏、齊人滅遂而戍之

〔注〕戍守也

〔傳〕冬、盟于柯、始及齊平也

〔注〕始與齊桓通好

〔傳〕宋人背北杏之會

〔注〕背北杏會故

〔經〕十有四年、春、齊人・陳人・曹人伐宋

〔經〕夏、單伯會伐宋

〔注〕既伐宋、單伯乃至、故曰會伐宋、單伯周大夫

〔疏〕十四年注既伐〜大夫

正義に曰はく、（本年）「傳」に「諸侯、宋を伐つ。齊、師を周に請ふ」と稱すれば、則ち伐事は已に成りて單伯始めて至るが故に、「宋を伐つに會す」と云ふ。宋の地に來り就きて之に會するを言ふなり。①元年注に「單伯は天子の卿なり」と云ひ、此に「周の大夫」と云ふは、大夫も亦卿の摠號なるが故に、兩つながら之を言ふ。

① 元年注　荘公元年経の「夏、単伯送王姫」の杜預注に「単伯天子卿也、単采地也、伯爵也」とある。

長は則ち大夫と曰ふ。此は則ち是れ宋の蕭邑の大夫なり。此の年に功有るを以て、宋人、蕭邑を以て別に其の人を封じて附庸と爲す。①二十三年経に「蕭叔、公に朝す」と書す。附庸には例として名を稱するが故に、杜（預）、「叔」を以て名と爲す。

①　二十三年經　莊公二十三年経に「蕭叔朝公」とあり、杜預注に「蕭附庸国也、叔名也」とある。

〔傳〕及戴・武・宣・穆・莊之族

〔注〕宋五公之子孫

〔傳〕以曹師伐之、殺南宮牛于師、殺子游于宋、立桓公

〔注〕桓公御説

〔傳〕猛獲奔衞、南宮萬奔陳、以乘車輦其母、一日而至

〔注〕乘車非兵車、駕人曰輦、宋公陳二百六十里、言萬之多力

〔傳〕宋人請猛獲于衞、衞人欲勿與、石祁子曰、不可

〔注〕石祁子衞大夫

〔傳〕天下之惡一也、惡於宋而保於我、保之何補、得一夫而失一國、與惡而弃好、非謀也

〔注〕宋・衞本同好國

〔傳〕衞人歸之、亦請南宮萬于陳、以賂

〔疏〕于陳以賂

正義に曰はく、「以賂――賂ひを以てす」を斷ちて句と爲す。賂ひを用ひて陳に請ふを言ふなり。猛獲を衞に請ふに、賂ひを以てすと言はざるは、蓋し衞に於いては賂ひ無し。

〔傳〕陳人使婦人飲之酒、而以犀革裹之、比及宋、手足皆見、宋人皆醢之

〔注〕醢肉醬、并醢猛獲、故言皆

〔經〕十有三年、春、齊侯・宋人・陳人・蔡人・邾人會于北杏

〔注〕北杏齊地

〔經〕夏、六月、齊人滅遂

〔注〕遂國在濟北蛇丘縣東北

〔注〕蒙澤宋地、梁國有蒙縣

〔疏〕注蒙澤〜蒙縣

正義に曰はく、①昭（公）十三年の「楚、其の君虔を乾谿に弑す」に地を書し、此の「閔公を蒙澤に弑す」に地を書せざるは、②『釋例』に曰はく、「先儒旁く二傳を采りて横に異例を生ず。宋の蒙澤、楚の乾谿は倶に國内に在り。閔公の弑せられしときは、則ち蒙澤を書せざるは國内なるを以て義と爲す。楚、靈王を弑するに復地を以てするは、乾谿は所を失ふと爲すなり。明らかに仲尼本より以て義例と爲さざれば、則ち丘明も亦異文無きなり」と。是れ亦史自づから詳略ありて義例無きを言ふなり。

① 昭（公）十三年　昭公十三年経に「夏、四月、楚公子比自晋帰于楚、弑其君虔于乾谿」とある。

② 『釋例』　『春秋釈例』書弑例第十五に見える。

〔傳〕遇仇牧于門、批而殺之

〔注〕手批之也

〔傳〕遇大宰督于東宮之西、又殺之

〔注〕殺督不書、宋不以告

〔傳〕立子游

〔注〕子游宋公子

〔疏〕注子游宋公子

正義に曰はく、①『世族譜』にては、子游は雑人なれば、何公の子なるかを知らず。

① 『世族譜』　『春秋釈例』世族譜第四十五之上、宋国の雑人の條に見える。

〔傳〕群公子奔蕭、公子御説奔亳

〔注〕蕭宋邑、今沛國蕭縣、亳宋邑、蒙縣西北有亳城

〔傳〕南宮牛・猛獲帥師圍亳

〔注〕牛長萬之子、猛獲其黨

〔傳〕冬、十月、蕭叔大心

〔注〕叔蕭大夫名

〔疏〕注叔蕭大夫名

正義に曰はく、卿大夫の采邑の長は則ち之を宰と謂ひ、公邑の

せざるは、亂の爲の故なり。凡そ葬は、魯會せざれば則ち書せず。若使宋亂れて葬らざれば、魯は本より會すべきの理無し。此の義を兼ね見すが故に、（杜預注に）「亂るればなり」と言ふ。萬及び仇牧、並びに名「經」に見ゆれば、皆卿なるを知るなり。萬に氏を書せざるは、②『釋例』に曰はく、「宋の萬は、③賈氏以爲へらく、未だ族を賜はらず、と。案ずるに、『傳』に南宮長萬と稱すれば、則ち已に氏は南宮と爲し、未だ族を賜はらずと爲すを得ざるなり。④『經』の文を推し尋ぬるに、莊公より以上諸々の君を弑する者は皆氏を書せず、閔公以下皆氏を書するは、亦時史の異同を明らかにするに足る。仲尼の皆貶する所に非ざるなり」と。是れ杜（預）の意に以爲へらく、史に詳略有り、義例无きなり、と。⑤文（公）八年「宋人、其の大夫司馬を殺す」の「傳」に曰はく、「司馬、節を握りて以て死す。故に書するに官を以てす」と。然らば則ち善の褒むべきこと有れば、當に文を變へて以て義を見すべし。此に仇牧に名を書するは、警せずして賊に遇ひ、善の褒むべきこと無きが故に、其の文を變へず。⑥『公羊』に其の彊禦を畏れざるを善とするが故に、此れを言ひて以て之を異とす。

① 『公羊傳』　『公羊伝』隠公十一年に「何以不書葬、隠之也、何隠爾、弑也、弑則何以不書葬、春秋君弑、賊不討、不書葬、以為無臣子也、子沈子曰、君弑、臣不討賊、非臣也、不復讎、非子也、葬、生者之事也、春秋君弑、賊不討、不書葬、以為不繫乎臣子也」とある。

② 『釋例』　『春秋釈例』氏族例第八に見える。

③ 賈氏　賈逵『春秋左氏伝解詁』本疏引。

④ 隠4年　戊申、衛州吁弑其君完
桓2年　春、王正月戊申、宋督弑其君与夷、及其大夫孔父
荘8年　冬、十有一月癸未、斉無知弑其君諸児
荘12年　秋、八月甲午、宋万弑其君捷、及其大夫仇牧
僖10年　晋里克弑其君卓、及其大夫荀息
宣2年　九月乙丑、晋趙盾弑其君夷皐
宣10年　癸巳、陳夏徴舒弑其君平国
襄25年　夏、五月乙亥、斉崔杼弑其君光
襄26年　春、王二月辛卯、衛甯喜弑其君剽
哀6年　斉陳乞弑其荼

⑤ 文公八年経に「宋人殺其大夫司馬」とあり、「伝」に「宋襄夫人襄王之姉也、昭公不礼焉、夫人因戴氏之族、以殺襄公之孫孔叔・公孫鍾離及大司馬公子卬、皆昭公之党也、司馬握節以死、故書以官」とある。

⑥ 『公羊』　『公羊伝』荘公十二年に「仇牧可謂不畏彊禦矣」とある。

〔經〕冬、十月、宋萬出奔陳

〔注〕①奔例在宣十年

① 宣公十年伝に「凡諸侯之大夫違、告於諸侯、曰某氏守臣某、失守宗廟、敢告、所有玉帛之使者則告、不然則否」とある。

〔傳〕十二年、秋、宋萬弑閔公于蒙澤

① 服虔 『春秋左氏伝解誼』 本疏引。

② 『禮記』 『礼記』儒行に「今衆人之命儒也、妄常、以儒相詬病」とあり、鄭玄注に「妄之言無也、言今世名儒、無有常人、遭人名為儒、而以儒靳、故相戯」とある。

③ 『公羊傳』 『公羊伝』荘公十二年に「万嘗与荘公戦、獲乎荘公、荘公帰、散舎諸宮中、数月、然後帰之、帰反為大夫於宋、与閔公博、婦人皆在側、万曰、甚矣、魯侯之淑、魯侯之美也、天下諸侯宜為君者、唯魯侯爾、閔公矜此婦人、妬其言、顧曰、此虜也、魯侯之美悪乎至、万怒、搏閔公、絶其脰」とあり、何休解詁に「悪乎至、猶何所至」とある。

④ 何休 注③参照。

〔傳〕曰、始吾敬子、今子魯囚也、吾弗敬子矣、病之

〔注〕萬不以爲戲、而以爲己病、爲宋萬弑君傳

〔經〕十有二年、春、王三月、紀叔姫歸于酅

〔注〕無傳、紀侯去國而死、叔姫歸魯、紀季自定於齊、而後歸之、全守節義、以終婦道、故繫之紀、而以初嫁爲文、賢之也、來歸不書、非寧、且非大歸

〔疏〕十二年注紀侯～大歸

正義に曰はく、①『公羊傳』に曰はく、「其の酅に歸ると言ふは何ぞ。之を隱すなり。何ぞ隱すや。其の國亡びたればなり。徒に叔に歸るのみ」と。②『穀梁傳』に曰はく、「其の歸ると曰ふは何ぞ。吾が女なればなり。國を失ひて其の所を得たるを喜ぶ。故に歸ると曰ふ」と。杜（預）、略彼の意を取りて説を爲す。③『釋例』と此とは盡く同じ。大意は、其の賢にして、其の國亡びたるを愍みて乃ち叔に依り附くを以ての故に、之を書すのみ。

① 『公羊傳』 『公羊伝』荘公十二年に「其言帰于酅何、隠之也、何隠爾、其国亡矣、徒帰于叔爾也」とある。

② 『穀梁傳』 『穀梁伝』荘公十二年に「国而曰帰、此邑也、其曰帰何、吾女也、失国喜得其所、故言帰焉爾」とある。

③ 『釋例』 『春秋釈例』夫人内女帰寧例第三十二に見える。

〔經〕夏、四月、秋、八月甲午、宋萬弑其君捷、及其大夫仇牧

〔注〕捷閔公、不書葬、亂也、萬及仇牧皆宋卿、仇牧稱名、不警而遇賊、無善事可褒

〔疏〕注捷閔～可褒

正義に曰はく、隱（公）十一年①『公羊傳』に曰はく、「君弑せられ、臣賊を討たざるは、臣に非ざるなり。讎を服せざるは、子に非ざるなり。葬は生者の事なり。『春秋』に、君弑せられて賊討たずんば、葬を書せず。以て臣・子に繫けずと爲すなり」と。『左氏』に此の義無きが故に、杜（預）之を明らかにす。葬を書

〔傳〕公以金僕姑射南宮長萬

〔注〕金僕姑矢名、南宮長萬宋大夫

〔疏〕注金僕姑矢名

　正義に曰はく、之を用ひて人を射れば、必ず是れ矢なるを知る。其の僕姑と名づくるは、其の義未だ聞かず。

〔傳〕公右歂孫生搏之

〔注〕搏取也、不書獲、萬時未爲卿

〔疏〕公右歂孫生搏之

　正義に曰はく、①「檀弓」に云ふ、「魯の莊公、宋人と乘丘に戰ふ。縣賁父御たり。卜國右車爲り」と。「右」は此と同じからざるは、『禮記』は後人の錄する所にして、聞く所の口より聞けば、其の事未だ必ずしも實ならざればなり。案ずるに、②「傳」に「公子偃、先づ宋の師を犯す。公、之に從ひて大いに之を敗る」と云へば、則ち本より交戰に非ず。③『禮記』に稱す、「馬驚きて敗績す。公隊つ。佐車、綏を授く。御と車右皆之に死す」と。必ず『記』の言のごとくんば、則ち是れ魯の師敗績す。安んぞ（莊公十年傳に）「公、宋の師を乘丘に敗る」と稱するを得んや。「傳」『記』同じからざるは、固より當に『記』の文の妄なるべきのみ。

①「檀弓」　『礼記』檀弓上に「魯荘公及宋人戦于乗丘、縣賁父御、卜国為右、馬驚敗績、公隊、佐車授綏、公曰、末之卜也、縣賁父曰、他日不敗績、而今敗績、是無勇也、遂死之」とある。

②「傳」　荘公十年伝に「公子偃曰、宋師不整、可敗也、……蒙皐比而先犯之、公従之、大敗宋師于乗丘」とある。

③『禮記』　注①参照。

〔傳〕宋人請之、宋公靳之

〔注〕戲而相愧曰靳、魯聽其得還

〔疏〕注戲而相愧曰靳～得還

　正義に曰はく、①服虔云ふ、「恥ぢて之を惡むを靳と曰ふ」と。（本年）「傳」に「宋人、之を請ふ」と稱す。若し是れ其の人を恥ぢ惡めば、應に之が爲に魯に請ふべからず。故に杜（預）以て「戲れて相愧むるを靳と曰ふ」と爲す。②鄭玄、『禮記』の儒行に注して云ふ、「人名を儒と爲すに遭ひて、儒を以て靳む。故に相戲れる」と。俗に靳有るが故に、之の語、是れ戲れて相愧むるの名なるを知るなり。③『公羊傳』に以爲へらく、「宋の萬、閔公と博す。婦人皆側に在り。萬曰はく、甚だしいかな、魯侯の淑く、魯侯の美なることは、と。閔公、此の婦人に矜り、其の言を妬みて曰はく、此れ虜なり、魯侯の美惡にか至れる、と」と。④何休云ふ、「惡にか至れるとは、猶何ぞ至る所あらんのごときなり」と。萬、怒りて閔公を搏へ、其の脰を絶つ。是れ其の靳むるの事なり。

一人、予一人有罪、無以爾万方」とある。

② 「泰誓」　『尚書』周書・泰誓に「焚炙忠良、刳剔孕婦」とある。

③ 沈　沈文阿『春秋左氏経伝義略』本疏引。

④ 『帝王世紀』　皇甫謐『帝王世紀』本疏引。

〔傳〕且列國有凶、稱孤、禮也

〔注〕列國諸侯、無凶則常稱寡人

〔疏〕注列國～寡人

正義に曰はく、列國とは、大國を謂ふなり。①「曲禮」に曰はく、「庶方の小侯は、自ら稱して孤と曰ふ。諸侯は、民と言ふときは自ら稱して寡人と曰ひ、其の凶服に在るときは適子孤と曰ふ」と。②鄭玄云ふ、「臣と言ふときも亦自ら寡人と謂ふ」と。是れ凶無きときは則ち常に寡人と稱し、凶有るときは則ち孤と稱するなり。

① 「曲禮」　『礼記』典礼下に「庶方小侯、入天子之国曰某人、於外曰子、自称曰孤」「諸侯見天子、其与民言、自称曰寡人、其在凶服曰適子孤」とあり、鄭玄注に「謙也、於臣亦然」とある。

② 鄭玄　注①参照。

〔傳〕言懼而名禮、其庶乎

〔注〕言懼罪己、名禮稱孤、其庶庶幾於興

〔傳〕既而聞之、曰公子御説之辭也

〔注〕宋莊公子

〔傳〕臧孫達曰、是宜爲君、有恤民之心

〔疏〕既而～之心

正義に曰はく、①御説、明年に君と爲るの後に、方に始めて之を聞くを謂ふ。之を聞く時、已に君と爲るが故に、是の人宜しく君と爲るべしと云ふなり。「傳」は、御説禮有るを以ての故に、此の言を以て之を實とす。

① 御説　莊公十二年伝に「冬、十月……立桓公」とあり、杜預注に「桓公御説」とある。

〔傳〕冬、齊侯來逆共姫

〔注〕齊桓公也

〔傳〕乘丘之役

〔注〕在十年

成[3]（公）元年に「王の師、茅戎に敗績す」と。是の事「經」に列すれば、丘明、因りて舊凡の義を申べざることを得ず。[4]蘇氏の説は、義も亦此くのごとし。[5]沈氏、杜（預）の意を解せずして以へらく、「京師の敗績するは、周公の舊凡に非ず。是れ孔子の新意なり。丘明、『傳』を爲るに、因りて孔子の新意の義を申べざるを得ず」と。[6]劉炫も亦杜（預）の旨に達せず、「杜（預）と沈氏とは、意同じ」と謂ふは、非なり。

① 成公元年経に「王師敗績于茅戎」とある一例だけである。

② 『周礼』天官・宰夫に「大喪小喪、掌小官之戒令、帥執事治之」、夏官・諸子に「大喪、正群子之服・位」、春官・楽師に「大喪涖廞楽器」とある。又、夏官・大司馬に「若師有功、則左執事、右秉鉞、以失愷楽献于社、若師不功則厭而奉主軍」とある。

③ 注①参照。

④ 蘇氏　蘇寛『春秋左氏伝義疏』

⑤ 沈氏　沈文阿『春秋左氏経伝義略』本疏引

⑥ 劉炫　『春秋左氏伝述義』

〔傳〕秋、宋大水、公使弔焉曰、天作淫雨、害於粢盛、若之何不弔

〔注〕不爲天所愍弔

〔傳〕對曰、孤實不敬、天降之災、又以爲君憂、拜命之辱

〔注〕謝辱厚命

〔傳〕臧文仲曰、宋其興乎

〔注〕臧文仲魯大夫

〔傳〕禹・湯罪己、其興也悖焉

〔注〕悖盛貌

〔傳〕桀・紂罪人、其亡也忽焉

〔注〕忽速貌

〔疏〕禹湯罪己桀紂罪人

正義に曰はく、[1]「湯誥」に云ふ、「其れ爾萬方罪有るは、予一人に在らん」と。是れ己を罪するなり。[2]「泰誓」に、紂の罪を數へて云ふ、「忠良を焚炙し、孕婦を刳剔す」と。是れ人を罪するなり。禹・桀の時の書は多く亡びたり。固に亦應に此の事有るべし。[3]沈、『帝王世紀』を引きて云ふ、「（『帝王世紀』に）『禹、人を罪するを見る。車より下りて之を泣く』と。是れ己を罪するなり。（『帝王世紀』に）『桀、關龍逢を殺す』と。是れ人を罪するなり」と。

① 「湯誥」　『尚書』周書・湯誥に「其爾万方有罪、在予

〔疏〕注覆謂～爲文

　正義に曰はく、取るとは、盡く取りて遺漏無きの意を謂ふなり。①哀（公）九年「宋の皇瑗、鄭の師を雍丘に取る」の「傳」に稱す、「皇瑗、鄭の師を圍み、毎日、舍を遷して、壘合ふ。鄭の師哭す」と。是れ自ら盡く死して逃逸の路無きを知るなり。②又曰はく、「能ある者をして死すること無からしむ」と。是れ其の軍を合するの内、死生は宋に在るなり。「取る」の狀は此くのごとくにして、（「傳」に）「覆ひて之を取る」と云ふは、其の羅網の掩覆するがごとく、一軍皆禽制せらるを知る。故に「取る」を以て文を爲す。③服虔云ふ、「覆とは、隱すなり。伏を設けて之を取る。其の備へ無きを攻めて、其の不意に出づるを謂ふ。敵人知らざれば、之を敗ること易し。故に取ると曰ふ」と。卽ち服（虔）の言のごとくんば、未だ陳せざると何ぞ異なりて、別に以て例を爲して之を「取る」と爲すや。④「荀吳、狄を大原に敗る」⑤「於越、吳を檇李に敗る」は、並びに其の備へ無きを攻め、其の不意に出づるも、而も「經」に「取る」と言はず。⑥「鄭の二公子、燕の師を北制に敗る」⑦「鄭人、大いに戎の師を敗る」は、是れ伏を設けて之を敗るも、而も「傳」に「取る」と言はず。服（虔）、此れを「取る」と爲すと謂ふは何ぞや。宋・鄭の師を圍み、壘合ひて哭し、自ら必ず敗れんことを知る。敵人知らざるには非ずして、「取る」と書するは何ぞや。

① 哀（公）九年　哀公九年経に「宋皇瑗帥師取鄭師于雍丘」とあり、「伝」に「宋皇瑗囲鄭師、毎日遷舍、壘合、鄭師哭、子姚救之大敗、二月甲戌、宋取鄭師于雍丘、使有能者無死、以郟張与鄭羅帰」とある。

② 又曰はく　注①参照。

③ 服虔　『春秋左氏伝解誼』本疏引。

④ 昭公元年経に「晋荀呉帥師敗狄于大鹵」とあり、「伝」に「未陳而薄之、大敗之」とある。

⑤ 定公十四年経に「五月、於越敗呉于檇李」とあり、杜預注に「使罪人詐呉乱陳、故従未陳之例書敗也」とある。

⑥ 隠公五年伝に「六月、鄭二公子以制人敗燕師于北制、君子曰、不備不虞、不可以師」とある。

⑦ 隠公九年伝に「十一月甲寅、鄭人大敗戎師」とある。

〔傳〕京師敗曰王師敗績于某

〔注〕王者無敵於天下、天下非所得與戰者、然春秋之世、據有其事、事列於經、則不得不因申其義、有時而敗、則以自敗爲文、明天下莫之得校

〔疏〕注王者～得校

　正義に曰はく、此も亦周公の舊凡なり。杜（預）、舊凡の意を解す。①王の師敗績すること有るを得るは、周公の制禮に理として盛衰を包むを以ての故に、②『周禮』に大喪及び王の師の不功の事を載す。故に舊凡例に敗績の文有り。杜（預）、尊卑逆順を以て之を言ふ。天王應に戰敗の事有るべからざるも、遂に凡例を申べ說くが故に、（杜預注に）「天下に敵する無し。天下得て與に戰ふ所の者に非ず。然れども春秋の世、其の事有るに據る」と云ふ。

① 成（公）二年傳　成公二年伝に「畏君之震、師徒橈敗」とあり、杜預注に「震動、橈曲也」とある。
② 『穀梁傳』　『穀梁伝』隠公三年に「高曰崩、厚曰崩、尊曰崩、天子之崩、以尊也、其崩之何也、以其在民上、故崩之、其不名何也、大上、故不名也」とある。
③ 成（公）十六年　成公十六年経に「甲午晦、晋侯及楚子・鄭伯戦于鄢陵、楚子・鄭師敗績」とあり、杜預注に「楚師未大崩、楚子傷目而退、故曰楚子敗績」とある。
④ 『釋例』　『春秋釈例』戦敗例第三に見える。
⑤ 鄢陵の戰ひ　注③参照。
⑥ 僖（公）十五年　僖公十五年経に「十有一月壬戌、晋侯及秦伯戦于韓、獲晋侯」とあり、「伝」に「壬戌、戦于韓原、晋戎馬還濘而止」とある。
⑦ 諸本、「其君彼獲」を「其君被獲」に作る。
⑧ 城濮の戰ひ　僖公二十八年経に「夏、四月己巳、晋侯・斉師・宋師・秦師及楚人戦于城濮、楚師敗績」とある。「伝」に「楚右師潰、……楚左師潰、楚師敗績、子玉収其卒而止、故不敗」とあり、杜預注に「三軍唯中軍完、是大崩」とある。
⑨ 鄢陵の戰ひ　成公十六年伝に「子反再拝稽首曰、君賜臣死、死且不朽、臣之卒実奔、臣之罪也」とある。
⑩ 杜（預）　注③参照。

〔傳〕得儁曰克

〔注〕謂若大叔段之比、才力足以服衆、威權足以自固、進不成爲外寇強敵、退復狡壯、有二君之難、而實非二君、克而勝之、則不言彼敗績、但書所克之名

〔疏〕注謂若〜之名

正義に曰はく、克は勝つと訓ずるなり。戰ひて其の師に勝ち、其の軍内の雄儁なる者を獲得するが故に、（「傳」に）「儁を得るを克つ」と云ふ。『春秋』に克つと稱する者は、①叔段の一事有るのみ。既に敵國有伐つに非ず、又君の臣を討つに非ず、而して戰陳の例に於いて別に此の名を立つ。彼の②「傳」に復云ふ、「二君のごとし。故に克つと曰ふ」と。故に具に叔段の事を迹ねて以て之を充つ。凡例は乃ち是れ舊典なり。獨り段の爲のみに發するに非ざるが故に、（杜預注に）「叔段の比」と云ふ。③『釋例』と此とは盡く同じ。

① 叔段　隠公元年経に「夏、五月、鄭伯克段于鄢」とあり、「伝」に「五月辛丑、大叔出奔共、段不弟、故不言弟、如二君、故曰克、称鄭伯、失教也、謂之鄭志、不言出奔、難之也」とある。
② 「傳」　注①参照。
③ 『釋例』　『春秋釈例』戦敗例第三に見える。

〔傳〕覆而敗之曰取某師

〔注〕覆謂威力兼備、若羅網所掩、覆一軍皆見禽制、故以取爲文

② 十二年　桓公十二年経に「十有二月、及鄭師伐宋、丁未、戦于宋」とあり、杜預注に「既書伐宋、又重書戦者、以見宋之無信也、荘十一年伝例曰、皆陳曰戦、尤其無信、故以独戦為文」とある。

③ 『釋例』　『春秋釈例』戦敗例第三に見える。

④ 令狐の役　文公七年経に「戊子、晋人及秦人戦于令狐」とあり、杜預注に「晋諱背先蔑而夜薄秦師、以戦告也」とある。「伝」に「先人有奪人之心、軍之善謀也、逐寇如追逃、軍之善政也、訓卒利兵秣馬蓐食、潛師夜起、戊子、敗秦師于令狐、至于刳首」とある。

⑤ 河曲の戦ひ　文公十二年経に「冬、十有二月戊午、晋人・秦人戦于河曲」とあり、杜預注に「不書敗績、交綏而退」とある。「伝」に「秦以勝帰、我何以報、乃皆出戦、交綏、秦行人夜戒晋師曰、両君之士、皆未憖也、明日請相見也」とある。

⑥ 長岸の戦ひ　昭公十七年経に「楚人及呉戦于長岸」とあり、杜預注に「呉・楚両敗、莫肯告負、故但書戦而不書敗也」とある。「伝」に「戦于長岸、子魚先死、楚師継之、大敗呉師、……呉人大敗之」とある。

⑦ 邲の戦ひ　宣公十二年経に「夏、六月乙卯、晋荀林父帥師及楚師戦于邲、晋師敗績」とあり、杜預注に「晋上軍成陳、故書戦」とある。

〔傳〕大崩曰敗績

〔注〕師徒橈敗、若沮岸崩山、喪其功績、故曰敗績

〔疏〕注師徒～敗績

正義に曰はく、（杜預注の）「師徒撓敗す」とは、成①（公）二年傳の文なり。②『穀梁傳』に曰はく、「高きを崩と曰ひ、厚きを崩と曰ふ」と。其の師、高厚に非ざるも「崩」と稱するの意を解す。沮は壞すと訓ずるなり。（杜預注の「岸を沮す」とは、河岸の崩るるを謂ふなり。師旅大いに敗るるは、岸崩れ、山崩るるに似たるなり。績は訓じて功と爲す。其の功績を喪ふが故に、敗績と曰ふ。唯成③（公）十六年に「楚子・鄭の師敗績す」と言ふは、④『釋例』に曰はく、「鄢陵の戦ひに、楚の師徒未だ大いに崩れざるも、楚子目に傷つきて退くが故に、事を指して言ふなり。楚子の身敗るるにて、師敗るるには非ざるを言ふなり。故に楚子敗績すと言ふなり。⑥僖（公）十五年に『晉侯、秦伯と韓に戦ふ。晉侯を獲ふ』とあり、其の君獲へられて敗ると書せざるは、晉侯の戎馬濘に還して止まり、秦の獲ふる所と爲るも師は大いに崩れざるが故に、敗ると書せざるなり」と。⑧城濮の戦ひの「傳」に稱す、「楚の左右の師潰え、子玉其の卒を收めて止まる。故に敗れず」と。是れ二軍敗れて、「經」に「敗績」と書す。⑨鄢陵の戦ひの「傳」に稱す、「子反曰はく、臣の卒實に奔れり」と。是れ一軍敗れて、⑩杜（預）云ふ、「師未だ大いに崩れず」と。然らば敗績とは、是れ大いに崩るるの名なり。敗るること多くして存すること少きは乃ち「敗績」と稱し、敗るること少くして存すること多ければ、則ち「敗績」と稱せざるなり。

とは、④「傳」に皆云ふ、「未だ陳せざるに之に薄まる」と。是れ其の未だ列を成さざるなり。彼我、「列を成すことを得ず」と「列を成せども用ふることを得ず」とは、皆未だ陳せずして獨り敗るを以て文を爲す。彼（宋）は拒むこと能はずして、此（魯）は獨り克つを言ふなり。⑤昭（公）五年「叔弓、莒の師を蚡泉に敗る」の⑥「傳」に曰はく、「莒、未だ陳せざればなり」と。此に已に例を發し、彼に復發するは、⑦『釋例』に曰はく、「魯、宋・莒を敗りて、再び未だ陳せざるの例を發するは、君臣異なること有るを嫌ふなり」と。

① 長勺の役　荘公十年に見える。

② 檇李の役　定公十四年伝に「越子勾践禦之、陳于檇李、勾践患呉之整也、使死士再禽焉、不動、使罪人三行属剣於頸而辞曰、二君有治、臣奸旗鼓、不敏於君之行前、不敢逃刑、敢帰死、遂自剄也、師属之目、越子因而伐之、大敗之」とある。

③ 昭（公）元年　昭公元年経に「晋荀呉帥師敗狄于大鹵」とあり、「伝」に「未陳而薄之、大敗之」とある。

④ 「傳」　注③参照。

⑤ 昭（公）五年　昭公五年経に「戊辰、叔弓帥師敗莒師于蚡泉」とあり、「伝」に「戊辰、叔弓敗諸蚡泉、莒未陳也」とある。

⑥ 「傳」　注⑤参照。

⑦ 『釋例』　『春秋釈例』戦敗例第三に見える。

〔傳〕皆陳曰戰

〔注〕堅而有備、各得其所、成敗決於志力者也

〔疏〕注堅而～者也

正義に曰はく、戰ふとは、共に鬬ふの辭なり。彼此列を成し、權施す所無きが故に、（杜預注に）「各々其の所を得、成敗は志力に決する者なり」と爲す。兩國交戰すれば必ず勝負有れども、或ひは未だ成敗に至らずして各々自ら收斂すること有るが故に、戰ふと言ひて敗ると言はざる者有り。①桓（公）十年に「齊侯・鄭伯、來りて郎に戰ふ」と、②十二年に「鄭の師と宋を伐つ。丁未、宋に戰ふ」と。此くのごときの類は、交戰して未だ敗るるに至らざるが故に、敗ると書せざるなり。或ひは彼實に未だ陳せずして、應に未だ陳せざるの例に從ふべきも亦戰ふと書する者有り、或ひは實に敗れども敗ると書せざる者有るは、皆告辭に從ふなり。③『釋例』に曰はく④「令狐の役に、晉人、師を潛めて夜起ち、而して戰ふと書するは、晉、其の前意に背くを諱みて、夜秦の師を薄め、戰ふを以て告ぐればなり。⑤河曲の戰ひに、秦・晉は交綏き、⑥長岸の戰ひに、呉・楚は兩敗す。交綏とは、並び退くなり。軍士未だ慭けざれども呉・楚倶に病み、肯へて以て告ぐること莫きが故に、皆戰ふと書して敗ると書せざるなり。⑦邲の戰ひに、上軍先づ陳し、林父乃ち敗る。故に戰ふと書し、又敗ると書するなり」と。

① 桓（公）十年　桓公十年経に「冬、十有二月丙午、斉侯・衛侯・鄭伯来戦于郎」とある。

〔注〕以九年入[①]

① 莊公九年経に「斉小白入于斉」とある。

〔傳〕冬、齊師滅譚、譚無禮也、譚子奔莒、同盟故也

〔注〕傳言譚不能及遠、所以亡

〔經〕十有一年、春、王正月

〔注〕無傳

〔經〕夏、五月戊寅、公敗宋師于鄑

〔注〕鄑魯地、傳[①]例曰、敵未陳曰敗某師

① 本年伝に見える。

〔疏〕十一年公敗宋師于鄑

正義に曰はく、[①]往年に公、宋の師を乘丘に敗る。今、乘丘の役の為に我を侵せば、則ち是れ前の怨みに報復す。魯當に辭無かるべくして亦侵伐を稱せざるは、莊（公）立ちて以來未だ嘗て宋を侵さず。宋、齊に黨して我を伐つが故に、乘丘に敗る。今復重ねて來るは、更に是れ宋の責むべくして、魯の罪に非ざるなり。

① 往年　莊公十年経に「公敗宋師于乗丘」とある。

〔經〕秋、宋大水

〔注〕公使弔之、故書

〔經〕冬、王姬歸于齊

〔注〕魯主昏、不書齊侯逆、不見公

〔傳〕十一年、夏、宋爲乘丘之役故侵伐、公禦之、宋師未陳而薄之、敗諸鄑、凡師、敵未陳曰敗某師

〔注〕通謂設權譎變詐以勝敵、彼我不得成列、成列而不得用、故以未陳獨敗爲文

〔疏〕注通謂～爲文

正義に曰はく、（杜預注の）「權譎變詐を設けて以て敵に勝つ」とは、[①]長勺の役に、齊人三たび鼓して氣衰ふるを待ちて乃ち之を撃つがごときを謂ふ。定（公）十四年の[②]檇李の役に、越子、吳の整ふるを患ひ、罪人をして劔を屬けて自ら刎ねしめ、吳の師之に目を屬け、越子因りて之を伐つ、と。此の二者は、敵已に陳すと雖も、權を設けて之に勝ち、列を成せども用ふることを得ざるなり。此（本年）と[③]昭（公）元年の「晉の荀吳、狄を大鹵に敗る」

〔傳〕夏、六月、齊師・宋師次于郎、公子偃曰、宋師不整、可敗也

〔注〕公子偃魯大夫

〔傳〕宋敗、齊必還、請撃之、公弗許、自雩門竊出、蒙皐比而先犯之

〔注〕雩門魯南城門、皐比虎皮

〔疏〕注雩門～虎皮

正義に曰はく、雩門を魯の南城門と爲すは、蓋し時の人猶之に名づくるを以ての故に知るなり。僖（公）二十八年傳に[1]「胥臣、馬に蒙らすに虎皮を以てす」と稱し、此に「皐比を蒙らしめて先づ之を犯す」と云ふは、事は彼と同じ。皐比は是れ虎皮なるを知るなり。胥臣の事を以て之を譬ふれば、必ず是れ虎皮と定むるを知る。其の名づけて皐比と曰ふは、則ち其の義未だ聞かず。[2]「樂記」に云ふ、「倒に干戈を載せ、之を包むに虎皮を以てす。之を名づけて建櫜と曰ふ」と。[3]鄭玄以爲へらく、兵甲の衣を櫜と曰ふ、と。櫜は韜なり。而して其の字或ひは建皐に作る。故に服虔、引きて以て此れを解す。

① 僖（公）二十八年傳　僖公二十八年伝に「胥臣蒙馬以虎皮、先犯陳・蔡」とある。

② 「樂記」　『礼記』楽記に「倒載干戈、包之以虎皮、将帥之士、使為諸侯、名之曰建櫜、然後天下知武王之不復用兵也」とあり、鄭玄注に「兵甲之衣曰櫜」とある。

〔傳〕公從之、大敗宋師于乘丘、齊師乃還、蔡哀侯娶于陳、息侯亦娶焉、息嬀將歸、過蔡、蔡侯曰、吾姨也

〔注〕妻之姊妹曰姨

〔疏〕注妻之姊妹曰姨

正義に曰はく、[1]「釋親」に云ふ、「妻の姊妹同じく出づるを姨と爲す」と。[2]孫炎云ふ、「同じく出づとは、倶に已に嫁ぐなり」と。

① 「釋親」　『爾雅』釈親第四・妻党に「妻之姉妹同出為姨」とある。

② 孫炎　『爾雅孫氏注』本疏引。

〔傳〕止而見之、弗賓

〔注〕不禮敬也

〔傳〕息侯聞之怒、使謂楚文王曰、伐我、吾求救於蔡而伐之、楚子從之、秋、九月、楚敗蔡師于莘、以蔡侯獻舞歸、齊侯之出也、過譚、譚不禮焉、及其入也、諸侯皆賀、譚又不至

〔疏〕注上思利民忠也

正義に曰はく、①桓（公）六年傳の文なり。言ふこころは、情を以て審察し、之をして枉有らしむることを用ひざれば、則ち是れ民を利せんことを思ひ欲す。故に忠の屬と爲すなり。

① 桓（公）六年傳　桓公六年伝に「所謂道忠於民而信於神也、上思利民、忠也、祝史正辞、信也」とある。

〔傳〕可以一戰、戰則請從、公與之乘

〔注〕共乘兵車

〔傳〕戰于長勺、公將鼓之、劌曰、未可、齊人三鼓、劌曰、可矣、齊師敗績、公將馳之、劌曰、未可、下視其轍

〔注〕視車跡也

〔傳〕登軾而望之

〔疏〕登軾而望之

正義に曰はく、「考工記」に云ふ、①「兵車の廣さ六尺有六寸。車廣を三分し、一を去りて以て隧と爲す。隧とは輿内の前後を謂ふ。深さ四尺四寸なり。其の隧を三分し、一は前に在り、二は後に在り、以て其の式を揉す。式は輿間に在り、前より之を量り、深さ一尺四寸三分寸の二なり。其の廣さの半を以て之が式崇と爲す。車輿の内に當たるを謂ふ。前軫を去ること一尺四寸三分寸の二、車板を下り去ること三尺三寸、横に一木を施す。之を名づけて軾と曰ふ」と。人をして其の後ろに立たしめ、時に之に依倚せしむることを得。曹劌、軾に登り、②得臣の君は軾に憑れと云ふは、皆此れを謂ふなり。

① 「考工記」　『周礼』冬官・考工記に「故兵車之輪六尺有六寸」とあり、「輿人」に「参分車広、去一以為隧、（注―兵車之隧四尺四寸、鄭司農云、隧謂車輿深也）参分其隧、一在前、二在後、以揉其式、（注―兵車之式、深四尺四寸三分寸之二）以其広之半、為之式崇、以其隧之半、為之較崇、六分其広、以一為之軫圍、……」とある。

② 得臣　僖公二十八年伝に「君憑軾而観之、得臣与寓目焉」とある。

〔傳〕曰、可矣、遂逐齊師、既克、公問其故、對曰、夫戰、勇氣也、一鼓作氣、再而衰、三而竭、彼竭我盈、故克之、夫大國難測也、懼有伏焉

〔注〕恐詐奔

〔傳〕吾視其轍亂、望其旗靡、故逐之

〔注〕旗靡轍亂、怖遽

子尾怒」とある。

③　昭（公）四年傳　昭公四年伝に「食肉禄、氷皆与焉、大夫・命婦喪浴用氷」とある。

〔傳〕劌曰、肉食者鄙、未能遠謀、乃入見、問何以戰、公曰、衣食所安

〔疏〕衣食所安
正義に曰はく、公の意は、衣・食の二者は身を安んずる所以なりと雖も、然れども亦敢へて専ら己之を有せず、必ず之を以て人に分かつなり。

〔傳〕弗敢專也、必以分人、對曰、小惠未徧、民弗從之也

〔注〕分公衣食、所惠不過左右、故曰未徧

〔傳〕公曰、犧牲・玉帛

〔疏〕犧牲玉帛
正義に曰はく、四者は皆神を祭るの物。①「曲禮」に曰はく、「天子は犧牛を以ひ、諸侯は肥牛を以ふ」と。②鄭玄云ふ、「犧は純毛なり。肥は滌に養ふなり」と。然らば則ち牲とは、三牲の牛・羊・豕を謂ふなり。犧とは牲の純色なり。魯自ら天子の禮を用ふることを得れば、犧牲相配するの語を要す。未だ必ずしも用ふることを得て乃ち之を言ふと爲さざるなり。

①　「曲禮」　『礼記』曲礼下に「天下以犧牛、諸侯以肥牛、大夫以索牛、士以羊豕」とあり、鄭玄注に「犧純毛也、肥養於滌也、索求得而用之」とある。

②　鄭玄　注①参照。

〔傳〕弗敢加也、必以信

〔注〕祝辭不敢以小爲大、以惡爲美

〔傳〕對曰、小信未孚、神弗福也

〔注〕孚大信也

〔疏〕注孚大信也
正義に曰はく、孚も亦信のみ、（「傳」に）「小信未だ孚ならず」と言ふを以ての故に、孚を解して大信と爲し、以て之を形す。

〔傳〕公曰、小大之獄、雖不能察、必以情

〔注〕必盡己情、察審也

〔傳〕對曰、忠之屬也

〔注〕上思利民、忠也

とある。

〔經〕譚子奔莒

〔注〕不言出奔、國滅無所出

〔疏〕注不言～所出

正義に曰はく、①『公羊傳』に曰はく、「何を以て出づと言はず。國已に滅び、出づる所無きなり」と。

① 『公羊傳』　『公羊伝』荘公十年に「何以不言出、国已滅矣、無所出也」とある。

〔傳〕十年、春、齊師伐我

〔注〕不書侵伐、齊背蔇之盟、我有辭

〔傳〕公將戰、曹劌請見

〔注〕曹劌魯人

〔疏〕注曹劌魯人

正義に曰はく、①『史記』に「曹沫」に作りて亦(また)「魯人なり」と云ふ。

① 『史記』　『史記』刺客列伝第二十六に「曹沫者、魯人也、以勇力事魯荘公」とある。

〔傳〕其鄉人曰、肉食者謀之、又何間焉

〔注〕肉食在位者、間猶與也

〔疏〕注肉食～與也

正義に曰はく、①孟子、庶人を諭(さと)して云ふ、「五畝の宅、之に樹(う)うるに桑を以てせば、五十の者以て帛を衣るべし。雞・豚・狗・彘の畜、其の時を失ふ無くんば、七十の者以て肉を食ふべし」と。是れ賤人、肉を食ふを得ざるが故に、（杜預注に）「位に在る者」と云ふなり。②襄（公）二十八年傳に、子雅・子尾の食を説きて云ふ、「公膳は日に雙雞」と。③昭（公）四年傳に、冰を頒(わ)かつの法を説きて云ふ、「食肉の祿は、冰皆與(みなあづか)る。大夫・命婦は、喪浴に冰を用ふ」と。蓋し位、大夫と爲りて乃ち肉を食ふことを得るなり。間とは間雜を謂ふ。言ふこころは、應に其の中に間して之が謀を爲すべからざるが故に、（杜預注に）「間とは猶與(なほあづか)るのごときなり」と云ふ。

① 孟子　『孟子』梁恵王章句上に「五畝之宅、樹之以桑、五十者可以衣帛矣、雞・豚・狗・彘之畜、無失其時、七十者可以食肉矣」とある。

② 襄（公）二十八年傳　襄公二十八年伝に「公膳日雙雞、饔人竊更之以鶩、御者知之、則去其肉、而以其洎饋、子雅・

〔經〕以蔡侯獻舞歸

〔注〕獻舞蔡季

〔疏〕以蔡侯獻舞歸

正義に曰はく、①『穀梁傳』に曰はく、「以て歸るとは猶執ふるに愈れるがごときなり」と。杜②（預）、隱（公）七年の注に於いて、「但以て歸ると言ふは、執ふるに非ざるなり」と云へば、則ち「以歸――以て歸る」とは、直ちに將と與に其れ歸るにて、囚執されず、其の恥は執よりも輕きなり。③『釋例』得獲例に曰はく、「敵國、兵を交ふるも亦兵器の獲有り。殊に君臣を別たんと欲するが故に、君に於いては滅と曰ひ、臣に於いては獲と曰ふ。國君とは、社稷の主、百姓の望にして、當に社稷宗廟と其の存亡を共にすべき者なり。而して敵國に獲らるれば、存すと雖も亡ぶるがごとく、死と生と皆滅と同じ。偏軍・元帥・君の臣僕に至るまで、身を出だして命を致し、榮辱得失は自づから其れ常事なるが故に、④『傳』に『胡子髡・沈子逞滅び、陳の夏齧を獲たりとは、君臣の辭なり』と曰ふ」と。杜（預）の此の言のごとくんば、師敗れ、身虜となるも亦應に滅ぶと稱すべし。此に「滅ぶ」と言はずして「以て歸る」と云ふは、⑤『釋例』に所云ゆる、「宗廟社稷已に亡びて、君、敵に獲らるるに據りて、君の身在りと雖も、亡と異なること無く、皆滅ぶを以て文を爲す。則ち定⑥（公）六年の『鄭の遊速、師を帥ゐて許を滅ぼし、許男斯を以て歸る』、是れなり。若し社稷宗廟亡びず、君の身敵に獲らるれば、則ち以て歸ると云ふ。『蔡侯獻舞を以て歸る』、是れなり」と。⑦劉炫云ふ、「陳に在りて死すれば、則ち滅ぶと稱す。以て還る者は則ち以て歸ると言ふ」と。以て杜氏を規すは非なり。

① 『穀梁傳』　『穀梁伝』荘公十年に「蔡侯何以名也、絶之也、何為絶之、獲也、中国不言敗、此其言敗何也、中国不言敗、蔡侯其見獲乎、其言敗何也、釈蔡侯之獲也、以帰猶愈乎執也」とある。

② 杜（預）　隠公七年経「戎伐凡伯于楚丘以帰」の杜預注に「但言以帰、非執也」とある。

③ 『釋例』得獲例　『春秋釈例』得獲例第三十八に見える。

④ 『傳』　昭公二十三年伝に「書曰胡子髡・沈子逞滅、獲陳夏齧、君臣之辞也」とあり、杜預注に「国君社稷之主、与宗廟共其存亡者、故称滅、大夫軽、故曰獲、獲得也」とある。

⑤ 『釋例』　『春秋釈例』以帰例第三十一に見える。

⑥ 定（公）六年　定公六年経に「春、王正月癸亥、鄭游速帥師滅許、以許男斯帰」とある。

⑦ 劉炫　『春秋規過』本疏引。

〔經〕冬、十月、齊師滅譚

〔注〕譚國在濟南平陵縣西南、傳曰譚無禮、此直釋所以見滅、經無義例、他者放此。①滅例在文十五年

① 文公十五年伝に「凡勝国曰滅之、獲大城曰入之」とあり、杜預注に「勝国、絶其社稷、有其土地也、得大都而不有也」

たんと欲す。而るに「經」に並びに「侵伐」と稱せず。侵伐とは、罪を責むるの文なり。桓[1]（公）十年「齊侯・鄭伯來りて郎に戰ふ」の「傳」に「我辭有るなり。故に侵伐と稱せず」と曰へば、則ち此と長勺とに侵伐を書せざるも亦我辭有りと爲すなり。「我辭有り」とは、齊來りて我を伐つは、齊を伐ちて子糾を納れんとするが爲に來りて、我に報ゆるなり。公の齊を伐たんとするとき、齊の大夫來りて蔇に盟ひ、子糾を以て君と爲さんことを許す。魯をして齊を伐ちて子糾を納れしめんとするは、彼自ら盟に背きて魯を伐てばなり。魯を責むるに非ざるなり。魯此の辭有るが故に、齊人合に伐つべからざるなり。杜[2]（預）、「二公子各々黨有り」と言へば、則ち子糾を迎ふる者は小白の徒に非ず。而して齊の盟に背くを責むるとは、彼の蔇の盟を言ふ。大夫、盟に背きて小白に從ふは誤りなり。公、齊を伐たしむるのみにして、桓公の盟に背くを言はざるなり。杜（預）、「傳」に、長勺の役に於いて「我を伐つ」の語有るを以ての故に、「傳」に就きて解を爲し、而して此れを以て之に同じくす。

①　桓（公）十年　桓公十年経に「冬、十有二月丙午、斉侯・衛侯・鄭伯来戦于郎」とあり、「伝」に「冬、斉・衛・鄭来戦于郎、我有辞也、……故不称侵伐」とある。

②　杜（預）　荘公九年経に「斉小白入于斉」の杜預注に「二公子各有党、故雖盟而迎子糾、当須伐乃得入、又出在小白之後、小白称入、従国逆之文、本無位」とある。

〔經〕公敗宋師于乘丘

〔注〕乘丘魯地

〔經〕秋、九月、荊敗蔡師于莘

〔注〕荊楚本號、後改爲楚、楚辟陋在夷、於此始通上國、然告命之辭、猶未合典禮、故不稱將帥、莘蔡地

〔疏〕注荊楚～蔡地

正義に曰はく、荊・楚は一木にして名を二つにするが故に、以て國號と爲すも亦二つの名を得。莊公の世を終はるまで、「經」に皆[1]荊と書す。僖[2]（公）の元年に乃ち「楚人、鄭を伐つ」と書す。蓋し爾時に於いて始めて改めて楚と爲し、以後常に楚と稱するなり。他國は將に尊卑有り、師に多少有りと雖も、或ひは師を稱し、或ひは將を稱し、直ちに國の名を書するを得ず。史の策に書するは、彼の告辭を承く。此に直ちに國を稱するは、其の告命の辭未だ典禮に合はざるが故に、「將」「帥」を稱せざるを知るなり。

①　莊公十年経「秋、九月、荊敗蔡師于莘」
荘公十四年経「秋、七月、荊入蔡」
荘公十六年経「秋、荊伐鄭」
荘公二十三年経「荊人来聘」

②　僖公元年経に「楚人伐鄭」とあり、杜預注に「荊始改号曰楚也」とある。

〔經〕十年、春、王正月、公敗齊師于長勺

〔注〕齊人雖成列、魯以權譎稽之、列成而不得用、故以未陳爲文、例在十一年、長勺魯地

〔疏〕十年注〜魯地

正義に曰はく、例①に稱す、敵未だ陳せざるを某の師を敗ぶると曰ひ、皆陳するを戰と曰ふ、と。此の「傳」に、齊人、陳を成して鼓を撃つと稱すれば、應に齊の師を敗ぶると稱すべからず。故に之を解す。②『孫子』の兵書に曰はく、「誓ひて之を稽め、其の先後を失はしむるを彼の敵を稽留すと謂ふ」と。時に與に戰はずして先後をしてその次第を失はしむるなり。魯、曹歲の語を以て權謀譎詐して以て之を稽留す。列成れども用ふるを得ず。與に未だ陳せざるに相似たるが故に、未だ陳せざるを以て文を爲す。③『釋例』に曰はく、「長勺の役、倶に陳すと雖も而も鼓音齊はず。④檇李の役、越人、呉の整ひしを患ひ、死士を以て呉を亂す。皆已に陳すと雖も、猶獨り克つを以て文を爲す。其の權詐を擧ぐる、是れなり。此の（杜預）注の「稽」、或ひは「掩」に作るは誤りのみ。今、定本、「稽」に作る。

① 莊公十一年伝に「凡師、敵未陳曰敗某師、皆陳曰戰、大崩曰敗績、得儁曰克、覆而敗之曰取某師、京師敗曰京師敗績于某」とある。

② 『孫子』　現行本『孫子』には見えない。本疏引佚文。

③ 『釋例』　『春秋釈例』戦敗例第三に見える。

④ 檇李の役　定公十五年経に「五月、於越敗呉于檇李」とあり、杜預注に「使罪人詐呉乱陳、故従未陳之例書敗也」とある。

〔經〕二月、公侵宋

〔注〕無傳、侵①例在二十九年

① 莊公二十九年伝に「凡師有鐘鼓曰伐、無曰侵、軽曰襲」とある。

〔經〕三月、宋人遷宿

〔注〕無傳、宋強遷之而取其地、故文異於①邢遷

① 僖公元年経に「夏、六月、邢遷于夷儀」とあり、杜預注に「邢遷如帰、故以自遷為辞也、夷儀邢地」とある。

〔經〕夏、六月、齊師・宋師次于郎

〔注〕不言侵伐、齊爲兵主、背蔇之盟、義與長勺同

〔疏〕注不言〜勺同

正義に曰はく、此れ春に齊師を敗り、（本年）「傳」に「齊師、我を伐つ」と稱すれば、則ち今、郎に次るも亦是れ來りて我を伐

鮑叔牙をして宰爲らしむ。鮑叔辭して曰はく、『君、惠を臣に加ふる有り。臣をして凍餒せざらしむるは、則ち是れ君の賜なり。若し必ず國家を治めんとせば、則ち臣の能くする所に非ざるなり。其れ唯管夷吾か。臣の夷吾に如かざる所の者五つあり。寛惠にして民を愛するは、臣如かざるなり。國を治むるに秉を失はざるは、臣如かざるなり。忠信にして諸侯を結ぶべきは、臣如かざるなり。禮義を制し、四方の法るべきは、臣如かざるなり。介冑して枹を執り、軍門に立ち、百姓をして皆勇を知らしむるは、臣如かざるなり。夫れ管子は民の父母なり。其の子を治めんと將欲せば、其の父母を棄つべからず』と。公曰はく、『管夷吾は、親しく寡人を射て鉤に中て、死するに殆し。今乃ち之を用ふるは、可ならんや』と。鮑叔曰はく、『彼、其の君の爲に勤めしなり。若も宥して之を反さば、其の君の爲にすること是のごときなり』と。公曰はく、『然らば則ち之を奈何せん』と。鮑叔曰はく、『君、人をして之を魯に請はしめよ』と。公曰はく、『夫れ施伯は魯の謀臣なり。彼、吾が將に之を用ひんとするを知らば、必ず吾に與へざらん』と。鮑叔曰はく、『君、使者に詔げて曰へ。寡君、不令の臣有りて、君の國に在り、願はくは之を請ひて以て群臣に戮せん、と。魯君必ず諾せん。且つ施伯の夷吾の才を知るや、必ず將に魯の政を至さんとす。夷吾之を受けば、則ち魯能く齊を弱めん。夷吾受けずんば、彼、其の將に齊に反らんとするを知り、必ず之を殺さん。亟やかに之を請へ。然らずんば及ぶ無からん』と。公乃ち鮑叔をして成らぎを行はしめて曰はく、『公子糾は親なり。請ふ、君之を討て』と。魯人爲に公子糾を殺す。又曰はく、『管仲は讎なり。請ふ、受けて之を戮せ』と。魯君許諾す。施伯、魯侯に謂ひて曰はく、『與ふること勿かれ。之を戮するに非ざるなり。將に其の政を用ひんとするなり。管仲は天下の賢人なり。今、齊求めて之を得ば、則ち必ず長く魯國の憂ひと爲らん。君何ぞ之を殺して其の屍を授けざる』と。魯君曰はく、『諾』と。將に管仲を殺さんとす。鮑叔進んで曰はく、『之を齊に殺すは、是れ齊に戮するなり。之を魯に殺すは、是れ魯に戮するなり。寡君、願はくは之を生きながら得て以て國に徇へ、群臣の戮と爲さん。若し生きながら得ざれば、是れ君、寡君の賊と比するなり。敝邑の君の請ふ所に非ざるなり。使臣、敢へて命を是に受けざるや』と。魯君乃ち殺さず。遂に生きながら束縛して以て齊に與ふ。鮑叔受けて之を哭すること三擧す。施伯從ひて之を笑ひ、大夫に謂ひて曰はく、『管仲は必ず死せず。鮑叔の賢人を戮するに忍びず、其の知は、賢を稱げて以て自ら成すを知るなり』と。堂阜の上に至り、鮑叔祓ひて之を浴せしむること三たびす。桓公親ら郊に迎ふ。遂に與に歸り、之を廟に禮し、三酌して政を爲すを問ふ」と。[2]外傳の「齊語」は、『管子』と大いに同じ。當に是れ本なるべきのみ。『管子』に「高傒よりも治なり」の言無し。鮑叔の管子を美するは、其の言一に非ず。説く者各々聞く所を記すが故に、同じからざるのみ。

①　『管子』小匡第二十に見える。

②　『国語』斉語

〔傳〕公從之

① 『釋例』 『春秋釈例』土地名第四十四之三の水名の條に見える。

② 『公羊傳』 『公羊伝』莊公九年に「洙者何、水也、浚之者何、深之也、曷為深之、畏斉也、曷為畏斉也、辞殺子糾也」とある。

〔傳〕九年、春、雍廩殺無知、公及齊大夫盟于蔇、齊無君也、夏、公伐齊納子糾、桓公自莒先入

〔注〕桓公小白

〔傳〕秋、師及齊師戰于乾時、我師敗績、公喪戎路、傳乘而歸

〔注〕戎路兵車、傳乘乘他車

〔傳〕秦子・梁子以公旗辟于下道

〔注〕二子公御及戎右也、以誤齊師

〔傳〕是以皆止

〔注〕止獲也

〔傳〕鮑叔帥師來言曰、子糾親也、請君討之

〔注〕鮑叔乘勝而進軍、志在生得管仲、故託不忍之辭

〔傳〕管・召讎也、請受而甘心焉

〔注〕管仲射桓公、故曰讎、甘心言欲快意戮殺之

〔傳〕乃殺子糾于生竇

〔注〕生竇魯地

〔傳〕召忽死之、管仲請囚、鮑叔受之、及堂阜而稅之

〔注〕堂阜齊地、東莞蒙陰縣西北有夷吾亭、或曰、鮑叔解夷吾縛於此、因以爲名

〔傳〕歸而以告曰、管夷吾治於高傒

〔注〕高傒齊卿高敬仲也、言管仲治理政事之才、多於敬仲

〔傳〕使相可也

〔疏〕鮑叔～可也

正義に曰はく、此れ「傳」は大いに略するなり。世に『管子』の書有るは、或ひは是れ後人の錄する所にして、其の言は甚だ詳らかなり。其の[1]「小匡篇」に曰はく、「桓公、莒より齊に反（かへ）る。

〔疏〕取子糾殺之

正義に曰はく、此れ名は糾のみ。「子」と稱するは、『公羊傳』①に曰はく、「其の子糾と稱するは何ぞ。貴ければなり。其の貴きこと奈何ん。宜しく君爲るべき者なり」と。何休云ふ、②「君薨ずるを以て子某と稱して之を言ふは、其の宜しく君爲るべきを著し、未だ年を踰えざるの君の例に從ふ」と。賈逵云ふ、③「子と稱するは、之を愍れむなり」と。定本を案ずるに、上に「子糾を納る」とありて已に「子」と稱すれば、則ち此に「子」と言ふは、之を愍れむには非ざるなり。沈云ふ、④「齊人、子糾と稱するが故に、魯史、其の稱する所に從ひて、『經』に子糾と書す。知るは、（本年）『傳』に『子糾は親なり。請ふ、君之を討ぜよ』と云へばなり。豈に復是れ之を愍れむや」と。劉（炫）、賈（逵）と同じ。

〔疏〕注公子〜言之

正義に曰はく、諸侯の臣は、卿爲りて乃ち「經」に見ゆ。公子賊亂を爲す者は、則ち其の名を書し、位の貴賤を問はず。⑤『釋例』に曰はく、⑥「禍福告げざれば、則ち書せず」と。然らば則ち國の大事告げらるれば、則ち皆告を承けて書す。貴賤各々告ぐる所を以て文を爲すなり。福は、國を享け、家を有するより大なるは莫し。禍は、骨肉相殘ふより甚だしきは莫し。故に公子、國を取り、及び亂を爲して殺さるる者は亦皆之を書す。必ずしも卿爲るに繫けざるが故に、子糾・⑦意恢には公子を以て見し、『經』に書するなり」と。是れ公子、「經」に書するの意を說くなり。

① 『公羊傳』　『公羊伝』荘公九年に「其取之何、内辞也、脅我、使我殺之也、其称子糾何、貴也、其貴奈何、宜為君者也」とあり、何休解詁に「故以君薨称子某、言之者、著其宜為君、明魯為斉殺之、皆当弑君、因解上、納言糾、皆不為篡、所以理嫌疑也、月者、従未踰年君例、主書者、従斉取也」とある。

② 何休　注①参照。

③ 賈逵　『春秋左氏伝解詁』　本疏引。

④ 沈　沈文阿『春秋左氏経伝義略』　本疏引。

⑤ 『釋例』　『春秋釈例』氏族例第八に見える。

⑥ 文公十四年伝に「凡崩薨不赴則不書、禍福不告亦不書」とある。

⑦ 意恢　昭公十四年経に「冬、莒殺其公子意恢」とあり、杜預注に「以禍乱告、不必繫於為卿、故雖公子亦書、意恢与乱君為党、故書名悪之」とある。

〔經〕冬、浚洙

〔注〕無傳、洙水在魯城北、下合泗、浚深之、爲齊備

〔疏〕注洙水〜齊備

正義に曰はく、①『釋例』に云ふ、「洙水は魯國の東北より出で、西南して沈水に入り、下りて泗に合す」と。②『公羊傳』に曰はく、「洙とは何ぞ。水なり。之を浚くすとは何ぞ。之を深くするなり。曷爲んぞ之を深くす。齊を畏ればなり」と。是れ齊を畏るるが故に、之を深くして阻固を爲すなり。

と曰ふ」と。小白に「入」と稱し、國逆ふるの文に從ふは、其の本位無きを以てなり。若し本位有れば、則ち當に「復歸」と云ふべし。⑥賈・服以爲へらく、「齊の大夫來りて子糾を迎ふ。公亟やかに遣らずして盟ひ、以て之を要す。齊人歸りて小白を迎ふ」と。「小白を迎ふ」と謂ふは、是れ蔇の大夫に盟ふを疑ふが故に、杜（預）「各々自ら黨有り」と言ひて以て之を解す。

① 「傳」　荘公八年伝に「初襄公立、無常、鮑叔牙曰、君使民慢、乱将作矣、奉公子小白出奔莒、乱作、管夷吾・召忽奉公子糾来奔」とある。

② 諸本、「令」字を「今」字に作る。

③ 昭（公）十三年傳　昭公十三年伝に（対曰、斉桓衛姫之子也、有寵於僖、有鮑叔牙・賓須無、隰朋、以為輔佐、有莒・衛以為外主、有国・高以為内主」とあり、杜預注に「国氏・高氏斉上卿」とある。

④ 諸本、「彼云小白既早」を「彼迎小白既早」に作る。

⑤ 成公十八年伝に「凡去其国、国逆而立之曰入、復其位曰復帰、諸侯納之曰帰、以悪入曰復入」とある。

⑥ 賈・服　賈逵『春秋左氏伝解詁』服虔『春秋左氏伝解誼』本疏引。

〔經〕秋、七月丁酉、葬齊襄公

〔注〕無傳、九月乃葬、亂故

〔經〕八月庚申、及齊師戰于乾時、我師敗績

〔注〕小白既定、而公猶不退師、歷時而戰、戰遂大敗、不稱公戰・公敗、諱之、乾時齊地、時水在樂安界岐流、旱則竭涸、故曰乾時

〔疏〕注小白～乾時

正義に曰はく、公、夏を以て齊を伐ち、已に小白を出だすの後に齊人、襄公を葬ることを得。便ち是れ國寧んじて位定まれり。公、退くべくして退かず、戰ひて敗績す。是れ公の罪なり。時史、策に書して「公戰――公戰ふ」「公敗――公敗る」と稱せざるは、公の爲に諱むればなり。此の戰ひは公に非ざるを言ふがごとし。是れ將卑しく師衆かるが故に、直ちに「師戰――師戰ふ」「師敗――師敗る」と言ふのみ。此の戰ひには諱むと雖も猶「敗」と書し、①升陘の戰ひには敗るるも亦書せざるは、彼は公の冑を獲るが爲に恥ぢ、之を諱むこと深かるが故に、「敗」と書せざるなり。

① 升陘の戰ひ　僖公二十二年経に「秋、八月丁未、及邾人戦于升陘」とあり、杜預注に「邾人縣公冑于魚門、故深恥之、不言公、不言師敗績、諱也」とある。

〔經〕九月、齊人取子糾殺之

〔注〕公子爲賊亂則書、齊實告殺、而書齊取殺者、時史惡齊志在譎以求管仲、非不忍其親、故極言之

「宋人殺其大夫」とあり、「伝」に「書曰宋人殺其大夫、不称名、衆也、且言非其罪也」とある。

〔經〕夏、公伐齊納子糾

〔疏〕公伐齊納子糾

正義に曰はく、『公羊傳』①に曰はく、「糾とは何ぞ。公子糾なり。何を以て公子と稱せざるや。君の前には臣名いふなり」と。②何休曰はく、「當に齊の君と爲さしめ、魯の君の前に在りて臣の禮を爲さざるべきを嫌ふが故に、公子を去りて臣たるを魯に見すなり」と。③賈逵云ふ、「公子と言はざるは、正に次ぐればなり」と。「公羊」の説は「左氏」に通ずべからず。正に次ぐるは公子と稱せずとは、其の事又出づる所無し。今、定本の經文を案ずるに、「糾」の上に且つ「子」の字有り。外より内に入りて「公子」と稱せざる者多し。唯④楚の公子比に、「公子」と稱すること有るのみ。蓋し告辭に詳略有るが故に、文を爲すこと同じからず。此れ「齊を伐つ」の文有るが故に、須らく「于齊——齊に」を言ふべからず。⑤「捷菑を邾に納れんとす」は、「邾を伐つ」の文無きが故に、須らく「于邾——邾に」を言ふべし。

①　『公羊傳』　『公羊伝』荘公九年に「糾者何、公子糾也、何以不称公子」とあり、何休解詁に「春秋嫌明疑、嫌当為斉君在魯君前不為臣、礼公子無去国道、臣異国義、故去公子、見臣於魯也」とある。

②　何休　注①参照。

③　賈逵　『春秋左氏伝解詁』　本疏引。

④　楚の公子比　昭公十三年経に「夏、四月、楚公子比自晋帰于楚、弑其君虔于乾谿」とある。

⑤　文公十四年経に「晋人納捷菑于邾、弗克納」とある。

〔經〕齊小白入于齊

〔注〕二公子各有黨、故雖盟而迎子糾、當須伐乃得入、又出在小白之後、小白稱入、從國逆之文、本無位

〔疏〕注二公子〜無位

正義に曰はく、①「傳」に、鮑叔牙、小白を以て莒に奔り、管夷吾・召忽、子糾を奉じて來奔す、と稱すれば、則ち二子は國に在りて寵均しく勢敵するが故に、國内に各々其の黨有り。②今、齊の大夫來りて蔇に盟ふは、直ちに是れ子糾の黨來りて子糾を迎ふるのみ。小白の黨は猶自ら莒に向かひて小白を迎ふるなり。若し其の國を擧げて心を同じくし、共に子糾を推して來り迎へば、卽ち宜しく之に付くべし。須らく盟を以て之を要すべからず。今、既に之と盟ひて師を興し、糾を送る。是れ二公子に各々自ら黨有り。③昭（公）十三年傳に、桓公に國・高有りて以て内主と爲す、と稱すれば、則ち國子・高子は是れ小白の黨なり。④彼の小白を迎へること既に早く、公の子糾を送るは又遲し。公、齊を伐ちて子糾を納れんとし、始めて行きて卽ち書す。小白の齊に入るは、告ぐるを得て乃ち書す。故に齊に至るの時は、小白を出だすの後たること然り。⑤傳例に曰はく、「凡そ國を去り、國逆へて之を立つるを入

彼を指して以て例と爲す。

① 『釋例』　『春秋釈例』書弑例第十五に見える。

② 齊の商人　文公十八年経に「夏、五月戊戌、斉人弑其君商人」とあり、「伝」に「乃謀弑懿公、納諸竹中、舍爵而行」とある。

③ 蔡侯般　昭公十一年経に「夏、四月丁巳、楚子虔誘蔡侯般殺之于申」とあり、杜預注に「蔡侯雖弑父而立、楚子誘而殺之、刑其群士、蔡大夫深怨、故以楚子名告」とある。

④ 昭公十三年経に「楚公子棄疾殺公子比」とあり、杜預注に「比雖為君、而未列於諸侯、故不称爵、殺不称人、罪棄疾」とある。

⑤ 桓公六年経に「蔡人殺陳佗」とあり、杜預注に「佗立踰年、不称爵者、簒位未会諸侯也、伝例在二十二年」とある。

⑥ 隠公四年経に「九月、衛人殺州吁于濮」とあり、杜預注に「州吁弑君而立、未列於会、故不称君、伝例在成十六年」とある。

⑦ 僖公三十年経に「秋、衛殺其大夫元咺、及公子瑕」とある。

⑧ 成公十三年伝に「曹人使公子負芻守、使公子欣時逆曹伯之喪、秋、負芻殺其大子、而自立也」とある。

⑨ 成公十五年経に「晋侯執曹伯、帰于京師」とある。

⑩ 成公十六年伝に「曹人請于晋曰、自我先君宣公即位、国人曰、若之何、憂猶未弭、而又討我寡君、以亡曹国社稷之鎮公子、是大泯曹也、先君無乃有罪乎、若有罪則君列諸会矣、君唯不遺徳刑、以伯諸侯、豈独遺諸敝邑、敢私布之」とある。

〔經〕公及齊大夫盟于蔇

〔注〕齊亂無君、故大夫得敵於公、蓋欲迎子糾也、來者非一人、故不稱名、蔇魯地、琅邪繒縣北有蔇亭

〔疏〕注齊亂～蔇亭

正義に曰はく、僖①（公）二十九年傳に曰はく、「禮に在りては、卿は公・侯に會せず、伯・子・男に會するは可なり」と。是れ大夫は公に敵することを得ざるなり。若し公に敵すれば則ち「經」に「公」を沒して書せず、而して卿を貶して「人」と稱す。翟泉②の盟、是れなり。此に「公」を沒せざるは、齊亂れて君無きが故に、大夫、公に敵するを得。既に公に敵するを得れば、當に名氏を書すべし。而るに直ちに「齊の大夫」と言ふは、來る者一人に非ざるが故に、名を稱せざるなり。③文（公）十年「宋人、其の大夫を殺す」の「傳」に曰はく、「名を稱せざるは、衆ければなり」と。是れ衆ければ、則ち名を書するを得ず。

① 僖（公）二十九年傳　僖公二十九年伝に「在礼、卿不会公侯、会伯子男可也」とある。

② 翟泉の盟　僖公二十九年経に「夏、六月、会王人・晋人・宋人・斉人・陳人・蔡人・秦人盟于翟泉」とあり、杜預注に「魯侯諱盟天子大夫、諸侯大夫、又違礼盟公侯、王子虎違礼下盟、故不言公会、又皆称人」とある。

③ 文（公）十年　諸本「文七年」に作る。文公七年経に

春秋正義訳註（十二）

（国語）枡本紘二

The Japanese Translation and Annotation of *Chung-qiu Zheng-yi*（春秋正義）Part12

Hiroji MASUMOTO

This paper is Part12 of the Japanese translation and annotation of *Chung-qiu Zheng-yi*（春秋正義）.
Part12 cotains the 9th, 10th, 11th, 12th, 13th, 14th, 15th, 16th, and 17th year of duke *Zhuang*（荘公）.

〔經〕九年、春、齊人殺無知

〔注〕無知弑君而立、未列於會、故不書爵、例在成十六年

〔疏〕九年注無知～六年

正義に曰はく、無知、君を弑して自ら立てば、則ち是れ齊の君爲り。而るに其の君を弑すと言はざるは、未だ會に列せざるが爲の故に、爵を書せず。爵を書せざる者は、正に其の君を弑す、と書せざるを謂ふなり。①『釋例』に曰はく、「諸侯、先君の命を受けずして簒立し、諸侯と會するを得る者は、則ち君と成るを以て之を書す。②齊の商人・③蔡侯般の屬、是れなり。若し未だ諸侯に接するを得ざれば、則ち爵を稱せず。楚の公子棄疾、④公子比を殺す、⑤蔡人、陳佗を殺す、齊人、無知を殺す、衞人、⑥州吁・⑦公子瑕を殺すの屬、是れなり。諸侯簒立して以て諸侯に會すと雖も、正と爲すは此れ列國の制なり。國内に至りては名を策し、質を委ねて卽ち君臣の分已に定まる。故に君と成らざるを殺すと雖も、亦成君と同義なり」と。是れ「殺」を言ひて「君」と稱せざるの義なり。⑧曹伯負芻、大子を殺して自ら立ち、⑨成（公）十五年に晉侯討ちて之を執へ、⑩十六年に曹人、晉に請ひて曰はく、若し罪有らば則ち侯の會に列せしむ、と。是れ會に列すれば則ち君と成るが故に、

呉 工 業 高 等 専 門 学 校
研 究 報 告

第22巻 第2号 (1987)
(通 巻 第39号)

昭和62年2月 印刷
昭和62年2月 発行

編集者
発行者 **呉 工 業 高 等 専 門 学 校**
〒737 呉市阿賀南2丁目2－11
電 話 (0823) 71－9121

印刷所 た く み 印 刷 株 式 会 社
〒733 広島市西区井口明神
2丁目1－21
電 話 (082) 278－2111

MEMOIRS
OF THE
KURE NATIONAL COLLEGE OF TECHNOLOGY

Vol. 22, No.2 (Consecutive No.39)
February, 62nd Year of Showa (1987)