

呉工業高等専門学校

研 究 報 告

第19巻 第1号 (通巻第32号)

昭和58年8月(1983)

目 次

1. カムの縮閉線による緩和曲線の研究(第2報)	糸 島 寛 典	1
2. 5-インボリュート接合カムの研究(第1報)	糸 島 寛 典	13
3. 超塑性 Zn-Al 合金のスプリングバック	大 下 隆 章	31
4. 円管内乱流脈動流れにおけるうず動粘度分布の実験的研究	京 免 進 井 口 学 近 江 宗 確 井 建 一 夫	39
5. 有限要素法を使用した平歯車の温度分布	野 原 稔	49
6. 電源波形による色の見え方の変化の研究	原 田 一 彦	57
7. 地絡を伴う断線異相混触の故障検出特性に及ぼす 地絡インピーダンスの影響	奥 本 宏 三	69
8. 中空陰極放電の実験的研究 II	山 崎 勉	75
9. 鉄筋モルタル梁の動的特性	久 良 喜代彦	83
10. 三次元弾性論による自重を考慮した平板の解析	丸 上 晴 朗	91
11. M S S データ解析による統計分類手法に関する研究	小 堀 慈 久 網 千 寿 夫	105
12. 室内音響伝播に対する数値解析の有効性について	角 舎 輝 典	121
13. 春秋正義訳註(七)	枅 本 紘 二	178
昭和57年度本校教官による他誌発表論文一覧表		179

カムの縮閉線による緩和曲線の研究 (第2報)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Easement Curve of the Uniform Velocity Cam by the Evolute of the Cam Profile (2nd Report)

Hironori ITOSHIMA

If the easement curve of the uniform velocity cam has the sine curve, then the acceleration of the follower in the starting point of the easement curve can be zero.

In this report, the sine curve contained the involute curve or the parabolic curve be used in the easement curve, the motion of the follower discussed and the maximum acceleration can be decreased.

§ 1 緒 言

前報¹⁾において等速度カムの緩和曲線に2個の単弦曲線を用いた場合とその間に円弧を挿入した場合における緩和曲線の加速度を解析し、最大加速度を低くするように単弦曲線の縮閉線を利用してカムを設計した。

本報告においては2個の単弦曲線の間にインボリュート曲線あるいは放物線を挿入した場合の従動節の運動を解析し、最大加速度を低い値とするように設計し、円弧往復従動節の場合の押進め角、滑り率等の計算を行う。

§ 2 記 号

a : 単弦曲線の x' 軸方向の寸法	φ : 座標回転角
b : 単弦曲線の y' 軸方向の寸法	ϕ : 押進め角
ρ : 緩和曲線の曲率半径	u : インボリュート曲線の基礎円半径
θ : x 軸と y 軸との交角	ε_0 : 第1単弦曲線部の ε
δ : PQ と x' 軸との交角	ε_v : 放物線あるいはインボリュート曲線部の ε
ε : 緩和曲線の法線と y 軸との交角	r : 従動節の円弧半径
H : 従動節のリフト	h : 従動節の変位
T : 往き行程の距離	\dot{y}/v : 従動節の速度係数
α : 単弦曲線的作用角	\ddot{y}/v^2 : 従動節の加速度係数
λ : T に対する緩和曲線部の比	

§ 3 インボリュート曲線の挿入

前報¹⁾の式(82)において $\dot{y}/v^2 = 1/(\rho \cos^3 \varepsilon)$ から、 ε の増大につれて $\cos \varepsilon$ は小さくなるので、 \ddot{y}

$$g = y_B + x_B / \tan \varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。 BG を対称軸として単弦曲線 AB の対称曲線 BF を描き、 BF を V 点の回りに ε_V 回転すれば B 点は H にくるので、 $HD = \overline{QW} = u\varepsilon_V$ だけ長くしなければならぬ。そこで緩和曲線上の T 点の法線 Q_1T の延長上に $TT' = u\varepsilon_V$ の点 T' をとり、 T' 点の描く曲線 $A'B'$ の GB を対称軸とする曲線 $B'F'$ を作り、曲線 $B'F'$ を V 点の回りに ε_V だけ回転すれば B' 点は D 点に一致し、インボリュート曲線 BD に連続な曲線 DE となり、曲率中心も V 点の回りに ε_V だけ回転すれば Q 点は W 点にくる。

よって T' 点の xy 座標を $x_{T'}$ 、 $y_{T'}$ とすれば

$$x_{T'} = x_T + u\varepsilon_V \sin \varepsilon, \quad y_{T'} = y_T - u\varepsilon_V \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (12)$$

となり、 BG を対称軸とする T' 点の対称点を S' とすれば S' の座標 $x_{S'}$ 、 $y_{S'}$ は前報¹⁾の式(41)から α を ε_0 、 n を g として次式のようになる。

$$x_{S'} = (g - y_{T'}) \sin 2\varepsilon_0 - x_{T'} \cos 2\varepsilon_0, \quad y_{S'} = 2g \sin^2 \varepsilon_0 + y_{T'} \cos 2\varepsilon_0 - x_{T'} \sin 2\varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

S' 点の法線が y 軸となす角を ε' とすれば ε' の範囲は $\varepsilon_0 + \varepsilon_V$ から 2α となる。第2単弦曲線の ε' を第1単弦曲線の ε になおすには次式を用いる。

$$\varepsilon = 2\varepsilon_0 + \varepsilon_V - \varepsilon' \quad \dots\dots\dots (14)$$

図1において VS' の長さを k_1 とし、 VS' の傾斜角を φ_1 とすれば

$$k_1 = \sqrt{(x_{S'} - x_V)^2 + (y_{S'} - y_V)^2}, \quad \sin \varphi_1 = (y_V - y_{S'}) / k_1 \quad \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。 S' 点を V 点の回りに ε_V 回転し S'' とすれば S'' 点の xy 座標は次式となる。

$$x_{S''} = x_V + k_1 \cos(\varepsilon_V - \varphi_1), \quad y_{S''} = y_V + k_1 \sin(\varepsilon_V - \varphi_1) \quad \dots\dots\dots (16)$$

図1において T 点の曲率中心 Q_1 の座標 x_{Q1} 、 y_{Q1} を求めるには前報¹⁾の式(10)より

$$x_T = (b - y_P') \cos \alpha + x_P' \sin \alpha, \quad y_T = (b - y_P') \sin \alpha - x_P' \cos \alpha \quad \dots\dots\dots (17), (18)$$

となり、 x_P' 、 y_P' は前報¹⁾の式(16)より、曲率半径 ρ は式(18)より求められる。

$$\rho = 1 / \{ (\pi/2b)^2 x_P' \cos^3(\alpha - \varepsilon) \} \quad \dots\dots\dots (19)$$

図1より x_{Q1} 、 y_{Q1} は TQ_1 が y 軸となす角は ε だから次式となる。

$$x_{Q1} = x_T - \rho \sin \varepsilon, \quad y_{Q1} = y_T + \rho \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (20)$$

Q_1 点の GB 軸の対称点 Q_2 の座標と S' 点の曲率半径 ρ_S は次式のようになる。

$$x_{Q2} = (g - y_{Q1}) \sin 2\varepsilon_0 - x_{Q1} \cos 2\varepsilon_0, \quad y_{Q2} = 2g \sin^2 \varepsilon_0 + y_{Q1} \cos 2\varepsilon_0 - x_{Q1} \sin 2\varepsilon_0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\rho_S = \rho_T + u\varepsilon_V \quad \dots\dots\dots (22)$$

Q_2 点を V 点の回りに ε_V だけ回転させた点を Q_3 とし、 $Q_2V = k_2$ 、 Q_2V の x 軸の傾斜角を φ_2 とすれば

$$k_2 = \sqrt{(x_{Q2} - x_V)^2 + (y_{Q2} - y_V)^2}, \quad \sin \varphi_2 = (y_{Q2} - y_V) / k_2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

となり、 Q_3 点の xy 座標は次式となり、第2単弦曲線の縮閉線が描かれる。

$$x_{Q3} = x_V + k_2 \cos(\varepsilon_V + \varphi_2), \quad y_{Q3} = y_V + k_2 \sin(\varepsilon_V + \varphi_2) \quad \dots\dots\dots (24)$$

3.3 単弦曲線の a, b と $\varepsilon_0, \varepsilon_V$ の決定

$b=1$ として a に任意の値を与える。 $T=12, H=5$ の場合 $\alpha=14.8161^\circ$ となる。 ε_V を ε_0 に較べて大きくとれば最大加速度の値を低くできるが加速度曲線の立上りがはげしく、2次の加速度が大となる。普通 $\varepsilon_0=\alpha/2, \varepsilon_V=\alpha$ とするが本研究では次のようにする。

$$\varepsilon_0=(3/5)\alpha, \varepsilon_V=(4/5)\alpha, 2\alpha=2\varepsilon_0+\varepsilon_V \quad \dots\dots\dots (25), (26)$$

A' 点の座標は $x_T=0, y_T=0, \varepsilon=0$ から式 (12) より $x_A'=0, y_A'=-u\varepsilon_V$ となり、式 (13) より F' 点の座標と式 (14) より次式が得られる。

$$x_F'=(g+u\varepsilon_V)\sin 2\varepsilon_0, \\ y_F'=2g\sin^2\varepsilon_0-u\varepsilon_V\cos 2\varepsilon_0 \quad \dots\dots (27)$$

$$k_1=\sqrt{(x_F'-x_V)^2+(y_F'-y_V)^2}, \\ \sin\varphi_1=(y_V-y_F')/k_1, \\ x_E=x_V+k_1\cos(\varepsilon_V-\varphi_1)\dots\dots(28), (29)$$

x_E を λT に等しくするために $N=\lambda T/x_E$ とし、与えられた a, b, u が求まる。 $a/b=0.08, 0.1$ の場合を表1に示す。

3.4 速度, 加速度

(1) 第1単弦曲線 $AB(0\leq\varepsilon\leq\varepsilon_0)$

前報¹⁾の式 (16) より ε を与えて K, x_P', y_P' を求め、前報¹⁾の式 (10), (18) の θ の代りに ε_0 を用いて x_T, y_T, ρ を求め、前報¹⁾の式 (87), (90) より

$$\dot{y}/v=\tan\varepsilon, \ddot{y}/v^2=1/(\rho\cos^3\varepsilon) \\ \rho=1/\{(\pi/2b)^2x_P'\cos^3(\varepsilon_0-\varepsilon)\}\dots\dots(30)$$

より x_T 点の速度, 加速度は求められる。

(2) インボリュート曲線 BC

$$(\varepsilon_0\leq\varepsilon\leq\varepsilon_0+\varepsilon_V)$$

図1のインボリュート曲線上の B 点の曲率中心 Q の座標は前報¹⁾の式 (19) より次式を得る。

$$x_Q'=x_B'-\rho_B\cos(\theta-\varepsilon_0), \\ y_Q'=y_B'-\rho_B\sin(\theta-\varepsilon_0), \\ \tan\theta=\pi a/(2b) \quad \dots\dots\dots (31)$$

表1 $T=12, H=5, \alpha=14.8161^\circ, \lambda=0.25$
 $\varepsilon_0=(3/5)\alpha, \varepsilon_V=(4/5)\alpha$

	u	a	b	u	例
a/b 0.08	3.0	0.070931	0.88664	2.65991	A
	3.2	0.070724	0.88405	2.82897	
	3.4	0.070519	0.88148	2.99704	
	3.6	0.070314	0.87893	3.16413	
	3.8	0.070111	0.87639	3.33026	
	4.0	0.069909	0.87386	3.49544	B
	4.2	0.069708	0.87135	3.65966	
	4.4	0.069508	0.86885	3.82294	
	4.6	0.069309	0.86637	3.98529	
	4.8	0.069112	0.86390	4.14671	
a/b 0.1	5.0	0.068916	0.86144	4.30722	C
	2.0	0.106897	1.06897	2.13794	①
	2.2	0.106522	1.06522	2.34347	
	2.4	0.106149	1.06149	2.54757	
	2.6	0.105778	1.05778	2.75023	
	2.8	0.105410	1.05410	2.95149	
	3.0	0.105045	1.05045	3.15136	
	3.2	0.104683	1.04683	3.34984	②
	3.4	0.104322	1.04322	3.54696	
	3.6	0.103965	1.03965	3.74272	
	3.8	0.103609	1.03609	3.93715	③

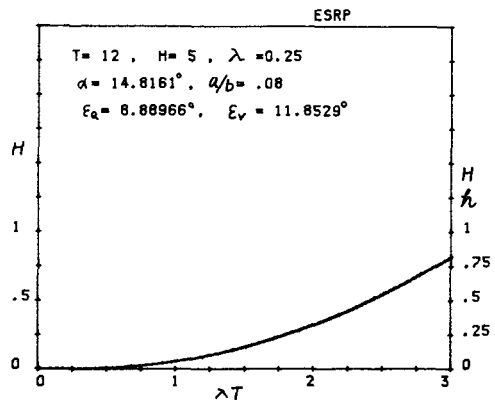


図2 インボリュート曲線を挿入した単弦曲線の緩和曲線

$$x_q = (b - y_q') \cos \theta + x_q' \sin \theta, \quad y_q = (b - y_q') \sin \theta - x_q' \cos \theta \quad \dots\dots\dots (32)$$

式(1)より x_v, y_v を求め、式(9)より x_T, y_T を求めればインボリュート曲線は描かれ、その速度、加速度は次式となる。

$$\dot{y}/v = \tan \varepsilon, \quad \ddot{y}/v^2 = 1/(\rho \cos^3 \varepsilon), \quad \rho = \rho_B + u(\varepsilon - \varepsilon_Q) \quad \dots\dots\dots (33)$$

(3) 第2単弦曲線 CE ($\varepsilon_Q + \varepsilon_v \leq \varepsilon' \leq 2\alpha$)

この場合の ε を ε' とし、式(14)より第1単弦曲線になおして x_T, y_T を求め、式(12)より x_T', y_T' 、式(14)より k_1, ϕ_1 を求め、式(15)、(16)より x_s'', y_s'' を求めて x_s'', y_s'' をそれぞれ x_T, y_T とする。

$$\text{速度, 加速度} \quad \dot{y}/v = \tan \varepsilon', \quad \ddot{y}/v^2 = 1/(\rho + u \varepsilon_v) \cos^3 \varepsilon' \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$\rho = 1/[(\pi/2b)^2 x_p' \cos^3(\theta - \varepsilon)], \quad \varepsilon = 2\varepsilon_Q + \varepsilon_v - \varepsilon' \quad \dots\dots\dots (35)$$

3.5 計算例

$u = 3, 4, 5$ の緩和曲線表1の $a/b = 0.08$ の場合を図2に示す。殆んど曲線は一致する。図3は表1の例Bの $u = 3.49544$ の場合の緩和曲線と縮閉線を示す。インボリュート曲線の挿入されたことがよくわかる。

図4は表1の $a/b = 0.08, u = 3.5$ の例A, Cの加速度線図を示す。 $u = 3$ の例Aの場合は右肩に段がつく。 $u = 5$ の例Cの場合と同様であり、 $u = 4$ の例Bが良好である。図5は例Bの場合の変位、速度、加速度を示す。加速度曲線は滑らかである。

図6は表1の $a/b = 0.1$ の場合の例①, ②, ③, $u = 2, 3.2, 3.8$ の場合を示す。例②が良好である。図7は例②の $u = 3.2$ の場合の運動を示し、加速度曲線の頂きは少し凹んでいるが連続している。図5に比して a/b が大きくなると水平部の長さが短くなり、 \ddot{y}/v^2_{\max} が少し高くなって約0.24である。

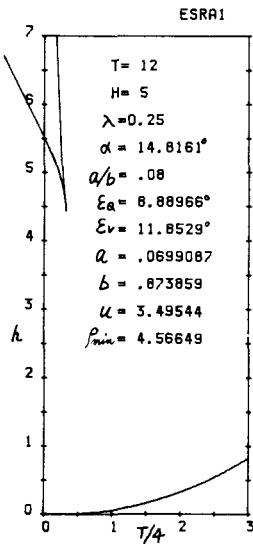


図3 表1例Bの場合の緩和曲線と縮閉線

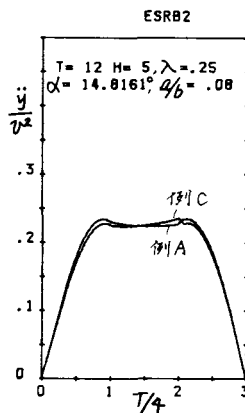


図4 表1の例A, B, Cの場合の加速度曲線

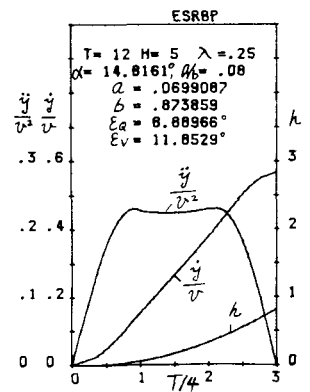


図5 表1の例Bの場合の変位、速度、加速度曲線

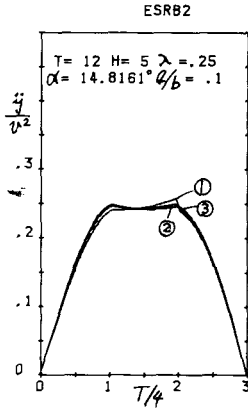


図6 表1の $a/b=0.1$ の例
①, ②, ③の加速度曲線

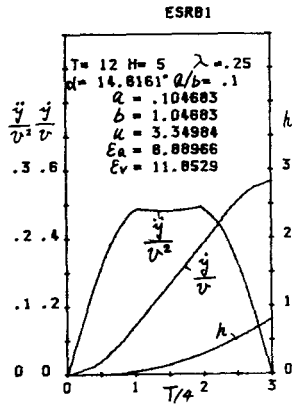


図7 表1の $a/b=0.1$ の
例②の場合の運動

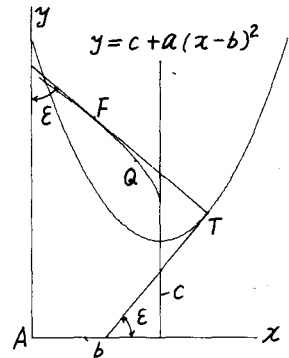


図8 放物線の挿入

§4 放物線の挿入法

加速度曲線の頂きを水平にするには前報¹⁾の式(98)から放物線を2つの単弦曲線の間に挿入すればよい。図8において y 軸に c だけ離れた平行な直線を軸とする放物線の方程式を

$$y-c=a(x-b)^2 \quad \dots\dots\dots (36)$$

とし, x で微分すれば

$$dy/dx=2a(x-b)=\tan \epsilon, \quad d^2y/dx^2=2a \quad \dots\dots\dots (37), (38)$$

曲線上の T 点の法線が y 軸となす角を ϵ , T 点の接線が x 軸となす角を ϵ とすれば $dy/dx=\tan \epsilon$ となる。式(37) から次式を得る。

$$x_T=b+\tan \epsilon/2a, \quad y_T=c+\tan^2 \epsilon/(4a) \quad \dots\dots\dots (39), (40)$$

式(37), (38) を前報¹⁾の式(1) に代入すれば

$$\rho_T=1/(2a \cos^3 \epsilon) \quad \dots\dots\dots (41)$$

となり, 曲率中心 F の座標を x_F, y_F とすれば次式となる。

$$x_F=x_T-\rho_T \sin \epsilon, \quad y_F=y_T+\rho_T \cos \epsilon \quad \dots\dots\dots (42), (43)$$

式(42) の ρ_T に式(41) を代入して a を求めれば

$$a=\sin \epsilon/\{2(x_T-x_F) \cos^3 \epsilon\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

となる。式(39) の a に式(44) を代入すれば

$$b=x_T \sin^2 \epsilon + x_F \cos^2 \epsilon \quad \dots\dots\dots (45)$$

となり, 式(40) の a に式(44) を代入すれば

$$c=y_T-(1/2)(x_T-x_F) \sin \epsilon \cos \epsilon \quad \dots\dots\dots (46)$$

となる。図1の曲線 BD の部分放物線にするために B 点と Q 点の xy 座標 x_B, y_B と x_Q, y_Q を求めておき、第1単弦曲線の終点 B の ε を ε_Q 、放物線の部分 BD の ε を ε_V とし

$$\varepsilon_Q = (3/5)\alpha, \quad \varepsilon_V = (4/5)\alpha \quad \dots\dots\dots (47)$$

と指定し、 B 点、 Q 点の xy 座標と ε_V により、 a, b, c の値を計算し、第1単弦曲線と区別するために、 a_1, b_1, c_1 とすれば式(44)～(47)から

$$a_1 = \sin \varepsilon_Q / \{2(x_B - x_Q) \cos^3 \varepsilon_Q\} \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$b_1 = x_B \sin^2 \varepsilon_Q + x_Q \cos^2 \varepsilon_Q \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$c_1 = y_B - (1/2)(x_B - x_Q) \sin \varepsilon_Q \cos \varepsilon_Q \quad \dots\dots\dots (50)$$

となる。放物線の終点 D の座標 x_D, y_D は式(39)、(40)より次式となる。

$$x_D = b_1 + \tan(\varepsilon_Q + \varepsilon_V) / (2a_1) \quad \dots\dots\dots (51)$$

$$y_D = c_1 + \tan^2(\varepsilon_Q + \varepsilon_V) / (4a_1) \quad \dots\dots\dots (52)$$

D 点の曲率中心を H とし、曲率半径を ρ_D とすれば、式(41)、(42)より

$$\rho_D = \frac{1}{2a_1 \cos^3(\varepsilon_Q + \varepsilon_V)} \quad \dots\dots\dots (53)$$

$$\left. \begin{aligned} x_H &= x_D - \rho_D \sin(\varepsilon_Q + \varepsilon_V) \\ y_H &= y_D + \rho_D \cos(\varepsilon_Q + \varepsilon_V) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (54)$$

となる。

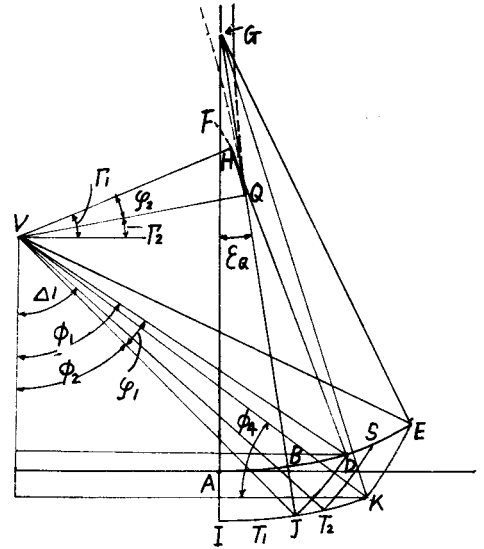


図9 放物線の挿入法

4.1 放物線の区間 BD ($\varepsilon_Q \leq \varepsilon \leq \varepsilon_Q + \varepsilon_V$)

ε が与えられれば式(39)～(43)より BD 曲線上の点 T と曲率中心 F の座標は次式となる。

$$x_T = b_1 + \tan \varepsilon / (2a_1), \quad y_T = c_1 + \tan^2 \varepsilon / (4a_1) \quad \dots\dots\dots (55)$$

$$x_F = x_T - \rho_T \sin \varepsilon, \quad y_F = y_T + \rho_T \cos \varepsilon, \quad \rho_T = 1 / (2a_1 \cos^3 \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (56)$$

4.2 第2単弦曲線 DE ($\varepsilon_Q + \varepsilon_V \leq \varepsilon' \leq 2\alpha$)

図9において B 点と D 点の曲率半径の差を w とすれば

$$w = \rho_D - \rho_B \quad \dots\dots\dots (57)$$

となる。単弦曲線 AB 上の任意の点 T の x_T, y_T は a/b を適当に選んで前報¹⁾の式(16)と式(9)、(10)から求め、法線の延長上に T_1 をとり、 $TT_1 = w$ とすれば T_1 点の座標は

$$x_{T_1} = x_T + w \sin \varepsilon, \quad y_{T_1} = y_T - w \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (58)$$

となり IJ の曲線が得られる。 BG 線を軸として IJ の対称曲線を JK とすれば JK 上の T_2 点の xy 座標 x_{T_2}, y_{T_2} は前報¹⁾の式(41)

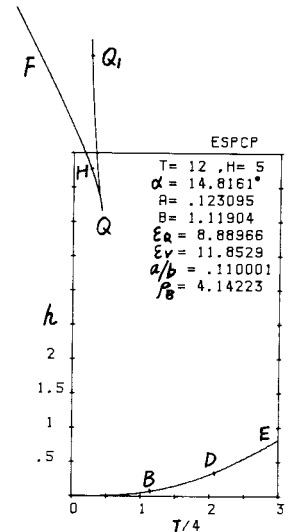


図10 放物線を挿入した緩和曲線とその縮閉線

から次式が得られる。

$$g = y_B + x_B / \tan \varepsilon_Q \quad \dots\dots\dots (59)$$

$$x_{T2} = (g - y_{T1}) \sin 2\varepsilon_Q - x_{T1} \cos 2\varepsilon_Q, \quad y_{T2} = 2g \sin^2 \varepsilon_Q + y_{T1} \cos 2\varepsilon_Q - x_{T1} \sin 2\varepsilon_Q \quad \dots\dots\dots (60)$$

J 点を D 点に、 Q 点を H 点に回転により移動させるため、線分 JD の垂直 2 等分線と線分 QH の垂直 2 等分線の交点を V とすれば V 点の xy 座標 x_V, y_V は次式となる。

$$x_V = \frac{1}{2} \cdot \frac{(y_H - y_Q) \{ (x_D^2 + y_D^2) - (x_J^2 + y_J^2) \} - (y_D - y_J) \{ (x_H^2 + y_H^2) - (x_Q^2 + y_Q^2) \}}{(x_D - x_J)(y_H - y_Q) - (y_D - y_J)(x_H - x_Q)} \quad \dots\dots\dots (61)$$

$$y_V = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x_D - x_J) \{ (x_H^2 + y_H^2) - (x_Q^2 + y_Q^2) \} - (x_H - x_Q) \{ (x_D^2 + y_D^2) - (x_J^2 + y_J^2) \}}{(x_D - x_J)(y_H - y_Q) - (y_D - y_J)(x_H - x_Q)} \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$\text{ただし} \quad x_Q = x_B - \rho_B \sin \varepsilon_Q, \quad y_Q = y_B + \rho_B \cos \varepsilon_Q \quad \dots\dots\dots (63)$$

$$x_H = x_D - \rho_D \sin(\varepsilon_Q + \varepsilon_V), \quad y_H = y_D + \rho_D \cos(\varepsilon_Q + \varepsilon_V), \quad x_J = x_B + w \sin \varepsilon_Q, \quad y_J = y_B - w \cos \varepsilon_Q \quad \dots\dots\dots (64), (65)$$

VD と VJ が垂直線となす角を ϕ_1, ϕ_2 とすれば、次式を得る。

$$\tan \phi_1 = (x_D - x_V) / (y_V - y_D), \quad \tan \phi_2 = (x_J - x_V) / (y_V - y_J), \quad \phi_1 = \phi_1 - \phi_2 \quad \dots\dots\dots (66), (67), (68)$$

第 2 単弦曲線上の点を S とし、 S 点の法線と y 軸の交角を ε' とすれば

$$\varepsilon = 2\varepsilon_Q + \varepsilon_V - \varepsilon', \quad 2\varepsilon_Q + \varepsilon_V = 2\alpha \quad \dots\dots\dots (69), (70)$$

となり、 S 点は ε を用いて T_1 点の対称点 T_2 に変換されるので、 ε' が与えられれば式 (70) より ε を求め、 ε を用いて式 (58) ~ (60) より x_{T2}, y_{T2} を求め、 VT_2 の距離を k_1 、 y 軸の交角を Δ_1 とすれば

$$k_1 = \sqrt{(x_V - x_{T2})^2 + (y_V - y_{T2})^2}, \quad \tan \Delta_1 = (x_{T2} - x_V) / (y_V - y_{T2}) \quad \dots\dots\dots (71), (72)$$

$$\text{となるので,} \quad x_S = x_V + k_1 \sin(\Delta_1 + \phi_1), \quad y_S = y_V - k_1 \cos(\Delta_1 + \phi_1) \quad \dots\dots\dots (73)$$

で求まる。縮閉線上の点 F は T_1 点の曲率中心 Q_1 でこれは前報¹⁾の式 (18) から

$$x_{Q1} = x_T - \rho_T \sin \varepsilon, \quad y_{Q1} = y_T + \rho_T \cos \varepsilon, \quad \tan \theta = (\pi a) / (2b) \quad \dots\dots\dots (74)$$

$$\rho_T = \frac{1}{(\pi/2b)^2 x_P' \cos^3(\theta - \varepsilon)} \\ = \frac{a}{\tan \theta \cos^3(\theta - \varepsilon) \sqrt{\tan^2 \theta - \tan^2(\theta - \varepsilon)}} \quad \dots\dots\dots (75)$$

である。式 (75) を用いれば簡単に ε から ρ_T が求まる。式 (60) より対称点を Q_2 とすれば

$$x_{Q2} = (g - y_{Q1}) \sin 2\varepsilon_Q - x_{Q1} \cos 2\varepsilon_Q, \\ y_{Q2} = 2g \sin^2 \varepsilon_Q + y_{Q1} \cos 2\varepsilon_Q - x_{Q1} \sin 2\varepsilon_Q \quad \dots\dots\dots (76)$$

から x_{Q2}, y_{Q2} が求まる。 VQ_2 の距離を k_2 とすれば次式のようになる。

$$k_2 = \sqrt{(x_V - x_{Q2})^2 + (y_V - y_{Q2})^2}, \quad \tan \Delta_2 = (x_{Q2} - x_V) / (y_V - y_{Q2}) \quad \dots\dots\dots (77), (78)$$

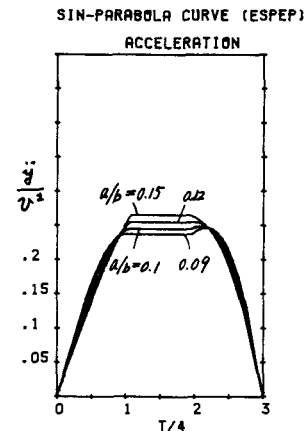


図11 放物線を挿入した場合の加速度
 $a/b = 0.09, 0.12, 0.15$

$$\tan \Gamma_1 = (y_H - y_V) / (x_H - x_V), \quad \tan \Gamma_2 = (y_Q - y_V) / (x_Q - x_V),$$

$$\varphi_2 = \Gamma_1 - \Gamma_2 \quad \dots\dots\dots (79), (80), (81)$$

V 点の回りに Q_2 点を φ_2 回転した F 点すなわち S 点の曲率中心は

$$x_F = x_V + k_2 \cos(D_2 + \varphi_2), \quad y_F = y_V + k_2 \sin(D_2 + \varphi_2) \quad \dots\dots (82)$$

となる。式 (73) から得られた E 点の x_E は λT でなければならぬので

$$N = \lambda T / x_E \quad \dots\dots\dots (83)$$

として、 a, b を N 倍した値を再び a, b として緩和曲線を描かせればよい。

4.3 計算例

図10は $T=12, H=5, \lambda=0.25$,
 $\alpha=14.8161^\circ, \varepsilon_Q=(3/5)\alpha, \varepsilon_V=(4/5)\alpha$,
 $a=0.11, b=1$ として計算した結果 $a=0.123094, b=1.11903$ が得られ、緩和曲線とその縮閉線を示す。曲線 QQ_1 は単弦曲線 AB の縮閉線で曲線 QH は BD の、曲線 HF は第2単弦曲線 DE の縮閉線である。滑らかに接合している。

4.4 速度、加速度

放物線 BD 区間における速度、加速度は前報¹⁾の式 (98) から

$$\frac{\dot{y}}{v} = \tan \varepsilon, \quad \frac{\ddot{y}}{v^2} = 2a \quad \dots\dots\dots (84)$$

となる。第2単弦曲線 DE 区間における速度、加速度は式 (30) から次式となる。

$$\dot{y}/v = \tan \varepsilon', \quad \ddot{y}/v^2 = 1/(\rho_s \cos^3 \varepsilon'), \quad \rho_s = \rho_T + w \quad \dots\dots\dots (85)$$

4.5 計算例

図11は $T=12, H=5, \lambda=0.25, \alpha=14.8161^\circ$,
 $\varepsilon_Q=(3/5)\alpha, \varepsilon_V=(4/5)\alpha$ で $a/b=0.09 \sim 0.15$ の加速度曲線を示す。 a/b の値が小さいと右肩にこぶができる。 a/b の値が大きいと \ddot{y}/v^2 の値が大きくなる。この図から $a/b=0.12$ が最適である。図12は $a/b=0.12$ の場合の緩和曲線と速度、加速度を示す。良好である。

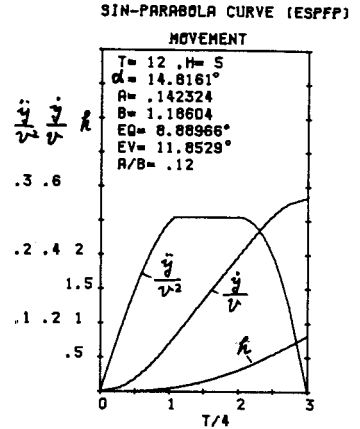


図12 $a/b=0.12$ の場合の運動

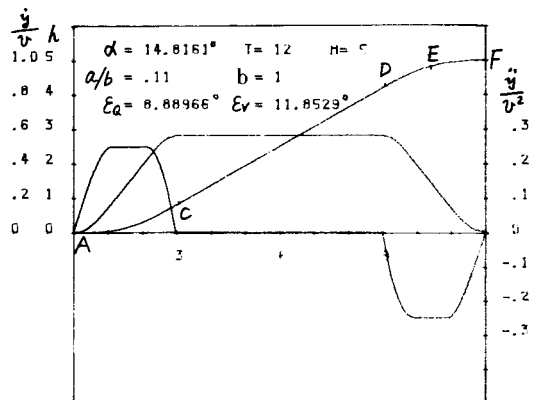


図13 放物線挿入のカム線図 $a/b=0.11$

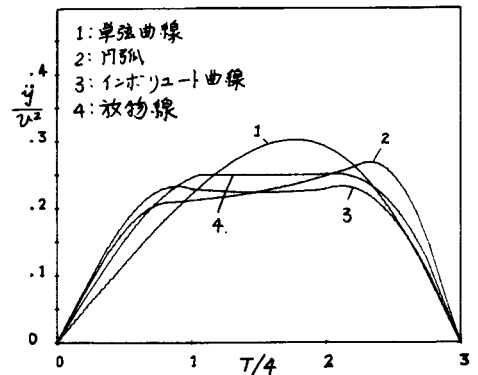


図14 各種曲線を挿入した場合の加速度

§ 5 行き行程のカム線図

図13と前報¹⁾の式(67)～(69)において直線部分 CD の xy 座標を x_P, y_P とし、 x_P を与えれば y_P が求められる。第2の緩和曲線 DEF はその座標を x_P'', y_P'' とすれば前報¹⁾の式(70), (71)により求められるので、図13のように変位曲線が求められる。

速度曲線は第1緩和曲線 ABC 間は前報¹⁾の式(77)で求められ、 CD 間は水平で、 DEF 間は ABC 間の値と全く同一であるので、 x_P'' の値を ABC 間の xy 座標 x_P, y_P において

$$x_P'' = T - x_P, \quad \dot{y}/v = \tan \varepsilon \quad \dots\dots\dots (86), (87)$$

とすれば求まる。

加速度曲線は ABC 間は前報¹⁾の式(90)を用い、 CD 間は $\ddot{y}/v^2 = 0$ とし、 DEF 間は ABC 間の \ddot{y}/v^2 の値を負に取ればよい。

図13は放物線を挿入した場合の緩和曲線の変位、速度、加速度のカム線図を示す。ただし $T=12$, $H=5$, $\alpha=14.8161^\circ$, $a/b=0.11$, $\varepsilon_q=(3/5)\alpha$, $\varepsilon_v=(4/5)\alpha$ である。

§ 6 戻り行程のカム線図

戻り行程の T を T' とすれば($T > T'$ とす)戻り行程では従動節を押上げないので押進め角の最大値は 30° より大きくてもよいからである。 T'/T の比を i とすれば戻り行程の x_P は行き行程の i 倍となり、従動節の変位は T の場合の行き行程を利用し、戻り行程の第1緩和曲線の y_P' は $y_P' = H - y_P$ で求められる。

§ 7 挿入曲線による加速度の変化

図14は緩和曲線の両側に単弦曲線を用い、その間に単弦曲線、円弧、インボリュート曲線、放物線を挿入した場合の従動節の加速度曲線を示す。

図においてインボリュート曲線を挿入した場合が最大加速度が最低であることがわかる。

§ 8 円弧(ローラ)従動節

これ迄はナイフエッジ従動節の場合を取扱ったが、従動節がローラあるいはきのこ型(円弧)従動節の場合はその半径を r とすればカム線図の変位曲線はピッチ曲線に対して法線方向に r の距離の曲線となる。従動節の変位、速度、加速度はナイフエッジの場合と全く同一であり、カムの輪郭のみ異なる。

図15においてナイフエッジ従動節の場合のカムの輪郭(ピッチ曲線) AC 上の座標を x_P, y_P とし、 P 点よりピッチ曲線への法線上に r だけへだたった点を W とすれば、 W 点がカムの輪郭上の点となり、この点の座標を x_W, y_W とすれば、これによりカムの輪郭が定まる。法線 PW は y 軸と ε の角をなすので、第1緩和曲線の場合次式が得られる。

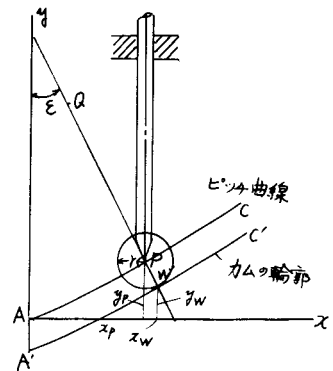


図15 ローラ従動節の場合の緩和曲線

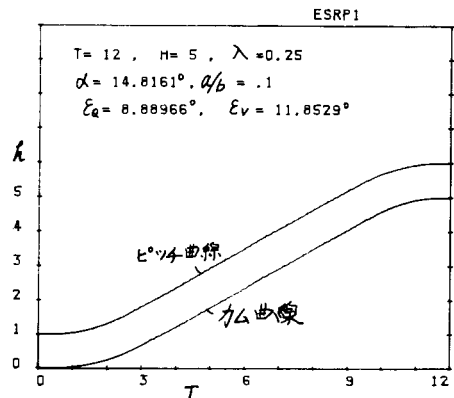


図16 単弦インボリュート曲線の緩和曲線 $r=1$

$$x_w = x_p + r \sin \varepsilon, \quad y_w = y_p - r \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (88), (89)$$

この式は第2緩和曲線にも成立する。図16は図13の単弦インボリュートカムの場合の $r=1$ としたカムの輪郭を示す。ただし r はピッチ曲線の最小曲率半径 ρ_{\min} より小でなければならぬ。

8.1 滑り率

従動節が円弧従動節のときはカム線図の直線部分では従動節の滑り率が無限大となるので、必ずローラ従動節にしなければならぬ。

§ 9 結 論

以上により本報告では2つの単弦曲線の間にインボリュート曲線あるいは放物線を挿入した緩和曲線の加速度を論じて次の結論が得られた。

(1) インボリュート曲線の場合、加速度曲線の頂きが中凹になるが最大加速度を低くすることができる。(2) 放物線の場合、加速度曲線の頂きを水平にできるが、頂きの両肩にこぶができないようにデータを選ぶ必要がある。

高荷重用カムとして低速の場合等速度カムが利用されるが、緩和曲線を単弦インボリュート曲線あるいは単弦放物線とすればかなり最大加速度を低くできるので、この直動カムを円筒カムに応用して高速高荷重用カムとして利用できる。

文 献

- 1) 糸島寛典；カムの縮閉線による緩和曲線の研究（第1報），呉高専研究報告，**18**，2，1982

（昭和58年4月15日受付）

5-インボリュート接合カムの研究(第1報)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Connective 5-Involute Curves Cam (1st Report)

Hironori ITOSHIMA

In the motion of the reciprocating follower with the connective three involute curves cam, the maximum acceleration of the follower is large.

If the follower is the flat oscillating follower, then the maximum angular acceleration of the follower is very large.

If the five involute curves in the cam profile is used, then the maximum angular acceleration of the flat oscillating follower can be decreased.

§ 1 緒 言

前報¹⁾²⁾³⁾⁴⁾において往き行程のカムの輪郭を3個のインボリュート曲線のみの接合カムと3個のインボリュート曲線と2個の円弧の接合カムの場合の従動節の運動を解析して、後者の場合円弧従動節に対して良好な結果を得たが、平板揺動従動節の場合は従動節の正の角加速度が円弧では非常に大きくなることがわかった。これを解決するために2個の円弧をインボリュート曲線に置換えてみた。

本研究は5個のインボリュート曲線を接合してカムの輪郭とし、特に往復動あるいは揺動する平板従動節の場合を考慮して従動節の運動を解析し、更に滑り率も調べて最良の場合カムの設計を行う。

§ 2 記 号

Σ : カムの往き行程の作用角

$\alpha, \beta, \gamma, \tau_1, \tau_2$: カムの輪郭の作用角

r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 : 各インボリュートの基礎円半径

R_0 : カムの基礎円半径

t : カムの高さ

θ_d : カムの上昇停留角

θ_e : カムの下降停留角

θ : カムの回転角

ε : カムの位置を示すパラメータ

ω : カムの角速度

ρ_T : カムの曲率半径

σ_1 : カムの滑り率

$dh/d\theta, d^2h/d\theta^2$: 往復従動節の速度係数と加速度係数

H : 往復従動節のリフト

e : 往復従動節のオフセット量

ψ : 揺動従動節の揺動角

d : 揺動従動節の軸間距離

f : 平板従動節のオフセット量

r : 従動節の円弧半径

l : 円弧揺動従動節の長さ

h : 往復従動節の変位

φ : 揺動従動節の角変位

φ_0 : 揺動従動節の始点の角変位

ϕ : 押進め角

σ_2 : 従動節の滑り率

$d\varphi/d\theta, d^2\varphi/d\theta^2$: 揺動従動節の角速度係数と角加速度係数

§3 5-インボリュート接合カムの輪郭と縮閉線の構成

図1はカムの5個のインボリュート曲線の縮閉線である5個の円弧の接合を示す。この円弧はインボリュート曲線の基礎円であるから第1インボリュートの基礎円の中心 O_1 を y 軸上にとり、半径 r_1 の円弧 OP_1 は第1インボリュートの基礎円弧となり、その作用角 $\angle OO_1P_1 = \alpha$ とす。第2インボリュートの基礎円の中心 O_2 を O_1P_1 上にとり、半径 r_2 、作用角を τ_1 とすれば、第2基礎円は P_1P_2 である。 O_2P_2 の延長上に第3インボリュートの基礎円の中心 O_3 をとり、半径を r_3 、作用角を β とすれば第3基礎円は P_2P_3 となる。 O_3P_3 の延長上に第4インボリュートの基礎円の中心 O_4 をとり、半径 r_4 で作用角 τ_2 の基礎円 P_3P_4 を描き、 P_4O_4 の延長上に第5インボリュートの基礎円の中心 O_5 をとり、半径を r_5 とし、作用角を γ とする基礎円 P_4P_5 を描き、点 P_5 が xy 座標の原点 O に一致させ、更に O 点における基礎円の接線が x 軸と Σ の作用角をなすように r_4, r_5 を定めれば5個のインボリュート接合カムが構成される。各作用角の間に次の式が成立する。

$$\Sigma = \alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 + \gamma \quad \dots\dots\dots (1)$$

3.1 第1インボリュート曲線 AB

$$(0 \leq \varepsilon \leq \alpha)$$

図1において x 軸上にカムの基礎円の半径 R_0 に等しく OA を取れば、 A 点はカムの始点となる。

第1インボリュート AB の B 点の曲率中心は P_1 点である。 AB 上に任意の点 T をとり、 T 点の法線が x 軸となす角を ε とし、 T 点の曲率半径 TQ を ρ_T で示せば Q, T 点の xy 座標は次式となる。

$$\rho_T = R_0 + r_1 \varepsilon \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$x_Q = -r_1 \sin \varepsilon, \quad y_Q = -r_1 (1 - \cos \varepsilon) \quad \dots\dots (3)$$

$$x_T = x_Q + \rho_T \cos \varepsilon, \quad y_T = y_Q + \rho_T \sin \varepsilon \quad \dots\dots (4)$$

3.2 第2インボリュート曲線 BC

$$(\alpha \leq \varepsilon \leq \alpha + \tau_1)$$

図1において第2インボリュートの C 点はその基礎円 P_1P_2 の P_2 点の接線上にある。第2インボリュート曲線上の任意の点 T の曲率中心を Q とすれば、 $O_2P_1 = r_2$ 、 $\angle P_1O_2Q = \varepsilon - \alpha$ だから

$$\rho_T = R_0 + r_1 \alpha + r_2 (\varepsilon - \alpha) \quad \dots\dots\dots (5)$$

となり、 TQ と x 軸の交角を ε とし、 O_2 点の xy 座標を x_{02}, y_{02} とすれば次式が得られる。

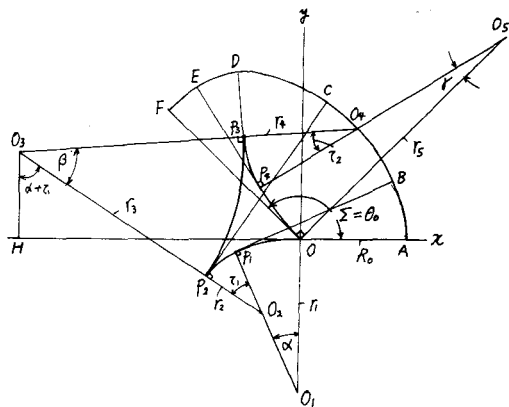


図1 5個のインボリュート接合カムの構成

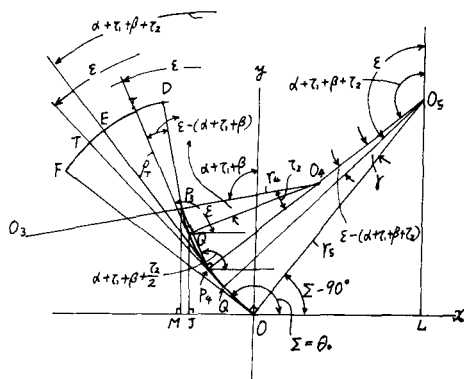


図2 第3, 第4インボリュートの構成

$$x_{02} = -(r_1 - r_2) \sin \alpha, \quad y_{02} = (r_1 - r_2) \cos \alpha - r_1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$x_q = x_{02} - r_2 \sin \varepsilon, \quad y_q = y_{02} + r_2 \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$x_T = x_q + \rho_T \cos \varepsilon, \quad y_T = y_q + \rho_T \sin \varepsilon \quad \dots\dots\dots (8)$$

3.3 第3インボリュート曲線 CD ($\alpha + \tau_1 \leq \varepsilon \leq \alpha + \tau_1 + \beta$)

図1において O_3 点を中心とする基礎円弧 P_2P_3 において、 P_3 点の接線 P_3D をとり、 CD を第3インボリュートとし、中心角 β とす。 O_3 点の xy 座標を x_{03}, y_{03} とすれば、 O_3 点の垂線が O_2O_3 となす角は $\alpha + \tau_1$ となるから次式で示される。

$$x_{03} = x_{02} - (r_2 + r_3) \sin(\alpha + \tau_1), \quad y_{03} = y_{02} + (r_2 + r_3) \cos(\alpha + \tau_1) \quad \dots\dots\dots (9)$$

第3インボリュート曲線 CD 上の任意の点 T の法線と x 軸の交角を ε 、曲率中心を Q とすれば $\angle QO_3O_2 = \varepsilon - (\alpha + \tau_1)$ 、 $\angle QO_3H = \varepsilon$ だから、 Q 点と T 点の座標は次式となる。

$$x_q = x_{03} + r_3 \sin \varepsilon, \quad y_q = y_{03} - r_3 \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\rho_T = R_0 + r_1 \alpha + r_2 \tau_1 - r_3 \{\varepsilon - (\alpha + \tau_1)\} = R_0 + (r_1 + r_3) \alpha + (r_2 + r_3) \tau_1 - r_3 \varepsilon \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$x_T = x_q + \rho_T \cos \varepsilon, \quad y_T = y_q + \rho_T \sin \varepsilon \quad \dots\dots\dots (12)$$

3.4 第4インボリュート曲線 DE ($\alpha + \tau_1 + \beta \leq \varepsilon \leq \alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2$)

図1において第4の基礎円は O_4 を中心とし、半径 r_4 の円弧 P_3P_4 とすれば O_4 の座標 x_{04}, y_{04} は線分 $O_3O_4 = r_3 + r_4$ が y 軸となす角は $\alpha + \tau_1 + \beta$ だから次式となる。

$$x_{04} = x_{03} + (r_3 + r_4) \sin(\alpha + \tau_1 + \beta), \quad y_{04} = y_{03} - (r_3 + r_4) \cos(\alpha + \tau_1 + \beta) \quad \dots\dots\dots (13)$$

また P_3 点の座標 x_{P3}, y_{P3} は次式で求められる。

$$x_{P3} = x_{04} - r_4 \sin(\alpha + \tau_1 + \beta), \quad y_{P3} = y_{04} + r_4 \cos(\alpha + \tau_1 + \beta) \quad \dots\dots\dots (14)$$

図2において円弧 P_3P_4 の第4インボリュート曲線 DE 上の任意の点 T の法線と x 軸の交角を ε とし、曲率中心を Q とすれば、 DP_3 と TQ のなす角は $\varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta)$ となり、 $\angle P_3O_4Q = \varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta)$ であるから、 O_4Q と y 軸の交角は ε で Q 点から x 軸に垂線 QJ を下せば $\angle O_4QJ = \varepsilon$ となるので、 Q 点の座標と曲率半径 ρ_T は次式となる。

$$x_q = x_{04} - r_4 \sin \varepsilon, \quad y_q = y_{04} + r_4 \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\rho_T = R_0 + r_1 \alpha + r_2 \tau_1 - r_3 \beta + r_4 \{\varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta)\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

TQ が Q 点の水平線となす角は図2より ε であるから、 T 点の xy 座標は次式となる。

$$x_T = x_q + \rho_T \cos \varepsilon, \quad y_T = y_q + \rho_T \sin \varepsilon \quad \dots\dots\dots (17)$$

3.5 第5インボリュート曲線 EF ($\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 \leq \varepsilon \leq \Sigma$)

図2において第5インボリュート曲線 EF の基礎円の中心 O_5 の座標を x_{05}, y_{05} とすれば、点 O_5 から x 軸に垂線 O_5L を下せば、 O_5L と O_4O_5 の交角は図から $\alpha_1 + \tau_1 + \beta + \tau_2$ となるので

$$x_{05} = x_{04} + (r_5 - r_4) \sin(\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2), \quad y_{05} = y_{04} - (r_5 - r_4) \cos(\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2) \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。 EF 上の任意の点 T の曲率中心を Q とし、 T 点の法線と x 軸の交角を ε とすれば、 $\angle P_4O_5Q = \varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2)$ となり、 O_5Q が O_5L となす角は ε となるので、 Q 点の xy 座標は

$$x_Q = x_{O5} - r_5 \sin \varepsilon, \quad y_Q = y_{O5} + r_5 \cos \varepsilon \quad \dots\dots\dots (19)$$

となり、曲率半径 $TQ = \rho_T$ は $\angle P_4 O_5 Q = \varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2)$ だから

$$\rho_T = R_0 + r_1 \alpha + r_2 \tau_1 - r_3 \beta + r_4 \tau_2 + r_5 \{\varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2)\} \dots\dots\dots (20)$$

となる。よって T 点の xy 座標は次式となる。

$$x_T = x_Q + \rho_T \cos \varepsilon, \quad y_T = y_Q + \rho_T \sin \varepsilon \quad \dots\dots\dots (21)$$

3.6 r_4, r_5 の決定

カムの往き行程の作用角 Σ が指定されれば式(1)となるように $\alpha, \beta, \tau, \tau_1, \tau_2$ は任意に指定できる。 r_1, r_2, r_3 は任意に指定できるが、第5インボリュートの基礎円 $P_4 O$ の終点が原点 O に一致し、 O 点の基礎円への接線 OF が x 軸と Σ の角をなすためには r_4, r_5 は任意に指定できない。

図2において2点 P_3, P_4 を結べば $\triangle O_4 P_3 P_4$ は2等辺三角形だから $\angle O_4 P_3 P_4 = 90^\circ - \tau_2/2$ となる。 P_3 点より x 軸に垂線 $P_3 M$ を下せば $\angle O_4 P_3 M = \alpha + \tau_1 + \beta$ だから $\angle P_4 P_3 M = \alpha + \tau_1 + \beta - 90^\circ + \tau_2/2$ となる。よって線分 $P_3 P_4$ の水平角は $\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2/2$ となるので、直線 $P_3 P_4$ の方程式は次のようになる。

$$(y_{P3} - y)/(x - x_{P3}) = -\tan(\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2/2) \quad \dots\dots\dots (22)$$

次に2点 O, P_4 を結べば $\triangle O_5 P_4 O$ は2等辺三角形だから $\angle O_5 O P_4 = 90^\circ - \tau/2$ となり、 $\angle P_4 O y$ は

$$\angle P_4 O y = 90^\circ - \tau/2 + \Sigma - 90^\circ - 90^\circ = \Sigma - 90^\circ - \tau/2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

となり、直線 OP_4 の方程式は次式となる。 $-x/y = \tan(\Sigma - 90^\circ - \tau/2) \quad \dots\dots\dots (24)$

$$\text{よって今 } A = \Sigma - 90^\circ - \tau/2, \quad B = \alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2/2 \quad \dots\dots\dots (25)$$

とおき、2直線 $P_3 P_4$ と OP_4 の交点 P_4 の座標は式(22), (24)より

$$\left. \begin{aligned} x_{P4} &= -(y_{P3} - x_{P3} \tan B) \tan A / (1 + \tan A \tan B) = (x_{P3} \sin B - y_{P3} \cos B) \sin A / \cos(A - B) \\ y_{P4} &= (y_{P3} - x_{P3} \tan B) / (1 + \tan A \tan B) = (-x_{P3} \sin B + y_{P3} \cos B) \cos A / \cos(A - B) \end{aligned} \right\} \dots\dots (26)$$

となる。 r_4 を求めるために $\triangle P_3 O_4 P_4$ において

$$r_4 \sin(\tau_2/2) = \overline{P_3 P_4} / 2 = \sqrt{(x_{P4} - x_{P3})^2 + (y_{P4} - y_{P3})^2} / 2 \quad \dots\dots\dots (27)$$

となり、式(27)の右辺に式(26)を代入すれば r_4 は次式で求められる。

$$\begin{aligned} r_4 &= \frac{x_{P3} + y_{P3} \tan A}{2 \sin(\tau_2/2) \cos B (1 + \tan A \tan B)} \\ &= \frac{x_{P3} \cos A + y_{P3} \sin A}{2 \sin(\tau_2/2) \cos(A - B)} \quad \dots\dots (28) \end{aligned}$$

次に r_5 を求めるために図2の $\triangle OP_4 O_5$ において

$$r_5 \sin(\tau/2) = \overline{OP_4} / 2 = \sqrt{x_{P4}^2 + y_{P4}^2} / 2 \quad \dots\dots (29)$$

となり、これに式(26)を代入して r_5 を求めれば

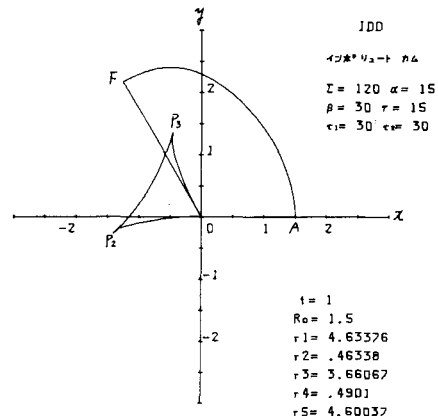


図3 往き行程のカムの輪郭と縮閉線

$$r_5 = \frac{y_{P3} \cos B - x_{P3} \sin B}{2 \sin(\gamma/2) \cos(A-B)} \quad \dots\dots\dots (30)$$

となる。カムの高さを t とし、カムの最小半径を ρ_{\min} とすれば次式が得られる。

$$t = \overline{OF} - \overline{OA} = r_1 \alpha + r_2 \tau_1 - r_3 \beta + r_4 \tau_2 + r_5 \gamma \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\rho_{\min} = R_0 + r_1 \alpha + r_2 \tau_1 - r_3 \beta \quad \dots\dots\dots (32)$$

3.7 作用角を指定し各基礎円の半径の決定表

カムの往き行程の作用角 Σ と各作用角 $\alpha, \beta, \gamma, \tau_1, \tau_2$ を指定し、 $r_1=1, r_2, r_3$ を指定し、式(29),(30)により r_4, r_5 を求め、式(31)よりカムの高さ t を求め、各基礎円半径を t の値で割ったものを再び各基礎円の半径とすれば、 $t=1$ とした場合の各基礎円の半径が求められる。表1は $r_1=1, r_2=0.1, r_3=0.75 \sim 0.80$ を与えた場合の r_4, r_5 と $t=1$ の場合の各基礎円の半径を示すが、 $r_4 \approx 0.4 \sim 0.5$ の場合が負の加速度の頂きを水平にするのに望ましい。

3.8 往き行程のカムの輪郭と縮閉線の計算例

図3は表1の例A2のデータにより $R_0=1.5$ とし、 $\varepsilon=0^\circ \sim 120^\circ$ に変化させ、前項の各式よりカムの輪郭の x_T, y_T と縮閉線の x_Q, y_Q の値を図示したものである。滑らかな曲線の形を示す。

3.9 上昇停留角 FF' ($\Sigma \leq \varepsilon \leq \Sigma + \theta_d$)

図4においてカムの上昇停留角を θ_d とし、 O 点を中心とする円弧を FF' とすれば次式となる。

$$\rho_T = R_0 + t = R_0 + r_1 \alpha + r_2 \tau_1 - r_3 \beta + r_4 \tau_2 + r_5 \gamma \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$x_T = \rho_T \cos \varepsilon, \quad y_T = \rho_T \sin \varepsilon, \quad x_Q = 0, \quad y_Q = 0 \quad \dots\dots\dots (34)$$

表1 $\Sigma = 120^\circ, \alpha = 15^\circ, \beta = 30^\circ, \gamma = 15^\circ, \tau_1 = 30^\circ, \tau_2 = 30^\circ$
 $r_1 = 1, \quad r_2 = 0.1, \quad t = 1$

r_3	r_4	r_5	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
0.75	0.02284	1.09642	4.53592	0.45359	3.40194	0.10360	4.97330	A 5
0.76	0.04357	1.07052	4.55999	0.45600	3.46560	0.19868	4.88155	A 3
0.77	0.06430	1.04461	4.58432	0.45843	3.52993	0.29478	4.78888	A 1
0.78	0.08503	1.01870	4.60891	0.46089	3.59495	0.39191	4.69510	A 2
0.79	0.10576	0.99279	4.63376	0.46338	3.66067	0.49009	4.60037	
0.80	0.12650	0.96689	4.65888	0.46589	3.72711	0.58933	4.50461	
0.81	0.14723	0.94098	4.68428	0.46843	3.79427	0.68965	4.40781	
0.82	0.16796	0.91507	4.70996	0.47100	3.86216	0.79108	4.30995	A 4
0.83	0.18869	0.88916	4.73591	0.47359	3.93081	0.89362	4.21100	
0.84	0.20942	0.86326	4.76216	0.47622	4.00021	0.99730	4.11096	
0.85	0.23015	0.83735	4.78869	0.47887	4.07039	1.10213	4.00981	
0.86	0.25088	0.81144	4.81553	0.48155	4.14136	1.20814	3.90752	
0.87	0.27161	0.78553	4.84267	0.48427	4.21312	1.31534	3.80408	
0.88	0.29235	0.75963	4.87011	0.48701	4.28570	1.42376	3.69947	
0.89	0.31308	0.73372	4.89787	0.48979	4.35911	1.53341	3.59366	
0.90	0.33381	0.70781	4.92595	0.49259	4.43335	1.64432	3.48664	

3.10 戻り行程 FA' ($\Sigma + \theta_d \leq \epsilon' \leq 2\Sigma + \theta_d$)

戻り行程のカムの輪郭と作用角を往き行程と同じにすれば、図4に示すように原点を通り x 軸と $\Sigma + \theta_d/2$ の角をなす線 OZ を対称軸として戻り行程のカムの輪郭は往き行程の輪郭と対称となる。

今戻り行程の輪郭上の点 T' をとり、その対称点を T とし、座標を x_T, y_T , 角を ϵ とす。 T' 点より直線 OA' に垂線 $T'H$ を下せば $OH = x_T$, $T'H = y_T$ となる。 T' 点より x 軸に垂線 $T'I$ を下し、 $OI = x_T'$, $T'I = y_T'$ とする。 T' 点の ϵ を ϵ' とすれば、曲線 $A'T'$ の角は ϵ だから

$$\epsilon = 2\Sigma + \theta_d - \epsilon' \quad \text{あるいは} \quad \epsilon' = 2\Sigma + \theta_d - \epsilon \quad (35)$$

となる。 $\angle AOA' = \theta_e$ とすれば、これは下降停留角

$$\theta_e = 360^\circ - 2\Sigma - \theta_d \quad (36)$$

となる。 $\angle HT'I = \theta_e$ だから x_T', y_T' を x_T, y_T で表示すれば

$$\begin{aligned} x_T' &= x_T \cos \theta_e - y_T \sin \theta_e, \\ y_T' &= -x_T \sin \theta_e - y_T \cos \theta_e \end{aligned} \quad (37)$$

となり、この x_T', y_T' をそれぞれ x_T, y_T とすれば戻り行程のカムの輪郭が求められる。

3.11 下降停留角 $A'A$ ($2\Sigma + \theta_d \leq \epsilon \leq 360^\circ$)

図4から明らかなように下降停留角の円弧 $A'A$ の輪郭上の T 点の座標は次式で示される。

$$x_T = R_0 \cos \epsilon, \quad y_T = R_0 \sin \epsilon \quad (38)$$

以上によりカムの全輪郭の xy 座標が示されたので輪郭を図示することができる。図4は表1の例A2の場合の $\Sigma = 120^\circ$, $\theta_d = 10^\circ$, $\theta_e = 110^\circ$ の場合の全輪郭を示す。

§ 4 往復従動節の運動の解析

図5においてカムの中心 O を原点とする $\xi\eta$ 座標をとり、従動節の行程線が e だけオフセットして η 軸に平行にとり、円弧またはローラの中心を M とし、 OA すなわち x 軸が η 軸の交角を θ とし、 θ をカムの回転角とする。前報²⁾から M 点の $\xi\eta$ 座標は円弧半径を r とすればカムの輪郭の x_T, y_T より次式となる。

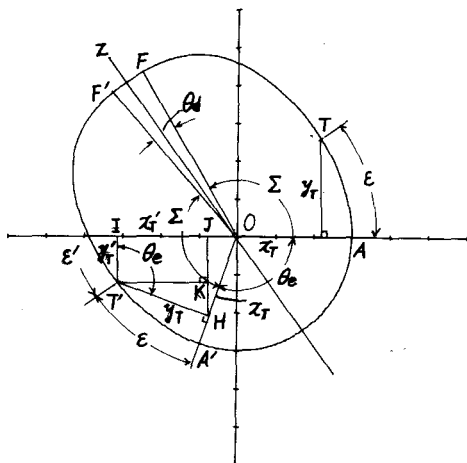


図4 戻り行程のカムの輪郭

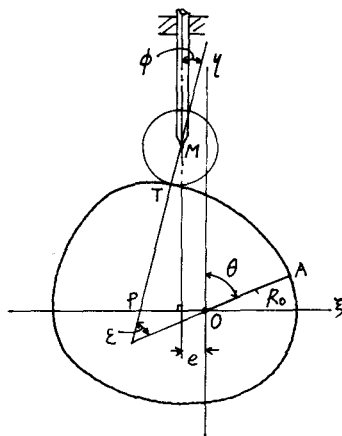


図5 往復円弧（ローラ）従動節

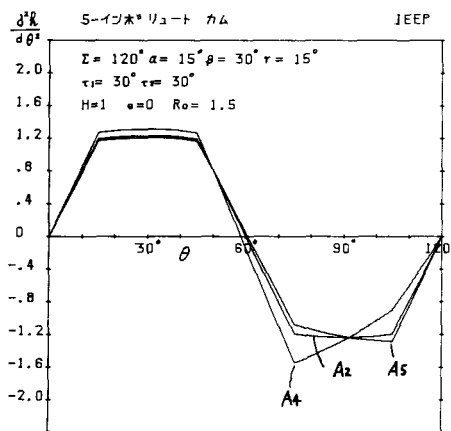


図6 平板従動節 表1の例A

$$\xi_M = -e = x_T \sin \theta - y_T \cos \theta + r \sin(\theta - \varepsilon), \quad \eta_M = x_T \cos \theta + y_T \sin \theta + r \cos(\theta - \varepsilon) \quad \dots (39), (40)$$

式(39)より θ を求めれば次式のようになる。

$$\theta = \cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{(x_T + r \cos \varepsilon)^2 + (y_T + r \sin \varepsilon)^2}} - \tan^{-1} \frac{x_T + r \cos \varepsilon}{y_T + r \sin \varepsilon} \quad \dots (41)$$

$$\text{もし, } e=0 \text{ の場合は } \theta = \tan^{-1} \{(y_T + r \sin \varepsilon) / (x_T + r \cos \varepsilon)\} \quad \dots (42)$$

従動節の変位を h とすれば

$$h = \eta_M - \sqrt{(R_0 + r)^2 - e^2} \quad \dots (43)$$

となる。式(43)を θ で微分すれば速度係数は

$$dh/d\theta = \eta_M \tan(\theta - \varepsilon) + e \quad \dots (44)$$

となる。 $d\varepsilon/d\theta$ は前報²⁾より

$$d\varepsilon/d\theta = \eta_M / \{(\rho_T + r) \cos(\theta - \varepsilon)\} \quad \dots (45)$$

となり、式(44)を θ で微分すれば加速度係数は

$$d^2h/d\theta^2 = (dh/d\theta) \tan(\theta - \varepsilon) + \eta_M \sec^2(\theta - \varepsilon) (1 - d\varepsilon/d\theta) \quad \dots (46)$$

4.1 押進め角と滑り率

前報²⁾と図5より押進め角 ϕ は次式となる。

$$\phi = \theta - \varepsilon \quad \dots (47)$$

カムと従動節の滑り率 σ_1, σ_2 は前報²⁾と図5より次式となる。

$$\overline{TP} = \sqrt{(dh/d\theta - e)^2 + \eta_M^2} - r \quad \dots (48)$$

$$\sigma_1 = \frac{(\rho_T + r) \overline{TP}}{\rho_T (r + \overline{TP})}, \quad \sigma_2 = \frac{(\rho_T + r) \overline{TP}}{r(\rho_T - \overline{TP})} \quad \dots (49), (50)$$

4.2 往復従動節の計算例

図6は表1の $\Sigma = 120^\circ, \alpha = 15^\circ, \beta = 30^\circ, \gamma = 15^\circ, \tau_1 = 30^\circ, \tau_2 = 30^\circ, r_2/r_1 = 0.1, R_0 = 1.5, e = 0$ の場合の例A2, A4, A5のデータによる従動節の円弧半径 $r = 1000$ すなわち平板従動節の場合の加速度係数をカムの回転角に対して示したもので、 $e = 0$ の場合戻り行程の加速度線図は同一だから行き行程のみ示す。図において正の加速度曲線の頂きはいずれも水平であるが、これは $r_2/r_1 = 0.1$ としたためである。負の加速度曲線の頂きはかなり変化し例A4の $r_4/t = 1.6443$ のときは左下から右上

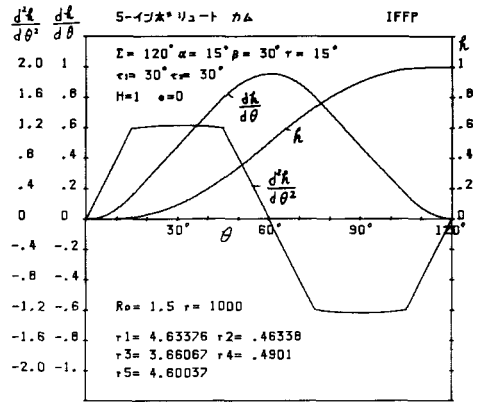


図7 平板従動節 表1の例A2の運動

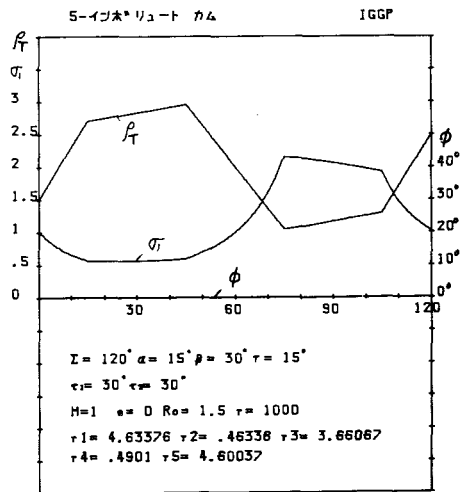


図8 表1の例A2の σ_1 と ρ_T

に傾斜する。例A5の $r_1/t=0.1036$ のときは左上から右下に傾斜し、例A2の $r_1/t=0.4901$ のときはほぼ水平となり、台形カムの加速度線図の形をとる。 $d^2h/d\theta^2_{\max} = +1.236, -1.238$ と最大値はほぼ等しい。 $r=100, 10000$ の場合も加速度曲線は変りがない。よって平板往復従動節の場合は $r_1/t=0.4\sim 0.5$ が最良である。

図7は表1例A2のデータの場合の運動を示し、図8は ε に対するカムの滑り率 σ_1 と曲率半径 ρ_r を示す。 $\sigma_{1\max} \approx 2.15$ で3以下なので滑り率の点では良好である。

図9は表1例A2, $r=1000$ の場合の平板往復従動節が回転しないときの従動節の滑り率 σ_2 を平板上の接触位置に示す。往き行程のみ示しているが、戻り行程は対称であるので接触の両端と中央で $\sigma_2=\infty$ となるが、平均の $\sigma_2 \approx 1.5$ と低い。

図10は表1例A2のデータで $R_0=1.5, r=1\sim 10$ の円弧従動節の場合の加速度曲線を示す。図から r が小さい程、負の加速度の最大値が大きくなり、頂きが左下から右上に傾斜する。正の頂きも傾斜し、 $r=10$ で正負の加速度の頂きが水平になる。前報²⁾の円弧インボリュート接合カムの場合 r が大きいと正負の加速度の頂きが傾斜していたが、円弧の代りにインボリュートを使用した結果頂きを水平にできる。

4.3 従動節の円弧半径が小さい場合の計算例

図10から明らかなように $r=1$ の場合、負の加速度の最大値が大きくなり、正の加速度のカムの回転角に対して負のそれが短い。これを是正するためには τ_1 を小さく τ_2 を大きくすればよい。この場合の基礎円半径を求めたものを表2に示す。

正の加速度が左下から右上に傾斜しているが、

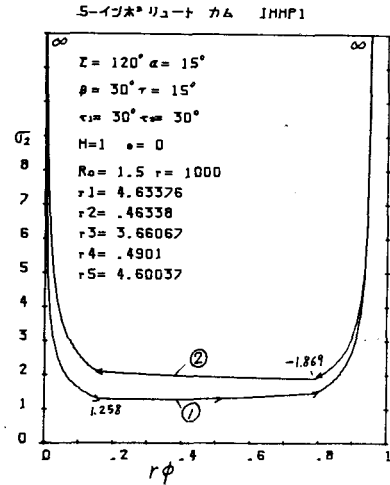


図9 表1の例A2の σ_2

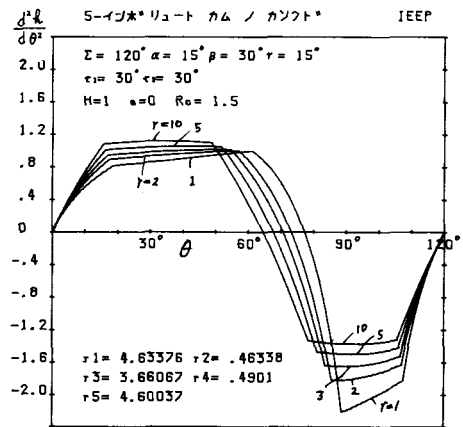


図10 表1例A2の r による加速度線図

表2

$\Sigma = 120^\circ \quad \alpha = 15^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 15^\circ \quad \tau_1 = 30^\circ \quad \tau_2 = 30^\circ \quad r_1 = 1 \quad r_2 = -.05 \quad t = 1$								
r_3	r_4	r_5	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
0.55	-.00317	0.94148	5.19595	-.25980	2.85777	-.01648	4.89187	B
0.56	0.01756	0.91557	5.22756	-.26138	2.92743	0.09180	4.78619	
0.57	0.03829	0.88966	5.25955	-.26298	2.99795	0.20139	4.67923	
0.58	0.05902	0.86375	5.29194	-.26460	3.06933	0.31234	4.57094	
0.59	0.07975	0.83785	5.32474	-.26624	3.14159	0.42467	4.46131	
0.60	0.10048	0.81194	5.35794	-.26790	3.21476	0.53839	4.35032	

$\Sigma = 120^\circ \quad \alpha = 15^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 15^\circ \quad \tau_1 = 15^\circ \quad \tau_2 = 45^\circ \quad r_1 = 1 \quad r_2 = -.1 \quad t = 1$								
r_3	r_4	r_5	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
0.48	0.00915	0.59982	6.73334	-6.7335	3.23210	0.06160	4.03893	C
0.49	0.02165	0.57568	6.81333	-6.8134	3.33858	0.14748	3.92236	
0.50	0.03414	0.55154	6.89554	-6.8952	3.44762	0.23542	3.80300	
0.51	0.04664	0.52740	6.97994	-6.9790	3.55931	0.32549	3.68073	
0.52	0.05914	0.50326	7.06449	-7.0649	3.67374	0.41779	3.55544	
0.53	0.07163	0.47911	7.15229	-7.1529	3.79103	0.51238	3.42705	

$\Sigma = 120^\circ \quad \alpha = 15^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 15^\circ \quad \tau_1 = 10^\circ \quad \tau_2 = 50^\circ \quad r_1 = 1 \quad r_2 = -.15 \quad t = 1$								
r_3	r_4	r_5	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
0.490	0.03494	0.45121	7.83252	-1.17488	3.83794	0.27367	3.53409	D
0.492	0.03711	0.44646	7.85664	-1.17850	3.86547	0.29159	3.50770	
0.494	0.03929	0.44172	7.88092	-1.18214	3.89317	0.30963	3.48115	
0.496	0.04146	0.43697	7.90534	-1.18580	3.92105	0.32778	3.45443	
0.498	0.04364	0.43223	7.92991	-1.18949	3.94910	0.34603	3.42755	
0.500	0.04581	0.42749	7.95464	-1.19320	3.97732	0.36441	3.40050	

$\Sigma = 120^\circ \quad \alpha = 15^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 15^\circ \quad \tau_1 = 10^\circ \quad \tau_2 = 50^\circ \quad r_1 = 1 \quad r_2 = -.1 \quad t = 1$								
r_3	r_4	r_5	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
0.49	0.01577	0.50502	7.47630	-7.4763	3.66339	0.11788	3.77568	E
0.50	0.02664	0.48130	7.58749	-7.5875	3.79374	0.20211	3.65184	
0.51	0.03751	0.45758	7.70203	-7.7020	3.92803	0.28889	3.52427	
0.52	0.04838	0.43385	7.82008	-7.8201	4.06644	0.37833	3.39278	
0.53	0.05925	0.41013	7.94181	-7.9418	4.20916	0.47055	3.25720	
0.54	0.07012	0.38641	8.06739	-8.0674	4.35639	0.56568	3.11733	

これを水平にするためには r_2/r_1 の値を負にすればよい。負の加速度は左下から右上に傾斜している。これを水平にするためには r_4/t の値を零に近く取ればよい。

図11は表2のBのデータで $r_2/r_1 = -0.05$, $r_3/t = 0.57$ として $r = 1$ の場合の加速度線図で、正負の加速度共に頂きは水平になっているが、負の最大値が正のそれに比して大きすぎる。

図12は表2の例Cのデータで $\tau_1 = 15^\circ$, $\tau_2 = 45^\circ$, $r_2/r_1 = -0.1$, $r_3/t = 0.5$, 図13は表2のDのデータで $\tau_1 = 10^\circ$, $\tau_2 = 50^\circ$, $r_2/r_1 = -0.15$, $r_3/t = 0.494$ の場合の加速度線図で共に加速度の頂きは水平で、最大値はほぼ等しくなっている。

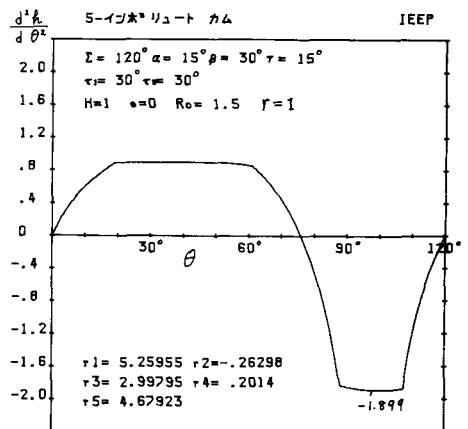


図11 表2の例Bの加速度線図 $r=1$

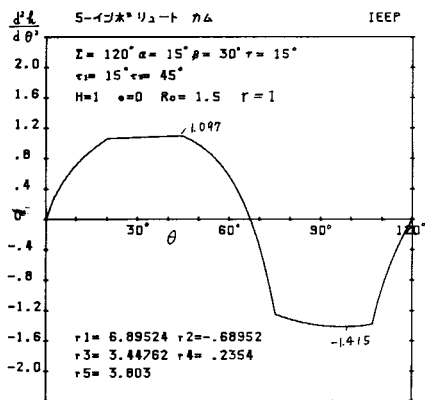
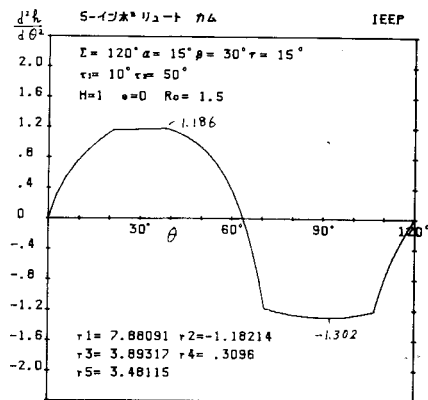
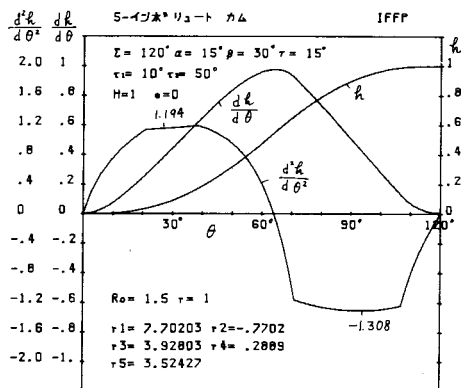
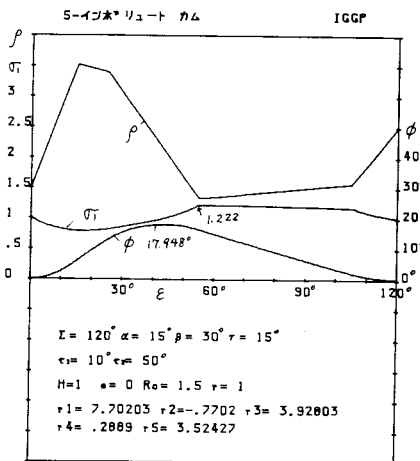
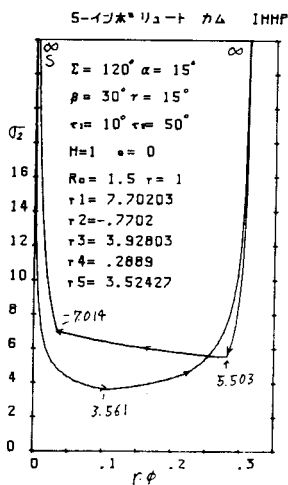
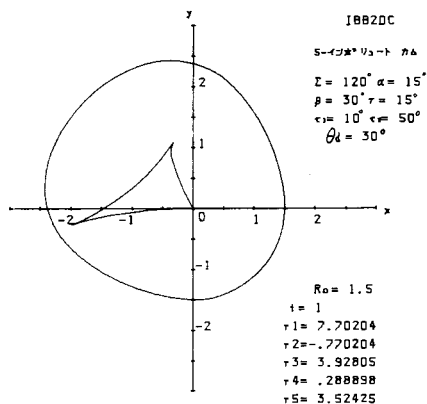
図12 表2の例Cの加速度線図 $r=1$ 図13 表2の例Dの加速度線図 $r=1$ 図14 表2の例Eの運動 $r=1$ 図15 表2の例Eの ϕ, τ_1, ρ_T 図16 表2の例Eの σ_2 

図17 表2例Eのカムの輪郭と縮閉線

図14は表2例Eの $r_2/r_1 = -0.1$, $r_4/t = 0.2889$ の場合のデータによる従動節の運動を示し、図15は押進め角 ϕ , 滑り率 σ_1 , 曲率半径 ρ_r を ε に対して示す。 $\phi_{\max} \approx 18^\circ$, $\tau_{1\max} = 1.25$, $\rho_{\min} \approx 1.3$ となり、いずれも良好である。図16は従動節の円弧上の滑り率 σ_2 を示す。接触の両端と中央で、 $\sigma_2 = \infty$ となるが平均して6であるのでまず良好である。図17はこのカムの輪郭と縮閉線を示す。 r_2 が負であるので、 O_2 点は O_1P_1 の延長上に来る。ただし $\theta_d = 30^\circ$, $\theta_e = 90^\circ$ である。輪郭は滑らかである。

§5 揺動従動節の揺動角の指定

前報³⁾の円弧インボリュート接合カムにおいて揺動角 Ψ を指定し、カムと揺動従動節の軸間距離 d と従動節の長さ l の比 l/d を指定したときの d の距離は次式で求められる。

$$d^2 = \frac{(1+\lambda^2)(A^2+B^2)(1-\cos\Psi) - \sqrt{D}}{2(1-\cos\Psi)\{(1+\lambda^2)^2 - 2\lambda^2(1+\cos\Psi)\}\{A^4+B^4-2A^2B^2\cos\Psi\}} \quad (51)$$

$$D = \{(1+\lambda^2)(A^2+B^2)(1-\cos\Psi)\}^2 - 2(1-\cos\Psi)\{(1+\lambda^2)^2 - 2\lambda^2(1+\cos\Psi)\}\{A^4+B^4-2A^2B^2\cos\Psi\}$$

ただし $A = R_0 + r + t$, $B = R_0 + r$

あるいはまた往きと戻りの行程のカムの回転角を θ_0, θ_r とすれば次式となる。

$$\theta_0 = \Sigma + \theta_1 - \theta_2, \quad \theta_r = \Sigma - (\theta_1 - \theta_2) \quad (52)$$

$$\theta_1 = \cos^{-1}\{(R_0 + r)^2 + d^2 - l^2\}/(2d(R_0 + r)), \quad \theta_2 = \cos^{-1}\{(R_0 + t + r)^2 + d^2 - l^2\}/(2d(R_0 + t + r)) \quad (53)$$

5.1 等角行程の場合 ($\theta_0 = \theta_r$)

往きと戻り行程のカムの回転角が等しい場合は、式(52)において $\theta_0 = \theta_r$ にするためには $\theta_1 = \theta_2$ であればよい。式(53)あるいは前報³⁾から

$$d = \sqrt{\left(\frac{t}{2} \cot \frac{\Psi}{2}\right)^2 + \left(R_0 + r + \frac{t}{2}\right)^2}, \quad l = \frac{t}{2} / \sin \frac{\Psi}{2} \quad (54), (55)$$

となる。揺動角 Ψ と R_0/t を指定し、上式より d, l を求め、 d を基準とするため各基礎円の半径とカ

表3 $\Sigma = 120^\circ$: $\alpha = 15^\circ$: $\beta = 30^\circ$: $\gamma = 15^\circ$: $\tau_1 = 30^\circ$: $\tau_2 = 30^\circ$
 $r_1 = 4.6338$: $r_2 = 0.4634$: $r_3 = 3.6607$: $r_4 = 0.4901$: $r_5 = 4.6004$
 $\Psi = 20^\circ$: $R_0/t = 1.5$: $d = 1$

R_0	r	t	l	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
.432277	.000000	.28818	.82980	1.33538	.13354	1.05495	.14124	1.32576	1
.396791	.132264	.26453	.76168	1.22576	.12258	0.96835	.12964	1.21692	2
.363367	.242245	.24224	.69752	1.12250	.11225	0.88678	.11872	1.11441	
.332997	.332997	.22200	.63922	1.02869	.10287	0.81266	.10880	1.02127	3
.305926	.407901	.20395	.58725	0.94506	.09451	0.74660	.09996	0.93825	4
.282012	.470020	.18801	.54135	0.87119	.08712	0.68824	.09214	0.86491	
.260955	.521910	.17397	.50093	0.80614	.08061	0.63685	.08526	0.80033	5
.242406	.565614	.16160	.46532	0.74883	.07488	0.59158	.07920	0.74344	
.226029	.602743	.15069	.43388	0.69824	.06982	0.55161	.07385	0.69321	
.211518	.634553	.14101	.40603	0.65341	.06534	0.51620	.06911	0.64871	6

△の各寸法を d で割った値を用いる。

表3は $\varphi = 20^\circ$, $R_o = 1.5$, $t = 1$, $r = 0 \sim 3$ の場合を表1の例A2に適用して求めたものである。

§6 揺動従動節の運動と押進め角と滑り率

前報³⁾と図18において従動節がカムの始点Aに接する角変位を φ_0 , $\angle AOB = \theta_1$ とし, それからの角変位を φ , カムの回転角を θ とし, M点の ξ , η 座標を求めれば

$$\xi_M = d - l \cos(\varphi + \varphi_0), \quad \eta_M = l \sin(\varphi + \varphi_0) \quad \dots (56)$$

$$\varphi = \sin^{-1} \frac{\eta_M}{l} - \varphi_0, \quad \varphi_0 = \cos^{-1} \frac{d^2 + l^2 - (R_o + r)}{2dl} \quad \dots (57), (58)$$

$$x_M = x_T + r \cos \varepsilon, \quad y_M = y_T + r \sin \varepsilon \quad \dots (59)$$

$$\theta = \theta_1 + \tan^{-1} \frac{y_M}{x_M} - \cos^{-1} \frac{x_M^2 + y_M^2 + d^2 - l^2}{2d\sqrt{x_M^2 + y_M^2}} \quad \dots (60)$$

$$\xi_M = x_M \cos(\theta_1 - \theta) - y_M \sin(\theta_1 - \theta), \quad y_M = x_M \sin(\theta_1 - \theta) + y_M \cos(\theta_1 - \theta) \quad \dots (61), (62)$$

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\eta_M \cos \Theta - \xi_M \sin \Theta}{(d - \xi_M) \sin \Theta + \eta_M \cos \Theta}, \quad \Theta = \varepsilon + \theta_1 - \theta, \quad \frac{d\varepsilon}{d\theta} = \frac{d \times \eta_M}{(\rho_T + r) \{ (d - \xi_M) \sin \Theta + \eta_M \cos \Theta \}} \quad \dots (63), (64), (65)$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\theta^2} = d \times \frac{\{ (d - \xi_M) \cos \Theta - \eta_M \sin \Theta \} \sin \Theta \frac{d\varphi}{d\theta} - \eta_M (d\varepsilon/d\theta - 1)}{\{ (d - \xi_M) \sin \Theta + \eta_M \cos \Theta \}^2}, \quad \phi = \Theta + \varphi + \varphi_0 - 90^\circ \quad \dots (66), (67)$$

$$\sigma_1 = \frac{\rho_T + r}{\rho_T} \cdot \frac{\overline{TP}}{r + \overline{TP}}, \quad \sigma_2 = \frac{\rho_T + r}{r} \cdot \frac{\overline{TP}}{\rho_T - \overline{TP}}, \quad \overline{TP} = \eta_M / \sin \Theta - r \quad \dots (68), (69)$$

6.1 計算例

前報³⁾の揺動円弧従動節の等角行程の表2の例Dにおいて正負の最大角加速度を等しくするには $l/d = 0.82$, $r/d = 0.45$ にしているが, 正の加速度の頂きは第1円弧において右下に傾斜し, 負の加速度の頂きは第2円弧において右下にかなり傾斜している。これを水平にするには円弧の代りにインボリ

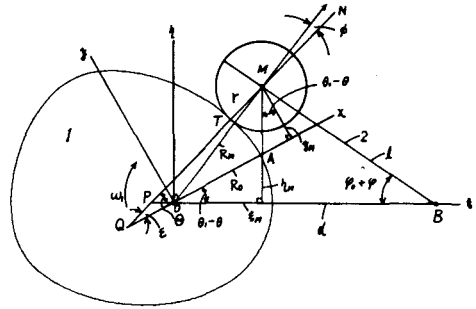


図18 揺動円弧従動節

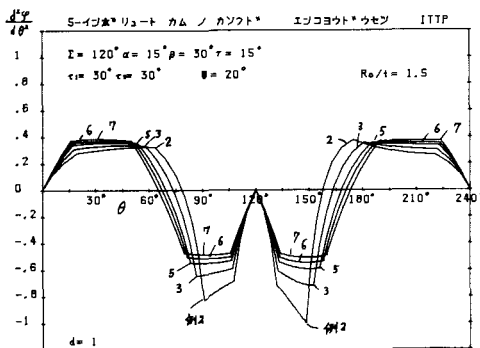


図19 表3の例2～7の加速度線図

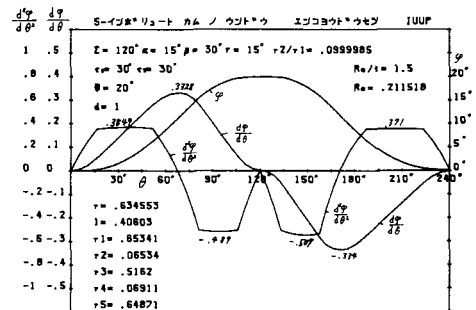


図20 表3例6の運動

ュート曲線を用いる。

図19は表3の例2, 3, 5, 6, 7の角加速度線図を示す。 $r_2/r_1=0.1$ としているので、正の加速度の頂きは往き行程で少し右上りになっている。 r_2/r_1 を0.1よりもう少し小さく例えば0.05位にすると水平となる。 l/d を0.5以下にする程負の最大加速度は減少する。 r_1/t の値が少し大きいので、負の加速度の頂きが右上りになっている。例7の場合はカムの滑り率に問題があるので、図20に例6の場合の運動を示す。負の最大角加速度が正のそ

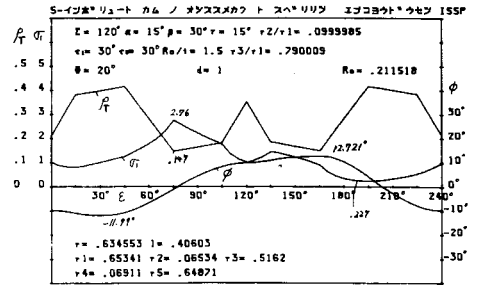


図21 表3例6の ϕ , σ , ρ

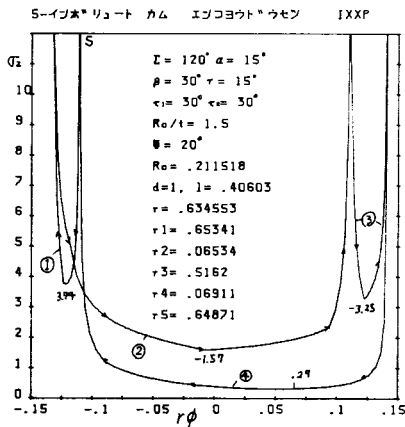


図22 表3例6の σ_2

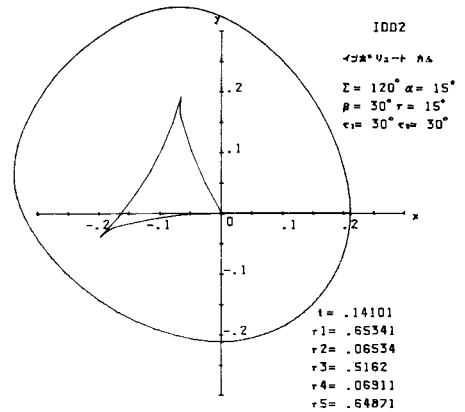


図23 表3例6のカムの輪郭と縮閉線

れより約0.1大きい。これは τ_1 を小さく τ_2 を大にすればよい。図21は例6の場合の ϕ , σ , ρ を ε に対して示す。 $\phi_{\max}=12.7^\circ$, $\sigma_{\max}=2.76$, $\rho_{\min}=0.1465$ となり良好である。

図22は従動節の円弧上の位置における滑り率を示す。接触の両端とその付近に $\sigma_2=\infty$ が2ヶ所存在するが、中央では平均1の σ_2 の値をもっている。図23はこのカムの輪郭と往き行程の縮閉線を示す。第2, 第4のインボリュートの基礎円に注意する。

6.2 計算例

図20は $\tau_1=\tau_2=30^\circ$ の場合であるが、これでは負の最大角加速度が正のそれより大きいので、 $\tau_1=20^\circ$, $\tau_2=40^\circ$ の場合の $r_2/r_1=0, 0.1$, $R_0/t=1.5$, $\psi=20^\circ$, $d=1$ の等角行程の各基礎円の半径と R_0 , r , t , l を求めたものを表4に示す。

表4のHA, HBは r_4 が大きすぎて負の加速度の傾斜が大きいので、HCの場合の加速度線図を示す。この場合 $r_2=0$ で第2インボリュート曲線が円弧となっている。前報³⁾⁴⁾において第2曲線が円弧の場合は加速度曲線の頂きはほぼ水平であ

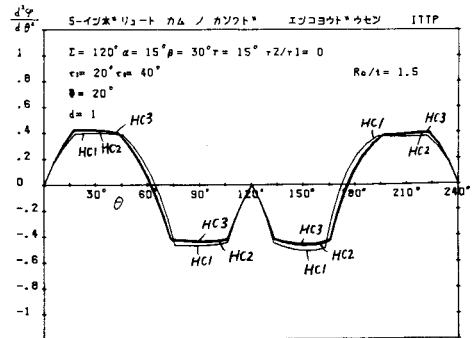


図24 表4例HCの加速度線図

ったが、第4曲線が円弧の場合は頂きが傾斜していた。

図24はHC1, HC2のデータによる等角行程の角加速度線図を θ に対して示す。HC2の場合は正負の最大角加速度がほぼ等しいので良好である。

図25はHC2の運動を示す。図26は ϕ , τ_1 , ρ_T を ε に対して示す。 $\phi_{\max}=14.01^\circ$, $\sigma_{1\max}=2.097$, $\sigma_{1\max}$ は負とならない。図27はHC2の従動節の円弧上の滑り率 σ_2 を示す。接触の両端で ∞ となる。図28はHC2のcamsの輪郭を示す。

表4 $\Sigma=120^\circ$: $\alpha=15^\circ$: $\beta=30^\circ$: $\gamma=15^\circ$: $\tau_1=20^\circ$: $\tau_2=40^\circ$
 $\Psi=20^\circ$: $R_0/t=1.5$: $d=1$

$r_1=6.32258$: $r_2=0$: $r_3=4.10968$: $r_4=0.92662$: $r_5=3.24552$									
R_0	r	t	l	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
.432277	.000000	.28818	.82980	1.82207	.00000	1.18435	.26704	0.93531	HA 1
.396791	.132264	.26453	.76168	1.67250	.00000	1.08712	.24512	0.85853	
.363367	.242245	.24224	.69752	1.53161	.00000	0.99555	.22447	0.78621	
.332997	.332997	.22200	.63922	1.40360	.00000	0.91234	.20571	0.72050	
.305926	.407901	.20395	.58725	1.28949	.00000	0.83817	.18898	0.66193	
.282012	.470020	.18801	.54135	1.18870	.00000	0.77265	.17421	0.61018	HA 2
.260955	.521910	.17397	.50093	1.09994	.00000	0.71496	.16120	0.56462	
.242406	.565614	.16160	.46532	1.02175	.00000	0.66414	.14975	0.52449	

$r_1=6.64522$: $r_2=0$: $r_3=4.65165$: $r_4=1.45690$: $r_5=2.59274$									
R_0	r	t	l	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
.432277	.000000	.28818	.82980	1.91505	.00000	1.34053	.41986	0.74719	HB 1
.396791	.132264	.26453	.76168	1.75784	.00000	1.23049	.38539	0.68585	
.363367	.242245	.24224	.69752	1.60977	.00000	1.12684	.35293	0.62808	
.332997	.332997	.22200	.63922	1.47523	.00000	1.03266	.32343	0.57558	
.305926	.407901	.20395	.58725	1.35530	.00000	0.94871	.29714	0.52879	
.282012	.470020	.18801	.54135	1.24936	.00000	0.87455	.27391	0.48746	
.260955	.521910	.17397	.50093	1.15607	.00000	0.80925	.25346	0.45106	
.242406	.565614	.16160	.46532	1.07389	.00000	0.75173	.23544	0.41900	

$r_1=6.02982$: $r_2=0$: $r_3=3.61789$: $r_4=0.44544$: $r_5=3.83784$									
R_0	r	t	l	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
.432277	.000000	.28818	.82980	1.73770	.00000	1.04262	.12837	1.10601	HC 1
.396791	.132264	.26453	.76168	1.59505	.00000	0.95703	.11783	1.01521	
.363367	.242245	.24224	.69752	1.46069	.00000	0.87641	.10791	0.92970	
.332997	.332997	.22200	.63922	1.33861	.00000	0.80317	.09889	0.85199	
.305926	.407901	.20395	.58725	1.22978	.00000	0.73787	.09085	0.78273	
.282012	.470020	.18801	.54135	1.13366	.00000	0.68019	.08375	0.72155	HC 2
.260955	.521910	.17397	.50093	1.04901	.00000	0.62940	.07749	0.66767	
.242406	.565614	.16160	.46532	0.97444	.00000	0.58467	.07198	0.62021	HC 3

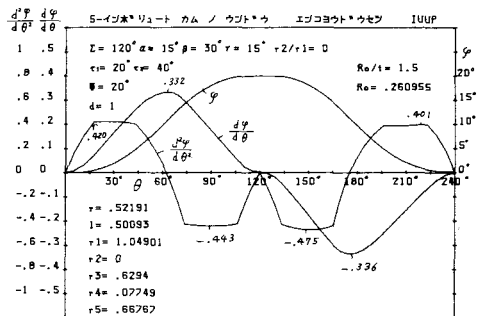


図25 表4例HC2の運動

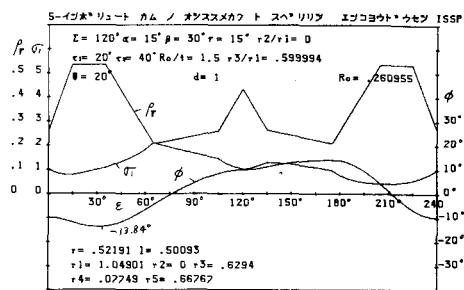
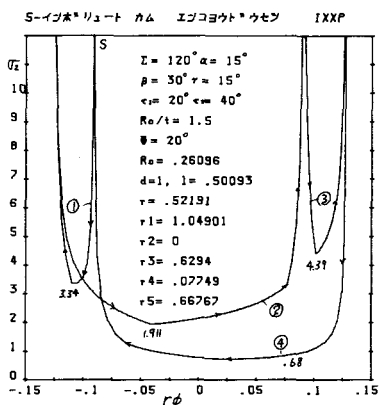
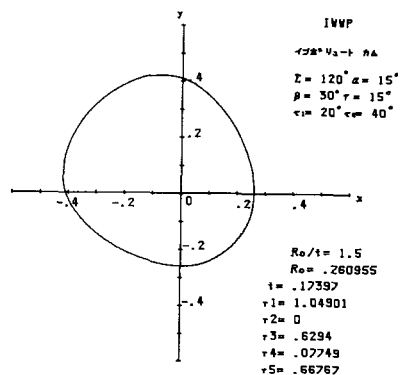
図26 表4例HC2のφ, σ₁, ρ_r図27 表4例HC2のσ₂

図28 表4例HC2のカムの輪郭

§ 7 揺動平板従動節

前報⁴⁾より揺動平板従動節の揺動角 Ψ の指定は平板のオフセット量を f とすれば d は

$$d = \sqrt{(R_0 + f + t)^2 + (R_0 + f)^2 - 2(R_0 + f)(R_0 + f + t)\cos\Psi/\sin\Psi} \quad (70)$$

となるので、往きと戻りのカムの回転角を θ_0, θ_r

とすれば次式のように一定となる。

$$\theta_0 = \Sigma + \Psi, \quad \theta_r = \Sigma - \Psi \quad (71)$$

表5	$\Sigma = 120^\circ$	$\alpha = 15^\circ$	$\beta = 30^\circ$	$\gamma = 15^\circ$
	$\tau_1 = 30^\circ$	$\tau_2 = 30^\circ$	$\Psi = 20^\circ$	
	$r_1 = 1$	$r_2 = 0.25$	$d = 1$	$f = 0$

7.1 基礎円半径の指定

各作用角 $\alpha, \beta, \gamma, \tau_1, \tau_2$ は任意に指定し、5個のインボリュートの基礎円のうち $r_1 = 1, r_2 = 0.1 \sim 0.3$ を指定し、 r_3 を適当に指定すれば r_4, r_5 が求まるので、これから t を求め、 $t = 1$ となるように各基礎円の半径を

r_3	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	例
.24	1.77201	.44300	.42528	-.22626	1.50115	M3
.25	1.78498	.44624	.44624	-.19092	1.46589	
.26	1.79814	.44953	.46752	-.15505	1.43012	M4
.27	1.81149	.45287	.48910	-.11864	1.39381	M5
.28	1.82505	.45626	.51101	-.08170	1.35696	M2
.29	1.83881	.45970	.53326	-.04419	1.31955	M1
$R_0 = 0.42571$			$t = 0.288807$			

求め、更に式(70)により、 $\Psi, R_o, t=1$ から d を求め、 $d=1$ となるようにカムの各寸法を d の値で割って再びその値とすれば、表5が得られる。ただし $\Psi=20^\circ, \tau_1=\tau_2=30^\circ$ である。

7.2 運動と押進め角および滑り率

前報⁴⁾より揺動の角変位を φ 、カムの回転角を θ 、カムの輪郭のパラメーターを ε 、接触点 T と従動節の軸心までの距離を s とし、従動節の角速度係数と角加速度係数は次式のようになる。

$$\varphi = \sin^{-1}\{(x_T \cos \varepsilon + y_T \sin \varepsilon + f)/d\} - \varphi_0, \quad \varphi_0 = \sin^{-1}(R_o + f)/d \quad \dots\dots\dots (72), (73)$$

$$s = d \cos(\varphi + \varphi_0) + y_T \cos \varepsilon - x_T \sin \varepsilon, \quad \theta = \varepsilon + \varphi \quad \dots\dots\dots (74), (75)$$

$$d\varphi/d\theta = (y_T \cos \varepsilon - x_T \sin \varepsilon)/s \quad \dots\dots\dots (76)$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\theta^2} = \frac{1}{s} \left[\left\{ \rho_T + f - d \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} \left(1 - \frac{d\varphi}{d\theta} \right)^2 + d \sin(\varphi + \varphi_0) \left(\frac{d\varphi}{d\theta} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (77)$$

押進め角 ϕ と滑り率 σ_1, σ_2 は次式となる。

$$\phi = \tan^{-1} f/s, \quad \sigma_1 = \frac{\overline{TP}}{\rho_T}, \quad \sigma_2 = \frac{\overline{TP}}{\rho_T - \overline{TP}}, \quad \overline{TP} = \frac{d \sin(\varphi + \varphi_0)}{1 - d\varphi/d\theta} - f \quad \dots\dots\dots (78), (79), (80)$$

7.3 計算例

前報⁴⁾の円弧インボリュート接合カムにおいて、 $\Sigma=120^\circ, \Psi=20^\circ, f=0$ の場合戻り行程の場合に最大角加速度係数 $d^2\varphi/d\theta^2_{\max} \approx \pm 0.8$ にすることができたが、これは第1円弧のために戻り行程の正の角加速度曲線の頂きが尖る結果である。

図30は表5の例Mの各場合の角加速度線図を示す。この中で例M5が $d^2\varphi/d\theta^2_{\max} \approx \pm 0.7$ となり、戻り行程の正の頂きがかなり水平となった。この例に見られるように r_2/r_1 が0.25とかなり大きくまた r_4 が負の値になっていることに注目されたい。これは図2において O_4 点が O_3P_3 上にくることを意味する。

図31は例M5の場合の運動を示す。良好である。図32はこの場合の ϕ, σ_1, ρ_T を示す。 $f=0$ だから $\phi=0^\circ$ となり、 $\sigma_{1\max} \approx 2.19$ で良好である。図33は平板上の接触点の距離 s に対する従動節の滑り率 σ_2 を示す。 $\sigma_2=\infty$ の位置が平均化し、平均の $\sigma_2 \approx 1.5$ で良好である。

図34はこの例M5のカムの輪郭と縮閉線を示す。曲線は滑らかである。

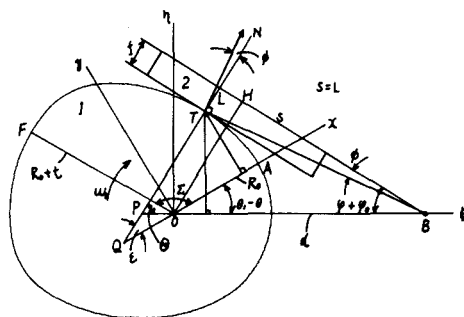


図29 揺動平板従動節

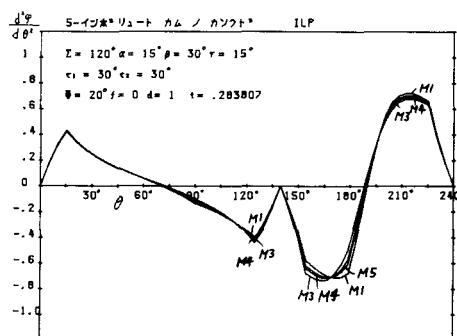


図30 表5例Mの加速度線図

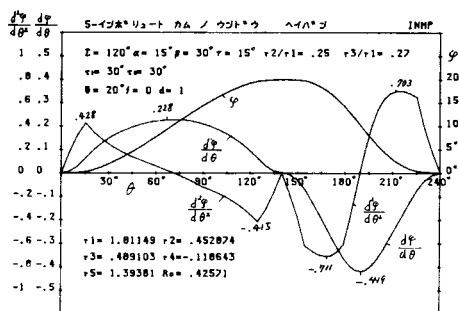


図31 表5例M5の運動

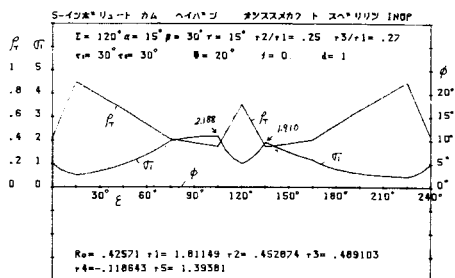
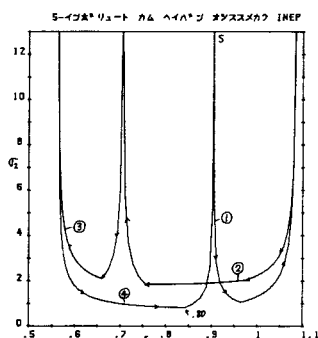
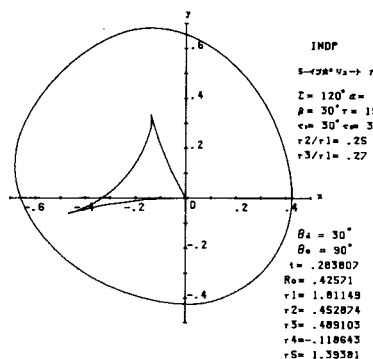
図32 表5例M5の σ_1, ρ_T 図33 表5例M5の σ_2 

図34 表5例M5のカムの輪郭と縮閉線

§ 8 結 言

以上により 5 個のインボリュート曲線で構成される接合カムにおいて次の結論が得られた。

- (1) 往復円弧従動節において、円弧半径を大きくする程、平板従動節に近づく程最大加速度は減少して一定の値に近づく。
- (2) 平板の場合は正の加速度の頂きを水平にするには $r_2/r_1 \approx 0.1$ とし、負の加速度頂きを水平にするには $r_4/t = 0.4 \sim 0.5$ とすることによって最良の結果が得られた。この時の加速度線図は台形カムの形となる。
- (3) 従動節の円弧半径が小さい場合には、正の加速度の頂きを水平にするには r_2/r_1 の値を負にし、負の加速度の頂きを水平にするには r_4/t の値を $0.2 \sim 0.8$ にとる。また正、負の加速度の最大値をほぼ等しくするには t_1 を t_2 に比して小とする。
- (4) 揺動円弧従動節において従動節の円弧半径を大きく、従動節の長さを短くする程加速度の点でよい。 $r_2/r_1 \approx 0.1$, $r_4/r_5 \approx 0.1$ に選んで頂きを水平にできる。
- (5) 揺動平板従動節において $r_2/r_1 \approx 0.25$ に選んで戻り行程の最大の角加速度を減少できる。

文 献

- 1) 糸島, 福永: インボリュート接合カムの研究 (第1報), 呉高専研究報告, **15**-1, 1979
- 2) 糸島, 福永: インボリュート接合カムの研究 (第2報), 呉高専研究報告, **15**-2, 1980
- 3) 糸島寛典: 円弧インボリュート接合カムの研究 (第1報), 呉高専研究報告, **16**-1, 1980
- 4) 糸島寛典: 円弧インボリュート接合カムの研究 (第2報), 呉高専研究報告, **16**-2, 1981

(昭和58年4月15日受付)

超塑性 Zn-Al 合金のスプリングバック

(機械工学科) 大 下 隆 章

Spring Back of Superplastic Zn-Al Alloy

Takaaki OSHITA

Bending experiments on both water quenched superplastic 78%Zn-22%Al alloy and annealed non-superplastic alloy of the same composition were carried out under various conditions to investigate the effects of superplasticity on spring back and residual stress. The results obtained were as follows.

- (1) The value of the spring back and the residual stress of both materials increase with increasing bending force and time.
- (2) Under the same conditions, the value of the spring back of the water quenched material is larger than that of the annealed material.
- (3) The value of the spring back of both materials increase due to release of residual stress with the elapse of time after bending.

§ 1 緒 言

超塑性を金属の塑性加工に応用しようとして多くの試みがなされ、その成果も発表されているが、超塑性材のスプリングバックに関する報告は見当たらない。スプリングバックは塑性加工において当然考慮されるべき基本的な性質であるので、共析組成の Zn-Al 合金板を円弧状に曲げてスプリングバック量を実測して、加工素材の組織、加圧力および加圧時間等の加工因子とスプリングバックの関係、さらに加工後の時間経過にともなうスプリングバック量の変化などを検討した。

§ 2 試料および実験方法

2.1 スプリングバック量の測定

78% Zn-22% Al 合金板(厚さ 1 mm および 3 mm) から 20 × 50 mm の長方形板を切り出して、これを 380°C で 1 hr 加熱後水焼入れ、空中冷却および炉中冷却して 3 種の試料とした。以後これらを焼入材、空冷材および炉冷材と呼びそれぞれ W.Q, A.C および F.C で表わす。焼入材は微細な粒状組織で超塑性を示すが、空冷材は粒状組織と層状組織が共存し炉冷材は層状組織でともに超塑性を示さないことが判明している⁽¹⁾。

試験片の曲げ加工は 50 t 万能試験機で加圧力や加圧時間を種々に変化して、試験片の中立面の曲率半径 ρ_0 を 50 mm の円弧状になるように曲げた。この試験片を曲げ装置から取り出して、予めハイトゲージで試験片の側面に 20 mm 間隔で印しておいた 3 点の座標 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) および (x_3, y_3) を読取顕微鏡で 0.01 mm まで測定して、スプリングバックを生じたのちの曲率半径 ρ を式(1)および式(2)によ

って算出した。これらの ρ_0 および ρ を用いて試験片の長さ 40 mm に対する加工時の中心角 θ_0 ($0.8\text{ rad} = 45.84^\circ$) とスプリングバックを生じたのちの中心角 θ の差を $\Delta\theta$ として、 $\Delta\theta/\theta_0$ をスプリングバック量 S. B. として式(8)によって求めた。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 & y_1 - y_2 \\ x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2 & y_2 - y_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix}} \\ y_0 &= \frac{-1}{2} \cdot \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 & x_1 - x_2 \\ x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2 & x_2 - x_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで x_0 および y_0 はスプリングバックを生じたのちの曲率中心の座標を表わす。

$$\rho = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{S. B.} = \Delta\theta/\theta_0 = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} \dots\dots\dots (3)$$

2.2 残留応力の測定

曲げ加工されたのちスプリングバックを生じた試験片の残留応力 σ は、図1に示す装置を用いて層除去法によって求めた。同図(a)に示すように試験片の凸面にひずみゲージを貼りつけたのちに凹面だけを残して他の部分はすべてパラフィンを塗付した。層除去用腐食液として10% HNO_3 水溶液を用いたが、腐食中に試験片の温度上昇を起さないように、腐食液は水道水が流れている蛇管中を循環させて冷却した。腐食中の試験片の長手方向のひずみ ε_x と腐食時間との関係線図を記録した。この線図と、予め求めておいた腐食時間と腐食によって除去される層の深さ z の関係線図から $\varepsilon_x - z$ 線図を

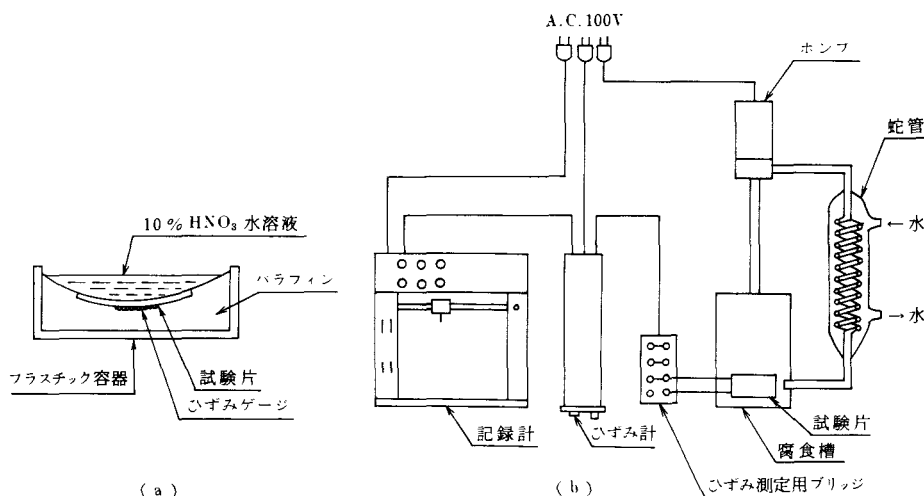


図1 残留応力測定装置

求め、試料表面から z の深さにおける長手方向の残留応力 σ を式 (4) によって算出した。

$$\sigma = E' \left\{ 2\varepsilon_z - \frac{h-z}{2} \cdot \frac{d\varepsilon_z}{dz} - 3(h-z) \int_0^z \frac{\varepsilon_z}{(h-z)^2} dz \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで h は板厚、 E' は $E/(1-\mu^2)$ である。縦弾性係数 E は別に Ewing 法によって求めた 8000 kgf/mm^2 を採用し、ポアソン比 μ は 0.3 とした。また式中の $\int_0^z \varepsilon_z/(h-z)^2 \cdot dz$ は $\varepsilon_z - z$ 線図を変換して $\varepsilon_z/(h-z)^2 - z$ 線図を書き必要部分を切り取ってその紙片の重さを直示天秤で 0.1 mg まで測定して基準面積の紙片との重量比から求めた。

§ 3 実験結果とその考察

3.1 スプリングバック量と加圧力、加圧時間および加圧後の経過時間との関係

試験片の組織および曲げ加工の作業因子がスプリングバック量にどのように影響するかを知るために、焼入材および空冷材を加圧力 $100 \sim 1000 \text{ kgf}$ 、加圧時間を $10 \sim 60 \text{ sec}$ として曲げ加工し、加工後の経過時間 T によって変化するスプリングバック量を測定した。その結果をそれぞれ図 2 (W.Q 材) および図 3 (A.C 材) に示す。図中に使用した記号は供試材、板厚、加圧力および加圧時間の順に示したものである。例えば、WQ-1-100-10 は焼入材で板厚 1 mm 、加圧力 100 kgf で 10 秒間加圧したことを示している。

これらの図によれば、焼入材、空冷材のいずれに対して次のように云える。すなわち第 1 に加圧力 (W.Q に対し 1000 kgf まで、A.C に対して 300 kgf まで) および加圧時間の増加によつては S.B は減少する。

S.B と加圧力の関係をより明らかにするために、図 2 および図 3 から S.B と加圧力の関係に座標を変換したものが図 4 で、図中の記号 T は曲げ加工後の経過時間を示す。同図によれば S.B が加圧力の増加によって減少することがよくわかる。加圧力が不充分であれば曲げ加工された試

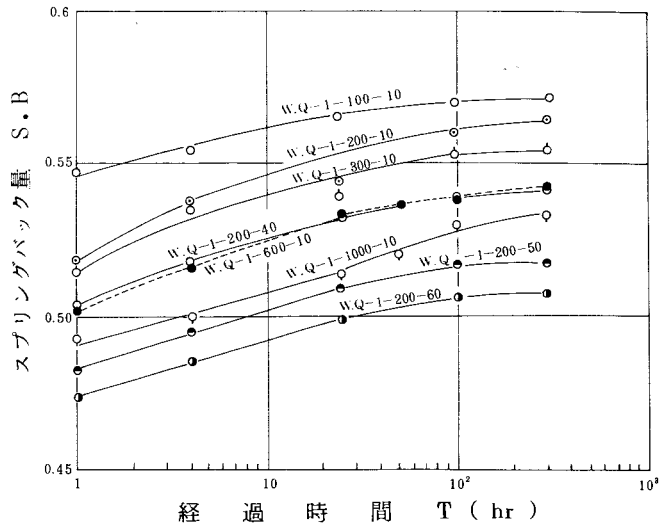


図 2 加圧力、加圧時間を変化させた場合の焼入材のスプリングバック量と経過時間の関係

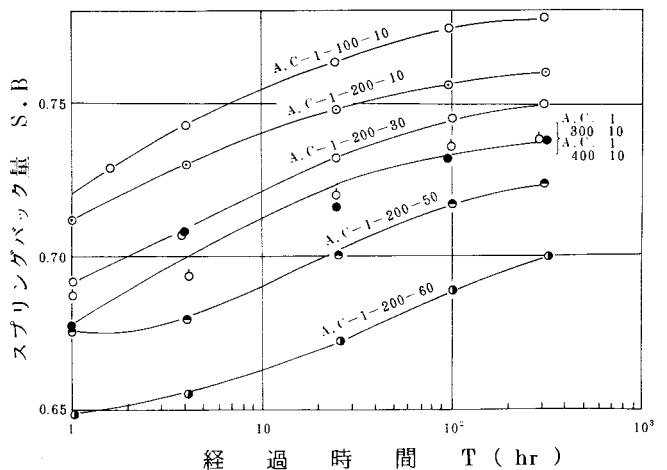


図 3 加圧力、加圧時間を変化させた場合の焼鈍材のスプリングバック量と経過時間の関係

験片の形状がダイの形状と完全に一致しないことも考えられそのために S. B を過大に測定する心配もあるが、加圧板の降下量を測定して幾何学に算出される降下量と比較して、加圧力 100 kgf で十分にダイになじんでいることが判明している。

S. B と加圧時間の関係を明らかにするために、図 2 および図 3 から S. B と加圧時間の関

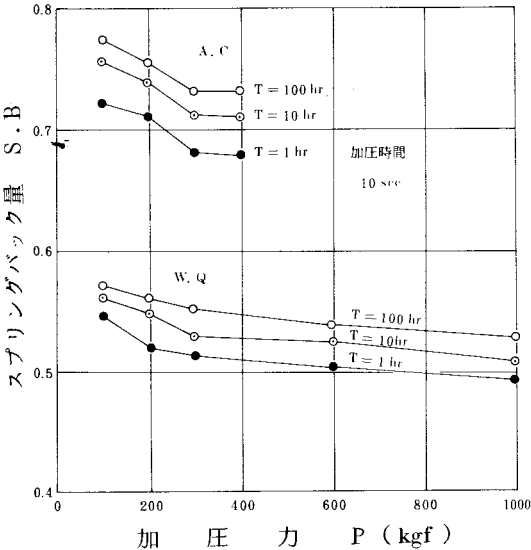


図 4 経過時間の変化によるスプリングバック量と加圧力の関係

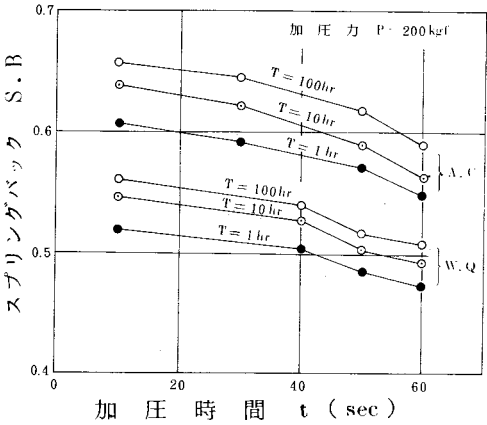
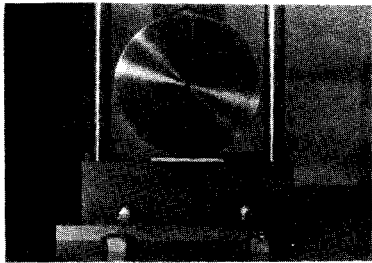
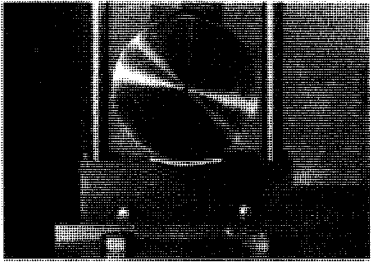


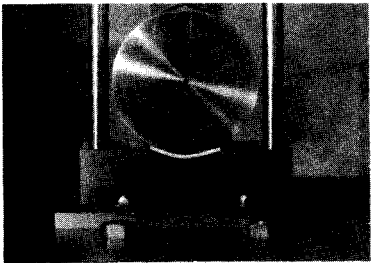
図 5 経過時間の変化によるスプリングバック量と加圧時間の関係



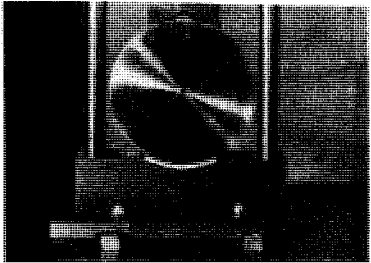
(a)



(b)



(c)



(d)

写真 1 試験片の変形過程

係に座標を変換したものが図5で、これから同一経過時間で比較すれば加圧時間の増加によって S. B が減少することがわかる。しかし、前述のように加圧力 100 kgf で試験片が十分にダイの形状に一致するまでに曲げられるのであれば、加圧力や加圧時間を変化しても S. B への影響は小さいと考えられるので、本実験の結果と矛盾を生じることになる。このことを検討して次のようにいえる。

写真1は、加工中の試験片の変形過程を撮影して変形の様子を示したものである。これによると、試験片の曲げられた部分が常に加圧板の形状に一致しながら変形するとは限らず、(c)のように試験片の中央部と加圧板の間に隙間を生じることさえある。このことは前記の実験で加圧板の降下量が極めて僅かでも、試験片が完全にダイの形状と一致するまでは、加圧力および加圧時間の増加によって加圧板と試験片の隙間を少なくするために S. B の減少が起ると考えられる。

第2は S. B は図2および図3に示すように曲げ加工後の時間経過に伴って次第にその量を増しはば 300 hr で一定量に近づいている。このことは加工後の時間経過とともに試料内部になんらかの変化を生じて、加工によって生じた内部応力を少しずつ解放しながら S. B を増加したと思われる。

図2および図3から、加圧力および加圧時間を同一として S. B におよぼす組織の影響をみれば、焼入材の S. B は焼鈍材のそれよりも常に小さくなっている。図6は板厚 3 mm の場合について炉中冷却した焼鈍材 (F. C 材) も含めて、S. B と経過時間の関係を示したものであるが、これによれば粒状組織の焼入材の S. B が最も小さく、層状組織を最も多く含む炉冷材の S. B が最も大きい。板厚の増加によって加工直後の S. B が小さくなっているがこれはいずれの加工の場合にも表面層は塑性変形をしており当然である。また加工後は時間経過による S. B の変化量は板圧の大きい 3 mm のものが、板厚の小さい 1 mm のもののそれに比べて極めて小さく、S. B が一定値に近づく時間も約 8 hr で板厚 1 mm のものの 300 hr と比較にならぬほど短時間である。これは後述するように、厚板に対しては加工材に生じた残留応力による曲げモーメントが不足するためと考えられる。

3.2 加工材の残留応力

本実験に用いた試験片の粒状組織は直径 $1\mu\text{m}$ 前後の微細粒であるが、焼入材、焼鈍材および炉冷材のいずれについても、加工後の時間経過によって S. B を増加している。しかし市販の板厚 1 mm のアルミニウム板を 400°C で焼鈍して、加圧力 200 kgf、加圧時間 10 sec で実測した S. B は 0.21~0.23 程度の値で、曲げ加工後の経過時間による変化は認められなかった。このような差異が加工後の時間経過による材料

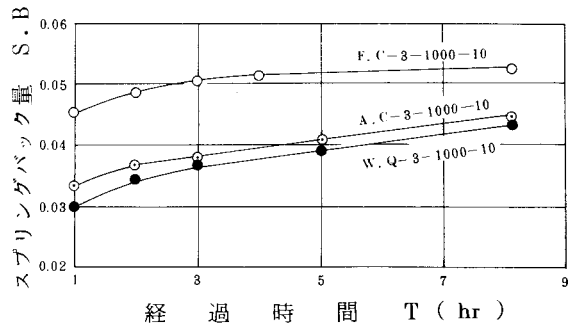


図6 スプリングバック量と経過時間の関係

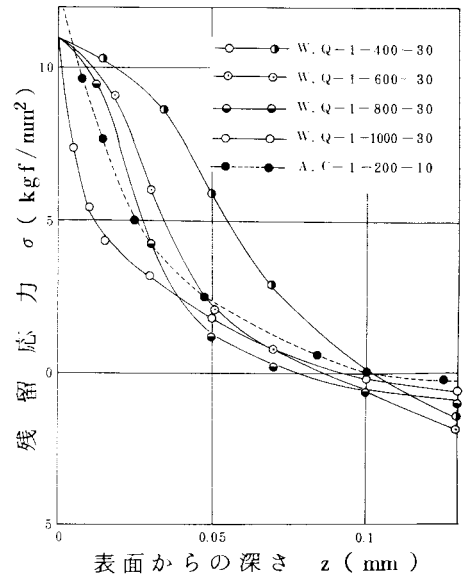


図7 加圧力を変化した場合の残留応力の分布

の内部組織の安定化のために、残留応力の分布状態に変化を生じると考えられるので、加工材の残留応力を測定した。

焼入材を加圧力を変化して曲げ加工したときの残留応力の分布状態を図7に示す。これによると、試料表面の残留応力は常に材料の流動応力までに達しているが、加圧力が大きいほど表面近傍の残留応力が小さくなっている。

次に加圧力を800 kgfに一定として、焼入材、焼鈍材および炉冷材を曲げ加工したときの残留応力の分布状態を図8に示す。これによるといずれの材料でも、表面の残留応力はそれぞれの材料の流動応力に達している。また表面近傍の残留応力は、微細粒状の焼入材で最小で、層状組織の最も多い炉冷材で最大になっている。

これらのことから、加工材のS.Bおよび時間経過に伴うS.Bの変化について次のように考えられる。すなわち、微細粒状組織のものは超塑性的変形をして、結晶粒の形状変化は少なく、変形の大部分を粒界切りや結晶粒の回転によっておこなうので、残留応力は小さくなる。しかし、層状組織の部分はこのような変形が許されず、結晶粒形を変えながら塑性変形するので、結晶内部や粒界にひずみを残し、その結果残留応力が大きくなる。したがって残留応力による曲げモーメントは焼入材で最小で、炉冷材で最大となるが、一方変形抵抗は焼入材が最小で、炉冷材が最大であるから、加工後の時間経過によるS.Bの変化は大きな差異を生じないが、時間の経過とともにS.Bは次第に大きくなると考えられる。

このようにS.Bが経過時間とともに変化すれば、経過時間の増加によって残留応力がどのように変化するかを測定すれば、S.Bと残留応力の関係が更に明らかになるが、残留応力の測定は複雑でその精度を高めることが極めて困難であるので、曲げ加工したものを室温および100℃で保持して、時間経過による湾曲部中央の高さの減少量を測定して、その結果を図9に示す。これによればいずれの温度でも焼鈍時間の増加によって高さの減少量を増加しており、その値は焼入材のものよりも焼鈍材のものが大きく、図2、図3などの傾向と一致している。すなわち残留応力を解放しながらS.Bを増加している。それ故に同一材料では焼鈍温度の高いものが急速に高さの減少量を増加している。

§4 結 言

超塑性を示す共析組成のZn-Al合金(焼入材)と超塑性を示さない同合金(焼鈍材)について、種々の加工条件で曲げ加工をおこない、スプリングバックについて調べて次のような結果を得た。

- (1) 焼入材および焼鈍材のスプリングバック量は加圧力および加圧時間の増加によって減少する。
- (2) 同一条件下では、焼入材のスプリングバック量は焼鈍材のそれよりも常に小さい。
- (3) 両材とも、加工後の時間経過によって、残留応力を解放しながらスプリングバック量を増加する。

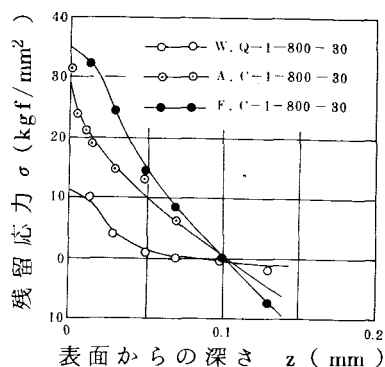


図8 残留応力の分布

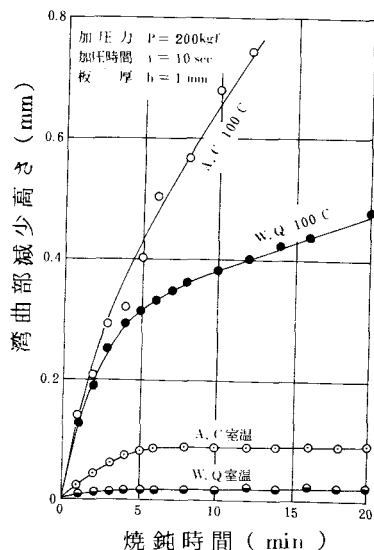


図9 湾曲部中央の高さの減少量と焼鈍時間の関係

- (4) 同一条件下では、焼入材の残留応力は焼鈍材のそれよりも常に小さい。

文 献

- (1) 大下，武井：日本金属学会誌，**35**(1971)，1120.

(昭和58年4月15日受付)

円管内乱流脈動流れにおける

うず動粘度分布の実験的研究

(機械工学科)	京	免	進
(大阪大学)	井	口	学
(大阪大学)	近	江	宗
(大阪大学)	碓	井	建
			夫

Experimental Study of Eddy Viscosity Distribution
in Pulsating Pipe Flow

(Dept. Mech. Eng.)	Susumu KYOMEN
(Osaka Univ.)	Manabu IGUCHI
(Osaka Univ.)	Munekazu OHMI
(Osaka Univ.)	Tateo USUI

The eddy viscosity distribution for a steady pipe flow is well known and many models are presented, while for a pulsating flow the variation of eddy viscosity is little known. The purpose of this paper is to investigate the eddy viscosity distribution in a pulsating pipe flow with different frequencies through measurements of $\overline{u'v'}$ by means of an X-wire probe. At a frequency range of 0.292 Hz to 2.08 Hz, the eddy viscosity distributions $\varepsilon/(\bar{u}^*R)$ are not the same as those of a steady flow. The distributions of $\overline{u'v'}$ are also presented.

1. 緒 言

円管内乱流定常流れの速度分布を解析するにあたっては、通常うず動粘度 ε の含まれた運動方程式を解く。そのため、今までに ε に対して多くのモデルが提案されている。^{(1)~(7)} この概念は、乱流脈動流れにも準用されて、解析的⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁷⁾あるいは数值的^{(8)~(10)}な計算が行われてきた。しかしながら、脈動流れにおける ε の分布則がまったく分かっていなかったために、すべて定常流れの分布則に依拠したモデルを使用せざるを得なかった。ところが、これらのモデルは欠点が多く、物理的にみて妥当と思われるものはただ一つしかない。^{(8)~(10)}しかし、このモデルも適用範囲は ω' が小さい場合に限られており、 ω' が大きくなると不都合な点が現われることをわずか2件ではあるが、以下に示す実験結果⁽¹¹⁾⁽¹²⁾が示している。

Mizushina ら⁽¹¹⁾の実験は、脈動流れの ε をはじめて測定した点が評価されるが、周波数範囲は狭く、しかも ε を求める際に必要なレイノルズ応力 $\rho_0 \overline{u'v'}$ をIプローブによる管軸方向速度の測定値と圧力こう配の測定値とから算出しており、 $\overline{u'v'}$ を直接測定していない点に不満が残る。最近 Shemer - Wygnanski⁽¹²⁾はXプローブを用いて $\overline{u'v'}$ を直接測定し、時間遅れを考慮した ε のモデルを提案し

たが、彼らの実験も非常に限られた周波数と唯一の時間平均レイノルズ数 $Re_u = 4000$ で行われたものであって、一般性に乏しい。また ε のモデルも着眼点はよいが、彼ら自身も認めているように、精度が悪い。したがって、文献(8)に示したモデルの適用範囲を解明するにしても、あるいはもっと適用範囲の広い別の合理的なモデルを作製するにしても、何はともあれ実験データの蓄積を必要とする。

このような認識のもとに、本報告では円管内乱流脈動流れにおいて、Xプローブ、RMS電圧計などを用いて直接 $\overline{u'v'}$ を求める方法を取り、脈動周波数を種々に変えて、うず動粘度 ε の挙動を調べた。

2. 記号

本報で用いたおもな記号はつぎのとおりである。

A_1 : 速度振幅比 $= u_{m,os,1} /u_{m,ta}$	λ : 定常管摩擦係数
E_A, E_B : Xプローブの熱線風速計から RMS電圧計を通した各々の 熱線の電圧値	ν : 動粘度
R : 管半径	ρ_0 : 定数として扱う密度
Re : レイノルズ数 $= 2R\bar{u}_m/\nu$	τ_w : 壁面せん断応力
Re_u : 脈動流れの時間平均のレイノルズ数 $= 2Ru_{m,ta}/\nu$	ω : 角周波数
r : 半径方向座標	ω' : 無次元角周波数 $= \omega R^2/\nu$
u : 管軸方向速度	添字はか
\bar{u}^* : 摩擦速度 $= \sqrt{ \bar{\tau}_w /\rho_0}$	m : 管横断面平均値を表す
v : 半径方向速度	os, ta : 脈動流れの変動成分および1周期にわたる時間平均値を表す
$y^+ = \bar{u}^* y/\nu$ ($y = R - r$)	1: 基本波を表す
ε : うず動粘度	$-$: 短時間平均した量を表す
ε_q : 擬定常うず動粘度	$'$: 乱れ成分を表す

3. 関係式と ε の評価方法

レイノルズ応力 $\rho_0 \overline{u'v'}$ と うず動粘度 ε との関係を表す式

$$\rho_0 \overline{u'v'} = -\rho_0 \varepsilon (d\bar{u}/dr) \quad (1)$$

を摩擦速度

$$\bar{u}^* = \sqrt{|\bar{\tau}_w|/\rho_0} \quad (2)$$

と管半径 R を使って無次元化した後整理すれば、次式

$$\frac{\varepsilon}{\bar{u}^* R} = -\frac{\overline{u'v'}}{\bar{u}^{*2}} \left/ \left\{ \frac{d(\bar{u}/\bar{u}^*)}{d(r/R)} \right\} \right. \quad (3)$$

が得られる。ところで定常流れでは、管壁のごく近傍を除いて

$$\frac{\overline{u'v'}}{\bar{u}^{*2}} = \frac{r}{R} \quad (4)$$

と近似できるので、式(3)も次式のように近似することができる。

$$\frac{\varepsilon}{\bar{u}^* R} = \left(\frac{r}{R} \right) / \left\{ \frac{d(\bar{u}/\bar{u}^*)}{d(r/R)} \right\} \quad (5)$$

ε を評価するためには、式(3)を利用し、 $\overline{u'v'}$ と速度分布 \bar{u}/\bar{u}^* を測定すればよいことになる。ここで \bar{u}^* は式(2)の $\bar{\tau}_w$ の値を知れば決定することができる。 $\bar{\tau}_w$ の値は、速度 \bar{u} と圧力 \bar{p} の測定値から $d\bar{u}_m/dt$ と $d\bar{p}/dx$ の値を計算し、これらを非圧縮性流体の運動量の式

$$\frac{d\bar{u}_m}{dt} + \frac{1}{\rho_0} \frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{2\bar{\tau}_w}{\rho_0 R} = 0 \quad (6)$$

に代入することによって求めた。管横断面平均速度 \bar{u}_m は $\bar{u}_m = \int_0^1 \bar{u} d(r/R)^2$ を図式積分することにより、式(6)の $d\bar{u}_m/dt$ および式(3)の $d(\bar{u}/\bar{u}^*)/d(r/R)$ はそれぞれ \bar{u}_m および \bar{u}/\bar{u}^* を図式微分することによって求めた。また、比較のため速度分布 \bar{u}/\bar{u}^* の測定値から式(5)に基づいて ε を求める方法も採用し、これから得られる ε を ε_q で表し、これを擬定常うず動粘度とよぶことにする。

4. 実験装置および測定方法

4.1 実験装置

試験管路は著者らの一部が前に報告したものと同一である。⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ 流体としては空気を用い、内径 $D = 2R = 0.0504$ m、管路長さが 6.84 m の黄銅管を水平に設置し、管入口で回転弁により脈動を発生させ、入口から 4.62 m (脈動周波数 $f = 0.00217$, 2.08 Hz の場合は 6.12 m) の位置で I プローブにより速度分布の測定を、6.12 m の位置で X プローブにより $\overline{u'v'}$ の測定を行った。

4.2 圧力と速度の測定法

入口から 1.12 m の位置から管軸方向に 0.5 m の間隔をおいて計 11 箇所の管横断面に、半導体形圧力変換器を設置して圧力を測定した。圧力こう配は、各測定断面で得られた圧力から 1 周期を 12 等分した各位相について、最小自乗法を適用して求めた。速度は管壁側を詳しく調べるように設定した 17 箇所の半径位置で測定し、1 周期を 12 等分した各位相の値を求めた。

4.3 $\overline{u'v'}$ の測定

$\overline{u'v'}$ は X プローブを用いて 8 箇所の半径位置で測定した。X プローブの 2 本の熱線から熱線風速計、リニアライザを経た出力値は $\alpha u + \beta v$, $\alpha u - \beta v$ (α, β : 定数) と表され、これを RMS 電圧計に通して得られる値は、 $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$ の関係を用いると、それぞれ $E_A = \sqrt{(\alpha \bar{u}' + \beta \bar{v}')^2}$, $E_B = \sqrt{(\alpha \bar{u}' - \beta \bar{v}')^2}$ となり、これから $\overline{u'v'} = (E_A^2 - E_B^2)/(4\alpha\beta)$ が得られる。したがってレイノルズ応力項は

$$\frac{\overline{u'v'}}{\bar{u}^{*2}} = \frac{c(E_A^2 - E_B^2)}{\bar{u}^{*2}} \quad (7)$$

と表される。ここで $c = 1/(4\alpha\beta)$ は計測器の調整

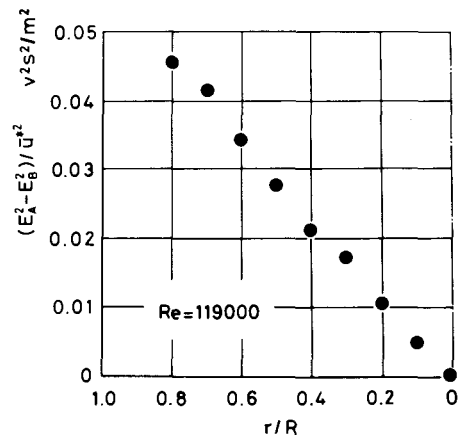


図1 $(E_A^2 - E_B^2)/\bar{u}^{*2}$ の分布 (定常流れ)

状態により決まる定数であり、その値は次のようにして定めた。定常乱流の場合、管壁のごく近傍を除き、式(4)が成立するから、この式と式(7)から次式が得られる。

$$c = \frac{r/R}{(E_A^2 - E_B^2)/\bar{u}^{*2}} \quad (8)$$

この値について、定常流れで調べたところ、図1に示すように $(E_A^2 - E_B^2)/\bar{u}^{*2}$ の測定値は原点を通る直線分布を示すことから、 c は一定値をとることが分かった。したがってあらかじめ定常流れの測定を行って c の値を決定し、この値を脈動流れの場合にも適用した。

つぎに $\overline{u'v'}$ の測定値であるが、この値も1周期を12等分した各位相で求める。しかし RMS 電圧計の最小積分時間が0.3秒のため、精度よい瞬時値を得るには脈動流れの周波数 f は、 $f = 1/0.3 \approx 3.3 \text{ Hz}$ よりも十分小さくしなければならない。本実験周波数は、 $f = 0.00217 \sim 2.08 \text{ Hz}$ であるが、2.08 Hz の場合に熱線風速計の出力を直接 RMS 電圧計に接続したのでは、1周期あたり12個の値を読み取っても瞬時値とはならない。そこで $f = 2.08 \text{ Hz}$ はもとより、0.292 Hz 以上の周波数では熱線風速計の出力を一度データレコーダに収め、これを1/20のテープ速度で出力し、RMS電圧計に入力することによって各瞬間の値を読み取った。

5. 実験結果および考察

5.1 定常流れ

ここには示さないが、種々のレイノルズ数において測定した速度分布は、1/7乗則および対数速度分布とよく一致している。したがって、測定区間の速度分布は十分発達していることになる。うず動粘度 ε の分布については、従来の結果⁽¹⁾⁽¹⁵⁾⁻⁽¹⁷⁾を図2に、本実験結果を図3に示す。本測定値は従来の結果とはほぼ一致し、 $r/R \approx 0 \sim 0.8$ では $\varepsilon/(\bar{u}^* R)$ 値にレイノルズ数の依存性はみられない。

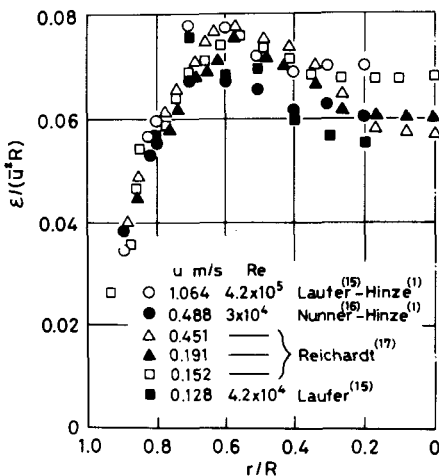


図2 うず動粘度の分布 (定常流れ, 従来の結果)

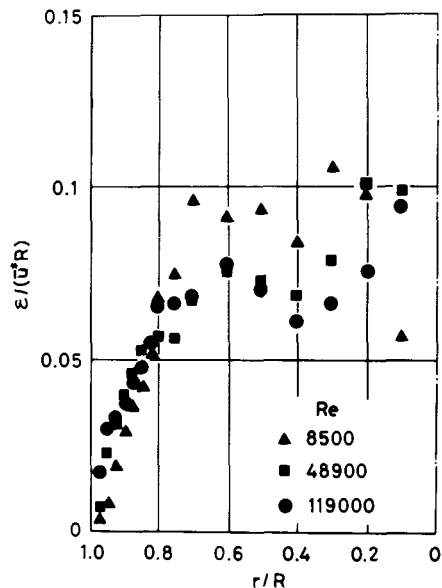


図3 うず動粘度の分布 (定常流れ)

5.2 脈動流れ

本実験は、時間平均レイノルズ数をほぼ一定 $Re_{ta} \approx 65000$ ，速度振幅比を $A_t \approx 0.8$ にして、脈動周波数を $f = 0.00217 \sim 2.08 \text{ Hz}$ ($\omega' = \omega R^2/\nu = 0.566 \sim 548$) と変化させた。

まず、最も低い周波数の 0.00217 Hz ($\omega' = 0.566$ ， $Re_{ta} = 62500$) の場合について、図4に脈動1周期の12個の各位相における管横断面上速度分布を、図5に対数速度分布を示す。ただし、この周波数および図10の対数速度分布図の場合のみ、 \bar{u}^* は各瞬間に定常流れが成立するものと仮定して $\bar{u}^* = \bar{u}_m \sqrt{\lambda/8}$ ， $1/\sqrt{\lambda} = 2 \log_{10}(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8$ から計算した。 \bar{u}/\bar{u}^* の測定値は対数速度分布によく乗っている。 $\epsilon/(\bar{u}^*R)$ の分布を図6に示す。管壁近傍 ($r/R > 0.8$) の測定値を示していないのは、Xプローブ形状の制約によって、プローブのそう入が困難なためであり、また管中心 ($r/R = 0$) の測定値がないのは、式(3)において $d(\bar{u}/\bar{u}^*)/d(r/R)$ が速度分布の対称性により零となるからである。 $\epsilon/(\bar{u}^*R)$ 値は多少の幅はあるものの各瞬間に定常流れの分布(図2, 3参照)にはば一致している。また ϵ/ϵ_q を図7に示すが、その値は1周期にわたってほぼ1近傍に存在している。以上のことから、 0.00217 Hz の流れは各瞬間に定常流れの関係が成立する状態すなわち擬定常状態にあることがわかる。ここでは示さないが、 0.0318 Hz ($\omega' = 7.72$ ， $Re_{ta} = 67500$) の場合も擬定常状態の成立がみられた。

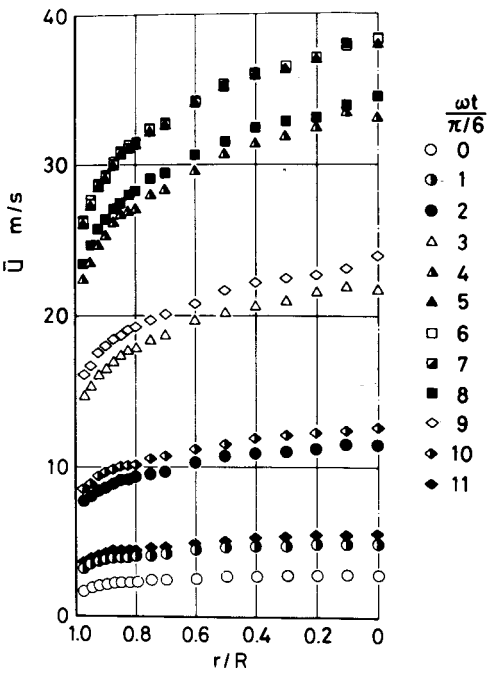


図4 管横断面上速度分布(0.00217 Hz)

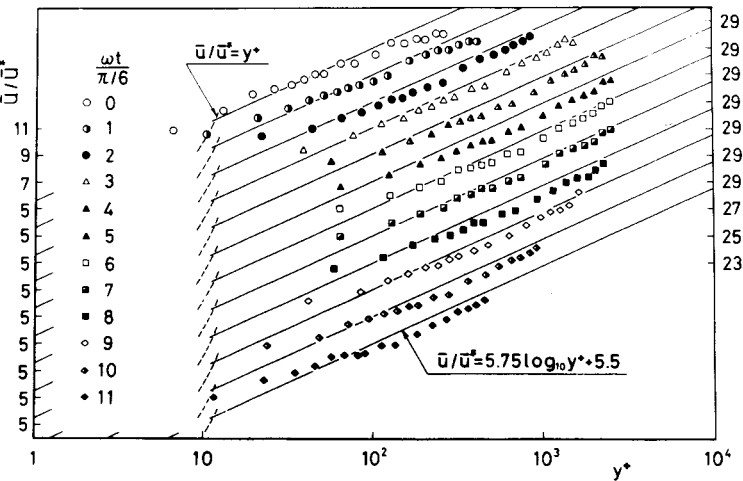


図5 対数速度分布(0.00217 Hz)

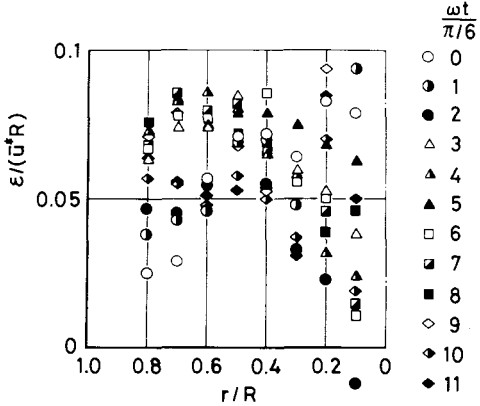


図6 うず動粘度の分布 (0.00217Hz)

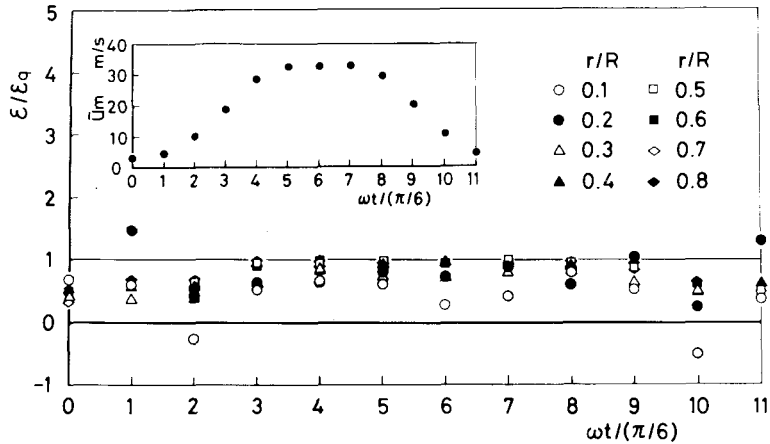


図7 $\varepsilon/\varepsilon_q$ の分布 (0.00217Hz)

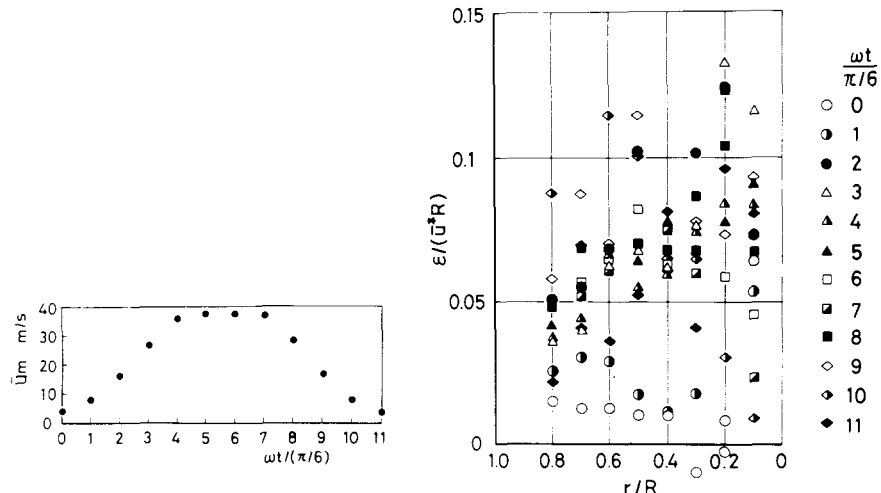


図8 うず動粘度の分布 (0.292Hz)

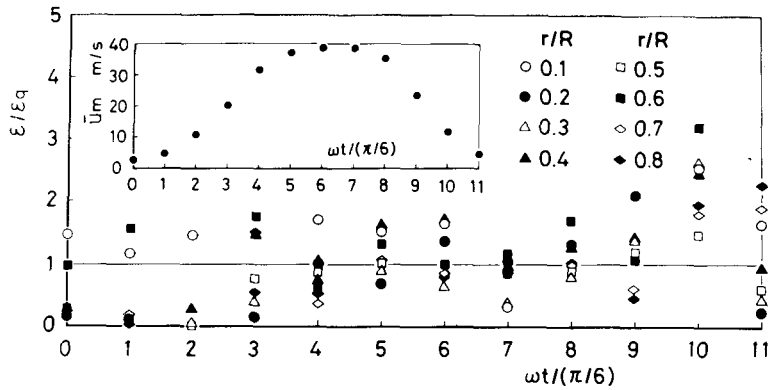
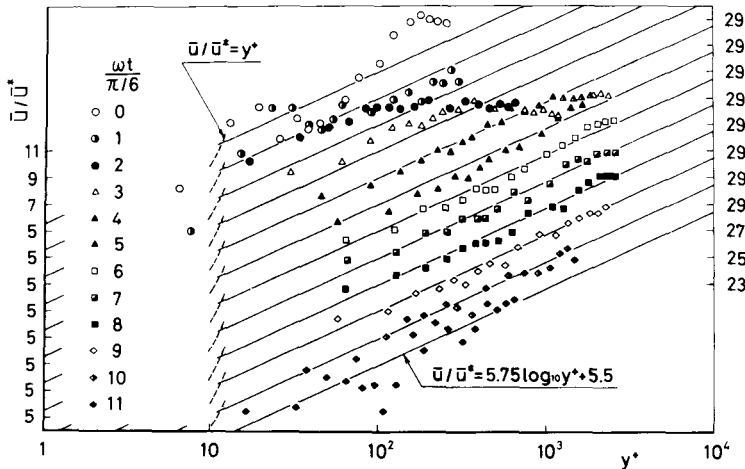
図9 $\varepsilon/\varepsilon_q$ の分布 (0.627 Hz)

図10 対数速度分布 (2.08 Hz)

つぎに、0.292 Hz ($\omega' = 71.6$, $Re_w = 66500$) の $\varepsilon/(\bar{u}^*R)$ 、0.627 Hz ($\omega' = 154$, $Re_w = 67000$) の $\varepsilon/\varepsilon_q$ をそれぞれ図8, 9に示す。図8において $\varepsilon/(\bar{u}^*R)$ の変動幅は 0.00217 Hz と比べるとやや大きくなる傾向が、図9では $\varepsilon/\varepsilon_q$ は加速域では1よりわずかに小さく、減速域では逆に1よりわずかに大きくなる傾向がみられる。以上のように、これらの周波数では流れは擬定常状態からはずれつつあるといえる。

最後に、2.08 Hz ($\omega' = 548$, $Re_w = 62900$) の実験結果を示す。図10において、 \bar{u}/\bar{u}^* の測定値と対数速度分布とのずれは顕著である。うず動粘度の分布を図11に示すが、 $\varepsilon/(\bar{u}^*R)$ 値は 0.292 Hz の場合よりも変動幅が非常に大きくなり、負の値も一部みられる。また図12の $\varepsilon/\varepsilon_q$ 値は、加速域 [$\omega t/(\pi/6) \approx 2 \sim 5$] で1より小さく、減速域 [$\omega t/(\pi/6) \approx 9 \sim 11$] で1より大きくなっている。なお、 $\varepsilon/(\bar{u}^*R)$ の分布における負値の存在は、Mizushimaら⁽¹¹⁾の実験結果 ($\omega' \approx 440$, $Re_w = 10^4$) においてもみられる。

ところで、Shemer-Wygnanski⁽¹²⁾の実験結果との比較を行うために、 $\overline{u'v'}$ の時間平均値、基本波振幅、位相を図13～15に示す。ハッチングで示した彼らの実験結果は $f = 0.746$ Hz ($\omega' \approx 81$, Re_w

$=4000$)で、速度振幅比 A_1 を $0, 0.2, 0.35$ と変化させて得られたものである。ただし、位相差に関する彼らの測定値は、その基準とした圧力の選定に一般性がなく疑問が残るため、ここでは採用しない。

図13, 14において、無次元化した $\overline{u'v'}$ の時間平均値と基本波振幅は、本実験範囲においては多少のばらつきはあるものの、それぞれ式(4)の関係を満たしており、周波数の影響はみられない。しかし、図15に管横断面平均速度 \bar{u}_m を基準にして描いた位相差

$\angle(\overline{u'v'})_{os,1} - \angle\bar{u}_{m,os,1}$ は、 $f \geq 0.292\text{Hz}$ のとき負値をとる。すなわち $\overline{u'v'}$ は周波数の増加とともに \bar{u}_m より遅れて変動することになる。Shemer-Wygnanski の実験結果は、時間平均値、基本波振幅とも本実験結果よりも小さい値をとるが、これは彼らの時間平均レイノルズ数が非常に小さいために、分子粘性の影響が現われたためである。

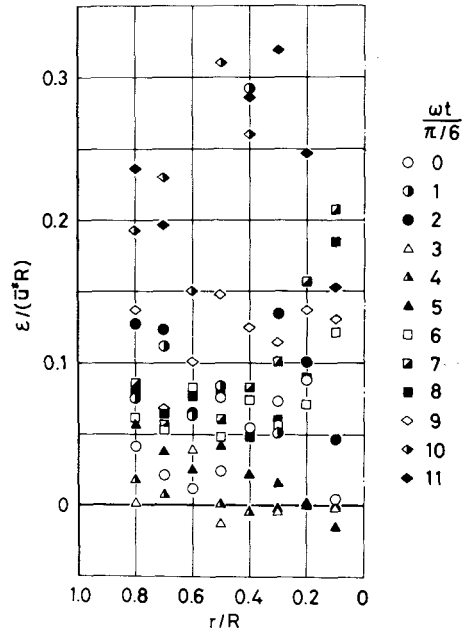


図11 うず動粘度の分布 (2.08 Hz)

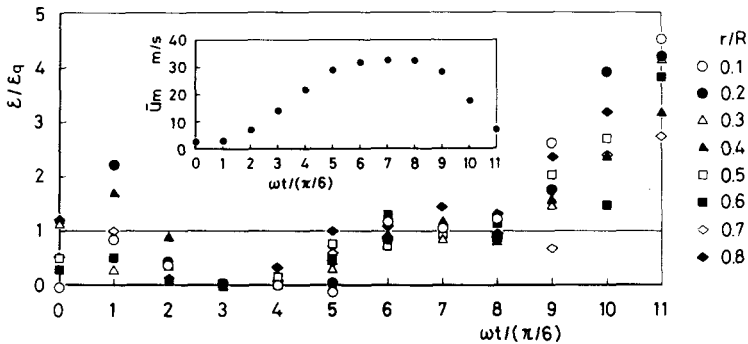
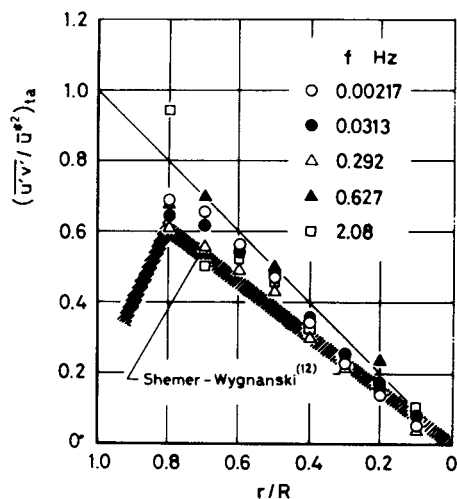
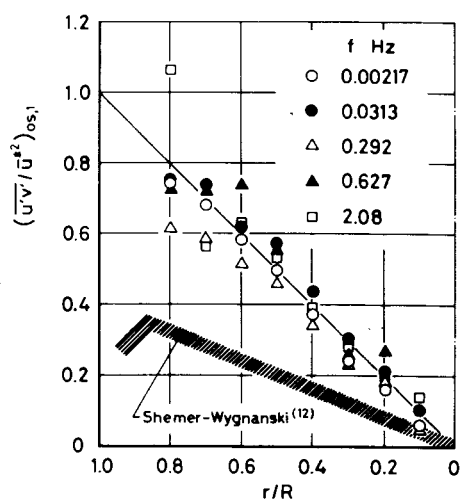
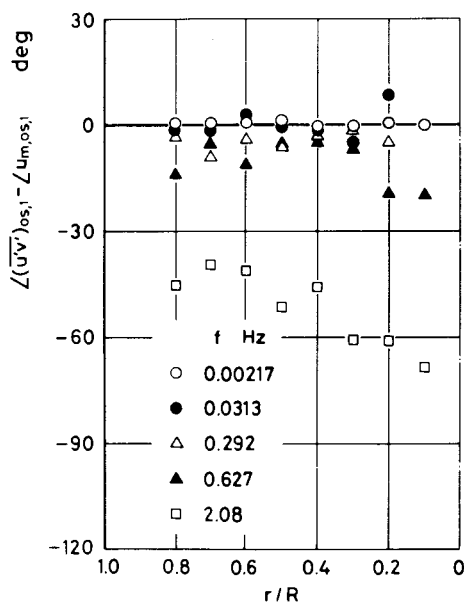


図12 $\varepsilon/\varepsilon_q$ の分布 (2.08 Hz)

6. 結 言

(1) うず動粘度 $\varepsilon/(\bar{u}^*R)$ の分布は、 $f=0.00217\sim0.0313\text{Hz}$ ($\omega'=0.566\sim7.72$) においては、各瞬間に定常流れの分布とはほぼ一致する。すなわちこの周波数範囲では、乱流擬定常流れが成立している。 $f=0.292\sim0.627\text{Hz}$ ($\omega'=71.6\sim154$) では、 $\varepsilon/(\bar{u}^*R)$ の分布形状は定常流れからずればじめ、2.08 Hz ($\omega'=548$) では定常流れの分布とは非常に異なった分布をとる。このとき $\varepsilon/\varepsilon_q$ の値は加速域で1より小さく、減速域で1より大きい。

図 13 $(\overline{u'v'}/\bar{u}^{*2})_{1a}$ の分布図 14 $(\overline{u'v'}/\bar{u}^{*2})_{os,1}$ の分布図 15 $\angle(\overline{u'v'})_{os,1} - \angle u_{m,os,1}$ の分布

(2) $\overline{u'v'}/\overline{u'^2}$ の分布については, Shemer-Wygnanski⁽¹²⁾ の実験結果と比較した。本実験結果は, $\overline{u'v'}/\overline{u'^2}$ の時間平均値, 基本波振幅とも, 本整理法を用いると周波数の依存性をほとんど示さず, 定常流れの分布にはほぼ一致したが, 位相差は $f \gtrsim 0.292\text{Hz}$ の場合, 負値をとり, 周波数の増加にしたがい増加した。 $\overline{u'v'}/\overline{u'^2}$ の時間平均値, 基本波振幅において, Shemer-Wygnanski の結果は本実験結果よりもかなり小さい値をとった。これは彼等の実験した Re_u が 4000 と非常に小さいために, 分子粘性の影響が現われたためである。

おわりに本研究に協力された梯晃一郎氏に感謝の意を表する。また本研究の一部は, 文部省科学研究費によった。ここに記して感謝の意を表する。

文 献

- (1) Hinze, J. O., Turbulence, (1975), 724, McGraw-Hill.
- (2) Попов, Д.Н., Из. ВУЗ Машиностроение, **12**-9 (1969), 89.
- (3) Brown, F. T., Margolis, D. L., and Shah, R. P., Trans. ASME, Ser. D, **91**-4 (1969), 678.
- (4) 近江・碓井, 日本機械学会論文集, **41**-347 (昭 50), 2030.
- (5) Kleinstein, G., AIAA J, **9**-8 (1971), 1626.
- (6) Mei, J. and Squire, W., AIAA J, **10**-3 (1972), 351.
- (7) 喜多・足立・広瀬, 日本機械学会論文集, **45**-397, B (昭 54), 1243.
- (8) 近江・京免・碓井, 日本機械学会論文集, **43**-375 (昭 52), 4109.
- (9) 近江・京免・碓井, 日本機械学会論文集, **46**-405, B (昭 55), 829.
- (10) 近江・京免・碓井, 日本機械学会論文集, **47**-424, B (昭 56), 2282.
- (11) Mizushima, T., Maruyama, T., and Shiozaki, Y., J. Chem. Eng. Japan, **6**-6 (1973), 487.
- (12) Shemer, L. and Wygnanski, I., 3rd Symposium on Turbulent Shear Flows, Univ. California, California, (1981), 8. 13.
- (13) 近江・碓井・田中・外山, 日本機械学会論文集, **41**-349 (昭 50), 2632.
- (14) 近江・井口・碓井・南, 日本機械学会論文集, **46**-404, B (昭 55), 619.
- (15) Laufer, J., NACA TR, No. 1174 (1954), 417.
- (16) Nunner, W., VDI-Forsch. - h., **22**-455 (1956), 1.
- (17) Reichardt, H., Z. AMM, **31**-7 (1951), 208.

(昭和58年4月15日受付)

有限要素法を使用した平歯車の温度分布

(機械工学科) 野 原 稔

The Temperature Distribution in Spur Gears based on Finite Element Temperature Analysis

Minoru NOHARA

In lubrication problems, prediction of performance and failure of bearings and gears require a knowledge of bulk temperatures. In gears, the temperature in the conjunction zone between the meshing tooth face consists of two components, the bulk temperature of the gear and the flash temperature. Although the flash temperature theory is well developed, the uncertainties in predicting bulk temperatures make it less useful.

In this report, the finite element technique was employed in determining the bulk temperature on tooth facing by assuming a uniform convective heat transfer coefficient over the entire surface.

§ 1 緒 言

潤滑問題において、歯車やベアリング等の性能と損傷をあらかじめ知るためには、本体の表面温度を知る必要がある。歯車において、かみあい歯面間の接合領域における温度は、歯車の歯面温度と閃光温度よりなっている。閃光温度理論は非常に発達しているが、歯面温度を得るための不確かさが閃光温度理論を有効でなくしている。

本報においては、数値解法として広く利用されている有限要素法を使用し、歯車全体の表面をおおう対流係数を考えることにより、歯車の歯面温度を求める。

§ 2 記 号

k : 熱伝導率

h_t : t 面における対流係数

b : 歯幅

T : 歯面温度

q : 熱流束 (利得)

n : z 軸に対する法線座標

T_0 : 周囲の温度

R_0 : 歯先円半径

h_s : s 面における対流係数

R : 任意点の半径

§ 3 解析法と境界条件

定常熱伝導の解析に使用される方程式および境界条件は次のように与えられる。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_i(T - T_a) - q \quad (\text{かみあい歯面領域: } m)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_i(T - T_a) \quad (\text{非かみあい面, 歯底面および歯先面領域: } t)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_s(T - T_a) \quad (\text{歯車側面領域: } s)$$

$$T|_p = T|_q$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_p = \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_q$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_u = 0$$

実際の歯車は3次元で解析するのが妥当であるが, 計算機の容量および計算時間を考慮し, 歯車の厚さ方向を単位長さと考え2次元として解析した^{1,2)}

図1において示すように, 対流を受ける面はかみあい面を m , 非かみあい面, 歯先面および歯底面を t とする。また, 歯の側面 s における対流は解析の中に直接組み込まれないが, 側面 s の対流を t 面における対流を考慮して解析を行なう場合, 次のような二つの式が与えられている³⁾

$$H_s = h_s \cdot R_0^2 / k \cdot b$$

$$H_T = h_i \cdot b / h_s \cdot R_0$$

p 面と q 面は同一条件, u 面は断熱面である。

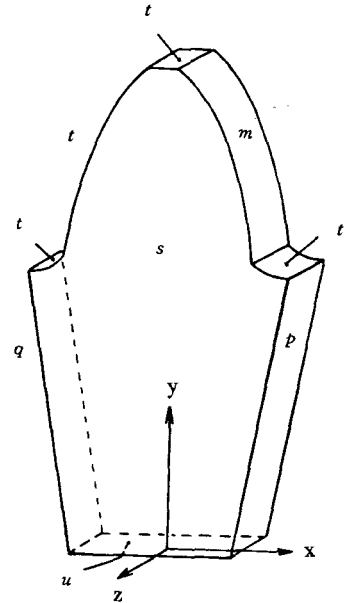


図1 境界条件の設定

§4 解析の範囲

解析の対称としてモジュール $m=4$, 小歯車の歯数 $z_1=18$, 大歯車の歯数 $z_2=40$ の歯数を選び, 図2に示すように, 歯車の歯の対称性より小歯車については $1/18$, 大歯車については $1/40$ の斜線部分を解析することにした。また, 前報⁴⁾において, 片持りを例にとり, 三角形要素の分割数および大きさが計算精度に与える影響を調べた結果を使用し, 解析対称の要素分割を行なった。これらの状態を図3, 4に示す。図3(a), 4(a)において示すように, 解析対称物を12箇の領域に分割することにより, 図3(b), 4(b)に示すような解析対称物の計算に必要なデータを自動的に得ることができる。

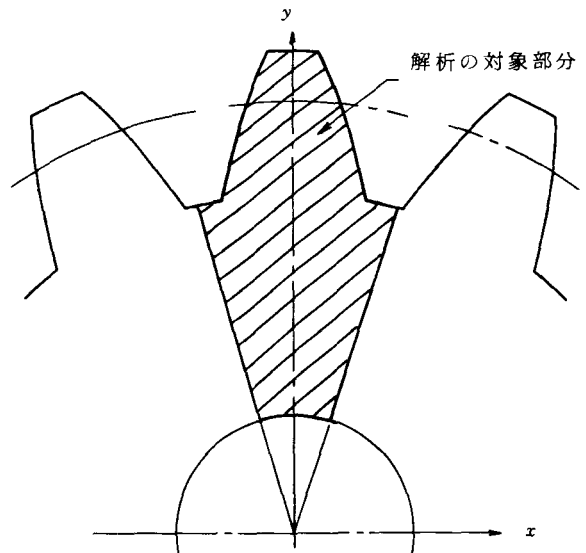


図2 歯車の解析対象部分

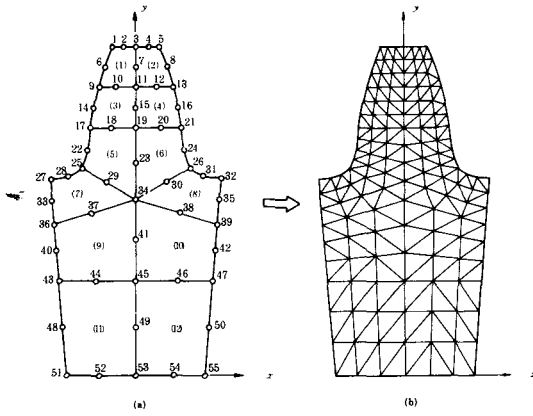


図3 大歯車の節点番号付けにより生じる領域分割

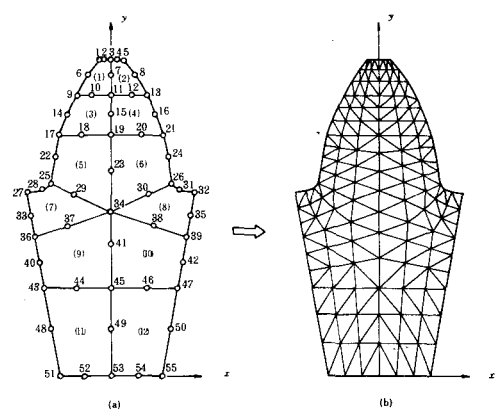


図4 小歯車の節点番号付けにより生じる領域分割

§ 5 解析結果

歯車の材質を鋼とすると、熱伝導率 $k_{xx}=k_{yy}=0.54\text{w/cm}\cdot\text{K}^5$ となる。いま油温 $T_o=30\text{K}$, $b=1\text{cm}$, 大歯車の場合 $R_o=8.4\text{cm}$, 小歯車の場合 $R_o=4.0\text{cm}$, $H_r=1$, $H_s=5$, 熱利得を 200w/cm^2 とした場合の熱利得の位置の変化による大歯車の温度分布を図6に示す。図5, 6においてわかるように、熱利得がA, B, C, D点と変化するにしたがって、歯車の温度分布の状態を知ることができる。

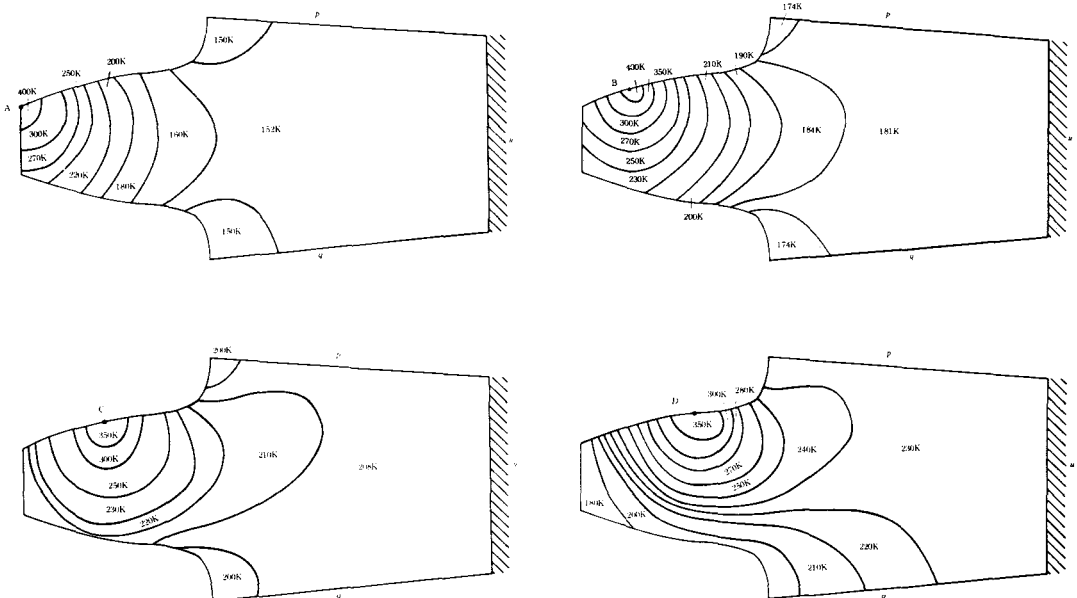


図5 大歯車の温度分布

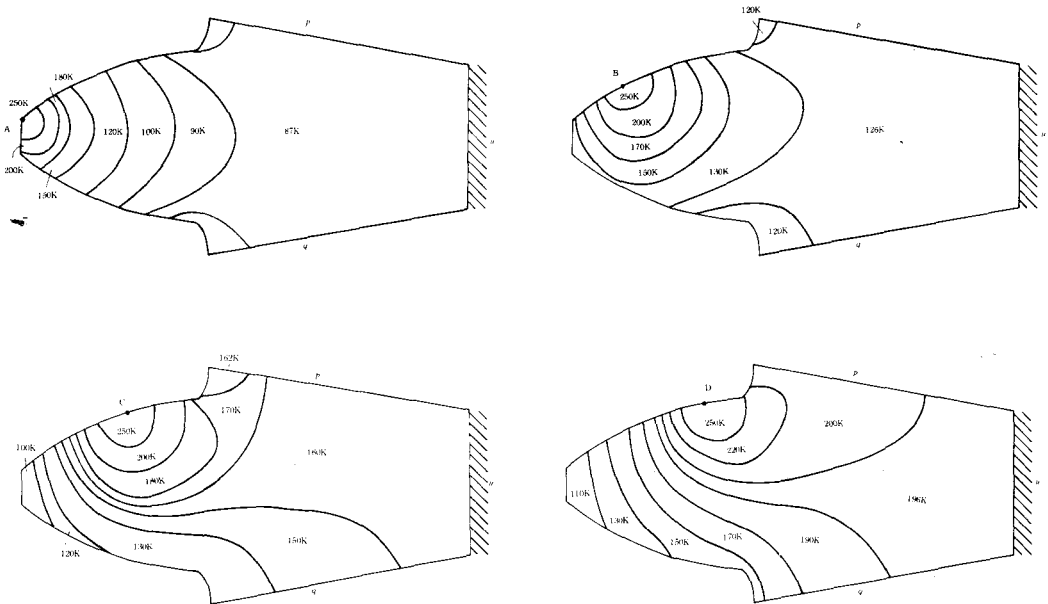


図6 小歯車の温度分布

§6 熱利得位置の変化に対する歯車内部の温度

従来、歯の変形には熱の影響による項が考慮されていないが、実際には油温の変化、潤滑法の違いおよびかみあいによる温度上昇等の熱の影響による変形も考慮されなければならない。

いま、熱利得 200 w/cm^2 , $k_{xx}=k_{yy}=0.54 \text{ w/cm} \cdot \text{K}$, $T_a=30 \text{ K}$ とした場合のかみあい面下 0.5 mm および非かみあい面下 0.5 mm におけるデータ点の位置と熱利得点の関係を図7に示す。図8, 9は大歯車の場合について、A, B, C, D点に熱利得がある場合のかみあい面下 0.5 mm および非かみあい面下 0.5 mm の場合の歯先から歯元にかけての温度変化を示している。図8, 9において、歯先に熱利得のある場合の $R/R_0 = 1$ の位置における温度差はおよそ 150 K あることがわかる。図10, 11は小歯車の場合について、A, B, C, D点に熱利得がある場合のかみあい面下 0.5 mm および非かみあい面下 0.5 mm の場合の歯先から歯元にかけての温度変化を示したものである。図10, 11において、歯先に、熱利得のある場合の $R/R_0 = 1$ の位置の温度差はおよそ 220 K となっている。また、歯先Aに熱利得がある場合の小歯車と大歯車の温度を歯先Aで比較すると、 95 K 程度小歯車の温度が低いことがわかる。このことは小歯車の方が大歯車より回転が高いため、対流損失が大きくなり小歯車の温度が下がるものと考えられる。

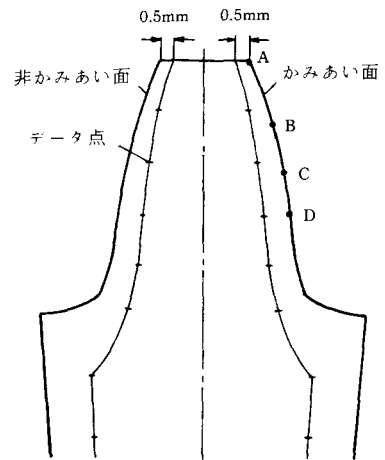


図7 熱利得位置とデータ点との関係

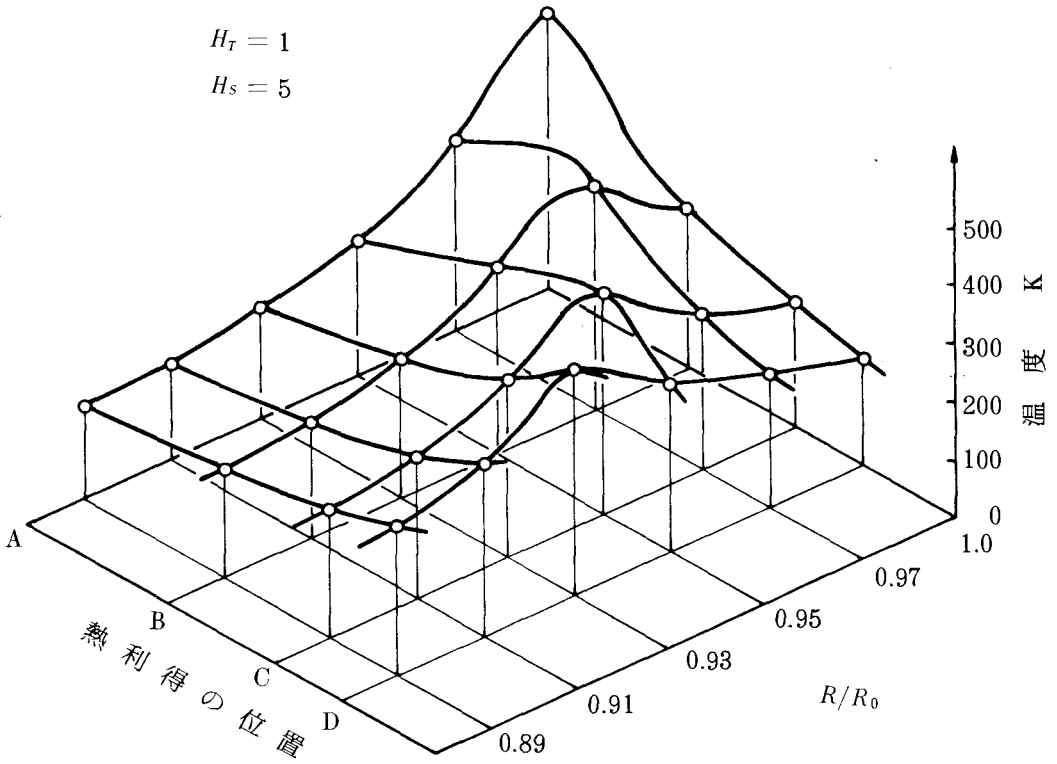


図8 大歯車の熱利得位置によるかみあい面下 0.5 mmの温度変化

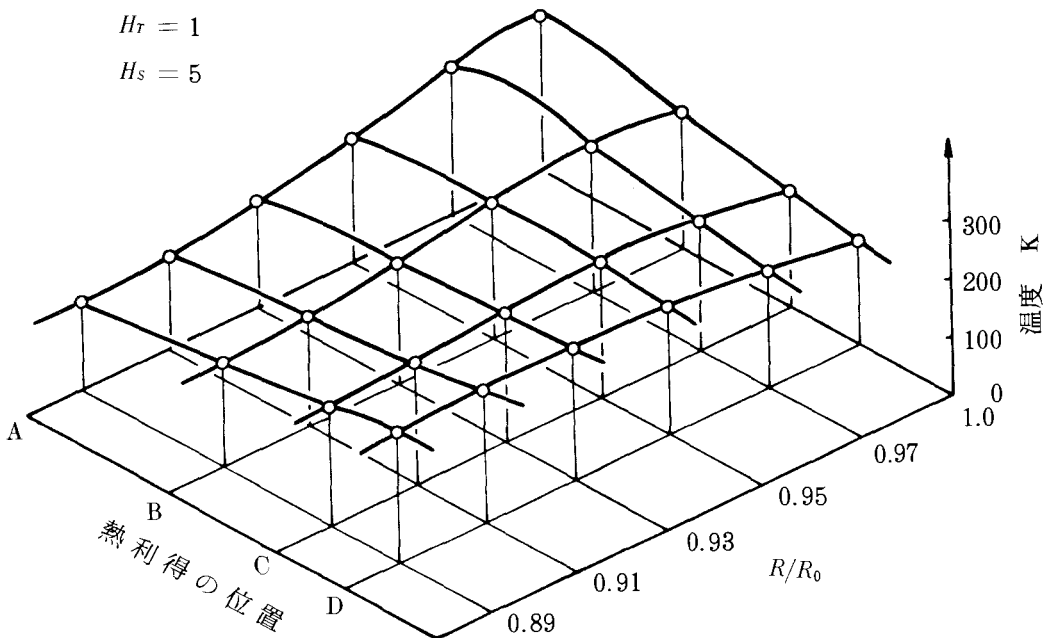


図9 大歯車の熱利得の位置による非かみあい面下 0.5 mmの温度変化

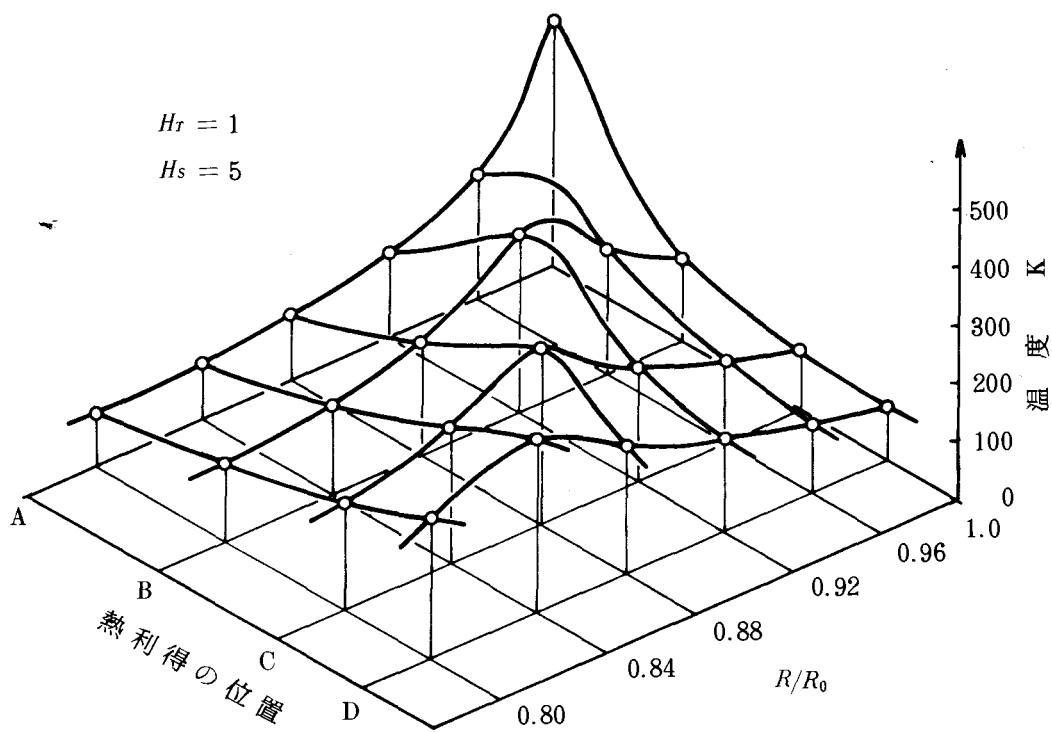


図10 小歯車の熱利得の位置によるかみあい面下0.5mmの温度変化

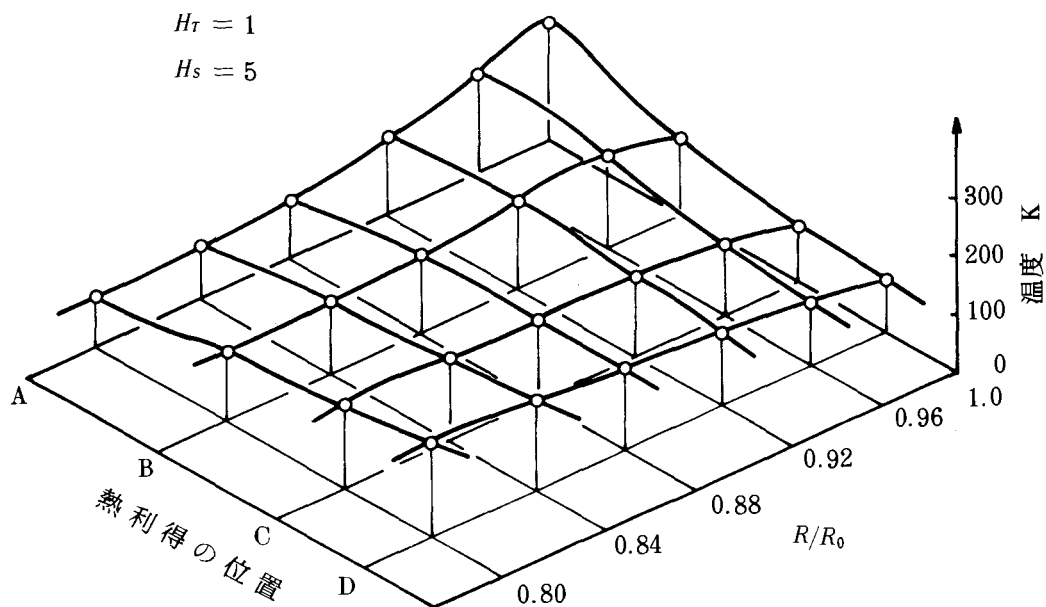


図11 小歯車の熱利得位置による非かみあい面下0.5mmの温度変化

§ 7 対流係数の変化に対する歯の温度変化

前述したように H_s , H_T と対流係数 h_i との関係式は次のように変形できる。

$$h_i = k \cdot H_T \cdot H_s / R_0$$

上式において、 h_i は H_T , H_s と比例関係にあるため h_i の増大、すなわち歯車の回転数の増大により、対流損失面から外部へ逃げる熱量が大きくなり、内部温度が下がることになる。図12は大歯車、図13は小歯車について、A点に熱利得 200 w/cm^2 がある場合の $H_s=2$ および5としたときの H_T の変化に対する、かみあい面下 0.5 mm の歯先から歯元付近にかけての温度変化を現わしている。図においてわかるように、 H_T の増大により歯面下の温度は下降するとともに、歯先付近より歯元付近にかけて緩やかな勾配でもって一様な温度に達していることがわかる。

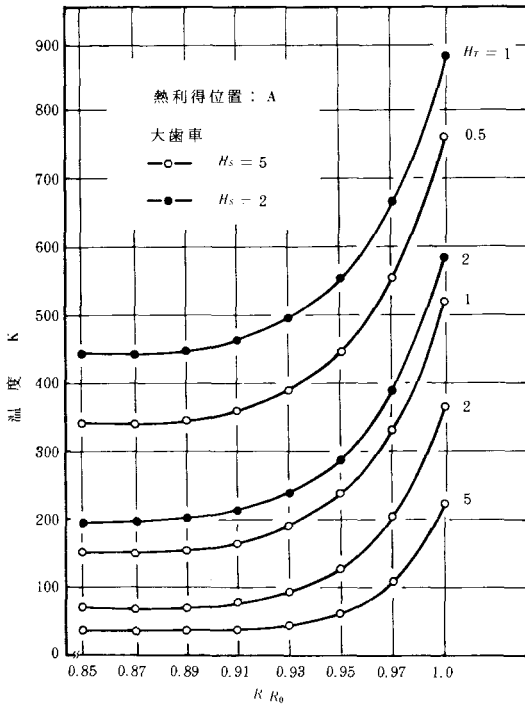


図 12 H_T の変化に対するかみあい面下 0.5 mm の温度変化

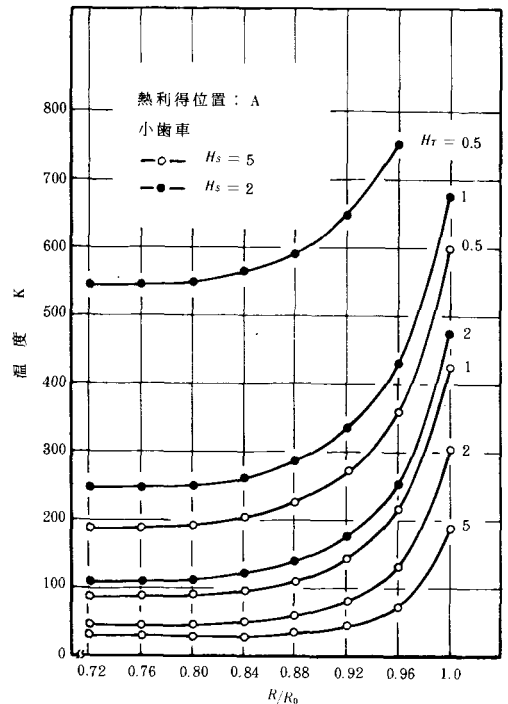


図 13 H_T の変化に対するかみあい面下 0.5 mm の温度変化

§ 8 結 言

有限要素法を使用し、歯車の温度分布状態を調べた結果次のような事がわかった。

- 1) 対流係数の変化に対する大歯車および小歯車の温度分布の状態を知ることができた。
- 2) 熱利得位置の変化に対する歯車の温度分布を知ることにより、かみあい面および非かみあい面付近の温度差を明らかにすることができた。
- 3) 対流係数中には、歯車の回転数、粘性係数、ヌセルト数の項を含んでいるが、粘性係数、ヌセルト数を一定と考えれば、対流係数の変化は歯車の回転数の変化と考えることができる。このことより、歯車の回転数が増加すれば歯車の温度が下がることがわかった。

文 献

- 1) L. J. Segerlind 著 (川井忠彦訳), 応用有限要素解析, (1980), 丸善
- 2) Zinkiewicz, O. C., The Finite Element Method, MacGraw-Hill, (1967)
- 3) N. Patir & H. S. Cheng: ASLE Trans., 22, 1 (1979) 25.
- 4) 野原, 呉高専研究報告, 18-1, (1982)
- 5) J. P. Holman 著 (平田 賢訳), 伝熱工学<上>, (1982), 丸善

(昭和58年4月15日受付)

電源波形による色見え方の変化の研究

(電気工学科) 原 田 一 彦

Studies of Change of Colors by Wave Shapes of Electric Sources

Kazuhiko HARADA

Voltage, electric current, frequency, and wave shapes are considered to be elements which have influence on artificial light sources. So we compared and examined the colors when voltage was changed, lighting the artificial light sources with electric source of sine and rectangle waves. We used an incandescent and three kinds of fluorescent lamps as light sources and objected seven colors' paper, red, orange, yellow, yellowgreen, gree, blue and purple.

The following results were obtained;

- (1) When, lighting the incandescent lamp with both electric sources, voltage was changed, almost the same change of colors was shown.
- (2) When, lighting three band luminescence lamps with electric source of rectangle wave, the least change of colors was shown. The change of colors by high color rendering fluorescent lamps was influenced more by wave shapes and voltage than that by general fluorescent lamps (white).

§ 1 緒 言

電源の照明用光源への影響を与える要素としては、電圧、電流、周波数および波形等が考えられる。本研究では、波形を取り上げ電源電圧の矩形波と正弦波を対象とした。このうち、矩形波電源による、蛍光ランプの色温度の変化、周波数と電圧による光束の変化、および演色評価色票による視感での色見え方の変化については既に発表した¹⁾。今回は、前回²⁾と同様の光電色彩計とマイクロコンピュータを使用して、正弦波と矩形波電源およびその電圧を変えた場合の色の見え方の変化を測定し、比較なげに検討をした。

光源には、白熱電球と普通形(白色)、高演色形および3波長域形の3種類の蛍光ランプを使用し、7色の色紙を対象物とした。

§ 2 色見え方

ある色光の色は、その分光組成より CIE の xy 座標を計算して色度図上に求め、これと白色点とを直線で結び、さらにスペクトル軌跡まで延長して主波長を求めることによって得られる。すなわち、この主波長の単色光の色と白色との加法混色と同じである。したがって、この色光の色の見え方は、白色が加わるから単色光の色が彩度を少し下げたものと考えられる。しかし、実際には直線上の色が

若干変っており、Aubert の現象（又は、Abney の現象）によると、同じに見える色光を色度図上にとると直線ではなく、少しカーブした曲線となる。

このほか、波長が 472nm の青、500nm の緑および 577nm のユニーク色相を除いて、同じ分光分布をもつ色光でも輝度が変わると色相が変化するという Bezold-Brücke 現象がある。また、同じ色でも視野が変われば、色の見え方が変わる現象もある。さらに、人間には色順応という物体色をいつも一定に保とうとする性質や、Benham のこまで有名な白黒の縞模様の円板を回転させると、色を感じるという現象がある。

このように、色覚現象は複雑で、定量的および定性的には勿論のことであるが、心理的な要素も多く含まれており、その面からの検討も極めて重要である。

§ 3 実験および吟味

光電色彩計（ミノルタカメラ製）およびマイクロコンピュータ（シャープ MZ-80C）は、引き続き前回と同じものを使用した。光電色彩計の受光素子はシリコンフォトセルで、分光感度は CIE 標準観測者感度近似 8 素子式である。

光源は、100V、100W の白熱電球と、普通形（白色）、高演色形および 3 波長域形の 20W 蛍光ランプである。これらを正弦波と矩形波の両電源で、前者は 110V～50V、後者は 130V～90V の範囲で 5V ずつ変化させ、赤、橙、黄、黄緑、緑、青および紫の 7 色の色紙の色の変化を測定した。

3・1 白熱電球

図 1 は、白熱電球を光源とした場合の結果である。この電球の光源色は、電圧を下げると赤味を増すから、どの色紙も色度図で x 軸の値が 0.3～0.4 付近で、 y 軸の値はほぼ平行に変化している。しかし、矩形波の緑、両電源の青および紫色は、 x の値がかなり変化している。波形による目立った相違はない。

3・2 普通形（白色）蛍光ランプ

図 2 は、普通形（白色）蛍光ランプを点灯したときの結果である。赤色は両電源とも x 値が大きく変化し、色度図では左から右へと直線的に下降している。橙色も正弦波の場合は同様の傾向であるが、矩形波では変化が小さく、0.3、0.55 付近に集中している。黄色は、矩形波の電圧が低い場合、 y の値が 0.7～0.8 に変わっている。黄緑色は矩形波電源の方が小さな変化で、正弦波では x 値はあまり変わらないが、 y の値が変化している。緑色と紫色は両電源とも変化が小さいが、青色は正弦波の方が小さな変化である。

3・3 高演色形蛍光ランプ

高演色形蛍光ランプを点灯したときの結果が図 3 である。矩形波電源では、全部の色について x 、 y の値の変化が大きい。正弦波では、特に黄緑、緑および青色の変化が小さく安定している。このタイプの蛍光ランプは、正弦波電源を使用した方が電圧変化による色の見え方の変化は小さい。

3・4 3波長域形蛍光ランプ

図 4 は、3 波長域形蛍光ランプの場合である。赤色は、正弦波の方が y の値の変化が大きい。橙色は逆に矩形波の方が x 、 y とも大きく変わっている。黄、黄緑色は、矩形波電源の電圧が高いところで x の値の変化が大きい。緑色は、両波形とも変化が大きい。青および紫色は両波形とも変化が小さい。全般的に波形および電圧による影響は小さい。

$N = 15$ $x = 0.616$ $y = 0.34$

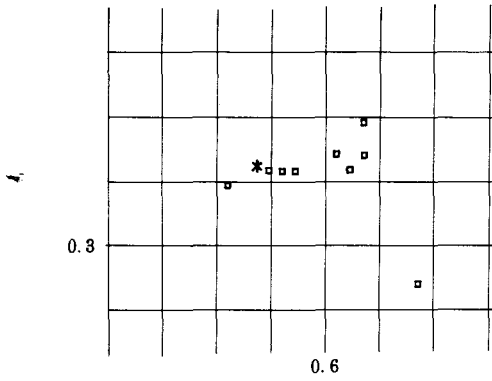


図1(a) 赤 色(正弦波)

$N = 13$ $x = 0.585$ $y = 0.402$
スケール アウト

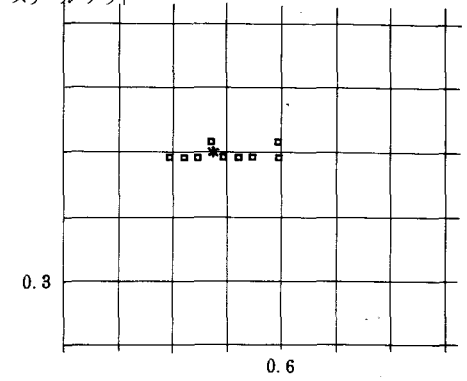


図1(a') 赤 色(矩形波)

$N = 15$ $x = 0.67$ $y = 0.318$
スケール アウト

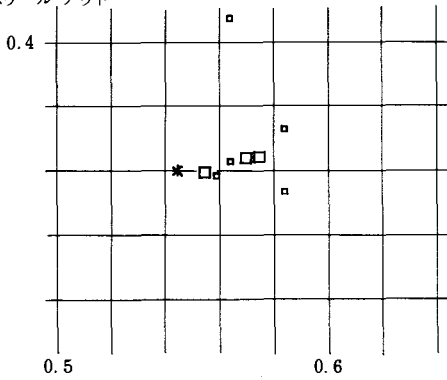


図1(b) 橙 色(正弦波)

$N = 13$ $x = 0.381$ $y = 0.612$
スケール アウト

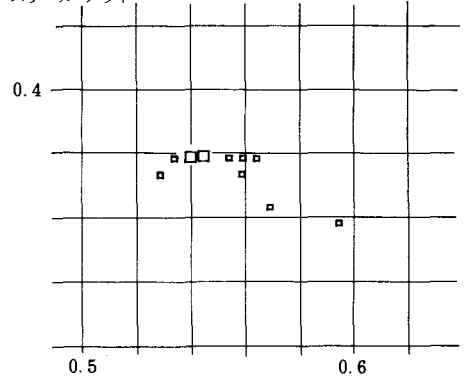


図1(b') 橙 色(矩形波)

$N = 14$ $x = 0.299$ $y = 0.696$
スケール アウト

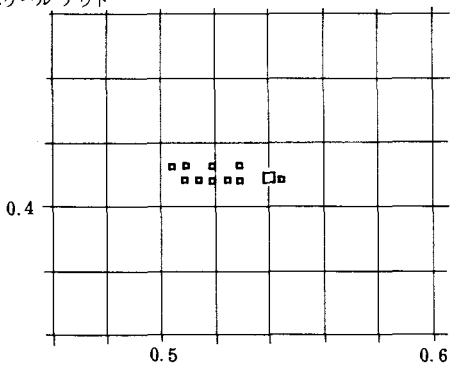


図1(c) 黄 色(正弦波)

$N = 13$ $x = 0.424$ $y = 0.556$
スケール アウト

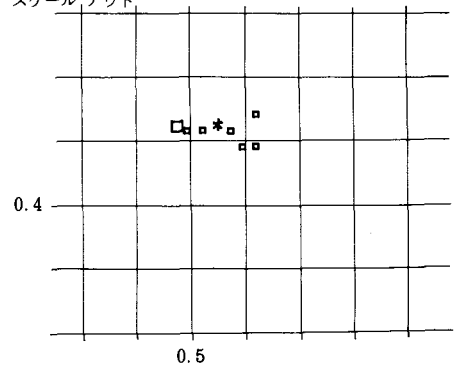


図1(c') 黄 色(矩形波)

$N=15$ $x=0.516$ $y=0.42$

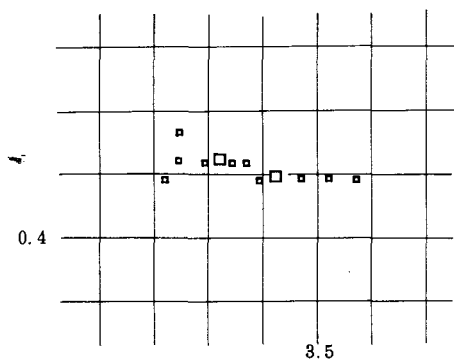


図1(d) 黄緑色 (正弦波)

$N=13$ $x=0.356$ $y=0.64$

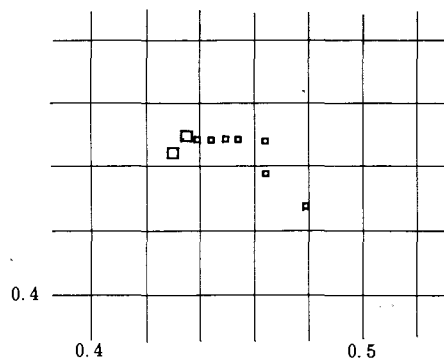


図1(d') 黄緑色 (矩形波)

$N=15$ $x=0.337$ $y=0.655$
スケール アウト

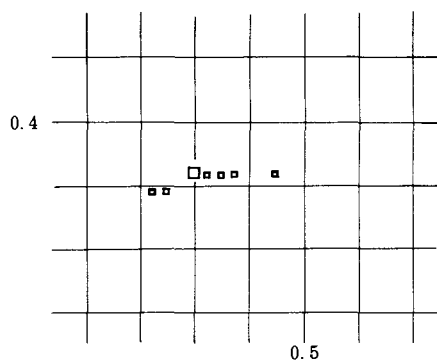


図1(e) 緑色 (正弦波)

$N=13$ $x=0.381$ $y=0.61$
スケール アウト

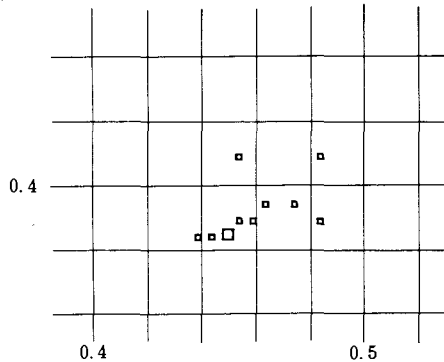


図1(e') 緑色 (矩形波)

$N=15$ $x=0.026$ $y=0.967$
スケール アウト

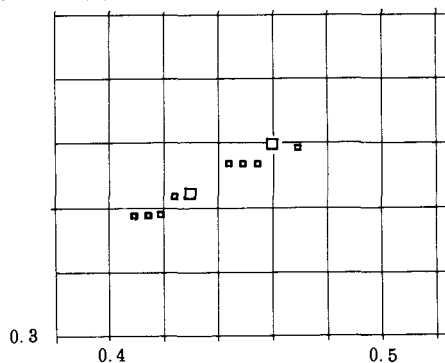


図1(f) 青色 (正弦波)

$N=13$ $x=0.725$ $y=0.26$
スケール アウト

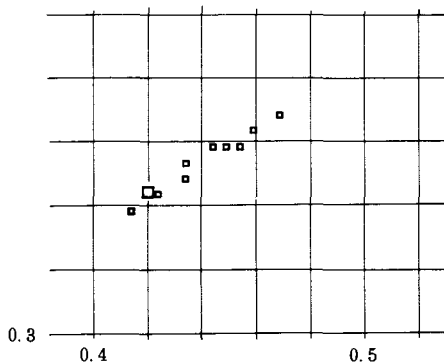


図1(f') 青色 (矩形波)

$N = 15$ $x = 0.542$ $y = 0.14$
スケール アウト

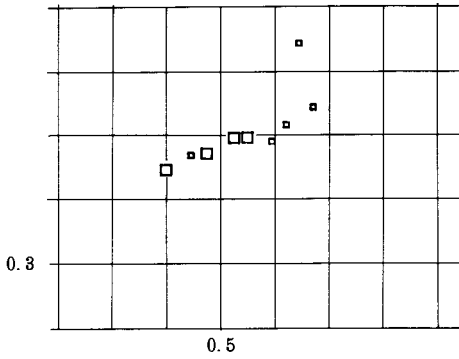


図1 (g) 紫 色 (正弦波)

$N = 13$ $x = 0.58$ $y = 0.34$

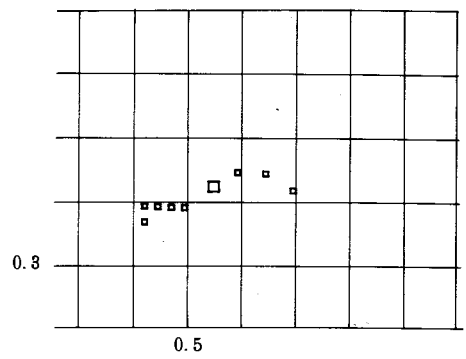


図1 (g') 紫 色 (矩形波)

図1 正弦波と矩形波電源の電圧を変化させた場合の白熱電球照明による色紙の見え方の変化

$N = 9$ $x = 0.432$ $y = 0.556$

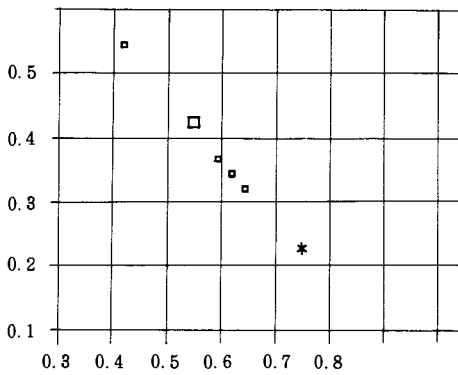


図2 (a) 赤 色 (正弦波)

$N = 9$ $x = 0.337$ $y = 0.66$

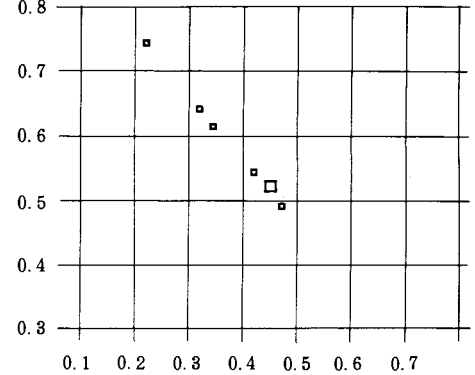


図2 (a') 赤 色 (矩形波)

$N = 9$ $x = 0.621$ $y = 0.237$

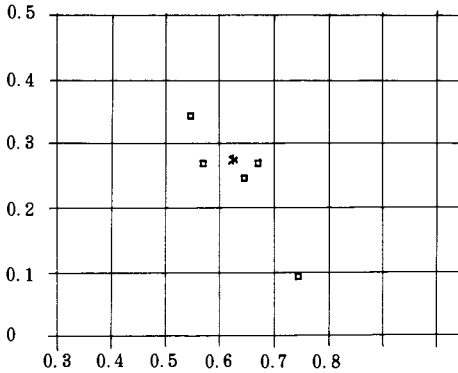


図2 (b) 橙 色 (正弦波)

$N = 9$ $x = 0.536$ $y = 0.313$

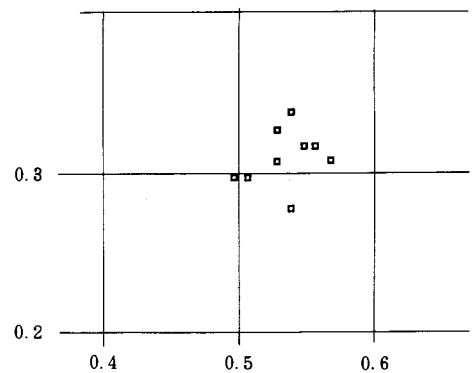


図2 (b') 橙 色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.58$ $y=0.818$

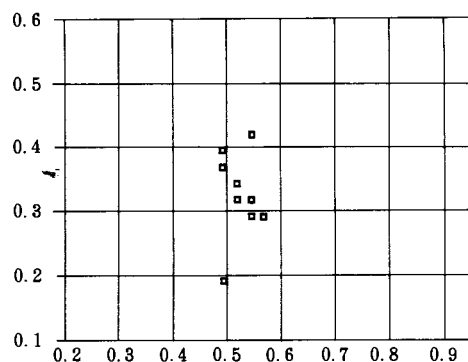


図2(c) 黄色(正弦波)

$N=9$ $x=0.266$ $y=0.725$
スケール アウト

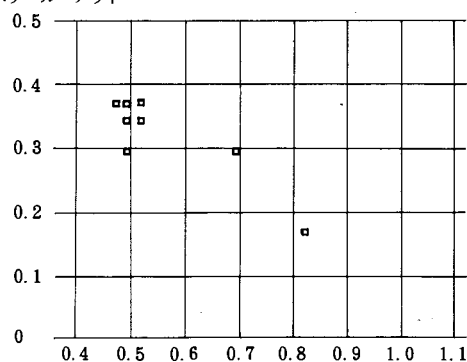


図2(c') 黄色(矩形波)

$N=9$ $x=0.452$ $y=0.313$

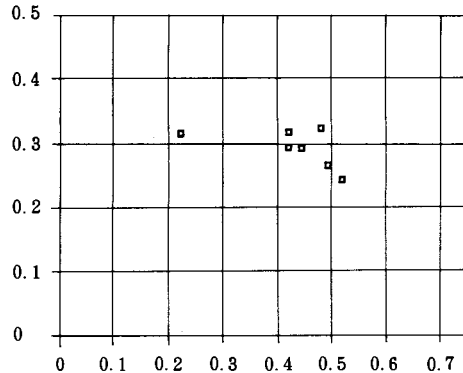


図2(d) 黄緑色(正弦波)

$N=9$ $x=0.43$ $y=0.322$

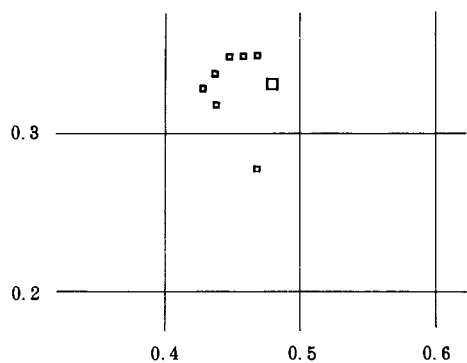


図2(d') 黄緑色(矩形波)

$N=9$ $x=0.412$ $y=0.236$

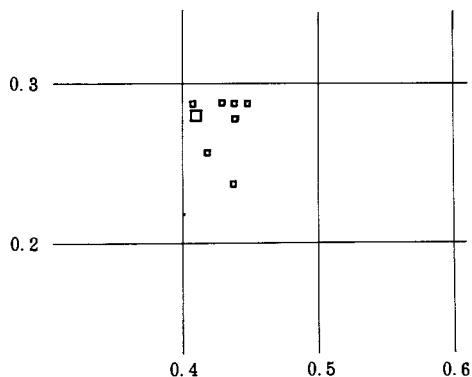


図2(e) 緑色(正弦波)

$N=9$ $x=0.469$ $y=0.254$

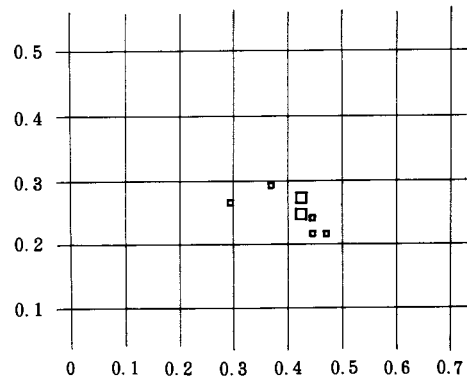


図2(e') 緑色(矩形波)

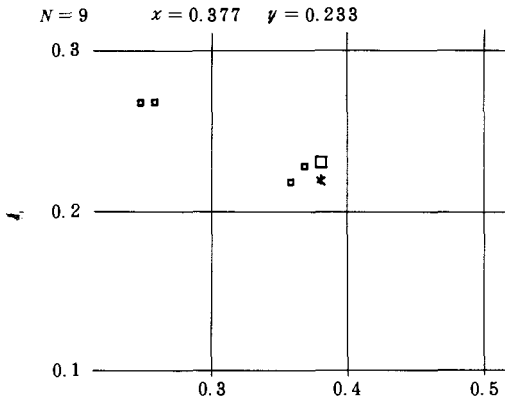


図2 (f) 青 色 (正弦波)

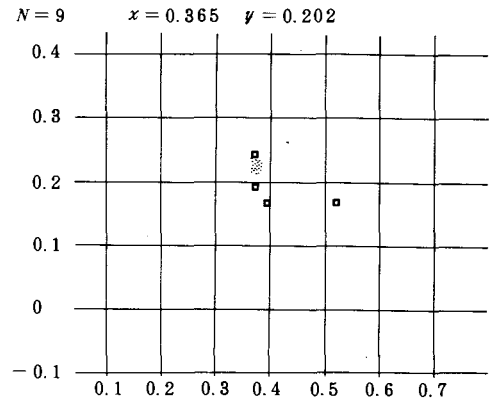


図2 (f') 青 色 (矩形波)

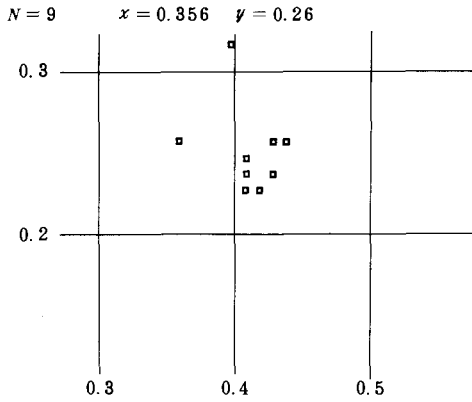


図2 (g) 紫 色 (正弦波)

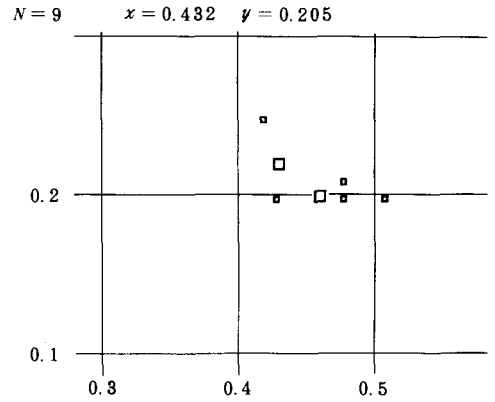


図2 (g') 紫 色 (矩形波)

図2 正弦波と矩形波電源の電圧を変化させた場合の普通形(白色)蛍光ランプによる色紙の見え方の変化

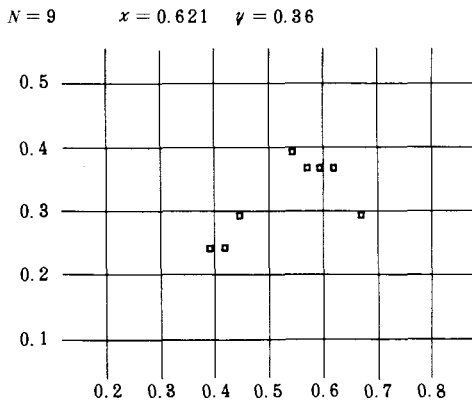


図3 (a) 赤 色 (正弦波)

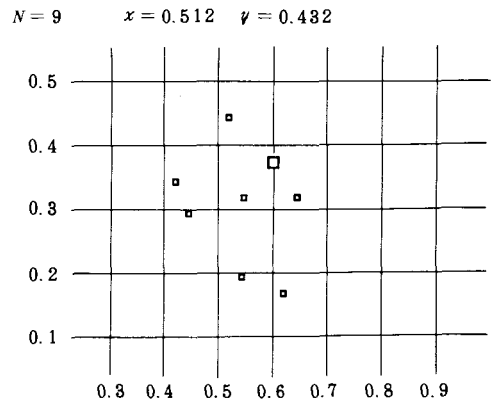


図3 (a') 赤 色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.417$ $y=0.33$

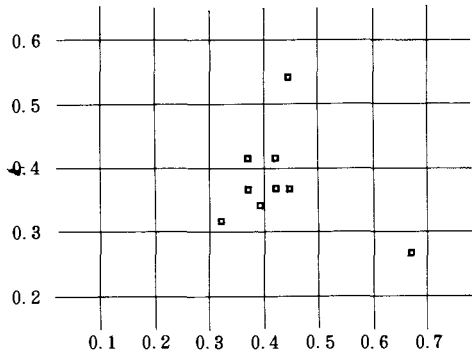


図3 (b) 橙 色 (正弦波)

$N=9$ $x=0.417$ $y=0.569$

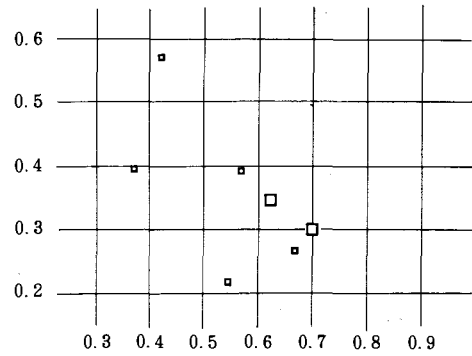


図3 (b') 橙 色 (矩形波)

$N=10$ $x=0.544$ $y=0.427$

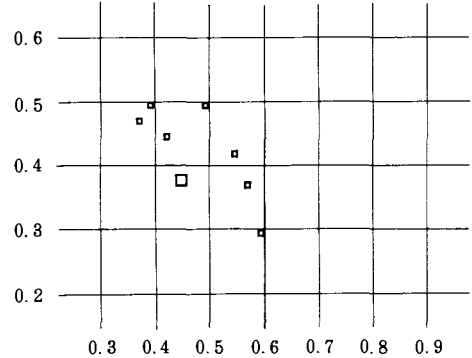


図3 (c) 黄 色 (正弦波)

$N=9$ $x=0.448$ $y=0.532$

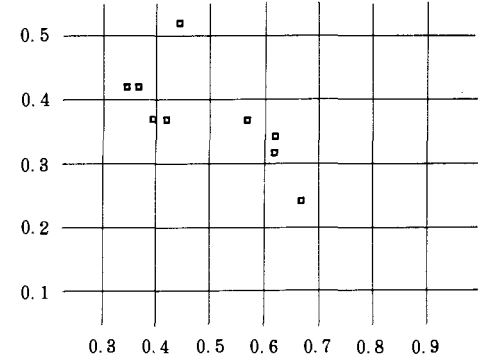


図3 (c') 黄 色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.685$ $y=0.258$

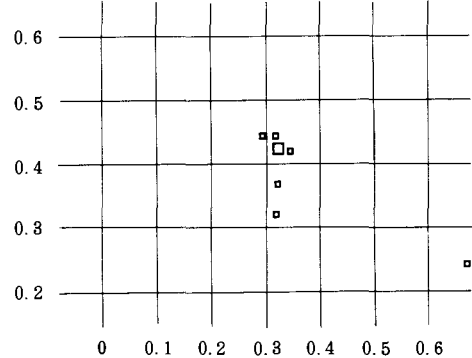


図3 (d) 黄緑色 (正弦波)

$N=9$ $x=0.516$ $y=0.396$

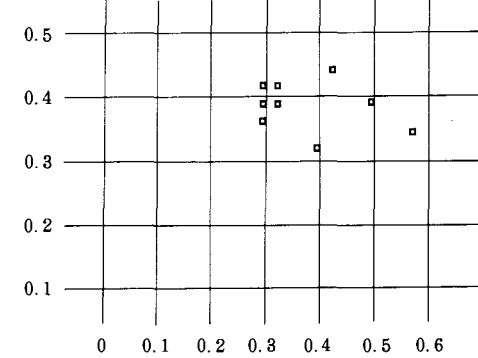


図3 (d') 黄緑色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.35$ $y=0.31$

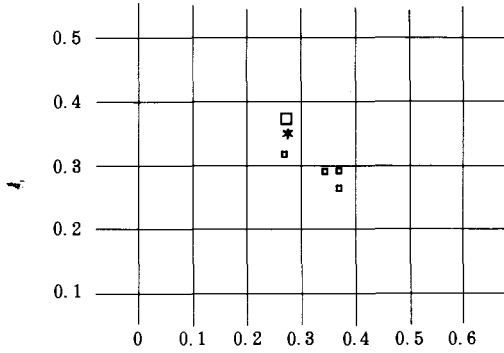


図3(e) 緑色(正弦波)

$N=9$ $x=0.21$ $y=0.717$
スケール アウト

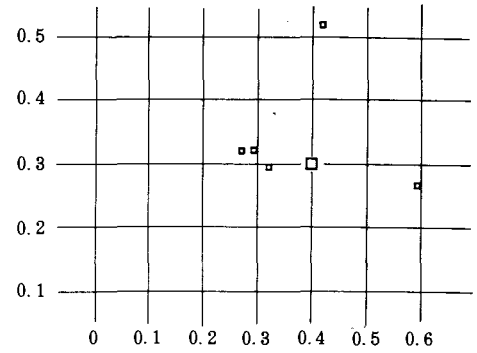


図3(e') 緑色(矩形波)

$N=9$ $x=0.337$ $y=0.327$

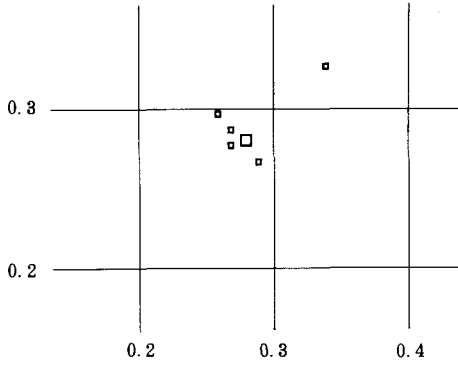


図3(f) 青色(正弦波)

$N=9$ $x=0.337$ $y=0.322$

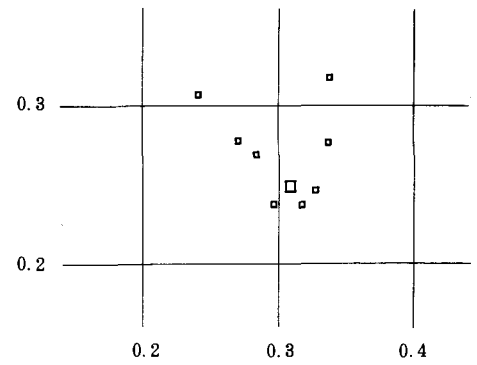


図3(f') 青色(矩形波)

$N=9$ $x=0.377$ $y=0.245$

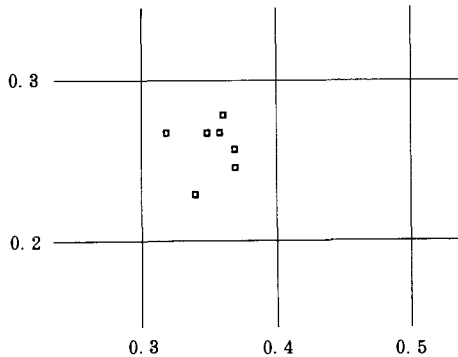


図3(g) 紫色(正弦波)

$N=9$ $x=0.417$ $y=0.31$

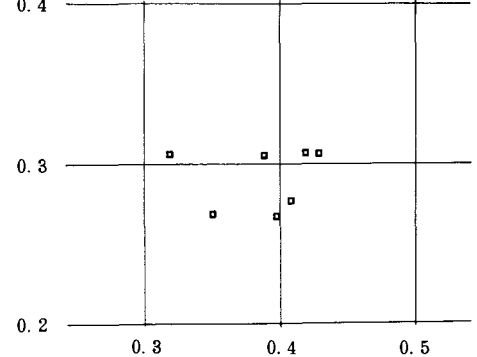


図3(g') 紫色(矩形波)

図3 正弦波と矩形波電源の電圧を変化させた場合の高演色形蛍光ランプによる色紙の見え方の変化

$N=9$ $x=0.482$ $y=0.353$

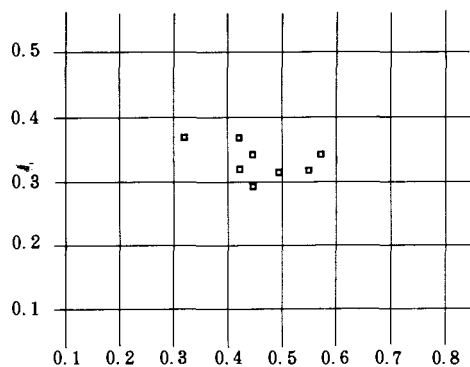


図4(a) 赤 色 (正弦波)

$N=8$ $x=0.569$ $y=0.356$

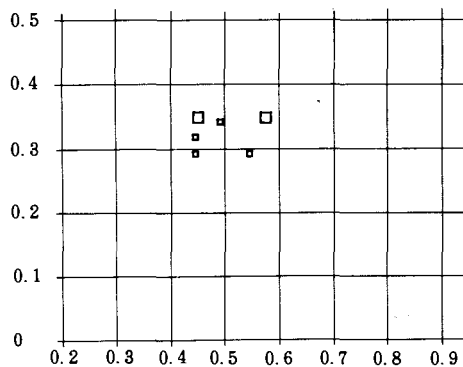


図4(a') 赤 色 (矩形波)

$N=8$ $x=0.459$ $y=0.327$

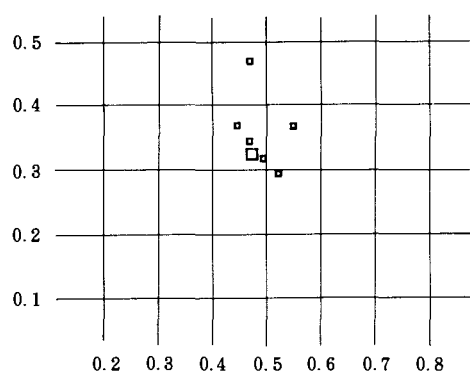


図4(b) 橙 色 (正弦波)

$N=8$ $x=0.569$ $y=0.387$

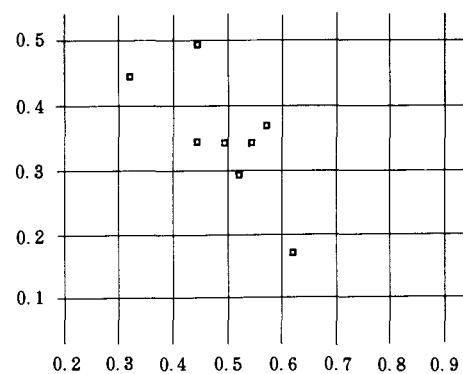


図4(b') 橙 色 (矩形波)

$N=10$ $x=0.54$ $y=0.387$

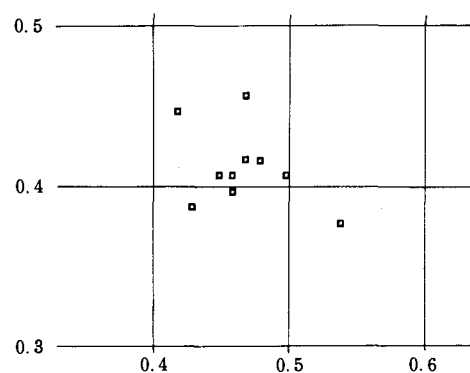


図4(c) 黄 色 (正弦波)

$N=10$ $x=0.301$ $y=0.536$

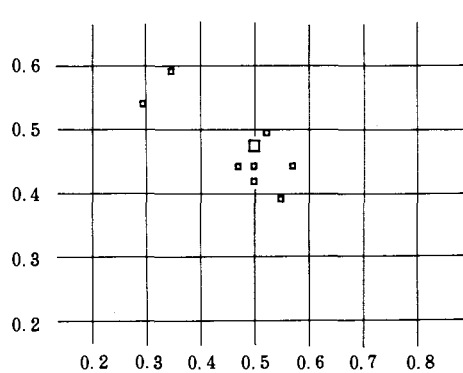


図4(c') 黄 色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.417$ $y=0.455$

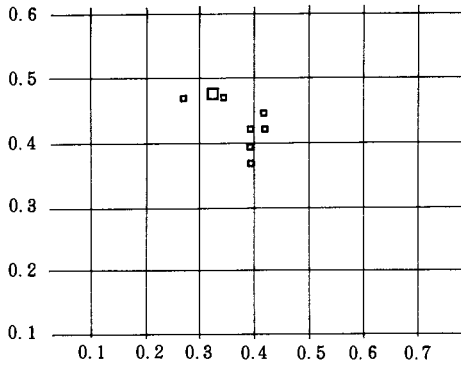


図4 (d) 黄緑色 (正弦波)

$N=9$ $x=0.342$ $y=0.598$

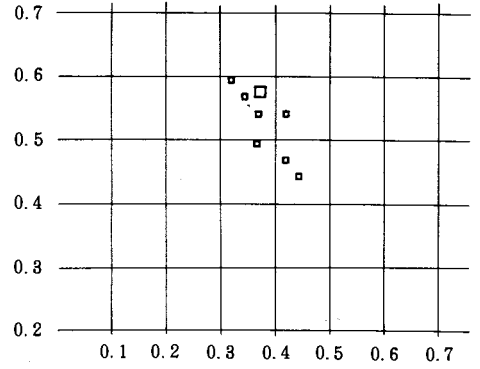


図4 (d') 黄緑色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.43$ $y=0.462$

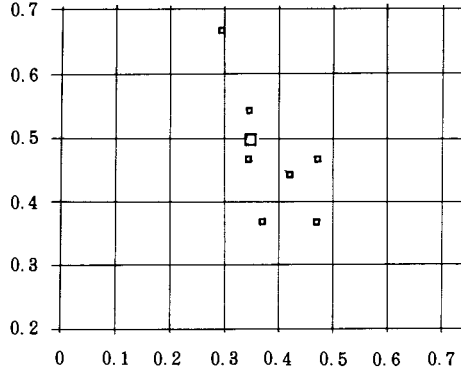


図4 (e) 緑色 (正弦波)

$N=9$ $x=0.377$ $y=0.856$

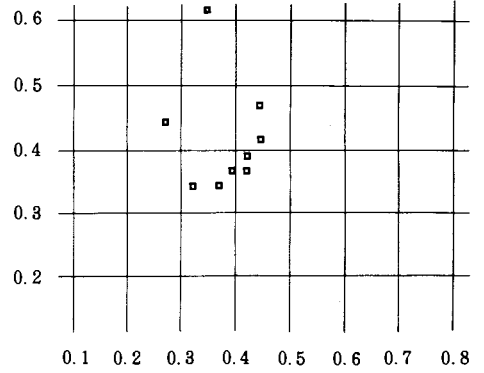


図4 (e') 緑色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.313$ $y=0.292$

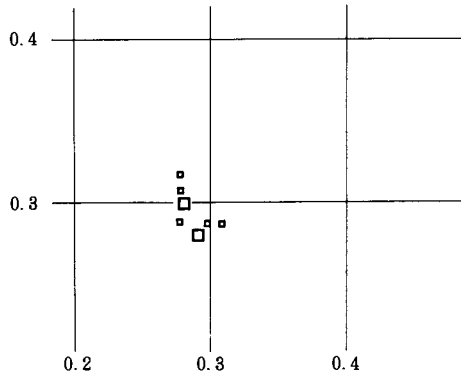


図4 (f) 青色 (正弦波)

$N=9$ $x=0.32$ $y=0.288$

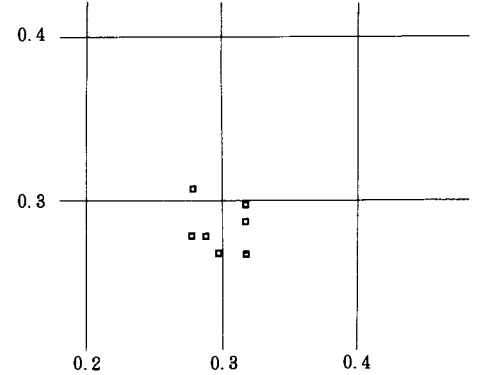


図4 (f') 青色 (矩形波)

$N=9$ $x=0.387$ $y=0.313$

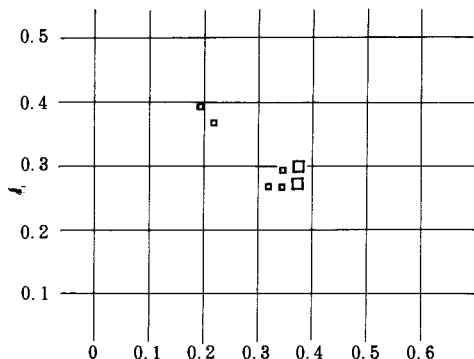


図4 (g) 紫色 (正弦波)

$N=8$ $x=0.39$ $y=0.305$

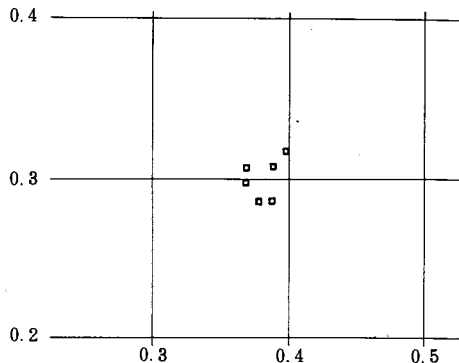


図4 (g') 紫色 (矩形波)

図4 正弦波と矩形波電源の電圧を変化させた場合の3波長域形蛍光ランプによる色紙の見え方の変化

3・5 3種類の蛍光ランプの比較

3波長域形蛍光ランプは、赤、黄および青色が正弦波でも若干その傾向があるが、矩形波の場合電圧の変化に対して x , y の値の変わり方は小さい。しかし、橙および黄緑色では正弦波の方が安定している。

普通形 (白色) 蛍光ランプは、橙、黄緑および青色で矩形波点灯の場合に変化が小さく、緑色の両波形でわずかな変化があった。

高演色形蛍光ランプは、青色が正弦波で点灯した場合に安定していた。

これらの特性の関連については、今回の実験では把握できなかったが、波形と電圧の変動に対しては、3波長域形が安定しており、逆に高演色形が大きな影響を受ける結果となった。

以前の実験で、視感では差が認められず、前回の実験で正弦波の場合、光源色は電圧の変化に対して安定しているので視感による色紙の見え方は変わらないと判断したが、今回の実験結果から複雑に変化していることが判明した。

§4 結 言

正弦波と矩形波の電源で、電圧を変えて7色の色紙を対象物として色の変化を測定した。前回の実験で、正弦波の場合光源色がほとんど変わらないのに色紙の色は変わるのがわかった。実験に使用した蛍光ランプでは、3波長域形が波形および電圧の変化に対して最も安定で、高演色形は、逆にその影響が大きいことがわかった。

最後に、卒業研究として測定に協力していただいた本校15期生岡本悟、岸岡洋一、藤崎信之の諸君に厚く感謝する。

参 考 文 献

- 1) 原田一彦：呉高専研究報告 16巻 1号 (昭55) 53
- 2) 原田一彦：呉高専研究報告 18巻 2号 (昭58) 89

(昭和58年4月15日受付)

地絡を伴う断線異相混触の故障検出特性に及ぼす 地絡インピーダンスの影響

(電気工学科) 奥 本 宏 三

Effect of Grounding Impedance on Detection Characteristics of Contact Fault between Different Phase Conductors Containing Ground Fault

Koso OKUMOTO

In the 22 KV distribution system with distribution tower, the incident overvoltages caused by contact fault can effectively be eliminated by installing the auxiliary-transformer and auxiliary-resistance. However, suppression effect of the auxiliary-transformer disappears when the circuit breaker is interrupted by the operation of the ground relay in the 6.6 KV distribution at the time of contact fault. Therefore, it is necessary to trip the circuit breaker immediately when ground fault occurs in the 6.6 KV line, and to prevent the operation of the relay due to contact fault.

In this paper, the discrimination between the contact fault having ground fault and the ground fault in the 6.6 KV line was investigated. The effect of a grounding impedance of the disconnected line on the discrimination performance of the relay was analytically and experimentally investigated. It was revealed that the selective detection of the contact fault could be realized.

1. まえがき

急増する電力需要に対して安定した良質の電力を供給するために、6.6 kV配電電圧を22 kVに昇圧することが考えられている。このような22 kV配電線として、既設の6.6 kV配電線の有効活用の観点から、負荷中心点まで22 kV給電線を延長し、配電塔を介して給電する配電塔方式22 kV配電方式が考えられる。この場合、22 kV給電線と6.6 kV配電線の併架区間または配電塔変圧器において混触故障が発生すると、高電圧が6.6 kV側配電線路に侵入して機器の絶縁を破壊し、大事故に発展する恐れがあるので何らかの対策が必要である。この対策の一つとして、配電塔変圧器の中性点と大地間に同一変圧比の補助変圧器を設置し、その一次側に補助抵抗を挿入する方法がある。しかし、混触故障時に地絡保護継電器が動作して6.6 kV配電線がしゃ断されると、故障形態によっては、補助変圧器の作用が失われ高電圧が侵入する恐れがある。一方、6.6 kV配電線の地絡故障に対しては、確実にしゃ断器を動作させ地絡故障回線を分離する必要がある。従って、補助変圧器から取り出し得る零相電圧、零相電流を用いて、混触故障時または地絡故障時の零相インピーダンスを検出し、両者の故障判別を行う方法について考察を行っている。

混触故障には多くの故障形態が考えられるが、本研究は22 kV給電線の断線異相混触故障について、

$$I_0 = I_0' - I'$$

$$= [-V - 3RI - (3R_i + nZ_{eqT})I'] / K \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$V_{0AS} = [3R[V - (3R_i + n^2Z_{eqT})I - \{3R_i + n(n-1)Z_{eqT}\}I']] / K \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$V_{0A} = [- (3R_i + n^2Z_{eqT})V - 3R(3R_i + n^2Z_{eqT})I - 3R\{3R_i + n(n-1)Z_{eqT}\}I'] / K \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$V_0 = [nZ_{eqT}[-nV - 3nRI + 3\{R_i - (n-1)R\}I']] / K \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし

$$K = 3(R + R_i) + n^2Z_{eqT}, \quad Z_{eqT} = Z_c Z_{exl} / (Z_c + Z_{exl})$$

となる。

(2.2) 正相回路 図1の正相回路は図3のように表わされる。この正相回路より各部の正相電圧，正相電流を求めると

$$I_1 = (E_A - V)(Y/n^2) + I' - (\alpha/n)I' \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$V_{1AS} = E_A \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$V_{1A} = E_A - V \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$V_1 = E_A - V \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$\alpha = \exp(j2\pi/3), \quad Y = 1/Z_c + 1/Z_e$$

となる。

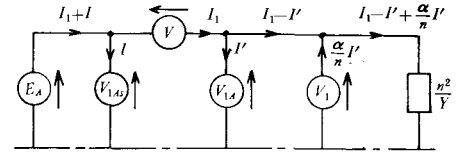


図3 正相回路

(2.3) 逆相回路 図1の逆相回路は図4のように表わされる。従って，各部の逆相電圧，逆相電流を求めると

$$I_2 = -V(Y/n^2) + I' - (\alpha^2/n)I' \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$V_{2AS} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$V_{2A} = -V \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$V_2 = -V \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。

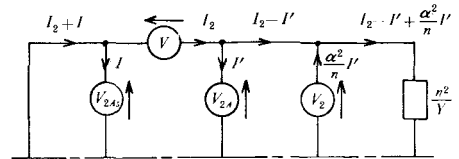


図4 逆相回路

(2.4) 故障条件 図1より明らかなように，断線点Pの電源側A_s点はインピーダンスZで地絡しており，地絡電流が3Iであるから

$$V_{AS} = 3ZI \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。断線点Pの負荷側A点は6.6kV配電線のb相と混触故障しているので

$$V_A = V_b \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。また，断線点Pを流れる電流は零であるから

$$I_A = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる故障条件式が成立する。

さて、(14)，(15)，(16) 式を対称成分で表わすと

$$V_{0A5} + V_{1A5} + V_{2A5} = 3ZI \dots\dots\dots (17)$$

$$V_{0A} + V_{1A} + V_{2A} = (V_0 + \alpha^2 V_1 + \alpha V_2)/n \dots\dots\dots (18)$$

$$I_0' + I_1 + I_2 = 0 \dots\dots\dots (19)$$

となるから、(17)～(19) 式に(1)～(13) 式を代入して整理すると

$$[-n\{3R_t + n(n-1)Z_{eqT}\} - K(2n+1)]V - 3nR\{3R_t + n(n-1)Z_{eqT}\}I - \{3n(n-1)^2RZ_{eqT} + 3nR_t(3R + Z_{eqT})\}I' = (\alpha^2 - n)KE_A \dots\dots\dots (20)$$

$$(n^2 + 2KY)V + 3n^2RI - [n^2\{n(n-1)Z_{eqT} + 3R_t\} + n(2n+1)K]I' = KYE_A \dots\dots\dots (21)$$

$$3RV - 3\{R(3R_t + n^2Z_{eqT}) + KZ\}I - 3R\{n(n-1)Z_{eqT} + 3R_t\}I' = -KE_A \dots\dots\dots (22)$$

を得る。

(20)～(22) 式より V, I, I' を求めれば、(2)，(5) 式から直ちに混触故障時の零相電圧および零相電流を求めることができる。従って、補助変圧器に設置する継電器のみの零相インピーダンスは

$$Z_0 = V_0/(3I_0) \dots\dots\dots (23)$$

となる。

3. 模擬線路による検討

図1 に示す 22kV 配電線の模擬回路として、22kV 側電源電圧 $E_A = 80(V)$ ，6.6kV 配電線の負荷インピーダンス $Z_L = 1000(\Omega)$ (純抵抗)，変圧比 $n = 4$ ，中性点接地抵抗 $R = 80(\Omega)$ とし，6.6kV 配電線の対地静電容量は $C = 0.33\mu F$ 及び $C = 3.0\mu F$ に選び 2 ケースについて計算ならびに実験を行った。

断線点の地絡インピーダンス Z 及び補助変圧器の励磁インピーダンス Z_{ext} をパラメータにとり，継電器のみの零相インピーダンス Z_0 と補助抵抗 R_t の関係を(23) 式より計算し図示すると図5，図6 のようになる。図5 は 6.6kV 配電線の対地静電容量を $0.33\mu F$ ，図6 は $3.0\mu F$ としたときの結果である。実線は零相インピーダンスの大きさ，点線はそのインピーダンス角を表わす。

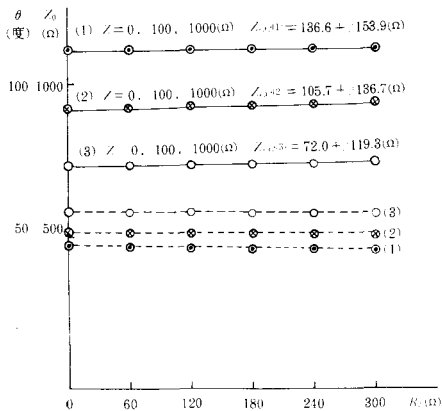


図5 Z_0 と R_t の関係 ($C = 0.33\mu F$ の時)

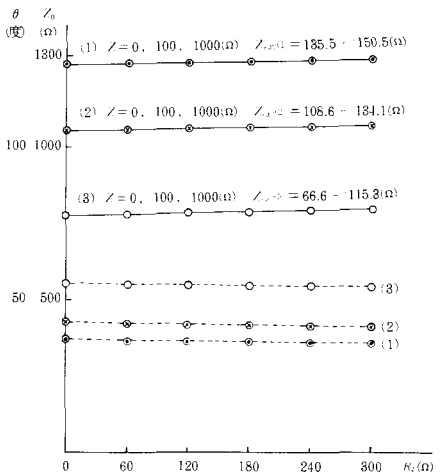


図6 Z_0 と R_t の関係 ($C = 3.0\mu F$ の時)

この図から明らかなように、補助変圧器の励磁インピーダンスを一定とすると、継電器のみる零相インピーダンスは断線点の地絡インピーダンス及び補助抵抗の値によって殆んど影響を受けず一定である。従って、補助抵抗の値は、断線を伴わない同相混触故障時の侵入過電圧を効果的に抑制する観点からきまる最適値 $R_0 = (n-1)R^{(1)}$ 即ち模擬回路では $240(\Omega)$ に選定すればよいことがわかる。

また、継電器のみる零相インピーダンスは、補助変圧器の励磁インピーダンスによって大きく変化する。図7に実験回路で用いた補助変圧器の励磁インピーダンスの測定結果を示す。横軸に零相電圧、縦軸にインピーダンスの大きさ及びインピーダンス角を示す。図5における励磁インピーダンス $Z_{ext(1)} = 136.6 + j153.9(\Omega)$ は $Z=0(\Omega)$ の時に生じる零相電圧に対する値を図7から求めたものである。同様に、 $Z_{ext(2)}$, $Z_{ext(3)}$ の値はそれぞれ $Z=100(\Omega)$, $Z=1000(\Omega)$ の時に生じる零相電圧に対する励磁インピーダンスで図7から求めた値である。

これらよりわかるように、断線混触故障時の断線点における地絡インピーダンスが変化すると、零相電圧が変化するため、その結果補助変圧器の励磁インピーダンスが変化し、継電器のみる零相インピーダンス Z_0 の値及び位相が変化すること

になる。図8、図9はこの関係を極座標を用いて表わしたものである。●印は計算結果を表わし、⊗印は実験結果を表わす。図8は6.6kV配電線の対地静電容量を $0.33\mu F$ 、図9は $3.0\mu F$ として計算ならびに実験した結果である。なお、図中 Z_0 で示す点は6.6kV配電線に1線地絡故障が生じたとき継電器のみるインピーダンスを示す。これより、地絡故障時のインピーダンス Z_0 を囲む円内を動作領域とする特性をもつ継電器を用いれば、混触故障時と地絡故障時との判別はできる。

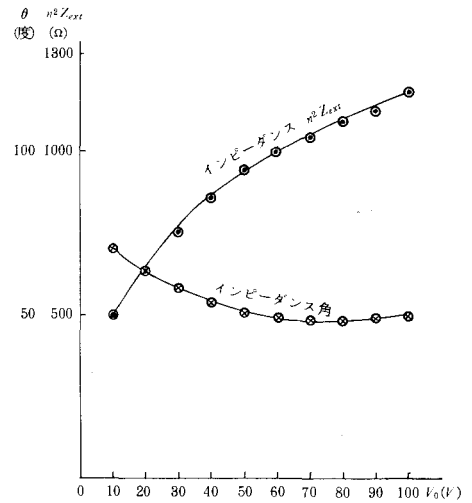


図7 補助変圧器の励磁インピーダンス特性

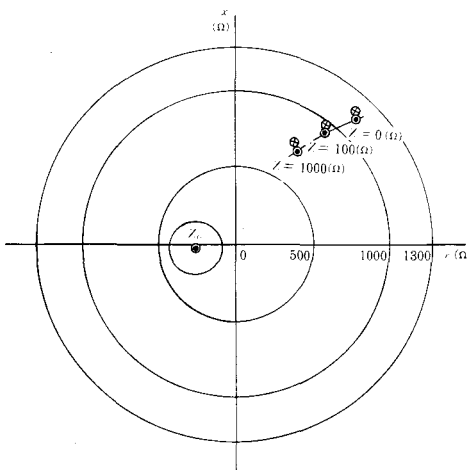


図8 Z_0 と Z との関係 ($C=0.33\mu F$ の時)

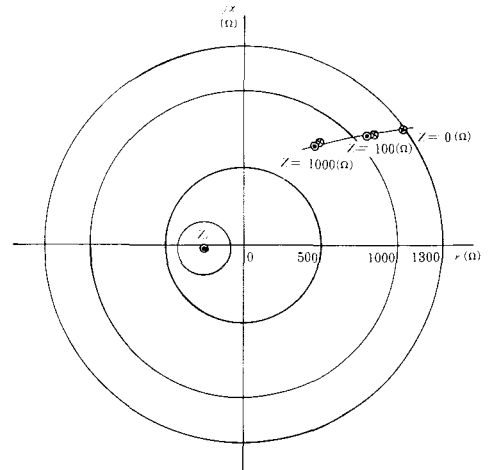


図9 Z_0 と Z との関係 ($C=3.0\mu F$ の時)

4. まとめ

22kV配電塔方式配電線の断線異相混触故障時において、電源側線路が或るインピーダンスを持って地絡し、負荷側線路が異相混触故障となった場合を取り上げ、継電器の検出する零相インピーダンスに及ぼす、地絡インピーダンスの影響について検討した。その結果

- (1) 補助変圧器の一次側に挿入する補助抵抗 R_i の値による影響は殆んどない。従って、断線を伴わない混触故障時の侵入電圧を効果的に抑制する点から求められる最適値 $R_i = (n-1)R$ に選定することができる。
 - (2) 継電器の検出する零相インピーダンスは、補助変圧器の励磁インピーダンスによって大きく影響を受ける。断線点の地絡インピーダンスは、補助変圧器の励磁インピーダンスが一定であれば殆ど影響を及ぼさないが、零相電圧の変化によって、補助変圧器の励磁インピーダンスを変化させるために影響が現われてくる。
 - (3) 混触故障時に継電器が検出する零相インピーダンスは第一象限にあり、6.6kV配電線が地絡した場合の零相インピーダンスと大きく分離しているため、両者の故障判別は可能である。
- ことが明らかとなった。

文 献

- (1) K. Okumoto, et al: "Suppression of the incident high voltage caused by contact fault using the coupling-transformer with series impedance", IEEE-PES Summer Meeting A 76, 412-7 (1976)

(昭和58年4月15日受付)

中空陰極放電の実験的研究 II

(電気工学科) 山 崎 勉

Experimental Study on the Hollow-Cathode Discharge II

Tsutomu YAMAZAKI

Experimental data are reported on the current-voltage characteristics of the cylindrical hollow-cathode glow discharge. The effect of the diameter of the cathode cavity is examined on the condition of the flowing argon gas.

Obtained results are as follows. Under the same condition of the gas flow rate, the current-voltage characteristics are influenced only a little by the diameter of the cathode. But the rate of the increase of the reduced current-density to that of the sustaining voltage became larger when the diameter of the cathode was changed from 26 mm to 5 mm.

§ 1. まえがき

最近, 中空陰極放電を利用した各種のイオン源やプラズマ源¹⁾やホロー陰極気体レーザー等²⁾の開発・研究が活発に行なわれるようになった。しかし, このような応用研究の割に, その基礎的研究は比較的少ない。これは, 中空陰極放電がグロー放電陽光柱等の場合に比べ, 放電の内部の状態を観測する事が困難なためである。中空陰極放電において最も重要な役割を果たしている負グローは, 一般に金属製の中空陰極の中に閉じ込められ, 外部と小さな穴で結ばれている場合が多く, またその場合にのみ大きなホロー陰極効果も期待できる場合³⁾があるためである。

中空陰極内部の諸量の測定には, 従来, 光学的方法が用いられている。最近では, レーザー干渉計による電子密度等の測定が行なわれている⁴⁾。このような測定法の適用には, 中空陰極の形状が重要な問題となり, それにより大きな制限を受けることになる。そこで, 中空陰極の形状の変化が中空陰極放電の諸特性に対してどのような影響を与えるかを明らかにする事ができれば, 中空陰極本来の動作条件にはほとんど影響を与えず, その形状を測定しやすいものとする事が可能となる。この結果, 基礎研究も応用研究に劣らず大きく進展するであろう。このような事から, 中空陰極の形状の違いによる放電特性の変化を知る事は重要である。

さて, 各種の測定法が考えられるが, その中で最も簡単で基本的な方法として, 電圧対放電電流特性の測定が挙げられる。本報告では, 円筒形中空陰極の陰極内直径が変化した場合に電圧電流特性がどのように変化するかを, 実験的に明らかにする事を目的とした。そのため, 中空陰極を二本用意し, 電圧電流特性の測定を行なったのでここに報告する。陰極の内直径をそれぞれ5 mmと26 mmとし, 実験はアルゴン気体を陰極から陽極方向に流しながら行なった。

§ 2. 実験装置と方法

実験装置は、前回に使用したものとはほぼ同じである⁵⁾。高真空排気装置、内直径66mmのガラス製の放電管とホロー陰極放電装置および気体導入部とから構成されている。気体は市販の溶接用高圧アルゴンガスを用いた。気体導入部は、ガスボンベからガス圧力調整器および調速弁を通して陰極に導入し、調速弁と陰極との間にガラス管を用い、他はすべて銅管で接続している。気体圧力の測定はガス圧力調整器付属の圧力計およびガラス管(66mmφ)の入口と出口に設置したピラニ真空計でそれぞれ測定も、気体流量の算出に利用した。なお、今回の実験とは関係ないが、調速弁と陰極の間にもピラニ真空計で測定ができるようにしてある。電圧電流特性の測定は、ガラス管出口、真空ポンプ側のピラニ真空計の指示(P_1)をパラメータとして測定した。実験中、ガス圧力調整器付属の圧力計の指示を1 kg/cm²(一定)にし、調速弁の調整により上記の圧力 P_1 を設定した。なお、実験前に放電管内を10⁻⁵ Torr. まで引いた後、真空ポンプ(油回転ポンプのみ)を使用して気体を流した。この時、ポンプと放電管の間にある弁は全開の状態とした(調速弁のみ操作で P_1 を設定)。

ホロー陰極装置を図1に示す。これは前回使用した装置に一部変更を加えている⁵⁾。

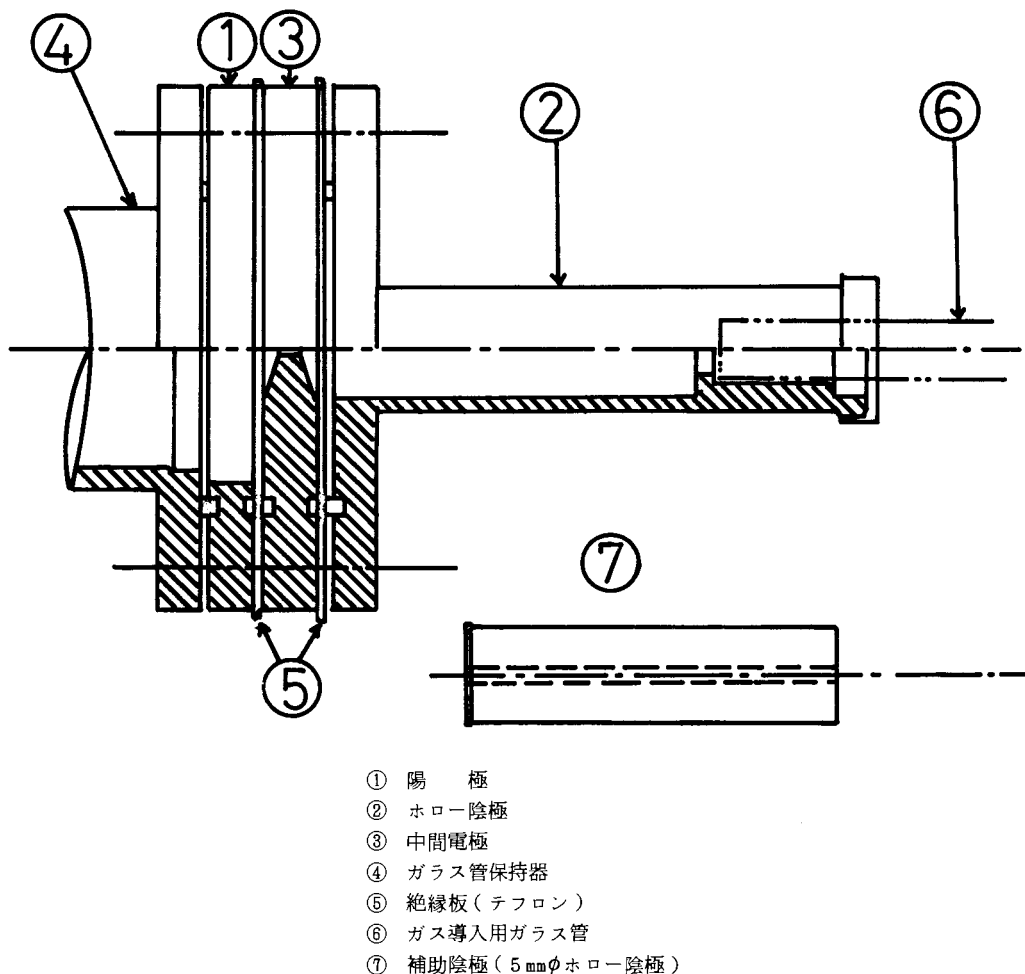


図1 ホロー陰極放電装置

まず、ホロー陰極のガス導入側の穴の直径を2mmから12.5mmに広げた。これは、陰極の動作面（電子放出を行う領域）を所望の位置に制限するためである。放電電流が大きくなると、この穴の部分にも陰極動作面が広がって、負グローが現われてくる。その結果、電圧電流特性も変化していた。径を広げる事でその変化を小さくし、また中空陰極内部の負グローの状態を観測しやすくした。その他に、気体の流れ方も変化している。

次に、陽極は内直径76mm、厚さ10mmの青銅製真空フランジを用いた（VG-65）。この結果、陽極側からの負グローの観測が容易となった。一方、放電時には陽光柱らしい発光部が、中間電極とこの陽極との間に観測されたが、この部分の電圧降下は陰極電圧降下に比べ十分小さいと考えられる¹⁾。この事は、前回の実験結果⁵⁾と本報告での結果を比較する場合に問題となる。

さて、陰極直径の変更は、ホロー陰極（図1で②で示す）の直径26mm長さ100mmの中空部をそのまま用いた場合（26mm）と、その中空部に図1の⑦に示すような補助陰極を挿入した場合とで行った。この補助陰極は、ステンレス（SUS 304）製で外径26mm、長さ100mm、その中心軸付近に、長さ方向に直径5mmの穴があけてある。なお、中間電極と対面する側は、1mmの長さだけ外径を大きくし（28mm）、ホロー陰極（②）とこの補助陰極との間のすきまでの放電が起こらないようにした。

電圧電流特性は、放電電流を増加させた場合の測定値を採用し、電流減少時のものは前回同様採用しなかった。これは、電流の増加とともにイオン衝突等による陰極の加熱が増加し、陰極温度の効果が現われる可能性があり、この条件を一定とするために行った。ただし、前回と同様に小型扇風機による強制空冷により、パッキン等の温度上昇は防いでいる。実験時には、陰極温度は気体流量や放電電流の値により相当変化しているため、各実験ごとに陰極温度が室温程度になってから測定を行った。また、電流減少時の測定の問題点は他にも考えられる。例えば、陰極の熱放射が不十分で陰極温度がかなり高くなった後に電流を減少させても、陰極温度はすぐには下がらない。そのため陰極内の負グローが定常状態に達していないと考えられる。つまり、大きな電流により励起された分子、特に準安定状態の分子、が多く残存する。そして、これらは放電特性に大きな影響を与える事が知られている⁶⁾。また、加熱により気体中にパッキンや陰極面等からの不純物が混入する可能性も増大するので、正常な電圧電流特性の測定が難かしくなる。なお、5mmの場合は陰極直径が26mmの場合より陰極動作面と外部の冷却面との間の距離が増すため、冷却効果は異なっていた。例えば、0.8 Torr 程度で気体を流しながら実験した場合5mmと26mmの陰極径に対し、陰極温度はそれぞれ50℃と80℃程度であった。なお、放電電流はともに0.5A程度である。

§ 3. 実験結果と検討

まず最初に、陽極と陰極のガス導入部の穴径を大きくした事の効果について検討してみる。図2に陰極直径26mm、気体を流した場合

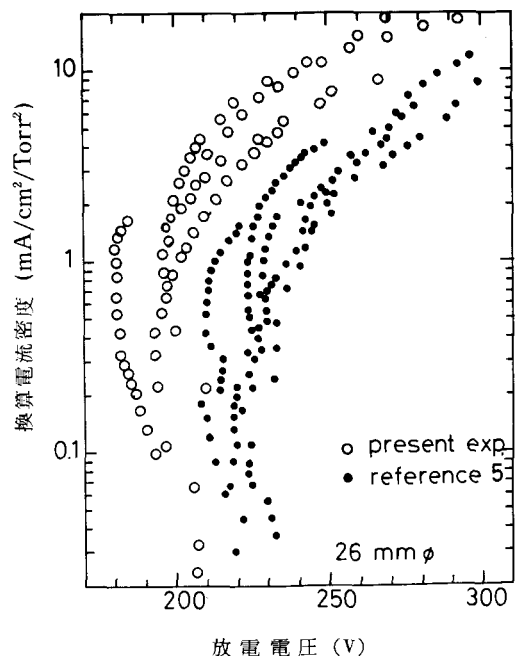


図2 気体導入部と陽極の形状の変化による換算電流密度対放電維持電圧特性の変化

の放電維持電圧に対する換算電流密度の関係を示す。前回の測定結果⁵⁾を黒丸(●)で、また今回の実験結果を白丸(○)で示す。これによると、両者の特性曲線の形はほぼ同じである事がわかる。しかし、今回の実験結果の方が、放電電圧の低い方へ少し移動している。放電条件の違いは、次のように表わされる。すなわち、圧力計の指示(P_1)が同じでも、陽極形状の変化による陽光柱の存在と気流の変化および陰極入口側の拡大による気体流の変化が現われる事等が考えられる。このうち、陽光柱の存在は、それによる電圧降下のため放電電圧は増加する。一方、実験結果を見てわかるように、実際に陽光柱の存在する今回の実験結果の方が低い電圧となっている。また、陽光柱の長さは数センチメートルで、十分短いため、放電特性にほとんど影響していないと考えられる。次に、陰極入口が拡がると、気体は流れやすくなり、ホロー陰極装置の気体入口と出口の間の圧力差が同じであれば、気体流量は増加する。その結果、ホロー陰極中の負グロー内を往復運動している高エネルギー電子⁷⁾と気体分子との衝突数が増加し、電離が促進され放電特性は変化する。その変化は、同一放電電圧であれば放電電流が増加し、同一放電電流ではより低い電圧で放電が維持できるようになる。これは、図2の結果と一致している。そこで、気体流量の増加を確かめるため、気体流量の測定を行ったので、それについて説明する。

気体流量の測定法は、前回と同様な方法である⁵⁾。ガラス管の両端のゲージポートでの圧力を真空ポンプ側 P_1 (Torr) とホロー陰極側 P_2 (Torr) とすると、気体流量 Q_M は次式で求められる。

$$Q_M \approx 3.11 \times (P_2^2 - P_1^2) \quad (\text{g/s})$$

ただし、流れは層流で粘性流であり、気体温度は室温であると仮定した。上式に対応して、レイノルズ数 R_e は次のようになる。

$$R_e \approx 2690 \times (P_2^2 - P_1^2)$$

測定結果を図3に示す。横軸は、真空ポンプ側のピラニ真空計の指示値(P_0 、ここで P_1 としないのは P_0 が計器の読みをそのまま用い、較正してない事を示すため。 P_1 は較正した値で、 P_2 も同様)を示している。また、図中の各印は、前回の実験時(+), 丸印は今回の実験値にそれぞれ対応する。そして、黒丸(●)は陰極直径 5mm の場合を、白丸(○)は 26mm の場合を示す。この結果によると陰極入口の形状を変えた事により、同一圧力(P_0)の条件では気体流量は増加する。なお、気体流量の測定は、放電していない状態で測定している。測定結果は気圧が高くなるとレイノルズ数も大きくなり、流れは乱流となる($R_e \geq 1200$ または 2000)と考えられるので、測定値は大きな誤差を含む事に注意しなければならない。

さて、以上より気体流量の多い方が同一放電電流密度では、放電維持電圧が低くなるという前述の説明が確認できる。なお、陽極部でも今回の装置では気体が通りやすくなっている事も上記の結果に影響していると考えられる。ところで、図3を見ると陰極直径が異なった場合に、気体流量はほとんど同じである事がわかる。この事は、ホロー陰極の内部で気体分子密度ま

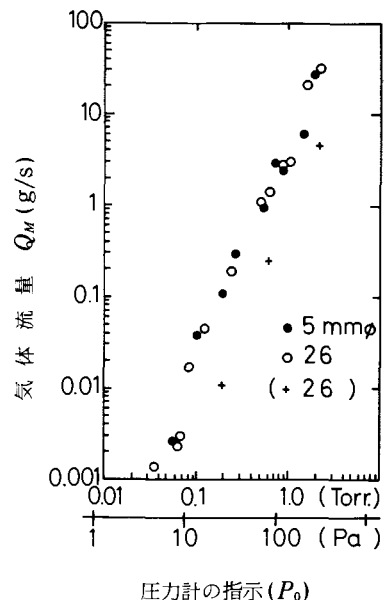


図3 気体流量と圧力との関係

たは流速が陰極径によって異なっている事が考えられる。また流れも乱流に近い状態になっているとも考えられる。同一の圧力(P_0)の条件のもとで、気体流量の測定と同時にホロー陰極と調速弁の間での圧力も測定した結果、陰極の直径と無関係に同一の圧力を示していた。

図1に示す電極形状で行った実験結果を以下に示す。それに先だち次の点について注意する必要がある。電圧電流特性の測定範囲は、今回の実験においては圧力(P_1)の低い方に拡張、換算電流密度で $10 \text{ A/cm}^2/\text{Torr}^2$ までとした。逆に、換算電流密度の低い方は省略した ($0.001 \text{ A/cm}^2/\text{Torr}^2$ 以下)。また、

図2と図5、図7は縦軸の単位が異なる ($1 \text{ A/cm}^2/\text{Torr}^2 = 10^3 \text{ mA/cm}^2/\text{Torr}^2$)。前にも述べたように、圧力(P_1)をパラメータとして測定し、これは真空ポンプ側のピラニ真空計により求めた絶対圧力(較正は、真空計の較正曲線による)で表示しているが、図3のみは、未較正の値である(P_0)。

陰極直径26mmの場合の電圧電流特性を図4に示す。気圧が低い場合、電圧電流特性は正特性を示している。すなわち、放電電流の増加とともに放電維持電圧も増加している。この傾向は気圧が低い程、より低電流の所から現われるようになっていく。次に、気圧が高くなると、電圧の変化は少なくなり(放電電流を10mAから500mAまで変化させた時の放電電圧の変化量は少なくなっている)、低電流の領域で定電圧特性となる。さらに気圧が高くなると、負特性の領域も現われている。そして、気圧が高くなるほどこの負特性の現われる電流値域が大きな電流の方へ移動をしている。以上の結果を気体流量との関係で説明しなおすと、次のようになる。気体流量が増加すると、同一の放電電圧では放電電流が増加する。また、同一の放電電流では気体流量が多い方が低い放電電圧でよい。今回の実験は、放電電流を10mA以上500mA以下の範囲でのみ変化させているが、図2および前回の結果⁵⁾から類推すると、10mA以下の領域では、気体流量に無関係に放電電圧はほぼ一定の値(約200V)になると考えられる。

図5に換算電流密度と放電維持電圧との関係を示す。各測定点がほぼ一つの曲線を描いているのがわかる。ここで、換算電流密度は放電電流をホロー陰極の陰極動作面の表面積および真空ポンプ側の圧力(P_1)の2乗で割った値である。ホロー陰極内部の気圧は、この圧力 P_1 より高くなっていると考えられるが、その測定はできない(電極の構造から)。この図において、換算電流密度の大きい領域は気圧が低い場合の電圧電流特

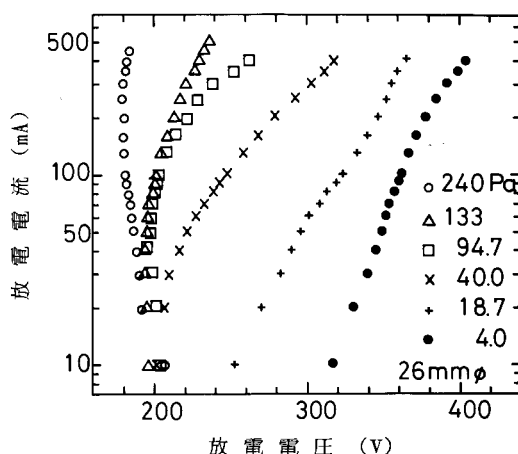


図4 電圧電流特性・陰極直径26mmの場合

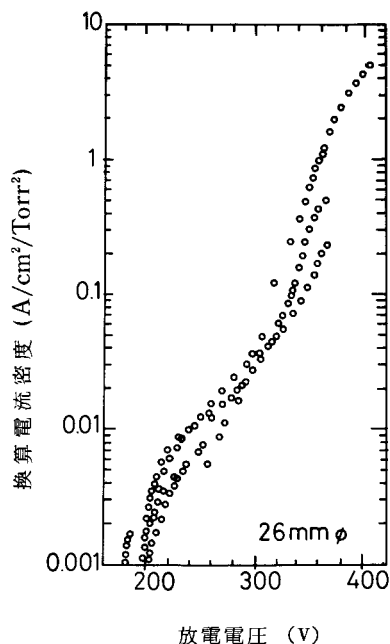


図5 換算電流密度と放電電圧との関係
陰極直径26mmの場合

性に対応する。放電電圧が300 Vを越えた付近から右の領域での測定点のちらばりが大きくなっている。これは、この図を表示するのに用いた測定結果の選定法が悪かったように思われる。図5は、図4に示した値を主として用いている。

次に、陰極直径が5 mmの場合の電圧電流特性を図6に示す。26 mmの場合と同様の傾向が見られるが、気圧の高い場合に差異が見られる。すなわち、定電圧特性となる領域でその放電維持電圧が220 V程度となり、26 mmの場合より5 mmの方が20 V程度高くなっている。そして、負特性が見られない。また、全体的に直径5 mmの場合の方が、電流の増加の割合が大きく、少ない電圧の変化で大きな電流変化が見られる。なお、放電電流が100 mA付近で測定値に不連続な変化が観測され、気圧の低下とともに放電電流がより小さい所でそれが発生するようになっている。この現象は、陽極の形状に問題があると考えられる。放電時、中間電極の出口から陽極の一部に向かって陽光柱が存在し、これが不連続点付近の電流値になると不安定となり、陽極部で移動しそれに伴って放電電圧が変動している事が観測された。これが、図6における不連続な部分に対応している。そして、このような不連続点は、5 mmの場合により顕著に現われ、また気体圧力の高い方が大きな変化量を示している。

電圧電流特性におよぼす陰極径の効果を実験結果よりまとめると次のようになる。同一気体流量(下流の気体圧力が同一)の時、陰極直径が小さい方が放電電流はより急激に増加し、放電電流がある値になるまでは、径が大きい方が低い電圧で同じ電流値を得る事ができ、その電流値を越えると逆の関係になっている。気体流量(または圧力)が増加するに従い、特性曲線は上記の関係を保ったまま、電圧の低い方へ移動する。直径5 mmと26 mmの特性曲線の交点は、電流値の高い方へ移動し、電圧電流特性の曲線の形は、定電圧または負特性をもつようになる。しかし、5 mmの場合には負特性の部分が見られず、代わりに不連続な変化を示している。

図7に5 mmの場合の換算電流密度と放電電圧の関係を示す。電流密度の小さい所では定電圧の特性、その電圧は約220 Vである。電流密度0.01 A/cm²/Torr²付近から、それは放電電圧とともに上昇し、400 V付近で10 A/cm²/Torr²になっている。図5と比較すると全般的には、ほぼ同様の曲線を描いている。しかし、詳しく見ると次のような差異が認められる。換

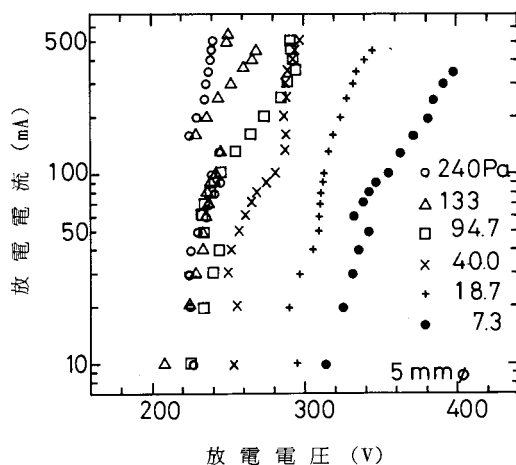


図6 電圧電流特性・陰極直径5 mmの場合

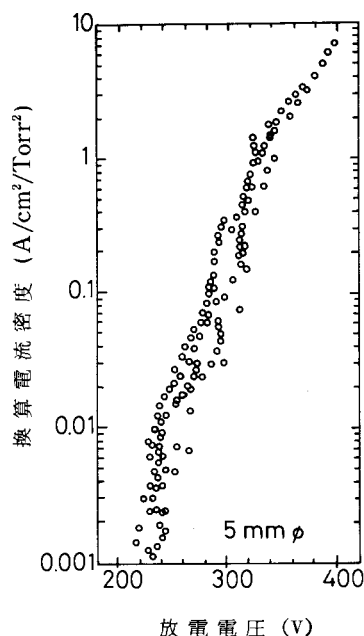


図7 換算電流と放電電圧との関係
陰極直径5 mmの場合

算電流密度が、 $0.01 \text{ A/cm}^2/\text{Torr}^2$ 付近で両特性曲線は交差し、その交点より下の領域では陰極直径が大きい方が、電流密度が大きい。電流密度が十分小さい所では、両者ともに定電圧特性となるが、陰極直径が大きい方が、その電圧は低くなる。（ $0.01 \text{ A/cm}^2/\text{Torr}^2$ で放電電圧は 200 V (26 mm) と 220 V (5 mm) である）。逆に交点より上の領域では、上記と逆の関係になっている。すなわち、同一放電電圧では、陰極直径が小さい方が換算電流密度は大きくなっている。

図 8 に示したように、気体流量と本実験結果の標示に用いた気体圧力とは比例するとみなせるので、上記の結果は次のように要約できる。すなわち、中空陰極の直径が 26 mm と 5 mm で比較すると、気体流量を用いて求めた換算電流密度と放電維持電圧の関係はそれぞれ一つの曲線で表わされ、両曲線はよく似ている。しかし、定電圧特性を示す電圧は陰極径が小さい方が大きくなり、正特性の部分では同一換算電流密度に対し陰極径が小さい方が電圧は低くてよい。また、放電電圧の増加に対する換算電流密度の増加の割合は、陰極直径が小さい程大きくなっている。この差異は、陰極直径の違いによるものであると考えられるが、その他に、気体の流れの状態の変化等の影響も考慮する必要があると考えられる。しかし、上記の結論はもっと別の精度よい実験により確かめる必要がある。そして、実験の再現性も十分確かめる必要がある。その方法の一例として、例えば陰極径を他の値にする、また、気体を流さずに実験する事など考えられるが、これらについては別の機会に報告する。

今回の実験結果についての定性的な説明は、前回の報告と同様の事が考えられる⁵⁾。そこで、陰極直径の効果について以下に簡単に考察してみる。まず、電圧電流特性および換算電流密度対放電電圧特性の各実験結果を見る限り、顕著な差は現われていないように思われるが、これは実験領域（放電電流や気体流量の範囲）に限られていたためかもしれない。それでも、いくつかの差は認められた。これについて、その理由を考えるため、ホロー陰極放電の励起機構について考えてみる。

中空陰極放電の放電維持機構としては、陰極からの二次電子放出と、中空陰極内に存在する負グロー中にある高エネルギー電子の存在が重要である⁷⁾。負グロー内の高エネルギー電子は、陰極内で対向する陰極間を往復運動し、そこにある気体分子と衝突してそれらを励起または電離する。この衝突の割合は、電子のエネルギーと気体分子の数により決まり、陰極の直径には依存していないようである。衝突により生じたイオンや準安定状態の分子や光子が陰極に達すると陰極より二次電子が放出される。この二次電子の数は陰極に達するイオン、準安定分子、光子の数で決まるが、気体の流れがある場合には正イオンや準安定分子は陽極方向に流され、二次電子放出への寄与は制限される⁸⁾。また、流れの状態、特に陰極面付近の状態、によっても、この量は制限される。一方、光子の方は流れにほとんど影響されない。光電子放出が主であれば、気体流量の影響を受けない電圧電流特性が得られる⁸⁾。ところで、放出された二次電子は陰極降下電圧（放電電圧にほぼ等しい）で加速され、ほぼそれに等しいエネルギーをもつ高エネルギー電子となって負グローに入射する。上記の事のくり返しにより放電が維持される。放電電流は、多数の衝突の結果そのエネルギーを失った低エネルギー電子により構成される。そして、高エネルギー電子のうち一部は衝突後陰極から外に散乱され、負グロー内の励起、電離に寄与しなくなる。その他、電子の消滅の過程として再結合もあるが、これは主として低エネルギー電子に対して考えればよい。

さて以上の事を考慮して実験結果を見ると、図 4 と図 6 において気体流量が多くなると放電電圧は低下する。これは、衝突電離を起こしうる気体分子の数の増加により高エネルギー電子による励起や電離が活発に行われ、イオン数が豊富となり（光子数も同様）二次電子の数も増加したためである。陰極直径が異なる場合にも、電圧電流特性はほぼ類似の値であるが、二次電子放出に必要なイオンや準安定分子の損失が多いと考えられることから、陰極径が小さい方が電圧は高くなっている。それは、陰極径が 5 mm の場合、中間電極の通り抜けが 26 mm の場合より容易であると考えられるためである。また、気体の流れの状態にも関係していて、同一の気体流量では陰極の直径が小さくなるほどレイノル

ズ数は大きくなり、流れは乱流となりイオンや準安定分子の運動に大きな影響をおよぼす事も考えられる。この傾向は、気体流量が多いほど顕著になるが、その詳細については現在のところ不明である。一方、気体流量の増加とともに損失も増加し、放電維持電圧が上昇するか、または電流が減少すると考えられるが、実験結果では同一電流に対し電圧は低下している。これは、二次電子放出機構として、光電子放出が重要である事を意味している⁸⁾。

次に、陰極直径が小さい方が換算電流密度の増加の割合が大きい理由は、次のように考えられる。それは、陰極径が小さい方が高エネルギー電子の損失が少なくすむため⁹⁾、電離が十分活発であることと、イオンや準安定分子の移動が少なく陰極に達する事ができるためであろう。

§ 4. ま と め

中空陰極の直径が5mmと26mmの2種類について、電圧電流特性を実験により求め比較した。気体はアルゴンを用い、陰極から陽極方向に流しながら行った。その結果、次の事がわかった。同一の気体流量で陰極直径が異なるとき、電圧電流特性は陰極径が小さい方が放電電圧は高くなり、電圧の変化に対する電流の変化量も大きくなる。また、気体流量が大きい場合26mmの場合に見られた負特性が、5mmの場合には現われなかった。次に、気体流量を用いて求めた換算電流密度と放電電圧との関係は、両電極ともよく似た曲線となるが、電圧電流特性の場合と同様の違いが現われた。このような差異は陰極直径の変化によると考えられるが、具体的にどのような素過程が関係しているのかを決定するためには、もう少し詳しい実験をする必要があると思われる。つまり、実験条件がいろいろの要素を含んでいるため、例えば気体の流れの状況と電極内部での電子の振舞いなど、何が最も重要な役割を果たしているのかを明らかにする事が今後の課題である。そのためには、可能なかぎり放電空間内の状態を示す諸量の測定を行う事が重要である。また、理論的な説明、特に定量的な解析も、今後残された問題である。

最後に、本報告において実験の遂行に対し多大なる援助を頂いた山田俊彦君(15期生)に感謝の意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 玉川元編：実験物理学講座，19，放電，（共立出版，1974）
- 2) 藤井寛一：応用物理，vol. 50 (10)，(1981)，1073
- 3) Hernqvist, K. G.: RCA Rev. (1958)
- 4) I. K. Belal, M. H. Dunn: J. Phys. D11 (1978) 313
- 5) 山崎勉：呉高専研究報告，18-1 (1982) 79
- 6) A. I. McIntosh, M. H. Dunn, I. K. Belal: J. Phys. D11 (1978) 301
- 7) V. N. Ghéorge: Int. J. Electron 31 (1971) 65
- 8) G. V. Naidis: Sov. Phys. Tech. Phys. 27 (5) (1982) 555
- 9) V. G. Grechanyi, A. S. Metel: *ibid.* 27 (3) (1982) 284

(昭和58年4月15日受付)

鉄筋モルタル梁の動的特性

(土木工学科) 久 良 喜代彦

On the Dynamic Properties of Reinforced Mortar Beams

Kiyohiko KURO

A transverse impact experiment of reinforced mortar beams was carried out. These beams were simply supported at the both ends and struck at the midpoint with a long steel bar falling freely on them.

The generated bending strain waves were photographed by the dualbeam synchroscope. On the basis of the experimental data, the propagational characteristics of strain waves on the reinforced mortar beams and the properties of the reinforced mortar standing impacts were investigated.

Then, the measured bending waves were compared with the computed results based on the finite difference method of the Timoshenko theory.

§ 1 まえがき

鉄筋コンクリート構造の耐衝撃性がすぐれていることは従来から知られているところであるが、しかし、衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の研究は余り多くはない。¹⁾ 本研究は鉄筋コンクリート梁のモデルとしての鉄筋モルタル梁に重錐を落下させて横衝撃を加え、梁に生ずる歪み波の伝播の状況、および、ひびわれの発生、破損等の状況を調査し、梁の耐衝撃性について検討しようとするものである。なお、これと同時に、梁の横衝撃に関する Timoshenko 理論による差分解法²⁾の適用性について検討する。

§ 2 使用材料および供試体

2.1 使用材料

モルタルの配合はセメント-砂比 2:1, 水-セメント比 45% である。供試体は材令 1 日で脱型した後、27 日間の水中養生をし、それ以後の時期に各種試験を行なった。

圧縮、引張強度試験には $\phi 5 \times 10$ cm の円柱供試体を用いた。曲げ強度は $5 \times 5 \times 25$ cm の角柱供試体の 3 等分点 2 点載荷試験 (スパン 15 cm) によって求めた。試験結果として得られたモルタルの静的特性を表 1 に示す。なお、モルタルの極限曲げ歪みは 200μ 程度であった。

鉄筋は $\phi 6$ mm および $\phi 3$ mm のものを用いた。 $\phi 6$ mm の鉄筋の試験結果を表 2 に示す。なお、 $\phi 6$ mm 鉄筋の引張試験では降伏点が見つからなかったので、表 2 中の降伏点応力度は引張強度の 80% として算出したものである。

表1 モルタルの静的特性

単位体積重量	0.0022 kg/cm ³
静的弾性係数	2.8×10^5 kg/cm ²
圧縮強度	597.5 〃
引張強度	47.9 〃
曲げ強度	58.1 〃

表2 鉄筋の静的特性

断面積※	0.244 cm ²
降伏点応力度	5672 kg/cm ²
引張強度	7090 〃
静的弾性係数	1.98×10^6 〃

※ 直径5.6mm(呼び径6mm)

2.2 供試体

衝撃実験および静的曲げ試験に用いた梁はすべて5×5cmの正方形断面で長さ50cmの角柱状のものを用いた。衝撃実験は無筋モルタル梁についても行ったが、衝撃実験および静的試験とも、鉄筋を入れる場合には、その配筋を図1のようにした。

§3 静的曲げ試験

前節で述べた供試体のスパン中央断面のモルタル上縁および、下縁に共和ゲージ K10A1 を、φ6mm鉄筋の表面に K5A1 を貼付し、図2に示すような载荷条件の下で、50kgの荷重段階で静的曲げ試験を行なった。

実験結果を表3に、破壊時の破損状況の1例を図3に示す。ここで、表3の中のみびわれ発生荷重および破壊荷重の理論値は次のようにして求めたものである。

(1) ひびわれ発生荷重

ひびわれモーメント $M_c = \sigma_b \cdot I_g / g'$ (kg・cm)

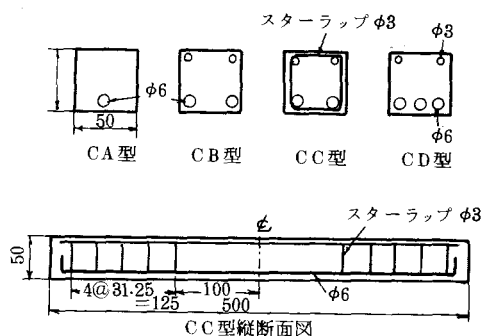


図1 配筋図(単位mm)

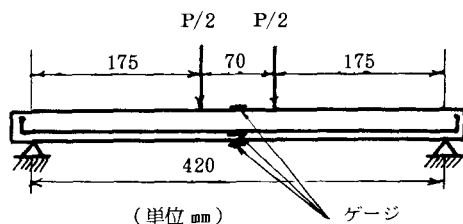


図2 静的曲げ試験の载荷状況

表3 静的曲げ試験結果

供試体 No	ひびわれ発生荷重 (kg)		モルタル下縁 極限歪み	破壊荷重 (kg)		破壊モード
	実測値	理論値		実測値	理論値	
CA-1	100	147	163×10^{-6}	760	597	曲げ, せん断※
CB-1	150	171	212 〃	1060	1297	せん断
CB-2	100	171	120 〃	940	1297	〃
CC-1	150	171	120 〃	1330	1297	曲げ
CC-2	200	171	166 〃	1270	1297	〃
CD-1	150	177	156 〃	1090	1913	せん断

※ 曲げひびわれが成長している途中でせん断ひびわれが入る。

$$\text{ひびわれ荷重} \quad P_c = \frac{2}{a} \cdot M_c \quad (\text{kg})$$

ただし、 σ_b ：曲げ強度 (kg/cm^2)、 I_g ：鉄筋を考慮に入れた全断面を有効とした換算断面 2 次モーメント (cm^4)、 g' ：換算断面の図心から下縁までの距離 (cm)、 a ：载荷スパン (cm)

(2) 破壊荷重²⁾

破壊モーメント

$$M_u = q \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_c' \left(1 - \frac{k_2}{k_1 \cdot k_3} \cdot q \right)$$

$$q = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_c'}, \quad k_1 = 0.94 - \frac{\sigma_c'}{1830},$$

$$k_2 = 0.50 - \frac{\sigma_c'}{5625}, \quad k_3 = \frac{275 + 0.35 \sigma_c'}{225 + \sigma_c'}$$

$$\text{破壊荷重} \quad P_u = \frac{2}{a} \cdot M_u$$

ただし、 b, d ：梁断面の幅および有効高さ (cm)、 A_s ：鉄筋量 (cm^2)

σ_c' ：モルタルの圧縮強度 (kg/cm^2)、 σ_{sy} ：鉄筋の降伏点応力度 (kg/cm^2)

表 3 を見ると、梁がせん断で破壊した場合には、破壊荷重の実測値は理論値をかなり下まわっているが、これは理論値が曲げ破壊を前提として算出されているためと思われる。本実験の範囲では腹鉄筋がなく、しかも鉄筋量が多いような場合にはせん断破壊が起こりやすくなっているように思われる。

鉄筋モルタル梁の静的曲げ試験における極限曲げ歪みは $120 \sim 160 \mu$ 程度で、この値は 2・1 で述べた無筋モルタル梁の静的極限曲げ歪み 200μ より若干小さくなっている。これは、鉄筋モルタル梁ではモルタル打設後の初期収縮が鉄筋の存在によって妨げられ、結果的にモルタルに引張り歪みをもたらされるためと思われる。

§ 4 無筋モルタル梁の動的特性

4.1 無筋モルタル角柱の縦衝撃実験

$5 \times 5 \times 50 \text{ cm}$ のモルタル角柱に $\phi 28.6 \text{ mm}$ の鋼球を落下させて縦衝撃を加え、その際に発生、伝播する歪み波を観測することによって得られた資料に基づいて、モルタルの動的弾性係数 E_D 、対数減衰率 Δ を求めて、次のような測定値を得た。

$$E_D = 3.28 \times 10^5 \text{ kg}/\text{cm}^2, \quad \Delta = 0.0326$$

4.2 無筋モルタル梁の横衝撃実験

$5 \times 5 \times 50 \text{ cm}$ の無筋モルタル梁のスパン中央下縁に共和ゲージ K10A1 を貼布し、スパン中央上縁に $\phi 28.6, 42, 50.8 \text{ mm}$ の鋼球を落下させて横衝撃を加え、その際発生する歪み波形をデュアルビームシンクロスコープ DS 5016 で観測した。(図 4)

種々の落高 h で実験を行ない、衝撃速度 v_0 (=

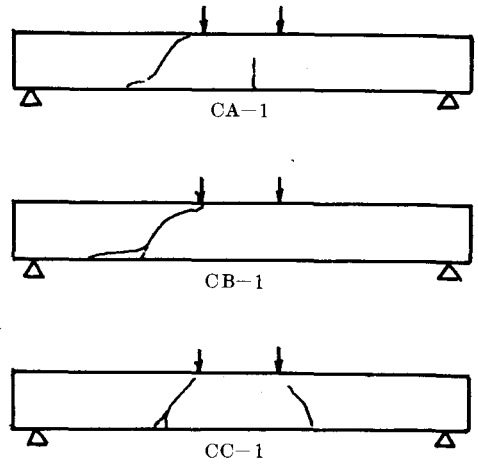


図 3 鉄筋モルタル梁の静的破壊状況

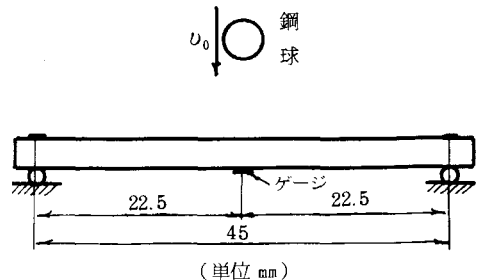


図 4 無筋モルタル梁の横衝撃

$\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$)とスパン中央下縁の最大曲げ歪みとの関係を求めると、図5のようになる。これを見ると、破壊近傍に到るまで衝撃速度 u_0 と最大曲げ歪みとは大略、比例していることが認められる。

次に、破壊直前の極限曲げ歪み、およびその時の打撃エネルギーをまとめると表4のようになる。

ここに打撃エネルギーは重錐重量 W と落高 h の積である。表4を見ると、無筋モルタルの動的極限曲げ歪みは $440 \sim 480 \mu$ 程度になっており、無筋および鉄筋モルタル梁の静的極限曲げ歪み(それぞれ 200μ , $120 \sim 160 \mu$)よりかなり大きくなっている。これは静的試験では荷重が持続的に作用するに反し、衝撃の際には、衝撃力は瞬間的にしか作用しないためと思われる。

なお、球径42mmの場合よりも、球径50.8mmの場合の方が打撃エネルギーは小さくなっている。

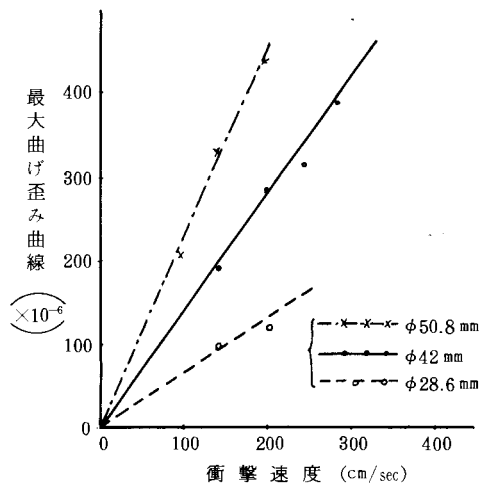


図5 無筋モルタル梁の衝撃速度 - 曲げ歪み曲線

表4 無筋モルタル梁の横衝撃実験結果

供試体 No	極限歪み ($\times 10^{-6}$)	破壊時の 打撃エネ ルギー ($\text{kg} \cdot \text{cm}$)	球径・落高 (cm) (cm)
P-1	440	15	$\phi 4.2$ 50
P-2	480	8	$\phi 5.08$ 15
P-3	460	12	$\phi 4.2$ 40
P-4	460	18	$\phi 4.2$ 60
P-5	460	10.8	$\phi 5.08$ 20

※ $\phi 4.2 : 0.3 \text{ kg}$, $\phi 5.08 : 0.54 \text{ kg}$

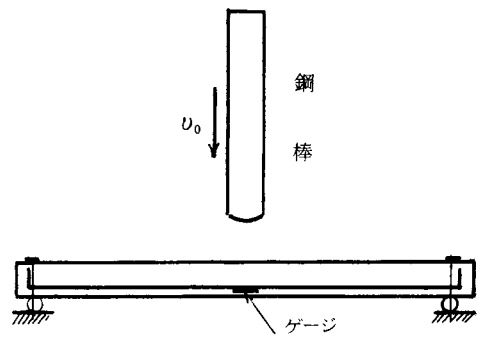


図6 鉄筋モルタル梁の横衝撃実験

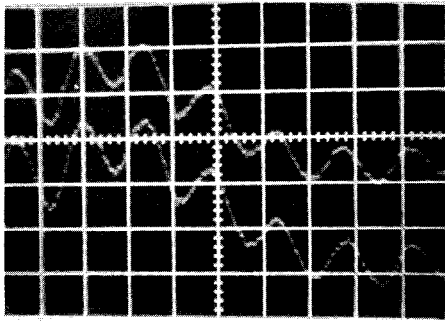


写真1 歪み波形

上：鉄筋，下：下縁モルタル
供試体 CC 型，鋼球径 4.2，落高 20 cm
縦 $100 \mu / d$ ，横 $0.2 \text{ msec} / d$

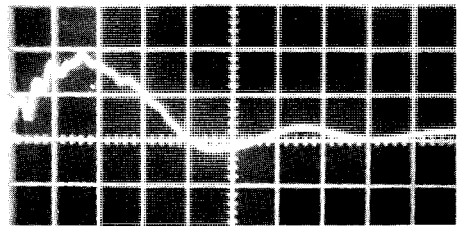


写真2 鉄筋歪み波形

供試体 CD 型，鋼棒 $D5 \times 30$ ，落高 60 cm
縦 $2000 \mu / d$ ，横 $1 \text{ msec} / d$

§ 5 鉄筋モルタル梁の横衝撃実験

5.1 概 要

2.2 で述べた各種供試体のスパン中央下縁モルタルおよび $\phi 6$ mm 鉄筋に共和ゲージを貼布し、スパン中央上縁に鋼球又は鋼棒を落下させて梁に横衝撃を加えた。(図 6)

鋼球は $\phi 42$ mm および 50.8 mm のものを用い、落高 h を 5, 10, 15, ……と増大させて行き、スパン中央下縁モルタルにひびわれが生ずるまでの間について実験を行なった。(写真 1)

ひびわれが生じた後は鋼球のかわりに直径 5 cm, 長さ 30 cm 又は 60 cm の鋼棒 (衝撃端面の曲率半径 5 cm) を落下させた。(図 6) この場合も落高を増加させて行き、梁が破壊するか又は、鉄筋の歪みが著しく増大するまで反覆打撃を加えた。

(写真 2)

5.2 鋼球による横衝撃実験

鋼球の落高を増大させて行くと、下縁モルタルおよび鉄筋の歪みは大略衝撃速度に比例して増大して行すが、下縁モルタルにひびわれが生じた後には鉄筋の歪みが急に増大することが認められた。

この場合のモルタルの動的極限曲げ歪みは表 5 に見るように § 4 の無筋モルタル梁の場合の値 $440 \sim 480 \mu$ に較べてかなり小さくなっている。これも矢張り、供試体打設後のモルタルの乾燥収縮が鉄筋の存在によって妨げられ、結果的にモルタルに引張り歪みが生ずるためと思われる。

5.3 鋼棒による横衝撃実験

鋼棒を落下させた場合、鋼棒の衝撃速度 v_0 とスパン中央における $\phi 6$ mm 鉄筋の最大曲げ歪みの関係を図 7 に、破壊モードおよび破壊時の打撃エネルギーを表 6 に、さらに破壊時のひび割れ状況の 1 部を図 8 に示す。ここで、表 6 の破壊時の打撃エネルギーは、梁が曲げ破壊する場合については鉄筋の最大曲げ歪みが 4000μ を越す場合の鋼棒の落高 h と重量 W との積とし、一方、せん断で破壊する場合については、せん断ひびわれが生ずる場合の落高 h と鋼棒重量 W との積とした。

図 7 で最大歪みが 4000μ を越すような場合 (これは主として曲げ破壊の場合

表 5 鉄筋モルタル梁の動的極限曲げ歪み

供試体 No	極限曲げ歪み
CA-I	200×10^{-6}
CB-I	200 "
CB-II	180 "
CC-I	240 "
CC-II	260 "
CC-III	200 "
CD-I	180 "

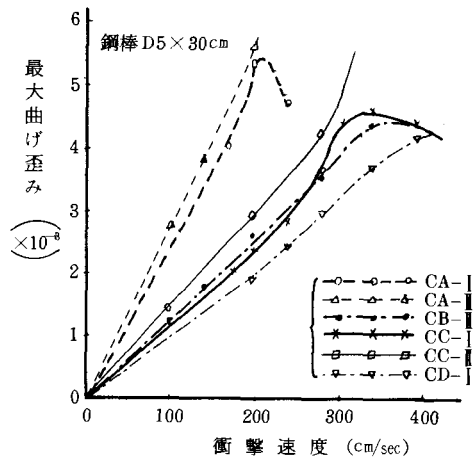


図 7 衝撃速度 - 最大曲げ歪み曲線 (鉄筋モルタル梁)

表 6 鋼棒による横衝撃実験結果

供試体 No	破壊モード	破壊時の打撃エネルギー (kg·cm)	鋼棒長 (cm)	落高 (cm)
CA-I	曲げ破壊	52.4	30	10
CA-II	"	104.8	"	20
CB-I	"	209.6	"	40
CB-II	せん断破壊	209.6	"	"
CC-I	曲げ破壊	209.6	"	"
CC-II	"	209.6	"	"
CD-I	せん断破壊	409.6	60	"
CD-II	"	508.4	"	60

※ D5×30: 5.24 kg, D5×60: 10.24 kg

合であるが), 鉄筋の歪みは, 4000μ 前後の歪みのところから急昇し, そのまま増大するか, 又は其処で頭打ちになる。この頭打ちになるのは, 梁に加えられる打撃エネルギーがそのまま梁の内部の局部破壊を進行させるものとして消費されるためと思われる。いずれにせよ, 鉄筋は 4000μ 前後の歪みのところで降伏するものと思われる。この値は鉄筋の静的降伏歪み 3000μ と比較すると30%程度大きくになっている¹⁾。梁がせん断で破壊する場合には鉄筋が降伏するより前に, すなわち, 鉄筋の歪みが 4000μ に到達する前にせん断ひびわれが生ずるものと思われる。

表6の中の破壊モードを見ると, 鉄筋量が多い場合にせん断破壊が起こりやすくなるように思われる。また, 腹鉄筋はせん断破壊をおこりにくくする効果を持つように思われる。

表6の中の破壊時の打撃エネルギーのところを見ると, 鉄筋量が多い場合ほど, 破壊時の打撃エ

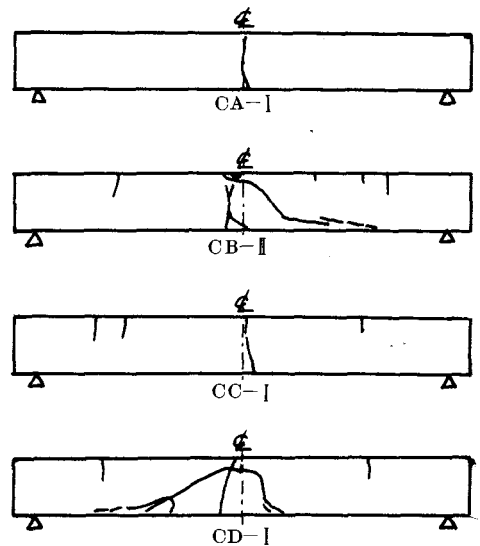


図8 横衝撃による鉄筋モルタル梁の破壊状況

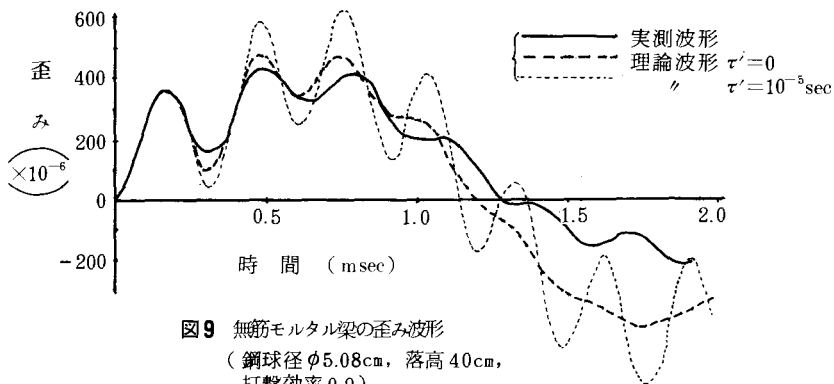


図9 無筋モルタル梁の歪み波形
(鋼球径 $\phi 5.08\text{cm}$, 落高 40cm , 打撃効率 0.9)

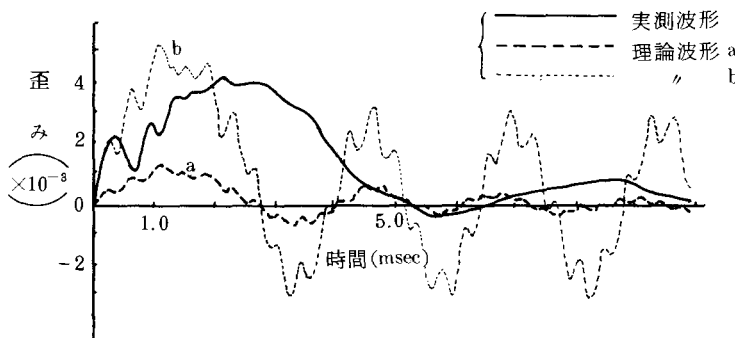


図10 鉄筋モルタル梁の歪み波形
(供試体 CC 型, 鋼棒 D5 \times 30cm, 落高 40cm)

エネルギーは大きくなっている。

図8のように上縁の1/4スパン近傍のところにひびわれが発生することが数多く見られる。これは衝撃の初期にスパン中央断面に生ずる正の曲げモーメントに対応して、その両側の断面に生ずる負の曲げモーメントによるものと思われる。

§ 6 理論歪み波形と実測歪み波形との比較

6.1 計算データ

横衝撃を受ける梁の上の任意の点の歪み波形は Timoshenko の振動方程式を解くことによって得られる。^{3),4)} 本研究では Timoshenko の式を差分解法によって解くことにする。ここでは次の場合について、スパン中央下縁若しくは鉄筋の歪み波形を求めた結果を示す。

- i 無筋モルタル梁に $\phi 50.8\text{mm}$ の鋼球を落高 $h=20\text{cm}$ で落下させる。(図9)
- ii CC型の鉄筋モルタル梁に $D5 \times 30\text{cm}$ の鋼棒を落高 $h=40\text{cm}$ で落下させる。(図10)

i, iiのいずれの場合にも計算データとして次のものを用いた。

梁の分割数 $ND=20$, 時間間隔の長さ $\Delta t=0.5\mu\text{sec}$

衝撃子(鋼球, 鋼棒)の

弾性係数: $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, 単位体積重量: 0.00774 kg/cm^3 , ポアソン比: 0.29

モルタルの

弾性係数: $3.28 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, 単位体積重量: 0.0022 kg/cm^3 , ポアソン比: 0.16667

梁断面のせん断係数: 0.6667

この他に、鋼球の内部摩擦係数を $\tau'=0$, 5×10^{-6} , $10 \times 10^{-6} \text{ sec}$ とした。また、鋼球の打撃効率を $e=0.9$ とした。

一方、鋼棒の場合には、鋼棒内の歪み波の伝播を考慮するために、鋼棒を20分割した。⁵⁾

6.2 無筋モルタル梁に鋼球を落下させた場合

図9に見られるように、初期の立上り部分は、打撃効率を $e=0.9$ とすることによって、理論波形を実測波形に合致させることが可能になっている。この事は鋼球とモルタル梁との接触に関しては、Hertz の理論は厳密に云えば成立せず、衝撃の際の接触面における損失を別に考慮する必要があることを示すものと思われる。

初期の立上り部分に続く低周波の山の部分では、内部摩擦を考慮することによって、理論波形を実測波形に近づけることが可能なように思われる。

しかし、低周波の谷の部分になると、内部摩擦を考慮しても両方の波形を合致させることは出来なくなっている。この理由の1つは支点におけるエネルギー逸散にあるように思われる。

6.3 鉄筋モルタル梁に鋼棒を落下させる場合

この場合には少なくとも鉄筋モルタル梁のスパン中央下縁にひびが入るので、梁のすべての部分について全断面有効とすることは適切ではない。図10の理論波形 a は全断面を有効として計算した場合のもので、実測波形とかなりへだたりが生じている。理論波形 b は梁を20分割した際の中央の要素については全断面有効とせず、その部分の断面2次モーメントは引張側のモルタル部分を無視して計算したものである。

しかし、そのようにしても理論波形と実測波形との不一致が見られる。特に図10の後半部以降にお

いて著しい。この理由の1つは支点におけるエネルギー損失の評価がなされていないことにあると思われる。

なお、理論波形bの場合、内部摩擦を考慮すると計算が不安定となり、事実上、内部摩擦を考慮することは出来なかった。

§7 あとがき

本研究で得られた主要な結論は次のとおりである。

- i 梁のスパン中央下縁の曲げ歪みは、ひびわれ発生直前に到るまで、衝撃速度に比例して増大する。
- ii 無筋および鉄筋モルタル梁の動的極限曲げ歪みはそれぞれ $440 \sim 480 \mu$, $180 \sim 240 \mu$ 程度であり、各々の梁に対する静的極限曲げ歪み 200μ 程度, $120 \sim 160 \mu$ より大きくなっている。
- iii 鉄筋量が多くなるとせん断破壊が起こりやすくなるように思われる。なお、腹鉄筋はせん断破壊を妨げる効果を持つように思われる。
- iv 鉄筋の動的降伏点歪みは 4000μ 程度であり、静的降伏点歪み 3000μ より30%程度大きくなっている。
- v 梁にひびが入るまでは、差分解法による Timoshenko 解の適用性は良好のように思われる。
- vi 梁にひびが入るような場合には、それを考慮に入れる必要があると思われる。その場合、支点におけるエネルギー損失について検討することが望まれる。

参 考 文 献

- 1) 青柳征夫：衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリートはりの基礎的研究，セメント技術年報，1965
- 2) 岡田清：鉄筋コンクリート工学，朝倉書店，1972
- 3) 久良喜代彦：Timoshenko 梁の差分解法，呉高専研究報告，17巻1号，1981
- 4) 久良喜代彦：レジンモルタル梁の動的特性，呉高専研究報告，17巻2号，1982
- 5) 久良喜代彦：長い打撃棒による梁の横衝撃，呉高専研究報告，18巻1号，1982

(昭和58年4月15日受付)

三次元弾性論による自重を考慮した平板の解析

(土木工学科) 丸 上 晴 朗

Analysis of Plates with Their own Weights by the Theory of Three Dimensional Elasticity

Seirō MARUGAMI

The elastic problem of a rectangular plate is considered in this paper.

It is showed in this paper that the way we have looked for the solutions which satisfy the Navier's equation with body force in the theory of three dimensional elasticity and the boundary conditions of the rectangular plate.

In the second place we show the results of numerical calculations by the above solutions.

Using the results of numerical calculations, we have cleared up the differences between the solutions of Navier's equation with body force and the solutions of Navier's equation without body force.

In case the ratio of thickness of plate to side length of that is less than 0.3, the differences of two different solutions are very little.

§ 1. まえがき

均質・等方性物体の微小変形を対象にした三次元弾性論に現われる Navier の方程式の物体力の項を無視した場合の長方形板の解析については報告した。^{1,2)} 本文においては平板の自重即ち Navier の方程式中の物体力の項を無視しない場合の長方形板の解析方法と数値計算例などを述べる。ここでは静的問題だけを取扱うので物体力を考慮するということは自重を考慮するということになる。

本研究の目的は大別すると二つある。近似解と厳密解との差の程度を明らかにすることがその第一である。第二は厳密解が各種の平板理論の正確さを検討する場合に基準の役目を果たすことにある。

§ 2. 三次元弾性論における物体力を考慮した Navier 方程式とその解

長方形板に対して座標軸を図1のように定める。任意点の変位の x, y, z 軸方向成分をそれぞれ u, v, w とし, λ, μ をラーメの定数とする。物体力の成分は下向きの成分だけであるから, Navier の方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial x} + \mu \Delta u &= 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial y} + \mu \Delta v &= 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial z} + \mu \Delta w + \rho &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)_{1-3}$$

(1)₃ 式の ρ は物体力であり平板の単位体積当りの重量, $e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ とする.

(1) 式によって長方形板の解析をするために長方形板の受ける荷重, 支持条件を定める. 荷重は図1の長方形板の上面に等分布荷重 q を満載し四辺を単純支持する. 支持辺は $z=c$ 平面内において $x=0, x=a, y=0, y=b$ とする. この場合の境界条件は次式による条件³⁾が広く用いられている.

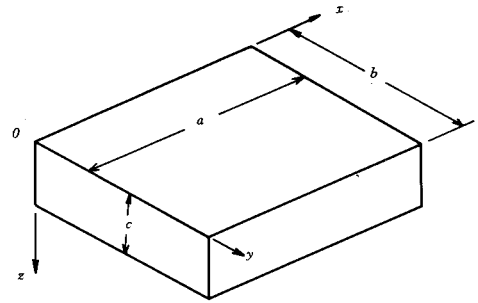


図 1

$$\left. \begin{aligned} x=0: \sigma_x=0, \quad v=0, \quad w=0 \\ x=a: \sigma_x=0, \quad v=0, \quad w=0 \\ y=0: \sigma_y=0, \quad u=0, \quad w=0 \\ y=b: \sigma_y=0, \quad u=0, \quad w=0 \\ z=0: \sigma_z=-q, \quad \tau_{xz}=0, \quad z_{xy}=0 \\ z=c: \sigma_z=0, \quad \tau_{xz}=0, \quad z_{xy}=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)_{1-6}$$

(2) の境界条件を全て満足しかつ (1) の方程式を成立させる u, v, w が求める解である. (1) の積分変換を行い引き続いて逆変換を行って解を求める. 物体力がない場合についてこの手法を適用した研究は既に報告しているので既報分との重複はできるだけ避けつつ計算結果を中心に略述する. (1)₁ $\sim K_1 \equiv \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c}$, (1)₂ $\sim K_2 \equiv \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c}$, (1)₃ $\sim K_3 \equiv \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{r\pi z}{c}$ を乗じて三回連続して積分変換を行って $\bar{\bar{u}}, \bar{\bar{v}}, \bar{\bar{w}}$ を求めると次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\bar{u}} = \bar{\bar{u}}(m, n, r) &\equiv \int_0^c \int_0^b \int_0^a u K_1 dx dy dz = \frac{(\lambda + \mu) m}{\pi a (\lambda + 2\mu) M^2} \left[\left\{ \frac{\lambda}{\lambda + \mu} M - 2 \left(\frac{r}{c} \right)^2 \right\} B + \frac{r \rho(m, n, r)}{\pi c \mu} \right] \\ \bar{\bar{v}} = \bar{\bar{v}}(m, n, r) &\equiv \int_0^c \int_0^b \int_0^a v K_2 dx dy dz = \frac{(\lambda + \mu) n}{\pi b (\lambda + 2\mu) M^2} \left[\left\{ \frac{\lambda}{\lambda + \mu} M - 2 \left(\frac{r}{c} \right)^2 \right\} B + \frac{r \rho(m, n, r)}{\pi c \mu} \right] \\ \bar{\bar{w}} = \bar{\bar{w}}(m, n, r) &\equiv \int_0^c \int_0^b \int_0^a w K_3 dx dy dz = \frac{\rho(m, n, r)}{\pi^2 \mu M} \left\{ M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \left(\frac{r}{c} \right)^2 \right\} \\ &\quad - \frac{r B}{\pi c (\lambda + 2\mu) M^2} \left\{ (3\lambda + 4\mu) M - 2(\lambda + \mu) \left(\frac{r}{c} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)_{1-3}$$

$$\text{但し, } M = \left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 + \left(\frac{r}{c} \right)^2, \quad B \equiv \int_0^b \int_0^a \left\{ (-1)^r [w]_{z=c} - [w]_{z=0} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy,$$

$$\rho(m, n, r) \equiv \frac{abc\rho}{mn\tau\pi^3} \cdot \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ 1 - (-1)^r \right\} \quad \text{である.}$$

文献 (1) に述べた逆変換公式へ (3) 式の右边を代入して解 u, v, w を求めると次のようになる.

$$u = - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda c m B_{mn}}{a (\lambda + 2\mu) \tau_{mn}^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(\lambda + \mu) c m}{a (\lambda + 2\mu) (\tau^2 + \tau_{mn}^2)^2} \left\{ \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (\tau^2 + \tau_{mn}^2) - 2\tau^2 \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \left[B_{mn} \{1 + (-1)^r\} + B'_{mn} \{1 - (-1)^r\} \right] \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{8c^3 \rho (\lambda + \mu)}{\pi^5 a n \mu (\lambda + 2\mu) (r^2 + \gamma_{mn}^2)^2} \\
 & \cdot \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \{1 - (-1)^r\} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c} \\
 v = & - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda c n B_{mn}}{b (\lambda + 2\mu) \gamma_{mn}^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(\lambda + \mu) c n}{b (\lambda + 2\mu) (r^2 + \gamma_{mn}^2)^2} \left\{ \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (r^2 + \gamma_{mn}^2) - 2r^2 \right\} \\
 & \cdot \left[B_{mn} \{1 + (-1)^r\} + B'_{mn} \{1 - (-1)^r\} \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{8c^3 \rho (\lambda + \mu)}{\pi^5 b m \mu (\lambda + 2\mu) (r^2 + \gamma_{mn}^2)^2} \\
 & \cdot \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \{1 - (-1)^r\} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{r\pi z}{c} \\
 w = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r}{r^2 + \gamma_{mn}^2} \left\{ 1 + \frac{2(\lambda + \mu) \gamma_{mn}^2}{(\lambda + 2\mu) (r^2 + \gamma_{mn}^2)} \right\} \left[B_{mn} \{1 + (-1)^r\} + B'_{mn} \{1 - (-1)^r\} \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
 & \cdot \sin \frac{r\pi z}{c} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{8c^2 \rho}{\pi^5 \mu m n r (r^2 + \gamma_{mn}^2)^2} \left(r^2 + \gamma_{mn}^2 - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} r^2 \right) \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \{1 - (-1)^r\} \\
 & \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{r\pi z}{c} \dots\dots\dots (4)_{1-3}
 \end{aligned}$$

(4) 式中の γ_{mn}^2 , B_{mn} , B'_{mn} は次式で示される量で B_{mn} , B'_{mn} は未知量である。

$$\begin{aligned}
 \gamma_{mn}^2 & \equiv \left(\frac{c m}{a} \right)^2 + \left(\frac{c n}{b} \right)^2, \quad B_{mn} \equiv \frac{4}{\pi a b} \int_0^b \int_0^a \{ [w]_{z=0} - [w]_{z=c} \} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy, \\
 B'_{mn} & \equiv \frac{4}{\pi a b} \int_0^b \int_0^a \{ [w]_{z=0} + [w]_{z=c} \} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

以上で Navier の方程式の解であつてかつ境界条件を満足する u , v , w が形式的には求められた。しかしこの形式的な解は未知量 B_{mn} , B'_{mn} を含んでいるのでこれを求めなければならない。これを求めるには条件式 (2)₅ と (2)₆ のうちの σ_z に関する条件を用いる。 $\sigma_z = \lambda e + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$ であるのでこれに (4) を代入すると $\sigma_z = f(x, y, z)$ となるので、 $f(x, y, 0) = -q$, $f(x, y, c) = 0$ の両式から B_{mn} , B'_{mn} を求める。しかし $z = c$ は (4)₃ の Fourier 級数の不連続点であるので予め z については級数の和を求めておかねばならない。従つて $\sigma_z = \lambda e + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$ に (4) 式をそのまま代入するのではなく (4) の z については和に直しておいてから代入する。このために (4) の z の級数の和を求める。つまり三重級数を二重級数に変形する。 Fourier 級数の不連続点の値の使用を避ける目的で三重級数を二重級数に変形するのであるから、(4)₁, (4)₂ 式についてはこの変形をしなくてもよいが二重級数のほうが取扱い易いのでこれらの式も二重級数に変形する。以下この変形計算の概要を述べる。(4)₁ の u の第二番目の級数及び (4)₂ の v の第二番目の級数と (4)₃ の w の第一番目の級数は既に別報²⁾において二重級数に直されているので、本文においては u と v との第三番目の級数と w の第二番目の級数とについて考える。記述の簡略化のために今後は u の第三番目の級数を u_3 , v のそれを v_3 , w の第二番目の級数を w_2 と書き表わすことにする。

$$u_3 \text{ の } r \text{ についての級数は } \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\{1-(-1)^r\}}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos \frac{r\pi z}{c} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos \frac{r\pi z}{c} - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos \frac{r\pi z}{c} \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。これらの級数の和を求める。

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos \frac{r\pi z}{c} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos rx = y \quad \dots\dots\dots (7)$$

とにおいて y を求める。この式で $x \equiv \frac{\pi z}{c}$ とし、 x, y は図1の座標系の x, y とは全く別の意味である。混同する心配はないので以下この x, y を用いる。(7)の項別微分を x について行うと次式となる。

$$y' = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{-r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \sin rx \quad \dots\dots\dots (7)_1$$

文献(2)の(48)式から(7)₁の右辺は次のようになる。

$$y' = -\sum_{r=1}^{\infty} \frac{r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \sin rx = \left(\frac{\pi}{\sinh \pi \gamma_{mn}} \right)^2 \frac{\sinh \gamma_{mn} x}{4\gamma_{mn}} - \frac{\pi x \cosh \gamma_{mn}(x-\pi)}{4\gamma_{mn} \sinh \pi \gamma_{mn}} \quad \dots\dots\dots (7)_2$$

これを積分すると y は次のようになる。 C は積分定数とする。

$$y = \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn} \sinh \pi \gamma_{mn}} \right)^2 \cosh \gamma_{mn} x - \frac{\pi x}{4\gamma_{mn}^2 \sinh \pi \gamma_{mn}} \sinh \gamma_{mn}(x-\pi) + \frac{\pi \cosh \gamma_{mn}(x-\pi)}{4\gamma_{mn}^3 \sinh \pi \gamma_{mn}} + C \quad \dots\dots\dots (7)_3$$

(7)₃の右辺で $y(0), y(2\pi)$ を計算すると $y(0)=y(2\pi)$ となるので(7)₃は $0 \leq x \leq 2\pi$ で Fourier 展開できる。従って(7)と(7)₃において $x=0$ として次式が成立する。

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} = \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn} \sinh \pi \gamma_{mn}} \right)^2 + \frac{\pi \cosh \pi \gamma_{mn}}{4\gamma_{mn}^3 \sinh \pi \gamma_{mn}} + C \quad \dots\dots\dots (7)_4$$

(7)₄の左辺の値は公式集⁴⁾から求まるので $C = \frac{-1}{2\gamma_{mn}^4}$ となる。よって(7)の級数は次式で表わせる。

$$y = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos rx = \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \right)^2 \cosh \gamma_{mn} x - \frac{\pi x}{4\gamma_{mn}^2} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \sinh \gamma_{mn}(x-\pi) \\ + \frac{\pi}{4\gamma_{mn}^3} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \cosh \gamma_{mn}(x-\pi) - \frac{1}{2\gamma_{mn}^4} \quad \dots\dots\dots (8)$$

次に(6)式の二番目の級数の和を求める。

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos \frac{r\pi z}{c} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos rx = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos r(x \pm \pi) \quad \dots\dots\dots (9)$$

(9)において $x \equiv \frac{\pi z}{c}$ とする。 $0 \leq z \leq c$ であるから、 $0 \leq x \leq \pi$ となる。(8)の両辺の $x \rightarrow x+\pi$ 又は $x-\pi$ を代入すれば(9)の和が形式的には得られるように思われる。(8)の成立範囲は $0 \leq x \leq 2\pi$ であって、今の場合 $0 \leq x \leq \pi$ であることを考慮すると $-\pi \leq x-\pi \leq 0$ となるからこれを(8)の両辺の $x \rightarrow$ 代入するのは正しくない。 $\pi \leq x+\pi \leq 2\pi$ であるからこれを(8)の両辺の $x \rightarrow$ 代入すると、

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos rx = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \cos r(x+\pi) = \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \right)^2 \cosh \gamma_{mn}(x+\pi) \\ - \frac{\pi}{4\gamma_{mn}^2} (x+\pi) \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \sinh \gamma_{mn} x + \frac{\pi}{4\gamma_{mn}^3} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \cosh \gamma_{mn} x - \frac{1}{2\gamma_{mn}^4} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。

v_3 の r についての級数は u_3 のそれと同じであるから w_2 の r の級数の和を求めることを考える。 w_2

$$\begin{aligned} \text{の } r \text{ についての級数は } & \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\{1-(-1)^r\}}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \left(r^2 + \gamma_{mn}^2 - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} r^2 \right) \sin \frac{r\pi z}{c} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin \frac{r\pi z}{c} \\ & - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin \frac{r\pi z}{c} - \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \sin \frac{r\pi z}{c} + \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r r}{(r^2+\gamma_{mn}^2)^2} \sin \frac{r\pi z}{c} \cdots (11) \end{aligned}$$

となる。この式の三番目、四番目の級数はそれぞれ文献 (2) の (48) 式、(50) 式と同じである。一番目と二番目の級数の和を求める。

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin \frac{r\pi z}{c} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin rx = y \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

とおいて y を求める。 $x = \frac{\pi z}{c}$ である。 $y' = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^2+\gamma_{mn}^2} \cos rx$ の和は公式集から直に求まるのでこれを積分すると y は次のようになる。

$$y = -\frac{\pi}{2\gamma_{mn}^2} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \sinh \gamma_{mn}(\pi-x) - \frac{x}{2\gamma_{mn}^2} + C \quad \cdots \cdots \cdots (12)_1$$

(12) 式で $x = \pi$ とすると $y = 0$ となり (12)₁ の積分定数 $C = \frac{\pi}{2\gamma_{mn}^2}$ となる。よって (12) は次のようになる。

$$y = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin rx = -\frac{\pi}{2\gamma_{mn}^2} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \sinh \gamma_{mn}(\pi-x) - \frac{x}{2\gamma_{mn}^2} + \frac{\pi}{2\gamma_{mn}^2} \quad \cdots \cdots \cdots (12)_2$$

最後に (11) の二番目の級数の和を求める。

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin \frac{r\pi z}{c} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin rx = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin r(x \pm \pi) \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

(13) でも $x = \frac{\pi z}{c}$ とする。(9) から (10) を求めた場合と全く同じに考えて (13) の和は次のようになる。

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin rx = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r^2+\gamma_{mn}^2)} \sin r(x+\pi) = \frac{\pi}{2\gamma_{mn}^2} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \sinh \gamma_{mn} x - \frac{x}{2\gamma_{mn}^2} \quad \cdots (13)_1$$

以上の結果と文献 (2) とを合わせて u , v , w を二重級数で表わすと次のようになる。

$$\begin{aligned} u = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{a(\lambda+2\mu)} \left[\frac{k}{n} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \right)^2 \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{c} z + \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \right)^2 \frac{z}{c} \right. \right. \\ & \cdot \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{\gamma_{mn}} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \right)^2 \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} + \frac{1}{2} \right) - \frac{\pi}{4\gamma_{mn}^3} \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \\ & \cdot \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \left. \right\} + m(B_{mn} J_1 + B'_{mn} J_2) \right] \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ v = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{b(\lambda+2\mu)} \left[\frac{k}{m} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \right)^2 \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{c} z + \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \right)^2 \frac{z}{c} \right. \right. \\ & \cdot \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{\gamma_{mn}} \operatorname{cosech} \pi \gamma_{mn} \right)^2 \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} + \frac{1}{2} \right) - \frac{\pi}{4\gamma_{mn}^3} \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \\ & \cdot \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \left. \right\} + n(B_{mn} J_1 + B'_{mn} J_2) \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8c^2\rho}{\pi^5\mu mn} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left[\frac{\pi}{2\gamma_{mn}^2} \left\{ 1 - \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} \right. \\
& + \frac{\pi^2(\lambda+\mu)}{4\gamma_{mn}(\lambda+2\mu)} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{z}{c} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \right\} \left. \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
& + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{mn}J_3 + B'_{mn}J_4) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \dots\dots\dots (14)_{1-3}
\end{aligned}$$

†14) 式中の k, J_1, J_2, J_3 及び J_4 は次式で示される値であり B_{mn}, B'_{mn} は (5) 式の通りである.

$$\begin{aligned}
k = & \frac{8}{\pi^5\mu} c^2(\lambda+\mu)\rho \\
J_1 = & \frac{\pi\mu}{2\gamma_{mn}} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \pi^2(\lambda+\mu) \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{z}{c} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \right\} \\
J_2 = & \frac{1}{2} \pi^2(\lambda+\mu) \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} - \frac{z}{c} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} \\
& - \frac{\pi\mu}{2\gamma_{mn}} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \\
J_3 = & \frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)} \pi^2\gamma_{mn} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{z}{c} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \right\} \\
& - \frac{\pi}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \\
J_4 = & \frac{\pi}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) + \frac{\lambda+\mu}{4(\lambda+2\mu)} \pi^2\gamma_{mn} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \\
& - \frac{\lambda+\mu}{2c(\lambda+2\mu)} \pi^2\gamma_{mn}z \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots (15)_{1-5}
\end{aligned}$$

$\sigma_z = \lambda e + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$ へ (14) の u, v, w を代入して σ_z を求めると次のようになる. 途中の式の変形は略して最終の結果のみを示す.

$$\begin{aligned}
\sigma_z = & \frac{k\mu\pi^3}{2c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ \frac{z}{c} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right. \\
& - \frac{2\lambda+3\mu}{(\lambda+\mu)\pi\gamma_{mn}} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \left. \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
& + \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn}\gamma_{mn}^2 \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{\mu}{c} z \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{\mu}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \right. \\
& \left. - \frac{\mu}{\pi\gamma_{mn}} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
& + \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B'_{mn}\gamma_{mn}^2 \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{\mu}{\pi\gamma_{mn}} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{\mu}{c} z \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right. \\
& \left. + \frac{\mu}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \dots\dots\dots (16)
\end{aligned}$$

$z=0$ で $\sigma_z = -q$ であるので (16) 式で $z=0$ として次の結果を得る.

$$\begin{aligned} & \frac{k\mu\pi^3}{2c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ \frac{2\lambda+3\mu}{\pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ & - \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \gamma_{mn}^2 \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left(\frac{\mu}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} + \frac{\mu}{\pi\gamma_{mn}} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ & + \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B'_{mn} \gamma_{mn}^2 \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left(\frac{\mu}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} - \frac{\mu}{\pi\gamma_{mn}} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ & = -q \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (17)_1$$

$z=c$ で $\sigma_z=0$ であるので (16) 式で $z=c$ として次の結果を得る.

$$\begin{aligned} & \frac{k\mu\pi^3}{2c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right. \\ & \quad \left. - \frac{2\lambda+3\mu}{\pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \tanh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ & - \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \gamma_{mn}^2 \left(\frac{\mu}{2} \operatorname{cosech}^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} + \frac{\mu}{\pi\gamma_{mn}} \coth \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ & + \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B'_{mn} \gamma_{mn}^2 \left(\frac{\mu}{\pi\gamma_{mn}} \tanh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} - \frac{\mu}{2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ & = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (17)_2$$

(17)₁ と (17)₂ 式の両辺へ $\sin \frac{m'\pi x}{a} \sin \frac{n'\pi y}{b}$ をかけて $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ の間で積分する. 正弦関数の直交性から次のようになる.

$$\begin{aligned} & \frac{k\mu\pi^3}{2c(\lambda+2\mu)mn} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ \frac{2\lambda+3\mu}{\pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right\} \frac{ab}{4} \\ & - \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} B_{mn} \gamma_{mn}^2 \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left(\frac{1}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} + \frac{1}{\pi\gamma_{mn}} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \frac{ab}{4} \\ & + \frac{\pi^3(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} B'_{mn} \gamma_{mn}^2 \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left(\frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} - \frac{1}{\pi\gamma_{mn}} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \frac{ab}{4} \\ & = - \frac{qab}{mn\pi^2} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (18)_1$$

$$\begin{aligned} & \frac{k\mu\pi^3}{2c(\lambda+2\mu)mn} \left\{ 1 - (-1)^m \right\} \left\{ 1 - (-1)^n \right\} \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} - \frac{2\lambda+3\mu}{\pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \tanh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right\} \frac{ab}{4} \\ & - \frac{\mu(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \pi^3 B_{mn} \gamma_{mn}^2 \left(\frac{1}{2} \operatorname{cosech}^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} + \frac{1}{\pi\gamma_{mn}} \coth \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \frac{ab}{4} \\ & + \frac{\mu(\lambda+\mu)}{c(\lambda+2\mu)} \pi^3 B'_{mn} \gamma_{mn}^2 \left(\frac{1}{\pi\gamma_{mn}} \tanh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \right) \frac{ab}{4} \\ & = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (18)_2$$

(18)₁₋₂ は B_{mn} , B'_{mn} を定める式であるから B_{mn} , B'_{mn} を求めると次式になる.

$$B_{mn} = \frac{4qc(\lambda+2\mu)\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\}}{\mu(\lambda+\mu)\pi^4 mn\gamma_{mn}(\pi\gamma_{mn} + \sinh \pi\gamma_{mn})} \sinh^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2}$$

$$B'_{mn} = \frac{4c\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\} \left[\pi\gamma_{mn} \left\{ q(\lambda+2\mu) \cosh^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} - c\rho(\lambda+\mu) \right\} + c\rho(2\lambda+3\mu) \sinh \pi\gamma_{mn} \right]}{\mu(\lambda+\mu)\pi^5 mn\gamma_{mn}^2 (\sinh \pi\gamma_{mn} - \pi\gamma_{mn})} \quad \dots\dots\dots (19)_{1-2}$$

B'_{mn} を二項に分けて $B'_{mn} = B_{mn1} + B_{mn2}$ と変形する. 但し B_{mn1} , B_{mn2} はそれぞれ次式で示される値とする.

$$B_{mn1} = \frac{4qc(\lambda+2\mu)\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\}}{\mu(\lambda+\mu)\pi^4 mn\gamma_{mn}(\sinh \pi\gamma_{mn} - \pi\gamma_{mn})} \cosh^2 \frac{\pi\gamma_{mn}}{2}$$

$$B_{mn2} = \frac{4c^2\rho\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\}\{(2\lambda+3\mu) \sinh \pi\gamma_{mn} - \pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)\}}{\mu(\lambda+\mu)\pi^5 mn\gamma_{mn}^2 (\sinh \pi\gamma_{mn} - \pi\gamma_{mn})} \quad \dots\dots\dots (19)_{3-4}$$

(19)₁ 式の B_{mn} , (19)₃ 式の B_{mn1} は Navier の方程式中の物体力の項を無視した場合の解に現われる B_{mn} , B'_{mn} にそれぞれ一致している. さらに (15) 式中の J_1, J_2, J_3, J_4 はそれぞれ Navier の方程式中の物体力の項を無視した場合の解に現われる J_1, J_2, J_3, J_4 に一致している. これらのことと (14) 式とを考え u, v, w をそれぞれ二つの項に分けて次のように書き表わす.

$$\left. \begin{aligned} u &= u_a + u_b \\ v &= v_a + v_b \\ w &= w_a + w_b \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (20)_{1-3}$$

これらの式の内容を次のように決める.

$$u_a = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{cm}{a(\lambda+2\mu)} (B_{mn}J_1 + B_{mn1}J_2) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2qc^2\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2}}{a\mu(\lambda+\mu)\pi^3 n\gamma_{mn}(\pi\gamma_{mn} + \sinh \pi\gamma_{mn})} \left[\frac{\mu}{\gamma_{mn}} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) + \pi(\lambda+\mu) \left\{ \frac{z}{c} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \right\} \right] \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2qc^2\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2}}{a\mu(\lambda+\mu)\pi^3 n\gamma_{mn}(\sinh \pi\gamma_{mn} - \pi\gamma_{mn})} \left[\pi(\lambda+\mu) \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} - \frac{z}{c} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} - \frac{\mu}{\gamma_{mn}} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right] \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$u_b = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{a(\lambda+2\mu)} \left[\frac{k}{n} \{1-(-1)^m\} \{1-(-1)^n\} \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \right)^2 \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{z}{c} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} - \frac{1}{\pi\gamma_{mn}} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} + mB_{mn2}J_2 \right] \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c^3\rho\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\}}{a\mu\pi^3 n\gamma_{mn}^2 (\sinh \pi\gamma_{mn} - \pi\gamma_{mn})} \left\{ \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} - \frac{2z}{c} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{2(\lambda+2\mu)}{\pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}}{2} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$\begin{aligned}
 v_a &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{cn}{b(\lambda+2\mu)} (B_{mn} J_1 + B_{mn1} J_2) \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\
 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2qc^2 \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2}}{b\mu(\lambda+\mu)\pi^3 m \gamma_{mn} (\pi \gamma_{mn} + \sinh \pi \gamma_{mn})} \left[\frac{\mu}{\gamma_{mn}} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \pi(\lambda+\mu) \left\{ \frac{z}{c} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{cosech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} \right\} \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\
 &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2qc^2 \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \cosh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2}}{b\mu(\lambda+\mu)\pi^3 m \gamma_{mn} (\sinh \pi \gamma_{mn} - \pi \gamma_{mn})} \left[\pi(\lambda+\mu) \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{z}{c} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} - \frac{\mu}{\gamma_{mn}} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\
 v_b &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{b(\lambda+2\mu)} \left[\frac{k}{m} \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \left(\frac{\pi}{2\gamma_{mn}} \right)^2 \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{z}{c} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} - \frac{1}{\pi \gamma_{mn}} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} + n B_{mn2} J_2 \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\
 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c^3 \rho \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\}}{b\mu\pi^3 m \gamma_{mn}^2 (\sinh \pi \gamma_{mn} - \pi \gamma_{mn})} \left\{ \sinh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} - \frac{2z}{c} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2(\lambda+2\mu)}{\pi \gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\
 w_a &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (B_{mn} J_3 + B_{mn1} J_4) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2qc \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\}}{\mu\pi^2 m n \{ \sinh^2 \pi \gamma_{mn} - (\pi \gamma_{mn})^2 \}} \left[\sinh \pi \gamma_{mn} \left\{ \frac{\lambda+2\mu}{\pi \gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - 1 \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{z}{c} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - 1 \right) \right\} + \pi \gamma_{mn} \left\{ \sinh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} - \frac{z}{c} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{c} + \frac{\lambda+2\mu}{\pi \gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \cosh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} \right\} \right] \\
 &\quad \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
 w_b &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8c^2 \rho}{\pi^5 \mu m n} \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \left[\frac{\pi}{2\gamma_{mn}^2} \left\{ 1 - \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\pi^2(\lambda+\mu)}{4\gamma_{mn}(\lambda+2\mu)} \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \left\{ \frac{z}{c} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{sech} \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} \right\} \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
 &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn2} J_4 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\
 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c^2 \rho \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\}}{\mu\pi^4 m n \gamma_{mn}^2 (\sinh \pi \gamma_{mn} - \pi \gamma_{mn})} \left\{ 2 \sinh \pi \gamma_{mn} + \pi \gamma_{mn} \cosh \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2\mu}{\lambda+2\mu} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \cosh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) - 2\pi \gamma_{mn} - 2 \frac{\pi \gamma_{mn} z}{c} \sinh \frac{\pi \gamma_{mn}}{2} \sinh \pi \gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - \frac{1}{2} \right) \right\} \\
 &\quad \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \dots\dots\dots (21)_{1-6}
 \end{aligned}$$

境界条件と物体力の項を考慮した Navier の方程式とを満足する解は (20) 式と (21) 式によって求められた。境界条件と物体力の項のない Navier の方程式とを満足する解は (21)₁ の u_a , (21)₃ の v_a 及び (21)₅ の w_a で表わされることは先の研究結果²⁾から分かることでありこれは荷重によって生ずる変位である。物体力によって生ずる変位は (21)₂ の u_b , (21)₄ の v_b 及び (21)₆ の w_b によって表わされる。従って変位は数式上では荷重によって生ずる変位の項と物体力によって生ずる変位の項とに完全に分離された型で表わされることになる。

§ 3. 数値計算例による近似解と厳密解との比較

近似解と厳密解との比較をする場合、比較すべき力学的量には力と変形がある。ここでは変形のうちたわみだけについて比較する。近似解というのは本文では物体力を平板上面に作用する荷重とみなした場合の解とする。すなわち板厚さが c で板の単位体積重量が ρ であるから、 ρc が物体力による単位面積当りの上載荷重強度になる。予め載荷されている荷重強度 q と合わせて考えると近似解は (21)₅ の q を $q + \rho c$ に直して次のようになる。

$$w_{\text{approx.}} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c(q+\rho c)\{1-(-1)^m\}\{1-(-1)^n\}}{\mu\pi^2 mn\{\sinh^2 \pi\gamma_{mn} - (\pi\gamma_{mn})^2\}} \left[\sinh \pi\gamma_{mn} \left\{ \frac{\lambda+2\mu}{\pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \cosh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - 1 \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{z}{c} \sinh \pi\gamma_{mn} \left(\frac{z}{c} - 1 \right) + \pi\gamma_{mn} \left\{ \frac{c-z}{c} \sinh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} + \frac{\lambda+2\mu}{\pi\gamma_{mn}(\lambda+\mu)} \cosh \frac{\pi\gamma_{mn}z}{c} \right\} \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \dots\dots\dots (22)$$

以下計算条件を示す。計算例に用いた平板は辺長 1 m の正方形板、1 m × 2 m の長方形板及び 1 m

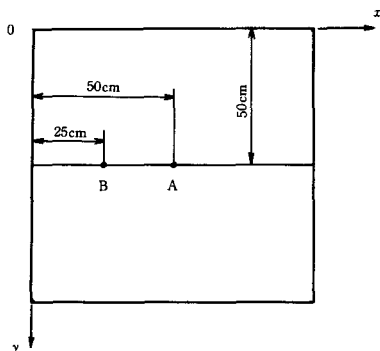


図2 正方形板(1m×1m)とたわみを計算した点A, Bの平面座標値

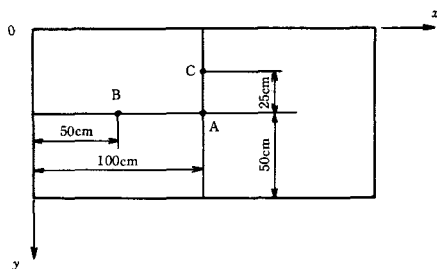


図3 長方形板(1m×2m)とたわみを計算した点A, B, Cの平面座標値

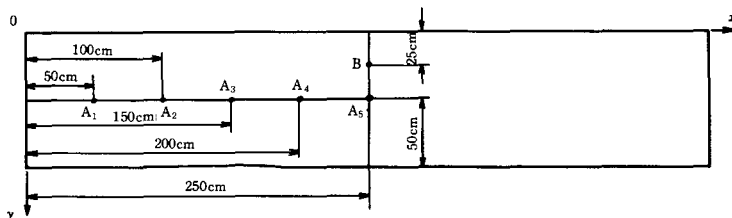


図4 長方形板(1m×5m)とたわみを計算した点A₁, A₂, A₃, A₄, A₅, Bの平面座標値

表1 正方形板のA点の w の値 (cm)

板厚さ z (cm)	解法 荷重	近 似 解		厳 密 解
		$q=1\text{ kg/cm}^2$	$q=(1+\rho c)\text{ kg/cm}^2$	$q=1\text{ kg/cm}^2$
1 cm	0	2.1162	2.1328	2.1328
	0.5	2.1164	2.1330	2.1330
	1	2.1162	2.1328	2.1328
2 cm	0	2.6463×10^{-1}	2.6878×10^{-1}	2.6878×10^{-1}
	1	2.6473×10^{-1}	2.6889×10^{-1}	2.6889×10^{-1}
	2	2.6463×10^{-1}	2.6878×10^{-1}	2.6878×10^{-1}
5 cm	0	1.702×10^{-2}	1.769×10^{-2}	1.769×10^{-2}
	1.25	1.705×10^{-2}	1.772×10^{-2}	1.772×10^{-2}
	2.50	1.706×10^{-2}	1.773×10^{-2}	1.773×10^{-2}
	3.75	1.705×10^{-2}	1.772×10^{-2}	1.772×10^{-2}
	5	1.702×10^{-2}	1.769×10^{-2}	1.769×10^{-2}
10 cm	0	2.186×10^{-3}	2.358×10^{-3}	2.358×10^{-3}
	2.5	2.200×10^{-3}	2.373×10^{-3}	2.374×10^{-3}
	5	2.205×10^{-3}	2.378×10^{-3}	2.379×10^{-3}
	7.5	2.199×10^{-3}	2.372×10^{-3}	2.373×10^{-3}
	10	2.184×10^{-3}	2.355×10^{-3}	2.356×10^{-3}
20 cm	0	3.048×10^{-4}	3.526×10^{-4}	3.531×10^{-4}
	5	3.105×10^{-4}	3.592×10^{-4}	3.601×10^{-4}
	10	3.115×10^{-4}	3.604×10^{-4}	3.615×10^{-4}
	15	3.083×10^{-4}	3.567×10^{-4}	3.579×10^{-4}
	20	3.005×10^{-4}	3.477×10^{-4}	3.490×10^{-4}
30 cm	0	1.083×10^{-4}	1.338×10^{-4}	1.338×10^{-4}
	7.5	1.104×10^{-4}	1.363×10^{-4}	1.370×10^{-4}
	15	1.098×10^{-4}	1.356×10^{-4}	1.368×10^{-4}
	22.5	1.071×10^{-4}	1.323×10^{-4}	1.338×10^{-4}
	30	1.018×10^{-4}	1.258×10^{-4}	1.273×10^{-4}
40 cm	0	5.845×10^{-5}	7.680×10^{-5}	7.593×10^{-5}
	10	5.820×10^{-5}	7.648×10^{-5}	7.680×10^{-5}
	20	5.636×10^{-5}	7.406×10^{-5}	7.526×10^{-5}
	30	5.374×10^{-5}	7.062×10^{-5}	7.235×10^{-5}
	40	4.965×10^{-5}	6.524×10^{-5}	6.714×10^{-5}
50 cm	0	4.031×10^{-5}	5.613×10^{-5}	5.41×10^{-5}
	12.5	3.829×10^{-5}	5.331×10^{-5}	5.317×10^{-5}
	25	3.524×10^{-5}	4.908×10^{-5}	5.035×10^{-5}
	37.5	3.238×10^{-5}	4.510×10^{-5}	4.726×10^{-5}
	50	2.901×10^{-5}	4.039×10^{-5}	4.28×10^{-5}

表2 長方形板(1m×2m)のA点の w の値 (cm)

板厚さ z (cm)	解法 荷重	近 似 解		厳 密 解
		$q=1\text{ kg/cm}^2$	$q=(1+\rho c)\text{ kg/cm}^2$	$q=1\text{ kg/cm}^2$
1 cm	0	5.4950	5.5382	5.5381
	0.5	5.4954	5.5385	5.5385
	1	5.4950	5.5382	5.5382
2 cm	0	6.5786×10^{-1}	6.6819×10^{-1}	6.6819×10^{-1}
	1	6.5802×10^{-1}	6.6835×10^{-1}	6.6835×10^{-1}
	2	6.5786×10^{-1}	6.6819×10^{-1}	6.6819×10^{-1}
5 cm	0	4.228×10^{-2}	4.394×10^{-2}	4.394×10^{-2}
	1.25	4.233×10^{-2}	4.399×10^{-2}	4.399×10^{-2}
	2.50	4.234×10^{-2}	4.401×10^{-2}	4.401×10^{-2}
	3.75	4.233×10^{-2}	4.399×10^{-2}	4.399×10^{-2}
	5	4.228×10^{-2}	4.394×10^{-2}	4.394×10^{-2}
10 cm	0	5.375×10^{-3}	5.797×10^{-3}	5.797×10^{-3}
	2.5	5.398×10^{-3}	5.821×10^{-3}	5.823×10^{-3}
	5	5.405×10^{-3}	5.829×10^{-3}	5.831×10^{-3}
	7.5	5.397×10^{-3}	5.821×10^{-3}	5.822×10^{-3}
	10	5.373×10^{-3}	5.795×10^{-3}	5.796×10^{-3}
20 cm	0	7.192×10^{-4}	8.321×10^{-4}	8.331×10^{-4}
	5	7.290×10^{-4}	8.434×10^{-4}	8.448×10^{-4}
	10	7.314×10^{-4}	8.462×10^{-4}	8.479×10^{-4}
	15	7.268×10^{-4}	8.409×10^{-4}	8.427×10^{-4}
	20	7.149×10^{-4}	8.271×10^{-4}	8.289×10^{-4}
30 cm	0	2.388×10^{-4}	2.950×10^{-4}	2.954×10^{-4}
	7.5	2.436×10^{-4}	3.010×10^{-4}	3.022×10^{-4}
	15	2.440×10^{-4}	3.014×10^{-4}	3.031×10^{-4}
	22.5	2.404×10^{-4}	2.970×10^{-4}	2.989×10^{-4}
	30	2.323×10^{-4}	2.870×10^{-4}	2.891×10^{-4}
40 cm	0	1.180×10^{-4}	1.551×10^{-4}	1.548×10^{-4}
	10	1.199×10^{-4}	1.575×10^{-4}	1.584×10^{-4}
	20	1.188×10^{-4}	1.561×10^{-4}	1.578×10^{-4}
	30	1.155×10^{-4}	1.517×10^{-4}	1.540×10^{-4}
	40	1.093×10^{-4}	1.436×10^{-4}	1.461×10^{-4}
50 cm	0	7.373×10^{-5}	10.27×10^{-5}	10.12×10^{-5}
	12.5	7.336×10^{-5}	10.22×10^{-5}	10.26×10^{-5}
	25	7.100×10^{-5}	9.887×10^{-5}	10.07×10^{-5}
	37.5	6.770×10^{-5}	9.427×10^{-5}	9.698×10^{-5}
	50	6.265×10^{-5}	8.723×10^{-5}	9.021×10^{-5}

表3 長方形板(1m×5m)のA₅点のwの値(cm)

板厚さ z (cm)	解法 荷重	近 似 解		厳 密 解
		$q=1\text{kg/cm}^2$	$q=(1+\rho c)\text{kg/cm}^2$	$q=1\text{kg/cm}^2$
1 cm	0	6.7892	6.8425	6.8425
	0.5	6.7895	6.8428	6.8428
	1	6.7892	6.8425	6.8425
2 cm	0	8.5148×10^{-1}	8.6485×10^{-1}	8.6484×10^{-1}
	1	8.5165×10^{-1}	8.6502×10^{-1}	8.6502×10^{-1}
	2	8.5148×10^{-1}	8.6485×10^{-1}	8.6484×10^{-1}
5 cm	0	5.412×10^{-2}	5.625×10^{-2}	5.625×10^{-2}
	1.25	5.417×10^{-2}	5.630×10^{-2}	5.630×10^{-2}
	2.50	5.419×10^{-2}	5.632×10^{-2}	5.632×10^{-2}
	3.75	5.417×10^{-2}	5.630×10^{-2}	5.630×10^{-2}
	5	5.412×10^{-2}	5.625×10^{-2}	5.625×10^{-2}
10 cm	0	6.861×10^{-3}	7.399×10^{-3}	7.400×10^{-3}
	2.5	6.886×10^{-3}	7.427×10^{-3}	7.428×10^{-3}
	5	6.894×10^{-3}	7.435×10^{-3}	7.437×10^{-3}
	7.5	6.885×10^{-3}	7.426×10^{-3}	7.427×10^{-3}
	10	6.859×10^{-3}	7.398×10^{-3}	7.399×10^{-3}
20 cm	0	9.092×10^{-4}	1.052×10^{-3}	1.053×10^{-3}
	5	9.202×10^{-4}	1.065×10^{-3}	1.066×10^{-3}
	10	9.230×10^{-4}	1.068×10^{-3}	1.070×10^{-3}
	15	9.180×10^{-4}	1.062×10^{-3}	1.064×10^{-3}
	20	9.049×10^{-4}	1.047×10^{-3}	1.049×10^{-3}
30 cm	0	2.972×10^{-4}	3.672×10^{-4}	3.678×10^{-4}
	7.5	3.028×10^{-4}	3.741×10^{-4}	3.755×10^{-4}
	15	3.034×10^{-4}	3.749×10^{-4}	3.767×10^{-4}
	22.5	2.996×10^{-4}	3.701×10^{-4}	3.722×10^{-4}
	30	2.907×10^{-4}	3.592×10^{-4}	3.614×10^{-4}
40 cm	0	1.440×10^{-4}	1.892×10^{-4}	1.890×10^{-4}
	10	1.464×10^{-4}	1.923×10^{-4}	1.934×10^{-4}
	20	1.454×10^{-4}	1.911×10^{-4}	1.930×10^{-4}
	30	1.420×10^{-4}	1.865×10^{-4}	1.890×10^{-4}
	40	1.352×10^{-4}	1.777×10^{-4}	1.803×10^{-4}
50 cm	0	8.783×10^{-5}	1.223×10^{-4}	1.210×10^{-4}
	12.5	8.791×10^{-5}	1.224×10^{-4}	1.231×10^{-4}
	25	8.570×10^{-5}	1.193×10^{-4}	1.214×10^{-4}
	37.5	8.225×10^{-5}	1.145×10^{-4}	1.174×10^{-4}
	50	7.673×10^{-5}	1.069×10^{-4}	1.100×10^{-4}

表4 正方形板のB点のwの値(cm)

板厚さ z (cm)	解法 荷重	近 似 解		厳 密 解
		$q=1\text{kg/cm}^2$	$q=(1+\rho c)\text{kg/cm}^2$	$q=1\text{kg/cm}^2$
10 cm	0	1.586×10^{-3}	1.710×10^{-3}	1.711×10^{-3}
	2.5	1.597×10^{-3}	1.722×10^{-3}	1.723×10^{-3}
	5	1.600×10^{-3}	1.725×10^{-3}	1.726×10^{-3}
	7.5	1.595×10^{-3}	1.721×10^{-3}	1.722×10^{-3}
	10	1.584×10^{-3}	1.708×10^{-3}	1.709×10^{-3}
30 cm	0	8.110×10^{-5}	1.002×10^{-4}	9.994×10^{-5}
	7.5	8.204×10^{-5}	1.014×10^{-4}	10.18×10^{-5}
	15	8.100×10^{-5}	1.000×10^{-4}	10.10×10^{-5}
	22.5	7.865×10^{-5}	9.717×10^{-5}	9.838×10^{-5}
	30	7.449×10^{-5}	9.203×10^{-5}	9.333×10^{-5}
50 cm	0	3.220×10^{-5}	4.334×10^{-5}	4.260×10^{-5}
	12.5	2.956×10^{-5}	4.116×10^{-5}	4.077×10^{-5}
	25	2.625×10^{-5}	3.655×10^{-5}	3.760×10^{-5}
	37.5	2.363×10^{-5}	3.290×10^{-5}	3.484×10^{-5}
	50	2.102×10^{-5}	2.927×10^{-5}	3.143×10^{-5}

表5 長方形板(1m×2m)のB点のwの値(cm)

板厚さ z (cm)	解法 荷重	近 似 解		厳 密 解
		$q=1\text{kg/cm}^2$	$q=(1+\rho c)\text{kg/cm}^2$	$q=1\text{kg/cm}^2$
10 cm	0	4.150×10^{-3}	4.476×10^{-3}	4.477×10^{-3}
	2.5	4.170×10^{-3}	4.498×10^{-3}	4.499×10^{-3}
	5	4.176×10^{-3}	4.504×10^{-3}	4.505×10^{-3}
	7.5	4.169×10^{-3}	4.497×10^{-3}	4.498×10^{-3}
	10	4.149×10^{-3}	4.475×10^{-3}	4.476×10^{-3}
30 cm	0	1.883×10^{-4}	2.326×10^{-4}	2.329×10^{-4}
	7.5	1.920×10^{-4}	2.372×10^{-4}	2.382×10^{-4}
	15	1.919×10^{-4}	2.371×10^{-4}	2.386×10^{-4}
	22.5	1.887×10^{-4}	2.332×10^{-4}	2.350×10^{-4}
	30	1.818×10^{-4}	2.246×10^{-4}	2.265×10^{-4}
50 cm	0	6.064×10^{-5}	8.444×10^{-5}	8.279×10^{-5}
	12.5	5.960×10^{-5}	8.299×10^{-5}	8.321×10^{-5}
	25	5.694×10^{-5}	7.929×10^{-5}	8.091×10^{-5}
	37.5	5.381×10^{-5}	7.494×10^{-5}	7.742×10^{-5}
	50	4.946×10^{-5}	6.887×10^{-5}	7.162×10^{-5}

× 5 m の長方形板の三種である。板の厚さは 1, 2, 5, 10, 20, 30, 40, 50 cm の八通りの場合について計算した。たわみを計算した平面的位置は図 2, 図 3 及び図 4 に示す。たわみを計算する点の板厚方向の座標値は次のように決めた。 $c = 1$ cm, 2 cm のときは $z = 0$, $\frac{1}{2}c$, c とした。 $c \geq 5$ cm のときは $z = 0, \frac{1}{4}c, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}c$ 及び c とした。板は鋼として, $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} = 1210000 \text{ kg/cm}^2$, $\mu = G = 810000 \text{ kg/cm}^2$, $\rho = 0.00785 \text{ kg/cm}^3$ とした。このようにして計算した結果の一部分を表 1~6 に示す。これらの表に示された数値及び表には示されていない他の全ての計算値を調べて、近似解と厳密解との差の最大値を求めると次のようになった。

(1) 正方形板の場合: $c = 20$ cm までは二つの解はほぼ完全に一致する。 $c = 30$ cm の場合になると差の最大値は 1 % 位となる。 $c = 40$ cm の場合この値は 4 % 位になり, $c = 50$ cm の場合この値は 7 % 位になっている。

(2) 1 m × 2 m の長方形板の場合: $c = 30$ cm までは二つの解はほぼ完全に一致する。 $c = 40$ cm の場合になると差の最大値は 2 % 位となる。 $c = 50$ cm の場合にはこの値は 5 % 位になっている。

(3) 1 m × 5 m の長方形板の場合: 上の(2)のときよりさらに差が小さくなっている。 $c = 40$ cm のとき差の最大値は 1 % 位であり, $c = 50$ cm になるとこの値は 3 % 位になっている。

厳密解 $w_{\text{exact}} = q \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} + \rho \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{w}_{mn}$ とおくと, (22) から $w_{\text{approx.}} = (q + \rho c) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}$ となる。

数値計算によると $w_{\text{exact}} \approx w_{\text{approx.}}$ であるので $\rho c \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \approx \rho \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{w}_{mn}$ となる。従って q 及び ρ の大きさは二つの解の差を生じさせる原因にはならない。

§ 4. あとがき

本研究で取りあげた数値計算の範囲内で考えるならば, 近似解は実用上厳密解に十分に一致すると言うことができる。しかし板厚と板の辺長との比が $\frac{1}{2}$ にも達するような非常に厚い板の問題を考える場合には厳密解 (21) が役立つと考えられる。

表 6 長方形板 (1 m × 5 m) の A_2 点の w の値 (cm)

板厚さ z (cm)	解法 荷重	近 似 解		厳 密 解
		$q = 1 \text{ kg/cm}^2$	$q = (1 + \rho c) \text{ kg/cm}^2$	$q = 1 \text{ kg/cm}^2$
10 cm	0	6.128×10^{-3}	6.609×10^{-3}	6.610×10^{-3}
	2.5	6.152×10^{-3}	6.635×10^{-3}	6.636×10^{-3}
	5	6.159×10^{-3}	6.643×10^{-3}	6.644×10^{-3}
	7.5	6.150×10^{-3}	6.634×10^{-3}	6.635×10^{-3}
	10	6.126×10^{-3}	6.607×10^{-3}	6.608×10^{-3}
30 cm	0	2.683×10^{-4}	3.315×10^{-4}	3.321×10^{-4}
	7.5	2.736×10^{-4}	3.380×10^{-4}	3.393×10^{-4}
	15	2.741×10^{-4}	3.386×10^{-4}	3.404×10^{-4}
	22.5	2.704×10^{-4}	3.340×10^{-4}	3.361×10^{-4}
	30	2.619×10^{-4}	3.236×10^{-4}	3.257×10^{-4}
50 cm	0	8.079×10^{-5}	1.125×10^{-4}	1.113×10^{-4}
	12.5	8.072×10^{-5}	1.124×10^{-4}	1.130×10^{-4}
	25	7.844×10^{-5}	1.092×10^{-4}	1.112×10^{-4}
	37.5	7.506×10^{-5}	1.045×10^{-4}	1.073×10^{-4}
	50	6.977×10^{-5}	9.716×10^{-5}	1.002×10^{-4}

参 考 文 献

- 1) 丸上晴朗：三次元弾性論による板の解析, 呉工業高等専門学校研究報告第 17 巻第 1 号, 1981.
- 2) 丸上晴朗：三次元弾性論による平板の曲げ理論の検討, 呉工業高等専門学校研究報告第 18 巻第 1 号, 1982.
- 3) S. A. Ambartsumyan (神谷紀生訳)：異方弾性板の理論, (森北出版, 1975)
- 4) 森口他 2 名：数学公式 II, (岩波, 1970)

(昭和 58 年 4 月 15 日受付)

MSS データ解析による統計分類手法に関する研究

(土木工学科) 小堀 慈久
(広島大学) 網干 寿夫

Study on statistical classification method by MSS data analysis

(Dept. Civil Engrg) Shigehisa KOBORI
(Hiroshima Univ.) Hisao ABOSHI

This research was conducted to examine the mountain slope condition with MSS data and photo interpretation. And this research is fundamental study that make clear inter-relation classification of ground surface condition and land collapse with statistical classification method using lineae discriminant function, max. likelihood method and euclidean distance method. MSS data processing was based on package for the remote sensing analysis with FACOM M-382 computer of Kyoto University and photo interpretation was done with stereoscope. The study area was YASUMIYAMA KURE city of Hiroshima Prefecture. The MSS data was taken at 3,050m altitude on September 16, 1980.

Two aerial photographs used for photo interpretation was taken at 1,620m altitude on December 1974 and at 1,400m altitude on March 1980.

1 緒 言

広域かつ多要因の分類判別と言った問題を扱う場合、昨今、種々の方面で研究や利用が試みられている LANDSAT、航空機をプラットフォームとしたマルチスペクトルスキャナー (Multi Spectral Scanner 以下 MSS と略記する) データの解析いわゆる一連のリモートセンシング (以下 R/S と略記する) が最も有効な手段と考えられる¹⁾。本研究は MSS データ及び資料としての写真判読による、山腹斜面状況を見たものであり、地表地物の状況を判別、分類する事により斜面災害との相関を明らかにしていくため統計分類手法である線形判別関数法、最尤法及びユークリッド距離を用いた基礎的研究である。MSS データの処理は京都大学大型計算機センターのパッケージプログラム PARS を用い²⁾、写真判読はステレオスコープにより行った³⁾。解析地域は広島県呉市休山である。MSS データの観測は1980年9月16日海拔高3,050 mからのものであり、写真判読に用いられた写真は1974年12月に高度1,620 m、及び1980年3月に高度1,400 mから撮られたものである。

2 調査地域の概要

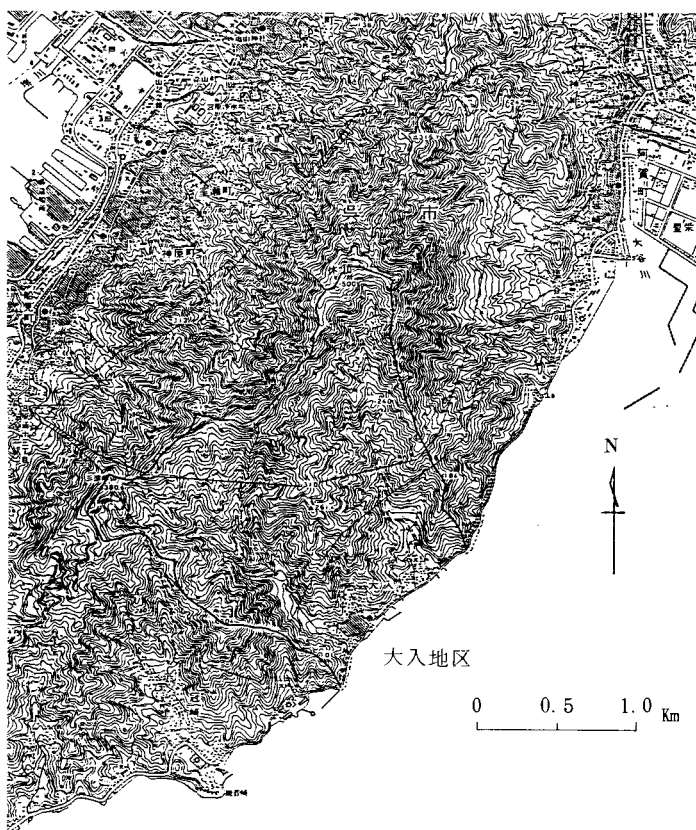
ここで論じる、調査解析対象地域、広島県呉市休山周辺は昭和42年7月及び昭和47年7月においてかつてない集中豪雨に襲われ各所で地すべり、崩壊が発生し尊い人命と多くの構築物を失った⁴⁾。特に

昭和42年災害時の崩壊数は約2000ヶ所にのぼり、生活区域のみならず高所の山腹にまでその被害は及んだ。その後もこの地域での斜面災害は多数発生している。図-1に示すようにこの半島部の中でも崩壊頻度の高い大入地区を特に選り調査解析を進めた。

地形的には休山(標高501m)、日佐護山(418m)、三津峰山(380m)、沿岸部又中心部に尾峰が伸びこれらの山山を連らねこの地区を囲んでいる。中央部の尾峰はこの地区を2分し斜面勾配、植生、土地利用等の分布に相違を見せている。右側斜面の浜田川流域は主河川に面して急勾配で広く分布し水系網も単調である。左側斜面の大入川流域は上流域では緩勾配が支配的で下流域では勾配が急で水系網は樹枝状に広がり流量も多い。

地質的には中生代白亜紀に貫入したものと思われる花崗岩体が広く分布している。この岩体は広島花崗岩複合体と呼ばれ一部に閃緑岩を除けば全体としては黒雲母花崗岩を主体とする底盤を形成している。浜田川流域では休山山頂部に花崗斑岩が分布し、その他は花崗岩帯が広がっている。大入川流域には上部尾峰筋に露岩の分布が多く、三津峰山山頂南西部に石英斑岩の分布がみられる⁵⁾。

植生の分布では本来アカマツ林の成育が著しく全山の7～8割を占めた記録もある。大入地区の山頂付近はアカマツ林にヒサカキ、コナラ等の低木類、コシダ、ススキ等の草本類が混り成育している。中標高地ではアベマキ、ヤマザクラ、ナツ



(建設省国土地理院発行 1:25000 地形図「呉」の一部)

図-1 解析地域図

表-1 MSS飛行観測記録表

Date	September 16, 1980
Time	13:40 --- 13:42
Altitude	3,050 m
Grand Speed	174
MSS	MSS BG--1
Air Craft	Cessno 402 B
Area	YASUMIYAMA, Hiroshima Prefecture

表-2 空中写真の撮影記録表

	1	2
Date	December, 1974-- March, 1975	March, 1980
Scale	1 : 8.0 0 0	1 : 6.0 0 0
Altitude	1.6 2 0 m	1.4 0 0 m
Camera	RC - 8	RM K.A 1 5/2 3
Area	Y A S U M I Y A M A.Hiroshima Prefecture	

ハゼ、ヤマウルシ等の広葉樹と低木類が分散成育している。この大入地区の特徴は急峻な斜面勾配ともろい風化花崗岩地帯で代表される。

表-3 MSS の波長帯域

Channel	Wavelengths (μ m)
4	0 . 5 1 0 -- 0 . 5 3 0
5	0 . 5 4 0 -- 0 . 5 6 0
6	0 . 6 0 0 -- 0 . 6 5 0
7	0 . 6 6 0 -- 0 . 6 8 0
9	0 . 8 0 0 -- 0 . 9 0 0
11	1 0 . 5 0 0 -- 1 2 . 5 0 0

3 MSSデータの計測条件とその解析手順

今回解析に用いた MSS データは呉市街から休山山頂 (501m) を経て音戸の瀬戸 (江田島方面) に至るコースを航空機によって1980年9月16に観測したものである。計測条件と観測状況及び空中写真の撮影条件を表-1, 表-2に示す。使用MSSのスペクトル帯域は表-3に, また飛行コースは図-2に示す。なお気象データは平均気温23.8°, 平均湿度71%, 風速1.9 m/s, 風向は南西で晴である。(呉測候所) 得られたMSS データはFMテープとして保管されたデータであるので電算機で処理可能なデジタルデータに変換され磁気テープに記録される。この磁気テープは通常CCT (Computer Compatible Tape) と呼ばれているものである。今回, CCTの解析に当っては京都大学大型計算機センターの開発システムPARS(Package Program

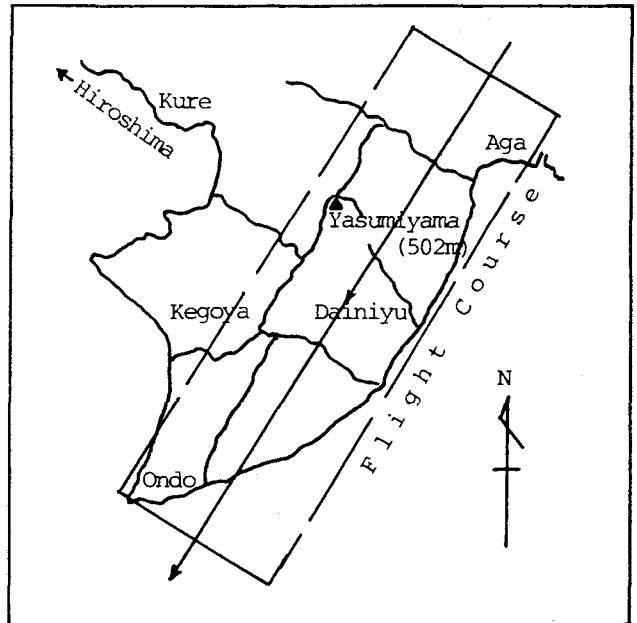


図-2 MSS 飛行観測コース

for the Remote Sensing Analysis) を利用した⁶⁾。この処理システムは4段階に分類され階層に従って解析を進める。流れ図を図-3に示す。第1段階では先ず入手したCCTのデータテープに欠損がないか、データの信頼性または研究対象地域のデータであるか等、データの確認、点検を行う。さらに各チャンネルの濃淡図を見ながら、研究対象地域の中から実際の解析に用いる分析地区を決定する。この分析地区をディスクに格納し、以後の処理過程はこのディスクから分析地区を引き出し解析を進める。LPより出力されるグレースケールマップから分析領域を決定する、分析領域の点検はライングラフ及びカラムグラフの出力により行う。その他、各スペクトル別のヒストグラム状況を確認、トレーニング地区(1分類項

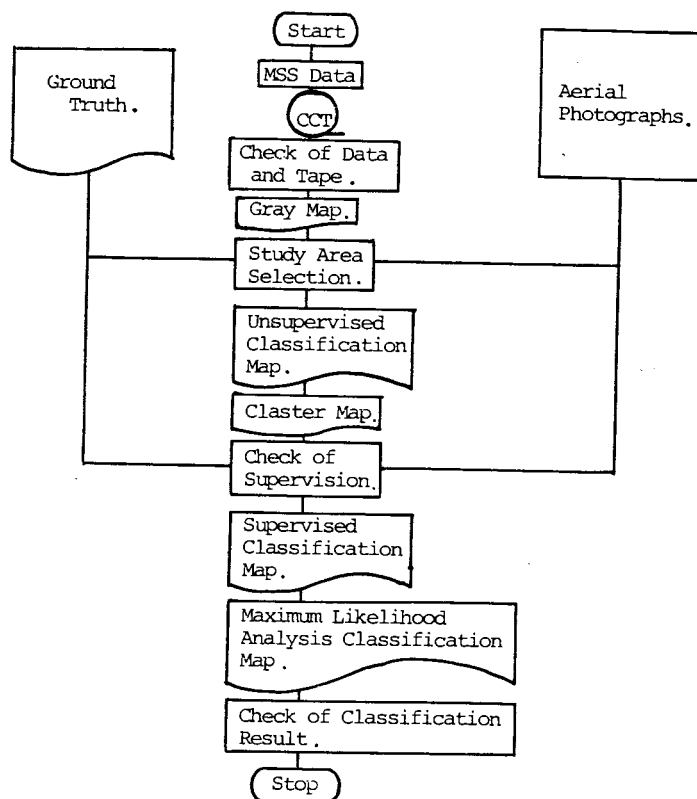


図-3 MSSデータの解析手順

目に対し1ヶ所以上)、テスト地区(既知地物の場所や地域)を抽出する等、第1段階は準備的考察及び作業の過程である。第2段階はトレーニング地区の切り出しを行う過程であるが内容としては先ず指定した地区の画素データを抽出して、データセットとしてディスクに格納する事、次に識別項目の統計量を計算する事、格納された画素データのクラスター分析を行う事、最後に指定した領域について分類計算を行う事等がこの段階の手順である。最初のトレーニング地区の指定について、この項の主目的はトレーニング地区からサンプルを抽出することにある。トレーニングサンプルには教師なし分類のためのものと教師付き分類のために用いるものとの2種類がある。前者には2通りのサンプル抽出方法がある。方法の1つは分析地区上で粗い格子網を作りその格子点に当たるサンプルを抽出する方法である。第2の方法は乱数を発生させて分析地区から指定した個数だけ抽出するものである。キーパラメータの指定に従って行えば格子網の場合と同じ領域より同数だけ抽出される。個数の指定を行わない場合は標準値が採用され256個のデータが抽出される。これをWard法によるクラスター分析で教師なし分類を行い256個のサンプルを20クラスに分けた時の統計量及び分類図を出力する。後者、教師付き分類のためにトレーニングデータを抽出する場合は教師なし分類図をもとに同記号がプリントされている各々より7個から16個の教師としてのトレーニングサンプルを各チャンネルのスペクトル濃淡図、空中写真、土地利用等より検討し選定する。つづいて教師付きクラスター分析を行う。この結果得られる各トレーニングクラスを教師にした統計量及び分類図を出力する。第3段階では識別評価としてのパフォーマンスの検討と3手法による教師付き分類を行うものである。パフォーマンス

スの出力を行い選定した教師の識別度を統計的に算出し識別効率80%以上の値が得られればその教師群は良好となる。もしそれ以下であれば第2段階に戻し選定教師を再度検討し8クラス程度まで整理統合し水準の識別度が得られるまで繰り返して教師とクラス数を決定する。統計分類は n 次元の分類空間においてある観測体が J 個の群のいずれに属するかを判定する判別の問題である。分類手法はユークリッド距離法、線形判別関数法、そして最尤法の3種類である。第4段階では3手法の分類図をドットプリンターによる出力や分類図をMTにコピーすればクイックルッカー装置でカラーディスプレイ出力する事が出来る。

4 統計分類手法

統計的な分類手法では分類の場となる識別空間において未知な対象、ここでは位置ベクトル \mathbf{x} がいくらかにクラス分けされた識別カテゴリーのいずれに属するかを識別する事である。その分類手法として尤度、距離等の類似度による分類と線形識別関数法等の判定方法による分類とがある。⁷⁾ 以下それらについて若干述べる。

(1) 最尤法

最尤法は n 次元の分類空間においてある観測体が J 個の群のいずれに属するかを判定する判別問題ではあるが統計的推論における母数推定の問題となる。ここで母数 θ は観測の実測値より得られた平均値ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ 、分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ である。

一般に母集団分布 $f(\mathbf{x}; \theta)$ なる母集団からの大きさ N の標本の尤度関数 $L(x_1, x_2, \dots, x_N; \theta)$ は

$$L(x_1, x_2, \dots, x_N; \theta) = \prod_{\alpha=1}^N f(x_\alpha; \theta) \dots\dots\dots (1)$$

で定義される。最尤推定量は尤度方程式

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad \text{または} \quad \frac{\partial \log L}{\partial \theta} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

より得られる。ここで前提条件として得られる統計量 $\boldsymbol{\mu}$ 及び $\boldsymbol{\Sigma}$ はガウス分布に従うとすると2変量のガウス分布では確率変数をベクトル量で $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ と置き2変量ガウス分布の密度関数は

$$f(\mathbf{X}) = f(x_1, x_2) = \frac{\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}^{-1}|}}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) \right\} \dots\dots\dots (3)$$

により定義される。指数部は

$$(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) = \sigma^{11} (x_1 - \mu_1)^2 + 2\sigma^{12} (x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2) + \sigma^{22} (x_2 - \mu_2)^2 \dots\dots\dots (4)$$

なる2次形式で表わされる。これを p 変量ガウス分布に拡張すれば

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

となり、各々、確率変数ベクトル \mathbf{X} 、 \mathbf{X} の平均ベクトルを $\boldsymbol{\mu}$ 、分散共分散行列が $\boldsymbol{\Sigma}$ である。そしてその密度関数 $f(\mathbf{X})$ は

$$f(\mathbf{X}) = f(x_1, x_2, \dots, x_p) = \frac{\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}^{-1}|}}{(2\pi)^{\frac{p}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) \right\} \dots\dots\dots (6)$$

により定義する。 p 変量ガウス分布母集団 $N(\mu, \Sigma)$ から大きさ N の無作為標準確率変数 X_1, X_2, \dots, X_N を考え, その平均ベクトル, 分散共分散行列の最尤推定値 $\tilde{\mu}, \tilde{\Sigma}$ を求めると式(1)は

$$L(\mu, \Sigma) = (2\pi)^{-\frac{pN}{2}} |\Sigma|^{-\frac{N}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)' \Sigma^{-1} (x_i - \mu) \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となり, この式で $x_i (i=1, 2, \dots, N)$ を固定したとき, $L(\mu, \Sigma)$ の値を最大にするような $\tilde{\mu}, \tilde{\Sigma}$ を求めればよい。両辺の対数を取り, 変数である μ, Σ で偏微分し, 得られたものを各々, 零ベクトル, 零行列とおき, μ, Σ を求め, それを $\tilde{\mu}, \tilde{\Sigma}$ と表わし

$$\tilde{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = \bar{x} \dots\dots\dots (8)$$

$$\tilde{\Sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \dots\dots\dots (9)$$

より各々, 平均ベクトル, 分散共分散行列の最尤推定値を得る⁸⁾。

(2) ユークリッド距離法

各変量の値が連続量で表わされている場合, α 番の個体と β 番の個体との距離の定義の基本としては各変数ごとの差

$$x_{\alpha i} - x_{\beta i} \quad (i=1, 2, \dots, p) \dots\dots\dots (10)$$

が考えられる。今, 各個の p 次元のユークリッド空間内の点として表現可能である事より, ユークリッド距離を次式で定義することが出来る。

$$d_{\alpha\beta}^2 = \sum_{i=1}^p (x_{\alpha i} - x_{\beta i})^2 = \sum_{i=1}^p (x_{\alpha i} - x_{\beta i})(x_{\alpha i} - x_{\beta i}) \dots\dots\dots (11)$$

この距離は個体 α, β の対応する変量の値そのものの差が小さければ2つの個体は似ていと定義することになる。ここで式(11)をわかりやすくするために次のように書き換えると

$$D_{Ei}^2 = (x - \mu_i)' I (x - \mu_i) \dots\dots\dots (12)$$

となりユークリッド距離 D_{Ei} では識別空間の分散特性が単位行列 I で与えられる。これは識別空間に直交性の条件の他に各空間軸の基本ベクトルの大きさが1であることが付加されることを意味する。 D_{Ei}^2 は式(12)を展開し, 各識別カテゴリーに共通する項を落とし線形式を用いることが多くこの時の D_{Ei}^2 について式(13)を得る。

$$D_{Ei}^2 = (-2\mu_i)' x + \mu_i' \mu_i \dots\dots\dots (13)$$

(3) 線形識別関数法

この識別手法は観測値を分類識別すべき群の数が多群となる場合, 変数 (x_1, x_2, \dots, x_p) のつくる p 次元空間で1つの観測値の各群の重心からの距離 D_k^2 を求め D_k^2 の最も小さい群に属すると判定する手法である。前提条件として識別空間の分離特性が n 次元ガウス分布に従い, 次式により表わされる。

$$\left. \begin{aligned} D_1^2 &= (x - \mu^{(1)})' \Sigma^{-1} (x - \mu^{(1)}) \\ D_i^2 &= x' \Sigma^{-1} x - 2x' \Sigma^{-1} \mu^{(i)} + \mu^{(i)'} \Sigma^{-1} \mu^{(i)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ただし x' ; x_1, x_2, \dots, x_p 観測値

$\mu^{(k)}, \mu_1^{(k)}, \mu_2^{(k)}, \dots, \mu_p^{(k)}$ ($k=1, 2, 3, \dots, k$), G_k の重心(識別カテゴリー i の代表点を示す位置ベクトル)

Σ ; 群内の分散共分散行列 (分散特性)

ここで式(14)の第1項は各群に共通であるから D_i^2 の比較のみであるなら必要ないのでなくした形の1次式で表示し次の式(15)を用いる。

$$D_i^2 = -2\mathbf{x}'\Sigma^{-1}\boldsymbol{\mu}^{(k)} + \boldsymbol{\mu}^{(k)'}\Sigma^{-1}\boldsymbol{\mu}^{(k)} \dots\dots\dots (15)$$

これが線形識別手法にあたる。式(14)は汎距離 D_0^2 と同様の形式であるが内容に大きな相異があり、これについては後に若干述べる。

5 結果と考察

先の手法等で得られたMSS解析結果と要因判読に考察を加える。観測より得られたMSSデータのMTそのままを写真画像処理した各チャンネル別のグレースケール結果とCCTテープより解析出力したグレースケール結果について説明する⁹⁾。グレースケールの場合、5チャンネル(Channel以下Chと略記する)では住居、道路の分布は確認出来る。7Chは幹線道路、山岳道のみ判読可能である。写真-1と表-4に示すように9Chは赤外域反射特性をとらえた領域で特に植生分布をもっとも反映し植種判別も可能である。又リニアメントの分布を見るにも利用出来、陽陰の関係で休山全体の起伏が表われ、地形判別に良いデータを示している。植生の中に濃淡があり常緑樹域、広葉樹域、低木草類域の分布が空中写真判読と一致している。写真-2の11Chは遠赤外領域で温度分布を表わし、農用地、谷筋の崩壊跡、露岩地帯が判読でき山地での温度特性を得るのに有効と思われる。グレースケール結果では対象地域の各地点がカラーシンボル別に出力されるので地物の確認がより明確である。各チャンネルグレースケール上のパターンを対比すると地物判読に最も有効なのは7Ch、11Chである事がわか

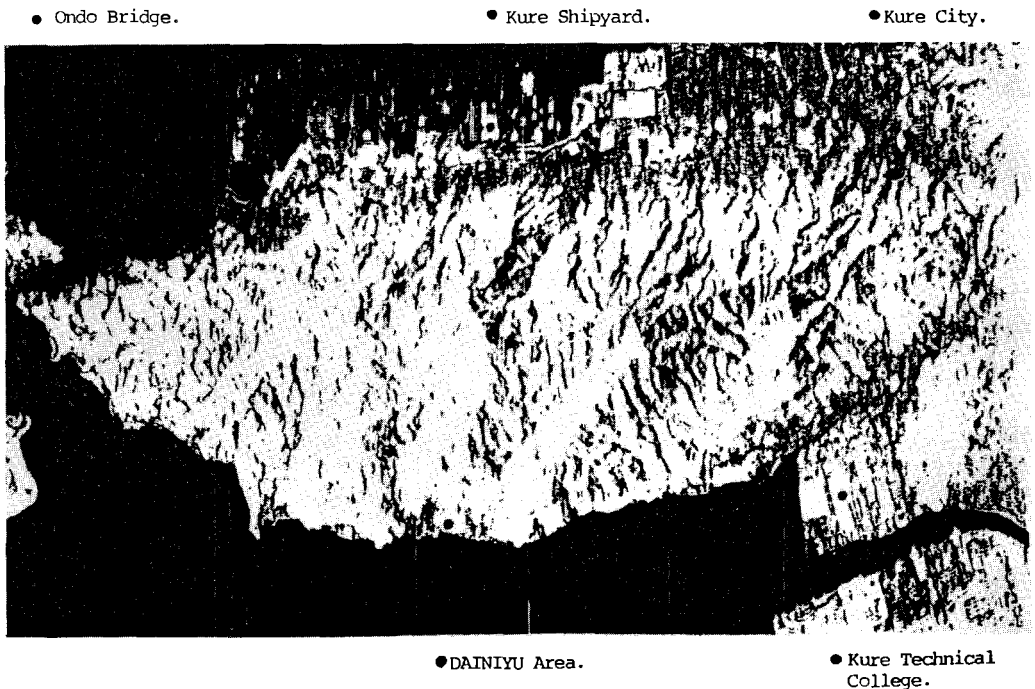


写真-1 呉市休山周辺の9Ch濃淡図(リニアメント分布)

表-4 MSSデータ上の判読項目の結果一覧表

判読項目 M. S. S データ	グレースケール(Ch)	グレーマップ(Ch)	統計分類手法		
	5・7・9・11	5・7・9・11	最尤法	線形判別法	ユークリッド距離法
宅地	○ △ ○ △	△ ○ △ ○	○	○	○
田畑	△ △ ○ ○	△ ○ △ ○	○	△	△
道路	○ △	△ ○ ○	△	△	○
山岳道	○ ○ △ ○	△ ○ △ ○	○	△	△
陰影部	△ ○	○ ○ ○ ○	△	△	△
針葉樹	△ ○ ○ ○	△ ○ ○ ○	○	○	△
広葉樹		○ △	△	△	△
低木・草類	△ △ ○	○ △	○	○	△
河川	○ △ ○ △	○ ○			
谷筋	△ △ ○ ○	○ ○ △ ○	○	△	△
露岩	△ △	○ ○ ○	△	△	○
崩壊跡	△ ○	△ △ ○	○	△	△
ダム等構造物	△ ○ △	△ ○ △	△	△	○
池・沼	○	△ △	△	△	
リニアメント	△ ○ △	△ ○ △ ○	△	△	
地温	○	○	△	△	△

(表中 ○印…判読可能, △印…判読やや可, 空白…判読不可能)

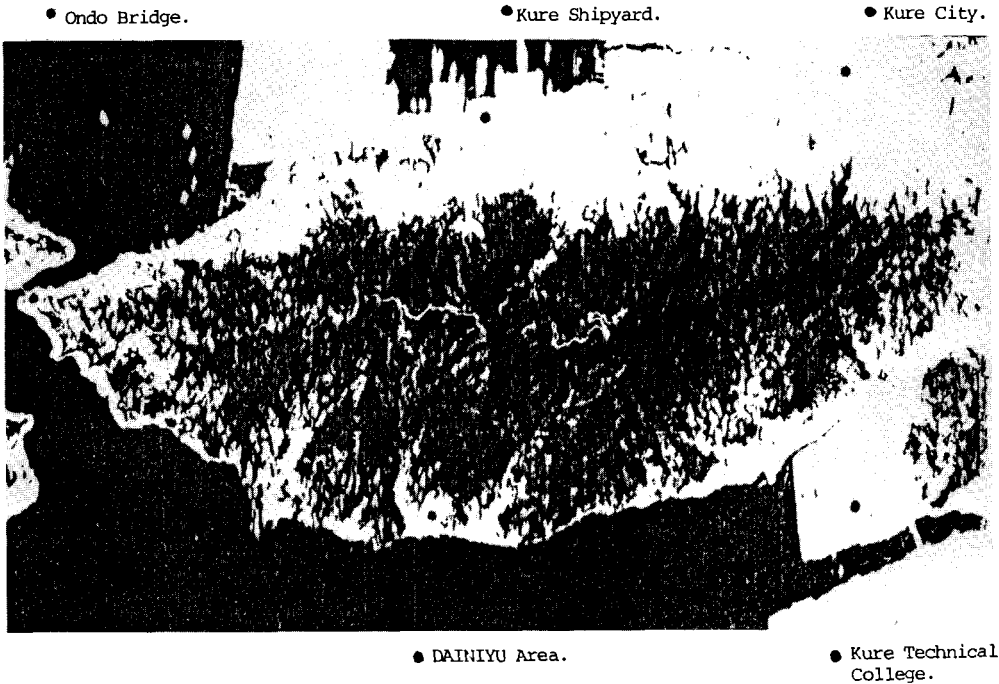


写真-2 呉市休山周辺の11 Ch濃淡図(熱分布)

る。ここで地物判読の比較のために図-4にMSSデータにより作成した土地利用図と写真-3にMTからカラーディスプレイ上に出力したカラー合成画像(Ch=7, 5, 3), 写真-4に同様にカラー合成画像(Ch=9, 7, 5)を示す。写真-3は自然の状況が理解しやすく組合せられ, 写真-4は植生状況に合わせ9Chに主体に組合せ表示したものである。写真-5に5Ch, 写真-6に7Ch, 写真-7に9Ch, 写真-8に11Chのグレーマップ結果を示す。この内, 写真-9で7Chの水田, 山岳道, 赤松林, 河床, 住居域の分布を, 写真-10で11Chの山岳道, 崩壊跡, 露岩, 畑地, 住居域の分布を表示した。

さらに最尤法の結果を写真-11に, ユークリッド距離法を写真-12に, 線形識別関数法を写真-13に示す。

3手法とも住居地は黄色, 黄褐色, 山岳道, 空地, 露岩帯は黄褐色, 緑色は植生域, 陽陰の関係もあるが草地, 低木の植生域は青色, 農耕地が赤色, 谷筋, 農地の一部が黒色で表示され, 崩壊跡等は青色で示されている。これらの中で最尤法の結果が分類が鮮明で崩壊地分析等要因分析の資料として最も有効であると思われる。写真-14はMSSデータ解析の第4段階において分類図をドットプリンターによって出力した濃淡図で

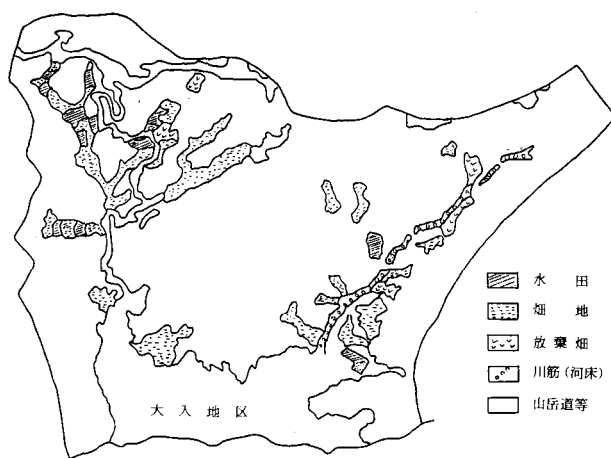


図-4 MSSデータによる土地利用図

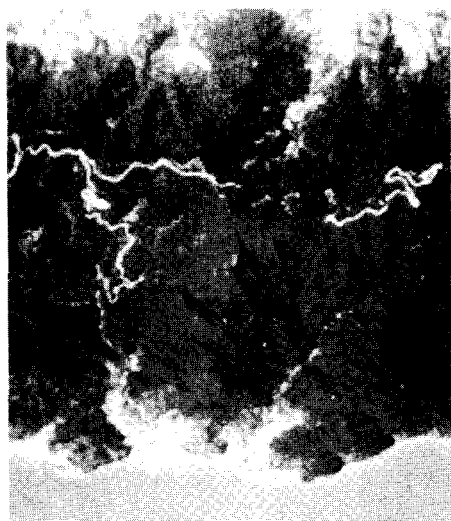


写真-3 大入地区のカラー合成画像(Ch=7, 5, 3)

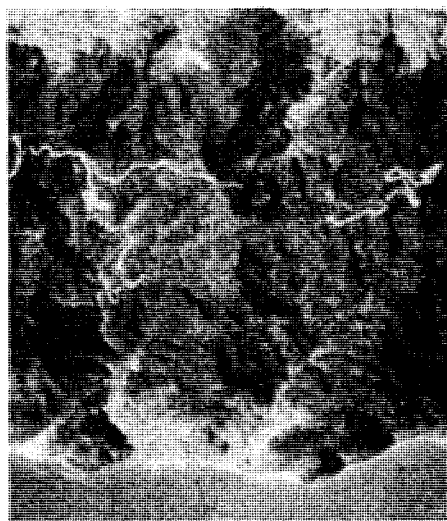


写真-4 大入地区のカラー合成画像(Ch=9, 7, 5)



写真-5 5 Ch 濃淡図

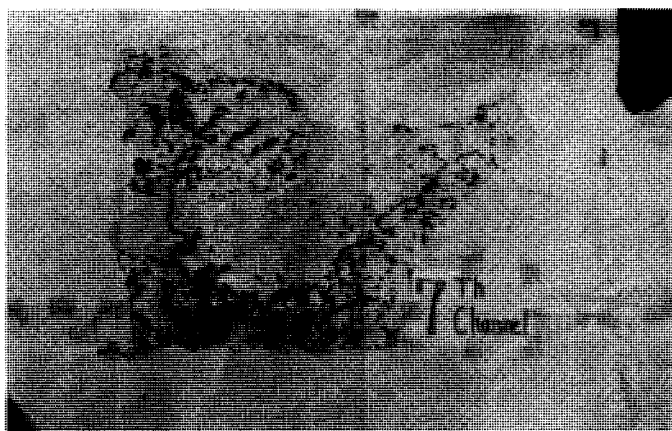


写真-6 7 Ch 濃淡図

(カラーネガによる白黒焼により
山岳道, 谷筋, 崩壊跡等の分布
がよく判る)

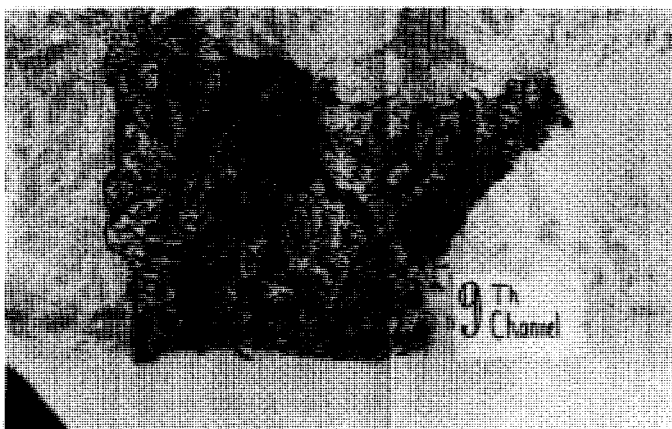


写真-7 9 Ch 濃淡図

(植生分布)

写真-8 11 Ch 濃淡図
(温度分布)



写真-9 7 Ch 濃淡図

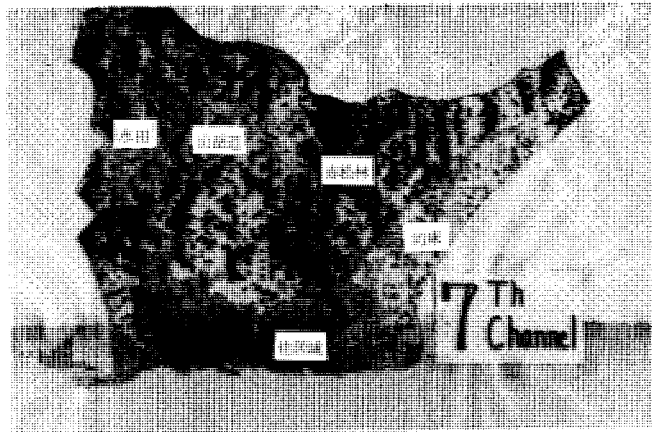
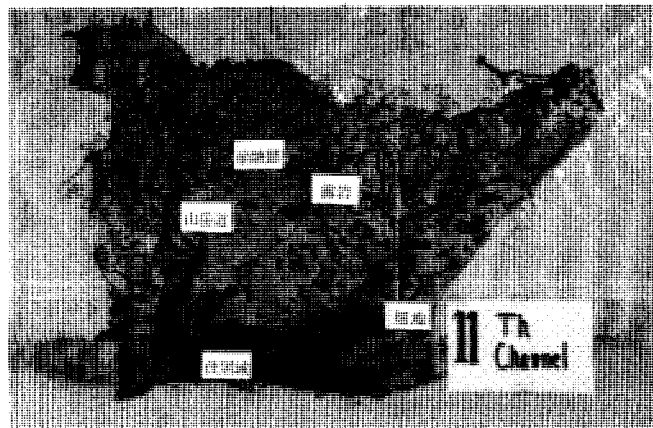


写真-10 11 Ch 濃淡図



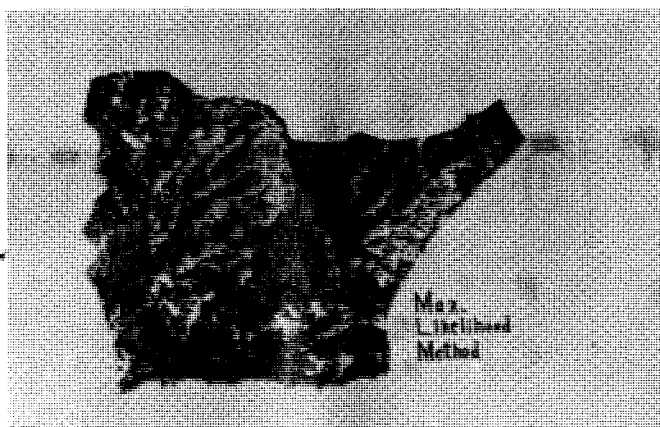


写真-11 最尤法による分類図
(カラーネガによる白黒焼)

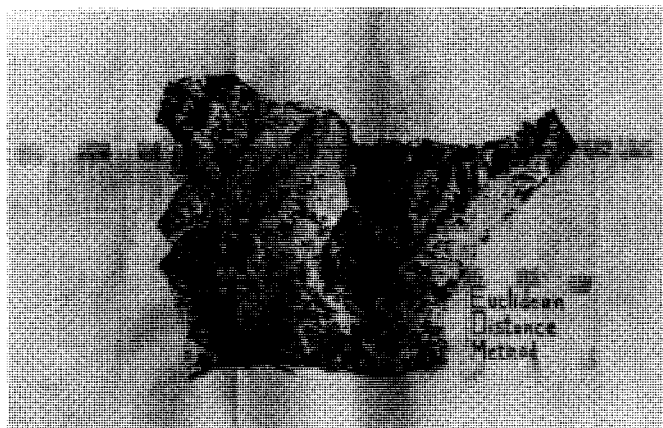


写真-12 ユークリッド距離法
による分類図

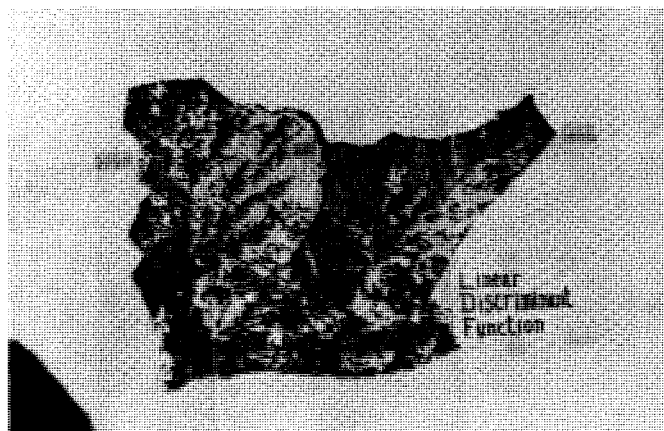


写真-13 線形識別関数法によ
る分類図

写真-14 9 クラス教師
線形識別関数法による濃淡図

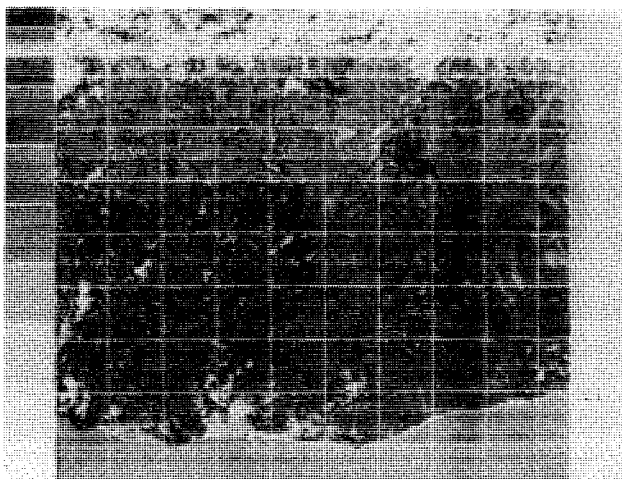


写真-15 8 クラス教師
最尤法による濃淡図

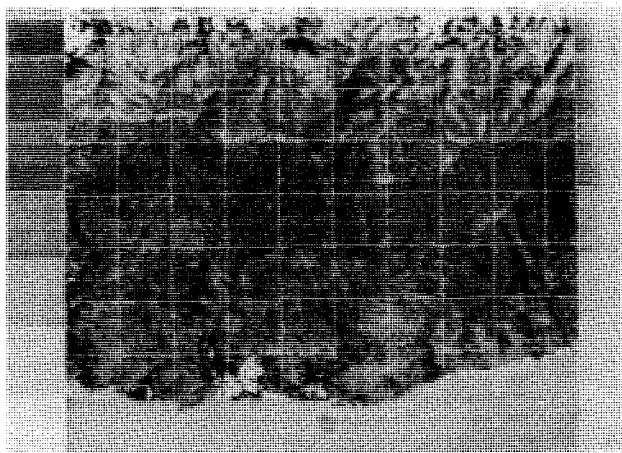
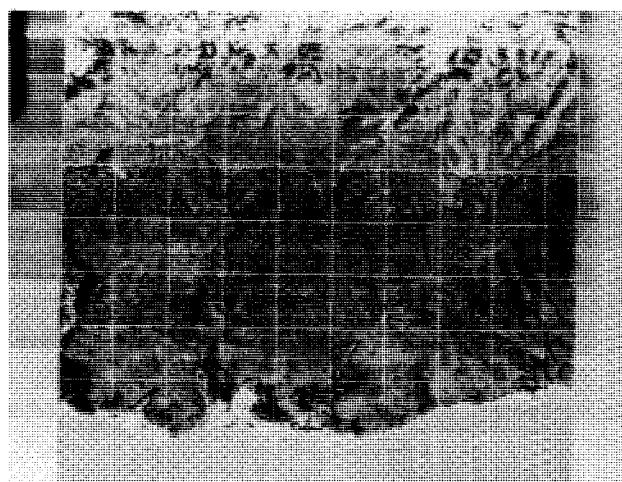


写真-16 8 クラス教師
線形識別関数法による濃淡図



9クラスの教師付分類の線形識別分類図であるが地物が不鮮明で判読困難である。写真-15は同様に8クラスの最尤法の結果であるが山岳道等土地利用図の一部が見られる。写真-16は同じ8クラスの線形識別分類図であるが住居域、道路、谷筋等よく分類している。以上、結果を中心に述べて来たが識別関数について若干触れる。ここで言う識別手法とは通常、教師付き識別手法と言われるものである。識別空間において帰属する識別カテゴリーの未知な対象が J 個の識別カテゴリーのいずれに属するかを識別する問題である。多くの識別手法の中からいずれの手法を用いて識別関数を作成するかは、識別精度、識別所要時間等に係わる選択の問題となる。識別空間における位置ベクトル \mathbf{x} で表現する時、 \mathbf{x} と各識別カテゴリーとの関係の強さに基づいて \mathbf{x} の識別を行うという、識別手法のアルゴリズムに分類の視点を見い出すことが出来る。すなわち \mathbf{x} と識別カテゴリーとの関係の強さを表わす尺度、類似度の定義方法と類似度に基づく \mathbf{x} の帰属するカテゴリーの判定方法の2視点である。類似度による分類としては述べた最尤法、ユークリッド距離の他に \mathbf{x} と識別カテゴリーの代表点とに関する相関係数や共分散を類似度として用いる、相関法や分散法がある。一方の判定法による分類手法として \mathbf{x} の帰属する識別カテゴリー判定の論理に、階層性があるか否かで2分することが出来る。非階層的判定による手法として類似度をすべて求め、その中で最も高い類似度を示すものに \mathbf{x} の帰属を判定するものでアルゴリズムが比較的簡単であり、先の線形識別関数法等多数の手法がある。階層的判定による手法は \mathbf{x} のある特性に関するある条件を満たすカテゴリーは i, j, k, \dots 。更にこの内、別のある特性に関する条件を満たすものは、 k, \dots 。このような階層的判定により、最終的には \mathbf{x} の帰属するカテゴリーが一意的に定められることになる。この手法の例としてバイナリ・デシジョン・トリー法があげられる。

6 ま と め

本研究はMSSデータ及び空中写真判読による、山腹斜面状況を統計分類手法も用いて検討したものであり、地表地物の状況を判別、分類する事により斜面災害との相関を明らかにしていくための基礎的研究を行った。種々のデータから分析したものをまとめると次の通りである。

- 1) グレースケールにおいては9Ch, 11Chが有効なデータを与え地形的変化、土地利用分布、崩壊跡の分布、植生、リニアメント分布等もある程度の情報が得られた。
- 2) 画像処理によるグレースケールでは7Chの地物の判定に利用の可能性を得た。9Chでは植生樹木分類に適している。11Chでは地表の温度差より地物の材質、岩類の分布、崩壊跡の被覆状況が判別出来る。
- 3) 統計識別分類手法の3手法の中では最尤法による分類図において土地利用、植生分布、熱的分布など総合的に地表の状況を得る事が出来た。

今回の研究で以上の点で成果があった。今後、さらに統計識別手法の分類精度の向上、MSS解析手法の改良、空中写真判読による比較検討を行うと同時にMSSデータの経年データの集積を加え斜面災害の解明を進めたい。末筆ながらデータ提供に御協力をいただいた宇宙開発事業団、日本国土海洋総合学術診断委員会、また画像解析を行うにあたり多大な御援助を賜った京都府立大学・石川善明助教授、京都大学大学院・井岡幹博氏(現在・日本IBM)の各位に対し深謝する次第である。なお、この研究費の一部は昭和57年度文部省科学研究費・自然災害特別研究・計画研究部門(研究代表者: 網干寿夫)より得た。また、本研究は文部省の昭和57年度研究員として広島大学工学部第四類構造工学士質工学教室に内地留学中に行ったものである。計算は京都大学大型計算機センター FACOM-M 382により行った事を付記する。

参 考 文 献

- 1) John R. G. Townshend : Terrain analysis and remote sensing, The use of Landsat data for land cover inventories of Mediterranean lands, GEORGE ALLEN & UNWIN LTD, pp. 133~145, 1981.
- 2) 星 仰 : 航空機による MSS データの処理システム (USAS) とその適用に関する研究, 土木学会論文報告集, 第285号, pp. 69~83, 1979.
- 3) T. Maruyasu : Statical Analysis of Landslides and Related Phenomena on Aerial Photographs, Aerial Photographs Survey, pp. 93~100, 1968.
- 4) 沖村 孝ほか : 統計的手法による自然斜面崩壊の研究, 土木学会論文報告集, 第290号, pp. 89~97, 1979.
- 5) 網干寿夫・小堀悠久 : 空中写真による山腹斜面崩壊と地形, 地質, 植生の関係 — 広島県休山の場合 — , 資料解析研究, 文部省自然災害特別研究班, Vol. 7, pp. 117~125, 1980.
- 6) 北村貞太郎・星仰ほか : PARS (リモートセンシングデータ処理用プログラムパッケージ) の概要(1), 京都大学大型計算機センター広報, Vol. 11, No. 3, pp. 197~209, 1978.
- 7) 松尾芳雄 : リモートセンシングによるデジタル土地条件図作成に関する研究, 京都大学学位請求論文, pp. 32~41, 1983.
- 8) たとえば林知己夫・樋口伊佐夫ほか : 情報処理と統計数理, 産業図書, pp. 63~67, 1970.
- 9) R. L. Schuster, R. J. Krizek : LANDSLIDES in, Remoto-Sensing techniques for Landslide detection, Special Report 176, National Academy of Sciences, pp. 48~72, 1978.

(昭和58年4月15日受付)

室内音響伝播に対する数値解析の有効性について

(建築学科) 角 舎 輝 典

The Effectiveness of Three Dimensional Analysis for Determining the Natural Frequencies of the Rectangular Room

Terunori KADOYA

In this report, the normal frequencies of the rectangular room (5m X 4m X 3m) is analysed. The analytic methods are the finite element method and the finite difference method which are three dimensional analyses.

After comparison between the solutions using above two methods and the exact solution, it is shown both analytic methods have a good agreement with the exact solution. Therefore, the calculation program is verified.

§ 1 はじめに

室内音響の固有振動数等の解析に数値解析を導入する方法として、波動方程式へ室形に応じた境界条件を与えることによって解く差分法と、エネルギー原理に基づき、室内空間を有限の要素に分割し、その運動方程式より解く有限要素法がある。

差分法は、直交する格子点上に節点を置く為、複雑な境界条件をうまく処理できないという問題点はあるが、2次元の任意の境界については、珠久¹⁾の研究により、多少煩雑ではあるが、うまく処理できるようになってきた。一方、有限要素法は、その複雑な境界条件の処理の点で有利であり、任意形状の音場解析に広く利用されてきた。又、一度解析プログラムを完成すると、媒質である空気は均一材であることから、構造物の振動解析や熱伝導解析のように、要素とそれを構成する材料の組み合わせを考慮することなしに、わずかの労力により解析対象を変化させることが可能である。

本研究は、作成したシミュレーションプログラムの検証として、3次元室形モデル($X=5\text{m}$, $Y=4\text{m}$, $Z=3\text{m}$, 直方体室, 境界はすべて剛壁で損失なし)の固有振動解析を行っている。このモデルは直方体であることから、その固有振動数は完全解が求められている。それと、計算結果との比較により計算誤差が求まる。それより、節点数、分割方法、波長と誤差との関係を考察しようとするものである。

§ 2 記 号

$P(x, y, z)$: 空間の一点 (x, y, z) における音圧 (N/m^2)

v : 粒子速度 (m/sec)

ω : 角速度

- ρ : 空気の密度 (kg/m³)
 c : 音速 (m/sec)
 $[H]$: $n \times n$ 元の正方マトリックス
 $\{p\}$: n 個の節点の音圧ベクトル
 λ : 固有値
 h : 節点間距離 (m)
 K_e : 要素 e の運動エネルギー
 V_e : 要素 e の体積
 T_e : 要素 e のポテンシャルエネルギー
 W_e : 要素 e の各境界面に働く外力によるエネルギー
 A : 境界面の面積
 U : 粒子変位
 \mathcal{L} : 空間全体の汎関数

§ 3 数値解法について

3.1 差分解法について

音圧 $P(x, y, z)$, 粒子速度 v , 体積弾性率 κ , 密度 ρ とすると, 連続の式, 運動の式はそれぞれ次のようになる。

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \kappa \cdot \text{div. } v = 0 \quad \dots\dots\dots (1) \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \text{grad. } P = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

(1)式, (2)式をまとめ, 角周波数 ω の正弦振動を仮定して, 直交座標系における P の微分方程式を求める。それによって得られた式に, $\kappa/\rho = c^2$ の関係を代入することにより, 次の式が得られる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) P + \frac{\omega^2}{c^2} P = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

以上により求めた式(3)が, 3次元空間での波動方程式である。

この式を, x, y, z 各方向について, おのおの $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ の格子で分割すると仮定すれば(3)式の差分近似式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{P(x-\Delta x, y, z) + P(x+\Delta x, y, z) - 2P(x, y, z)}{(\Delta x)^2} \\ & + \frac{P(x, y-\Delta y, z) + P(x, y+\Delta y, z) - 2P(x, y, z)}{(\Delta y)^2} \\ & + \frac{P(x, y, z-\Delta z) + P(x, y, z+\Delta z) - 2P(x, y, z)}{(\Delta z)^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P = 0 \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここでは $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ がすべて同一である ($=h$) とし, 節点が領域外となる場合は, 珠久¹⁾の境界条件式を使用し, 領域内の値で近似することとした。

領域内の各節点上の音圧を未知数とし, (4)式を各節点について作れば, 次の連立方程式となる。

$$[H]\{p\} = \lambda \{p\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

この正方マトリックス $[H]$ の固有値を求めることにより λ が求まり, これにより ω さらに固有

振動数が求まる。

3.2 有限要素解析について

Fig. 1 に示す 3 次元空間内の立体要素 e の内部の点 (x, y, z) における音圧を $P(x, y, z)$ とすれば、要素 e の運動エネルギー K_e は

$$K_e = \frac{1}{2\omega^2\rho} \iiint_V \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right\} dV \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ポテンシャルエネルギーは

$$T_e = \frac{1}{2\rho c^2} \iiint_V P^2 dV \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。要素 e の境界面に働く外力によって与えられるエネルギー W_e は、 U を粒子変位とすれば次の式となる。

$$W_e = \iint_A P U ds \quad \dots\dots\dots (8)$$

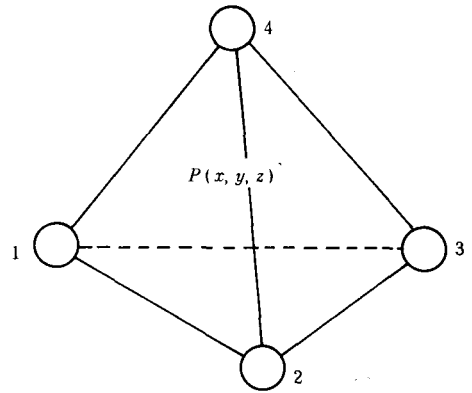
他の区間についても同様の計算が成り立つので空間全体の汎関数は

$$\mathcal{L} = \sum_e (K_e - T_e - W_e) \quad \dots\dots\dots (9)$$

この変分 $\delta\mathcal{L}=0$ より系を支配する運動方程式が得られる。本研究では自由振動を仮定している為、外力仕事の項 $W_e=0$ となり、 K_e と T_e のみの式となる。これは(10)式の形の固有値問題であり、こ

$$[K]\{P_e\} = \lambda[M]\{p_e\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

Fig. 1 Tetrahedral element for three dimensional field



§ 4 空間の分割について

差分法による空間の分割は、すべて立方格子により行っている。その為、余長が生じる場合があるが、これについては前述の珠久¹⁾の境界条件式によって処理を行っている。

有限要素法による空間の分割については、4 面体による分割の為、自由度はあるが、まず、入力の際の労力の軽減の為、6 面体により入力を行い、これをプログラム中で 4 面体に分割する方法をとった。この時、6 面体の分割に 2 種類ある。1 つは、Fig. 2 に示すように 6 個の 4 面体に分割する方法であり、他方は、Fig. 3 に示すように 5 つの 4 面体に分割する方法である。又、有限要素法について、直方体室を立方体で分割する方法（立方体分割）と同一の直方体による分割（等直方体分割）がある。これらの相違点としては、立方体分割は、差分法と同様、辺長の関係により、余長を生じることがあるが、等直方体分割は最初に直方体室の各辺 (xyz) の分割数を決めてから分割寸法を決定する為に余長が生じないことである。

§ 5 計算の実行条件について

計算にあたり、音速は 340 m/sec を採用している。これは、気温が約 14℃ の時の音速に相当する。差分法による計算は 3 つの例について行っている。その際の、節点数、節点間距離、一辺の分割数を Table 1 に示す。

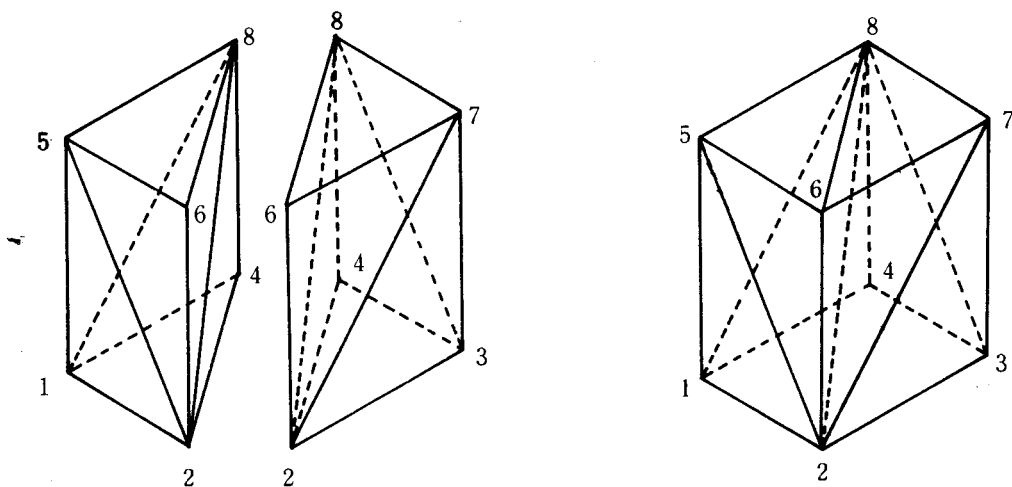


Fig. 2 Division of the hexahedral with six tetrahedrons

Tetrahedron (1) (1, 2, 4, 8) (3) (1, 2, 5, 8) (5) (6, 7, 8, 2)
 (2) (5, 6, 8, 2) (4) (2, 3, 4, 8) (6) (2, 3, 7, 8)

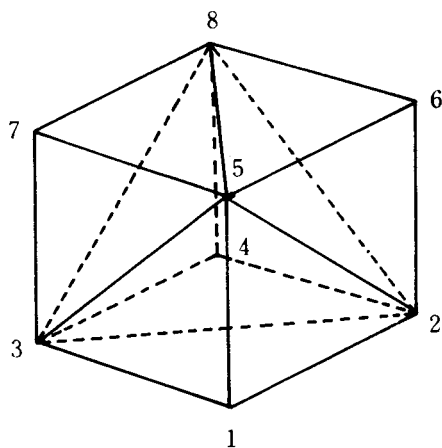


Fig. 3 Division of the hexahedral with five tetrahedrons

Tetrahedron (1) (1, 2, 3, 5)
 (2) (5, 3, 7, 8)
 (3) (2, 5, 6, 8)
 (4) (4, 3, 2, 8)
 (5) (2, 3, 5, 8)

Table 1 The kind of space divide for finite difference method

		FDM 1	FDM 2	FDM 3
節点間距離(m) $X=Y=Z$		1.0	1.5	2.0
節点数		120	36	18
一辺の 分割数	X	5	4	3
	Y	4	3	2
	Z	3	2	2

Table 2 The kind of space divide for finite element method (hexahedron divided into five tetrahedron)

		V-1	V-2	V-3	V-4
節点間 距離 (m)	X	1.25	1.0	1.25	1.66
	Y	1.0	1.0	1.33	1.33
	Z	0.75	1.0	1.0	1.0
節点数		125	120	80	64
一辺の 分割数	X	4	5	4	3
	Y	4	4	3	3
	Z	4	3	3	3

有限要素法による計算で、6面体－5分割、6面体－6分割は共に4つの例について計算を行っている。それぞれ、Table 2, Table 3に分割方法を示す。この時、比較を行う為、節点数、節点間距離、節点の位置は同一としてある。又、差分法FDM1, 有限要素法Ⅴ－2, Ⅵ－2の計算例は、全く同じ節点(120節点)を持っている。

次に有限要素法において、6面体－5分割の計算について、立方体分割、等直方体分割の2種類の分割を行った。それぞれ、Table 4, Table 5に分割種別を示す。

§ 6 実行結果及び考察

計算誤差を求める際、直方体室の固有振動数の完全解は次式により与えられる²⁾。

$$\nu_N = \frac{\omega_N}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2} \quad (\text{Hz}) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで ν_N : 固有振動数 (Hz)

n_x, n_y, n_z : 0を含む任意の整数

L_x, L_y, L_z : x, y, z 各方向の辺長(m)

これによる解と計算結果の比較により、計算誤差を算出した。

Fig. 4は、Table 1～Table 3に示す、すべての分割例についての実行結果を示している。これは、最低固有振動数を含む6

Table 3 The kind of space divide for finite element method (hexahedron divided into six tetrahedrons)

		Ⅴ－1	Ⅴ－2	Ⅴ－3	Ⅴ－4
節点間 距離 (m)	X	1.25	1.0	1.25	1.66
	Y	1.0	1.0	1.33	1.33
	Z	0.75	1.0	1.0	1.0
節 点 数		125	120	80	64
一辺の 分割数	X	4	5	4	3
	Y	4	4	3	3
	Z	4	3	3	3

Table 4 The kind of space divide for finite element method (divided by cube)

		Ⅰ－1	Ⅰ－2	Ⅰ－3	Ⅰ－4	Ⅰ－5
節点間 距離 (m)	X	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
	Y	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
	Z	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
節 点 数		120	100	60	48	36
一辺の 分割数	X	5	4	4	3	3
	Y	4	4	3	3	2
	Z	3	3	2	2	2

Table 5 The kind of space divide for finite element method (divided by iso-hexahedron)

		Ⅱ－1	Ⅱ－2	Ⅱ－3	Ⅱ－4	Ⅱ－5	Ⅱ－6	Ⅱ－7
節点間 距離 (m)	X	1.25	1.25	1.25	1.66	0.25	1.66	1.66
	Y	1.0	1.0	1.33	1.33	0.33	1.33	2.0
	Z	0.75	1.0	1.0	1.0	1.5	1.5	1.5
節 点 数		125	100	80	64	60	48	36
一辺の 分割数	X	4	4	4	3	4	3	3
	Y	4	4	3	3	3	3	2
	Z	4	3	3	3	2	2	2

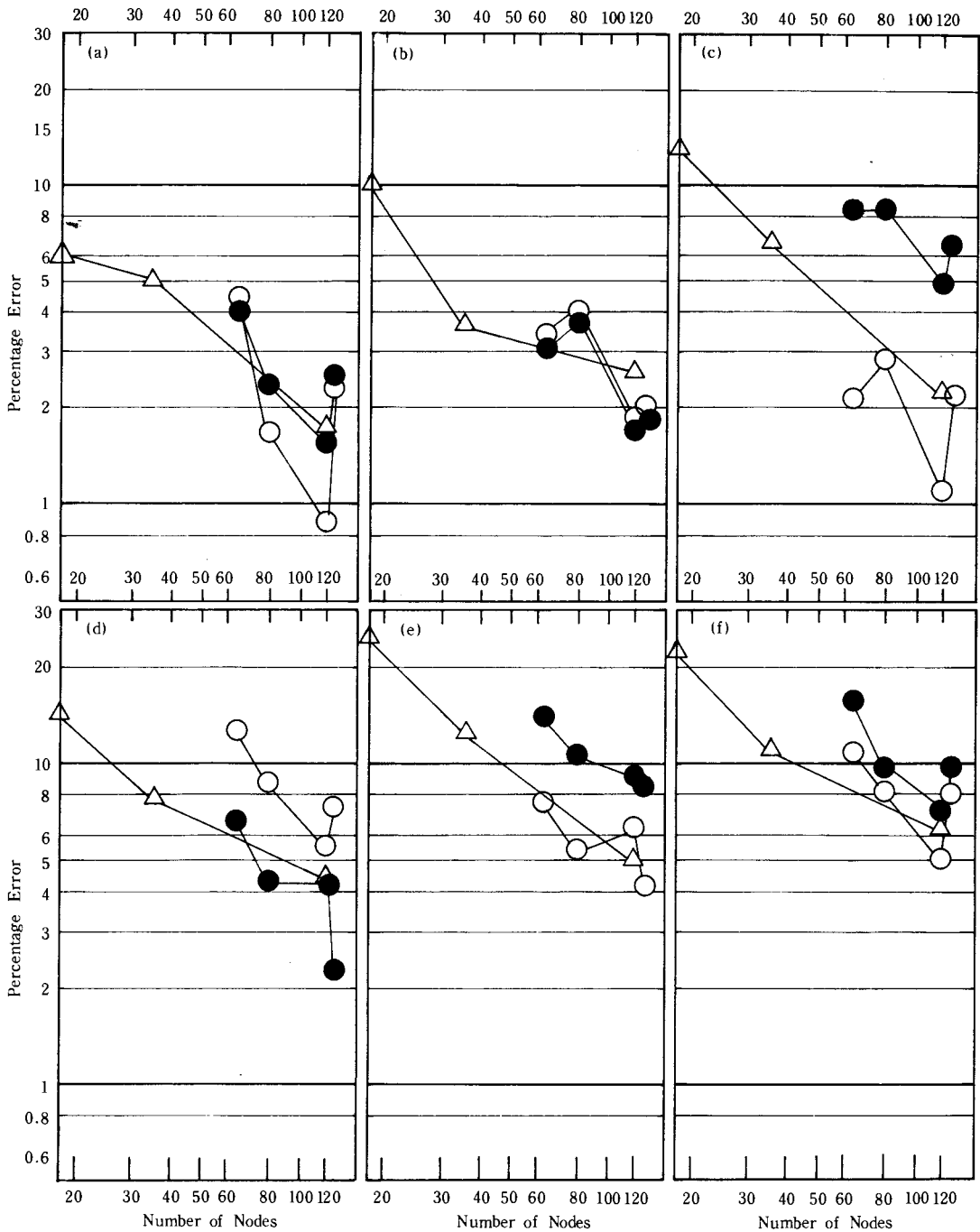


Fig. 4 Percentage Error in the Normal Frequencies for different calculation methods

a) (100) mode, 34.00 Hz

b) (010) mode, 42.50 Hz

△—△ FDM

c) (110) mode, 54.43 Hz

d) (001) mode, 56.67 Hz

○—○ FEM (5 Tetrahedrons)

e) (101) mode, 66.08 Hz

f) (200) mode, 68.00 Hz

●—● FEM (6 Tetrahedrons)

個の固有振動数について、計算誤差を求めたもので、誤差 % を縦軸に、節点数を横軸とし、両対数グラフにプロットしたものである。同図 a) は、(100) モード 34 Hz, b) (010) モード 42.5 Hz, c) (110) モード 54.43 Hz, d) (001) モード 56.67 Hz, e) (101) モード 66.08 Hz, f) (200) モード 68.0 Hz に対するグラフである。

同図 a)–f) を通して、多少のバラツキは含むが、有限要素法 2 種 (5 分割, 6 分割), 及び差分法の 3 つのグラフ共、節点数が増大するにつれ、誤差が減少する様子が明確である。又、a) → f) と、次第に高周波になると共に誤差が増大する傾向も明確である。これらは、波長に対する分割数が多い程、誤差が減少するということであり、解析モデルの妥当性を示している。

差分法、有限要素法の違いについて、図中では、誤差の絶対値をとって比較を行っているが、実際、差分法の誤差は負側、つまり振動数が小さめとなり³⁾、有限要素法はその逆で正側となる⁴⁾。これも妥当な結果である。

又、有限要素法 2 種 (6 面体–5 分割, 6 分割) の比較では、(001) モード, 56.67 Hz に対する結

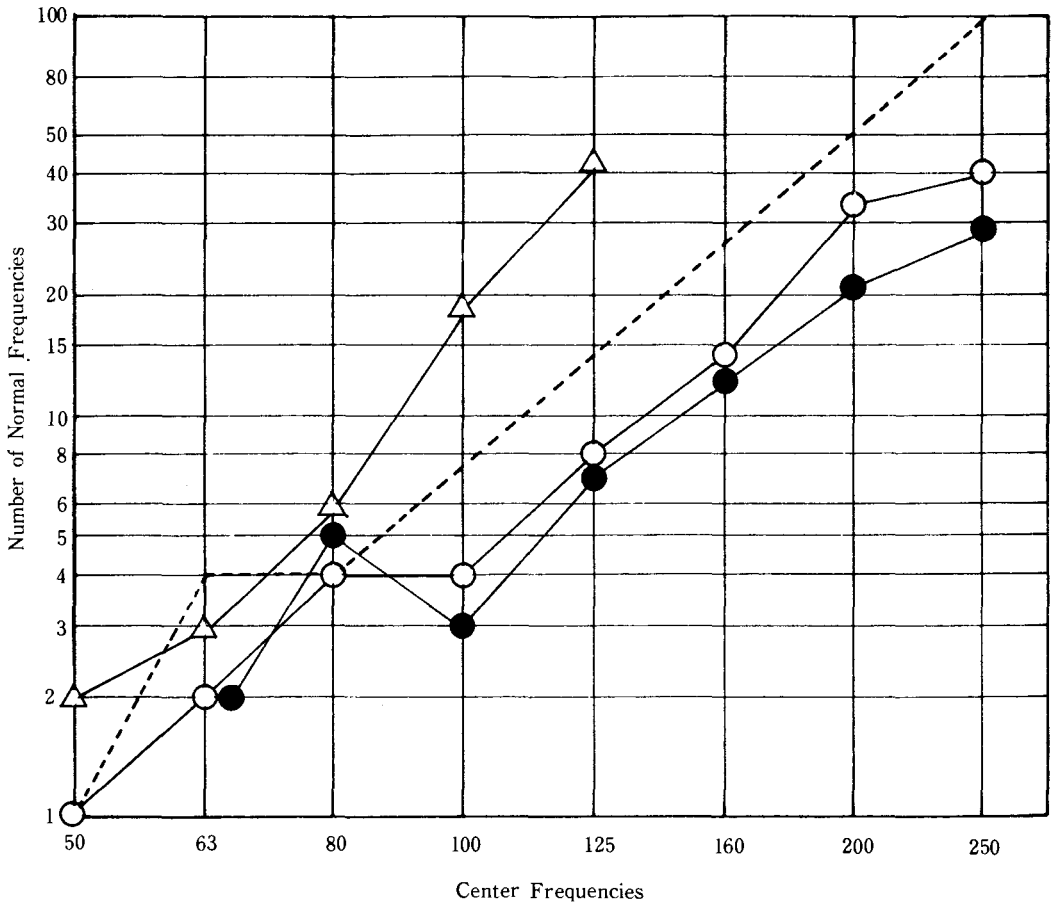


Fig. 5 Density of Normal Frequencies in the 1/3 Octave Band. (120 nodes)

▲—▲ FDM
 ○—○ FEM (5 Tetrahedrons)
 ●—● FEM (6 Tetrahedrons)

果を除き、5分割による誤差が小さくなった。これについて、6分割の方が4面体の数が多くなるわけであるから誤差は小さくなるはずであるが、逆の結果となった。又、6分割のモデルはその形状より、分割方向(3角柱の向き)によって計算誤差が変化することがわかった。

同図a) - f) の120-125節点の有限要素法の計算結果について、節点数の増加とは逆に計算誤差の増大がみられる。ここで、両モデルの分割は、

120節点モデル($X=5$,
 $Y=4$, $Z=3$)分割
125節点モデル($X=4$,
 $Y=4$, $Z=4$)分割

である。

これより同図a) (100)モード、34.0Hz は、X軸波であり、分割数は5(120)→4(125)に減少していることから説明される。しかし同図d) (001)モード 56.67Hz は、Z軸平行波動であり、分割数が3(120)

→4(125)と増大しているのにもかかわらず、6面体-5分割のグラフでは逆に計算誤差の増大がみられる。これは、分割数以外にも誤差の関与する項の存在の可能性を示す。4面体の数値積分の際に、一度座標変換を行うが、その時なるべく変換の単位4面体に近い形の方が計算誤差が少なくなると推測される。

Fig. 5は、有限要素法2種(5分割, 6分割), 差分法の120節点モデルの計算結果について、1/3 octave band 内に含まれる固有振動数の数について、図中破線の理論解との比較を行ったものである。これより、差分法は、固有振動数が理論値より多めとなり、有限要素法は少なめとなる。

Fig. 6はFig. 5と同様、120節点のモデル3種について、横軸を周波数とし、縦軸を計算誤差としたものである。有限要素法2種の計算誤差と差分法の計算誤差は、さほど変わらないことがわかる。

Fig. 7はTable 4 ~ Table 5に示すすべての分割例についての計算結果であり、有限要素法、6面体-5分割のモデルにより、空間の立方体分割、等直方体分割の計算誤差をプロットしている。同図a) - f)を通して、立方体分割による計算誤差は、節点数の増加に伴って誤差が減少してゆくが、直方体分割による計算誤差は、多少グラフの変動を伴いながら減少している。又、両分割方法による計

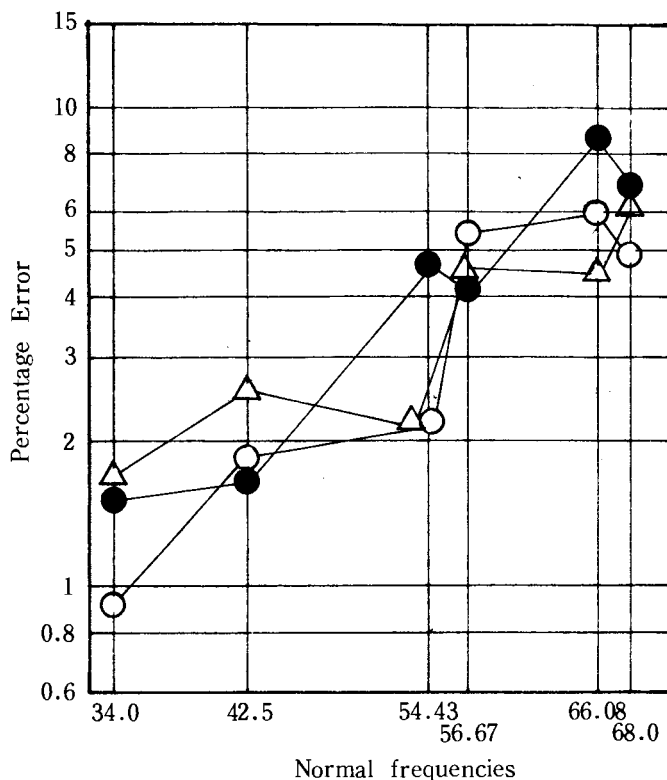


Fig. 6 Percentage Error in the Normal Frequencies for Different Calculation Methods. (120 nodes)

- △—△ FDM
- FEM (5 Tetrahedrons)
- FEM (6 Tetrahedrons)

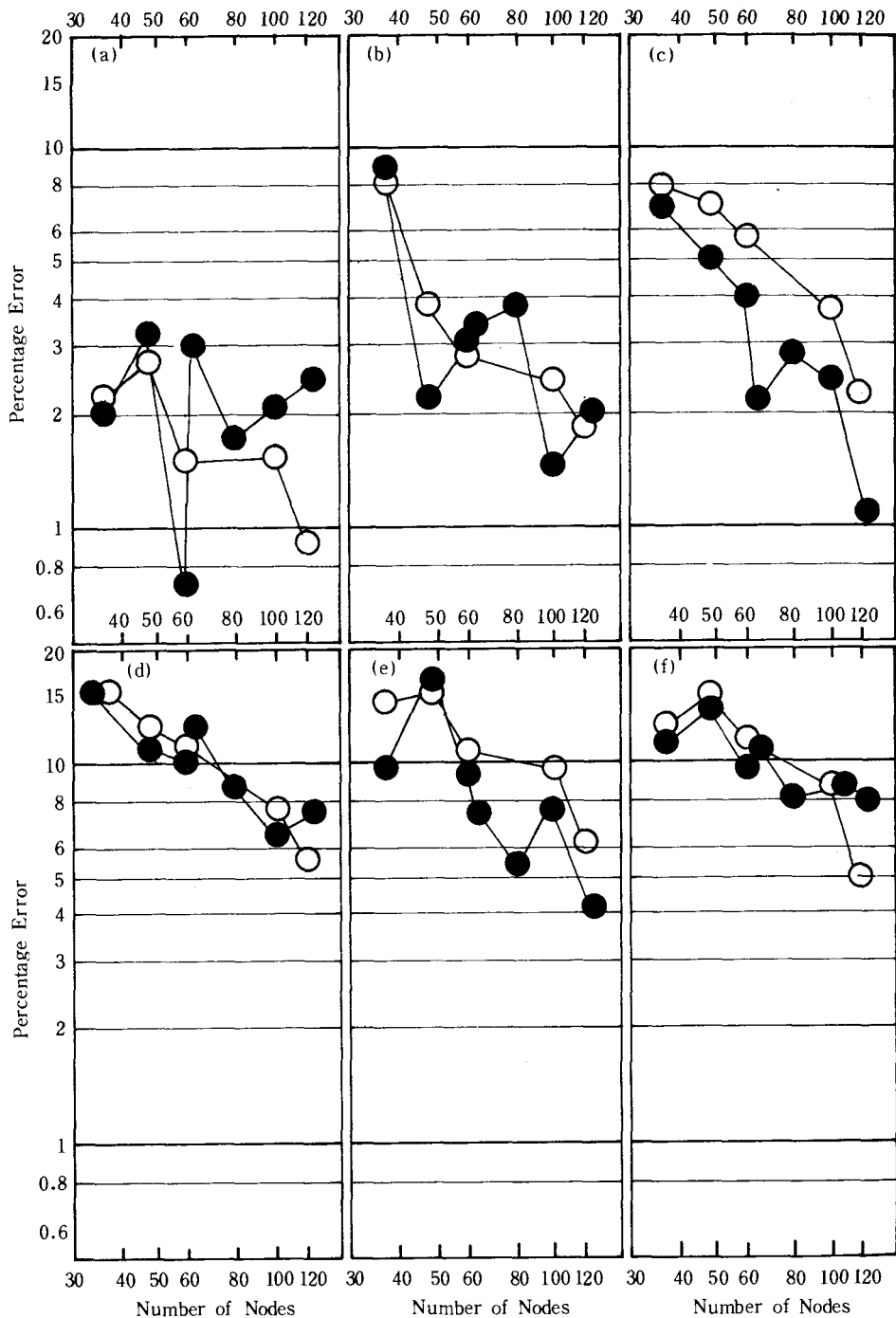


Fig. 7 The Percentage Error in the Normal Frequencies for different calculation methods

- a) (100) mode, 34.00 Hz b) (010) mode, 42.50 Hz ○—○ FEM (Divided by cube)
 c) (110) mode, 54.43 Hz d) (001) mode, 56.67 Hz ●—● FEM (Divided by
 e) (101) mode, 66.08 Hz f) (200) mode, 68.00 Hz iso-hexahedron)

算の精度に有意の差は認められなかった。

§ 7 おわりに

整形残響室の固有振動数の解析を、差分法、有限要素法により行ったが、いずれも良好な結果を得た。又、有限要素法、6面体-5分割、6分割の比較では、5分割の計算誤差が小となった。又、解析プログラムの検証という点では良好な結果を得、今後、整形残響室に限らず、不整形残響室への適用を計ってゆきたい。

参 考 文 献

- 1) 珠久：差分法による不規則形状の音場解析，日本音響学会誌 28巻 1号 (1972)
- 2) 前川：建築音響，共立出版 p. 28
- 3) 荒井：シミュレータによる音響フィルタの研究，日本音響学会誌 16巻 1号 (1960)
- 4) 加川：有限要素法による振動・音響工学 基礎と応用 培風館

(昭和58年4月15日受付)

て八百里と爲る。計るに、晉の都は太原に在りて、洛邑を去ること八百里に近きなり。畿既に方服ならず、必ず差改^{サヤ}まるが故に晉は甸服に在るなり。

① 「大司馬」

『周礼』夏官・大司馬に「乃以九畿之籍、施邦国之政職、方千里曰甸畿、其外方五百里曰侯畿、又其外方五百里曰甸畿、又其外方五百里曰男畿、又其外方五百里曰采畿、又其外方五百里曰衛畿、又其外方五百里曰蠻畿、又其外方五百里曰夷畿、又其外方五百里曰鎮畿、又其外方五百里曰蕃畿」とあり、鄭玄注に「畿猶限也」とある。

② 「大行人」

『周礼』秋官・大行人に「邦畿方千里、其外方五百里、謂之侯服、歲壹見、其貢祀物、又其外方五百里、謂之甸服、二歲壹見、其貢殯物、又其外方五百里、謂之男服、三歲壹見、其貢器物、又其外方五百里、謂之采服、四歲壹見、其貢服物、又其外方五百里、謂之衛服、五歲壹見、其貢材物、又其外方五百里、謂之要服、六歲壹見、其貢貨物、九州之外、謂之蕃國、世壹見、各以其所貴寶為摯」とある。

③ 「地理志」

『漢書』地理志第八下の周地に「初雒邑与宗周通封畿、東西長而南北短、短長相覆為千里、至襄王以河内賜晉公、又為諸侯所侵、故其分墜小」とあり、顔師古注に「雒邑成周也、方六百里、六六三十六、為方百里者三十六」とある。

④ 「志」 注③参照。

〔傳〕惠之三十年、晉潘父弑昭侯、而立桓叔、不克

〔注〕潘父晉大夫也、昭侯文侯子

〔傳〕晉人立孝侯

〔注〕昭侯子也

〔傳〕惠之四十五年、曲沃莊伯伐翼、弑孝侯

〔注〕莊伯桓叔子、翼晉國所都

〔傳〕翼人立其弟鄂侯、鄂侯生哀侯

〔注〕鄂國以隱五年奔隨、其年秋、王立哀侯于翼

〔傳〕哀侯侵涇庭之田

〔注〕涇庭翼南鄙邑

〔傳〕涇庭南鄙啓曲沃伐翼

(未完)

(昭和五十八年四月十五日受付)

りて小宗と爲るもの多きを以ての故に、杜(預)之を言ふなり。若し大夫の身大宗と爲るも亦止貳宗の官を立つるを得るのみ。『禮記』は公族に據りて説を爲すが故に「別子を祖と爲す」と言ひ、主に諸侯の庶子を説くのみ。其の實は異姓、族を受くるも亦始祖と爲り、其の繼ぐ者も亦是れ大宗なり。但、『記』の文は之れ及ばざるのみ。沈(文阿)云ふ、「(杜預注の)適子を小宗と爲すとは、是れ大夫の身を小宗と爲すを謂ふ。(杜預注の)次なる者を貳宗と爲すとは、大夫の庶弟を謂ふ。貳宗と側室とを例と爲せば、皆な是れ官名にして、五宗とは別なり」と。

① 鄭玄 『礼記』喪服小記に「別子爲祖、繼別爲大宗、繼

禰爲小宗、有五世而遷之宗、其繼高祖者也、是故祖遷於上、宗易於下、尊祖故敬宗、敬宗所以尊祖禰也、庶子不祭祖者、明其宗也」とあり、鄭玄注に「謂小宗也、小宗有四、或繼高祖、或繼曾祖、或繼祖、或繼禰、皆至五世則遷」とある。

② 『禮記』大傳 『礼記』大伝に「別子爲祖、繼別爲宗、繼禰者爲小宗、有百世不遷之宗、有五世則遷之宗、百世不遷者、別子之後也、宗其繼別子之所自出者、百世不遷者也、宗其繼高祖者、五世則遷者也、尊祖故敬宗、敬宗尊祖之義也」とある。

③ 『禮記』 注①②参照。

④ 沈(文阿) 『春秋左氏経伝義略』 本疏引。

〔傳〕 士有隸子弟

〔注〕 士卑、自以其子弟爲僕隸

〔傳〕 庶人工商、各有分親、皆有等衰

〔注〕 庶人無復尊卑、以親疏爲分別也、衰殺也

〔傳〕 是以民服事其上、而下無覬覦

〔注〕 下不冀望上位

〔傳〕 今晉甸侯也、而建國、本既弱矣、其能久乎

〔注〕 諸侯而在甸侯者

〔疏〕 注諸侯 服者

正義に曰はく、周公、九州を斥大いにし、土を廣むること萬里、制して九服を爲す。封畿は方千里、其の外五百里毎に之を一服と謂ふ。侯・甸・男・采・衛・要の六服を中國と爲し、夷・鎮・蕃の三服を夷狄と爲す。『大司馬』に之を「九畿」と謂ふは、其の期限有るを言ふなり。『大行人』に之を「九服」と謂ふは、其の王に服事するを言ふなり。其の數の如く計れば、甸服の内畔は甸京師を去ること千里。晉、王城に距てること此の數を容れず。而るに甸服に在るを得るは、『周禮』に法を設くるのみ。土地の形、方平なること圖の如くすべからず、未だ必ずしも服毎に皆な其の如くならざるなり。『地理志』に云ふ、「初め雒邑と宗周とは封畿に通ず。東西に長く南北に短く、短長相覆ひて千里と爲す」と。是れ王畿は正方ならざるなり。『志』に又云ふ、「東都は方六百里」と。之を半ばにすれば三百里と爲り、外に侯服の五百里有り

〔傳〕 卿置側室

〔注〕 側室衆子也、得立此一官

〔疏〕 注側室一官

正義に曰はく、『禮記』文王世子に云ふ、「公、若し疆を出づるの政有れば、庶子は公宮を守り、正室は大廟を守る」と。鄭玄云ふ、「正室は適子なり」と。正室は是れ適子なるが故に側室は是れ衆子なるを知る。其の適子の旁側に在るを言ふなり。文(公)十二年傳に曰はく、「趙に側室有り、穿と曰ふ」と。是れ卿は此の官を立つるを得るなり。卿の家臣其の數多く、獨り「此の一官を立つ」と言ふは、其餘の諸官の事は國に連なり、時に臨んで異姓を選出し、皆な之を爲すことを得。其の側室一官は必ず周族を用ふ。是れ卿廢の及ぶ所唯(たゞ)宗事を知るが故に特に之を言ふ。案ずるに、『世族譜』に「趙穿は是れ夙の庶孫、趙盾に於いて從父昆弟爲り。而して盾の側室と爲る」と。然らば其の宗の庶なる者を選びて之を爲すにて、未だ必ずしも卿の親弟を立てざるなり。

① 『禮記』文王世子 『礼記』文王世子に「公若有出疆之政、庶子以公族之無事者守於公宮、正室守大廟、諸父守貴宮・貴室、諸子・諸孫守下宮・下室」とあり、鄭玄注に「正室適子也、大廟太祖之廟」とある。

② 鄭玄 注①参照。

③ 文(公)十二年傳 文公十二年伝に「趙有側室曰穿、晋君之壻也」とあり、杜預注に「側室枝子、穿趙夙庶孫」とある。

④ 『世族譜』

『春秋釈例』世族譜第四十五之下に見える。

〔傳〕 大夫有貳宗

〔注〕 適子爲小宗、次子爲貳宗、以相輔貳

〔疏〕 注適子輔貳

正義に曰はく、禮に大宗・小宗有り。天子・諸侯の庶子を之を別子と謂ひ、及び異姓の族を受けて後世の始祖と爲る者の世適嗣を承けて百世遷らざるを之を大宗と謂ふ。父の後たる者の諸弟は之を宗とす。五世にして則ち遷るを之を小宗と謂ふ。五世にして遷る者は、高祖以下喪服未だ絶たざるを謂ふ。其の高祖の適を繼ぐものは則ち總服の内、共に之を宗とす。其の曾祖の適を繼ぐものは則ち小功の内、共に之を宗とす。祖に繼ぎ祖に繼ぎて宗とする所は及に亦然り。故に鄭玄の「喪服小記」の注に云ふ、「小宗に四有り。或ひは高祖に繼ぎ、或ひは曾祖に繼ぎ、或ひは祖に繼ぎ、或ひは祖に繼ぐ。皆な五世に至れば則ち遷る」と。總服既に窮まるを以て相宗敬せず。故に疏にして即ち遞遷す。『禮記』大傳に曰はく、「百世にして遷らざるの宗有り、五世にして則ち遷るの宗有り。百世にして遷らざる者は別子の後なり。其の別子の自りて出づる所に繼ぐ者は、百世にして遷らざる者有り。其の高祖に繼ぐ者を宗とするは、五世にして則ち遷る者なり」と。是れ大宗・小宗の別を言ふなり。大夫の身は是れ適子を小宗と爲す。故に其の次なる者を貳宗と爲し、以て相輔助して副と爲す。貳も亦之を立てて此の官を爲すなり。杜(預)、大宗に非ざるを知りて小宗と言ふは、其の大夫は必ずしも皆な是れ大宗にあらず、據

〔注〕 穆侯愛少子桓叔、俱取於戰以爲名、所附意見、故師服知桓叔之黨、必盛於晉、以傾宗國、故因名以諷諫

〔疏〕 注穆侯 諷諫

正義に曰はく、太子と桓叔とは並びに戦ひに因りて名を爲すと雖も、而も附くる所の意は異なり。「仇」は戦ひの相仇^{あひ}怨するに取^とり、「成師」は能く師の衆を成すに取る。名に縁りて義を求むれば則ち太子は怨仇多く、而して成師は徒衆有り。穆侯、本より此の名を立つるに未だ必ずしも先づ此の意を生ぜず。但、少子を寵愛すること時に於いて已^{あまた}に著れ、師服、桓叔の將に盛んならんとするを知る。故に此の理を推出し、因りて其の名を解して以て諷諫を爲し、之をして幹を強め枝を弱らしめんと欲するのみ。人臣の規諫、若し端緒無ければ何に馮りてか言を致して以て己が志を申べん。人の名を立つるに、必ず將に驗有らんとするを謂ふには非ず。而るに何休^①、左氏は後に興亡有るは立名の善惡に由るとす、と謂ひ、后稷の棄と名づくるを引きて『膏肓』を爲して以て左氏を難するは、非なり。

① 何休 何休『左氏膏肓』 本疏引。

〔傳〕 惠之二十四年、晉始亂、故封桓叔于曲沃

〔注〕 惠魯惠公也、晉文侯卒、子昭侯元年、危不自安、封成師爲曲沃伯

〔傳〕 靖侯之孫欒賓傳之

〔注〕 靖侯桓叔之高祖父、言得貴寵公孫爲傳相

〔疏〕 注靖侯 傳相

正義に曰はく、案ずるに、「晉世家」に、靖侯は僖侯を生み、僖侯は獻侯を生み、獻侯は穆侯を生み、穆侯は桓叔を生むと。靖侯は是れ桓叔の高祖なり。史傳、祖を稱して皆な祖父と云ふ。故に高祖を謂ひて高祖父と爲す。高祖の父に非ざるなり。特に「靖侯の孫」と云ふは、則ち「傳」の意は、其の貴寵の公孫を得て傳相と爲すと言ふと知るなり。此の人の後遂に欒氏と爲れば、蓋し其の父の字は欒ならん。

① 「晉世家」 『史記』晉世家に「十八年、靖侯卒、子釐侯司徒立、釐侯十四年、周宣王初立、十八年、釐侯卒、子獻侯籍立、獻侯十一年卒、穆侯費王立、穆侯四年、取齊女姜氏爲夫人、七年、伐條、生太子仇、十年、伐千畝有功、生少子、名曰成師、……成師封曲沃、号桓叔」とある。

〔傳〕 師服曰、吾聞國家之立也、本大而末小、是以能固、故天子建國

〔注〕 立諸侯也

〔傳〕 諸侯立家

〔注〕 卿大夫稱家臣

〔傳〕 其弟以千畝之戰生、命之曰成師

〔注〕 桓叔也、西河界休縣南有地、名千畝、意取能成其衆

〔疏〕 千畝之戰

正義に曰はく、案ずるに、「周本紀」^①に、宣王の三十九年に王、姜戎と千畝に戰ふと。此の戰ひの事を取りて以て子の名と爲すなり。

① 「周本紀」 『史記』周本紀に「十二年、魯武公來朝、

宣王不修繕于千畝、虢文公諫曰、不可、王弗聽、三十九年、戰于千畝、王師敗績於姜氏之戎、宣王既亡南國之師、乃料民于太原」とある。

〔傳〕 師服曰、異哉君之名子也

〔注〕 師服晉大夫

〔傳〕 夫名以制義

〔注〕 名之必可言也

〔傳〕 義以出禮

〔注〕 禮從義出

〔傳〕 禮以體政

〔注〕 政以禮成

〔傳〕 政以正民、是以政成而民聽、易則生亂

〔注〕 反易禮義、則亂生也

〔疏〕 夫名、生亂

正義に曰はく、口より出づるを「名」と爲し、宜に合ふを「義」と爲す。人の言を出だすは、事の宜しきに合はせしむるなり。故に（「傳」に）「名は以て義を制す」と云ふ。義に杖りて行ふは、禮法を生じ出だす所以なり。故に（「傳」に）「儀は以て禮を出だす」と云ふ。禮を復みて行ふは、政教を體し成す所以なり。故に（「傳」に）「禮は以て政を體す」と云ふ。禮を以て政を爲し、以て下民を正す。故に（「傳」に）「政は以て民を正す」と云ふ。今、晉侯、子に名づくるに其の宜しきを得ず、禮教從ふ所無く、政を出だすに禮を以てせざれば、則ち民に各々心有り。故に（「傳」に）「始めて亂を兆す」と爲すなり。

〔傳〕 嘉耦曰妃、怨耦曰仇、古之命也

〔注〕 自古有此言

〔傳〕 今、君命太子曰仇、弟曰成師、始兆亂矣、兄其替乎

臨之、以謀不睦、晋侯之立也、公不朝焉、又不使大夫聘、晋人止公于会、盟于黄父、公不与盟、以賂免、故黑壤之盟不書、諱之也」とある。さらに、宣公八年経に「春、公至自会」とある。

⑮ 襄公 注⑤参照。

⑯ 昭公 昭公二十七年経に「春、公如齐、公至自齐居于鄆」とあり、「伝」に「春、公如齐、公至自齐处于鄆、言在外也」とある。

⑰ 伐 注⑥参照。

⑱ 宣（公） 注⑨参照。

⑲ 朝 注⑤参照。

⑳ 僖（公）十六年 僖公十六年経に「冬、十有二月、公会齐侯・宋公・陳侯・衛侯・鄭伯・許田・邢侯・曹伯于淮」とあり、「伝」に「十二月、会于淮、謀鄭、且東略也、成鄭、役人病、有夜登丘而呼者、曰、齐有乱、不果城而還」とある。

㉑ 十七年 僖公十七年経に「秋、夫人姜氏会齐侯于下、九月、公至自会」とあり、「伝」に「師滅項、淮之会、公有諸侯之事未帰、而取項、齊人以為討、而止公、秋、声姜以公故会齐侯于下、九月、公至、書曰至自会、猶有諸侯之事焉、且諱之也」とある。

㉒ 「傳」 注⑲参照。

㉓ 僖（公）二十八年 僖公二十八年経に「冬、公会晋侯・齐侯・宋公・蔡侯・鄭伯・陳子・莒子・邾子・秦人于温、天王狩于河陽、壬申、公朝于王所、晋人執衛、帰之于京師、衛元咺自晋復歸于衛、諸侯遂圍許」とある。

㉔ 「經」 僖公二十九年経に「公至自圍許」とある。

㉕ 襄（公）十年 襄公十年経に「春、公会晋侯・宋公・衛侯・曹伯・莒子・邾子・滕子・薛伯・杞伯・小邾子・齐世子光、会吳于柎、夏、五月甲午、遂滅偃陽」とある。

㉖ 「經」 注⑲参照。

㉗ 「釋例」 『春秋釈例』公行至例第二十三に見える。

㉘ 定（公）十二年 定公十二年経に「十有二月、公圍成、公至圍許」とある。

㉙ 「釋例」 『春秋釈例』公行至例第二十三に見える。

㉚ 仲由 定公十二年伝に「仲由為季氏宰、将墮三都、於是

叔孫氏墮郕、季氏将墮費、公山不狃・叔孫輒帥費人以襲魯、公与三子入于季氏之宮、登武子之台」とある。

㉛ 「韓詩」説 本疏引。

㉜ 燕禮 『儀礼』燕礼に詳細である。

〔傳〕 特相會、往來稱地、讓事也

〔注〕 特相會、公與一國會也、會必有主、二人獨會、則莫肯為主、兩讓、會事不成、故但書地

〔傳〕 自參以上、則往稱地、來稱會、成事也

〔注〕 成會事

〔傳〕 初、晉穆侯之夫人姜氏、以條之役生太子、命之曰仇

〔注〕 條晉地、太子文侯也、意取於戰仇怨

二文同じからず。『釋例』に曰はく、「諸々此の類の若きは、事勢相接し、或ひは始めを以て致し、或ひは終はりを以て致す。蓋し時史の異なるのみにして、他の義無きなり」と。定(公)十二年に「公、成を圍むより至る」とあり、行くに境を出でずして亦廟に告ぐるは、『釋例』に曰はく、「陪臣命を執れば、大都是國に偶す。仲由、三都を墮とすの計を建てて成の人は従はず。故に公、親ら之を伐つ。境を越えざると雖も、衆を動かし兵を興し、其の事を大にするが故に出入に皆な廟に告ぐるなり」と。

〔疏〕注爵飲功也

正義に曰はく『韓詩』説に「一升を爵と曰ふ。爵は盡なり、足なり。二升を觚と曰ふ。觚は寡なり。飲むこと當に寡なるべし。三升を觶と曰ふ。觶は適なり。飲むこと當に自適なるべし。四升を角と曰ふ。角は觸なり。飲むこと自適ならず、罪過に觸るるなり。五升を散と曰ふ。散は訕なり。飲むこと自節ならず、人の爲に誹訕するなり。搃べて名づけて爵と曰ふ。其の實は觴と曰ふ。觴は餉なり」と。然らば則ち飲酒の器は、其の名に五有り、而して搃べて稱して爵と爲す。案ずるに、燕禮の爵は觚・觶を用ふ。此れ飲至の爵は觚・觶を用ふるに過ぎざるのみ。人君爲る者、賞するに月を踰へず、民に速やかに善を爲すことの利を覩んと欲す。故に爵を舍きて即ち勞を策に書す。速やかに功有るを紀すを言ふなり。

- ① 孝子 『礼記』曲礼上に「夫為人子者、出必告、反必面、所遊必有常、所習必有業、恒言不称老、年長以倍、則父事之、十年以長、則兄事之、五年以長、則肩隨之、群居五人、則長者必異席」とある。

- ② 『禮記』曾子問 『礼記』曾子問に「孔子曰、諸侯適天子、必告于祖、饗于廟、晁而出、視朝、命祝史、告于社稷・宗廟・山川、乃命國家五官、而后行、道而出、告者五日而徧、過是非礼也、凡告用牲幣、反亦如之、諸侯相見、必告于廟、(鄭玄注——道近或可以不親告祖)朝服而出、視朝、命祝史、告于五廟所過山川、亦命國家五官、道而出、反必親告于祖廟、乃命祝史、告至于前所告者、而后聽朝而入」とある。

- ③ 鄭玄 注②参照。

- ④ 「曾子問」 注①参照。

- ⑤ 襄(公)十三年傳 襄公十三年經に「春、公至自晉」とあり、「伝」に「春、公至自晉、孟獻子書勞于廟、礼也」とある。

- ⑥ 十六年 桓公十六年經に「秋、七月、公至自伐鄭」とあり、「伝」に「秋、七月、公至自伐鄭、以飲至之礼也」とある。

- ⑦ 獻子 注⑤参照。

- ⑧ 『釋例』 『春秋釈例』公行至例第二十三に見える。

- ⑨ 宣(公)五年傳 宣公五年伝に「春、公如齊、高固使齊侯止公、請叔姬焉、夏、公至自齊、書過也」とある。

- ⑩ 『釋例』 『春秋釈例』公行至例第二十三に見える。

- ⑪ 桓公の喪 桓公十八年經に「夏、四月丙子、公薨于齊、丁酉、公之喪至自齊」とある。

- ⑬ 莊公 莊公二十三年經に「夏、公如齊觀社、公至自齊」とあり、「伝」に「夏、公如齊觀社、非礼也」とある。

- ⑭ 宣公 宣公七年經に「冬、公會晉侯・宋公・衛侯・鄭伯・曹伯于黑壤」とあり、「伝」に「冬、盟于黑壤、王叔桓公

より至る」の「傳」に「飲至の禮を以てすればなり」と曰ふは、伐ち還りて廟に告ぐるなり。三者は、「傳」に皆な「禮なり」と言へば、朝・會・盟・伐の廟に告ぐるの禮は同じきを知る。「傳」に凡例を反覆する所以なり。朝し還りて至るを告げ、而して獻子、勞を書すれば、則ち勲を策すは唯討伐の勲のみに非ず。常時と雖も以て安國・寧民のこと有れば、或ひは亦功を廟に書するなり。公の行に至るを告ぐるは、必ず以て會を嘉し、昭らかに祖禰に告ぐ。功有れば則ち爵を舍きて勲を策し、功無ければ則ち事を告ぐるのみにして、告げざること無きなり。行より反れば必ず告ぐ。而るに『春秋』に、公の行は一百七十六、至るを寫するものは唯八十二なるのみ。其餘は書せざるは、『釋例』に曰はく、「凡そ公の行、至るを寫せざるものは九十有四、皆な廟に告げざるなり。隱公の告げざるは謙なり。餘公の告げざるは禮を慢るなり」と。禮を慢るものは大例を擧げて言ふのみ。其の中も亦應に心實は慢に非ずして宜しく告ぐべからざるもの有るべし。若し行に恥辱有りて榮を爲すに足らざれば、則ち躬に克ちて己を罪し、以て廟に告げず。禮を慢ると爲すには非ざるなり。若し事實に恥づべからずして以て恥と爲さず、行より反りて廟に告ぐれば則ち史も亦之を寫す。宣（公）五年傳に曰はく、「公、齊に如く。高固、齊侯をして公を止めしめて、叔姬を請ふ。夏、公、齊より至るとは、過を書するなり」と。『釋例』に曰はく、「執止の辱尊を厭（損）じ、列を毀るは、其の先君を累して其の社稷を忝す所以なり。固より當に躬に克ちて己を罪し、嘉禮を以るずして自ら終はるべし。宣公、齊に如き、既已止められ、昏を鄰國の臣に連ねて飲至の禮を行ふ。故に『傳』に『過を書するなり』と曰ふ」と。是れ應に告ぐべからずして告ぐるが故に之を書して以て過を示すなり。『釋

例』に又曰はく、「桓公の喪、齊より至る。此れ則ち死して還り、廟に告げて至るを寫するものなり。莊公、禮に違ひ、齊に如きて社を觀、飲至の禮を用ふ。此れ則ち失禮の至るを寫するものなり。宣公、黑壤の會に賂を以て免れ、諱みて盟を書せず、而して復りて至るを寫するも亦諱みて、止めらるるを以て廟に告げざるなり。襄公、晉より至る。此れ則ち榮にして還りて至るを寫するものなり。昭公、齊より至り、鄆に居る。此れ則ち宜しく告ぐべくして至るを寫するものなり。諸々の至るを寫するは、皆な廟に告げ、反ることを啓す。或ひは實に即きて言ひ、或ひは諱む所有りて辟く。『傳』は、伐に於いて飲至の禮を見し、宣（公）に於いて過を書するの譏を見し、朝に於いて勞を廟に寫するを見す。此の三者を擧げて以て其の他の行を包むなり」と。僖（公）十六年に、公、諸侯に淮に會し、未だ歸らずして項を取り、齊人以て討ずることを爲して公を止む。十七年の秋に、聲姜、公の故を以て齊侯に卞に會し、公始めて歸ることを得て「公、會より至る」と書すは、是れ其の止めらるるを諱みて、會を以て廟に告ぐ。故に「傳」に曰はく、「猶諸侯の事有るがごとく、且つ之を諱むなり」と。是れ「止」を諱み、而して會を以て告ぐるなり。諸侯の盟は、必ず會の後在り。皆な「公、會より至る」と書し、「公、盟より至る」と言はざるは、盟は是れ會によりて之を爲すを以てなり。初め必ず會を以て象を徵し、公行くに會を以て廟に告ぐ。故に還るに會を以て至るを告ぐ。盟を并せて告ぐると雖も亦「盟より至る」と云はざるは、行時に盟を以て告げざるが爲の故なり。僖（公）二十八年、公、諸侯に温に會し、遂に許を圍む。「經」に「公、許を圍むより至る」と書す。襄（公）十年、公、諸侯に相に會し、遂に偃陽を滅ばす。「經」に「公、會より至る」と書す。

- ③ 宋仲子 「世本」の注釈者、宋衷（忠）のこと。
 ④ 『史記』 「史記」楚世家に「子文王熊賁立、都郢」とある。

⑤ 「地理志」 注①参照。

⑥ 「譜」 『春秋釈例』世族譜第四十五之下に見える。

- ⑦ 「楚世家」 『史記』楚世家に「三十五年、楚伐隨、隨曰、我無罪、楚曰、我蠻夷也、今諸侯皆為叛、相侵或相殺、我有敵甲、欲以觀中国之政、請王室尊吾号、隨人為之周、請尊楚、王室不聽、還報楚、三十七年、楚熊通怒曰、吾先鬻熊、文王之師也、蚤終、成王拳我先公、乃以子男田令居楚、蠻夷皆率服、而王不即位、我自尊耳、乃自立為武王」とある。
 ⑧ 劉炫 『春秋左氏伝述義』、本疏引。

〔傳〕 九月、入杞、討不敬也、公及我盟于唐、脩舊好也

〔注〕 惠・隱之好

〔傳〕 冬、公至自唐、告于廟也、凡公行、告于宗廟、反行飲至、舍爵策勲焉、禮也

〔注〕 爵飲酒器也、既飲置爵、則書勲勞於策、言速紀有功也

〔疏〕 冬公（禮也）

正義に曰はく、凡そ公の行は、或ひは朝し、或ひは會し、或ひは盟ひ、或ひは伐つ、皆な是れなり。孝子の親に事ふるや、出づるには必ず告げ、反れば必ず面ゆと。死に事ふること生に事ふ

るが如くす。故に出づるには必ず廟に告げ、反れば必ず至るを告ぐ。「禰廟に告ぐ」と言はずして「宗廟に告ぐ」と言ふは、諸廟に皆な告ぐるにて、獨り禰のみには非ざるなり。『禮記』曾子問に曰はく、「諸侯、天子に適くには必ず祖に告げ、禰に奠す。祝史に命じて宗廟に告げしむ。諸侯相見ゆるには必ず禰に告げ、祝史に命じて五廟に告げしむ。反れば必ず親ら祖禰に告ぐ。乃ち祝史に命じて、至ることを前に告げし所のものに告げしむ」と。此れに由りて言へば、諸侯、天子に朝すれば親ら祖禰に告げ、祝史は餘廟に告ぐ。鄭國に朝すれば則ち親ら禰に告げ、祝史は餘廟に告ぐ。其の路遠きも亦親ら祖に告ぐ。故に其の反るにおいてや、祖禰に告ぐと言ふ。明らかにし出づる時も亦祖に告ぐるなり。出づる時に祖を言はざるは、鄭玄云ふ、「道近きは、或ひは以て親ら祖に告げざるべし」と。明らかに道遠きも亦親ら祖に告ぐるなり。親らするときは親らせざるるときと雖も、而ち諸廟に皆な告ぐ。故に惣じて「宗廟に告ぐ」と言ふなり。『曾子問』に曰はく、「凡そ告ぐるには制幣を用ふ。反るときも亦之の如し」と。則ち出入に皆な幣を以て告ぐるなり。但し、出づるときは則ち告げて遂に行き、反るときは則ち告げ訖へて又飲示す。故に行くに廟に告ぐと言ひ、反るに飲至と言ひ、以て「至」に飲有りて「行」に飲無きを見すなり。「飲至」とは、其の行・至を嘉するが故に、因りて廟中に在りて酒を飲み樂を爲すなり。襄（公）十三年傳に曰はく、「公、晉より至る。孟獻子、勞を廟に書す。禮なり」と。勞を書すると勲を策すとは、其の事は一なり。爵を舎きて乃ち勲を策す。策勲は常に廟に在れば、飲至も亦廟に在るを知るなり。彼の公の晉より至るは、朝し還りて廟に告ぐるなり。此の公の唐より至るは、盟ひ還りて廟に告ぐるなり。十六年の「公、鄭を伐つ

曰、此義人也、扶而去之、武王已平殷乱、天下宗周、而伯夷・叔齊恥之、義不食周粟、隱於首陽山、采薇而食之、及餓且死作歌、其辞曰、登彼西山兮、采其薇矣、以暴易暴兮、不知其非矣、神農・虞・夏忽焉没兮、我安適婦矣、于嗟徂兮、命之衰矣、遂餓死於首陽山」とある。

〔傳〕而況將昭違亂之賂器於大廟、其若之何、公不聽、周内史聞之、曰、臧孫達其有後於魯乎、君違不忘諫之以德

〔注〕内史周大夫官也、僖伯諫隱觀魚、其子哀伯諫桓納鼎、積善之家、必有餘慶、故曰其有後於魯

〔疏〕注内史、於魯正義に曰はく、『周禮』春官に「内史。中大夫」と、是れ周の大夫の官なり。「積善の家、必ず餘慶有り」とは、『易』文言の文なり。

① 『周禮』春官 『周禮』春官の序官に「内史、中大夫一人、下大夫二人、上史四人、中士八人、下士十有六人、府四人、史八人、胥四人、徒四十人」とある。

② 『易』文言 『周易』坤卦の用六の文言伝に「積善之家、必有余殃、臣弑其君、子弑其父、非一朝一夕之故」とある。

〔傳〕秋、七月、杞侯來朝、不敬、杞侯歸、乃謀伐之、蔡侯・鄭伯會于鄧、始懼楚也

〔注〕楚國、今南郡江陵縣北紀南城也、楚武王始僭號稱王、欲害中國、蔡・鄭姬姓、近楚、故懼而會謀

〔疏〕注楚國、會謀

正義に曰はく、「地理志」に云ふ、「南郡の江陵縣は故の楚の郢都。楚の文王、丹陽より徙る」と。『世本』に云ふ、「楚の鬻熊、丹陽に居り、武王、郢に徙る」と。宋仲子云ふ、「丹陽は南郡の枝江縣に在り、今、南郡の江陵縣の北に郢城有り」と。『史記』に稱す、「文王、都を郢に徙す」と。『地理志』は『史記』に依りて説を爲す。此の時、楚の武王に當たる。『諸』に云ふ、「楚は芊姓、顓頊の後なり。其の後鬻熊有り、周の文王に事へて早く卒す。成王、其の曾孫の熊繹を楚に封す。子男の田を以て丹陽に居る。今の南郡の枝江、是れなり。熊達、始めて武王と稱す。武王の十九年は魯の隱公の元年なり。武王、郢に居る。今の江陵、是れなり。昭王、郢に徙る。惠王の八年は獲麟の歲なり。惠王の二十一年に『春秋』の傳終はる。惠王五十七年に卒す。惠王より以下十一世、二百九年にして秦之を滅ぼす」と。『楚世家』に稱す、「武王、隨人をして王室に請ひて、吾が號を尊せしむ。王聽かず。還りて楚に報ず。楚王怒り、乃ち自ら立ちて楚の武王と爲る」と。是れ楚の武王始めて僭號して王と稱するなり。劉炫云ふ、「號して武と爲し、武は諡に非ざるなり」と。

① 『地理志』 『漢書』地理志第八上の南郡に「江陵、故楚郢都、楚文王自丹陽徙此、後九世平王城之、後十世秦拔我郢、徙東」とある。

② 『世本』 本疏引。

書』洛誥に「周公、洛邑を營す」と説くを以てすれば、則ち武王は但遷の意有るのみにして、周公乃ち卒に之を營すと知る。「地理志」に云ふ、「河南縣は故の邾鄆の地なり。武王、九鼎を遷す。周公、太平を致し、營して以て都と爲す。是れ王城爲り。平王に至りて之に居る」と。(杜預注に)「即ち今の河南城」と言ふは、晉の時に猶以て河南縣と爲す。「成王、鼎を定む」とは、宣(公)三年傳の文なり。

① 宣(公)三年傳 宣公三年伝に「昔、夏之方有徳也、遠方國物、貢金九牧、鑄鼎象物、百物而爲之備、使民知神姦、故民入川沢山林、不逢不若、螭魅罔兩、莫能逢之、甲能協于上下以承天休、桀有昏徳、鼎遷于商、載祀六百、商紂暴虐、鼎遷于周、徳之休明、雖小重也、其姦回昏乱、雖大輕也、天祚明德、有所底止、成王定鼎于邾鄆」とある。

② 『戰國策』 『戰國策』東周の恵王の項に「秦興師、臨周而求九鼎、周君患之、以告顔率、顔率曰、大王勿憂、臣請東借救於齊、顔率至齊、謂齊王曰、夫秦之爲無道也、欲興兵臨周而求九鼎、周之君臣内自画計、与秦不若帰之大国、夫存危国美名也、得九鼎厚実也、願大王図之、齊王大説、発師五万人、使陳臣思將以救周、而秦兵罷、齊將求九鼎、周君又患之、……中略……昔周之伐殷得九鼎、凡一鼎而九万人輓之、九百八十一万人」とある。

③ 『尚書』洛誥 『尚書』周書・洛誥に「召公既相宅、周公往、經營成周、使來告卜、作洛誥」とある。

④ 『地理志』 『漢書』地理志第八上の河南郡に「河南、故邾鄆地、周武王遷九鼎、周公致太平、營以爲都、是爲王城、

至平王居之」とある。

⑤ 宣(公)三年傳 注①参照。

〔傳〕 義士猶或非之

〔注〕 蓋伯夷之屬

〔疏〕 注蓋伯夷之屬

正義に曰はく、『史記』伯夷列傳に曰はく、「伯夷・叔齊は孤竹君の二子なり。國を譲り、俱に周に逃歸す。至るに及び、西伯卒す。武王、東のかた紂を伐たんとす。伯夷・叔齊、馬を叩へて諫めて曰はく、父死して葬らず、爰に干戈に及び、孝と謂ふべけんや。臣を以て君を伐つ、仁と謂ふべけんやと。左右、之を兵せんと欲す。太公曰はく、此れ義人なりと。扶けて之を去らしむ。武王、既に殷を平らぐ。夷・齊、之を恥じ、周の粟を食らはず。首陽山に隱く、薇を采りて之を食らふ。歌を作りて曰はく、彼の西山に登りて、爰に薇を采る。暴を以て暴に易へ、其の非なるを知らず」と。書傳の説を検するに、武王を非るは、唯此の人のみ。故に是れ伯夷の屬たるを知るなり。

① 『史記』 『史記』伯夷列傳に「伯夷・叔齊、孤竹君之

二子也、父欲立叔齊、及父卒、叔齊讓伯夷、伯夷曰、父命也、遂逃去、叔齊亦不肯立而逃之、国人立其中子、於是伯夷・叔齊、聞西伯昌養老、盡往歸焉、及至、西伯卒、武王載木主、号爲文王、東伐紂、伯夷・叔齊、叩馬而諫曰、父死不葬、爰及干戈、可謂孝乎、以臣弑君、可謂仁乎、左右欲兵之、太公

を運行し、昏明に遞市す。而して正に民に早晚を示し、民は得て以て時を爲す所以なり。故に三者皆な辰と爲すなり。三辰は是れ天の光明にして天下に照臨す。故に（杜預注に）「旌旗に畫き、天の明に象るなり」と。九旗の物は唯日月を常と爲して、星を畫くを言はざるは、蓋し大常の上に又星を畫くならん。『穆天子傳』に稱す、「天子、盛姫を葬り、日・月・七星を建つ」と。蓋し北斗七星を畫くなり。案ずるに、「司常」にては交龍を旂と爲し、熊虎を旗と爲して三辰を畫かず。而るに「三辰・旌旗」と云ふは、旌旗は是れ九旗の總名にして以て大常を統ぶべきが故に擧げて以て言を爲すなり。

① 「春官」 『周礼』春官・家宗人に「凡以神仕者、掌三辰之法、以猶鬼神示之居、弁其名物」とあり、鄭玄注に「天者群神之精、日・月・星辰、其著位也」とある。

② 鄭玄 注①参照。

③ 「穆天子傳」 『穆天子伝』卷六に「甲辰、天子南葬盛姫於樂地之南、天子乃命盛姫□之喪、視皇后之葬法、亦不邦後於諸侯、濟之間共事、章穀黃城三邦之事輦喪、七萃之士抗者即車、曾祝先喪、大匠御棺、日月之旗、七星之文、……」とある。

④ 「司常」 『周礼』春官・司常に「日月爲常、交龍爲旂、通帛爲旗、雜帛爲物、熊虎爲旗、鳥隼爲旗、龜蛇爲旗、全羽爲旗、析羽爲旗」とある。

〔傳〕 夫德儉而有度、登降有數

〔注〕 登降謂上下尊卑

〔傳〕 文物以紀之、聲明以發之、以臨照百官、百官於是乎戒懼、而不敢易紀律、今滅德立違

〔注〕 謂立華督違命之臣

〔傳〕 而實其賂器於大廟、以明示百官、百官象之、其又何誅焉、國家之敗、由官邪也、官之失德、寵賂章也、鼎在廟、章孰甚焉、武王克商、遷九鼎于雒邑

〔注〕 九鼎殷所受夏九鼎也、武王克商、乃營雒邑、而後去之、又遷九鼎焉、時但營雒邑、未有都城、至周公、乃卒營雒邑、謂之王城、即今河南城也、故傳曰、成王定鼎于郊鄆

〔疏〕 注九鼎 郊鄆

正義に曰はく、宣（公）三年傳に據れば、九鼎は是れ殷家の夏より受くる所の九鼎なるを知るなり。『戰國策』に稱す、「齊、周を救ひて九鼎を求む。顔率、齊王に謂ひて曰はく、昔周、殷を伐ちて九鼎を取る。一鼎にして九萬人之を挽く。九鼎にして八十一萬人之を挽く」と。鼎の人數或ひは是れ虛言なるも、要するに其の鼎の九有るを知る。故に（杜預注に）九鼎と稱するなり。武王、九鼎を洛邑に遷して以て都と爲さんことを欲すと知るは、鼎は帝王の重んずる所にして、相傳へて以て寶器と爲し、戎衣大いに定むる日に、自ら西周に遷置すべくして乃ち九鼎を徙して洛邑に處く。故に本意は以て都と爲さんことを欲すと知る。又『尙

「經解」の注は『韓詩』を取りて説を爲す。「秦詩」の箋に云ふ、「鸞を鑣に置く、乗車に異なるなり」と。其の意は、乗車の鸞は衡に在り、田車の鸞は鑣に在るを言ふ。^⑩「商頌」烈祖の箋に及んで又云ふ、「鸞は鑣に在り」と。是れ疑ふらくは、定むる能はざるが故に兩つながら之に従ふなり。案ずるに、「考工記」に「輪の崇さ、車の廣さ、衡の容るる所は唯兩服馬のみ」。^⑪「詩」の辭に毎に八鸞を言へば、當に馬に二鸞有るを謂ふべし。鸞若し衡に在れば、衡は唯兩馬のみ、安んぞ八鸞を置くを得んや。此れを以て鸞は必ず鑣に在るを知る。鸞既に鑣に在れば、則ち和は當に衡に在るべし。經傳に和の數を言はざれば、未だ和は幾有るかを知らざるなり。四者は皆な金を以て之を爲る。故に動けば則ち皆な鳴聲有るなり。

① 鄭玄 『周礼』春官・巾車の「王之五路、一曰玉路、錫、樊・纓、十有二就、建大常十有二旂、以祀」の鄭玄注に「錫馬面當蘆」とある。

② 『詩』 『毛詩』大雅・蕩之什・韓奕の「鉤膺鏤錫」の鄭箋に「鉤膺、樊纓也、眉上曰錫、刻金飾之、今當蘆也」とある。

③ 『詩』の箋 『毛詩』秦風・駉の「輶車鸞鑣、載獫狁」の鄭箋に「輶車、馭逆之車也、置鸞於鑣、異於乘車也」とある。

④ 『爾雅』 『爾雅』釈天の旂旒の項に「緇広充幅長尋曰旂、繼旂曰旒、注旒首曰旂、有鈴曰旂、錯革鳥曰旗、因章曰旂」とある。

⑤ 李巡 本疏引。

⑥ 「毛詩傳」 『毛詩』小雅・南有嘉魚之什・蓼蕭の「和鸞誰誰」の毛伝に「在軾曰和、在鑣曰鸞」とある。

⑦ 『韓詩内傳』 本疏引。注⑧参照。漢の韓嬰撰。完本は亡んで伝わらないが、輯本として『漢魏遺書鈔』『玉函山房輯佚書』等に輯録されている。

⑧ 鄭玄 『礼記』經解に「升車則有鸞和之言」とあり、鄭玄注に「鸞・和皆鈴也、所以爲車行節也、韓詩内伝曰、鸞在衡、和在軾前、升車則馬動、馬動則鸞鳴、鸞鳴則和応」とある。

⑨ 「秦詩」の箋 注③参照。

⑩ 「商頌」烈祖 『毛詩』商頌・烈祖に「約軛錯衡、八鸞鵲」とあり、鄭箋に「鸞在鑣、四馬則八鸞」とある。

⑪ 「考工記」 『周礼』冬官・考工記の輿人に「爲車、輪崇、車広、衡長、參如一、謂之參稱」とある。

⑫ 『詩』 注⑩参照。又、大雅・蕩之什・烝民に「四牡彭彭、八鸞鏘鏘」「四牡騤騤、八鸞喈喈」、韓奕に「百兩彭彭、八鸞鏘鏘」とある。

〔傳〕 三辰・旂旗、昭其明也

〔注〕 三辰、日・月・星也、晝於旂旗、象天之明

〔疏〕 注三辰ノ之明

② 正義に曰はく、「春官」に「神仕は三辰の法を掌る」とあり、鄭玄も亦以爲へらく、日・月・星なりと。之を辰と謂ふは、辰は時なり。日は以て晝を照らし、月は以て夜を照らし、星は則ち天

- ④ 又曰ふ 注①参照。
 ⑤ 鄭玄 注①参照。
 ⑥ 「考工記」 注①参照。
 ⑦ 孔安國 「尚書」虞書・益稷の「黼黻絺繡」の孔安國伝に「黼若斧形、黻為兩已相背」とある。
 ⑧ 九章 『周礼』春官・司服の鄭玄注に詳細である。二二頁の注⑥参照。

〔傳〕 昭其文也

〔注〕 以文章明貴賤

〔傳〕 五色、比象、昭其物也

〔注〕 車服・機械之有五色、皆以比象天地・四方、以示器物不虛設

〔疏〕 注車服 〱 虛設

正義に曰はく、「考工記」に云ふ、「畫績の事は五色を難ふ。東は青、南は赤、西は白、北は黒、天は玄、地は黄なり」と、是れ其の天地・四方に比象するなり。比象に六有りて五と言ふは、玄は赤・黒の間に在りて別色に非ざればなり。昭（公）二十五年傳に云ふ、「九文・六采」と。采色に六有るを言ふが故に（杜預）注は、天地・四方の六事を以て之に當つ。五行の色は五色爲りて、天色を加ふれば則ち六爲り。故に五色・六采互ひに相見ゆるなり。「其の物を明らかにす」とは、以て物は虚しく設けず、必ず象る所有るを示すなり。其の物は皆な五色に象るが故に五色を以て之

を明らかにす。

- ① 「考工記」 三三頁の注①参照。
 ② 昭（公）二十五年傳 昭公二十五年伝に「為九文・六采・五章、以奉五色」とあり、杜預注に「画績之事、雜用天地・四方之色、青与白、赤与黒、玄与黄、相次、謂之六色也」とある。

〔傳〕 錫・鸞・和・鈴、昭其聲也

〔注〕 錫在馬額、鸞在鑣、和在衡、鈴在旂、動有鳴聲

〔疏〕 注錫在 〱 鳴聲

正義に曰はく、鄭玄の「巾車」の注に云ふ、「錫は馬面の當蘆なり。金を刻して之を爲る。所謂鏤錫なり」と『詩』の箋に云ふ、「眉上を錫と曰ふ。金を刻して之を飾る。今の當蘆なり」と。然らば則ち錫は眉の上に在り。故に（杜預注に）「馬の額に在り」と云ふなり。『詩』に「輶車鸞鑣」と稱すれば、鸞は鑣に在るを知るなり。鑣は馬の口の兩旁に在り、衡は服馬の頸上に在り、鸞・和も亦鈴なり。處の異なるを以ての故に名を異にするのみ。爾雅・釋天に旌旗を説きて、「鈴有るを旂と曰ふ」と、李巡曰はく、「鈴を以て旌の端に置く」と、是れ鈴は旂に在るなり。（杜預注の）「錫は馬の額に在り。鈴は旂に在り」とは、先儒更に異説無し。其の鸞・和の所在は則ち舊説同じからず。『毛詩傳』に曰はく、「軾に在るを和と曰ひ、鑣に在るを鸞と曰ふ」と。『韓詩内傳』に曰はく、「鸞は衡に在り、和は軾の前に在り」と。鄭玄の

〔疏〕 注尊卑各有數

正義に曰はく、藻に五采・三采の異有り、是れ藻率に數有るなり。^②「毛詩傳」に容刀の飾りを説きて云ふ、「天子は玉瑋にして瑋瑋し、諸侯は瑋瑋にして瑋瑋す」と、是れ鞞鞞に數有るなり。^③「玉藻」に云ふ、「紳の長さの制は、士は三尺、有司は二尺有五寸」と、又「大夫以上は、帶の廣きは四寸、士は廣き二寸」と、是れ鞞・厲に數有るなり。玉路は十二旂、金路は九旂、是れ旂に數有るなり。玉路は纓十有二就、金路は纓九就、是れ纓に數有るなり。數と度とは大同小異にして、度とは限制を謂ひ、數とは多少を謂ふ。其の尊卑に節數有るを言ふなり。

① 藻 三〇頁の注②参照。

② 「毛詩傳」 『毛詩』小雅・甫田之什の瞻彼洛矣の「鞞瑋有瑋」の毛伝に「鞞容刀之鞞也、瑋上飾、瑋下飾也、天子玉瑋而瑋瑋、諸侯瑋瑋而瑋瑋、大夫瑋瑋而瑋瑋、士瑋瑋而瑋瑋」とある。

③ 「玉藻」 『礼記』玉藻に「大夫大帶四寸、雜帶君朱緑、大夫玄華、緇辟二寸、再緣四寸、凡帶有率、無箴功、……紳長制、士三尺、有司二尺有五寸」とある。

〔傳〕 火・龍・黼・黻

〔注〕 火畫火也、龍畫龍也、白與黑謂之黼、形若斧、黑與青謂之黻、兩已相反

〔疏〕 注火畫、相反、

正義に曰はく、「考工記」に畫績の事を記して云ふ、「火は圓を以てす」と、鄭司農云ふ、「圓形を爲して火に似たるなり」と。^③鄭玄云ふ、「形は半圓の如く然り」と。^④又曰ふ、「水は龍を以てす」と、鄭玄云ふ、「龍は水物なり」と。水を畫くものは并せて龍を畫く。是れ衣に火を畫き、龍を畫くこと有るなり。「白と黒、之を黼と謂ふ。黒と青、之を黻と謂ふ」とは、「考工記」の文なり。其の（杜預注に）「形は斧の如し。兩つの已（の字）の相反なり」と言ふは、相傳に説を爲す。孔安國の「虞書」の傳も亦云ふ、「黼は斧の形の若し。黻は兩つの已（の字）の相背くを爲す」と、是れ其の舊説に然るなり。周の世の衮冕は九章なるも（本年）「傳」に唯火・龍・黼・黻の四章のみを言ふは、略して以て義を明らかにす。故に文、具には衣の畫く所を挙げず。龍は火より先んずるも、今火の龍より先んずるは、其の次を以てせざるを言ふと知るなり。

① 「考工記」 『周礼』冬官・考工記の画績に「画績之事、

雜五色、東方謂之青、南方謂之赤、西方謂之白、北方謂之黒、天謂之玄、地謂之黄、青与白相次也、赤与黒相次也、玄与黄相次也、青与赤謂之文、赤与白謂之章、白与黒謂之黼、黒与青謂之黻、五采備謂之繡、土次黄、其象方、天時變、火以圓、（鄭玄注……鄭司農云、為圓形似火也、玄謂、形如半環然、在裳）山以章、水以竜、（鄭玄注……竜水物、在衣）鳥獸蛇、雜四時五色之位以章之、謂之巧、凡画績之事、後素巧」とある。

② 鄭司農 注①参照。

③ 鄭玄 注①参照。

はざるは、飾は革路と同じければなり」と。

- ① 『易』訟の卦に「上九、或錫之鞶帶、終朝三褫之」とある。
- ② 「玉藻」 注⑤参照。
- ③ 『詩』の毛傳 『毛詩』小雅・魚藻之什の都人士に「垂帶而厲」とあり、毛伝に「厲、帶之垂者」とある。
- ④ 『詩』 注③参照。
- ⑤ 「玉藻」 『礼記』玉藻に「而素帶終辟、大夫素帶辟垂、士練帶率、下辟、居士綿帶、弟子縞帶、并紐約用組、韠君朱、大夫素、士爵韋、闔殺直、天子直、公侯前後方、大夫前方後挫角、士前後正、韠下広二尺、上公一尺、長三尺、其頸五寸、肩革帶博二寸、大夫丈帶四寸、雜帶君朱緑、大夫玄華、士緇辟二寸、再縹四寸、凡帶有率、無箴功、……天子素帶失裏終辟」とある。
- ⑥ 賈（逵）・服（虔） 本疏引。又、『礼記』内則の「子能食食、教以右手、能言、男唯女俞、男鞶革、女鞶絲」の正義に「若如服虔、杜預、則以鞶為大帶、厲是大帶之垂者、故服氏云、鞶大帶」とある。
- ⑦ 鄭玄 注⑥の「礼記」内則の鄭玄注に「俞然也、鞶小囊、盛帨巾者、男用韋、女用縞、有飾縁之、則是鞶裂之、詩云、垂帶如厲、紀子帛名裂縞、字雖今異、意実同也」とある。
- ⑧ 『禮記』 注⑥参照。
- ⑨ 『禮記』 『礼記』内則に「婦事舅姑、如事父母、鵲初鳴、咸盥漱、櫛紗笄總、衣紳、左佩紛帨刀礪、小螭金燧、右箴管線纁、施繁袞、大螭木燧」とあり、鄭玄注に「繁、小囊也」とある。

- ⑩ 「巾車」 『周礼』春官・巾車に「巾車、掌公車之政令、弁其用与其旗物、而等敘之、以治其出入、王之五路、一曰玉路、錫・樊・纓、十有再就、建大常十有二旂、以祀、金路、鉤・樊・纓、九就、建大旂、以賓、同姓以封、象路、朱・樊・纓、七就、建大赤以朝、異姓以封、革路、竜勒・條纓、五就、建大白、以即戎、以封四衛、木路、前樊・鵠纓、建大麾、以田、以封蕃國」とあり、鄭玄注に「鄭司農云、纓謂当臂、士喪礼下篇曰、馬纓三就、礼家説曰、纓当臂、以削革為之、三就、三重三匝也、玄謂、纓今馬鞅、玉路之樊及纓、皆以五采屬飾之、十二就、就成也、大常九旗之画日月者、正幅為繆、旂則屬焉」とある。

- ⑪ 「大行人」 三〇頁の注⑤参照。

- ⑫ 孤卿 『周礼』春官・司常に「王建大常、諸侯建旂、孤卿建旄、大夫士建物、師都建旗、州里建旗、県鄙建旄、道車載旌、旂車載旌」とある。

- ⑬ 「考工記」 『周礼』冬官・考工記の輜人に「竜旂九旂、以象大火也、鳥旗七旂、以象鶉火也、熊旗六旂、以象伐也、龜蛇四旂、以象宮室也、弧旌枉矢、以象弧也」とある。

- ⑭ 鄭司農 注⑩参照。

- ⑮ 鄭玄 注⑩参照。

- ⑯ 服虔 『春秋左氏伝解宜』本疏引。

- ⑰ 鄭玄 注⑩参照。

〔傳〕 昭其數也

〔注〕 尊卑各有數

〔傳〕鞶・厲・游・纓

〔注〕鞶紳帶也、一名大帶、厲大帶之垂者、游旌之游、纓在馬膺前、如索帶

〔疏〕注鞶紳——索帶

正義に曰はく、『易』の訟卦の上九に「或ひは之れ鞶帶を錫ふ」とあれば、鞶は即ち帶なるを知るなり。帶を以て要を束ね、其餘を垂らして飾りと爲すを、之を紳と謂ふ。上（帶・裳・幅・舄）の帶を革帶と爲すが故に（杜預注に）「鞶は紳帶なり」と云ふは、上の帶と別つ所以なり。「玉藻」に帶を説きて云ふ、「大夫は大帶」と、是れ一名大帶なり。

③『詩』の毛傳に云ふ、「厲は帶の垂るるもの」と。故に毛説を用ひて以て（杜預注に）「厲は大帶の垂るるもの」と爲すなり。大帶の垂るるものは之を名づけて紳と爲し、而して復名づけて厲と爲すは、紳は是れ帶の名、厲は是れ垂るるの貌なり。『詩』に「帶を垂れて厲たり」と稱す、是れ厲は垂るるの貌と爲すなり。⑤「玉藻」に稱す、「天子は素帶・朱裏にして終辟す。諸侯は素帶して朱裏せず。大夫は玄華にして垂を辟す。帶は皆な博き四寸。士の帶は博き二寸、再緣すれば四寸、緇辟下に垂る」と。賈（逵）・服（虔）等の鞶・厲を説くこと皆な杜（預）と同じ。唯鄭玄のみ獨り異なり。『禮記』内則の注は、鞶を以て小囊と爲し、厲を讀んで裂繻の裂の如くし、鞶囊は必ず繻を裂きて之を縁りし以て飾りと爲すを言ふ。案ずるに、『禮記』に「男の鞶は革、女の鞶は絲」と稱すれば、鞶は是れ帶の別稱にして、遂に鞶を以て帶の名と爲す。其の革を帶にし絲を帶にするを言ふのみ。鞶は囊の號

に非ざるなり。『禮記』に又云ふ、「婦、舅姑に事ふるに繁褻を施す」と。褻は是れ囊の別名、今人、書を裹むの物を謂ひて褻と爲す。其の帶を施し、囊を施すを言ふのみ。其の繁も亦囊に非ざるなり。若し繁を以て小囊と爲せば、則ち褻は是れ何の器たるや。若し褻も亦是れ囊なれば、則ち應に二囊を帶すべからず。此れを以て繁は即ち此れ紳帶にして、其の實を得と爲すを知る。

游は是れ旗の垂るるものにして、旒の別名なり。九旗に各々名有りとし雖も而も旌旗、之が摠號と爲す。故に（杜預注に）「旌旗の游」と云ふなり。案ずるに、「巾車」に「王は大常十有二旌を建つ」と、又「大行人」に云ふ、「上公は九旌、侯・伯は七旌、子・男は五旌」と。其の孤卿は旒を建て、大夫・士は物を建つ。其の旌は各々其の命數の如し、鳥旒は則ち七旌、熊旒は則ち六旌、龜旒は則ち四旌なり。故に「考工記」に云ふ、「鳥旒七旌は以て鶉火に象る。熊旒六旌は以て伐に象る。龜旒四旌は以て營室に象る」と、是れなり。

④鄭司農の「巾車」の注に云ふ、「禮家の説に曰はく、纓は當臂、削革を以て之を爲る」と。鄭玄云ふ、「纓は、今の馬鞅なり」と。是れ纓は馬の膺の前に在るなり。服虔云ふ、「纓は索帶の如し。今の乘輿大駕に之有り」と。然らば則ち漢・魏以來、大駕の馬の膺に索帶有り。是れ纓の遺象なるが故に（杜預注に）「索帶の如し」と云ふなり。案ずるに、「巾車」の「玉路は樊・纓、十有再就」の鄭の注に云ふ、「樊及び纓は皆な五采の罽を以て之を飾る」と。⑤「金路の樊・纓は九就、象路の樊・纓は七就、革路の條纓は五就なり」と、鄭玄云ふ、「其の樊及び纓は、條絲を以て之を飾る」と。⑥「木路は前樊・鵠纓なり」と、鄭玄云ふ、「淺黒を以て韋を飾りて樊と爲し、鵠色もて韋を飾りて纓と爲す。就の數を言

大小」とある。

- ② 「典瑞」 『周礼』春官・典瑞に「王晋大圭執鎮圭、纁藉五采・五就以朝日、公執桓圭、侯執信圭、伯執躬圭、纁皆三采・三就、子執穀璧、男執蒲璧、纁皆二采・再就、以朝覲宗遇会同于王」とあり、鄭玄注に「纁有五采文、所以薦玉、木為中幹、用韋衣而画之、就成也、……鄭司農云、晋説為搢紳之搢、……纁説藻率之藻、五就五帀也、一帀為一就」とある。

- ③ 「大行人」 注⑤参照。

- ④ 「曲禮」 『礼記』曲礼下に「執玉、其有藉者則惕、無藉者則襲」とある。

- ⑤ 「大行人」 『周礼』秋官・大行人に「上公之礼、執桓圭九寸、纁藉九寸、冕服九章、建常九旒、纁纁九就、貳車九乘、介九人、礼九牢、其朝位賓主之間九十步、立当車軹、摯者五人、廟中将幣三享、王礼再裸而酢、饗礼九献、食礼九拑、出入五積、三問三勞、諸侯之礼、執信圭七寸、纁藉七寸、冕服七章、建常七旒、纁纁七就、貳車七乘、介七人、礼七牢、朝位賓主之間七十步、立当前疾、摯者四人、廟中幣三享、王礼壹裸而酢、饗礼七献、食礼七拑、出入四積、再問再勞、諸伯執躬圭、其他皆如諸侯之礼、諸子執穀璧五寸、纁藉五寸、冕服五章、建常五旒、纁纁五就、貳車五乘、介五人、礼五牢、朝位賓主之間五十步、立当車軹、摯者三人、廟中将幣三享、王礼壹裸不酢、饗礼五献、食礼五拑、出入三積、壹問壹勞、諸男執蒲璧、其他皆如諸子之礼」とあり、鄭玄注に「纁藉以五采韋衣板、若奠玉、則以藉之」とある。

- ⑥ 「大行人」の注 注⑤参照。

- ⑦ 「典瑞」 注②参照。

- ⑧ 「典瑞」 注②参照。

- ⑨ 「大行人」 注⑤参照。

- ⑩ 「聘禮」 一例として『儀礼』聘礼に「賈人西面坐啓櫝、取圭、垂纁、不起而授宰、宰執圭、屈纁、自公左授使者」とある。

- ⑪ 「覲禮」 注①参照。

- ⑫ 服虔 本疏引。

- ⑬ 服虔 本疏引。

- ⑭ 「玉藻」 『礼記』玉藻に「而素帶終辟、大夫素帶辟垂、士練帶率、下辟、居士錦帶、弟子縞帶、并紐約用組、韠居朱、大夫素、士爵韋、圓殺直、天子直、公侯前後方、大夫前方後挫角、士前後正、韠下広二尺、上広一尺、長三尺、其頸五寸、肩革帶博二寸、大夫大帶四寸、雜帶君朱緑、大夫玄華、士緇辟二寸、再練四寸、凡帶有率、無箴功、一命緇韠幽衡、再命赤韠幽衡、三命赤韠葱衡、天子赤帶朱裏終辟」とあり、鄭玄注に「士以下皆絆、不合而絆積、如今作幪頭為之也」とある。

- ⑮ 鄭玄 注⑭参照。

- ⑯ 鄭司農 注②参照。

- ⑰ 「詩」 『毛詩』大雅・生民之什の公劉に「韠琫容刀」とあり、毛伝に「下曰絆、上曰琫、言德有度数也、容刀言有武事也」とある。

- ⑱ 「少儀」 『礼記』少儀に「刀卻刃、授穎、削授拊」とある。

- ⑲ 劉君 劉炫『春秋規過』

- ⑳ 「毛詩傳」 注⑰参照。

〔注〕藻率以韋爲之、所以藉玉也、王五采、公・侯・伯三采、子・男二采、鞞佩刀削飾、韞下飾

〔疏〕注藻率、下飾

正義に曰はく、鄭玄の「觀禮」の注に云ふ、「繅は玉を藉く所以なり。韋を以て木を衣ふ。廣袤は各々其の玉の大小の如し」と。^②「典瑞」の注に云ふ、「繅に五采の文有り。玉を薦むる所以なり。木を中幹と爲し、韋を用ひて衣ひ之を畫く」と。此（杜預注）に「韋を以て之を爲る」と言ふは、木の上の韋を指すにて、其の實は木を幹と爲すなり。禮の「繅」を言ふは、皆な玉有りて文を共にす。「大行人」^③に之を「繅藉」と謂ひ、「典禮」^④に單に「藉」と稱するが故に（杜預注の）「玉を藉く所以なり」と知る。「大行人」に云ふ、「公、桓圭九寸を執り、繅藉九寸」と。大小各々其の玉の如くなるを知るなり。「大行人」の注に云ふ、「繅藉は、五采の韋を以て板を衣ふ。若し玉を奠けば則ち以て之を藉く」と。是れ奠く時有るに由りて、須らく繅は之を以て玉を藉くこと有るべきが故に小大は玉の如くなるのみ。「典瑞」の職に曰はく、「王、鎮圭を執り、繅藉は五采・五就、以て日に朝す。公は桓圭を執り、侯は信圭を執り、伯は躬圭を執り、繅は皆な三采・三就、子は穀璧を執り、男は蒲璧を執り、繅は皆な二采・再就。以て王に朝觀・宗遇・會同す」と。是れ王は五采、公・侯・伯は三采、子・男は二采なり。凡そ五采と言ふは、皆な玄・黃・朱・白・蒼を謂ふ。三采は朱・白・蒼、二采は朱・綠なり。就は成なり。五就は五帀を謂ひ、一帀毎に一就を爲すなり。禮の「藻」を謂ふこと其の文多しと雖も、「典瑞」^⑤「大行人」^⑥「聘禮」^⑦「觀禮」^⑧に皆な單に「繅」と言ひ、或ひは「繅藉」と云ひ、未だ「繅率」と言ふもの

有らざるが故に服虔、藻を以て藻を畫くと爲し、率を刷巾と爲す。杜（預）、「藻率」を以て一物と爲すは、物を拭ふの巾の「率」と名づくもの無きを以てなり。服（虔）、「禮に刷巾有り」と言ふも、事の出づる所無し。且つ哀伯、之を謂ひて數を明らかにすれば、固に應に禮の大なるものたるべし。寧ろ當に物を拭ふの巾と藻藉とを擧げて類と爲すべきが故に、藻率は正に是れ藻の複名なるを知る。藻は稱して藻藉と爲すを得れば、何を以てか名づけて藻率と爲すべからざらんや。「玉藻」^⑭に帶の制を説きて曰はく、「士は練帶して率し、下辟す。凡そ帶は率有りて箴功無し」と。鄭玄云ふ、「士以下は皆な禪。合はせずして率積す。今の幪頭を作るが如くして之を爲るなり」と。然らば則ち禪にして合はせず、其の邊を縷率す。之を謂ひて率と爲す。此れ韋を以て木を衣ふは、蓋し亦其の邊を緯積するが故に「率」と稱するなり。鄭司農の「典瑞」の注に「繅を讀んで藻率の藻と爲す」とあれば、亦藻率共に藻と爲すに似たるなり。

「詩」に曰はく、「鞞琫の容刀なり」と。故に鞞・琫は佩刀の削の飾りなるを知るなり。「少儀」^⑮に云ふ、「刀は穎を授け、削は拊を授く」と。削は是れ刀の類なるが故に刀と之を連言す。鞞・琫の二名は、飾りに上下有るを明らかにし、鞞を先にして琫を後にするが故に、鞞は上飾爲りて琫は下飾爲るを知る。劉君、一毛詩傳の「下を鞞と曰ひ、上を琫と曰ふ」を以て、而して杜氏を規す。但し、鞞・琫は或ひは上にし或ひは下にして俱に是れ正文無ければ、以て杜（預）の過を規すべからざるなり。

① 鄭玄 『儀禮』觀禮の「乘墨車、載竜旂・弧韞、乃朝以瑞玉有繅」の鄭玄注に「繅所以藉玉以韋衣木、広袤各其玉之

于欠、緇纁、広終幅、長六尺、爵弁弁、緇組紃、刃纁」とあり、鄭玄注に「有弁者、屈組為紃、垂為飾、無弁者、纁而結其條」とある。

⑪ 鄭玄 注⑩参照。

⑫ 「魯語」 注⑤参照。

⑬ 「士冠禮」 注⑩参照。

⑭ 『論語』 『論語』子罕に「子曰、麻冕礼也、今也純俛、吾從衆、拜下礼也、今拜乎上泰也、雖違衆、吾從下」とあり、何晏集解に「孔安国曰、冕緇布冠也、古者績麻三十升布以為之、純絲也、絲易成、故從俛」とある。

⑮ 『尚書』 『尚書』周書・顧命に「王麻冕黼裳、由賓階墜、卿士邦君、麻冕蟻裳、入即位」とある。

⑯ 弁師 注④参照。

⑰ 孔安國 注⑭参照。

⑱ 鄭玄 『礼記』玉藻の「天子玉藻、十有二旒、前後遂延、竜卷以祭」の鄭玄注に「延冕上覆也」とある。

〔傳〕 昭其度也

〔注〕 尊卑各有制度

〔疏〕 注尊卑各有制度

正義に曰はく、此の上の十二物は、皆な是れ其の制度を明らかにす。哀伯、思ひ及んで則ち次第無きを言ふなり。鄭玄の「觀禮」の注に云ふ、「上公は衮に升龍無し。天子に升龍有り、降龍有り」と、是れ衮に度有るなり。冕は則ち公は衮より以下、侯・伯は鷩

より以下、是れ冕に度有るなり。黻は則ち諸侯は火以下、卿・大夫は山、是れ黻に度有るなり。斑は則ち玉象同じからず、長短も亦異なり、是れ斑に度有るなり。衮冕・鷩冕の裳は四章、毳冕・希冕の裳は二章、是れ裳に度有るなり。鄭玄の「屨人」の注に云ふ、「王の吉服、鳥に三等有り。赤鳥を上と爲す、冕服の鳥なり。下に白鳥・黑鳥有り。王后の祭服、鳥に三等有り。玄鳥を上と爲す、禕衣の鳥なり。下に青鳥・赤鳥有り」と、是れ鳥に度有るなり。紃は則ち人君は五色、臣は則ち三色、是れ紃に度有るなり。天子は朱紃、諸侯は青紃、是れ紃に度有るなり。其の帶・幅・衡・紃は則ち以て之を言ふこと無し。「傳」に「其の度を明らかにするなり」と言ふは、其の尊卑各々制度有るを明らかにするなり。

① 鄭玄 『儀礼』觀礼の「天子衮冕、負斧依」の鄭玄注に「衮衣者禕之上也、績之繡之為九章、其竜天子有升竜、有降竜、衣此衣而冠冕、南郷而立、以俟諸侯見」とある。

② 鄭玄 『周礼』天官・屨人の「屨人、掌王及王后之服屨、為赤鳥・黑鳥・赤纁・黃纁・青句・素屨・葛屨」の鄭玄注に「王吉服有九、鳥有三等、赤鳥為上、冕服之鳥、詩云、王錫韓侯、玄衮赤鳥、則諸侯与王同、下有白鳥・黑鳥、王后吉服六、唯祭服有鳥、玄鳥為上、禕衣之鳥也、下有青鳥・赤鳥、鞠衣以下皆屨耳」とある。

③ 王后 同治十三年湖南書局刊本にては「王治」を「王后」に作る。

〔傳〕 藻率・鞞・鞞

を垂るるなり。「紼」は一組を用ひて下より屈して上げ、之を兩旁に屬けて其の餘を垂るるなり。紼・纓は同類にして、之を以て相ひ形するが故に(杜預注に)「紼は纓の下よりして上がるものなり」と云ふ。弁師は王の五冕を掌り、皆な玉笄・朱紼なり。

「祭義」に稱す、「諸侯は冕して青紼」と。「士冠禮」に稱す、「緇布冠、青組の纓、皮弁の笄・爵弁の笄には緇の組紼あり」と。鄭玄云ふ、「笄有るものは、組を屈して紼と爲し、垂を飾と爲す。笄無きものは、纓して其の條を結ぶ」と。以へらく、其の笄有るものは、紼の力を用ふること少なきが故に下よりして上げて之を屬け、笄無きものは、纓の力を用ふること多きが故に上よりして下して之を結ぶ。冕・弁は皆な笄有るが故に紼を用ひ、緇布冠は笄無きが故に纓を用ふるなり。「魯語」に「公侯の夫人は紼・紼を織る」と稱すれば、紼も亦織りて之を爲るを知る。「士冠禮」に組の纓・組の紼を言へば、天子・諸侯の紼も亦組を用ふるを知るなり。

(杜預注に)「紼は冠上の覆なり」とは、冕は木を以て幹と爲し、玄布を以て其の上を衣ひ、之を紼と謂ふ。「論語」「尙書」に皆な「麻冕」と言へば、其の當に布を用ふべきを知るなり。弁師は王の五冕を掌り、皆な玄冕なれば、其の色は玄を用ふるを知るなり。孔安國の『論語』の注に「績麻三十升の布、以て之を爲る」と言へば、即ち是れ紼なり。鄭玄の「玉藻」の注に云ふ、「延は冕上の覆なり」と。此(杜預注)に「冠上の覆なり」と云ふは、冠・冕は通名なればなり。故に此に「衡」及び「紼」に注するに皆な「冠」を以て之を言ふも、其の實は悉く冕の飾りなり。

① 『周禮』 『周礼』天官・追師に「追師、掌王后之首服、

為副・編・次、追・衡・笄、為九嬪及外内命婦之首服、以待祭祀賓客」とあり、鄭玄注に「鄭司農云、追冠名、……衡維持冠者、……玄謂……王后之衡・笄、皆以玉為之、唯祭服用衡、垂于副之兩旁、当耳、其下以紼縣瑱」とある。

② 鄭司農 注①参照。

③ 鄭玄 注①参照。

④ 弁師 『周礼』夏官・弁師に「弁師、掌王之五冕、皆玄冕・朱裏・延紐、五采纁十有二就、皆五采玉十有二、玉笄・朱紼、諸侯之纁旒九就、瑁玉三采、其余如王之事、纁旒皆就、玉瑱・玉笄、王之皮弁、会五采玉瑱、象邸・玉笄、王之弁纁、弁而加環紼、諸侯及孤卿大夫之冕・韋・皮弁・弁纁、各以其等為之、而掌其禁令」とある。

⑤ 「魯語」 『国語』魯語下に「王后親織玄紼、公侯之夫人加之以紼、卿之内子為大帶、命婦成祭服、列士之妻加之以朝服、自庶士以下、皆衣其夫」とあり、韋昭注に「既織紼、復加之紼、紼也、冕曰紼、紼纓之無綫者也、從下而上、不結、紼冕上覆之者也」とある。

⑥ 鄭玄 『毛詩』齊風・還の「充耳以素乎而」の鄭箋に「我視君子、則以素為充耳、謂所以縣瑱者、或名為紼、織之、人君則五色、臣則三色而已」とある。

⑦ 「魯語」 注⑤参照。

⑧ 弁師 注④参照。

⑨ 「祭義」 『礼記』祭義に「是故昔者、天子為藉千畝、冕而朱紼、躬秉來、諸侯為藉百畝、冕而青紼、躬秉來、以事天地・山川・社稷・先古、以為醴醑・齊盛」とある。

⑩ 「士冠禮」 『儀礼』士冠禮に「緇布冠欠項、青組纓屬

比方を用ふ。白屨・黑飾、是れなり。

① 「玉藻」 『礼記』玉藻に「韠下広二尺、上広一尺、長三尺、其頸五寸、肩・革帶博二寸」とあり、鄭玄注に「頸五寸亦謂広也、頸中央・肩両角、皆上接革帶以繋之、肩与革帶広同、凡佩繋於革帶」とある。

② 鄭（玄） 注①参照。

③ 「白虎通」 本疏引。現行本『白虎通德論』衣裳に「必有鞶帶者、示有事也」とあり、『太平御覽』卷六九一・服章部第九の鞶囊の項に「白虎通曰、男子有鞶者、示有金革之事」とある。

④ 昭（公）十二年 昭公十二年伝に「故曰、黄裳元吉、黄中之色也、裳下之飾也、元善之長也」とある。

⑤ 「詩」 『毛詩』小雅・魚藻之什の采菣に「赤芾在股、邪幅在下、彼交匪紆、天子所予」とあり、毛伝に「諸侯赤芾・邪幅、幅偏也、所以自偏束也、紆緩也」とあり、鄭箋に「脛本曰股、邪幅如今行膝也、偏束其脛、自足至膝、故曰在下、彼与人交接、自偏束如此、則非有懈怠紆緩之心、天子以是故、賜予之也」とある。

⑥ 「毛傳」 注⑤参照。

⑦ 「鄭箋」 注⑤参照。

⑧ 鄭玄 『周礼』天官・屨人に「屨人、掌王及后之服屨、為赤舄・黑舄・赤紼・黄紼・青句・素屨・葛屨」とあり、鄭玄注に「複下曰舄、禪下曰屨」「天下・諸侯吉事皆舄、其余唯服屨、衣翟、著舄耳」とある。

⑨ 「鄭玄」 注⑧参照。

〔傳〕 衡・紃・紃・紃

〔注〕 衡維持冠者、紃冠之垂者、紃纓從下而上者、紃冠上覆

〔疏〕 注衡維（上覆

正義に曰はく、此の四物は皆な冠の飾りなり。『周礼』追師に「王后の首服を掌り、衡・弁を追む」と。鄭司農云ふ、「衡は冠を維持するものなり」と。鄭玄云ふ、「祭服に衡有り。副の兩旁に垂れて耳に當たる。其の下、紃を以て瑱に縣く」と。彼に婦人の首服に衡有れば、則ち男子の首服も亦然り。冠は此れに由りて以て支立することを得。故に（杜預注に）「冠を維持するものなり」と云ふ。「追」とは玉を治むるの名にして、王后の衡は玉を以て之を爲るが故に追師掌るなり。弁師は王の五冕を掌り、弁及び冕は皆な玉笄を用ふれば、則ち天子の衡も亦玉を用ふ。其の諸侯以下は、衡の用ふる所は則ち未だ聞かず。

紃とは瑱を縣くるの繩にして、冠の兩旁に垂るるが故に（杜預注に）「冠の垂るるものなり」と云ふ。「魯語」に「敬姜曰はく、王后親ら玄紃を織る」とあれば、則ち紃は必ず線を織りて之を爲る。今の條繩の若きなり。鄭玄の『詩』の箋に云ふ、「充耳とは瑱を縣くる所以のものを謂ふ。或ひは名づけて紃と爲す。之を織るに、人君は五色、臣は則ち三色なり」と、是れなり。條は必ず雑色にして「魯語」に獨り「玄」と言ふは、玄は是れ天の色なるを以ての故に特に之を言ふにて、純なる玄色を謂ふには非ざるなり。

紃・纓は皆な組を以て之を爲り、冠を人首に結ぶ所以なり。「纓」は兩組を用ひて之を兩旁に屬け、之を頰下に結びて其の餘

④5 「玉藻」 注④参照。

④6 其の上文 注④参照。

④7 鄭玄 注④参照。

④8 「玉藻」 『礼記』玉藻に「天子搢珽、方正於天下也、諸侯荼、前黜後直、讓於天下也、大夫前黜後詘、無所不讓也」とあり、鄭玄注に「此亦笏也、謂之珽、珽之言珽然無所屈也、或謂之大圭、圭長三尺、杼上終葵首、終葵首者、於杼上又広其首、方如椎頭、是謂無所屈後則恒直、相玉書曰、珽玉六寸、明自炤、荼誦如舒遲之舒、舒懦者所畏在前也、詘謂圖殺其首、不為椎頭、諸侯唯天子詘焉、是以謂笏為荼、大夫奉君命、出入者也、上有天子、下有己君、又殺其下而圖」とある。

④9 鄭玄 注④参照。

⑤0 『周禮』『春官・典瑞』に「王晉大圭、執鎮圭、縹籜五采五就、以朝日」とあり、鄭玄注に「王朝日者、示有所尊、訓民事君也、天子常春分朝日、秋分夕月」とある。

⑤1 「冬官考工記」 『周礼』冬官・考工記の玉人に「大圭長三尺、杼上終葵首、天子服之」とあり、鄭玄注に「王所搢大圭也、或謂之珽」とある。

⑤2 「玉藻」 注④参照。

〔傳〕 帶・裳・幅・烏

〔注〕 帶革帶也、衣下曰裳、幅若今行膝者、烏複履

〔疏〕 注帶革（複履）

正義に曰はく、下（文）に「鞶」有るは、是れ紳帶なり。此の

「帶」は革帶^た爲るを知る。「玉藻」に「革帶の博^{ひろ}さは二寸なり」と、鄭^②（玄）云ふ、「凡そ佩は革帶に繫く」と。『白虎通』に云ふ、「男子に鞶革有るは、金革の事有るを示す」と。然らば則ち革事有るを示す。故に革を用ひて帶を爲り、帶は佩爲るなり。

④ 昭（公）十二年傳に云ふ、「裳は下の飾りなり」と。經傳の通例にては皆な上衣、下裳なるが故に（杜預注に）「衣の下を裳と曰ふ」と云ふ。

幅と行膝とは今古の異名なるが故に（杜預注に）「今の行膝の若し」と云ふ。『詩』に云ふ、「邪幅は下に在り」と。『毛傳』に曰はく、「幅は偏なり。自づから偏束する所以なり」と。『鄭箋』に云ふ、「邪幅は今の行膝の如きなり。其の脛を偏束し、足より膝に至る」と。膝の訓は緘なり。然らば則ち、行にして足を緘^しばるが故に行膝と名づけ、邪には之を纏束するが故に邪幅と名づく。

烏は、屨の小別なるもの。鄭玄の『周禮』屨人の注に云ふ、「複下を烏と曰ひ、禪下を屨と曰ふ」と。然らば則ち烏と屨との下に禪・複有りて異なり爲り。屨は是れ摠名なるが故に（杜預注に）「烏は複履なり」と云ふ。其の下を複にするを謂ふなり。鄭玄又云ふ、「天子・諸侯は、吉事に皆な烏す」と。赤烏は冕服の烏、白烏は皮弁の烏、黒烏は玄端の烏なり。其の士は皆な屨を著け、纁屨は爵弁の屨、白屨は皮弁の屨、黒屨は玄端の屨なり。其の卿・大夫の冕を服する者も亦赤烏、餘服は則ち屨なり。其の王后は、褱衣には玄烏、褱狄には青烏、闕狄には赤烏、鞠衣には黄屨、展衣には白屨、褱衣には黒屨なり。其の諸侯の夫人及び卿・大夫の妻の狄を衣るべき者は皆な烏、其の餘は皆な屨なり。其の烏の飾りは對方の色を用ふ。赤烏・黒飾、是れなり。屨の飾りは

宮窟、夏則居橧巢、未有火化、食草木之實・鳥獸之肉、飲其血、茹其毛、未有麻絲、衣其羽皮、後聖有作、然後修火之利、范金、合土、以為台宮室牖戶、以炮、以燔、以亨、以炙、以醴酪、治其麻絲、以布帛、……とある。

②⑦ 又曰はく 注②⑥参照。

②⑧ 『易』繫辭 『周易』繫辭下に「黃帝・堯・舜垂衣裳而天下治、蓋取諸乾坤」とある。

②⑨ 『禮記』明堂位 『礼記』明堂位に「有虞氏服韍、夏后氏山、殷火、周竜章」とあり、鄭玄注に「韍冕服之韠也、舜始作之、以尊祭服、禹湯至周、增以画文、後王彌飾也、山取其仁可仰也、火取其明也、竜取其變化也、天子備焉、諸侯火而下、卿大夫山、士黼而已、韍或作黻」とある。

③⑩ （鄭玄注の） 注②②②参照。

③⑪ 『易』『周易』困・九二に「困于酒食、朱紱方來、利用享祀、征凶无咎」とある。

③⑫ （鄭玄注の） 注②②②参照。

③⑬ 『士冠禮』 『儀礼』士冠礼に「皮弁、服素績・緇帶・素鞶、玄端・玄裳、黃裳・雜裳、可也、緇帶・爵鞶」とある。

③⑭ 『玉藻』 『礼記』玉藻に「韠君朱、大夫素、士爵章」とあり、鄭玄注に「此玄端服之韠也、韠之言蔽也、凡韠以韋為之、必象裳色、象裳色、則天子、諸侯玄端・朱裳、大夫素裳、唯士玄裳・雜裳也、皮弁服皆素鞶」とある。

③⑮ 『明堂位』 注②③参照。

③⑯ 鄭玄 注②③参照。

③⑰ 『玉藻』 『礼記』玉藻に「韠下広二尺、上広一尺、長三尺、其頸五寸、肩革帶博二寸」とあり、鄭玄注に「頸五寸、

亦謂広也、頸在中央、肩在兩角、皆上接革帶以繫之、肩与革帶広同、凡佩繫於革帶」とある。

③⑱ 鄭玄 注③⑦参照。

③⑲ 徐廣の『車服儀制』 本疏引。晋の人、字は野民。『晋紀』『礼論答問』『車服儀注』を著す。（『晋書』卷八十二徐広伝）『太平御覽』卷六九一の韍の項に「徐広輿服儀注曰、蔽膝古之韍也、戦国連兵以韍、非兵飾去之、漢明帝復制紱」とある。

④① 『管子』 本疏引。現行本『管子』にこの文無し。

④② 『玉藻』 『礼記』玉藻に「笏天子以球玉、諸侯以象、大夫以魚須文竹、士竹本、象可也、見於天子与射、無說笏、入太廟說笏、非礼也、小功不說笏、当事免則說之、既摺笏必盥、雖有執於廟、弗有盥矣、凡有指画於君前用笏、造命於君前、則書於笏、笏畢用也、因飾焉、笏度二尺有六寸、其中博三寸、其殺六分而去一」とあり、鄭玄注に「球美玉也、文猶飾也、大夫士飾竹以為笏、不敢与君並用純也」とある。

④③ 『釋名』 『釈名』釈書契に「簿言可以簿疏密也、笏勿也、君有教命及所啓白、則書其上、備勿忘也」とある。『太平御覽』卷六九二の笏の項に引く『釈名』には「釈名曰、笏勿也、君有教命及所啓白、則書其上、笏勿也、或曰、簿言可以簿疏物也」とある。

④④ 徐廣の『車服儀制』 本疏引。注③⑨参照。『太平御覽』卷六八八の白筆の項に「徐広車服雜注曰、古者貴賤皆執笏、有事則書之、常簪筆、今之白筆、是其遺象也」とある。

④⑤ 『蜀志』 『三国史』蜀書・許麋孫簡伊秦伝第八に「纂曰、仲父何如、宓以簿擊頰、曰……」とある。

也、公之冕用玉百六十二……王之皮弁、会五采・玉璫、象邸・玉笄、王之弁紵、弁而加環紵、諸侯及孤卿大夫之冕・韋弁・弁紵、各以其等為之、而掌其禁令、(鄭注——各以其等、纁旂玉璫如其命數也、冕則侯伯纁七就、用玉九十八、子男纁五就、用玉五十、纁玉皆三采、孤纁四就、用玉三十二、三命之卿纁三就、用玉十八、再命之大夫藻再就、用玉八、藻玉皆朱綬、韋弁・皮弁則侯伯璫飾七、子男璫飾五、玉亦三采、孤則璫飾四、三命之卿璫飾三、再命之大夫璫飾二、玉亦二采、……)とある。

⑪ 『論語』 『論語』子罕篇に「子曰、麻冕礼也、今也純俛、吾從衆」とある。

⑫ 『三禮圖』 後漢の阮諶の撰。完本は亡んで伝わらないが、輯本として『玉函山房輯佚書』『漢魏遺書鈔』『黃氏逸書考』等に輯録されている。

⑬ 『漢禮器制度』 前漢の叔孫通の撰。『平津館叢書』『後知不足齋叢書』『漢魏遺書鈔』『玉函山房輯佚書』統編等に輯録されている。

⑭ 沈(文阿) 『春秋左氏伝義略』本疏引。

⑮ 董巴の『輿服志』 本疏引。『後漢書』『晋書』の『輿服志』は、董巴の『輿服志』の文を採っているものと見られている。

⑯ 應劭の『漢官儀』 本疏引。

⑰ 沈(文阿) 『春秋左氏伝義略』本疏引。

⑱ 司馬彪の『漢書』輿服志 本疏引。司馬彪は晋の人、字は紹統。『莊子注』『九州春秋』『統漢書』を著す。(『晋書』卷八十二司馬彪伝) 尚、『後漢書』の「律曆志」より

「輿服志」までの「志」の部分は、司馬彪『統漢書』中の「志」であるとされている。因に『後漢書』輿服志下に「冕冠、華旒、前後遽延、玉藻、孝明皇帝永平二年初詔、有司采周官・礼記・尚書皐陶篇、乘輿服從歐陽氏說、公卿以下從大小夏侯氏說、冕皆廣七寸、長尺二寸、前円後方、朱綬裏、玄上、前垂四寸、後垂三寸、係白玉珠為十二旒、以其綬采色為組纁、三公諸侯七旒、青玉為珠、卿大夫五旒、黑玉為珠、皆有前無後、各以其綬采色為組纁、旁垂黹纁」とある。

⑲ 鄭玄 注⑩參照。

⑳ 五采の玉十有二有 同治十三年湖南書局刊本にては「旂有五采玉有十二」を「旂有五采玉十有二」に作る。

㉑ 貴者をして 『周易』屯の卦に「象曰、雖盤桓、志行正也、以貴下賤、大得民也」とある。

㉒ 鄭玄 『毛詩』小雅・魚藻之什の采菣に「赤芾在股、邪幅在下、彼交匪紆」とあり、鄭箋に「芾大古蔽膝之象也、冕服謂之芾、其他服謂之褌、以韋為之、其制上広一尺、下広二尺、長三尺、其頸五寸、肩革帶博二寸」とある。

㉓ 『詩』 注㉒參照。

㉔ 鄭玄 本疏引。『古經解彙函』に『乾坤鑿度』『乾鑿度』『稽覽図』『辨終備』『通卦驗』『乾元序制記』『是類謀』『坤靈図』の易緯八種が所収されている。

㉕ 『易』 『周易』繫辭下に「古者包犧氏之王天下也、仰則觀象於天、俯則觀法於地、觀鳥獸之文与地之宜、近取諸身、遠取諸物、於是始作八卦、以通神明之德、以類万物之情、作結繩而為罔罟、以佃以漁、蓋取諸離」とある。

㉖ 「禮運」 『礼記』礼運に「昔者先王未有宮室、冬則居

③ 『尚書』

『尚書』虞書・益稷に「帝曰、臣作朕股肱耳目、予欲左右有民、汝翼、予欲宣力四方、汝為、予欲觀古人之象、日¹・月²・星辰³・山⁴・竜⁵・華蟲⁶作會、宗彝⁷・藻⁸・火⁹・粉¹⁰米¹¹・黼¹²・黻、絺繡以五采、彰施于五色、作服、汝明」とある。

④ 「冬官考工記」

『周礼』冬官・考工記の画績に「画績之事、雜五色、東方謂之青、南方謂之赤、西方謂之白、北方謂之黑、天謂之玄、地謂之黃、青与白相次也、赤与黑相次也、玄与黄相次也、青与赤謂之文、赤与白謂之章、白与黑謂之黼、黑与青謂之黻、五采備謂之繡」とあり、鄭玄注に「此言画績、六色所象、及布采之第次、績以為衣、繡以為裳、此言刺繡、采所用繡以為裳」とある。

⑤ 鄭玄 注①②④参照。

⑥ 鄭玄 『周礼』春官・司服に「司服、掌王之吉凶衣服、弁其名物与其用事、王之吉服、祀昊天上帝、則服大裘而冕、祀五帝亦如之、享先王則衮、享先公、饗射則鷩冕、祀四望・山・川則毳冕、祭社・稷・五祀則希冕、祭群小祀則玄冕」とあり、鄭玄注に「六服同冕者、首飾尊也、先公謂后稷之後、大王之前、不啻至諸暨、饗射、饗賓賓客与諸侯射也、群小祀、林沢・墳衍・四方百物之属、鄭司農云、大裘羔裘也、衮卷竜衣也、鷩裨衣也、毳繡衣也、玄謂、書曰、予欲觀古人之象、日・月・星辰・山・竜・華蟲作績、宗彝・藻・火・粉米・黼・黻希繡、此古天子冕服十二章、舜欲觀焉、華蟲五色之蟲、績人職曰、鳥獸蛇、雜四時五色以章之、謂是也、希説為絺、或作荷、字之誤也、王者相變、至周而以日・月・星辰画於旌旗、所謂三辰旌旗、昭其明也、而冕服九章、登竜於山、登火於宗彝、尊其神明也、九章、初一日竜、次二日山、次三日華

蟲、次四日火、次五日宗彝、皆画以為績、次六日藻、次七日粉米、次八日黼、次九日黻、皆希以為繡、則衮之衣五章、裳四章、凡九也、鷩画以雉、謂華蟲也、其衣三章、裳四章、凡七也、希刺粉米、無量也、其衣一章、裳二章、凡三也、玄者衣無文、衣刺黻而已、是以謂玄焉、凡冕服、皆玄衣纁裳」とある。

⑦ 杜（預）

昭公二十五年伝に「為九文・六采・五章、以奉五色」とあり、杜預注に「謂山・竜・華蟲・藻・火・粉米・黼・黻、華若草華也、藻水草也、火画火也、粉米若白米也、黼若斧、黻若兩已相戾也、伝曰、火・竜・黼・黻、昭其文也」とある。

⑧ 『世本』 本疏引。

⑨ 宋仲子 本疏引。宋衷（忠）、字は仲子、後漢の人。

『世本』に注し、隋志・旧唐志に『世本』四卷宋衷撰とある。

⑩ 『周禮』

『周礼』夏官・弁師に「弁師、掌王之五冕、皆玄冕・朱裏・延紐、五采繡十有二就、皆五采玉十有二、玉笋・朱紘、（鄭注——繡雜文之名也、合五采絲為之繩、垂於延之前後各十二、所謂遽延也、就成也、繩之每一而貫五采玉、十二旂則十二玉也、每就間、蓋一寸、朱紘以朱組為紘也、紘一條、属兩端於武、繡不言皆、有不皆者、此為衮衣之冕十二旂、則用玉二百八十八、鷩衣之冕、繡九旂、用玉二百一十六、毳衣之冕七旂、用玉百六十八、希衣之冕五旂、用玉百二十、玄衣之冕三旂、用玉七十二）諸侯之繡旂九就、瑤玉三采、其余如王之事、繡旂皆就、玉瑱・玉笋、（鄭注——侯当為公、字之誤也、三采朱・白・蒼也、其余謂延紐、皆玄覆朱裏、与王同也、出此則異、繡旂皆就、皆三采也、每繡九成、則九旒

くなり。記傳に更に黻の制無けれども、皆な是れ韡の義にして、明らかに其の制は韡と同じ。經傳に、黻に作り、或ひは韡に作り、或ひは韡に作るは、音義同じきなり。徐廣の『車服儀制』に曰はく、「古は韡なり。今の蔽膝の如し。戰國には、兵を連ぬるに韡を以てし、兵の飾りに非ざれば之を去る。漢の明帝は復韡を制す。天子は赤皮の蔽膝。蔽膝は古の韡なり」と。然らば則ち漢の世の蔽膝は猶赤皮を用ひ、魏・晉以來は絳紗を用ひて之を爲る。是れ其の古今異なるなり。其の絲を用ひるを以ての故に、字は或ひは絳と爲すもの有り。

天子の笏は玉を以て之を爲る。故に（杜預注に）「琕は玉笏なり」と云ふ。『管子』に云ふ、「天子玉笏を執り、以て日に朝す」と。是れ「玉笏」の文有るなり。禮の「笏」有るものは、「玉藻」に云ふ、「凡そ君の前に指畫すること有れば笏を用ふ。造りて命を君の前に受くれば、則ち笏に書く」と。『釋名』に曰はく、「笏は忽なり。君、命有れば則ち其の上に書く。忽忘に備ふるなり。或ひは簿と曰ふ。簿を以て物を疏すべきなり」と。徐廣の『車服儀制』に曰はく、「古は、貴賤皆な笏を執る。即ち今の手板なり」と。然らば則ち笏と簿とは手板の異名なるのみ。『蜀志』に「秦宓、大守に見え、簿を以て頬を撃つ」と稱すれば、即ち漢・魏以來皆な手板を執る。故に（杜預注に）「今の吏の持簿の如し」と云ふ。「玉藻」に云ふ、「笏は畢く用ふるなり。因りて飾る」と。貴賤盡く皆な笏を用ひ、因りて飾りて尊卑を示すを言ふ。其の上文に云ふ、「笏は、天子は球玉を以てし、諸侯は象を以てし、大夫は魚須を以て竹を文る。士は竹もて本とし、象するも可なり」と。鄭玄云ふ、「球は美玉なり。文は猶飾のごときなり。大夫・士は竹を飾りて以て笏と爲す。敢へて君と並びに純物を用ひず」

と。是れ其の尊卑異なるなり。大夫と士の笏は俱に竹を用ひ、大夫は魚須を以て之を飾り、士は象骨を以て飾りと爲す。敢へて純ら一物を用ひざるは、人君より下す所以なり。物を用ふること既に殊なれば體制も亦異なるなり。「玉藻」に云ふ、「天子は琕を摺む。天下に方正にするなり。諸侯は荼、前は詘み後は直し。天子に譲るなり。大夫は前も詘み後も詘む。譲らざる所無きなり」と。鄭玄以爲へらく、「之を琕と謂ふ。琕の言たる、琕然として屈する所無く、前後皆な方正なり。荼とは舒襦を謂ふ。畏る所前に在るなり。其の首を圓く殺ぐは、天子に屈すればなり。大夫は、上に天子有り下に己が君有り。故に首末皆な圓く、前後皆な譲る」と。是れ其の形制異なるなり。其の長さは則ち諸侯以下は天子と又異なる。琕は一名大圭。『周禮』典瑞に「王、大圭を晉み、以て日に朝す」と云ふ、是れなり。「冬官考工記」に云ふ、「大圭は、長さは三尺。天子之を服す」と。是れ天子の琕は、長さは三尺なり。「玉藻」に「笏の度は二尺有六寸」と云へば、天子より短し。蓋し諸侯より以下の度分は皆な然るなり。

① 「詩」 『毛詩』小雅・魚藻之什の采菽の「又何予之、

玄衮及黼」の毛伝に「玄衮卷竜、白与黒謂之黼」とあり、鄭

玄に「及与也、玄衮玄衣而画以卷竜也、黼黼黻、謂純衣也、

諸侯之服、自衮冕而下、侯伯自鷩冕而下、子男自毳冕而下、

王之賜、維用有文章者」とある。又「大雅」蕩之什・韓奕に

「王錫韓侯、淑旂綏章、簞茀錯衡、玄衮赤舄、……」とある。

② 「玉藻」 『礼記』玉藻に「天子玉藻、十有二旒、前後

邃延、竜卷以祭」とあり、鄭玄注に「玄表纁裏、竜卷画竜於衣、字或作衮」とある。

前後に九旂、旂に三采の玉九有り。侯・伯の鷩冕は三采の纁・前後に七旂、旂に三采の玉七有り。子・男の毳冕は三采の纁、前後に五旂、旂に二采の玉五有り。孤卿以下は皆な二采の纁、二采の玉、其の旂及び玉は各々命數に依るのみ」と。之を冕と謂ふは、冕は俛なり。其の後は高く前は下がりが、俛俯の形有るを以ての故に因りて名づく。蓋し上位に在る者は羈紲に失するを以て、位をして彌高からしめ、志をして彌下げしめんと欲するが故に、此の服を制し、貴者をして賤しきに下らしむるなり。

黻・韠は制同じくして名異なるなり。鄭玄の『詩』の箋に云ふ、「韠は、大古の膝を蔽ふの象なり。冕服は之を韠と謂ひ、其の他の服は之を韠と謂ふ。韠を以て之を爲る」と。故に（杜預注に）「黻は韠なり」と云ふ。『詩』に「赤韠、服に在り」と云へば、則ち韠は是れ服に當たるの衣なり。故に（杜預注に）「以て膝を蔽ふなり」と云ふ。鄭玄の『易緯乾鑿度』の注に云ふ、「古は田漁して食らひ、因りて其の皮を衣る。先づ前を蔽ふを知り、後に後を蔽ふを知る。後王、之に易ふるに布帛を以てす。而して獨り其の前を蔽ふを存するは、古道を重んじて本を忘れざればなり」と。是れ黻韠の元由を説くなり。『易』下繫辭に曰はく、「包犧氏の天下に王たるや、網罟を作爲り、以て佃し以て漁る」と。則ち田漁して食らふは伏羲氏の時なり。『禮運』に上古の時を説きて云ふ、「昔は先王、鳥獸の肉を食らひ、其の羽皮を衣る」と。是れ田漁して食らひ、因りて其の皮を衣るなり。又曰はく、「後聖作る有り。其の麻絲を治め、以て布帛を爲る」と。『易』繫辭に曰はく、「黃帝・堯・舜、衣裳を垂れて天下治まる」と。然らば則ち之に易ふるに布帛もてするは、黃帝より始まるなり。衣裳を垂れ布帛を服するは、初めて必ず黃帝より始まる。其の膝を蔽

ふの象を存するは未だ何れの代より始まるかを知らざるなり。

『禮記』明堂位に云ふ、「有虞氏は韠を服す」と。舜始めて韠を作るを言ふなり。祭服を尊びて其の名を異にするのみ。未だ必ずしも此の時始めて象を存せざるなり。（鄭玄注の）「冕服之を黻と謂ふ」を知るは、『易』に云ふ、「朱紱は方に來らんとす。用て享祀するに利ろし」と。（鄭玄注の）「他服之を韠と謂ふ」を知るは、案ずるに「士冠禮」にては、士は皮弁・玄端を服し、皆な韠を服す。是れ他服之を韠と謂ふは、冕を以て主と爲せばなり。冕之を他と謂ふには非ず。此れ兩服（祭服と朝服）を以て相形せんと欲するが故に、（杜預注に）「黻は韠爲り」と謂ふ。黻と韠とは祭服・他服の異名なるのみ。其の體制は則ち同じ。『玉藻』に玄端の韠を説きて云ふ、「韠は、君は朱、大夫は素、士は爵韠」と。發首に「韠」を言ひ句末に「韠」を言へば、明らかに皆な韠を以て之を爲る。凡そ韠は皆な裳の色に象る。「君は朱、大夫は素」と言へば、則ち尊卑の韠は直色の別なるのみにして、他の飾り無きなり。其れ黻は則ち文飾有り。「明堂位」に曰はく、「有虞氏は黻を服し、夏后氏は山、殷は火、周は龍首」と。鄭玄云ふ、「韠は冕服の韠なり。舜始めて之を作る。以て祭服を尊ぶ。禹・湯より周に至り、増すに畫文を以てす。後王彌飾るなり。山は其の仁の仰ぐべきに取るなり。火は其の明に取るなり。龍は其の變化に取るなり。天子には備はる。諸侯は火より而下。卿・大夫は山。士は韠韠のみ」と。是れ黻の飾りを説くなり。「玉藻」に曰はく、「韠は下の廣さは二尺、上の廣さは一尺、長さは三尺、其の頸は五寸、肩と革帶とは博さは二寸」と。鄭玄云ふ、「頸五寸も亦廣さを謂ふなり。頸は中央、肩は兩角、皆な上は革帶に接して以て之に繋く。肩と革帶とは廣さは同じ」と。是れ韠の制を説

裳を謂ふ。^①『詩』に「玄衣」と稱す。是れ玄衣にして畫くに袞龍を以てす。袞の言は卷なり。龍首の卷然たるを謂ふ。「玉藻」に「龍卷して以て祭る」と曰へば、龍首の卷たるを謂ふを知るなり。^②『尚書』益稷に云ふ、「帝曰はく、予、古人の象を觀て、日・月・星辰・山・龍・華蟲を會と作し、宗彝・藻・火・粉米・黼・黻を絺繡せんと欲す」と。言ふところは、「古人の象を觀る」とは、衣服の象る所を觀るを謂ふ。「日・月」より以て「黼・黻」に至る十二物は皆な衣服の有る所なり。「華蟲」以上には「會と作す」と言ひ、「宗彝」以下には「絺繡す」と言へば、則ち二者は服に在ると雖も之を施すこと同じからず。^③「冬官考工記」にては、畫績と繡布の采は次を異にす。衣に在れば則ち之を畫き、裳に在れば則ち之を刺すと知るが故に鄭玄、^④『禮』の注及び『詩』の箋に皆な云ふ、「衣は績して裳は繡す」と。此れを以て、袞は是れ文を畫くと知る。故に(杜預注に)「袞は畫衣なり」と云ふ。袞衣以下の章數は、鄭玄、「司服」に注して云ふ、「有虞氏は十二章、日・月より而下。周に至りて、日・月・星辰もて旌旗に畫く。又龍を山に登せ、火を宗彝に登す。冕服は九章より而下」と。鄭玄(玄)の此の言の如くんば、九章とは、龍は一、山は二、華蟲は三、火は四、宗彝は五にして衣に在り、藻は六、粉米は七、黼は八、黻は九にして裳に在り。

驚冕とは、龍を去り山を去りて、華蟲より而下の七章。華蟲は一、火は二、宗彝は三にして衣に在り、餘の四章は裳に在り。龜冕とは、華蟲を去り火を去りて五章、宗彝より而下、宗彝は一、藻は二、粉米は三にして衣に在り、餘の二章は裳に在り。希冕とは、宗彝を去り藻を去りて三章、粉米より而下、粉米は一にして衣に在り、餘の二章は裳に在り。玄冕とは、其の衣に畫無く、裳

の上に黻を刺すのみ。杜(預)は、昭(公)二十五年の「九文」を數ふるに宗彝を取らざれば、則ち鄭(玄)と異なるなり。冠は首服の大名、冕は冠の中の別號なり。故に(杜預注に)「冕は冠なり」と云ふ。^⑤『世本』に云ふ、「黃帝、冕を作る」と。宋仲子云ふ、「冕は冠の旒有るものなり」と。禮文殘缺して形制は詳らかにし難し。^⑥『周禮』弁師に「王の五冕を掌る。皆な玄冕、朱裏」と。止玄・朱を言ふのみにして、用ふる所の物を言はず。^⑦『論語』に云ふ、「麻冕は禮なり」と。蓋し、木を以て幹と爲して布を用ひて之を衣ひ、上は玄、下は朱にして天地の色を取る。其の長短、廣狹は則ち經傳に文無し。阮譔の『三禮圖』、^⑧『漢禮器制度』に云ふ、「冕の制、皆な長さは尺六寸、廣さは八寸。天子より以下皆な同じ」と。沈(文阿)引く、「董巴の『輿服志』に云ふ、『廣さは七寸、長さは尺二寸』と。應劭の『漢官儀』に云ふ、『廣さは七寸、長さは八寸』と」を。沈(文阿)又云ふ、「廣さ七寸長さ八寸なるものは天子の冕、廣さ七寸長さ尺二寸なるものは諸侯の冕、廣さ七寸長さ八寸なるものは大夫の冕なり」と。但し古禮殘缺して未だ孰れが是なるかを知らず。故に備載す。^⑨司馬彪の『漢書』輿服志に云ふ、「孝明帝の永平二年初めて詔す。有司、^⑩『周官』『禮記』『尚書』の文を采りて冕を制す。皆な前圓後方、裏を朱にし上を玄にす。前垂は四寸、後垂は三寸。天子は白玉の珠にして十二旒。三公・諸侯は青玉の珠にして七旒、卿・大夫は黒玉の珠にして五旒、皆な前有りて後無し」と。此れ則ち漢の法なるのみ。古禮は、鄭玄「弁師」に注して云ふ、「天子の袞冕は五采の縹を以てす。前後に各々十二旒、旒に五采の玉十有二有り。^⑪驚冕は前後に九旒、龜冕は前後に七旒、希冕は前後に五旒、玄冕は前後に三旒、皆な五采の玉十有二有り。上公の袞冕は三采の縹、

④ 『記』 注①参照。

⑤ 「洪範」 『尚書』周書・洪範に「潤下作鹹、炎上作苦、曲直作酸、從革作辛、稼穡作甘」とある。

〔傳〕 粢食不鑿

〔注〕 黍稷曰粢、不精鑿

〔疏〕 注黍稷、精鑿

正義に曰はく、「釋草」に云ふ、「粢は稷なり」と。舍人曰はく、「粢は一名稷、稷は粟なり」と。郭璞云ふ、「今、江東の人は粟を呼んで粢と爲す」と。『土虞記』に云ふ、「明齊」と。鄭玄云ふ、「今文に明粢と曰ふ。粢は稷なり」と。然らば則ち粢は是れ稷の別名。但稷は是れ諸穀の長なれば、粢も亦諸穀の惣名なり。『周禮』小宗伯に「六粢の名物を辨ず」と。鄭玄云ふ、「六粢とは黍・稷・稻・粱・麥・苽を謂ふ」と。是れ諸穀皆な粢と名づくるなり。祭祀に穀の黍・稷を用ふること多しと爲す。故に（杜預注）「黍・稷を粢と曰ふ」と云ふ。飯は之を食と謂ふ。『傳』に「粢食は鑿げず」と云ふは、黍・稷を以て飯を爲り、細かならしめざるを謂ふなり。『九章算術』の「粟率五十、鑿二十四」とは、粟の五斗を米の二斗四升と爲すを言ふ。是れ則ち米の精鑿なり。

① 「釋草」 『爾雅』釈草に「粢、稷」とあり、郭璞注に「今江東人呼粟為粢」とある。

② 舍人 『健為文学注』本疏引。

③ 郭璞 注①参照。

④ 「土虞記」 『儀礼』土虞礼の「記」に「明齊澆酒」とあり、鄭玄注に「明齊、新水也、言以新水澆釀此酒也、郊特牲曰、明水澆齊、貴新也、或曰當為明視、謂免腊也、今文曰明粢、粢稷也、皆非其次、今文澆為醲也」とある。

⑤ 鄭玄 注④参照。

⑥ 『周禮』『周礼』春官・小宗伯に「弁蠶之名物与其用、六宮之人共奉之」とあり、鄭玄注に「蠶読為粢、六粢謂六穀、黍・稷・稻・粱・麥・苽」とある。

⑦ 鄭玄 注⑥参照。

⑧ 『九章算術』 『九章算術』卷第二粟米に「粟率五十、糲米三十、粳米二十七、鑿米二十四……」「今有粟四斗五升、欲為鑿米、問得幾何、答曰、為鑿米二斗一升五分升之三、術曰、以粟求鑿米十二之二十五而一」とある。

〔傳〕 昭其儉也

〔注〕 此四者皆示儉

〔傳〕 袞・冕・黻・珽

〔注〕 袞畫衣也、冕冠也、黻韋鞶、以蔽膝也、珽玉笏也、若今吏之持簿

〔疏〕 注韋鞶、持簿

正義に曰はく、「畫衣」とは、龍を衣に畫き、祭服の玄衣・纁

蒐也」とある。定公四年伝に「分魯公、以大路・大旂……」とあり、杜預注に「魯公伯禽也、此大路金路、錫同姓諸侯車也、交竜為旂、周礼同姓以封」とある。

⑥ 注 ⑤参照。

⑦ 『尚書』 『尚書』周書・顧命に「大略在賓階面、綴輅在阼階面、先輅在左塾之前、次輅在右塾之前」とあり、孔安国伝に「大輅玉、綴輅金、面前、皆南向、先輅象、次輅木、金・玉・象皆以飾車、木則無飾、皆在路寢門内、左右塾前、北面、凡所陳列、皆象成王生時、華國之事、所以重顧命」とある。

⑧ 孔安國 注⑦参照。

⑨ 僖(公)二十八年 注⑤参照。

⑩ 定(公)四年 注⑤参照。

⑪ 注 ⑤参照。

⑫ 『周禮』 注①参照。

⑬ 襄(公)十九年 注⑤参照。

⑭ 二十四年 注⑤参照。

⑮ 二注 注⑤参照。

⑯ 『周禮』 『周礼』春官・巾車に「服車五乘、孤乘夏篆、卿乘夏纁、大夫乘墨車、士乘棧車、庶人乘役車」とある。

⑰ 『釋例』 『春秋釋例』爵命例第九に「周官、王之五路及卿大夫士服車、各有名、又有良車・散車、不在等者、其用無常、先路者、革路若木路、或云先、或云次、蓋以就數為差、其受之于王、則称大」とある。

⑱ 服虔 『春秋左氏伝解詁』本疏引。

⑲ 沈氏 沈文阿『春秋左氏伝義略』本疏引。

⑳ 劉君 劉炫『春秋規過』本疏引。

〔傳〕 大羹不致

〔注〕 大羹肉汁、不致五味

〔疏〕 注大羹 五味

正義に曰はく、「郊特牲」に云ふ、「大羹和せざるは、其の質を貴ぶなり」と。②『儀禮』士虞・特牲に皆大羹湑を設く。鄭玄云ふ、「大羹湑は羹たる肉汁なり。和せざるは其の質を貴び、之を設くるは尸を敬ふ所以なり」と。是れ祭祀の禮に大羹有るなり。大羹とは、大古初めて肉を食べる者、之を煮るのみにして、未だ五味の齊ふこと有らず。神を祭るに之を設くるは、敬ひて本を忘れざる所以なり。④『記』に「大羹和せず」と言ふが故に、「不致致さず」とは、五味を致さざるを知るなり。五味とは即ち⑤『洪範』に云ふ所の酸・苦・辛・鹹・甘なり。

① 「郊特牲」 『礼記』郊特牲に「大羹不和、貴其質也」とある。

② 『儀禮』 『儀礼』士昏礼に「大羹湑在饗(鄭注——大羹湑、煮肉汁也、大古之羹無塩菜)」、「公食大夫礼」に「大羹湑不和、実于鐙(鄭注——大羹湑、煮肉汁也、大古之羹不和、無塩菜)」、「士虞礼」に「泰羹湑自門入、設于銅南」、「郊特饋食礼」に「設大羹湑于醴北(鄭注——大羹湑、煮肉汁也、不和、貴其質、設之所以敬尸也)」とある。

③ 鄭玄 注②参照。

と爲す。門を路門と曰ひ、寢を路寢と曰ひ、車を路車と曰ふ。故に人君の車、通じて路を以て名と爲すなり。『周禮』巾車に「王の五路を掌る」とあり、鄭玄云ふ、「王在るに、路と曰ふ」と。彼（鄭玄）は、天子の車と解するが故に「王在る」と云ふのみ。其の實、諸侯の車も亦稱して路と爲す。路の最も大なるものは、「巾車」の五路の玉路を大と爲す。故に杜（預）は、玉路を以て大路と爲す。「巾車」に云ふ、「玉路、錫・樊・纓、十有再就、大常十有二旂を建て、以て祀る」と。故に（杜預）「天を祀る車なり」と云ふ。

越席は、蒲を結びて席と爲す。玉路の中に置きて以て茵藉し、其の儉なるを示すなり。『經』「傳」に大路と言ふもの多し。注は皆な文を觀て説を爲す。『尙書』顧命には、器物を陳列するに大輅・綴輅・先輅・次輅有り。孔安國以爲へらく、「玉・金・象は皆な以て車を飾る」と。其の諸路を偏く陳ぬるを以ての故に『周禮』を以て之を次す。僖（公）二十八年、王、晉の文公に賜ふに大輅の服を以てし、定（公）四年、祝佗言ふ、先王は魯・衛・晉に分かつて大路を以てすと。（杜預）注は、皆な以て金路と爲す。『周禮』の、金路は同姓以て封じ、玉路は以て賜ふべからざるを以ての故に、皆な金路なるを知るなり。襄（公）十九年、王、鄭の子驥に賜ふに大路を以てし、二十四年、王、叔孫豹に賜ふに大路を以てすと。二注に皆な云ふ、「大路は、天子の賜ふ所の車の攄名なり」と。『周禮』に「孤は夏篆に乗り、卿は夏纓に乘る」とあるを以て、『釋例』は、穆叔・子驥に賜ふ所を以て是の革・木の二路に當つ。故に杜（預）、大路を以て賜車の攄名と爲す。服虔云ふ、「大路は木路なり」と。杜（預）、然らずとするは、「大路越席——大路は越席す」は猶「清廟茅屋——清廟は

茅屋す」の如くなるを以てなり。清廟の華は茅飾の屋を以て儉なるを示し、玉路の美は越席を以て質なるを示す。若し大路はれ木なれば、則ち越席と各々一物爲り。豈に清廟と茅屋とは又別爲るや。故に杜（預）は、大路を以て玉路と爲す。玉路に於いて越席を施すは、是れ方に以て儉なるを示すべし。故に沈氏云ふ、「玉路は文なりと雖も亦越席を以て儉なるを示す」と。而るに劉君、横に異義を生じ、大路を以て木路と爲して妄りに杜氏を規すは、非なり。

① 「周禮」『周禮』春官・巾車に「巾車、掌公車之政令、弁其用与其旗物而等叙之、以治其出入、王之五路、一曰玉路、錫・樊・纓、十有再就、建大常十有二旂、以祀、（鄭注——王在焉曰路）金路、鉤・樊・纓、九就、建大旂、以賓、同姓以封、象路、朱・樊・纓、七就、建大赤、以朝、異姓以封、革路、竜勒・條纓、五就、建大白、以即戎、以封四衛、木路、前樊・鵠纓、建大麾、以田、以封蕃國」とある。

② 鄭玄 注①参照。

③ ④ 「巾車」 注①参照。

⑤ 「經」「傳」 僖公二十八年伝に「賜之大輅之服、戎輅之服、……」とあり、杜預注に「大輅金輅、戎輅戎車也、二輅各有服也」とある。襄公十九年伝に「六月、晋侯請於王、王追賜之大路使以行、礼也」とあり、杜預注に「大路天子所賜車之攄名也」とある。襄公二十四年伝に「穆叔如周、聘、且賀城、王嘉其有礼也、賜之大路」とあり、杜預注に「大路天子所賜之車之攄名也」とある。昭公十五年伝に「叔父唐叔成王之母弟也、其反無分乎、密須之鼓、与其大路、文所以大

上は、徳を昭らかにするを言ふのみ。都て塞違無きの事なり。
 (「傳」の)「徳を滅ぼし違を立つ」より以下は、違徳の事を言ふ。徳と違とは義並び立たず。徳明らかなれば則ち違絶つ。故に「昭徳——徳を昭らかにす」の下に「塞違——違ふを塞ぐ」を言ふ。違立てば則ち徳滅ぶ。故に「立違——違を立つ」の上に「滅徳——徳を滅ぼす」を言ふ。「立違」とは違命の臣を建立するを謂へば、「塞違」とは違命の人を遏絶するを謂ふと知るなり。
 (「傳」の)「國家の敗」とは邦國の喪亡するを謂へば、「猶或ひは之を失ふことを懼る」とは國家を失ふことを恐るるを謂ふと知る。此の諫辭に首尾有るが故に理互ひに相見す。

〔疏〕注以茅——之稱

正義に曰はく、「冬官考工記」に葺屋・瓦屋有れば則ち屋の覆蓋は或ひは草、或ひは瓦なり。「傳」に「清廟は茅屋」と言へば、其の屋は必ず茅を用ふるなり。但し茅を用ひて屋を覆ふこと、更に他の文無し。「明堂位」に曰はく、「節を山にし梲を藻し、復廟重檐あり、刮楹達鄉あり、反坫は尊より出で、崇坫に圭を康げ、疏屏あるは天子の廟飾なり」と。其の飾、物を備へて文を盡くせども、應に茅を以て覆と爲すべからず。茅有るを得るは、杜(預)「茅を以て屋を飾るは、儉を著すなり」と云ふは、茅を以て之を飾るのみにして、其の茅を多く用ひて摠て覆蓋を爲すを謂ふには非ず。猶童子の垂髦及び蔽膝の屬のごときは、其の古を存するを示すのみ。『白虎通』に曰はく、「王者、宗廟を立つる所以は何ぞ。生に緣りて以て死に事へ、亡を敬するに存するが若くす。故に宗廟を以て之に事ふるは、此れ孝子の心なり。宗とは尊なり。廟とは貌なり。先祖の尊貌を象る」と。然らば尊を象るの貌、祭を享するの所なり。其の舍宇を嚴にし、其の出入を簡にし、其の

處は肅然として清靜なるが故に「清廟」と稱す。「清廟」とは、宗廟の大稱なり。『詩』の頌の「清廟」は、文王を祀る歌なり。故に鄭玄、文王を以て之を解して言ふ、「天の徳は清明にして、文王の象なり」と。故に清廟と稱す。此は則ち廣く諸廟を指し、獨り文王のみに非ず。故に(杜預)「清靜」を以て之を解す。

① 「冬官考工記」 『周礼』冬官・考工記の匠人に「葺屋參分、瓦屋四分」とある。

② 「明堂位」 『礼記』明堂位に「山節藻梲、復廟重檐、刮楹達鄉、反坫出尊、崇坫康圭、疏屏天子之廟飾也」とある。

③ 「白虎通」 本疏引。現行本『白虎通』には見えない。
 『太平御覽』礼儀部十の「宗廟」所引『白虎通』に「王者立宗廟何、緣生以事死敬亡、若事存、欲立宗廟而祭之、此孝子之心、所以追繼養也」とある。

④ 「詩」 『毛詩』周頌・清廟の小序に「清廟、祀文王也、周公既成洛邑、朝諸侯、率以祀文王焉」とあり、鄭箋に「清廟者、祭有清明之德者之宮也、謂祭文王也、天德清明、文王象焉、故祭之而歌此詩也」とある。

⑤ 鄭玄 注④参照。

〔傳〕大路越席

〔注〕大路玉路、祀天車也、越席結草

〔疏〕注大路——越席結草

正義に曰はく、路は大と訓ずるなり。君の所在大なるを以て號

と。『公羊傳』に曰はく、「器は名に従ひ、地は主人に従ふ」と。其の意は、器は本の主の名に従ひ、地は後に屬する主人に従ふを言ふ。是れ郕國の造る所なるが故に名を郕に繋ぐるを知る。劉君、杜（預）注の「郕の國、濟陰の成武縣東南に北部城有り」郕は宋の邑、濟の成武縣東南に郕城有り」とするを難じて、「俱に是れ成武縣東南なれば相去ること遠からず。何ぞ郕國と爲す所と宋の邑と爲す所とを得んや」と。劉（炫）、「南部・北部は並びに宋の邑なるを以て、別に郕の國有り」として、以て杜氏を規す。然らざるを知るは、許の田と許の國は相去ること遙かに非ざれば、則ち郕の國と郕の邑、何ぞ相近きことを妨げん。且つ杜（預）の「有」を言ふは、皆な是れ疑辭なれば、何ぞ杜（預）の疑を執りて以て其の過を規すことを得ん。劉（炫）の解く所の如くんば、郕の國の竟は何處に在らん。

- ① 『穀梁傳』 『穀梁伝』桓公二年に「郕鼎者郕之所爲也、曰宋、取之宋也、以是爲討之鼎也、孔子曰、名從主人、物從中国、故曰郕大鼎也」とある。
- ② 『公羊傳』 『公羊伝』桓公二年に「此取之宋、其謂之郕鼎何、器從名、地從主人」とある。
- ③ 劉君 劉炫『春秋規過』本疏引。
- ④ 郕の國 本年伝の杜預注とは別に、『春秋釈例』土地名第四十四之三の小国地の部に「桓二郕、濟陰城武県東南有北部城」とある。
- ⑤ 郕は宋の邑 隠公十年経の「辛未取郕」の杜預注に「濟陰城武県東南有郕城」とあり、『春秋釈例』土地名第四十四之一の宋地の部に「郕、濟陰城武県東南郕城、宋邑也、今鄭

取之、或以爲郕国、非也、僖二十年郕子来朝、則郕非滅也」とある。

⑥ 劉（炫） 『春秋規過』本疏引。

⑦ 許の田 桓公元年伝に見える。

〔傳〕 齊・陳・鄭皆有賂、故遂相宋公、夏、四月、取郕大鼎于宋、戊申、納于大廟、非禮也、臧哀伯諫曰

〔注〕 臧哀伯魯大夫、僖伯之子

〔傳〕 君人者、將昭德塞違、以臨照百官、猶懼或失之、故昭令德、以示子孫、是以清廟茅屋

〔注〕 以茅飾屋、著儉也、清廟、肅然清静之稱也

〔疏〕 君人、子孫

正義に曰はく、「人に君たり」とは、人に與へて君と爲すを謂ふなり。「德を昭らかにす」とは、善德を昭明し、德をして益々章聞せしむるを謂ふなり。「違ふを塞ぐ」とは、違邪を閉塞し、違命をして止息せしむるを謂ふなり。「德」とは、得なり。内は心を得、外は物を得るを謂ふ。心に在るを德と爲し、之を施すを行と爲す。德は是れ行の未だ發せざるものなり。而して德は心に在りて聞見すべからず。故に聖王、法を設け、外物を以て之を表す。儉と度・數・文・物・聲・明とは皆な是れ德を昭らかにする事なり。故に「傳」に、事毎に皆な「昭」を言ふ。是れ其の德を昭らかにするなり。（「傳」の）「敢へて紀律を易へず」より以

とあり、これにもとづいて杜預「春秋経伝集解序」に「其教之所存、文之所害、則刊而正之、以示勸戒、其余則皆即用旧史、史有文質、辞有詳略、不必改也」とある。

⑬ 文(公)十三年伝 文公十三年伝に「衛侯会公于沓、請平于晋、公還、鄭伯会公于棐、亦請平于晋、公皆成之」とある。

〔傳〕 宋殤公立、十年十一戰

〔注〕 殤公以隱四年立、十一戰皆在隱公世

〔疏〕 注殤公(公也)

正義に曰はく、服虔云ふ、「與夷は(魯の隱公)四年に即位す。一戰は、鄭を伐ちて其の東門を圍む。再戰は、其の禾を取る。三戰は、邾の田を取る。四戰は、邾・鄭其の郭に入る。五戰は、鄭を伐ちて長葛を圍む。皆な隱(公)五年に在り。六戰は、鄭伯、王命を以て宋を伐つ。隱(公)九年に在り。七戰は、公、宋の師を莒に敗る。八戰は、宋・衛、鄭に入る。九戰は、宋人・蔡人・衛人、戴を伐つ。十戰は、戊寅、鄭伯、宋に入る。皆な隱(公)十年に在り。十一戰は、鄭伯、虢の師を以て大いに宋の師を敗る。隱(公)十一年に在り」と。是れ皆な隱公の世に在るなり。

① 服虔 『左氏伝解詁』本疏引。

②③ 隱公四年伝に「故宋公・陳侯・蔡人・衛人伐鄭、困其東門、五日而還」「諸侯之師、敗鄭徒兵、取其禾而還」とある。

④⑤⑥ 隱公五年伝に「宋人取邾田、邾人告於鄭曰、請君釈憾於宋、弊邑為道、鄭人以王師会之、伐宋入其郭、以報東門之役」「宋人伐鄭、困長葛、以報入郭之役也」とある。

⑦ 隱公九年伝に「鄭伯為王左卿士、以王命討之、伐宋」とある。

⑧⑨⑩ 隱公十年伝に「壬戌、敗宋師于菅」「宋人・衛人入鄭、蔡人從之伐戴」とある。

⑪ 隱公十一年伝に「冬、十月、鄭伯以虢師伐宋、壬戌、大敗宋師、以報其入鄭也」とある。

〔傳〕 民不堪命、孔父嘉為司馬、督為大宰、故因民之不堪命、先

宣言曰、司馬則然

〔注〕 言公之數戰、則司馬使爾、嘉孔父字

〔傳〕 已殺孔父、而弑殤公、召莊公于鄭而立之、以親鄭

〔注〕 莊公公子馮也、隱三年出居于鄭、馮入不書、不告也

〔傳〕 以郕大鼎賂公

〔注〕 郕國所造器也、故繫名於郕、濟陰城武縣東南有北部城

〔疏〕 注郕國(郕城)

正義に曰はく、『穀梁傳』に曰はく、「郕の鼎とは、郕の爲る所なり。孔子曰はく、名は主人に従ふ。故に郕の大鼎と曰ふなり」

之れ「與」「及」の如く、更に他義無し。所謂「史に文質有り、必ずしも改めざるなり」と。^⑬文（公）十三年傳に稱す、「衛侯・鄭伯、晉に平らがんことを請ふ。公、皆な之を成らぐ」と。是れ「成」「平」の義異なる無きを知るなり。

① 河陽の狩 僖公二十八年經に「天王狩于河陽」とあり、

「伝」に「仲尼曰、以臣召君、不可以訓、故書曰天王狩于河陽、言非其地也、且明德也」とある。杜預注に「隱其召君之欠、欲以明晉之功徳也、河陽之狩・趙盾之弑・泄冶之罪、皆違凡變例、以起大義、危疑之理、故特稱仲尼以明之也」とある。

② 趙盾の弑 宣公二年經に「秋、九月乙丑、晉趙盾弑其君夷臯」とあり、「伝」に「孔子曰、董狐古之良史也、書法不隱、趙宣子古之良大夫也、為法受惡、惜也、越境乃免」とある。

③ 洩冶の罪 宣公九年經に「陳殺其大夫洩冶」とあり、「伝」に「孔子曰、詩云、民之多辟、無自立辟、其洩冶之謂乎」とある。

④ 周公・蒞 桓公元年伝に「三月、鄭伯以璧假許田、為周公・蒞故也」とある。

⑤ 襄（公）三十年 襄公三十年經に「晉人・齊人・宋人・衛人・鄭人・曹人・莒人・邾人・滕人・薛人・杞人・小邾人会于澶淵、宋災故」とあり、「伝」に「為宋災故、諸侯之大夫会、以謀歸宋財、冬、十月、叔孫豹会晉趙武・齊公孫蠆・宋向戌・衛北宮佗・鄭罕虎及小邾之大夫、会于澶淵、……書曰、某人・某人会于澶淵、宋災故、尤之也」とある。

⑥ 文（公）十七年 文公十七年經に「諸侯会于扈」とあり、「伝」に「晉侯蒐于黃父、遂復合諸侯于扈、平宋也、公不与会、齊難故也、書曰諸侯、無功也」とある。第一回目の扈の会は、文公十五年に「冬、十一月、晉侯・宋公・衛侯・蔡侯・陳侯・鄭伯・許男・曹伯盟于扈、尋新城之盟、且謀伐齊也、齊人賂晉侯、故克而還、於是有齊難、是以公不会、書曰諸侯盟于扈、無能為故也」とある。

⑦ 「經」 注⑥参照。

⑧ 僖（公）十四年 僖公十四年經に「春、諸侯城緣陵」とあり、「伝」に「春、諸侯城緣陵、而遷杞焉、不書其人、有欠也」とある。杜預注に「洩淵之会、既而無歸、大夫不書、而國別稱人、今此摠曰諸侯、君臣之辭也、不言城杞、杞未遷也」とある。

⑨ 狄泉の譚 僖公二十九年經に「夏、六月、会王人・晉人・宋人・齊人・陳人・蔡人・秦人、盟于翟泉」とあり、「伝」に「夏、公会王子虎・晉狐偃・宋公孫固・齊國歸父・陳轅濤・秦小子憖、盟于翟泉、尋踐土之盟、且謀伐鄭也、卿不書、罪之也、在礼、卿不会公・侯、会伯・子・男可也」とある。杜預注に「魯侯譚盟天子大夫、諸侯大夫又違礼盟公・侯、王子虎違例下盟、故不言公会、又皆稱人也」とある。

⑩ 宣（公）四年 宣公四年經に「春、王正月、公及齊侯平莒及郟、莒人不肯、公伐莒取向」とある。

⑪ 暨 昭公七年經に「春、王正月、暨齊平」とあり、杜預注に「暨与也、燕与齊平也」とある。又「公羊伝」隠公元年に「及者何、与也、会・及・暨、皆与也」とある。

⑫ 史に文質有り 『論語』雍也に「質勝文則野、文勝質史」

義の極たるを著さんとするが故なり。

〔疏〕注經稱——妄也

正義に曰はく、「傳」に「略の爲の故に、華氏を立つるなり」と言ふは、「經」の「以て宋の亂を平らぐ」の言を解するなり。

「宋の亂を平らぐ」とは、賊臣を殺して宋國を定めんと欲するなり。今乃ち貨賂を受けて華氏を立つるは是れ亂を平らぐの狀には非ず、而して「傳」は以て「經」を解するが故に（杜預）注は其の義を申通す。「以て宋の亂を平らぐ」とは、是れ四國の會を爲すの本謀は、其の既に會するに及んで前謀に違背し、徒に宋の督を討たずして乃ち更に華氏を立つるが爲には非ず。宋の亂、實は平らがずして「經」に「宋の亂を平らぐ」と書するは、蓋し魯の君賂ひを受けて華氏を立て、貨を貪り賊を縱にし、惡を爲すことの甚だしきを以てなり。時史其の指斥を惡み、四國會を爲して賊を縱にし財を取ると言ふべからざるが故に、遠く會を爲すの本意を言ふ。稷に會して以て宋の亂を平らげんと欲するを言ふなり。「傳」は、「經」文の實ならざるを以て、其の諱の由る所を解す。諱む所のものは、其の賂を受けて華氏を立つるを諱むが故なり。④「周公・祊の爲の故なり」の文と此とは同じ。故に類を以て相明らかにす。然らば、案ずるに「周公・祊の爲の故なり」の「故」字は下に在りて上に向ひて之を結べば、此も亦應に「爲賂立華氏故也——賂ひして華氏を立つるが爲の故なり」と言ふべきなり。何を以て此の文の「故」字は乃ち「立華氏——華氏を立つ」の上「爲賂——賂ひの爲」の下に在るものなるか。以へらく、「周公・祊の故なり」は、其の約少にして「故」字の下に在るを以て摠べて之を結ぶを得。此は則ち文句長緩にして摠べて之を結ぶべからず。先づ賂ひ爲すことの惡の重きを擧げて、「賂ひの爲の故なり」と云ふ所以なり。然る後に始めて「華氏を立つ」と言ひて備に其の事を詳らかにす。今の定本に「故」字有り。晉・宋の古本を檢するに往往にして「故」字無きものは、妄なり。

襄（公）三十年、「諸侯の卿、澶淵に會し、宋に財を歸らんとするを謀り、既にして歸る無し。書して宋の災の故なりと曰ふは、之を尤むるなり」と。此に「宋の亂を成らぐ」と書するは、賂ひを受くるを譏り四國を尤むるには非ざるを知るは、澶淵の會には卿を貶して「人」を稱す、是れ尤むるの文なり。此は則ち具に君の爵を序して辭に貶責無ければ、尤過の狀に非ず。諱む爲の故を知り、而して其の會の意に本づきて、其の「平」の文に従ふなり。文（公）十七年に、晉、諸侯を扈に會し、以て宋の亂を平らげんと欲し、既にして討たず、賂ひを受けて還る、と。其の事と此とは正に同じくして「經」に「諸侯、扈に會す」と書し、「傳」に「書して諸侯と曰ふは、功無ければなり」と曰ふ。此も亦功無く、「諸侯、稷に會す」と言はずして諸國を歷序するは、扈の會に晉は伯と爲りて諸侯を會し、以て亂を討ち、乃ち賂ひを受けて還る。猶魯（公）十四年の「諸侯、緣陵に城く」が如し。齊の桓（公）、伯と爲り、城きて終はらず。故に貶して「諸侯」を稱す。此は則ち齊・陳・鄭自ら相亂を平らぐ。故に貶文を加へず。公の爲に諱まず、諸侯を貶せざるを知るは、狄泉の諱は唯「公」の文を没するのみにして、其餘は皆な貶するを以てなり。此れ若し必ず諱めば、唯須らく「公」を没すべきのみ。何ぞ須らく諸國を貶せざるべけんや。

宣（公）四年に「公、齊侯と莒と郟とを平らげんとす」と。「成」「平」同義にして彼に「平」を言ひ、此に「成」を言ふは、史官一に非ざれば辭を置くこと同じからざればなり。猶「豎」は

〔注〕 不稱主帥、微者也、弗地曰入

〔經〕 公及戎盟于唐、冬、公至自唐

〔注〕 傳例曰、告于廟也、特相會、故致地也、凡公行、還不書至者、皆不告廟也、隱不書至謙、不敢自同於正君、書勞策勲

〔疏〕 注傳例、策勲

正義に曰はく、『釋例』に曰はく、「凡そ盟に一百五有り。公の行は一百七十六。『至』を書するものは八十二。其の『至』を書せざるものは九十四、皆な廟に告げざるなり。隱公の告げざるは謙なり。餘公の告げざるは禮を慢るなり」と。是れ、告げざれば書せざるの意を言ふなり。隱（公）に「至」を書せざるは謙の爲めと知るは、隱（公）は是れ讓位の賢君なれば、必ず宗廟を慢らざるを以てなり。假使宗廟を情慢すれば止時に或ひは禮を失ふべく、應に終に隱すべからず。身竟に「至」を書せざるは、其の謙を以ての故と知るなり。勞は憚る所に非ざるも勲の紀すべきこと無きは、敢へて自ら正君に同じくして勞を書し勲を策せざるが故に、「至」を告げざるなり。

① 『釋例』 『春秋釈例』公行至例第二十三に見える。

〔傳〕 二年、春、宋督攻孔氏、殺孔父而取其妻、公怒、督懼、遂弑殤公、君子以督爲有無君之心、而後動於惡

〔注〕 雖有君、若無也

〔傳〕 故先書弑其君、會于稷以成宋亂、爲賂故、立華氏也

〔注〕 經稱平宋亂者、蓋以魯君受賂立華氏、貪縱之甚、惡其指斥、故遠言始與齊・陳・鄭爲會之本意也、傳言爲賂故立華氏、明經本書平宋亂、爲公諱、諱在受賂立華氏也、猶壁假許田、爲周公・蒞故、所謂婉而成章、督未死而賜族、督之妄也

〔疏〕 君子、其君

正義に曰はく、諸傳に「君子」を言ふは、或ひは當時の賢者とし、或ひは仲尼を指斥し、或ひは語は丘明の意より出づとし、而して諸を賢者に託して明理を期すのみ。復曲に義例と爲さず。唯、河陽の狩・趙盾の弑・洩治の罪は、危疑の理ありて須らく聖證を取るべし。故に特に「仲尼」を稱して以て之を明らかにす。其餘は皆な諸を「君子」に託す。「君子」とは其の以て上位に居るべきを言ひ、「子」とは下民の徳有るの美稱なり。此（「傳」）に「先づ君を弑すと書す」と言へば、則ち是れ仲尼の新意なり。「仲尼」と言はずして「君子」と言ふは、君子の人意は皆な然るにて、獨り仲尼のみに非ざるを見さんと欲すればなり。督に君を無みするの心有り、而るに先づ君を弑するを書するは、君人は柄を執り臣人は威を畏れ、事毎に命を棄けて行ひ、敢へて妄りに相殺害せず。督乃ち専ら孔父を殺して其の妻を取るは、君を忌むの心有るに非ざれども、全く上を敬ふの心無く、不臣の迹の心に在ること已に久し。公怒るが爲に始めて毒害を興すには非ず。若し先づ孔父を書し、後に君を弑するを書すれば、便ち既に孔父を殺して始めて惡心有るに似たり。今、先づ君を弑するを書し、後に孔父を書するは、其の先づ君を輕んずるの心有るを見し、以て不

杜預注に「略取也、稷晉地、河東聞喜縣西有稷山」とあり。

〔經〕 夏、四月、取郕大鼎于宋、戊申、納于大廟

〔注〕 宋以鼎賂公、大廟周公廟也、始欲平宋之亂、終於受賂、故備之、戊申五月十日

〔疏〕 注宋以 十日

正義に曰はく、『禮記』明堂位に稱す、「魯君、季夏六月、禘禮を以て周公を大廟に祀る」と。文（公）十三年『公羊傳』に曰はく、「周公を大廟と稱す」と。故に「大廟は周公の廟」なるを知るなり。

宋の亂を平らげんと欲するに始まるが故に稷に會し、宋の罪を告てて其の賂を受くるに終はるが故に得失は備に之を書す。始めに「宋の亂を成ぐ」と書し、終はりに「郕の鼎を取る」と書す、是れ其の備に之を書するなり。鄭衆・服虔皆な「宋の亂を成らぐ」を以て、「宋の亂を成就す」と爲す。故に（杜預）此の言（成は平なり）を以て之を正す。

④「長歷」に、此の年「四月庚午は朔」とあれば、其の月に戊申無し。「五月乙亥は朔」とあれば、十日にして戊申を得。是れ日有りて月無きなり。

①『禮記』『禮記』明堂位に「季夏六月、以禘禮、祀周公於大廟」とある。

②『公羊傳』『公羊傳』文公十三年に「周公称大廟、魯公称世室、群公称宮」とある。

③ 鄭衆・服虔 本疏引。

④「長歷」『春秋釈例』經伝長歷第四十五之一に見える。

〔經〕 秋、七月、杞侯來朝

〔注〕 公即位、而來朝

〔經〕 蔡侯・鄭伯會于鄧

〔注〕 潁川召陵縣西南有鄧城

〔疏〕 注潁川 鄧城

正義に曰はく、賈（逵）・服（虔）、鄧を以て國と爲す。言ふところは、蔡・鄭は鄧の國都に會す、と。『釋例』に、此の潁川の鄧城を以て蔡地と爲す。其の鄧國は則ち義陽の鄧縣、是れなり。鄧は是れ小國にして蔡を去ること路遠きを以て、蔡・鄭は宜しく其の都に會すべからず、且つ蔡・鄭、楚を懼れて始めて此の會を爲す。何ぞ當に反つて楚に近き小國を求めて之と援を結ぶべけんや。故に鄧國に非ざると知るなり。

① 賈（逵）・服（虔） 本疏引。

②『釋例』『春秋釈例』土地名第四十四之二の蔡地に「潁川召陵縣西南有鄧城」とあり、鄧地に「桓七年鄧、義陽鄧縣」とある。

〔經〕 九月入杞

故国氏之」「父者字也、礼臣死君字之、以君得字之、知先攻孔父之家」とある。

⑮ 『穀梁』 『穀梁伝』桓公二年に「孔氏、父字、諡也、或曰、其不称名、蓋為祖諱也、孔子故宋也」とある。

⑯ 宋人 文公八年経に「宋人殺其大夫司馬」とあり、「伝」に「司馬握節以死、故書以官」とある。

⑰ 宋人 注⑨参照。

⑱ 齊侯祿父 注⑤参照。

⑲ 宋公茲父 僖公二十三年経に「夏、五月庚寅、宋公茲父卒」とある。

⑳ 婦人 『礼記』内則に「女子門出、必擁蔽其面、夜行以燭、無燭則止」とある。

㉑ 公子比 昭公十三年経に「夏、四月、楚公子比自晋歸于楚、弑其君虔于乾谿」とあり、杜預注に「比歸而靈王死故書弑其君、靈王無道而弑称臣、比非首謀而反書弑、比雖脅立、猶以罪加之」とある。

㉒ 劉君 劉炫『春秋規過』。

〔經〕 滕子來朝

〔注〕 無傳、隱十一年稱侯、今稱子者、蓋時王所黜

〔疏〕 注隱 〱 所黜

正義に曰はく、杞、夷の禮を行へば「傳」に毎に之を發す。此に「傳」を發せずんば、夷の禮を爲すに非ず。是れより以下、滕常に「子」を稱す。故に疑ふらくは、時王の黜くる所と爲るは、

時に於いて周の桓王なり。東周は則ち微弱なりと雖も、猶天下の宗主爲り。尚、邾に命じて諸侯と爲すことを得れば、明らかに能く滕を黜けて子爵と爲すなり。

① 杞 僖公二十三年経に「冬、十有一月、杞子卒」とあり、

「伝」に「十一月、杞成公卒、書曰子、杞夷也」とある。又、僖公二十七年経に「春、杞子來朝」とあり、「伝」に「春、杞桓公來朝、用夷礼、故曰子」とある。

② 邾 莊公二十六年経に「邾子克卒」とあり、杜預注に「称子者、蓋齊桓請王命以為諸侯也、再同盟也」とある。

〔經〕 三月、公會齊侯・陳侯・鄭伯于稷、以成宋亂

〔注〕 成平也、宋有弑君之亂、故爲會、欲以平之、稷宋地

〔疏〕 注成平 〱 宋地

正義に曰はく、「成は平なり」とは、「釋詁」の文なり。宣（公）十五年傳の「晉侯、兵を稷に治む」とは、兵を治めて以て秦を禦がんと欲すれば、明らかに其れ晉の竟を出です。故に（杜預注）「稷」を以て河東の稷山と爲す。此は、宋を平らがんと欲するが故に「稷」を以て宋地と爲す。

① 「釋詁」 『爾雅』釈詁下に「功・績・質・登・平・明・考・就、成也」とある。

② 宣（公）十五年傳 宣公十五年伝に「秋、七月、秦桓公代晋、次于輔氏、壬午、晋侯治兵于稷、以略狄土」とあり、

夫を殺す」の「傳」に以爲へらく、罪無ければ名を書せず、と。今、孔父の死は「傳」に善事無し。故に杜氏の意は「父」を以て名と爲す。言ふところは、齊侯祿父・宋公茲父の等の若きの「父」は既に是れ名なれば、「孔」は則ち氏爲り。猶仇牧・荀息の殺さるるに皆な名氏を書するがごとし。蓋し孔父の先世は「孔」を以て氏と爲すが故に（本年）「傳」に「督、孔氏を攻む」と云ふなり。²⁰

婦人の出の禮は、必ず其の面を擁蔽す。孔父の妻、行くに人をして其の色の美なるを見せしむ。是れ其の閨門を治むること能はず。殤公の攻戦を好むに及んでは、孔父は須らく伏死して争ふべし。乃ち君の非に従ふ。是れ怨を百姓に取り、事は孔父に由り、遂に禍は其の君に及ぶ。公子比の刳立に君を弑するの罪を加ふるに似たり。杜君、其の惡を積累するが故に名を書するを以て之を責むとす。²¹劉君、此の旨に達せずして、妄りに『規過』を爲すは非なり。

- ① 王札子 宣公十五年経に「王札子殺召伯・毛伯」とある。
- ② 仇牧 莊公十二年経に「秋、八月甲午、宋万弑其君捷、及其大夫仇牧」とある。
- ③ 荀息 僖公十年経に「晋里克弑其君卓、及其大夫荀息」とある。
- ④ 宣（公）四年傳例 宣公四年伝に「凡弑君、称君君無道也、称臣臣之罪也」とある。
- ⑤ 齊侯祿父 桓公十四年経に「冬、十有二月丁巳、齊侯祿父卒」とある。
- ⑥ 蔡侯考父 隱公八年経に「夏、六月己亥、蔡侯考父卒」

とあり、杜預注に「無伝、襄六年伝曰、杞桓公卒、始赴以名、同盟故也、諸侯同盟称名者、非唯見在位二君也、嘗与其父同盟、則亦以名赴其子、亦所以繼好也、蔡未与隱盟、蓋春秋前与惠公盟、故赴以名也」とある。

- ⑦ 季孫行父 文公六年経に「夏、季孫行父如陳、秋、季孫行父如晋」と初見する。

- ⑧ 衛孫林父 成公七年経に「衛孫林父出奔晋」と初見する。
- ⑨ 文（公）七年 文公七年経に「宋人殺其大夫」とあり、「伝」に「書曰宋人殺其大夫、不称名、衆也、且言非其罪也」とある。

- ⑩ 『釋例』 『春秋釋例』書弑例第十五に見える。

- ⑪ 仇牧 注②参照。「伝」に「秋、宋万弑閔公于蒙沢、遇仇牧于門、批而殺之、遇大宰督于東宮之西、又殺之」とある。

- ⑫ 晋の荀息 僖公九年伝に「及里克殺殺奚齊、先告荀息曰、三怨將作、秦晋輔之、子將何如、荀息曰、將死之、里克曰、無益也、荀叔曰、吾与先君言矣、不可以貳、能欲復言、而愛身矣、且人之欲善、誰不如我、我欲無貳、而能謂人已乎」とあり、注③の杜預注に「弑卓在前年、而以今春書者、從赴也、獻公既葬、卓已免喪、故称君也、荀息称名者、雖欲復言、本無遠謀、從君於昏也」とある。

- ⑬ 三有り 本年の孔父、及び注②の仇牧、注③の荀息を指す。

- ⑭ 『公羊』 『公羊伝』桓公二年に「弑君多矣、舍此無累者乎、曰有、仇牧・荀息皆累也、舍仇牧・荀息無累者乎、曰有、有則此何以書、賢也、何賢乎孔父、孔父可謂義形於色矣」とあり、何休解詁に「賢者不名、故孔父称字、督未命之大夫、

〔經〕二年、春、王正月戊申、宋督弑其君與夷、及其大夫孔父

〔注〕稱督以弑、罪在督也、孔父稱名者、内不能治其閭門、外取怨於民、身死而禍及其君

〔疏〕宋督 一 孔父

正義に曰はく、凡そ「其」を言ふは、是れ其の身の有する所、君は是れ臣の君たるが故に臣、君を弑すれば則ち「其の君を弑す」と云ひ、臣は是れ君の臣たるが故に君、臣を殺せば則ち「其の大夫を殺す」と云ふ。子も亦君の子たるが故に「其の世子を殺す」と云ふ。「國」を稱し「人」を稱し、「殺」を以てするも亦「其」を言ふは、人と國とは並びに國を擧ぐるの辭にして、君と大夫とは皆な是れ國人の有する所なるが故に亦「其」を言ふなり。兩臣相殺し、死者は殺者の有する所に非ざるが若きは、則ち兩つながら名氏を書して「其」を言ふを得ず。則ち王札子、召伯・毛伯を殺す、是れなり。與夷は是れ督の君なれば、「其の君を弑す」と言ふは則ち可なり。孔父は督の大夫に非ずして「其の大夫に及ぶ」と言ふは、君と俱に死し、君に據りて文を爲せばなり。「宋の督、其の君を弑す」と言ふは、督に據りて文を爲し、而して「其の君を弑す」を上にする。「其の大夫孔父に及ぶ」と言ふは、君に據りて文を爲し、而して「其の大夫に及ぶ」を下にする。與夷の大夫に及ぶを言ふにて、督の大夫に非ざるなり。仇牧・荀息の「其」の意も亦同じ。

〔疏〕注稱督 一 其君

正義に曰はく、宣（公）四年傳例に曰はく、「君を弑するに、君を稱するは君無道なり。臣を稱するは臣の罪なり」と。故に

「督を稱して弑を以てするは、罪は督に在り」と知るなり。諸々「父」を言ふは、或ひは是れ字なりと雖も、而れども春秋の世に齊侯祿父・蔡侯考父・李孫行父・衛の孫林父有りて、乃ち皆な是れ名なり。故に杜（預）は「孔父」を以て名と爲すなり。文（公）七年「宋人其の大夫を殺す」の「傳」に曰はく、「名を稱せざるは、衆ければなり。且つ其の罪に非ざるを言ふなり」と。名いはざる者は皆な罪有ると知るなり。杜（預）既に孔父を以て名と爲し、因りて罪を爲すの狀を論ず。「内は、其の閭門を治めること能はず」とは、妻をして路に行かしめ、華督をして之を見せしむるなり。「外は、怨を民に取る」とは、君をして數々攻戰せしめ、而して國人之を恨むなり。身死して禍其の君に及ぶが故に名を稱して以て孔父を罪するなり。『釋例』に曰はく、「『經』に『宋の督、其の君與夷を弑し、其の大夫孔父に及ぶ』と書す。仲尼・丘明は唯先後を以て義を見すのみにて、孔父を善するの文無し。孔父、國政を爲せば則ち怨を民に取り、其の家を治めば則ち閭闔の教無し。身先づ殺され、禍遂に君に及べば、既に善する所無し。仇牧、警せずして賊に遇ひ、又死するは忠義無し。晉の荀息、言を復まんと欲するを期すも本大節無し。先儒の皆な隨ひて善例に加ふるは、又安からずと爲す。『經』に、臣、君の弑を蒙るを書する者三有り。直ちに是れ弑死相及び、實に即きて文を爲す。仲尼、督を以て君を無するの心有りと爲し、改めて一事を書するのみ。他の例無きなり」と。是れ孔父の行は善すべきこと無きを以て、名を書して之を罪するなり。案ずるに、『公羊』・『穀梁』・先儒皆な以へらく、孔父を善して字を書す、と。然らざると知るは、案ずるに、「宋人、其の大夫司馬を殺す」の「傳」に稱す、「節を握り以て死す。故に其の官を書す」と。又「宋人、其の大

夫として齊を成らしむるなり。『經』に書せざるは、蓋し史の闕文ならん」と。然らば則ち「經」に書せざる所、自づから闕文の類有り。(杜預)注に既に此の事を疑ひて、「闕文」と云はずして「謬語」と云ふは、師出でて征伐すれば貴賤皆な「經」に書し、「經」に書せざる所は必ず文闕ければなり。若し使事重ければ、使人は賤しと雖もまた書す。「鄭人、來り渝へて平らぐ」「齊人、讎と闐とを歸す」、是れなり。今、拜盟の事軽く、若し其の使(者)賤しければ、則ち例として(「經」には)合に書すべからざるを以ての故に杜(預)云ふ、「若し使を遣りて來れば、『傳』當に『鄭人』と云ふべし。疑ふらくは『傳』の謬誤ならん」と。實に是れ鄭伯に非ず、公に見えざるが爲に書せずと知るは、魯・鄭相親ら田を易へ好を結び、鄭伯既に盟を拜して來れば、魯君は容に見えざるべきこと無きを以ての故に、實に是れ鄭伯に非ず、止是れ鄭人なるのみを知るなり。

① 六年傳 桓公六年伝に「於是諸侯之大夫成齊、齊人饋之

餼、使魯為其班、後鄭」とあり、杜預注に「班次也、魯親班

齊饋、則亦大夫成齊矣、經不書、蓋史欠文」とある。

② 鄭人 隱公六年経に「鄭人來渝平」とある。

③ 齊人 哀公八年経に「齊人婦讎及闐」とある。

〔傳〕 宋華父督見孔父之妻于路

〔注〕 華父督、宋戴公孫也、孔父嘉、孔子六世祖

〔疏〕 注華父一世祖

正義に曰はく、案ずるに、『世本』①に云ふ、「華父督は宋の戴公の孫、好父説の子なり。孔父嘉は木金父を生み、木金父は祁父を生む。其の子は魯に奔りて防叔と爲り、防叔は伯夏を生み、伯夏は叔梁紇を生み、叔梁紇は仲尼を生む」と。是れ孔父嘉は孔子の六世祖爲り。

① 『世本』 本疏引。『詩』商頌・那の疏に「世本云、宋

湣公生弗甫何、弗甫何生宋父、宋父生正考甫、正考甫生孔父嘉、為宋司馬、華督殺之而絶其世、其子木金父降為士、木金父生祁父、祁父生防叔、為華氏所偪、奔魯為防大夫、故曰防叔、防叔生伯夏、伯夏生叔梁紇、叔梁紇生仲尼」とある。

〔傳〕 目逆而送之、曰、美而黠

〔注〕 色美曰黠

〔疏〕 目逆一而黠

正義に曰はく、未だ至らざれば則ち目にて逆へ、既に過ぐれば則ち目にて送る。俱に是れ目にてするなり。故に「目」を以て之に冠す。美とは其の形貌の美なるを言ひ、黠とは其の顔色の好なるを言ふ。故に(「傳」の)「曰はく、美にして黠なり」とは、二事の辭爲り。(杜預注の)「色美なるを黠と曰ふ」は、『詩』毛傳の文なり。

① 『詩』毛傳 『詩』小雅・節南山之什・十月之交「艶妻煽方処」の「毛伝」に「色美曰艶」とある。

〔注〕渝變也

〔疏〕注渝變也

正義に曰はく、「釋言」の文なり。「傳」に其の盟辭を載すは、田を易ふるは惡事にして、誓ひて變改せざるを以て、其の終に悔心無きを見し、深く魯を惡む所以なり。此の時に許の田は已に鄭に入り、而して『詩』に僖公を頌して「常と許とに居り、周公の字を復す」と云へば、蓋し僖公の時に復之を得るならん。齊人、讜と闇とを取り、其の歸すに及んでや「經」に復之を書す。此（本年）れより以後鄭人來りて許の田を歸すと書せざるは、此れ「經」に「假」と書すればなり。言ふところは、暫く以て借るの鄭の地（許の田）は仍舊の物にして、鄭人之を歸すと書するを得ざるが若し。

① 「釋言」 『爾雅』釈言に「渝、變也」とある。

② 「詩」 『毛詩』魯頌・閟宮に「天錫公純嘏、眉壽保魯、居常与許、復周公之宇」とある。

③ 齊人 哀公八年經に「夏、齊人取謹及闡、……………齊人婦謹及闡」とある。

〔傳〕秋、大水、凡平原出水爲大水

〔注〕廣平曰原

〔疏〕凡平原（大水）

正義に曰はく、「洪範」に云ふ、「水を潤下と曰ふ」と。言ふ

ところは、雨は上よりして下り、土を浸潤す。下地を敝鄣すれば、水潦をして停めしむるべきなり。平原は高地なれば、則ち宜しく有るべからざるなり。凡そ平原水を出だせば則ち大水と爲る。「平原水を出だす」とは、水の土に入らずして地上に出づるを言ふにて、湧泉の出づるに非ざるなり。

〔疏〕注廣平曰原

正義に曰はく、「釋地」の文なり。李巡曰はく、「土地の寛博にして平正なるを謂ひ、之を名づけて原と曰ふ」と。

① 「洪範」 『尚書』周書・洪範に「一五行、一曰水、二曰火、三曰木、四曰金、五曰土、水曰潤下、火曰炎上、木曰曲直、金曰從革、土爰稼穡、潤下作鹹、炎上作苦、曲直作酸、從革作辛、稼穡作甘」とある。

② 「釋地」 『爾雅』釈地に「下淫曰隰、大野曰平、廣平曰原、高原曰陸、大陸曰阜、大阜曰陵、大陵曰阿」とある。

③ 李巡 本疏引。

〔傳〕冬、鄭伯拜盟

〔注〕鄭伯若自來、則經不書、若遣使、則當言鄭人、不得稱鄭伯、疑謬誤

〔疏〕注鄭伯（謬誤）

正義に曰はく、六年傳に云ふ、「魯をして其の班を爲さしむ。鄭を後にす」と。注に云ふ、「魯親ら齊の餼を班てば、則ち亦大

〔疏〕注公以「所隱

正義に曰はく、會禮を垂に成し、既に許の田を易へ、然る後に盟ひて以て之と結ぶ。故に先づ會し、次に田を假り、然る後に盟を書するなり。(杜預注に)「之を迎へて禮を垂に成す」と言ふ「垂」は、是れ衛地なり。沈(文阿)以爲へらく、「公、鄭伯を垂に迎ふるは、時史の隱諱する所のものなるを知るなり。『傳』に『書曰——書して曰はく』と言はざれば、仲尼の本意に非ざるを知るなり」と。

① 沈(文阿) 『春秋左氏伝義略』本疏引。

〔經〕秋、大水

〔注〕書災也、傳例曰、凡平原出水爲大水

〔經〕冬、十月

〔傳〕元年、春、公即位、修好于鄭、鄭人復祀周公、卒易祊田

〔注〕事在隱八年

〔傳〕公許之、三月、鄭伯以璧假許田、爲周公・祊故也

〔注〕魯不宜聽鄭祀周公、又不宜易取祊田、犯二不宜以動、故隱其實、不言祊、稱璧假、言若進璧以假田、非久易也

〔疏〕注魯不「易也

正義に曰はく、祊は許よりも薄ければ、之に加ふるに璧を以て許の田を易へ取るにて、之を假借するには非ざるなり。今、「經」に乃ち「璧假」を以て文を爲す。故に「傳」は「爲周公・祊故——周公と祊との爲の故なり」と言ひて「經」の「璧假」の言を解するなり。(杜預)注は又「傳」の意を解す。周公は鄭の祖に非ざれば、魯は宜しく鄭の周公を祀るを聽くべからず。天子、魯に賜ふに許の田を以てす。義は當に之を後世に傳ふべく、宜しく祊の田を易へ取るべからず。此の一事に於いて二つの不宜を犯して以て動く。故に史官、其の實を諱みて祊を以て許を易ふと言はず、乃ち璧を以て田を假ると稱す。言ふところは、璧を魯に進め、以て權に許の田を借るにて、久しく易ふるに非ざるが若きなり。國惡を諱む所以なり。「祊を以て假る」と言はずして、「璧を以て假る」と言ふは、此の璧實に魯に入ればなり。但、諸侯相交々圭璧を執りて信命を致すの理有り。今、「璧を以て假る」と言ふは、璧を進めて以て辭を致すが若く然るに似たり。故に璧は猶言ふべく、祊は則ち言ふべからず。何となれば、則ち祊・許は俱に地なれば、地を以て地を借れば易ふるの理は已に章らかにして、復隱諱の爲の故を得るに非ざればなり。

〔傳〕夏、四月丁未、公及鄭伯盟于越、結祊成也

〔注〕結成、易二田之事也、傳以經不書祊、故獨見祊

〔傳〕盟曰、渝盟無享國

〔經〕元年、春、王正月、公即位

〔注〕嗣子位於初喪、而改元必須踰年者、繼父之業、成父之志、不忍有變於中年也、諸侯每歲首、必有禮於廟、諸遭喪繼位者、因此而改元正位、百官以序、故國史亦書即位之事於策、桓公篡立而用常禮、欲自同於遭喪繼位者、釋例論之備矣

〔疏〕注嗣子一備矣

正義に曰はく、「顧命」に曰はく、「乙亥、成王崩す。齊侯呂伋をして、二千戈を以て子釗を南門の外に逆へ、延きて翼室に入れ、恤宅の宗たらしむ」と。孔安國云ふ、「明室、路寢なり。之を延きて憂に居らしめ、天下の宗主爲らしむ」と。天子初めて崩じて、嗣子位を定むれば、則ち諸侯も亦當に然るべきなり。『釋例』に曰はく、「『尚書』顧命は、天子殯に在るの遺制なり。此れを推すも亦以て諸侯の禮に準ずるに足るなり」と。是れ嗣子の位は初喪に定まるを知る。孝子は生に緣りて以て死に事へ、歳の首日に必ず朝して祖廟に事へ、因りて即ち元を改む。『釋例』に曰はく、「襄（公）二十九年經に『春、王の正月、公、楚に在り』と書し、『傳』に『正に廟に朝せざるを釋くなり』と曰ふ」と。然らば則ち諸侯歳の首毎に必ず廟に禮すること有り。今、喪に遭ひて繼立する者は、新年の正月毎に亦元を改め、位を正し、百官以て序す。故に國史因りて即位を策に書して、以て之を表す。此れ新君の常禮なり。桓（公）の隱（公）に於けるは、本より君臣の義無し。計るに、隱公の死して桓公即けは、合に元を改め、踰年を假らずして方に即位を行ふべし。猶晉の厲（公）弑せられ、悼公即位して元を改むが如し。今、桓（公）實に篡立して罪を寫

氏に歸すと雖ども、賊と謀らずと詐言して常禮を用ふ。自ら喪に遭ひて位を繼ぐ者に同じくするも亦實に既に位に即くなり。國史、實に依りて之を書す。仲尼因りて改めざるは、反つて公の篡立するを明らかにし、自ら常に同じくするも亦桓（公）の篡を見すに足るなり。

① 『尚書』顧命 『尚書』顧命に「越翼日乙丑、王崩、太

保命仲桓・南宮毛、俾爰齊侯呂伋、以二千戈・虎賁百人、逆

子釗於南門之外、延入翼室、恤宅宗」とあり、孔安國伝に

「明室路寢、延之使居憂、為天下宗主」とある。

② 孔安國 注①参照。

③ 『釋例』 『春秋釋例』公即位例第一に見える。

④ 『釋例』 『春秋釋例』公即位例第一に見える。

⑤ 襄（公）二十九年 襄公二十九年經に「春、王正月、公

在楚」とあり、「伝」に「公在楚、絜不朝正于廟也」とある。

⑥ 晉の厲（公） 成公十八年伝に「春、王正月庚申、晉欒

書、仲行偃使程滑弑厲公、……二月乙酉朔、晉悼公即位于朝、

始命百官、施舍已責、……」とある。

〔經〕三月、公會鄭伯于垂、鄭伯以璧假許田、夏、四月丁未、公及

鄭伯盟于越

〔注〕

公以篡立而脩好於鄭、鄭因而迎之、成禮于垂、終易二田、然後結盟、垂大丘、衛地也、越近垂地名、鄭求祀周公、魯聽受祊田、令鄭廢泰山之祀、知其非禮、故以璧假爲文、時之所隱

春秋正義訳註 (七)

(国語) 枅 本 紘 二

The Japanese Translation and Annotation of
Chung-qui Zheng-yi (春秋正義) Part 7

Hiroji MASUMOTO

This paper is part 7 of the Japanese translation and annotation of *Chung-qui Zheng-yi* (春秋正義). Part 7 contains the first and the 2nd year of duke Huan (桓公).

桓公

〔疏〕正義に曰はく、「魯世家」にては、桓公の名は允、惠公の子にして隱公の弟、仲子の生みし所なり。桓王の九年に即位し、^①莊王の三年に薨ず、と。『世本』^②に「桓公の名は軌」とあり、『世族譜』も亦「軌」と爲す。『諡法』^④に「土を辟き遠きを服するを桓と曰ふ」とあり。諡法は一に非ず。略して一を擧ぐるのみ。亦本何の行を以て此の諡を爲すかを知らざるなり。他皆な此れに放へ。是の歳、歳(星)は玄枵に在り。

① 「魯世家」 『史記』魯周公世家。

② 「世本」 本疏引。

③ 「世族譜」 『春秋釈例』世族譜第四十五之上に「桓公、惠公太子軌、即位十八年」とある。

④ 「諡法」 『逸周書』諡法解に「辟土服遠曰桓(孔兆注—兼人故啓也)」とある。尚、梁の陰賀撰『諡法』(漢魏遺書鈔所収)に「克敵服遠曰桓」とあり、張守節の『史記正義』諡法解に「辟土服遠曰桓(注—以武正定)」「克敬動民曰桓(注—敬以使之)」「辟土兼國曰桓(注—兼人故啓土)」とある。

昭和57年度(1月～12月)本校教官による他誌発表論文

著 者 名	論 文 題 目	発表誌名または発表場所
岩根 三邦	『倫理く指導と研究』 第1章人間の自覚	式部久(広大総合科学部)等と共著 第一学習社, 昭和57年3月発行
岩根 三邦	『倫理と社会』 第2章第1節アリストテレス 第4章第2節悲劇と運命	河野真(広大文)等と共著 学術図書出版社, 昭和57年4月発行
岩根 三邦	ギリシア人と自由	広島倫理思想史学会秋期大会(広島)
兼本 富夫	家族と法	甲斐祥郎編 法の概要 法律文化社
兼本 富夫	犯罪と法	甲斐祥郎編 法の概要 法律文化社
平岡 耕一(広島大) 笠松 義隆 小島 健一(〃) 檜原 忠幹(〃) 上垣内孝彦(〃)	Eu カルコゲナイドのNMRの 圧力変化	第37回日本物理学会年会講演予稿集 (1982年9月30日～10月3日 於北海道大学)
堀 武夫	生活文化としてのスポーツ 現代生活と体育	保健体育教本(p.10～p.17・p.182～p.186) 1982年4月発行 (株)学術図書出版社
堀 武夫	織田幹雄記念国際陸上競技大会 ほか5項目(上巻), 広島スポ ーツ100年ほか7項目(下巻)	広島県大百科事典(上・下巻) 1982年10月25日第1刷発行 中国新聞社
高木 健作 西本 進 金井 一 松原 義秋 宅明 紘一 山根 光夫 加藤 勇 中塩 寛治	総合実習を実施して	高専教育 第6号(1983・2)
寺内 喜男(広大工) 灘野 宏正	On the Surface Temperature Rise at the Four-Ball Tests	Bulletin of the JSME, Vol. 25, No.205, (1982), p. 1143-1148.
寺内 喜男(広大工) 灘野 宏正	Effect of Tooth Profile mod- ification on the Scoring Re- sistance of Spur Gears	Wear, Vol. 80, No. 1(1982), p. 27-41.

著 者 名	論 文 題 目	発表誌名または発表場所
寺内 喜男 (広大工) 灘野 宏正 野原 稔	On the Effect of the Tooth Profile Modification on the Dynamic Load and the Sound Level of the Spur Gears	Bulletin of the JSME, Vol. 25, No.207, (1982), p. 1474-1481.
寺内 喜男 (広大工) 灘野 宏正 野原 稔	平歯車の動荷重や騒音に及ぼす歯形修整の影響について	日本機械学会論文集, 48巻, 425号 (昭 57-1), 106~114.
寺内 喜男 (広大工) 灘野 宏正 中本 幸義 (オカネツ工業)	鉛快削鋼歯車の負荷能力に関する研究	日本機械学会論文集, 48巻, 435号 (昭 57-11), 1797~1805.
灘野 宏正 寺内 喜男 (広大工)	平歯車のスコ어링に対する安全設計	日本設計製図学会中国支部講演論文集, No.2 (57年1月, 呉), 33~38.
京免 進 近江 宗一 (阪大) 碓井 建夫 (阪大)	Numerical Analysis of a Periodically Varying Flow in a Circular Tube Containing a Slightly Compressible Fluid.	Bulletin of the JSME, Vol.25, No. 206, (1982), 1266~1272.
河野 正来 桑原 改造 (広大工)	摩擦摩耗に及ぼす摩耗粉除去の効果	潤滑 (27巻 7号)
河野 正来 桑原 改造 (広大工)	Friction and Wear Characteristics of Aluminum Oxide Coatings Sputtered on Various Metals	Proceedings of the Seventh International Conference on Vacuum Metallurgy, p. 216-223. (57年, 東京)
寺内 喜男 (広大工) 灘野 宏正 河野 正来	移動熱源による温度上昇について (第1報, 三次元熱流による温度計算)	日本機械学会講演論文集, No. 820-16 (57年, 吹田)
土肥 義久 (広大工) 片宗 正彦 () 今井 猛 () 中前栄八郎 () 野村 利英	有限要素法を用いた電界解析における誤差の検討	電気学会全国大会講演論文集 (57年4月, 東京)
E. Nakamae (広大工) K. Harada () Y. Dohi () T. Nomura H. Yamashita M. S. A. A. Hamman } (クラークソン工科大)	An estimation of electromagnetic forces by using three-dimensional finite element method with the second-order tetrahedral elements	Journal of APPLIED PHYSICS Vol. 53 (11)

著 者 名	論 文 題 目	発表誌名または発表場所
吉野 信行 太田 光雄(広大工) 廣光清次郎	マイコン利用による非定常騒音・振動の実用的・一統計処理方法	日本騒音制御工学会講演論文集 (57 年, 東京)
太田 光雄(広大工) 岩重 博文(〃) 吉野 信行	測定時定数および各種吸音率が室内の音圧変動分布におよぼす効果	日本音響学会秋季講演論文集 (57 年, 長岡)
山崎 勉	負グロー内での高エネルギー電子の緩和	日本物理学会・春の分科会講演予稿集 (57 年, 横浜) 2 p - E - 13
河東田祐一(長岡技科大) 山崎 勉 入沢 寿免(長岡技科大) 高野 三郎(〃) 今津 信吾(〃)	$E \times B$ 場における荷電粒子の衝突周波数	日本物理学会・春の分科会講演予稿集 (57 年, 横浜) 2 a - E - 1
山崎 勉 藤井 雅治(愛媛大工) 野田 省三(広大工) 三浦 幸助(〃) 今津 信吾(長岡技科大)	低電流放電中に発生する電離波動の二次元運動論的解析	電気学会論文誌 A Vol. 102, No. 4.
石井 義明	透水試験における二, 三の問題点について	土木学会中国四国支部学術講演会概要集 (57 年, 鳥取)
丸上 晴朗	三次元弾性論による板の曲げ理論の検討	第34回土木学会中国四国支部学術講演会講演概要集
西谷 庸雄	アンボンド PC 梁のせん断耐力	土木学会中国四国支部学術講演会概要集 第34回 (57 年, 鳥取)
小堀 慈久 網干 寿夫(広大工)	MSS データによる山腹斜面状況の解析	日本国土海洋総合学術診断委員会 昭和56年度技術報告集(国土関係) 第 2 巻, 1982
小堀 慈久 網干 寿夫(広大工)	斜面災害分析における MSS データと写真データの比較	第34回土木学会中国四国支部学術講演会一般講演概要集 (鳥取)
小堀 慈久 網干 寿夫(広大工)	斜面災害における危険地域の予測について	第37回土木学会全国大会年次学術講演会講演概要集, 第Ⅲ部 (名古屋)
小堀 慈久 網干 寿夫(広大工)	試験斜面地域の土質状況と R/S データについて	第 3 回マサ土研究会(文部省科研計画研究班) (大阪)

著 者 名	論 文 題 目	発表誌名または発表場所
見澤 繁光(愛大工) 中野 修治	フランジ部が引張りを受けるT形断面に関する実験的研究	愛媛大学工学部紀要 10巻1号
中野 修治 重松 恒美(徳山高専)	二方向曲げを受ける直交T形断面に関する実験的研究	土木学会第37回年次学術講演会講演概要集 第5部 (57年, 名古屋)
松浦 誠(広大工) 西村 光正	マサ地盤の許容地耐力について (その14. 平板載荷試験と拘束圧縮試験の圧縮性状)	日本建築学会中国支部研究報告集 第9巻2号 (昭和57年3月)
松浦 誠(広大工) 西村 光正	マサ地盤の圧縮性に関する研究 第1報 小載荷板による載荷試験	日本建築学会論文報告集 第318号 (昭和57年8月)
松浦 誠(広大工) 西村 光正	マサ地盤の圧縮性に関する研究 第2報 圧密試験機を用いた拘束圧縮試験	日本建築学会論文報告集 第320号 (昭和57年10月)
松浦 誠(広大工) 芳賀 保夫(米子高専) 尾崎 和夫(広島県) 宗安 道泰(中国地建) 西村 光正	杭基礎設計の諸問題 — 計算例集 —	日本建築学会中国支部基礎地盤委員会編 (昭和57年3月)
藤井 健 緒方信一郎	Coupled Room の音響特性について<平衡状態における平均エネルギー密度>	日本建築学会大会学術講演梗概集 (57年, 仙台)
角舎 輝典 溝口 久(豊橋技科大) 本間 宏()	上下に開口のある壁内中空層の 気流および熱流の実験的研究 (その2)	日本建築学会東海支部研究報告集第20号

編 集 委 員

奥	本	宏	三
田	邊	達	雄
左	古	悦	雄
河	野	正	来
竹	村	和	夫
西	村	光	正

呉工業高等専門学校
研 究 報 告

第19巻 第1号 (1983)
(通巻 第32号)

昭和58年8月印刷
昭和58年8月発行

編集者
発行者

呉工業高等専門学校

〒737 呉市阿賀南2丁目2-11
電話 呉(0823) 71-9121

印刷所

たくみ印刷株式会社

〒733 広島市西区井口明神
2丁目1-21
電話 (082) 278-2111

MEMOIRS OF THE KURE TECHNICAL COLLEGE

Vol. 19, No. 1 (Consecutive No. 32)
August, 58th Year of Showa (1983)

1. Studies on the Easement Curve of the Uniform Velocity Cam by the Evolute of the Cam Profile (2nd Report)	Hironori ITOSHIMA	1
2. Studies on the Connective 5-Involute Curves Cam (1st Report)	Hironori ITOSHIMA	13
3. Spring Back of Superplastic Zn-Al Alloy	Takaaki OSHITA	31
4. Experimental Study of Eddy Viscosity Distribution in Pulsating Pipe Flow	Susumu KYOMEN Manabu IGUCHI Munekazu OHMI Tateo USUI	39
5. The Temperature Distribution in Spur Gears based on Finite Element Temperature Analysis	Minoru NOHARA	49
6. Studies of Change of Colors by Wave Shapes of Electric Sources	Kazuhiko HARADA	57
7. Effect of Grounding Impedance on Detection Characteristics of Contact Fault between Different Phase Conductors Containing Ground Fault	Koso OKUMOTO	69
8. Experimental Study on the Hollow-Cathode Discharge II	Tsutomu YAMAZAKI	75
9. On the Dynamic Properties of Reinforced Mortar Beams	Kiyohiko KURŌ	83
10. Analysis of Plates with Their own Weights by the Theory of Three Dimensional Elasticity	Seirō MARUGAMI	91
11. Study on Statistical Classification Method by MSS Data Analysis	Shigehisa KOBORI Hisao ABOSHI	105
12. The Effectiveness of Three Dimensional Analysis for Determining the Natural Frequencies of the Rectangular Room	Terunori KADOYA	121
13. The Japanese Translation and Annoation of <i>Chung-qiū Zheng-yi</i> (春秋正義) Part 7	Hiroji MASUMOTO	178
List of Papers Published or Read outside This College by Its Teaching Staff in 1982.		179