

呉工業高等専門学校

研 究 報 告

第16巻 第1号(通巻第26号)

昭和55年7月(1980)

目 次

1. 英文聴解における Short Term Memory 覚書	熊 川 良 治	1
2. 日英語の対照研究 一動詞・目的語の連語構造一	山 本 勇 三	5
3. マイクロコンピュータを利用して透視図をえがく 一可変透視図とベクトル方式一	小 池 政 夫	11
4. 円弧インボリュート接合カムの研究(第1報) 一往復従動節一	糸 島 寛 典	19
5. 円弧楕円接合カムの研究(第一報) 一往復従動節一	糸 島 寛 典	31
6. 平歯車の歯面温度上昇におよぼす転位係数の影響	野 原 稔 灘 野 宏 正	45
7. 矩形波電源によるけい光ランプの特性	原 田 一 彦	53
8. リヒテンベルグ図の基礎的特性(1)	若 宮 正 明	59
9. 電子エネルギー分布関数(計算1)	山 崎 勉	65
10. 梁の曲げ応力波に関する振動形解析法について	久 良 喜代彦	77
11. 土中に埋設された構造物に関する二つの研究動向 (在英の報告)	石 井 義 明	91
昭和54年度本校教官による他誌発表論文一覧表		99

英文聴解における Short Term Memory 覚書

(英 語) 熊 川 良 治

A Tentative Study on Short Term Memory

Ryoji KUMAGAWA

This is an investigation carried out during classwork to determine in terms of the number of words that a student can retain in his memory while engaged in listening comprehension activities. Eight sentences varying in length from five to fourteen words were presented orally at normal speed to 34 architectural first year students, who were requested to translate into Japanese the first four, and to take down in English the remainders. It has been tentatively inferred from the results of their performance that the short term memory span of the students range from five to a maximum of about seven words. Students were found to have difficulty in retaining parts of sentences that were beyond this span.

1 研究意図

本校では、英語を聞いて理解する能力の育成をねらいとして、第一学年および第二学年の学生全員に LL の授業を行なっている。その方法は、ビデオ録画した NHK の Watch and Listen をいっせいで視聴させた後、番組中のトピックスなどの、まとまりのある部分をブースコーダーに録音させ、dictation や question-answering などの学習活動を課して、反復聴取させるのである。このような形態の学習の長所は、各自が、納得のいかないところはいくらでも反復聴取することができ、自己の能力に応じて学習を進めることができることである。反面、とくに dictation の場合など、こま切れに、一語一語を逐語的に聞くという、好ましくない現象も見られる。文単位に聞き取ることは無理であるとしても、せめて、意味上もしくは構造的にまとまりのある語群を単位に聞き取り、それを記憶して、書き取るようでありたい。実状は、意味などにはおかまいなく、ただ機械的に音を文字に直すだけの作業に堕している場合がしばしばある。その結果、きわめて初歩的な誤りを犯しても、不思議に思わず、気づくこともないのである。

このような欠点の解消をはかるには、LLにおける上述の dictation そのものの実施方法を改善工夫する必要がある。その方向として、一つの示唆を与えるものは、いわゆる伝統的な dictation の実施方法で、教師がまず英文を通して音読し、ついで学習者が書き取れるようにゆっくりと sense group ごとに区切って読み、最後に確認のためにもう一度通して音読する方法である。ここで問題としたいのは、中間の段階で、区切り読みをする場合、どれ位の語数に区切れれば、学生が一つの unit としてこれを聞き取り、記憶に保持できるかということである。不必要に短く、こま切れにすれば、学習者の能力をじ

ゅうぶんに活用しないことになり、長くしすぎれば、いたずらに脱落者を増やすだけのことになるであろう。

このことについて一つの目安を得る目的で、以下に述べる簡単な調査を行なった。調査対象は、第一学年建築学科学生34名で、ほぼ1年間、先に述べたようなLL授業を続けた後、昭和55年8月4日、その年度最後のLL授業において行なったものである。

2. テスト問題の作成と実施

テストの題材には、学生には既習の Watch and Listen の番組“Denmark”を使った。その文章の中から、次のような長さの違う、8つの英文を選び、1から4までを英文和訳、5から8までを dictation の問題とした。学生にはいっさい活字を見せず、Laboratory 側のスピーカーをとおして、それぞれの問題文を自然な速さで、ひき続き2回ずつ音読して聞かせ、解答させた。問題と問題との間には、解答するのに必要な時間をじゅうぶんととった。

Test Questions

I Translation into Japanese

- 1 Denmark is a small country.
- 2 The modern industry has developed very quickly.
- 3 Fishing has always been an important industry in Denmark.
- 4 From ancient times the sea has been a part of the Danish life.

II Dictation

- 5 Denmark is close to the sea.
- 6 Most of the land is used for farming.
- 7 Denmark is famous in the world for its dairy products.
- 8 People who live in the city often have a small garden outside the city.

3 採点とその結果

テストのねらいが問題の英文がどの程度聴取できたかを知ることにあるため、それぞれの英文について、文頭から聞き取れたと考えられる語数を推定して数えた。Ⅰにおいては、和訳をとおして聴取できたと推定できる語数とし、Ⅱにおいては文頭から原則として正しく書き取れた語数とした。

その結果は、次表のとおりである。

	問題	問題文の語数	聴取推定平均語数
英文和訳	1	5	5.0
	2	7	6.1
	3	9	7.0
	4	13	7.0
Dictation	5	6	5.4
	6	8	6.1
	7	10	6.9
	8	14	8.1

4 考 察

8つの問題文中、最も短い5語の *Denmark is a small country.* は、全員が正しく聴取し、和訳した。また、6語の問題文 *Denmark is close to the sea.* の書き取りでは、一部に *close* の誤綴りや *to* の脱落もあったが、平均解答語数 5.4 が示しているように、被験者の大部分が聴取できたと解することができるであろう。そのほか、これらの文より語数の多い英文においても、すべて6語以上聴取できているので、英文の構造が平易であり、未習の語を含まなければ、5語程度の語群は、自然な速さで、ひと息に発話されたものでも、これを聴取し、短期的に記憶にとどめることができるものと考えられる。いっぽう、より長い問題文においては、No. 8 の平均 8.1 語を除いては、すべて7語どまりであるところから、被験者の *memory span* は7語位を上限としているように思われる。事実、No. 8 においては、後半の把握が非常に不確実で、後述するように、被験者がおぼろげな記憶をたよりに、勝手に英文を復元しようとする傾向が見られる。

次に、聴取者が聞き落としやすい文の要素に、修飾語がある。修飾語の中には、文中で従属的な機能しか果たさず、文の大意にあまり大きな影響を持たないものもある。すなわち、No. 3 *Fishing has always been ...* の *always*、No. 8 *People ... often have ...* の *often* 等、頻度を表わす副詞の欠落が見られる。また、No. 7 *Denmark is famous in the world for its dairy products.* においては、*in the world* という語群全体を落したものが約35%もあった。これらはいずれも、文意を左右するほどの大きな影響を持つ語や句ではないが、このことは、被験者の注意が、聴取の際、文をつくるより負荷の大きい語句に向けられていることを示すのであろうか。*always* や *in the world* が共に文頭に近い位置にありながら脱落したことは、それだけ印象が薄かったことを示しているようである。いっぽう、文頭から数えて12語目にあたるNo. 4の *Danish* の脱落も目だった。これは同じ修飾語でも、意味を限定する重要な役割をになうものであるが、文頭からあまりに遠く離れているので、*memory span* の圏外にあったものと思われる。

今回のテストで最も長い問題文は、No. 8 の14語である。この問題では、最初の *People who live in the city* までは、ほとんどの者が書けた。少数ではあるが、*live in* を *living* と聞き誤り、*People who living the city* としたものがあったが、これなどは、これを不審に思い、正し得なかった本人の文法力の方にむしろ問題があるであろう。*often have* 以降の、文の後半については、記憶に明確に保持し得ないで、うろ覚えになっていることを示す事例は多い。その一つは、12名、約35%の者が *a small garden* を *a small house* としたことであった。これは、彼らが学習したプログラム中に、*Denmark* 市民が郊外に庭つきの小さな別荘を持っていることを紹介した箇所があり、解答にあたってはこのことを想起して、*a small garden* の代りに *a small house* としたものと判断される。いま一つ、特に記しておきたいのは、1例のみではあったが、*outside the city* を *in the country* とした者があったことである。これなどは、明らかに意味だけが記憶に残り、それを類似の意味を持つ別の表現で再現したものである。*Synonymous expression* によるこのような誤りは、*native speaker* によく見られるもので、興味深い。

最後に、しばしば指摘されている、学習者が自己の持つ既習の知識を枠組にして、新しい情報の処理を行なおうとする一般的な傾向が、ここでも伺える。No. 6 の *Most of the land is used for farming.* において、*used for* を *used to* とした者が、実に16名、約47%もあり、彼らになじみ深い *used to / be used to* の強い影響を伺うことができる。*for* は、もともと機能語で強勢を持っていないのと、文末に近い位置にあったこととで、鮮明に印象づけられていたとは考えられない。そのため、彼らの限られた経験から *used* としばしば共起する *to* が、文脈とは無関係に選ばれたものと推理される。No. 7 では、*in the world* を *all over the world* としたものがあったが、これも既習の成句の影響で、上記と軌を一にするものと解することができるであろう。

5 結 語

この調査は、本校第一学年建築学科学生という特定対象について行なったものであり、その結果が直ちに他にも適応できる普遍性をもつものとは考えられない。この種の調査は、調査対象の被験者、問題文の語い、構造、内容、さらには presentation の方法にいたるまで厳密にコントロールしたうえで実施されるべきであることは言を待たないが、今回は授業の一環として行なった関係上、上記のいずれの点についても不備であることを認めざるを得ない。しかしながら、学生の短期的な memory span を5ないし7語とする一応の結論は、tentative なものとしても、今後の学習指導の一つの指針を提供してくれるものと考えるのである。

(昭和55年4月15日受付)

日 英 語 の 対 照 研 究

—— 動詞・目的語の連語構造 ——

(言語学) 山 本 勇 三

A Collocational Approach to Verb-Object Structures

Yuzo YAMAMOTO

When a Japanese student of English has learned "Will you *teach* me *English*?", he dares to say incorrectly, "* Will you *teach* me *the way* to the station?" This kind of interference between the English language and the Japanese language takes place rather frequently. In this paper the author has attempted to look contrastively into the structure of "wear" and those of the Japanese verbs which collocate with the objects that the English verb "wear" takes, in order to indicate how tightly the verb and its object collocate reciprocally: *the way* collocates with *tell* or *show* in the incorrect sentence above.

はじめに

「英語を教える」が *teach English* と言うのであれば、「道を教える」は **teach the way* であろうとか、「本を借りる」が *borrow a book* と言うのであれば、「電話を借りる」は **borrow the telephone* と言うのであろうと考える、日英語間の干渉の例は、枚挙にいとまのない程あろう。鈴木孝夫氏は、*break* を例として次のように考察している。

…先ず、学校で「窓ガラスを割ったのは誰ですか」 *Who broke the window?* とか「あいつスキーで足を折った」 *He broke his leg.* などという例から、*break* の使い方を学んだ中学生は、そうか覚えたぞ、*break* は「割る」とか「折る」という意味なんだと思い込む。

そこで…「昨日大きな西瓜を包丁で二つに割って、…」というようなことを、*I broke a big watermelon in two with a knife* …と正しく書いたつもりになると、先生から…*cut* を使いなさいと直されてしまう。

今度は「腕を折った」から応用して、折り紙、折り目などに *break* を使うと、これも間違いで *fold* と言えと教えられる。

このような困難の原因は、…次の二つの点を見逃していることにある。

第一に、どの単語でも、そのことばを含む言語の中で、他のことば、殊にそれと近縁類似のことばと密接な相互対立関係に立っている。そこでこの関係を構造的に把握しなければならないということ。

第二に、たとえ或る外国語の単語の使用法が、自国の特定のことばのそれと、ある場合に合致する

からといって、自国語のその単語の他の使い方まで、これがあてはまると思っではならないということである。

何故ならば、言語が違えば、それぞれに含まれる個々の単語の持つ構造的性は違うのが普通だからである。(① 6-9)

この日英両語の「個々の単語の持つ構造的性の違い」をどのように捉えて行ったら良いのか。本論では、連語 (collocation) の角度から、日英両語のことばの構造的性の対照研究を試みることにする。

§1 break の構造的性と連語

鈴木孝夫氏は break の構造的記述として次のように述べている。

… この動詞の用法を分析すると、break とは、まず何かしらの外力を、急に加えることで、物体が二つ以上の部分に分れることであるらしい。… 他方日本語の「折る」は、外力を加えて、何かを二つの部分にする点では同じだが、結果として生じた部分が、離れ離れになることを必要条件として要求していないところが違う。(① 13, 14)

break と「折る」を対比しつつ break の用法の分析を行なっているが、更に cut と対比させて、

… この方は何か鋭い刃を持った道具で生じる分割にのみ使えるという構造を持っている。(① 14)
つまり break は刃物を使わない分割に使用するという構造を持っていると言える。鈴木孝夫氏の break の構造的記述は、break の定義によって裏付けされよう。

(of a whole) make or become discontinuous otherwise than by cutting, divide or disperse into two or more parts (② 120)

このような構造を持つ break がとる目的語は、日本語の場合であれば、どのような動詞を選ぶであろうか。

- 1 break a box
- 2 break a watermelon with a stick
- 3 break a branch of a tree
- 4 break a thread
- (1) 箱をこわす
- (2) 棒で西瓜を割る
- (3) 木の枝を折る
- (4) 糸を切る

1～4でわかるように、英語の break はそれぞれ a box, a watermelon, a branch, a thread といっしょに使えるのに、日本語の場合は、(1)～(4)に示すように、「箱」は「こわす」、「西瓜」は「割る」、「枝」は「折る」、そして「糸」は「切る」を選択している。このように、break に共通する目的語に対して、日本語の動詞が異なるというのは、それぞれの日本語の動詞の構造が異なっているからであると言えよう。次に wear を例に、連語の関連において考察を進めることにする。

§2 wear の連語と日本語の動詞の連語

wear の構造を辞書の定義の中に求めてみることにする。

have on the body, carry on one's person or some part of it (③ 991)

これによると、「身体につけるか、又は身体の一部に着用する」が、鈴木孝夫氏の言う wear の構造のようである。次に wear がどのような目的語と連語関係を結ぶかを調べてみると、図1のようになる。およそ wear の訳語として「着る」と覚えた英語学習者には想像もつかないほどの多様性を示す。そしてその目的語と連語関係を結ぶ日本語の動詞を併記する。

Eng. Verb	Objects	Japanese Verbs
WEAR	1 a hat	(1) かぶる
	2 a coat	(2) 着る
	3 slacks	(3) はく
	4 glasses	(4) かける
	5 hair long	(5) のばす
	6 a mastache	(6) はやす
	7 lipstick	(7) ぬる
	8 a necktie	(8) しめる
	9 a belt	(9) しめる
	10 a gold ring	(10) はめる
	11 perfume	(11) つける

図 1

図1によると、日本語の動詞が、その目的語により細分化され、多様化していることが明らかになる。そして、「単語は単独で使われることは稀で、必ずその前後の別の単語を使うものである。その際これらの単語相互間の語順が決まっているだけでなく、どういう単語にはどういう単語がつき得るか、ということもだいたい決っている」(④ 133-134)ことが判明する。この単語の並び方は、それぞれの言語の中で単語の持つ構造による「連語習慣」(④ 133)によって決まっている。これは、「文法の一般的な規則で律し切れない単語の並び方に関する制限 … 連語制限」(⑤ 23)であり、その制限の仕方には、それぞれの言語、この場合は日英両語によりいかに異なるかを示している。すなわち英語の wear の連語の制限範囲に対して、日本語の動詞の場合は、ひどく限られ、多様化しているのである。

§ 3 日本語動詞の構造と連語制限

‘wear’ の代表的訳語は「着る」であろう。しかし、この「着る」の連語制限の範囲は案外に限られていることが、図1で明らかである。つまり「着る」と連語 (collocate) できる語は、人体の胴体に着用する物に限られる。人体を頭、胴体、下半身とに分けた胴体に関わる語と連語するようである。

「かぶる」についてはどうであろうか。「かぶり」は「頭。かしら」(⑤ 477)であり、「かぶる」は、①頭の上からおおう②(水などを)あびる。「頭から――る」③身につける。… (⑥ 447) という構造を持つ。つまり頭に関して着用することが「かぶる」ことであり、したがって帽子などと連語することになる。

「はく」は①腰につける。さす。帯びる。… ②腰・腿(もも)・足につける。… ③(下駄・靴などを)足先につける(⑤ 1772) ことであり、したがって、ズボン、靴等と当然連語することになる。

このことから日本語の着用に関する動詞は概して、人体の部位との関連において、図2のように示される。

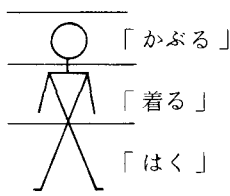


図 2

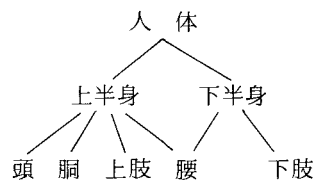


図 3

そして、図3に示すような階層構造 (hierarchy) とも関連して、連語制限が行なわれるようである。つまり「かぶる」、「着る」、「はく」の三つの動詞は、それぞれ頭、胴体、下半身という人体の部位との関わりが強い。又「かける」は目に、そして「のぼす」、「はやす」は毛髪とに関わりが強い。

これに対して、図1の7～11の目的語と連語する(7)～(11)の動詞は、人体の部位については制限がゆるめられ、むしろ動作との関連が大きいようである。

図4は、(1)～(11)の動詞と人体の部位との関わりを図示したものである。これを見ると(1)～(6)の動詞は、人体の部位によって制限されており、(7)～(11)の動詞は、かなりの制限の幅があることが判明する。

動詞 \ 部位	頭	胴	下肢	顔	目	唇	首	腰	手	足
(WEAR)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
(1) かぶる	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-
(2) 着る	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-
(3) はく	-	-	+	-	-	-	-	-	-	+
(4) かける	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-
(5) のぼす	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-
(6) はやす	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-
(7) ぬる	+	-	-	+	+	+	-	-	+	+
(8) しめる	+	+	+	-	-	-	+	+	-	-
(9) しめる	+	+	+	-	-	-	+	+	-	-
(10) はめる	+	-	-	-	+	-	+	-	+	+
(11) つける	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

(図 4)

おわりに

以上、英語の動詞 'wear' と、その目的語と連語する日本語の動詞との対照的考察を試みた。wearの構造の中には、多様化された構造を持つ日本語の動詞が含まれていることが判明した。これは次の日英両語の語義の対応の仕方内、(b)の例である。

$$(a) \quad E^1 \longleftrightarrow J^1$$

$$(b) \quad \begin{array}{c} J^1 \\ J^2 \\ J^3 \\ \vdots \end{array} \leftarrow E^1$$

$$(c) \quad \begin{array}{c} E^1 \\ E^2 \\ E^3 \\ \vdots \end{array} \rightarrow J^1$$

(④ 121)

この(b)でわかるように、 E^1 と $J^1 \sim \dots$ は、日英両語の枠を越えて、一つの階層構造 (hierarchy) を形成しているように思われる。つまり 'wear' という上位概念の下に、日本語の動詞の下位概念があり、国境を越えたことばの階層構造をつくっているようにも見られる。

「コトバというものは、…無限無定形のこんとん界に対して、一定の仕切りを施し、仕切られた物どうしの間に秩序を与えるはたらきをするものなのです。つまりコトバはわれわれの認識形式にはかならないわけです。」(⑦17)

英語と日本語の認識形式の違いが、このような階層構造をつくったのであろう。

参考文献

- ① 鈴木孝夫. 『ことばと文化』岩波書店, 1973.
- ② Sykes, J. B. (ed), *The Concise Oxford Dictionary of Current English* (Sixth Edition), OUP, 1976.
- ③ Hornby, A. S. *Oxford Advanced Learner's Dictionary of Current English*, OUP, 1974.
- ④ 小笠原林樹. 「英語辞書と日英語彙の比較」『日英語の比較』研究社, 1978.
- ⑤ 国広哲彌. 「日英比較研究の現状」『日英語の比較』研究社, 1978.
- ⑥ 新村 出(編). 『広辞苑』(第二版)岩波書店, 1969.
- ⑦ 小林英夫. 『言語学の基礎概念』振鈴社, 1948.

(昭和55年4月15日受付)

マイクロコンピュータを利用して透視図をかく

—— 可変透視図とベクトル方式 ——

(数 学) 小 池 政 夫

Micro-Computer-Aided Drafting of Perspective Drawing View

—— Variable Perspective Drawing and Vector Method ——

Masao KOIKE

In order to draft a perspective drawing view by a computer, an enormous number of steps are required in programming. Therefore it should have been rather impossible to draft a complex perspective drawing view except by a large computer.

The author has succeeded in devising one method of drafting a fairly complex perspective drawing view by a micro-computer. Hence this introduction of the method in this paper. The method will be called the Vector Method. In the method the segment of straight line to draft is drafted as the Vector (A, B, C) and planned concurrently to contain necessary elements to practice the transformation for perspective drawing or vanishing hidden lines.

§ 1 はじめに

自動製図機にしろ, XYプロッターにしろ, 電算機を利用して透視図をかくには, そのプログラムが莫大なステップ数を必要とするので, 従来考えられていた描図の方法からすれば, 大型の電算機によらないと, 複雑な透視図をかくことは不可能なことのように思われていたのではあるまいか。

筆者はマイクロコンピュータとXYプロッターを使って, かなり複雑な透視図までかけるような方法を考えたので, ここに紹介することにする。名づけてベクトル方式としよう。

ある起点を空間座標の原点に定め, 描図したい線分はベクトル (A, B, C) として点の移動を行えば, 電算機内には, その都度移動した点の座標が計算されて, 透視図変換, 隠線消失変換に必要な要素を貯えておけるようにした。

その他, あらゆる場面で, ステップ数の節約と, 描図に要する時間の短縮に, 最大限の工夫をこらすことに努めた。

使用したマイクロコンピュータはシャープパーソナルコンピュータ7200(外部記憶装置としてフロッピーディスクCE226, CE227を併用)とXYプロッタCE224とであるが, どの機種によっても原理は同じだと思うので, その原理的な段階で述べてみたい。

§ 2 座標系の決定

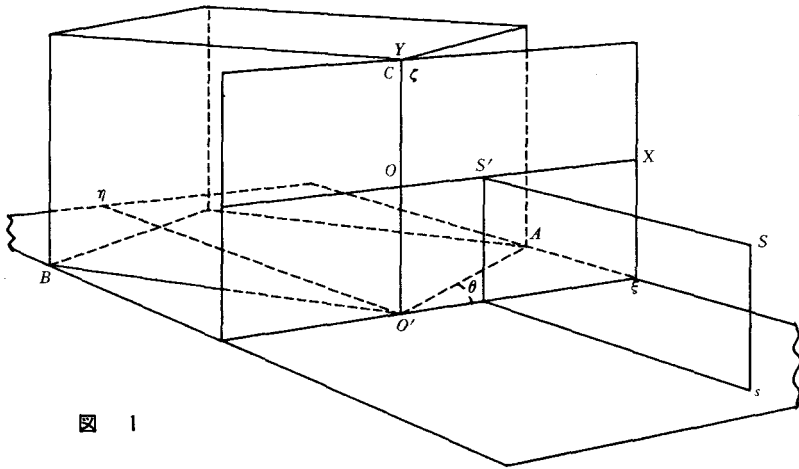


図 1

透視図の主な対象は建築物であるから、例を建築物にとって述べることにする。

基線を ξ 軸とし、 ξ 軸上の任意の点 O' を原点、図1のように建築物の主体である直方体 $O'-ABC$ を ξ 軸に対して角 θ だけ傾斜させて置く。透視面(画面)を $\eta\zeta$ 平面、基面を $\xi\eta$ 平面とする直交座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ を設定する。視点 S をこの座標系で、 (a, s, h) とする。つまり s は視距離、 h は視高、 a は視点・視心・停点を含む平面と O' との距離である。(図1参照)

a, s, h は変化する量、つまりパラメータとして扱うことにより、任意の位置から建物を眺めたときの透視図が得られることになる。これを称して可変透視図とした所以である。

さらに、座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ 以外に、建物自体に一つの直交座標系 $O'-ABC$ を構成させる。透視図に現れてくるほとんどの線分は、この座標系の座標軸に平行な線分である。

透視面は、地平線を X 軸、 ζ 軸を Y 軸とする直交座標平面 XY である。

このように3つの座標系を用意したのは、先ず座標系 $O'-ABC$ 上のある起点から、この系内で、線分がベクトル的に描図しながら点移動を行なうか、または単に点移動を行なうと、移動後の点の座標 (ξ, η, ζ) 、 (X, Y) がコンピュータ内に計算されて、隠線消失等の手法に備えることになる。

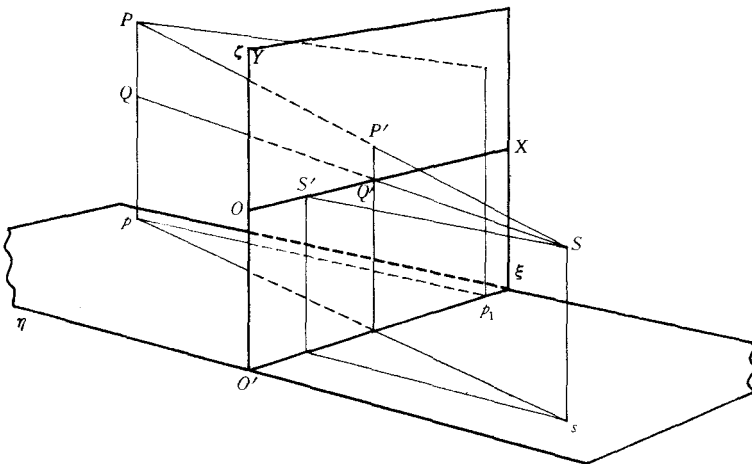


図 2

§ 3 透視図への変換

座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ の点 (ξ, η, ζ) の画面 $O-XY$ への投影は、次式によって与えられる。これを透視図変換式と名づけよう。

図 2 で、 $SS' = s$, $p_1 = \eta$, $OQ' = X$, $O'p_1 = \xi$, $P'Q' = Y$, $PQ = \zeta - h$

$$\therefore X = (s\xi + a\eta)/(s + \eta)$$

$$Y = s(\zeta - h)/(s + \eta)$$

§ 4 ベクトル方式と線分の透視図

自動製図機にしろ、XYプロッターにしろ電算機を利用して描図するには、両端の2点の2次元座標を必要とするから、予めこれらの要素をメモリーに記憶させておくという手法をとると、多くのメモリーとプログラム作成のために莫大なステップが消費されることになり、その煩わしさに悩まされるとともに大型のコンピュータ以外では断念せざるをえなかったのではあるまいか。

筆者は、ベクトル方式なる手法をとることにより、マイクロコンピュータでもかなり複雑な透視図をかくことができるようになった。

座標系 $O'-ABC$ の原点 O' をつねに描図の起点とする。 O' は座標系 $\xi\eta\zeta$ でも原点で、 $(0, 0, 0)$ であるが、透視図変換で点 $(0, -h)$ となる。

この点を出発点として、線分は座標系 $O'-ABC$ 内をベクトルの的に移動し、描図されていくことになる。同時に、移動した点は座標軸の回転により、座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ の点 (ξ, η, ζ) に変換される。

A, B, C 軸にそれぞれ平行なベクトルを

$$\vec{A} = (A, 0, 0), \vec{B} = (0, B, 0), \vec{C} = (0, 0, C)$$

とする。これらは $O'-\xi\eta\zeta$ 座標系内では

$$\vec{A} = (A\cos\theta, A\sin\theta, 0)$$

$$\vec{B} = (-B\sin\theta, B\cos\theta, 0)$$

$$\vec{C} = (0, 0, C)$$

であるから、 $P(\xi, \eta, \zeta)$ に対して、

$$\vec{PQ} = \vec{A}, Q(\xi', \eta', \zeta') \text{ とすると}$$

$$\xi' = \xi + A\cos\theta, \eta' = \eta + A\sin\theta, \zeta' = \zeta$$

$$\vec{PR} = \vec{B}, R(\xi', \eta', \zeta') \text{ とすると}$$

$$\xi' = \xi - B\sin\theta, \eta' = \eta + B\cos\theta, \zeta' = \zeta$$

$$\vec{PS} = \vec{C}, S(\xi', \eta', \zeta') \text{ とすると,}$$

$$\xi' = \xi, \eta' = \eta, \zeta' = \zeta + C$$

さらに、 $\vec{AB} = \vec{A} + \vec{B}$, $\vec{AC} = \vec{A} + \vec{C}$, $\vec{BC} = \vec{B} + \vec{C}$, $\vec{ABC} = \vec{AB} + \vec{C}$ を定義し、これらにより、任意の方向に、任意の長さの、点の移動並びに線分描図が実行されるとともに、新しい点の3次元座標 (ξ, η, ζ) と、同時に透視図変換により画面上の座標 (X, Y) が算出されて、隠線消失変換に備えることになる。

各ベクトルについて、点移動と線分描図の2種類の働きをもった計算手順がサブルーチングループを形成することになる。

この結果、線分を描図したいとき、両端の点の空間座標 (A, B, C) , (ξ, η, ζ) または (X, Y) を知ってペン・ダウン、アップを指令するという必要はなく、現時点の位置から、ベクトルのに必要な点への移動を行ったり、所要の線分の描図が可能となり、そのプログラミングが容易になり、かつステップ数の削減に大きく貢献できた。

この外、あらゆる平面上の長方形や、直方体の隠線消失までを含んだ透視図を描く手順は、基本的なサブルーチンの仲間に入れておく。

その他、いま描きたい透視図に、原則として複数の場合に出てくる同形の計算手順は、臨時的なサブルーチン（アプリケーション・サブルーチン）とし、プログラムの簡素化に努める。

§ 5 隠線の消失

隠線消失の手法には、直線の方程式が要請される。前述のように透視図は、大部分が $O'-ABC$ 系の3座標軸に平行な線分によって構成される。このうち、 A 軸、 B 軸にそれぞれ平行な直線の透視図は消点を通る直線群を構成するから、現時点で直ちに得られる。

A 、 B 軸にそれぞれ平行な直線の消点をそれぞれ R 、 L とすると、 $R(a + s \cot \theta, 0)$ 、 $L(s \tan \theta - a, 0)$ であるから、 $P(X_1, Y_1)$ のとき、直線 PR 、 PL はそれぞれ

$$Y = K_1 X + M_1, \quad K_1 = (Y_1 - s \cot \theta) / X_1, \quad M_1 = s \cot \theta$$

$$Y = K_2 X + M_2, \quad K_2 = (Y_1 + s \tan \theta) / X_1, \quad M_2 = s \tan \theta$$

C 軸に平行な直線の方程式は

$$X = X_1$$

として、簡単に得られる。

一般に任意の方向の直線の方程式は、その直線上の2点 $P(X_1, Y_1)$ 、 $Q(X_2, Y_2)$ を求めて

$$Y = K_3 X + M_3, \quad K_3 = (Y_2 - Y_1) / (X_2 - X_1), \quad M_3 = (X_2 Y_1 - X_1 Y_2) / (X_2 - X_1)$$

このとき、移動ベクトルが活躍することになる。

これらの直線と、直線 $X = X_1$ との交点 $P(X_1, Y_1)$ は

$$Y_1 = K_i X_1 + M_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

により簡単に得られる。

2直線 $Y = K_i X + M_i$ 、 $Y = K_j X + M_j$ の交点 $P(X_1, Y_1)$ は

$$X_1 = (M_j - M_i) / (K_i - K_j),$$

$$Y_1 = (K_i M_j - K_j M_i) / (K_i - K_j)$$

以上の計算手順はすべて基本的サブルーチンの仲間に入れておく。

§ 6 透視図をかくプログラムの例 — 積集合的处理 —

1例として、紙面の都合上、ごく簡単な透視図（隠線を含む）をかくためのプログラムを示しておく。図3のように、平面から直方体を削除したような凹部が位相的には3つの形態で現れる場合について述べよう。同一の対象も視点の移動により、または視点を固定した一つの透視図内においても、その位置により、異なる位相をもつ形態が生じてくるわけであるが、プログラムは起りうるすべての場合に対応できるように作成せられておる必要がある。

隠線の生ずる状態が、図3に示すような位相的に異なる3つの形態を示す条件のもとで作成したプログラムのアルゴリズムである。

原則的には、起りうるあらゆる場合に分類し、各場合について描図してゆく方法（和集合的处理）

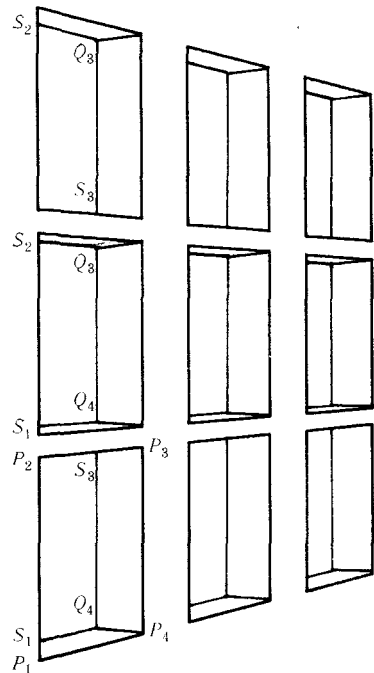


図 3

をとればよい。この手法は、素朴で平易であるが、プログラミングに多くのステップ数を必要とするから、マイクロコンピュータを使用する場合には不適當である。

この例では、各局部的に起りうるすべての状態をとりあげておき、総合的に組合せる方法（積集的処理）をとった。考え方としては複雑であるが、プログラミングのステップ数は大きく節減されるので、努めてこの手法を採用すべきである。

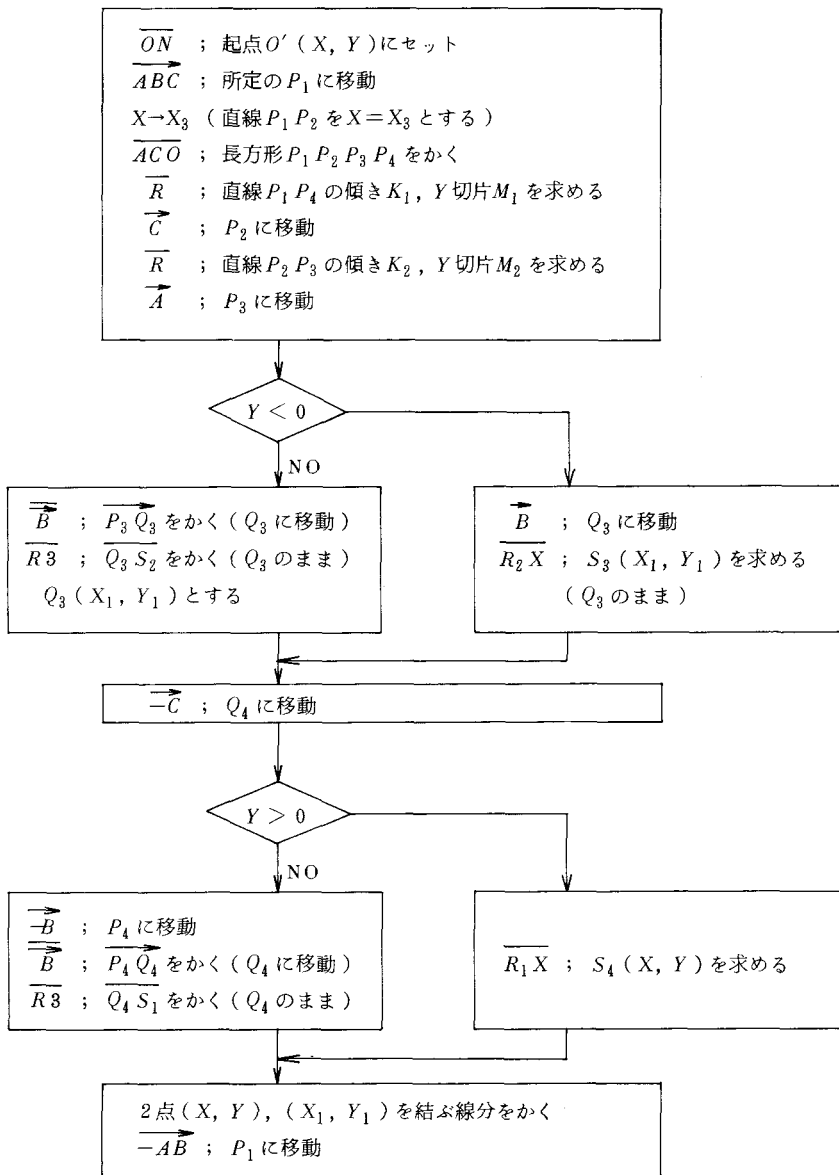


表 1

ここに、 \overrightarrow{A} , \overrightarrow{B} , $\overrightarrow{-C}$ 等の記号は前述したような働きをもった計算手順のサブルーチンで、 A , B , C には予め所定の数値を与えておいてこれらを call すれば、それぞれの右に注釈を加えたような働きをするわけである。

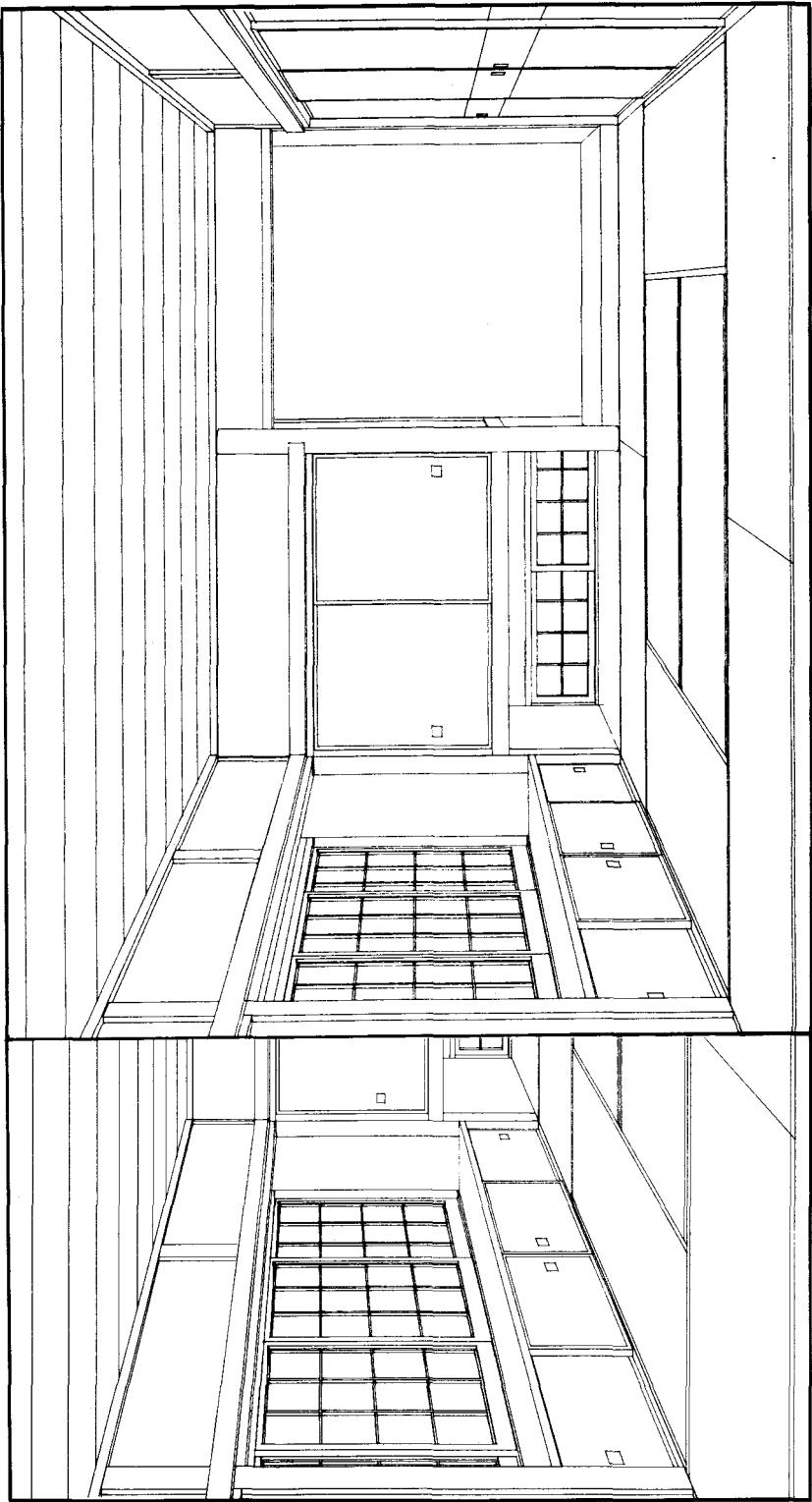


図 5

図 4

§ 7 可変透視図の例

図4は、ある室内の透視図を、マイクロコンピュータを使用してかいたものである。これは、座標系 $O'-ABC$ と $O'-\xi\eta\zeta$ が一致しているもので、つまり B 軸の傾斜角 θ が 0 の場合である。したがって、前述の透視図変換式で $\cot \theta$ が値をもたないから、コンピュータは作動しない。しかし、 A 軸に平行な直線の画面への投影は $Y = \text{const.}$ として容易に得られるから、前述の左方消点 LV を通る直線群への変換は必要なくなる。かつ B 軸に平行な直線のみが消点をもつことになり、画面はこの消点を原点にとるのがいろんな点で有利であり、かつ自然でもある。

したがって、対象物をま正面から投影する透視図をかく場合は、透視図変換にかかわる2, 3のサブルーチンに修正を施しておく必要がある。

図4は、そのような修正を施した上で描いたものである。

ひとはこれを見たとき、左方の出窓の部分をもう少し詳しく知りたいと思うかもしれない。その要望に応えるためには、パラメータ s を小にし、 a を大にすればよい。

図5は、それに、さらに h を身長の高さにとって描かせたものである。

注.

各所に挿入した説明図は、すべてコンピュータを使用してかいたものであるが、各線分が適当に離れて現われるように、 a, s, h の値を適宜変化させ、一応見やすいものにしたつもりである。

参考文献

1. 「図学通論」(近藤誠造, 馬場礼二郎, 養賢堂)
2. 「建築とコンピューター 1」(魚木晴夫, 学芸出版社)
3. 「コンピュータによる自動製図システム」(日本図学会, 日刊工業新聞社)
4. 「建築設計システムの開発に関する基礎的研究」1976, 笹田剛史
5. 「第2回電子計算機利用シンポジウム論文集(1980)」日本建築学会

(昭和55年4月15日受付)

円弧インボリュート接合カムの研究 (第1報)

—— 往復従動節 ——

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Connective Involute and Circular Arcs Cam (1st Report)

—— Reciprocating Follower ——

Hironori ITOSHIMA

The connective involute and circular arcs cam has a profile composed of the three involute curves and the two circular arcs. The three evolutes (the locus of the center of curvature) of the three involute curves consist of the three adjacent circular arcs, and the positions of the center of the two circular arcs are located in the intersecting points to the three evolutes.

When the intersecting point to the two evolutes is located in the rotating center of the cam, the acceleration at the starting point and the stop point along the stroke may be zero respectively. And the maximum acceleration of the follower can be decreased by using the two circular arcs.

In this report, the motion of the reciprocating offset follower with a circular arc is examined. The maximum acceleration of the follower, the pressure angle and the specific sliding of the cam are discussed.

§ 1 緒 言

前報¹⁾において板カムの輪郭の各行程に3個のインボリュート曲線をその縮閉線が連続するように接合したカムで円弧をもつ往復従動節の運動と最大押進め角およびカムの最大滑り率を調べた結果、従動節の円弧半径が小さい時に第2、第3のインボリュート曲線の接合点で負の加速度が非常に大となることがわかり、その結果従動節の円弧半径を大きくしなければならなかった。

本報告においては各インボリュート曲線の間に円弧を挿入し、その円弧の中心がインボリュート曲線の縮閉線の交点にあるようにすることにより、縮閉線を連続させ、負の最大加速度を減少させることができることがわかったので、このカムにおける円弧従動節の運動と押進め角および滑り率を調べ、最良のカムの設計を行う。

§ 2 記 号

r_{g1}, r_{g2}, r_{g3} : 第1, 2, 3 インボリュート曲線の基礎円半径

α, β, γ : 第1, 2, 3 インボリュート曲線の作用角

τ_1, τ_2 : 第1, 2 円弧の作用角

R_0 : カムの基礎円半径

t : カムの高さ

Q_c : カムの回転角

ϕ : 押進め角

ρ_T : カムの曲率半径

H : 従動節のリフト

θ_d : カムの上昇点の停留角

θ_e : カムの下降点の停留角

h : 従動節の変位

$d^2h/d\theta^2$: 従動節の加速度係数

Σ : 往き行程のカムの作用角

n_{12} : r_{g2} の r_{g1} に対する比

ε : カムの輪郭上の点と始点の曲率半径のなす角

r : 従動節の円弧半径

e : かたより量

ω : カムの角速度

k : 従動節の下降点の高さ

σ_1 : カムの滑り率

σ_2 : 従動節の滑り率

$dh/d\theta$: 従動節の速度係数

§ 3 円弧インボリュート接合カムの構成

図1に示すように、中心 O_1 、半径 r_{g1} の円上の点 O を原点とし、 O_1O を y 軸、接線を x 軸とし、 x 軸上に A 点を取り、 $OA=R_0$ (カムの基礎円半径)とし、第1インボリュート AB を描き、 B 点の曲率中心を P とす。 AO と BP の交角を α とすれば、 α は第1インボリュートの作用角で $\angle OO_1P$ に等しい。

次に P 点を中心とし、半径 BP で第1の円弧 BC を描き、 $\angle BPC=\tau_1$ とすれば τ_1 は第1円弧の作用角で、 P 点が曲率中心である。

次に P 点で CP に接する中心 O_2 、半径 r_{g2} の円を描き、円 O_2 を基礎円とする第2インボリュート CD を描き、 D 点の曲率中心を Q とする。 CP と DQ のなす角を β とすれば、 β は第2インボリュートの作用角で $\angle PO_2Q$ に等しい。 Q 点を中心とし、半径 DQ の第2円弧 DE を描き、 $\angle DQE=\tau_2$ とすれば、 τ_2 は第2円弧 DE の作用角である。

次に Q 点において EQ に垂線を立て、 OQ の垂直二等分線の交点を O_3 とし、 O_3 を中心とし $O_3Q=r_{g3}$ を半径とする円を描けば、この円は O 点を通る。円 O_3 を基礎円とする第3インボリュート EF を描き、 O 点の円 O_3 への接線の交点を F とし、 EQ と FO の交角を γ とすれば γ は第3インボリュート EF の作用角となる。かくして板カムの往き行程の輪郭は $ABCDEF$ で与えられる。往き行程のカムの作用角を Σ とすれば

$$\Sigma = \alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 + \gamma \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。カムの輪郭の縮閉線は円弧 OP , PQ , QO となり連続している。

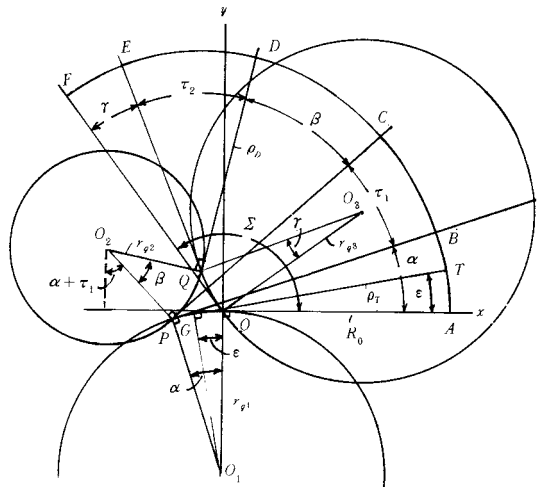


図1 円弧インボリュート接合カムの構成

§ 4 カムの輪郭の方程式

カムの輪郭上に T 点を取り、 T 点の法線と接線 OA のなす角を ε とし、 ε により T 点の位置を表わし、 T 点の xy 座標を求める。 ρ_T は T 点における曲率半径となる。インボリュート曲線の輪郭の方程式は前報¹⁾に示されているが一部改良して用いる。

4.1 第1インボリュート AB ($0 \leq \varepsilon \leq \alpha$)

図1において AB 上に T 点を取り、曲率中心を G とすれば次式が得られる。

$$\rho_T = R_0 + r_{g1} \varepsilon \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$x_T = \rho_T \cos \varepsilon - r_{g1} \sin \varepsilon, \quad y_T = \rho_T \sin \varepsilon - r_{g1} (1 - \cos \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (3)$$

4.2 第1円弧 BC ($\alpha \leq \varepsilon \leq \alpha + \tau_1$)

B 点の曲率半径を ρ_B とし、円弧 BC 上に T 点をとれば TP と OA のなす角は ε だから次式が得られる。

$$\rho_B = R_0 + r_{g1} \alpha \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$x_T = \rho_B \cos \varepsilon - r_{g1} \sin \alpha, \quad y_T = \rho_B \sin \varepsilon - r_{g1} (1 - \cos \alpha) \quad \dots\dots\dots (5)$$

4.3 第2インボリュート CD ($\alpha + \tau_1 \leq \varepsilon \leq \alpha + \tau_1 + \beta$)

第2インボリュートの基礎円の中心 O_2 点の座標を x_{O2} , y_{O2} とすれば図1から次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x_{O2} &= -r_{g1} \sin \alpha - r_{g2} \sin (\alpha + \tau_1) \\ y_{O2} &= -r_{g1} (1 - \cos \alpha) + r_{g2} \cos (\alpha + \tau_1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

図2は図1を更に詳しくしたもので、図において第2インボリュート上の任意の T 点の曲率中心 G の座標を x_G , y_G とすれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x_G &= x_{O2} + r_{g2} \sin \varepsilon \\ y_G &= y_{O2} - r_{g2} \cos \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\rho_T = \rho_B - r_{g2} \{ \varepsilon - (\alpha + \tau_1) \} \quad \dots\dots\dots (8)$$

T 点の xy 座標は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x_T &= \rho_T \cos \varepsilon + x_G \\ y_T &= \rho_T \sin \varepsilon + y_G \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで $\tau_1 = 0$ とすれば x_T , y_T は前報¹⁾に一致する。

4.4 第2円弧 DE ($\alpha + \tau_1 + \beta \leq \varepsilon \leq \alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2$)

図2より D 点の曲率中心 Q の xy 座標を x_Q , y_Q とし、曲率半径を ρ_D とすれば次式が得られる。

$$x_Q = x_{O2} + r_{g2} \sin (\alpha + \tau_1 + \beta), \quad y_Q = y_{O2} - r_{g2} \cos (\alpha + \tau_1 + \beta) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\rho_D = \rho_B - r_{g2} \beta \quad \dots\dots\dots (11)$$

よって円弧 DE 上の T 点の座標は次式のようになる。

$$x_T = \rho_D \cos \varepsilon + x_Q, \quad y_T = \rho_D \sin \varepsilon + y_Q \quad \dots\dots\dots (12)$$

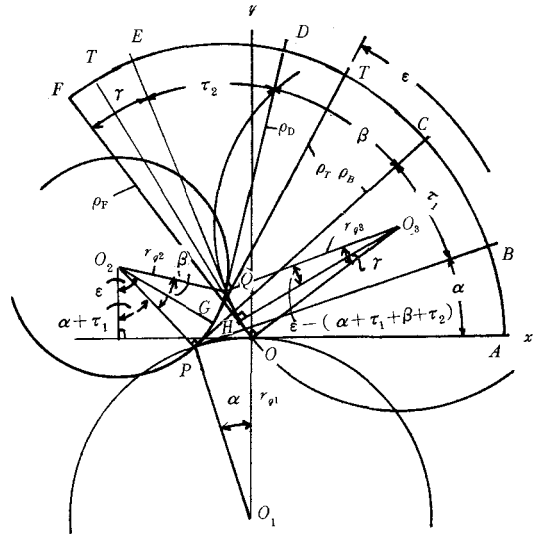


図2 円弧インボリュート接合カムの構成

4.5 第3インボリュート EF ($\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 \leq \varepsilon \leq \Sigma$)

図2において第3インボリュート EF 上の任意の点 T の曲率中心を H とすれば、点 H は第3インボリュートの基礎円 O_3 上にあって、 $\angle QO_3H = \varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2)$ 、 QH が水平線となす角は $180^\circ - \frac{1}{2}(\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 + \varepsilon)$ となるので、 H 点の座標を x_H, y_H とすれば

$$\left. \begin{aligned} x_H &= x_Q + 2r_{g3} \sin \frac{1}{2}(\varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2)) \cos \frac{1}{2}(90^\circ - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 + \varepsilon)) \\ y_H &= y_Q - 2r_{g3} \sin \frac{1}{2}(\varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2)) \sin \frac{1}{2}(90^\circ - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 + \varepsilon)) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となり、曲率半径 ρ_T は次式のようになる。

$$\rho_T = \rho_D + r_{g3} \{ \varepsilon - (\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2) \} \dots\dots\dots (14)$$

よって T 点の x, y 座標は

$$x_T = \rho_T \cos \varepsilon + x_H, \quad y_T = \rho_T \sin \varepsilon + y_H \dots\dots\dots (15)$$

となる。 $\angle QO_3O = \gamma$ とし、カムの高さを t とすれば、 F 点の曲率半径 ρ_F は

$$\rho_F = R_0 + r_{g1} \alpha - r_{g2} \beta + r_{g3} \gamma \dots\dots\dots (16)$$

$$\rho_F = R_0 + t, \quad t = r_{g1} \alpha - r_{g2} \beta + r_{g3} \gamma \dots\dots\dots (17), (18)$$

となる。 t は第1, 3の縮閉線の長さの和から第2縮閉線の長さを引いたものとなる。以上により往き行程のカムの輪郭を表示することができる。図2から γ を求めれば次式のようになる。

$$\gamma = 2 \sin^{-1} \frac{\sqrt{x_Q^2 + y_Q^2}}{2r_{g3}} \dots\dots\dots (19)$$

4.6 上昇停留曲線 FF' ($\Sigma \leq \varepsilon \leq \Sigma + \theta_d$)

上昇停留角を θ_d とすれば、輪郭は原点 O を中心とし半径 ρ_F の円弧だから次式のようになる。

$$x_T = \rho_F \cos \varepsilon, \quad y_T = \rho_F \sin \varepsilon \dots\dots\dots (20)$$

4.7 戻り行程 $F'A'$ ($\Sigma + \theta_d \leq \varepsilon \leq 2\Sigma + \theta_d$)

戻り行程のカムの輪郭を往き行程のそれと同一とし、下降停留角を θ_e とすれば

$$\theta_e = 360^\circ - 2\Sigma - \theta_d \dots\dots\dots (21)$$

となる。戻り行程上の接触点 T を T' とし対称形から T' 点の ε を往き行程の対称点 T の ε_T になおして T 点の x_T, y_T を求め、それを T' 点の x, y 座標 x'_T, y'_T になおせば

$$\varepsilon = 2\Sigma + \theta_d - \varepsilon_T, \quad \varepsilon_T = 2\Sigma + \theta_d - \varepsilon \dots\dots\dots (22), (23)$$

$$x'_T = x_T \cos \theta_e - y_T \sin \theta_e, \quad y'_T = -x_T \sin \theta_e - y_T \cos \theta_e \dots\dots\dots (24)$$

となる。この x'_T, y'_T を再び x_T, y_T とすれば戻り行程のカムの輪郭となる。前報¹⁾を参照のこと。

4.8 下降停留曲線 $A'A$ ($2\Sigma + \theta_d \leq \varepsilon \leq 360^\circ$)

これはカムの半径 R_0 の基礎円だからこの円の方程式は次のようになる。

$$x_T = R_0 \cos \varepsilon, \quad y_T = R_0 \sin \varepsilon \dots\dots\dots (25)$$

§ 5 $\Sigma, \alpha, \beta, \gamma, \tau_1$ を指定して r_{g1}, r_{g2}, r_{g3} の決定法

図2において $\angle xOQ = \angle xOF - \angle QOF = \Sigma - \gamma/2$ となり、式(10), (6)より次式が得られる。

$$\tan \left(\Sigma - \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{-r_{g1}(1 - \cos \alpha) + r_{g2} \cos(\alpha + \tau_1) - r_{g3} \cos(\alpha + \beta + \tau_1)}{-r_{g1} \sin \alpha - r_{g2} \sin(\alpha + \tau_1) + r_{g3} \sin(\alpha + \beta + \tau_1)} \dots\dots\dots (26)$$

いま r_{g1} と r_{g2} の比を n_{12} とすれば

$$r_{g2} = n_{12} r_{g1} \dots\dots\dots (27)$$

となる。この r_{g2} を式(20)に代入して n_{12} を求めれば

$$n_{12} = \frac{(1 - \cos \alpha) - \tan\left(\Sigma - \frac{\gamma}{2}\right) \sin \alpha}{\cos(\alpha + \tau_1) - \cos(\alpha + \beta + \tau_1) - \tan\left(\Sigma - \frac{\gamma}{2}\right) \{\sin(\alpha + \beta + \tau_1) - \sin(\alpha + \tau_1)\}} \quad (28)$$

となり、 Σ , α , β , γ , τ_1 が与えられれば式(1)より

$$\tau_2 = \Sigma - (\alpha + \beta + \gamma + \tau_1) \quad (29)$$

から τ_2 と式(28)から n_{12} が求まるので式(27)の r_{g1} を任意に与えれば、 r_{g2} が求まる。式(6), (10)より

$$\left. \begin{aligned} x_Q &= r_{g1} [n_{12} \{\sin(\alpha + \beta + \tau_1) - \sin(\alpha + \tau_1)\} - \sin \alpha] \\ y_Q &= r_{g1} [n_{12} \{\cos(\alpha + \tau_1) - \cos(\alpha + \beta + \tau_1)\} - (1 - \cos \alpha)] \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

が得られ、式(19)より r_{g3} は次式のようになる。

$$r_{g3} = \frac{\sqrt{x_Q^2 + y_Q^2}}{2 \sin \gamma/2} \quad (31)$$

ただし r_{g1} は任意の値である。

カムの高さ t は式(18)より

$$t = r_{g1} \alpha - r_{g2} \beta + r_{g3} \gamma \quad (18)$$

なので、式(18)より t が求まる。 t は従動節のかたより量 $e = 0$ の場合はリフトを H とし、これを基準値 1 とすれば

$$e = 0 \quad t = H = 1 \quad (32)$$

$e \neq 0$ の場合は、次式から t は求まる。

$$H = \sqrt{(R_0 + r + t)^2 - e^2} - \sqrt{(R_0 + r)^2 - e^2} \quad (33)$$

$$t = \sqrt{(R_0 + r)^2 + H^2 + 2H \sqrt{(R_0 + r)^2 - e^2}} - (R_0 + r) \quad (34)$$

よって式(18)より t を求め、 $e = 0$ の場合はこの t の値で任意に与えられた r_{g1} および r_{g1} により求められた r_{g2} , r_{g3} を割った値を再び r_{g1} , r_{g2} , r_{g3} とすれば $t = 1$ となる。 $e \neq 0$ の場合は $t = 1$ として式(33)の H を計算し、 r_{g1} , r_{g2} , r_{g3} , R_0 , r および e を H で割った値を再びそれらの値とすれば $H = 1$ とすることができる。表1は $\Sigma = 120^\circ$, α , β , γ , τ_1 , τ_2 を適宜に選んだ場合の $t = 1$ の r_{g1} , r_{g2} , r_{g3} を示す。図3は表1の例2のデータで $R_0 = 1$, $\theta_d = 30^\circ$, $\theta_e = 90^\circ$ の場合について描いたカムの輪郭を示す。滑らかである。

表1 $\Sigma = 120^\circ$, $t = 1$

例	1	2	3	4	5	6	7
α°	15	15	15	15	15	10	10
β°	30	30	30	30	40	30	30
γ°	15	15	15	15	20	30	30
τ_1°	30	20	15	10	0	5	0
τ_2°	30	40	45	50	45	45	50
r_{g1}	4.94801	5.75877	6.81999	7.04962	8.47902	13.90595	16.82112
r_{g2}	3.03815	3.16261	3.33232	3.60074	3.27061	4.77428	5.66441
r_{g3}	4.94801	4.38617	4.16436	3.97157	3.04674	2.04883	1.96723
R_{0min}	0.29539	0.14829	0.09023	0.03976	0.06351	0.07276	0.03004

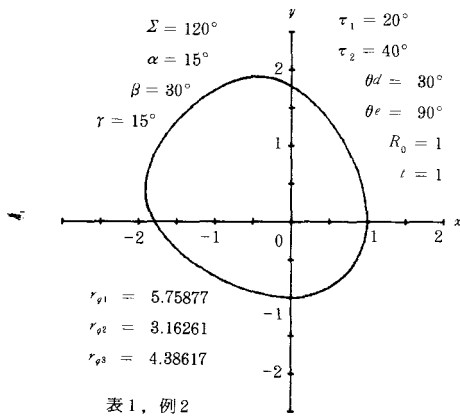


図3 表1-例2のカムの輪郭

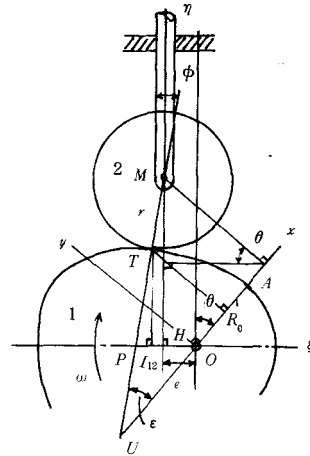


図4 往復円弧従動節の運動

5.1 カムの最小基礎円半径

図1よりカムの輪郭の最小曲率半径はD点のそれで、 $\rho_D > 0$ でなければならない。式(4), (11)から

$$\rho_D = R_0 + r_{g1} \alpha - r_{g2} \beta \quad (35)$$

となるので $\rho_D = 0$ のときの R_0 を R_{0min} とすれば

$$R_{0min} = r_{g2} \beta - r_{g1} \alpha \quad (36)$$

となる。表1にこの式より計算した R_{0min} を示す。 $R_0 = (1 \sim 3)t$ が望ましい。

§6 往復従動節の運動

図4においてカムの回転中心Oを原点とする $\xi\eta$ 座標を考え、カムに固定された xy 座標が時計回りに回転するとし、 x, η 軸の交角を θ とすれば θ はカムの回転角となる。往復従動節の行程線は η 軸に平行で、原点の左側に e だけオフセットしているものとし、従動節は半径 r の円弧(ローラ)で中心 M とす。カムと円弧の接触点を T とすれば、 MT はカムの輪郭の法線となり、この法線が ξ 軸と x 軸と交わる点を P, U とすれば、 P 点はカム1と従動節2の瞬間中心 I_{12} で、 $\angle AUT = \epsilon$ となる。 MT と行程線の交角を ϕ とすれば、 ϕ は押進め角で図から次式が得られる。

$$\phi = \theta - \epsilon \quad (37)$$

接触点 T の xy 座標から従動節の M 点の $\xi\eta$ 座標 ξ_M, η_M を求めれば次のようになる。

$$\xi_M = -e = x_T \sin \theta - y_T \cos \theta + r \sin(\theta - \epsilon) \quad (38)$$

$$\eta_M = x_T \cos \theta + y_T \sin \theta + r \cos(\theta - \epsilon) \quad (39)$$

式(38)から θ を求めれば次式が得られる。

$$\theta = \cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{(x_T + r \cos \epsilon)^2 + (y_T + r \sin \epsilon)^2}} - \tan^{-1} \frac{x_T + r \cos \epsilon}{y_T + r \sin \epsilon} \quad (40)$$

6.1 従動節の変位

従動節の変位を h とし、従動節の ξ 軸からの最低の高さを k とすれば次式が得られる。

$$h = \eta_M - k = \eta_M - \sqrt{(R_0 + r)^2 - e^2} \quad (41)$$

6.2 従動節の速度

従動節の速度 v はカムの角速度を ω とすれば $v = \omega dh/d\theta$ であるので、式(28)を θ で微分すれば速度係数は次式のようになる。

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{dx_T}{d\theta} \cos \theta + \frac{dy_T}{d\theta} \sin \theta + e + r \sin(\theta - \epsilon) \frac{d\epsilon}{d\theta} \quad (42)$$

式(3), (9), (12)の第1, 2, 3のインボリュートの輪郭の x_T, y_T を θ で微分すれば前報¹⁾にも明らかのようにいずれも

$$\frac{dx_T}{d\theta} = -\rho_T \sin \epsilon \frac{d\epsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T}{d\theta} = \rho_T \cos \epsilon \frac{d\epsilon}{d\theta} \quad (43)$$

となり、式(5), (12)で示す第1円弧、第2円弧の x_T, y_T を θ で微分すれば

$$\text{第1円弧の場合} \quad \frac{dx_T}{d\theta} = -\rho_B \sin \epsilon \frac{d\epsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T}{d\theta} = \rho_B \cos \epsilon \frac{d\epsilon}{d\theta} \quad (44)$$

$$\text{第2円弧の場合} \quad \frac{dx_T}{d\theta} = -\rho_D \sin \epsilon \frac{d\epsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T}{d\theta} = \rho_D \cos \epsilon \frac{d\epsilon}{d\theta} \quad (45)$$

となるので ρ_B, ρ_D を ρ_T とすればいずれも式(43)に一致するので、このカムの輪郭のすべての曲線の $dx_T/d\theta, dy_T/d\theta$ は式(43)で示されるので、式(43)を式(42)に代入すれば

$$\frac{dh}{d\theta} = (\rho_T + r) \sin(\theta - \epsilon) \frac{d\epsilon}{d\theta} + e \quad (46)$$

となる。 $d\epsilon/d\theta$ を計算するには式(8)を θ で微分し、式(43)を代入すれば

$$\frac{d\epsilon}{d\theta} = \frac{\eta_M}{(\rho_T + r) \cos(\theta - \epsilon)} \quad (47)$$

となるので、これを式(46)に代入すれば $dh/d\theta$ は次式で求められる。

$$\frac{dh}{d\theta} = \eta_M \tan(\theta - \epsilon) + e \quad (48)$$

6.3 従動節の加速度

従動節の加速度を a とすれば $a = \omega^2 d^2h/d\theta^2$ だから、加速度係数 $d^2h/d\theta^2$ は式(48)を θ で微分して

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{dh}{d\theta} \tan(\theta - \epsilon) + \eta_M \sec^2(\theta - \epsilon) \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\theta}\right) \quad (49)$$

で求められる。 $d\epsilon/d\theta$ は式(47)から ρ_T の影響を受けるので、加速度が曲率半径に影響されることがわかる。

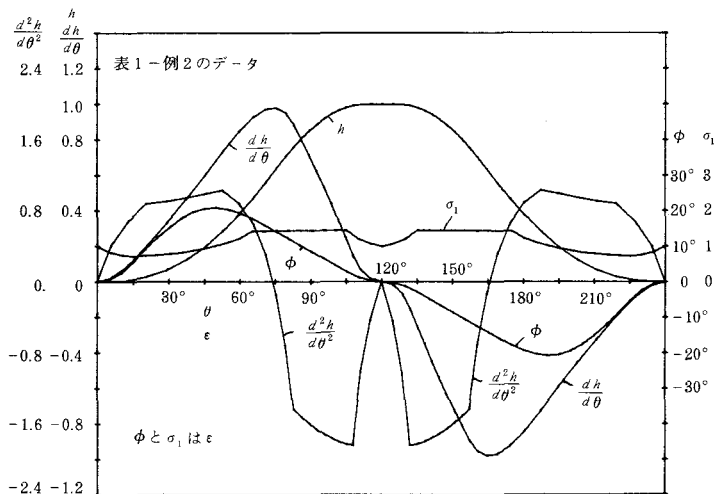


図5 表1-例2のカムの運動, $R_0 = 1, r = 1, e = 0$

6.4 計算例

図5は表1の例2のデータで $R_0 = 1$, $r = 1$, $e = 0$ の場合の従動節の運動を θ を横軸にして示したもので、加速度曲線はカムに挿入した円弧の影響を受けて少し傾いてはいるが、最大加速度が大きくなるのを防いで台形カムに近くなっていることがわかる。

§7 押進め角と滑り率

図4から押進め角 ϕ は次式のようになる。

$$\phi = \theta - \varepsilon \quad (50)$$

\overline{TP} の長さは $\overline{OP} = dh/d\theta$ から次式のようになる。

$$\overline{TP} = \sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + \eta_M^2} - r \quad (51)$$

前報¹⁾によりカムと従動節の滑り率を σ_1 , σ_2 とすれば次式で与えられる。

$$\sigma_1 = \frac{\rho_T + r}{\rho_T} \cdot \frac{\overline{TP}}{r + \overline{TP}}, \quad \sigma_2 = \frac{\rho_T + r}{r} \cdot \frac{\overline{TP}}{\rho_T - \overline{TP}} \quad (52)$$

滑り率は従動節の円弧が回転しない茸形ホローの場合の式で、ローラの場合は σ_2 は考えなくてよいが、 σ_1 は ρ_T の影響を受けカムの最小曲率半径が非常に小さくなる場合は σ_1 が大きくなるので、 σ_{1max} を6以下とすればカムは滑らかになるので、ローラホローの場合でも計算しておけば設計に役立つ。

7.1 計算例

図5すなわち表1の例2のデータで ε に対する押進め角 ϕ とカムの滑り率 σ_1 を求めたものを図6に示す。

$\phi_{max} \div 20^\circ$, $\sigma_{1max} \div 1.4$ となり、 ϕ_{max} は 30° 以下、 σ_{1max} は6以下なのでこのデータのカムは良好であるがやや負の最大加速度が大きい。

§8 加速度曲線

図5, 6からわかるように問題点はやはり加速度にあるので加速度を調べる。

8.1 カムの円弧作用角の影響

図7は $\Sigma = 120^\circ$, $\alpha = \gamma = 15^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $R_0 = 1.5$ を指定した場合 $\tau_1 + \tau_2 = 60^\circ$ となるので、 $\tau_1 = 0^\circ \sim 20^\circ$ に変化させた場合、負の最大加速度が非常に大きくなる $r = 0$ の加速度曲線を求めたもので、 $e = 0$ の場合は往きと戻り行程では同形なので往き行程のみ示

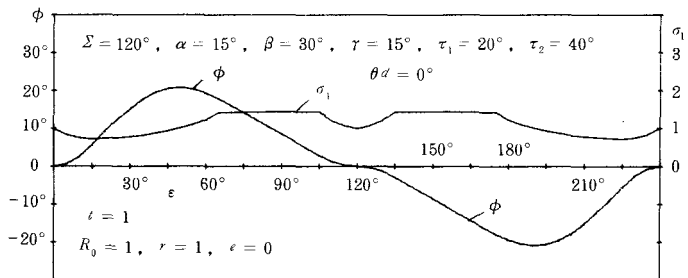


図6 図5のカムの ϕ と σ_1

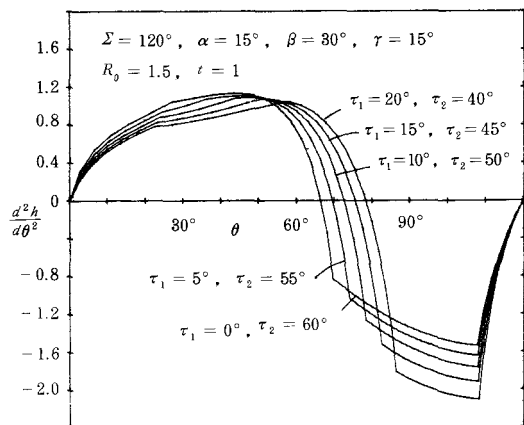
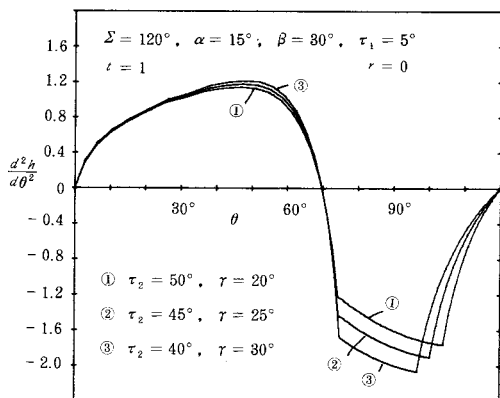
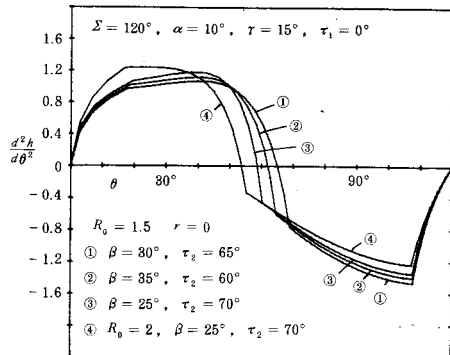


図7 カムの円弧の作用角の変化による加速度の影響

図8 γ の変化による加速度の影響図9 β の変化による加速度の影響

した。図から τ_1 を小さくして τ_2 を大きくとる方が負の最大加速度が小さくなることがわかる。

8.2 第3インボリュートの作用角 γ の影響

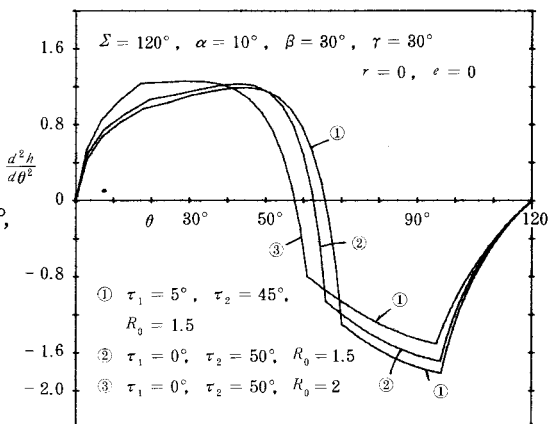
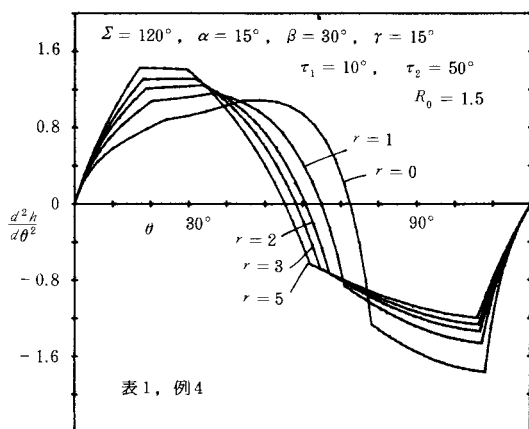
図8は $\Sigma = 120^\circ$, $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\tau_1 = 5^\circ$, $R_0 = 1.5$, $r = 0$ の場合 $\gamma + \tau_2 = 70^\circ$ となるので $\gamma = 20^\circ \sim 30^\circ$ の場合の加速度曲線を示す。 γ が小さい程負の最大加速度が小さくなることがわかる。

8.3 第2インボリュートの作用角 β の影響

図9は $\Sigma = 120^\circ$, $\alpha = 10^\circ$, $\gamma = 15^\circ$, $\tau_1 = 0^\circ$, $R_0 = 1.5$ とし、 $\beta = 25^\circ \sim 35^\circ$ とした場合の加速度曲線で、 β が小さく τ_2 が大きい程負の最大加速度は小さくなることがわかる。

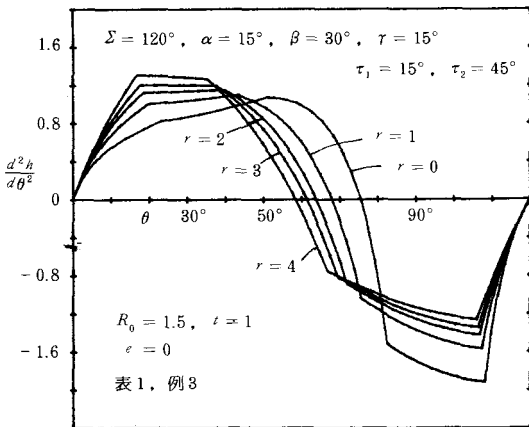
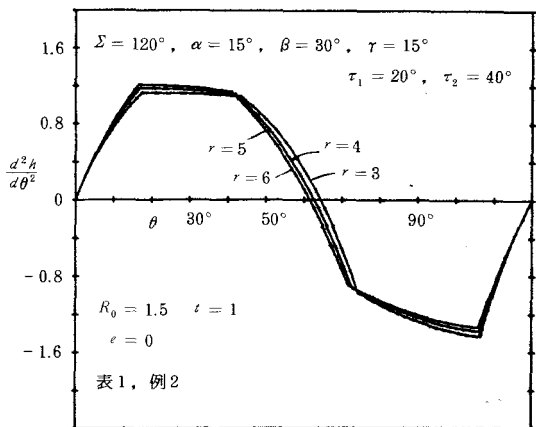
8.4 基礎円半径 R_0 の影響

図10は表1の例6と7のデータで $R_0 = 1.5$, $r = 0$, $e = 0$ の場合と $R_0 = 2$ の場合の加速度曲線を比較したもので R_0 が大きくなれば負の最大加速度が小さくなり、正のそれは僅かに大となる。 R_0 は大きい程よいが、カムが大となるので $R_0 = (1 \sim 3)t$ として r を大きくした方がよい。

図10 R_0 の変化による加速度の影響図11 r の変化による加速度の影響

8.5 従動節の円弧半径 r の影響

図11は表1の例4のデータの場合 $R_0 = 1.5$,

図12 表1-例3の r による加速度の変化図13 表1-例2の r による加速度の変化

$r = 0 \sim 5$ として加速度曲線を求めたもので、 r が大きい程負の最大加速度は小さくなるが逆に正のそれが大きくなるので $r = 2 \sim 3$ が良好である。

図12は表1の例3のデータの場合 $R_0 = 1.5$, $r = 0 \sim 4$ とした加速度曲線で $r = 3$ が形がよい。

図13は表1の例2のデータで $R_0 = 1.5$, $r = 3 \sim 6$ の場合で $r = 6$ が良好である。

図14は表1の例1のデータで $R_0 = 1.5$, $r = 10 \sim 100$ の場合で平板従動節を用いれば台形カムに近づき、円弧の部分が僅かに内に傾き、対称形となる。

以上の事柄から r を小さくする場合には τ_2 を τ_1 に比して大きくとり、 r が大きくてよい場合は τ_2 を τ_1 に近づければよい。

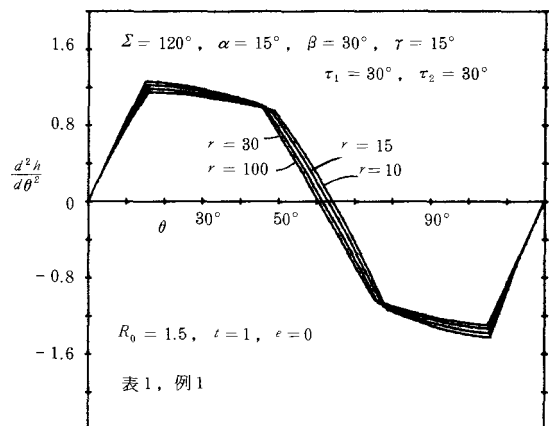
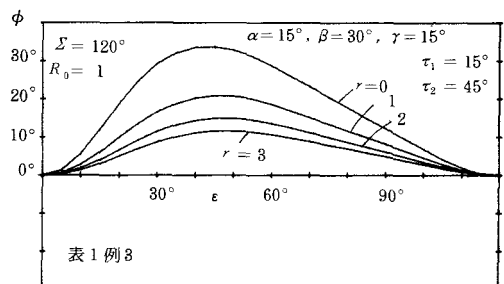
§ 9 押進め角と滑り率の計算例

9.1 押進め角

図11～14から加速度の点で $R_0 + r$ はある程度大きい方がよく、押進め角の点からも $R_0 + r$ が大きい方がよい。図15は表1の例3の場合 $R_0 = 1$, $r = 0 \sim 3$ の場合の押進め角の変化を示す。 ϕ_{max} が 30° 以下のためには $R_0 + r > 1.5$ がよい。加速度の点から普通 $R_0 + r > 3.5$ で $R_0 + r = 3.5$ の場合は図15から $\phi_{max} \div 18^\circ$ なので最大押進め角は充分小さいので、かたより量 e を与える必要がない。

9.2 カムの滑り率

R_0 が t に対して小さい場合、 r を大きくすればカムの滑り率 σ_1 が大きくなり、 r が大きい程それが著

図14 表1-例1の r が非常に大きい場合の加速度の変化図15 表1-例3の r の変化による押進め角

しくなる。例えば表1の例3の場合 $R_0 + r = 3.5$ とし $R_0 = 0.5, 1, 1.5$ のときの σ_1 を図16に示す。 $\sigma_{1max} < 3$ にするには $R_0 > 0.5$ にした方がよい。図中に $R_0 = 1.5, r = 10$ の場合を示すが $\sigma_{1max} \div 1.5$ で R_0 が大きければ r が少々大きくても問題はない。 $R_0 = 1.5$ のとき $r = 1000$ としても $\sigma_{1max} \div 1.8$ 程度である。

よって円弧インボリュート接合カムにおいて R_0 を充分大きくとれば ϕ_{max} も σ_{1max} に問題はない。

従動節の滑り率 σ_2 は式(52)で求められる。図17は表1の例3のデータで $R_0 = 1.5, r = 3, e = 0$ の場合 σ_2 を従動節の円弧上の点 $s = r \cdot \phi$ を横軸として求めたもので、往き行程のみ示す。 $e = 0$ の時は戻り行程も対称となる。よって従動節の円弧上では接触の両端と中央で $\sigma_2 = \infty$ となるが途中は $\sigma_2 = 3$ 前後となる。

§10 結 論

以上により円弧インボリュート接合カムにおける往復円弧従動節の運動と押進め角、滑り率について前報¹⁾のインボリュート接合カムの場合に比して次の結論が得られた。

(1) 2個の円弧と3個のインボリュート曲線を接合して、行程の始点と終点の加速度を零にすることができる。(2) カムの作用角は余り小さくはできないが作用角 Σ を構成する5つの作用角を任意に指定することができる。(3) 第2円弧を少し大きくとることにより、負の最大加速度をかなり減少させることができる。(4) 従動節の円弧半径を大きくすることにより、カムを小さくすることができ、負の最大加速度を減少させることができる。(5) 基礎円半径 R_0 はカムの高さ h の1~3倍程度がよい。(6) 円弧が挿入されると最大押進め角が小さくなり、かたよらず必要がない。(7) カムの滑り率は円弧が挿入されるとかなり減少するので R_0 が小さくてもカムは滑らかとなる。(8) 従動節の滑り率は接触の両端と中央で $\sigma_2 = \infty$ となるが途中では第2円弧のためほぼ一定となる。

以上の研究は本校学生冠野恭範、藤井敬志両君の協力を得た。

文 献

- 1) 糸島寛典，福永恭一：インボリュート接合カムの研究（第1報）—往復従動節—，呉高専研究報告，15-1，1979
- 2) 糸島寛典，福永恭一：インボリュート接合カムの研究（第2報）—揺動従動節—，呉高専研究報告，15-2，1980

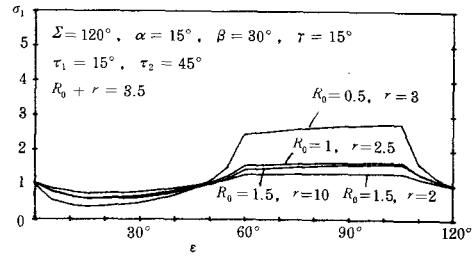


図16 表1-例3の $R_0 + r = 3.5$ の R_0 の変化による σ_1

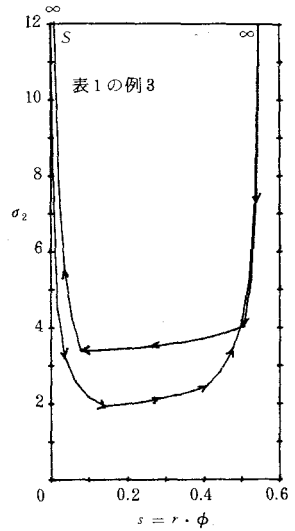


図17 表1-例3の $R_0 = 1.5, r = 3, e = 0$ の場合の従動節の円弧上の σ_2

（昭和55年4月15日受付）

円弧楕円接合カムの研究（第1報）

—— 往復従動節 ——

（機械工学科） 糸 島 寛 典

Studies on the Connective Ellipses and Circular Arcs Cam (1st Report)

—— Reciprocating Follower ——

Hironori ITOSHIMA

This cam has a profile consisting of the three ellipses and the two circular arcs. The three evolutes of the three ellipses are intersected with each other and the positions of the center of the two circular arcs are located in the cross points of the three evolutes. The two circular arcs are used for the purpose of decreasing the maximum acceleration of the follower.

In this paper, the motion of the reciprocating offset follower with a circular arc is examined. The maximum acceleration of the follower, the pressure angle and the specific sliding of the cam are discussed.

§ 1 緒 言

前報¹⁾²⁾において板カムの輪郭を2個の楕円をその縮閉線が連続するように接合して作り、縮閉線の交点をカムの回転中心とする楕円接合カムにおいて往復あるいは揺動従動節の往き行程の始点と終点の加速度を零にすることができたが、接合点における加速度が従動節の円弧半径が小さい場合は非常に大きくなった。

本報告においては楕円の接合点に縮閉線の交点を中心とする円弧を挿入し、縮閉線を連続した円弧楕円接合カムにおける往復円弧従動節の運動を解析し、特に最大加速度と最大押進め角とカムの最大滑り率を調べて最適のカムの基礎円半径、楕円の半径、従動節の円弧半径等を求め最良のカムを設計する。

§ 2 記 号

a : 楕円の長半径

b : 楕円の短半径

Σ : カムの作用角

α : 第1楕円の作用角

ω : カムの角速度

r : 従動節の円弧半径

e : かたより量

ϕ : 押進め角

- β : 第2楕円の作用角
 γ : 第3楕円の作用角
 τ_1 : 第1円弧の作用角
 τ_2 : 第2円弧の作用角
 θ : カムの回転角
 θ_d : 上昇点における停留角
 θ_e : 下降点における停留角
 H : 従動節のリフト
 h : 従動節の変位
 $d^2h/d\theta^2$: 従動節の加速度係数
 ε : カムのパラメーター
 δ : 楕円表示のパラメーター
 ρ_T : カムの曲率半径
 R_0 : カムの基礎円半径
 t : カムの高さ
 σ_1 : カムの滑り率
 σ_2 : 従動節の滑り率
 k : 下降点における従動節の高さ
 $dh/d\theta$: 従動節の速度係数

§ 3 円弧楕円接合カムの輪郭の構成と方程式

図1において長短半径 a, b の楕円を考え、直角座標 xO_1y においてその縮閉線 F_1F_2 を作り、楕円上に A, B 点を取り、 A, B 点の曲率中心を O, P とす。 O 点をカムの回転中心とし、 A 点をカムの始点とし、 $OA = R_0$ とし、 R_0 をカムの基礎円半径とする。 AO と BP の交角を α とすれば α は第1楕円 AB の作用角である。曲率半径 AO と BP が x 軸と交わる角をそれぞれ δ_1, δ_2 とすれば

$$\delta_2 = \delta_1 + \alpha \quad (1)$$

である。 AB 上の任意の点 T の曲率半径を TQ とし、 TQ が x 軸と交わる角を δ とし、その曲率半径を ρ_T とすれば楕円においては前報¹⁾ から

$$\rho_T = a^2b^2 \left\{ \frac{1 + \tan^2 \delta}{a^2 + b^2 \tan^2 \delta} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

となり、始点 A における曲率半径 ρ_A は R_0 に等しいので

$$R_0 = a^2b^2 \left\{ \frac{1 + \tan^2 \delta_1}{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_1} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

となり、これから δ_1 を求めれば次式が得られる。

$$\delta_1 = \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 \left(\frac{R_0}{a^2b^2} \right)^{\frac{2}{3}} - 1}}{1 - b^2 \left(\frac{R_0}{a^2b^2} \right)^{\frac{2}{3}}} \quad (4)$$

3.1 第1楕円 AB ($0 \leq \varepsilon \leq \alpha$)

図1において AO と TQ の交角を ε とし、 T 点の xy 座標 x_T, y_T は前報¹⁾ により次式で表わされる。

$$\delta = \delta_1 + \varepsilon \quad (5)$$

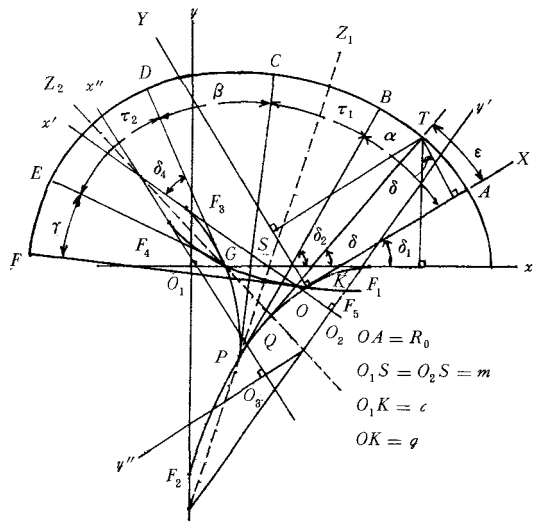


図1 円弧楕円接合カムの輪郭の構成

$$x_T = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta}}, \quad y_T = \frac{b^2 \tan \delta}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

A, O 点の x, y 座標を x_A, y_A, x_O, y_O とすれば前報¹⁾より次式が得られる。

$$x_A = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_1}}, \quad y_A = \frac{b^2 \tan \delta_1}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_1}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$x_O = \frac{a^2 - b^2}{a^4} x_A^3, \quad y_O = \frac{-(a^2 - b^2)}{b^4} y_A^3 \quad \dots\dots\dots (8)$$

3.2 第1円弧 BC ($\alpha \leq \epsilon \leq \alpha + \tau_1$)

図1においてP点を中心とし半径 $PB (= \rho_B)$ の円弧BCを作り、 $\angle BPC = \tau_1$ とすれば円弧BCは第1円弧で τ_1 がその作用角である。B, P点の x, y 座標と ρ_B は次式のようにになる。

$$x_B = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_2}}, \quad y_B = \frac{b^2 \tan \delta_2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_2}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$x_P = \frac{a^2 - b^2}{a^4} x_B^3, \quad y_P = \frac{-(a^2 - b^2)}{b^4} y_B^3 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\rho_B = a^2 b^2 \left\{ \frac{1 + \tan^2 \delta_2}{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_2} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

第1円弧BC上の点Tの曲率半径TPがAOとなす角を ϵ とすればTPが x 軸となす角は $\delta_1 + \epsilon$ となるので、T点の x, y 座標は次式で与えられる。

$$x_T = \rho_B \cos(\delta_1 + \epsilon) + x_P, \quad y_T = \rho_B \sin(\delta_1 + \epsilon) + y_P \quad \dots\dots\dots (12)$$

3.3 第2楕円 CD ($\alpha + \tau_1 \leq \epsilon \leq \alpha + \tau_1 + \beta$)

図1において $\angle BPC$ の2等分線 PZ_1 を引き、 PZ_1 を軸として第1楕円BAの対称楕円CDを作ればこれが第2楕円となる。 PZ_1 と x 軸の交点をSとし、 PZ_1 を対称軸として x, y 座標の対称座標 x', y' と縮閉線 F_1P の対称曲線 F_3P を作れば x' 軸はS点を通り、第2楕円CDの縮閉線は F_3P となる。

D点の曲率半径をDGとすればG点は第2縮閉線 F_3P 上にあつて、CPとDGの交角 β が第2楕円の作用角となる。第2楕円上の任意の点T'の曲率半径を $T'Q'$ とすればQ'は第2縮閉線上にある。 $T'Q'$ と x' 軸の交角を δ' とし、 $T'Q'$ とAOの交角を ϵ とすればCPと x' 軸の交角は δ_2 だから、 δ' は次のようになる。

$$\delta' = \delta_2 - \{\epsilon - (\alpha + \tau_1)\} = \delta_2 + \alpha + \tau_1 - \epsilon \quad \dots\dots\dots (13)$$

T'点の x', y' 座標を x_T', y_T' とすれば式(6)と同様に x_T', y_T' とT'点の曲率半径 ρ_T は次式で表わされる。

$$x_T' = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta'}}, \quad y_T' = \frac{b^2 \tan \delta'}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta'}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\rho_T = a^2 b^2 \left\{ \frac{1 + \tan^2 \delta'}{a^2 + b^2 \tan^2 \delta'} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

3.4 x', y' 座標の x, y 座標への変換

式(14)で求められる x_T', y_T' 座標を第1楕円の x, y 座標に変換する必要がある。図1において $\angle BPC =$

τ_1 , $\angle BPZ_1 = \tau_1/2$, $\angle Z_1Sx = \angle Z_1Sx' = \delta_2 + \tau_1/2$ から PZ_1 の直線の方程式は

$$y - y_P = (x - x_P) \tan \left(\delta_2 + \frac{\tau_1}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (16)$$

となり, $O_1S = O_2S = m$ とすれば, $y = 0$ のときの $x = m$ だから m は次式のようなになる。

$$m = x_P - \frac{y_P}{\tan \left(\delta_2 + \frac{\tau_1}{2} \right)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

T' 点から x , x' 軸に垂線 $T'H$, $T'H'$ を下せば $\angle H'T'H = \angle H'SO_1 = 180^\circ - (2\delta_2 + \tau_1)$ となり, これから次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x &= m + (x' - m) \cos(2\delta_2 + \tau_1) + y' \sin(2\delta_2 + \tau_1) \\ y &= (x' - m) \sin(2\delta_2 + \tau_1) - y' \cos(2\delta_2 + \tau_1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

この式により式(14)の x_T' , y_T' を xy 座標に座標変換すればよい。

3.5 第2円弧 DE ($\alpha + \tau_1 + \beta \leq \varepsilon \leq \alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2$)

図1において D 点の曲率半径 DG が x' 軸となす角を δ_4 とすれば CP が x' 軸となす交角は δ_2 だから

$$\delta_4 = \delta_2 - \beta = \delta_1 + \alpha - \beta \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。 D 点の $x'y'$ 座標を x_D' , y_D' とし, G 点の $x'y'$ 座標を x_G' , y_G' とし, D 点の曲率半径を ρ_D とすれば次式が得られる。

$$x_D' = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_4}}, \quad y_D' = \frac{b^2 \tan \delta_4}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_4}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$x_G' = \frac{a^2 - b^2}{a^4} (x_D')^3, \quad y_G' = -\frac{a^2 - b^2}{b^4} (y_D')^3 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\rho_D = a^2 b^2 \left\{ \frac{1 + \tan^2 \delta_4}{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_4} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots (22)$$

G 点を中心とし半径 $GD (= \rho_D)$ で円弧 DE を作り, $\angle DGE = \tau_2$ とすれば円弧 DE は第2円弧で τ_2 がその作用角である。第2円弧 DE 上の任意の点 T' と G を結ぶ直線 $T'G$ が x' 軸との交角を δ' とし, $T'G$ が AO となす角を ε とすれば

$$\delta' = \delta_4 + \alpha + \tau_1 + \beta - \varepsilon \quad \dots\dots\dots (23)$$

となる。よって T' 点の $x'y'$ 座標 x_T' , y_T' は次式のようなになる。

$$x_T' = \rho_D \cos \delta' + x_G', \quad y_T' = \rho_D \sin \delta' + y_G' \quad \dots\dots\dots (24)$$

この x_T' , y_T' を式(18)に代入して xy 座標の x_T , y_T に変換する。

3.6 第3楕円 EF ($\alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 \leq \varepsilon \leq \Sigma$)

図1において第2円弧の $\angle DGE$ の2等分線を GZ_2 とし, GZ_2 を軸として $x'y'$ 座標の対称座標 $x''y''$ 座標を作り, さらに第2楕円 CD とその縮閉線 F_3P の対称楕円 EF とその縮閉線 F_4F_5 を作り, F_4F_5 がカムの回転中心 O を通るようにする。

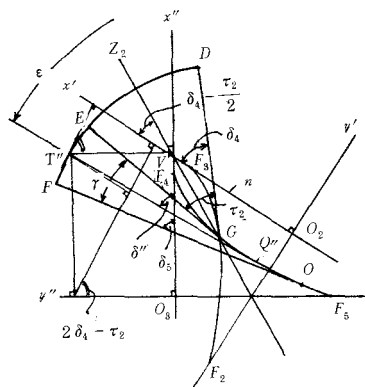


図2 第3楕円の構成

O点よりこの縮閉線 F_4F_5 に接線を引き楕円 EF の交点を F とすれば EF が第3楕円となり、法線 EG と FO の交角を γ とすれば γ は第3楕円の作用角である。 OA 、 OF の交角はこのカムの往き行程の作用角 Σ である。

図2において第3楕円 EF 上に任意の点 T'' を取り、曲率中心 Q'' は第3縮閉線 F_4F_5 上にある。 $T''Q''$ が AO となす角を ε とし、 $T''Q''$ が x'' 軸となす角を δ'' とすれば図から

$$\delta'' = \delta_4 + \varepsilon - \alpha - \tau_1 - \beta - \tau_2 = \delta_1 + \varepsilon - 2\beta - (\tau_1 + \tau_2) \quad \dots\dots\dots (25)$$

となり、 T'' 点の $x''y''$ 座標とその曲率半径 ρ_T は前と同様に次式で与えられる。

$$x_T'' = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta''}} \quad , \quad y_T'' = \frac{b^2 \tan \delta''}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta''}} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\rho_T = a^2 b^2 \left\{ \frac{1 + \tan^2 \delta''}{a^2 + b^2 \tan^2 \delta''} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots (27)$$

F 点の法線と x'' 軸の交角を δ_5 とすれば

$$\delta_5 = \delta_4 + \gamma = \delta_1 + \alpha - \beta + \gamma \quad \dots\dots\dots (28)$$

となり、 F 点の曲率半径を ρ_F とし、 F 点と O 点の $x''y''$ 座標を求めれば次式となる。

$$\rho_F = a^2 b^2 \left\{ \frac{1 + \tan^2 \delta_5}{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_5} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$x_F'' = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_5}} \quad , \quad y_F'' = \frac{b^2 \tan \delta_5}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \delta_5}} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$x_O'' = \frac{a^2 - b^2}{a^4} (x_F'')^3 \quad , \quad y_O'' = -\frac{a^2 - b^2}{b^4} (y_F'')^3 \quad \dots\dots\dots (31)$$

3.7 $x''y''$ 座標の $x'y'$ 座標への変換

図2において $\angle DGE$ の2等分線 GZ_2 の方程式を $x'y'$ 座標で求めれば GZ_2 が x' 軸となす角は $\delta_4 - \tau_2/2$ だから

$$y' - y_G' = (x' - x_G') \tan \left(\delta_4 - \frac{\tau_2}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (32)$$

となり、 GZ_2 と x' 軸の交点を V とし、 $VO_2 = VO_3 = n$ とすれば、 $y' = 0$ のときの $x' = n$ となるから

$$n = x_G' - \frac{y_G'}{\tan \left(\delta_4 - \frac{\tau_2}{2} \right)} \quad \dots\dots\dots (33)$$

となる。 x_G' 、 y_G' は式(20)、(21)から求められる。 $x''y''$ 座標上の T'' 点を $x'y'$ 座標に変換すれば

$$\left. \begin{aligned} x' &= n - (n - x'') \cos(2\delta_4 - \tau_2) + y'' \sin(2\delta_4 - \tau_2) \\ y' &= -(n - x'') \sin(2\delta_4 - \tau_2) - y'' \cos(2\delta_4 - \tau_2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

となる。更に $x'y'$ 座標を xy 座標に変換するには式(18)を用いればよい。

3.8 xy 座標の XY 座標への変換

図1において O 点を原点とし OA を X 軸、それに直角に Y 軸をとり、 OA と x 軸の交点を K とし、 $O_1K = c$ 、 $OK = g$ とし、 c 、 g の長さを求める。図より $y_A = (x_A - c) \tan \delta_1$ だから、これに式(7)を代入して c を求めれば

$$\Sigma = \alpha + \tau_1 + \beta + \tau_2 + \gamma \quad \dots\dots\dots (45)$$

電算機による繰返し計算により Σ が指定された値となるようにすればよい。式(18), (34)の逆変換式は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x' &= m + (x - m) \cos(2\delta_2 + \tau_1) + y \sin(2\delta_2 + \tau_1) \\ y' &= (x - m) \sin(2\delta_2 + \tau_1) - y \cos(2\delta_2 + \tau_1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$\left. \begin{aligned} x'' &= n - (n - x') \cos(2\delta_4 - \tau_2) + y' \sin(2\delta_4 - \tau_2) \\ y'' &= -(n - x') \sin(2\delta_4 - \tau_2) - y' \cos(2\delta_4 - \tau_2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (47)$$

4.1 r の求め方

第3縮閉線が原点 O を通る時の x_O'' が求められれば式(31)の第1式より

$$x_F'' = \left(\frac{a^4 x_O''}{a^2 - b^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \dots\dots\dots (48)$$

となり、この式と式(30)の第1式とを用いて

$$a^2 + b^2 \tan^2 \delta_5 = \left(\frac{a^2}{x_F''} \right)^2 = a^2 \left(\frac{a^2 - b^2}{a x_O''} \right)^{\frac{2}{3}} \quad \dots\dots\dots (49)$$

が得られ、式(28)より $\delta_5 = \delta_4 + r$ だから、これを式(49)に代入して r を求めれば次式のようになる。

$$r = \tan^{-1} \frac{a \sqrt{\left(\frac{a^2 - b^2}{a x_O''} \right)^{\frac{2}{3}} - 1}}{b} - \delta_4 \quad \dots\dots\dots (50)$$

4.2 カムの高さ

カムの最大半径 ρ_F から基礎円半径 R_0 を引いたものをカムの高さ t とすれば

$$t = \rho_F - R_0 \quad \dots\dots\dots (51)$$

である。 t は従動節がかたよりのない場合、すなわちかたより量 $e = 0$ の場合は従動節のリフトを H とすれば（カムの寸法はリフト H を基準にとりすべての寸法と運動を定めるので $H = 1$ とす）

$$t = H = 1 \quad \dots\dots\dots (52)$$

となり、 $t = 1$ を基準とすることができる。またもし $e \neq 0$ のときは H は次式となる。

$$H = \sqrt{(R_0 + r + t)^2 - e^2} - \sqrt{(R_0 + r)^2 - e^2} \quad \dots\dots\dots (53)$$

これから t を求めれば t は次式となる。

$$t = \sqrt{(R_0 + r)^2 + H^2 + 2H \sqrt{(R_0 + r)^2 - e^2}} - (R_0 + r) \quad \dots\dots\dots (54)$$

式(54)よりも式(53)の t を $t = 1$ として H を求め H を1になるようすべての寸法を H で割ったものを使用する。

4.3 計算例

例えば $\Sigma = 120^\circ$, $b = 1$, $a = 1.5$, $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\tau_1 = 25^\circ$ と指定し、 R_0 の任意の値を仮定する。そうすれば式(4)より δ_1 , 式(7), (8)より x_A , y_A , x_O , y_O , 式(1)より δ_2 , 式(9), (10)より x_B , y_B , x_P , y_P が求まる。

次に式(17)より m , 式(46)の x, y に x_0, y_0 を代入して x_0', y_0' , 式(19)より δ_4 , 式(20), (21)により x_D', y_D', x_G', y_G' , 式(33)より n , 式(47)の x', y' に x_0', y_0' を代入して x_0'', y_0'' を求め, 式(44)の x'', y'' に x_0'', y_0'' を代入してその値が右辺に等しくなるように式(47)の τ_2 を電算機にて繰返し計算をさせ τ_2 と x_0'' を求める。 x_0'' がわかれば式(50)より r がわかるので, 式(45)より Σ が求められる。この Σ の値が指定された値 120° と異なれば再び R_0 の値を変えて再計算し $\Sigma = 120^\circ$ になる R_0 の値を求め, τ_2 と r の値を求める。 a の値が変わる度に同様な計算を行い, その結果を表1の上半に示す。

表1 $\Sigma = 120^\circ, \alpha = 20^\circ, \beta = 30^\circ, \tau_1 = 25^\circ, b = 1$

a	1.5	2	2.5	3	$2 \left(\begin{array}{l} \alpha = 15^\circ, \beta = 36^\circ \\ \tau_1 = 10^\circ \end{array} \right)$
R_0	0.770932	1.18620	2.07127	2.85310	0.50630
τ_2	20.35251°	20.34834°	20.86250°	21.50069°	41.49719°
r	24.64749°	24.65166°	24.13750°	23.49931°	23.50314°
t	1	1	1	1	1
a	7.82441	2.29234	1.07311	0.73034	63.68201
b	5.21627	1.14617	0.42924	0.24345	31.84101
R_0	4.02139	1.35959	0.88908	0.69457	16.12112
ρ_D	3.65579	0.99465	0.54080	0.36834	16.36469
例	1	2	3	4	5

Σ が指定された値になる R_0 が決定されれば式(4)より δ_1 , 式(1)より δ_2 , 式(19)より δ_4 , 式(22)より ρ_D , 式(28)より δ_5 , 式(29)より ρ_F , 式(51)より t が求められるので, $t = 1$ とすべく a, b, R_0, ρ_D の値を t で割ってその値を再び a, b, R_0, ρ_D とする。これを表1の下半に示す。 $R_0 \div (0.5 \sim 3)t$ が望ましいので $a/b = 1.7 \sim 3$ が適当である。

表1の右列の例5は α と τ_1 を小さくした場合で τ_2 が大きくなり R_0 が t に対し非常に大きくなるので実用できない。

§5 往復円弧従動節の運動の解析

図4において円弧槽円接合カムの回転中心 O を原点とする $\xi\eta$ 座標をとり, カムは時計回りに回転するものとして, e だけ従動節はオフセットし, その行程線は η 軸に平行にとる。円弧(ローラ)の半径を r とし, 円弧は T 点でカムに接触している。 X 軸と η 軸の交角を θ とし, 円弧の中心を M , 接触点 T のカムの法線 MT と ξ 軸の交点を P とすれば P はカム1と従動節2の瞬間中心 I_{12} で, 法線 PM と従動節の行程線 MH のなす角を ϕ とすれば ϕ は押進め角となり, TP と X 軸の交角を ε だから

$$\phi = \theta - \varepsilon \quad (55)$$

が得られる。 T 点の $\xi\eta$ 座標を ξ_T, η_T とすれば次式が得られる。

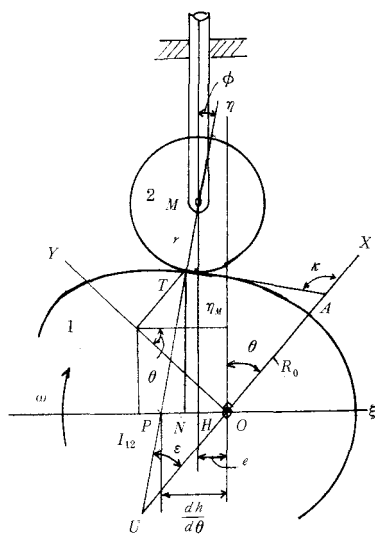


図4 往復円弧従動節の運動

$$\xi_T = X_T \sin \theta - Y_T \cos \theta, \quad \eta_T = X_T \cos \theta + Y_T \sin \theta \quad \dots\dots\dots (56)$$

M点の $\xi\eta$ 座標を ξ_M , η_M とすれば $\xi_M = e$ となる。

$$\xi_M = e = -\xi_T - r \sin(\theta - \epsilon), \quad \eta_M = \eta_T + r \cos(\theta - \epsilon) \quad \dots\dots\dots (57)$$

式(56)を式(57)に代入すれば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} e &= -X_T \sin \theta + Y_T \cos \theta - r \sin(\theta - \epsilon) \\ \eta_M &= X_T \cos \theta + Y_T \sin \theta + r \cos(\theta - \epsilon) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (58)$$

M点の最低の高さを k とすれば次式となる。

$$k = \sqrt{(R_0 + r)^2 - e^2} \quad \dots\dots\dots (59)$$

5.1 従動節の変位

従動節の変位を h とすれば次式を得る。

$$h = \eta_M - k = X_T \cos \theta + Y_T \sin \theta + r \cos(\theta - \epsilon) - k \quad \dots\dots\dots (60)$$

次に θ を求めるには式(58)の第1式より次式が得られる。

$$\theta = \cos^{-1} \frac{e}{\sqrt{(X_T + r \cos \epsilon)^2 + (Y_T + r \sin \epsilon)^2}} - \tan^{-1} \frac{X_T + r \cos \epsilon}{Y_T + r \sin \epsilon} \quad \dots\dots\dots (61)$$

$$e = 0 \text{ の場合} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{Y_T + r \sin \epsilon}{X_T + r \cos \epsilon} \quad \dots\dots\dots (62)$$

5.2 従動節の速度係数

従動節の速度 $v = \omega \cdot dh/d\theta$ である。図4においてP点は瞬間中心 I_{12} だから $v = \omega \times \overline{OP}$ となる。故に $\overline{OP} = dh/d\theta$ となり、 $\overline{OP} = \eta_M \tan(\theta - \epsilon) + e$ だから速度係数 $dh/d\theta$ は次式のようになる。

$$\frac{dh}{d\theta} = \eta_M \tan(\theta - \epsilon) + e \quad \dots\dots\dots (63)$$

5.3 加速度係数

従動節の加速度 a は ω が一定のとき $a = \omega^2 d^2h/d\theta^2$ となるので、式(63)を θ で微分すれば加速度係数 $d^2h/d\theta^2$ は

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{dh}{d\theta} \tan(\theta - \epsilon) + \eta_M \sec^2(\theta - \epsilon) \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\theta}\right) \quad \dots\dots\dots (64)$$

となる。 $d\epsilon/d\theta$ を計算するために式(58)の第1式を θ で微分して第2式を代入すれば

$$\eta_M = -\frac{dX_T}{d\theta} \sin \theta + \frac{dY_T}{d\theta} \cos \theta + r \cos(\theta - \epsilon) \frac{d\epsilon}{d\theta} \quad \dots\dots\dots (65)$$

となる。式(65)を θ で微分すれば

$$\frac{dX_T}{d\theta} = \frac{dx_T}{d\theta} \cos \delta_1 + \frac{dy_T}{d\theta} \sin \delta_1, \quad \frac{dY_T}{d\theta} = -\frac{dx_T}{d\theta} \sin \delta_1 + \frac{dy_T}{d\theta} \cos \delta_1 \quad \dots\dots\dots (66)$$

となるので、これを式(65)に代入すれば次式を得る。

$$\eta_M = -\frac{dx_T}{d\theta} \sin(\theta + \delta_1) + \frac{dy_T}{d\theta} \cos(\theta + \delta_1) + r \cos(\theta - \epsilon) \frac{d\epsilon}{d\theta} \quad \dots\dots\dots (67)$$

(1) 第1楕円 式(5)より $d\delta/d\theta = d\epsilon/d\theta$, 式(6)を θ で微分し、式(2)を用いれば

$$\frac{dx_T}{d\theta} = -\rho_T \sin \delta \frac{d\epsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T}{d\theta} = \rho_T \cos \delta \frac{d\epsilon}{d\theta} \quad \dots\dots\dots (68)$$

となり、これを式(67)に代入して $d\varepsilon/d\theta$ を求めれば次式のようなになる。

$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} = \frac{\eta_M}{(\rho_T + r) \cos(\theta - \varepsilon)} \quad (69)$$

(2) 第1円弧 式(12)において $\delta = \delta_1 + \varepsilon$ で式(12)を θ で微分すれば

$$\frac{dx_T}{d\theta} = -\rho_B \sin \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T}{d\theta} = \rho_B \cos \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta} \quad (70)$$

となり、 ρ_B を ρ_T とすれば式(68)に一致する。式(70)を式(67)に代入すれば次式を得る。式(69)に一致する。

$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} = \frac{\eta_M}{(\rho_B + r) \cos(\theta - \varepsilon)} \quad (71)$$

(3) 第2楕円 式(13)を θ で微分すれば $d\delta'/d\theta = -d\varepsilon/d\theta$ で式(14)を θ で微分すれば

$$\frac{dx_T'}{d\theta} = \rho_T \sin \delta' \frac{d\varepsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T'}{d\theta} = -\rho_T \cos \delta' \frac{d\varepsilon}{d\theta} \quad (72)$$

となり、式(18)を θ で微分すれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_T}{d\theta} &= \frac{dx_T'}{d\theta} \cos(2\delta_2 + \tau_1) + \frac{dy_T'}{d\theta} \sin(2\delta_2 + \tau_1) \\ \frac{dy_T}{d\theta} &= \frac{dy_T'}{d\theta} \sin(2\delta_2 + \tau_1) - \frac{dx_T'}{d\theta} \cos(2\delta_2 + \tau_1) \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

となる。式(72)を式(73)に代入すれば

$$\delta' - 2\delta_2 - \tau_1 = \alpha - \varepsilon - \delta_2 = -(\delta_1 + \varepsilon) = -\delta$$

から

$$\frac{dx_T}{d\theta} = -\rho_T \sin \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T}{d\theta} = \rho_T \cos \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta} \quad (74)$$

となり式(68)に一致するので、 $d\varepsilon/d\theta$ は式(69)と一致する。

$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} = \frac{\eta_M}{(\rho_T + r) \cos(\theta - \varepsilon)} \quad (75)$$

(4) 第2円弧 $d\delta'/d\theta = -d\varepsilon/d\theta$ で式(24)を θ で微分すれば

$$\frac{dx_T'}{d\theta} = +\rho_D \sin \delta' \frac{d\varepsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T'}{d\theta} = -\rho_D \cos \delta' \frac{d\varepsilon}{d\theta} \quad (76)$$

となり、これを式(73)、(74)に代入すれば次式を得る。

$$\frac{dx_T}{d\theta} = -\rho_D \sin \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T}{d\theta} = \rho_D \cos \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta} \quad (77)$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} = \frac{\eta_M}{(\rho_D + r) \cos(\theta - \varepsilon)} \quad (78)$$

両式は式(68)、(69)に一致する。

(5) 第3楕円 式(25)より $d\delta''/d\theta = d\varepsilon/d\theta$ となり、式(26)を θ で微分すれば

$$\frac{dx_T''}{d\theta} = -\rho_T \sin \delta'' \frac{d\varepsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T''}{d\theta} = \rho_T \cos \delta'' \frac{d\varepsilon}{d\theta} \quad (79)$$

となり、式(34)を θ で微分すれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_T'}{d\theta} &= \frac{dx_T''}{d\theta} \cos(2\delta_4 - \tau_2) + \frac{dy_T''}{d\theta} \sin(2\delta_4 - \tau_2) \\ \frac{dy_T'}{d\theta} &= \frac{dx_T''}{d\theta} \sin(2\delta_4 - \tau_2) - \frac{dy_T''}{d\theta} \cos(2\delta_4 - \tau_2) \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

となり，式(71)を(72)に代入すれば

$$\frac{dx_T'}{d\theta} = -\rho_T \sin(\delta'' - 2\delta_4 + \tau_2) \frac{d\varepsilon}{d\theta}, \quad \frac{dy_T'}{d\theta} = -\rho_T \cos(\delta'' - 2\delta_4 + \tau_2) \frac{d\varepsilon}{d\theta} \quad (81)$$

となり，これを式(73)に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_T}{d\theta} &= -\rho_T \sin(\delta'' - 2\delta_4 + \tau_2 + 2\delta_2 + \tau_1) \frac{d\varepsilon}{d\theta} = -\rho_T \sin \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta} \\ \frac{dy_T}{d\theta} &= \rho_T \cos(\delta'' - 2\delta_4 + \tau_2 + 2\delta_2 + \tau_1) \frac{d\varepsilon}{d\theta} = \rho_T \cos \delta \frac{d\varepsilon}{d\theta} \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

となり式(68)に一致するので

$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} = \frac{\eta_M}{(\rho_T + r) \cos(\theta - \varepsilon)} \quad (83)$$

となり，式(69)に一致する。

よって輪郭のすべての点で $d\varepsilon/d\theta$ は式(69)となるので，これを式(64)に代入して加速度係数 $d^2h/d\theta^2$ を求めることができ，加速度が曲率半径 ρ_T と r の強い影響を受けることがわかる。

§ 6 押進め角と滑り率

従動節の押進め角 ϕ は式(55)より

$$\phi = \theta - \varepsilon \quad (84)$$

となり，図4から \overline{TP} の長さは次式となる。

$$\overline{TP} = \sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + \eta_M^2 - r} \quad (85)$$

カムと従動節の滑り率を σ_1 , σ_2 とすれば前報¹⁾より

$$\sigma_1 = \frac{\rho_T + r}{\rho_T} \cdot \frac{\overline{TP}}{r + \overline{TP}} \quad (86)$$

$$\sigma_2 = \frac{\rho_T + r}{r} \cdot \frac{\overline{TP}}{\rho_T - \overline{TP}} \quad (87)$$

従動節の円弧上の ϕ
= 0 の位置から接触点
T までの円弧上の距離
を s とすれば次式のよ
うになる。

$$s = r \cdot \phi \text{ (rad)} \quad (87)$$

§ 7 計算例

表1の例2，3の
場合のデータで $\theta_d = 30^\circ$ ，
 $\theta_e = 90^\circ$ の場合のカム
の全輪郭を図5に示す。
例1の場合は R_0 が大き
すぎる。図のカムの輪
郭は滑らかである。

図6は表1の例2の

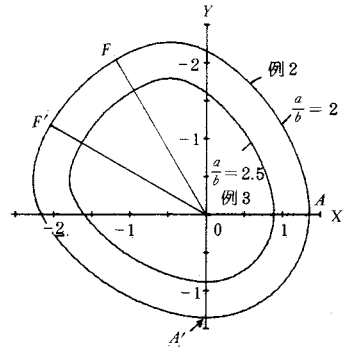


図5 $a/b=2$ ，2.5のカムの輪郭，
 $\theta_d=30^\circ$ ， $\theta_e=90^\circ$

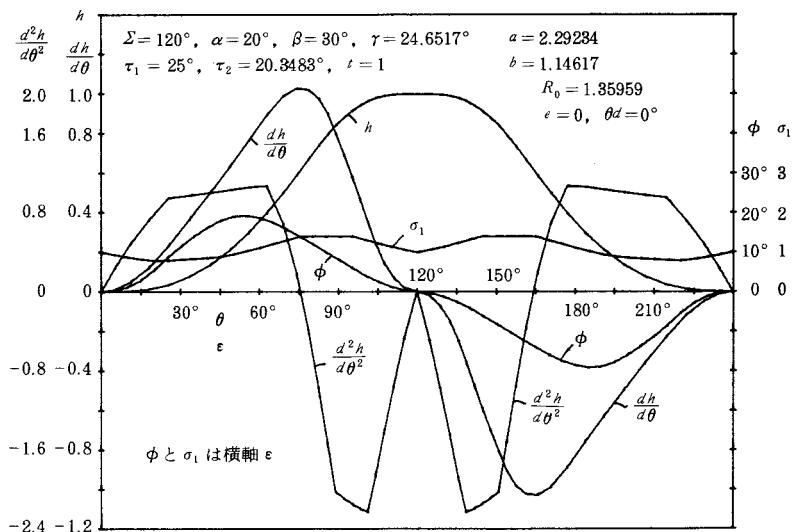
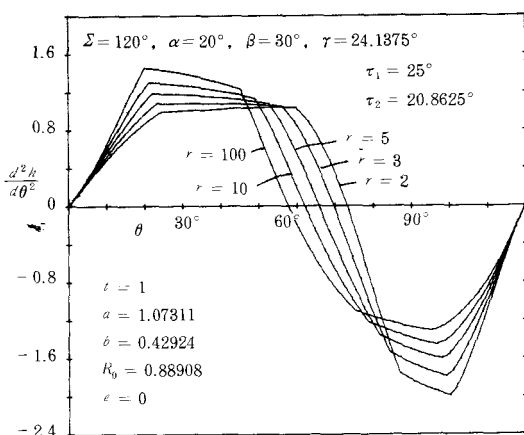
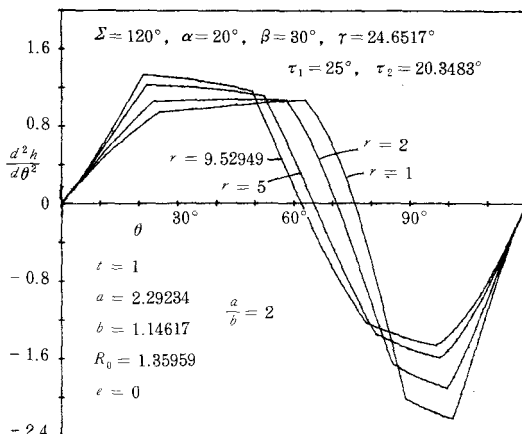


図6 表1の例2の $r=1$ の運動と ϕ , σ_1

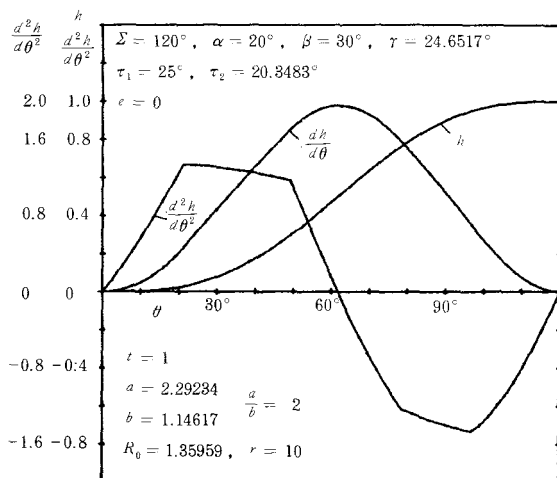
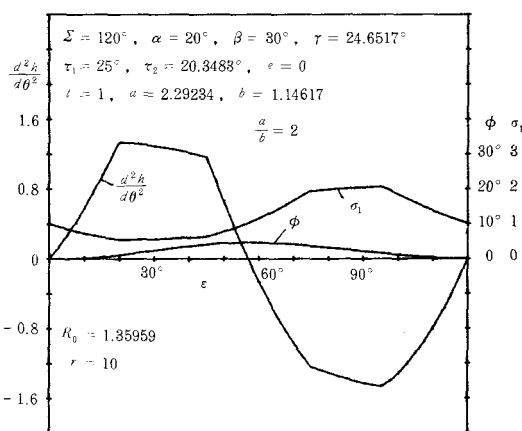
図7 表1の例3の r による加速度図8 表1の例2の r による加速度

データで $r=1$, $\theta_d=0^\circ$ の場合の h , $dh/d\theta$, $d^2h/d\theta^2$ を θ を横軸に, ϕ , σ_1 を ϵ を横軸に示したもので, r が小さいので負の最大加速度が少し大きい。 $\phi_{max} \doteq 19^\circ$, $\sigma_{1max} = 1.4$ でいずれも小さい値である。接合点の円弧挿入の効果が表われている。

図7は表1の例3のデータで $r=2\sim 100$, $e=0$ の場合の $d^2h/d\theta^2$ の変化を θ に対して示す。 r が大きいと負の最大加速度が急激し, $r=10$ 程度がよい。

図8は表1の例2のデータで $r=1\sim 5$, $e=0$ の場合の $d^2h/d\theta^2$ の変化を θ に対して示す。図7と同様 r が大きいと負の最大加速度が急激し, 第2円弧の効果が現われる。この場合 $R_0=1.35959$ なので, 図7の $R_0=0.88908$ の場合 $r=10$ が良好であったので $R_0+r=10.88908$ とし, 図8の場合の R_0+r を同じ値10.88908とすれば, $R_0=1.35959$ なので $r=9.52949$ として $d^2h/d\theta^2$ を求めれば加速度曲線は $r=10$ の場合と一致する。よって表1の a/b の値に無関係に R_0+r が同じならば同様な加速度線図が得られる。 R_0 の小さい方を選び r を大きくすればよいことがわかる。

図9, 10は表1の例2のデータで $e=0$, $r=10$ の場合の運動と押進め角 ϕ , カムの滑り率 σ_1 を示す。図から加速度曲線は台形カムに似た形となり, $\phi_{max} \doteq 5^\circ$, $\sigma_{1max} \doteq 2$ で最

図9 表1の例2の $r=10$ による運動図10 表1の例2の $r=10$ の $d^2h/d\theta^2$, ϕ , σ_1

適である。 ϕ_{max} の値が小さいのでかたより量 e は零でよい。

図11は図9の場合の従動節が茸形のとき円弧上の滑り率 σ_2 を表すために式(87)により円弧上の位置 s に対する σ_2 を示す。往き行程のみ示しているが戻りと対称となる。図から接触の両端と中央で $\sigma_2 = \infty$ となるが途中ではほぼ一様である。

§ 8 結 論

以上により円弧を楕円接合カムに接合したカムにおける往復円弧従動節の運動および押進め角、滑り率について前報¹⁾の楕円接合カムに比して次の結論を得た。

(1)楕円接合カムで得られた特性すなわち始点終点の加速度を零にすることができ、特に第2円弧によって負の最大加速度をかなり減少させることができた。(2)楕円の半径比が異っても $R_0 + r$ が同一であれば、同様な加速度曲線を得ることができるので、 R_0 をかなり小さくできる。(3)円弧楕円接合カムではナイフエッジ従動節も使用できる。(4)押し進め角も比較的小さいのでかたよらす必要がない。(5)従動節の円弧半径が大きければカムの最大滑り率も大きくなるが6以下なので無視できる。

揺動従動節については次報で述べる。

本研究は本校学生大下繁之、佐藤秀樹両君の協力を得た。

文 献

- 1) 糸島寛典、福永恭一：楕円接合カムの研究（第1報）—往復従動節—，呉高専研究報告，15-1，1979
- 2) 糸島寛典、福永恭一：楕円接合カムの研究（第2報）—揺動従動節—，呉高専研究報告，15-2，1980

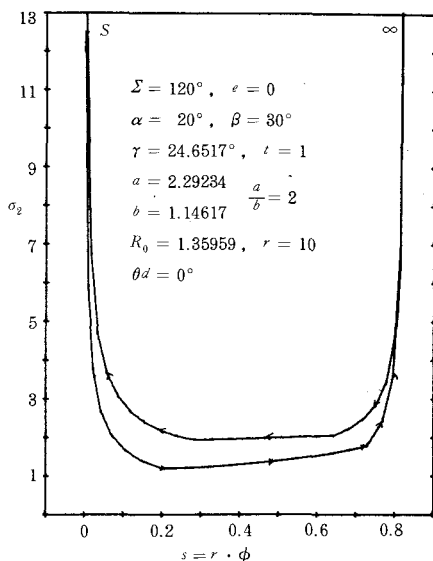


図11 表1の例2の $r=10$ の従動節の円弧上の σ_2

（昭和55年4月15日受付）

平歯車の歯面温度上昇におよぼす転位係数の影響

(機械工学科) 野 原 稔
灘 野 宏 正

Effect of Coefficient of Addendum Modification on the Flash Temperature Rise of Spur Gears

Minoru NOHARA
Hiromasa NADANO

The flash temperature at the meshing faces is calculated by using the equation to judge the risk of the scoring of spur gear.

In order to obtain the minimum value of flash temperature, the relation between the coefficient of addendum modification and the flash temperature is examined, and the optimum value of the coefficient of addendum modification in terms of risk for scoring is decided.

§ 1 緒 言

すべりを伴うころがり接触状態で作動する機械要素には歯車やカムなどがあり、スコアリングないしは焼付きが重大な支障を起こしている。これらの現象の原因に対して、接触部の温度上昇が第一の要因であると考えられ、これまで数多くの研究が行なわれてきている。(1)、(2)本報においては、平歯車のスコアリング評価式⁽³⁾を使用し、かみあい作用線上における歯面の最高温度およびその位置を求めた。また、転位係数を変化させることにより歯面の最高温度が最小となる転位係数の検討を行ない、スコアリング強さに対する転位係数の最適値を明らかにした。

§ 2 記 号

θ : 歯面温度	B : 歯車材の熱接触係数
θ_0 : 歯車本体温度	$B = \sqrt{k \gamma c} \quad \text{kcal}/(\text{cm}^2 \text{s}^{1/2} \text{deg})$
b : 歯面の有効接触幅	k : 歯車材の熱伝導率 $\text{kcal}/(\text{cm s deg})$
β : 荷重分担率	c : 歯車材の比熱 $\text{kcal}/(\text{g deg})$
ν : ポアソン比	γ : 歯車材の密度 g/cm^3
m : モジュール	μ : 摩擦係数
V_s : 歯面に垂直方向のすべり速度	δ : 歯のたわみ量
$V_s = V_1 - V_2 \quad \text{cm/s}$	b_0 : ヘルツの接触幅
P_n : 歯面に垂直方向に作用する単位歯幅当りの歯面荷重 kgf/cm	

また、図1は歯のたわみを計算するに必要な歯形寸法を表わしつぎのようになる。

基礎円半径が有効歯元円半径より小さい場合

$$\omega = \frac{2L}{mz \cos \alpha_0} - \varphi$$

$$\text{ただし } \varphi = \frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha_0 - \frac{S_n}{mz \cos \alpha_0} + \frac{2x_i \tan \alpha_0}{z}$$

$$S_k = 2 \cdot R_k \sin(\varphi - \text{inv } \alpha_k) \quad \text{ただし } \alpha_k = \tan^{-1} \sqrt{\left(\frac{R_k}{R_g}\right)^2 - 1}$$

$$S_f = 2 \cdot R_m \sin(\varphi - \text{inv } \alpha_f) \quad \text{ただし } \alpha_f = \tan^{-1} \sqrt{\left(\frac{R_m}{R_g}\right)^2 - 1}$$

$$X = \sqrt{R_m^2 - \left(\frac{S_f}{2}\right)^2} - \sqrt{R_r^2 - \left(\frac{S_f}{2}\right)^2}$$

$$A_n = \sqrt{R_k^2 - \left(\frac{S_k}{2}\right)^2} - \sqrt{R_r^2 - \left(\frac{S_f}{2}\right)^2}$$

基礎円半径が有効歯元円半径より大きい場合

上式において S_f のかわりに S_g , R_m のかわりに R_g と置き換える。ただし $S_g = 2R_g \cdot \sin \varphi$ とする。

つぎに、転位係数 x_1 , x_2 およびバックラッシュ S_n を与えて中心距離を求める場合、かみあい圧立角 α_b は次式で与えられる。

$$\alpha_b = \text{inv}^{-1} \left[\left\{ (x_1 + x_2) + \frac{S_n}{2m \sin \alpha_0} \right\} \frac{2 \tan \alpha_0}{z_1 + z_2} + \text{inv } \alpha_0 \right]$$

上述したたわみ式を使用し荷重分担率を求めると

$$\beta_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_2}, \quad \beta_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2}, \quad \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{k_1}{k_2}$$

となる。

図2に示すように、作用線上におけるかみあいの進行は、大歯車の歯先から始まり大歯車の歯元で終るものとして歯面温度の計算を行なった。計算条件として、 $\alpha_0 = 20^\circ$, $m = 4$, $S_n = 0.5 \text{ mm}$, $C_e = 0.25$, $P_n = 298 \text{ kgf/cm}$ および $n_1 = 6000 \text{ r.p.m}$ とし $z_1 = 18, 22, 26$ および 30 にそれぞれ設定し $i = 1.0 \sim 3.0$ まで変化させた。大歯車、小歯車の転位係数は $x_1 = 0.9 \sim -0.9$, $x_2 = 0.9 \sim -0.9$ の範囲で x_1 , x_2 をそれぞれ組合せ、この組合せによって生じる歯元の切下げには限界転位係数 $x_0 = (14 - z_{1,2})/17$ 式を使用し、歯元の切下げの判定を行ない歯元の切下げ防止を行なった。また、転位係数 x_1 , x_2 の組合せによって歯先円半径が異ってくるため、歯の干渉が生じることが考えられる。このため図2に示すように歯先円半径 R_{k1} , R_{k2} が $R_{k1} < \overline{O_1 I_2}$, $R_{k2} < \overline{O_2 I_1}$ の条件を満足するようにし歯の干渉を防止し

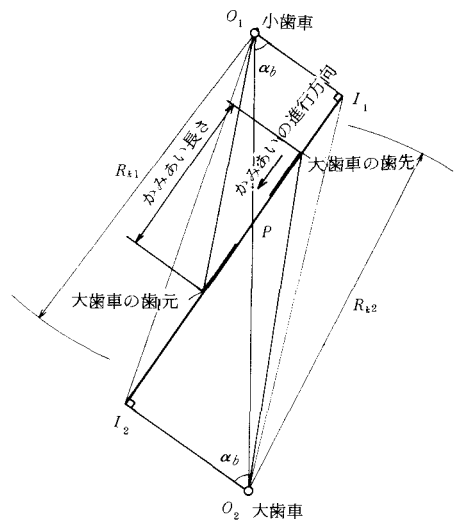


図2 かみあいの状態

た。これらの条件を考慮した後に、図3に示すチャート図にしたがって歯面温度の計算を行なった。歯面の温度計算はかみあい位置の歯のたわみを求めた後、荷重分担率を計算し、この値を歯面温度の式に代入して作用線上における歯面温度を計算した。また、歯面温度の上昇におよぼすモジュールの影響を調べるため $z_1=18$, $z_2=40$ とし、 $m=2$, $m=4$ と $m=8$ の場合について上述の条件で計算を行なった。なお、歯のたわみおよび歯面温度の計算では $E=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, $\nu=0.3$, $B=2.231 \times 10^{-4} \text{ kcal/(cm}^2 \text{ s}^{1/2} \text{ deg)}$ および $\mu=0.1 \times V_p^{-0.2}$ (V_p : ピッチ点の周速度, m/s) とした。

§5 計算結果およびその考察

$\alpha_0=20^\circ$, $m=4$, $z_1=18$, $z_2=40$, $S_n=0.5\text{mm}$, $C_e=0.25$, $P_n=298 \text{ kgf/cm}$ および $n_1=6000 \text{ r.p.m}$ の計算条件について、 $x_2=0.0$ とし $x_1=0.0, 0.3, 0.5$ と変化させた場合のかみあい作用線上における歯面温度の分布を図4に示す。図において、歯面温度が最高となる位置は、 $x_1=0.0$, $x_2=0.0$ の標準歯車の場合、大歯車の歯先と小歯車の歯元の歯面に現われる。逆に、転位量が $x_1=0.3, 0.5$ と大きくなれば、大歯車の歯元と小歯車の歯先の歯面に現われるようになる。このように歯面温度の最高となる位置は転位係数によって異なることがわかる。つぎに、歯面温度の上昇におよぼすモジュールの影響を調べるため、 $\alpha_0=$

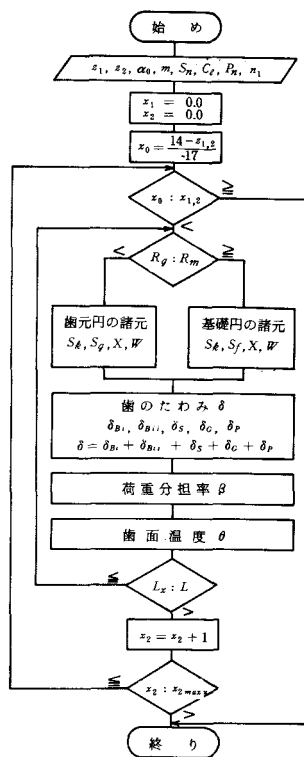


図3 歯面温度計算のフローチャート

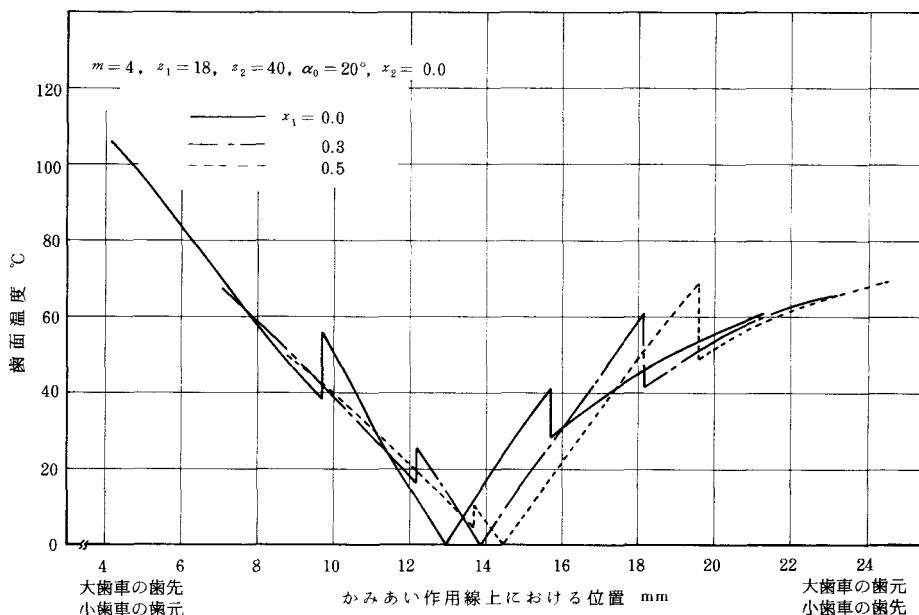


図4 かみあい作用線上における歯面温度の分布

20° , $z_1 = 18$, $z_2 = 40$, $S_n = 0.5\text{mm}$, $C_e = 0.25$, $P_n = 298\text{ kgf/cm}$ および $n_1 = 6000\text{ r.p.m}$ の条件のもとで $m = 2$, $m = 4$ と $m = 8$ の 3 つの場合につき, 転位係数 x_1 , x_2 の組合せを変えることによって得られる歯面の最高温度と噛みあい位置を求め図 5 (a), (b), (c) に示す。図において白丸印は大歯車の歯先, 黒丸印は大歯車の歯元に生じる歯面の最高温度を現わしている。図(a)に示す $m = 2$ の場合, 歯面の最高温度が最小となる転位係数は $x_1 = 0.4$, $x_2 = 0.2$, 歯面温度は 74.2°C でその発生位置は大歯車の歯元となる。 $x_1 = 0.7$ 以上においては, 歯形形状が成立しなくなるため計算不能となった。また, $x_2 = 0.3$ 以上では歯の干渉を起こすため計算を打切った。なお, $x_1 = -0.1$ 以上, $x_2 = -0.5$ 以上の領域は小歯車のかみあい点における歯形曲線の曲率半径が小さくなるため, 歯面温度が著しく高くなるので割愛した。図(b)に示した $m = 4$ の場合の歯面温度に関しても, $x_1 = 0.4$, $x_2 = 0.2$ で 歯面最高温度は 62.5°C と最小となり, その位置は大歯車の歯元であることがわかる。 $x_2 = 0.3$ 以上は歯の干渉が起こるため計算を打切った。つぎに図(c)に示す $m = 8$ の場合, 歯面最高温度は $x_1 = 0.4$, $x_2 = 0.0$ で最小となり, その温度は 72.5°C で発生位置は $m = 2$, $m = 4$ と同様大歯車の歯元である。 $x_1 = 0.4$, $x_2 = 0.3$ 以上および $x_1 = 0.4$, $x_2 = 0.1$ 以上は歯の干渉を起こすため計算を打切った。転位係数 x_1 , x_2 の組合せによって生じる噛みあい作用線上の歯面最高温度の最小となる転位係数と歯面温度およびその位置をモジュールを変えることによって調べたわけであるが, $m = 4$ の場合の歯面温度は, $m = 2$, $m = 8$ の場合のそれと比較しておよそ 10°C 低くなることがわかった。つぎに $m = 4$ の場合が歯面温度を最小にできることがわかったため, $m = 4$, $\alpha_0 = 20^\circ$, $S_n = 0.5\text{mm}$, $C_e = 0.25$, $P_n = 298\text{ kgf/cm}$ および $n_1 = 6000\text{ r.p.m}$ の条件のもとで, $z_1 = 18, 22, 26$ および 30 に設定し i を 1.0 から 3.0 まで変化させ, 歯面温度が最小となる転位係数 x_1 , x_2 , 歯面温度および作用線上における歯面温度の位置を求め図 6 に示す。図に示すように, 歯面の最高温度が最小となる転位係数は x_1 , x_2 とも正の領域にあり, 温度の最小となる位置は大部分, 大歯車の歯元であることがわかる。また, i が大きくなるにしたがって歯面温度は下降する。

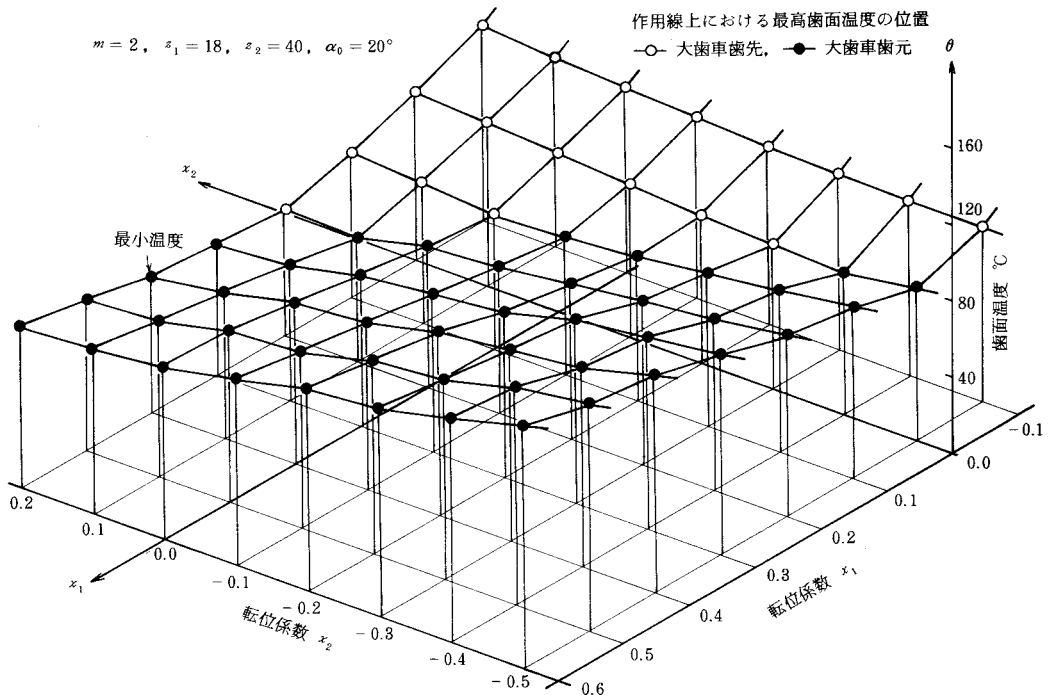
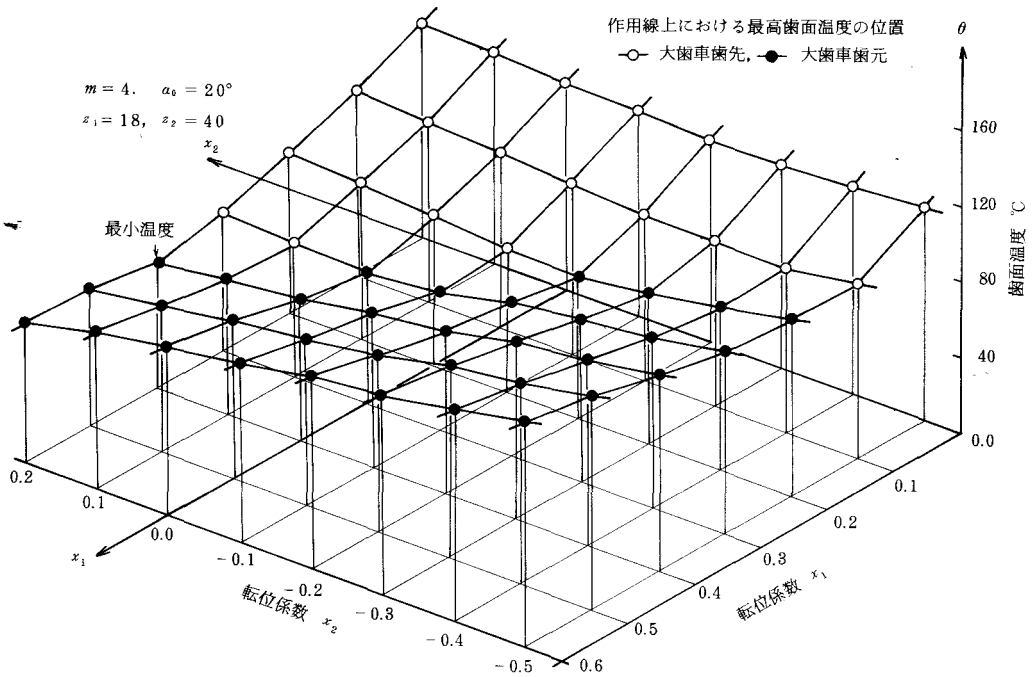
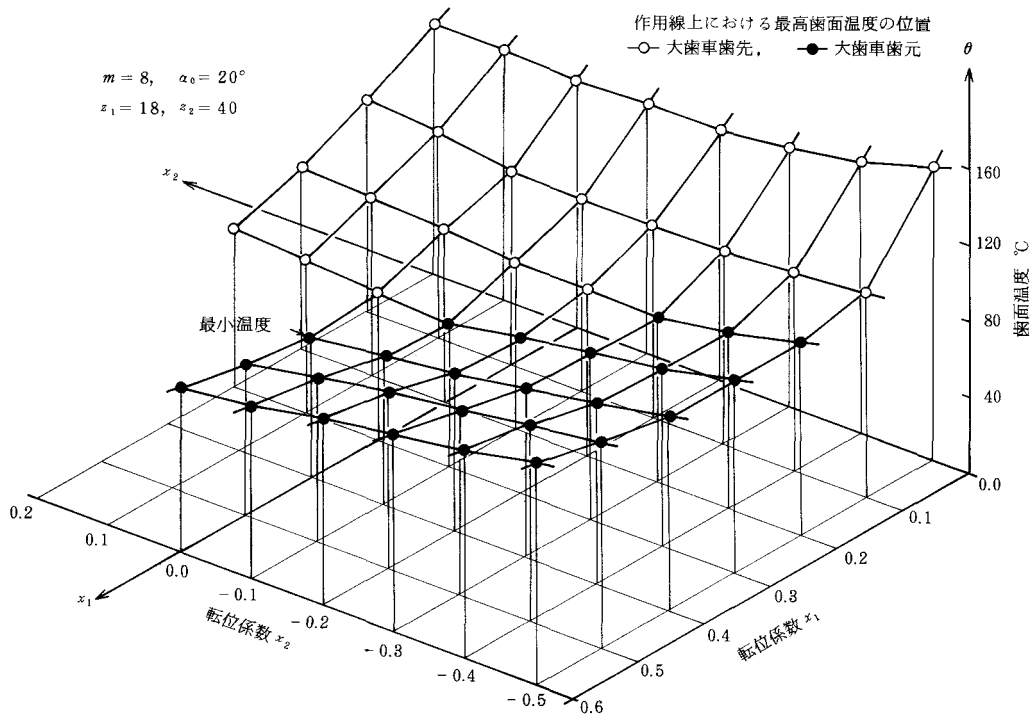


図 5 歯面最高温度と転位係数 (a) $m = 2$

図5 歯面最高温度と転位係数 (b) $m = 4$ 図5 歯面最高温度と転位係数 (c) $m = 8$

矩形波電源によるけい光ランプの特性

(電気工学科) 原 田 一 彦

Characteristics of Fluorescent Lamps by the Rectangular Wave Source

Kazuhiko HARADA

As the fluorescent lamps have high luminous efficacy, good color rendering and long life, they are more often used for lighting.

In this paper, we studied the characteristics of the three kinds of fluorescent lamps (general type, good color rendering type and three band luminescence type) by the rectangular wave source.

The following results were obtained;

- (1) The color temperature was constant independently of the wave form and the voltage.
- (2) When the frequency of source was changed keeping the voltage constant, the luminous flux increased at less than 60Hz and decreased at over 60Hz.
- (3) The luminous flux of all fluorescent lamps by the rectangular wave source was 40~45% compared with sign wave source.
- (4) The luminous flux of the three band luminescence type fluorescent lamp was more variable by the rectangular wave form voltage than the sign wave from voltage. But, at general type fluorescent lamp, it was nearly constant.
- (5) When the voltage of source for fluorescent lamps was increased, the visibility of color chips became more clear and clean.

§ 1 緒 言

けい光ランプは、効率、演色性、寿命、安定器の軽量小形および価格等多くの面ですぐれた長所があり、人工光源として主流を占めているのが現状である。以前は、効率と演色性は相反するということが常識であったが、これを打破したけい光ランプが作られ、明るさ、演色性をむしろ向上させながら、さらに省エネルギー設計のなされた3バンド方式のランプ($R_a = 84$, ランプ効率 81.6 lm/W)がすでに市販されている。また、ごく最近、管径を 26 mm の細管とした3バンド方式の省エネルギーランプ($R_a = 85$, ランプ効率 93 lm/W)が開発されている¹⁾。このように、効率を高めながら、しかも、より明るく、より美しく見えるけい光ランプが実現するようになった。

本研究は、これらけい光ランプを、電源の波形がもっとも歪んだ状態を想定して、矩形波電源で点灯したときの諸特性を、正常の正弦波電源の場合と比較、検討したものである。

§ 2 実験方法

実験に使用したけい光ランプは、一般形として白色けい光ランプ、それに高演色形および3バンド方式の3種類で、これらランプの分光分布と特性を示したのが、図1²⁾と表1²⁾である。

これらのけい光ランプを正弦波および矩形波の電源で点灯し、電圧を一定にして周波数を変化させたときの色温度および光束の特性、また、50、60Hzにおいて、電圧を変えたときの色温度および光束の特性、ならびに、これらの状態における演色評価色票³⁾の色の見え

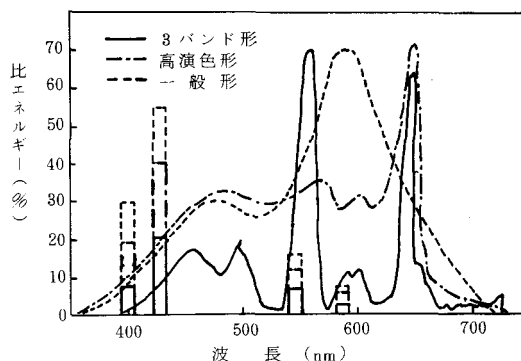


図1 供試けい光ランプの分光分布

表1 供試けい光ランプの特性

けい光ランプ	色 温 度 (K)	平均演色評価数 (R_a)	全 光 束 (lm)	効 率 (lm/W)
白色 (一般形)	4,200	65	3,100	77.5
高 演 色 形	5,000	92	2,400	60.0
3 バンド 方式	5,000	84	3,100	81.6

方について、測定および調査をした。色の見え方の調査は、視力および色覚ともに正常な男性5名を被験者としアンケートによる方法を採用した。なお、実験に使用したランプ器具の安定器は60Hz用チョークコイル形である。

§ 3 実験結果および吟味

(1) 色温度の変化

電圧を定格の100Vに保ち、周波数を43～80Hzの範囲で変化させたとき、どの種類のけい光ランプも正弦波、矩形波のいずれも色温度は一定で、表1に示された通りの値であった。図2は、3バンド方式けい光ランプを矩形波電源で点灯した場合の特性である。

電源の周波数を50および60Hzに固定し、電圧を90～110Vの範囲で点灯したときも、正弦波、矩形波ともに定格の色温度で変化がなかった。

波形、電圧を変えることにより、放射される電子の状態が変化し、それによりけい光体の発光に化をきたし色温度が変わることを想定したが、光束の増減はあったもののけい光体の発光色は一定であった。

(2) 周波数による光束の変化

高演色形けい光ランプの定格電圧100V、60Hzにおける全光束を100%とし、周波数を変化させたと

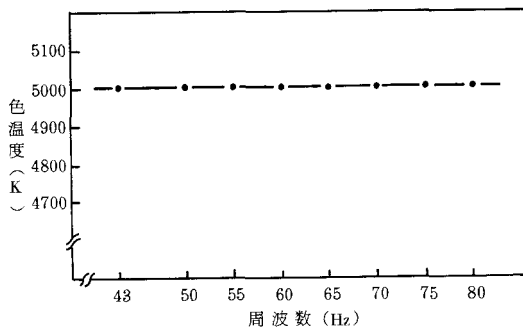


図2 3バンド方式けい光ランプの矩形波電源による色温度の周波数特性

きの光束比を示したのが図3(a)である。これからわかるように、どちらの波形も60 Hz以下では光束は増し、逆に60 Hz以上では低下している。また、60～75 Hzの範囲では正弦波電圧の方が変化が少ないが、それ以外では、大きな変化があり、48, 80 Hz近くでは20%を超えている。これに対し、矩形波電圧の場合は変化が少ない。

図3(b)は、同一電圧における矩形波電源点灯の正弦波電源点灯に対する光束比である。矩形波の場合は40～45%程度の低い光束で、周波数が高くなるほど低下の割合が大きくなっている。

以上のことは、一般形および3バンド方式のけい光ランプについても、ほぼ同様で差がない結果となった。

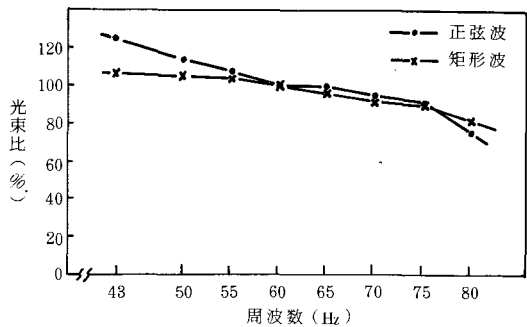
安定器が60 Hz用のチョークコイル形であるから、60 Hz以下ではインピーダンスが減少して管電流が増加して光束も増す。また、矩形波では、安定器のインピーダンス増加による結果と考えられる。

(3) 電圧による光束の変化

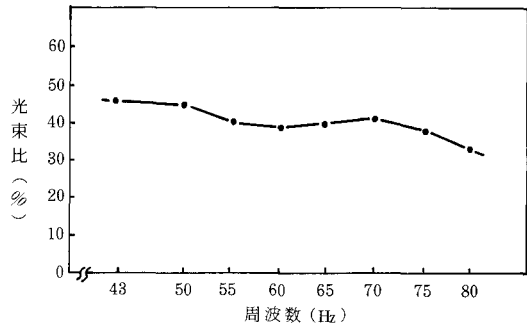
周波数を50および60 Hzの一定に保ち、供試けい光ランプを90～110 Vの範囲で点灯し、定格の100 Vにおける全光束を100%としたときの光束比を図4に示す。高演色形を除いて矩形波電圧の方が光束の変化が大きい。今回の実験では、3バンド方式のランプがその変化が最も大きく、50 Hz, 90 Vで67%, 110 Vで133%,

60 Hzでは、90 Vで61%, 110 Vで129%も変化した。これに対し、一般形のランプでは、50 Hz, 90 Vで81%, 110 Vで128%, 60 Hzでは、それぞれ78%, 117%とゆるやかな変化であった。

高演色形は、50, 60 Hzともに正弦波電圧の方が大きな変化となったが、その差はわずかで、90 Vで

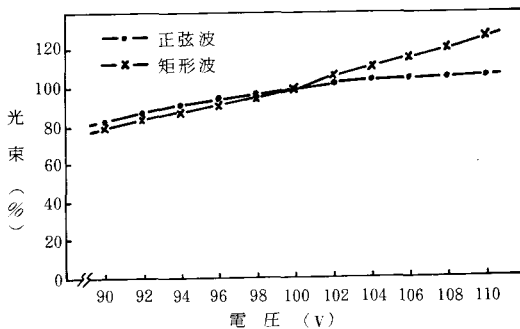


(a) 60 Hzにおける光束を100%とした光束比

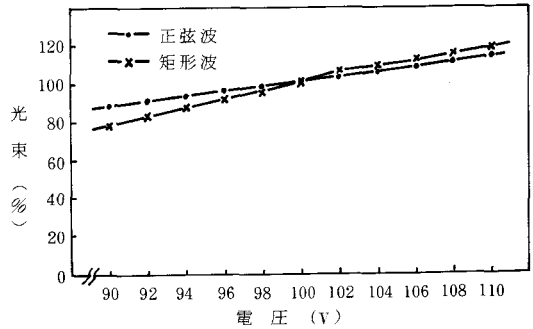


(b) 矩形波電源点灯の正弦波電源点灯に対する光束比

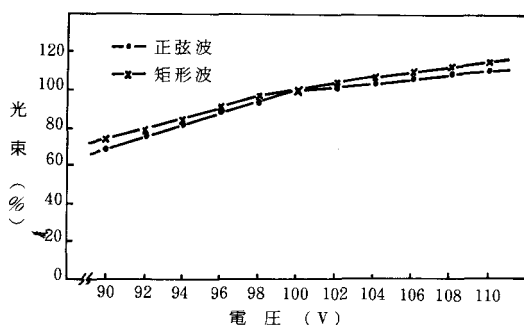
図3 高演色形けい光ランプの正弦波および矩形波電源による光束の周波数特性



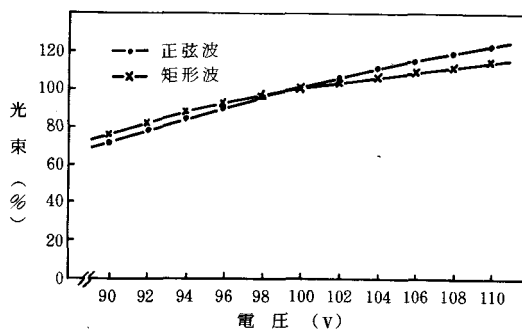
(a) 一般形けい光ランプ (50 Hz)



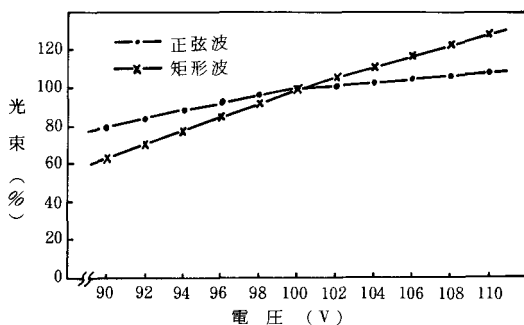
(b) 一般形けい光ランプ (60 Hz)



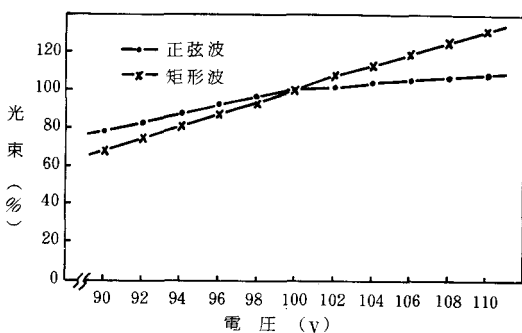
(c) 高演色形けい光ランプ(50Hz)



(d) 高演色形けい光ランプ(60Hz)



(e) 3バンド方式けい光ランプ(50Hz)



(f) 3バンド方式けい光ランプ(60Hz)

図4 供試けい光ランプの正弦波および矩形波電源による光束の電圧特性

は、いずれの場合も70%程度、110Vのときは、60Hzの方が変化が大きく、50Hzのときよりも約10%多い120%となった。

一般形けい光ランプの正弦波電圧における変化は最も小さく、60Hz、90Vで87%、50Hzでは82%、110Vでは、それぞれ115%、107%であった。3バンド方式のランプは、50、60Hzの差は殆どなく、90Vで約80%、110Vで110%程度であった。

以上の結果から、3バンド方式けい光ランプは、矩形波電源の場合に光束は電圧によって大きく変化し、一般形けい光ランプはその変化が少ない。また、高演色形のけい光ランプは、正弦波と矩形波の電源の差は、光束の変化にあまり現われないということがわかった。

(4) 色の見え方の変化

5名の被験者により、各状態で点灯した3種の供試けい光ランプの照明下での演色評価色票の色の見え方について、アンケートにより調査した。ランプの種類による色の見え方の特徴は、すでに発表した結果と同じであったが、図3(a)でわかるように、電源周波数を変化させたとき、50Hz以下で光束が増加する。即ち、照度が高くなるので、どの色も明るく、はっきりと美しく見え、逆に、75Hz以上では照度の低下で各色ともくすんで見えるという結果となった。その見え方の差は、一般形けい光ランプの場合が比較的ゆるやかであったが、3バンド方式のときは、はっきりとした差であった。

図3(b)に示すように、矩形波電源では光束が正弦波電源に比較して40~45%程度なので、照度が低いためどの色も正弦波電源の照明に比べて見劣りし、周波数の変化に対しての見え方の相異もゆるやかであった。

電圧の変化に対しては、図 4 のように光束は電圧とともに増加し、照度を増すので、どのけい光ランプでも、電圧を高くするほど明るく美しく見えた。その差は、矩形波電源点灯の 3 バンド方式ランプが最も大きく、反対に、一般形ランプが少なかった。また、高演色形ランプは、正弦波と矩形波の差は認められなかったが、他の 2 種では、正弦波の方が比較的ゆるやかな差であった。

§ 4 結 言

3 種類のけい光ランプを、正弦波と矩形波の電源で点灯した場合の特性を比較、検討したが、色温度は、あらゆる場合一定で変化なく、光束は、同一電圧では矩形波で点灯した場合が正弦波の 40～45% 程度と少ない。また、高演色形を除いて、電圧の変化による光束は、矩形波電源の方が大きく変化した。

色の見え方は、今回の実験では、光束即ち照度に比例して明るく美しく見える結果となったが、電圧変化の影響は、3 バンド方式のけい光ランプが最も大きかった。

今回は、60 Hz 用チョークコイル形の安定器を使用した。安定器の種類を吟味して検討する必要がある。

最後に、実験に協力していただいた方々に厚く感謝する。

参 考 文 献

- 1) 水野秀夫：照学誌 64 (昭55) 99
- 2) 東芝けい光ランプカタログ
- 3) 照明学会：演色評価色票
- 4) 原田一彦：呉高専研究報告 14 巻 2 号 (昭54)

(昭和55年4月15日受付)

リヒテンベルグ図の基礎的特性(I)

(電気工学科) 若 宮 正 明

Basic Experimental Analysis on Lichtenberg's Figure (I)

Masaaki WAKAMIYA

A Lichtenberg figure (L. F.) is the basic method for investigating various features of surface discharge. In this report, we studied the general characteristics of L.F. by use of needle-plain electrode of various dimensions for standard impulse voltage (positive and negative) in the air (1 atm.). Experimental results were found to clarify the general features of L.F. and its important characteristics.

§ 1 まえがき

針～平板電極間にX線フィルムを挿入し、衝撃電圧を加えるとフィルム面上にコロナ放電による発光を生じ、フィルムを現像することにより沿面放電図形が得られる。一般的にこれをリヒテンベルグ図 (Lichtenberg'sche Figuren) と呼ぶが厳密には Photographische Figuren と云うべきであろうが¹⁾ここでは全てリヒテンベルグ図 (以下 L・F 図と略称) と称する。

この報告は、大気中に於て標準衝撃電圧に対する L・F 図を針電極の曲率半径、背後電極の大きさ等を変化したり、フィルム間に誘電体を挿入したりして L・F 図の性状を測定したものである。これにより大気圧条件下における L・F 図の傾向をある程度つかむことが出来た。

§ 2 実験装置

2.1 実験回路

図 1 の如く衝撃電圧発生器で標準衝撃電圧($1.1 \times 40 \mu s$) を発生し分圧器で分圧してクリドノグラフ (Klydonograph) へ加えた。沿面コロナ電流を測定したいが測定器が今回、間に合わなかったので電圧測定のみにとどめた。分圧器は抵抗分圧器 (応答時間は約 $10 ns$) を使用した。

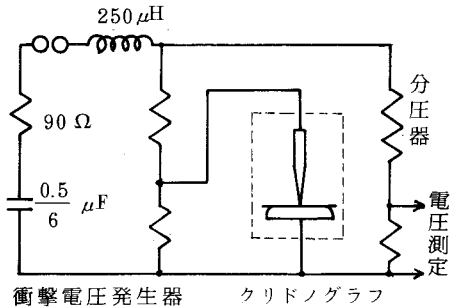


図 1 実験回路

2.2 クリドノグラフ

図 2 に示す如く 2 種作製した。(a)は針電極及び平板電極を自由に交換出来るようにした。しかしこの装置では、電圧を 1 回印加するごとにフィルムを装填しなおさなければならないという欠点を有する。

(b)はフィルムをドラムに小型モーターで巻取るようにして測定が連続的に行なえるようにしたものであるが、この装置では針電極は交換可能であるが平板電極は 90×100 の平板しか使用出来ない。

2.3 その他

針電極としては曲率半径が 0.2, 0.5, 2.0, 5.0 mm の 4 種を用意し、平板電極としては 20, 40, 70, 120 mm ϕ の円板及び 90×100 mm の平板(いずれも端部に丸みを付ける)とした。材質はいずれも真鍮で表面は紙やすりで研磨してピカールで磨きアルコールでふいた。

フィルムは 70 mm の X 線フィルム(長さ 30 m, 厚さ 0.14 mm)を使用した。

§ 3 測定結果

3.1 印加電圧と L・F 図との関係

印加電圧波高値と L・F 図の大きさ(針電極がフィルム面に接している点から L・F 図の最外周を伸びとする)との関係について一例として針電極曲率半径 0.2 mm, 平板電極直径 70 mm の場合を図 3 に示す。

3.1.1 正極性

印加電圧を上昇すると 1.5 kV まではコロナ電流が小さいため発光の光量が少なく、フィルム上には針電極の痕跡のみがわずかに撮れるのみで微弱なグローコロナに相当するものと思われる。

さらに電圧を上昇すると 3.5 kV くらいまで L・F 図は電圧に比例して大きくなる。図 3 に於て測定点は 2~5 点でその平均値をプロットしてある。印加電圧が 3.5 kV くらいまでは写真 1(a)に示す如く通常の沿面コロナ所

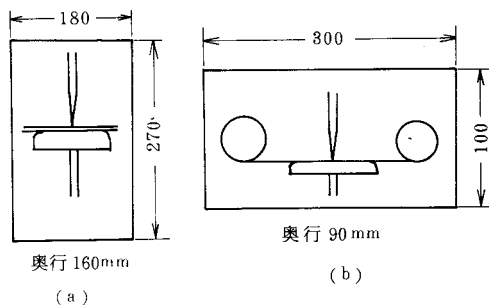


図2 電極装置

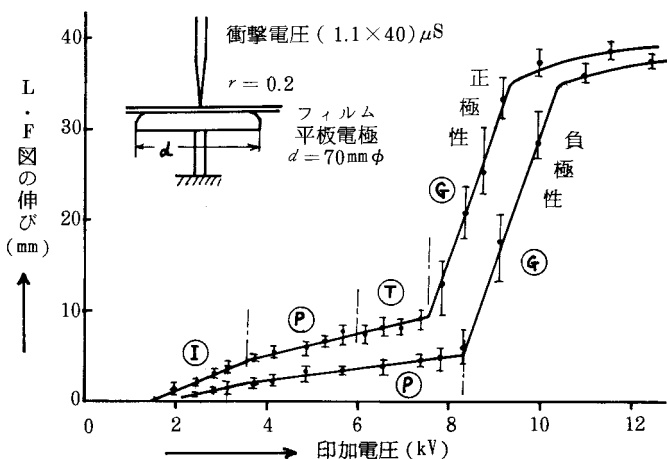


図3 印加電圧と L・F 図の伸び

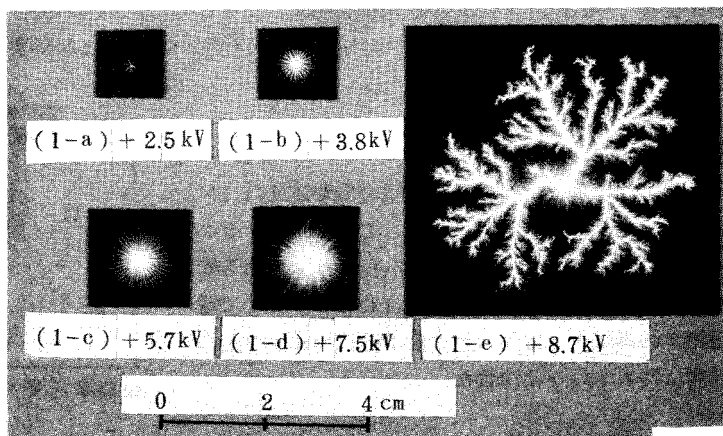


写真1 正極性衝撃電圧による L・F 図

の平均値をプロットしてある。印加電圧が 3.5 kV くらいまでは写真 1(a)に示す如く通常の沿面コロナ所

謂 Polbüschel (P 図形と略称) と異なり、中心より放射状に伸びた枝数が少なく枝の伸びる途中から大きく枝分かれし、しかも直線的に放射状に伸びないのが特徴である。従ってこの領域は P 図形と区別して、 I 図形 (Initial の頭文字) と仮称する。

さらに電圧を上昇すると (3.5 ~ 6.0 kV) 写真1 (1-c) に示す如く展形的な P 図形となる。この図形は真円に近く、沿面ストリーマが中心より放射状に伸び殆んど直線的で枝分かれも少ない。またこの領域では (1-b) に示す如く、2 段に分かれて図形が現われることがある。この原因としては、 $L \cdot F$ 図は通常一個のパルス電流 (電流巾は 10 ns 程度) で光図形が作られるが²⁾このパルス電流により残留電荷が生じその後わずかのパルス電流が流れることにより、ストリーマがさらに進展するものと考えられる。

さらに電圧を上昇すると (6.0 ~ 7.5 kV) 写真1 (1-d) の如く、 P 図形の先端が急に2つ又は3つに枝分かれした図形となる。これはほぼ円形になっており従来 P 図形に含めて呼称していたが、これを改めて T 図形 (Transint の頭文字) と仮称している。³⁾これは P 図形を形成した後、発生するパルス電流により発光したものと考えられ、この発光パルスは数回にわたって発生進展して、太い枝で特有の枝分かれを生じるものであろう。

さらに電圧を上昇させると (7.5 kV 以上) (1-e) のごとく、 T 図形の枝分かれした先端が急激に進展し、針端から多量の電荷を注入することにより太いリーダ状のチャンネルが見られ、そのチャンネルから弱い発光をともなった沿面ストリーマが進展していることが分かる。これを G 図形 (Gleitbüschel の頭文字) と云う。

この G 図形では、これらの沿面ブラシコロナはもはや円形にならず、局部的に進展し易い経路で強い発光パルスを生じるが、下部電極 (背後電極) の端部になると電界分布が急激に弱くなるので進展はそ

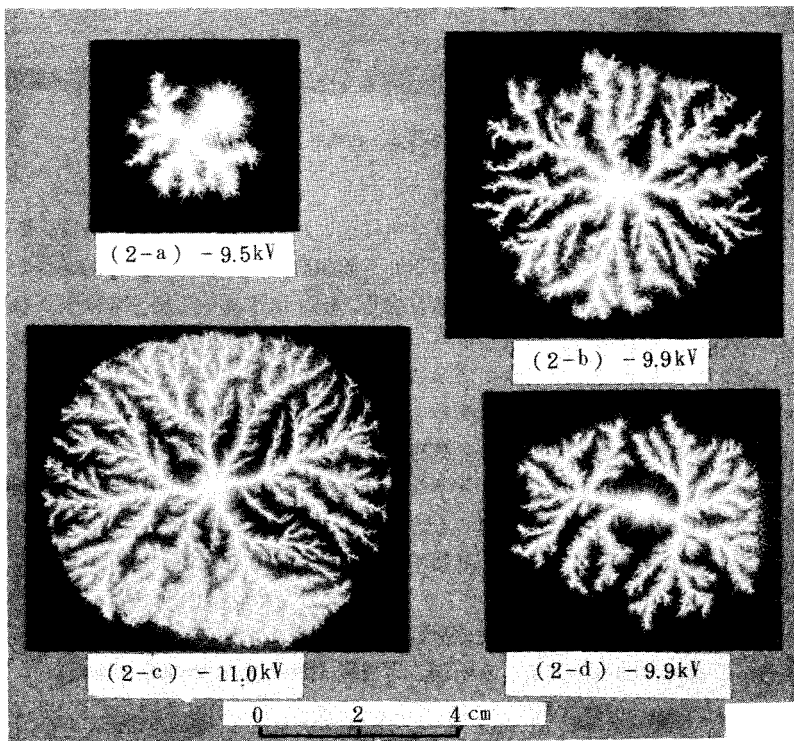


写真2 正極性衝撃電圧による Gleitbüschel

これから先に進みにくい。図3に於て伸びが35mmで急激に曲っているのはこのためである。G図形について写真2に示すが(2-c)の如く直径が70mmを越えると伸びが進みにくくなる。(2-a)はリーダが一方方向に伸び途中で枝分かれした例であり(2-d)はP図形を形成した際の残留電荷が沿面ストリーマの進展を抑制した例でP図形の周囲をとりまくようにストリーマが伸びている。⁵⁾

P図形及びG図形は空気湿度、水分によっても、⁴⁾また電極の表面状態、特に酸化によって大幅に変わると云うデータもあるので、実験に際してはなるべく好天の日に行ない電極の研磨も充分行なっている。

3.1.2 負極性

負極性の場合には正極性と異なり印加電圧を上昇するに従いL・F図の伸びは電圧に比例して増大しI図形が無くP図形となる。

図3で1.5~8.3kVまではP図形であり、写真3(a)~(c)の如く、針電極の先端から負電荷を有するストリーマ電流が放射状に真円で拡がる。枝はなく、うすい発光をともなった円には放射状に感光しない線がみられる。また中心部には同心的に曲りくねった線が現われるが、同様な現象はダストフィガーにもみられる。

このP図形の伸びは図3に見られるごとく負コロナは正コロナのおよそ半分である。このようにコロナがストリーマ状に進展する範囲内で正の方が負よりも伸び易いのは、鳥山氏⁶⁾の指摘しているように、正極性インパルス印加すると針電極近傍で電離を生じ、電子はすばやく陽極に吸収されるが正イオンは空間電荷として残され先端部の電界が高くなるが、負極性の場合には電離により生じた電子が針電極近傍からドリフトして、その先端部が扇形状に広がるため電界が緩和されと考えられる。(極性効果)

印加電圧8.3kV(図3)以上になるとP図形からG図形になり正極性と異なりT図形は認められない。写真(3-d)はP図形を作った後3発のパルス電流が流れたことを示している。この領域では針端から強いストリーマが伸びこれがリーダチャンネルとなって急激に進展し、その枝路からは羽根の如く発光パルスが生じているがこの成因はP図形と同じものと考えられる。このチャンネルの進展距離は正極性と同じく背後電極が存在する範囲まで急激に進展するがそれをすぎると電界強度が急激に弱くなるため進展も衰える。

また(3-e)(3-f)では中心部に正極性の放電図形が見られるが、これは放電によって生じた電荷が印加電圧除去後、針電極に向かって放電する所謂、再放電(back discharge)である。

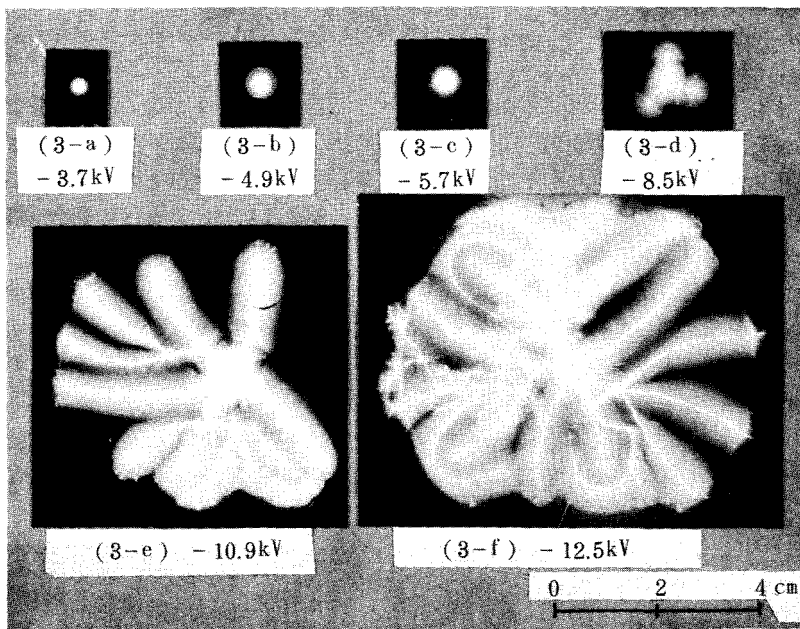


写真3 負極性衝撃電圧によるL・F図

3.2 電極形状等を変化したとき、L・F図に与える影響

3.2.1 針電極の曲率半径を変えたとき

針電極の曲率半径を $r = 0.2, 0.5, 2.0, 5.0 \text{ mm}$ の4種について測定した。正極性では P, T, G 図形とも殆んど同じ傾向を示すが I 図形については針端電極近傍に於て電界強度に大幅に差があり電界強度は曲率半径 r にはほぼ反比例する。

従って $r = 0.2 \text{ mm}$ では $V = 1.5 \text{ kV}$ から I 図形が現われるが $r = 0.5$ では $V = 2.3 \text{ kV}$, $r = 2 \text{ mm}$ では $V = 3.2 \text{ kV}$, $r = 5 \text{ mm}$ では I 図形が現われない。

負極性についても同様に、曲率半径が大きくなるに従い P 図形の発生電圧が高くなる。 P 図形から G 図形に移る電圧は r が大となると高くなり、 $r = 2 \text{ mm}$ では $V = 9.0 \text{ kV}$ となる。また G 図形の大きさは r が大となると伸びが小さくなる傾向がある。

3.2.2 背後電極の大きさを変えたとき

平板電圧の大きさを20, 40, 70, 120 mm ϕ について測定した。その一例として図4に示すが背後電極の端部まで沿面コロナが進展して端部を過ぎると電界分布が急激に緩和されるため $L \cdot F$ 図の伸びはきわめてゆるくなる。

3.2.3 針電極の押さえる力を変化したとき

$L \cdot F$ 図を連続して測定する装置(図2.b)では、針電極を強く押さえるとフィルム面に傷が出来るし、逆に針電極を上方に上げすぎるとフィルム面との間に空隙が出来ることになる。電極の接触性については棒電極の場合密着性が不十分だと棒電極の下面とフィルムの間で気中放電が起こり、そこに放電図形が現われるという報告もある。そこで $r = 0.2$ を使用し針電極先端とフィルム面との間隙を0, 0.05, 0.1, 0.2 mmとして測定したところ正極性では P, T, G 図形とも差はみられなかったが I 図形については空隙を設けると $L \cdot F$ 図の発生電圧が高くなることが認められた。しかし、全体として考えれば0.1 mm程度の空間があっても $L \cdot F$ 図には殆んど影響が無いと云える。

3.2.4 フィルムを重ねたときの $L \cdot F$ 図

図5の如くフィルムを3枚重ねて電圧を印加したとき、沿面コロ

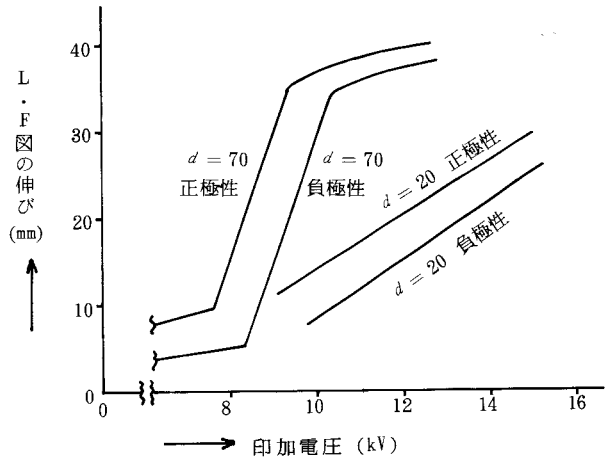


図4 背後電極の大きさを变化したときの $L \cdot F$ 図

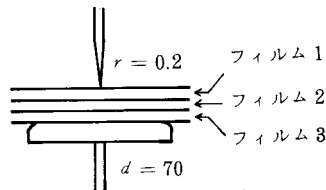


図5 フィルム3枚重ね

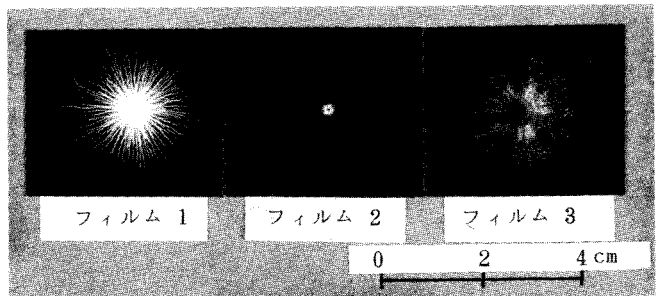


写真4 フィルムを重ねた時の $L \cdot F$ 図

ナによる発光が表面にのみしか生じないとするとフィルム1のみにL・F図が現われるはずである。

10.0 kVの正極性インパルスを加えたときを写真4に示す。この結果、沿面光パルスは針電極近傍で主として生じるが、フィルム1・2間及びフィルム2・3間にも電圧分担による沿面コロナを生じていることが分かる。尚、フィルム3に見られる花びらのような点々は平板電極表面の凹凸によるものではなく、今後の課題として検討してみたい。

3.2.5 誘電体を挿入したとき

フィルムと平板電極間にベークライト板(厚さ1.0, 2.0, 3.0, 5.0, 10.0mm)を挿入してL・F図を測定した。G図形では印加電圧 V (kV), 伸び lq (cm), 誘電体の固有容量 C_0 (PF/cm²)との間には

$$lq_+ = K_1 V^3 C_0^{1.2} \quad lq_- = K_2 V^{4.7} C_0^{1.8}$$

の式⁸⁾や

$lq = K V^4 C_0^{1.5}$ の式⁹⁾があるが測定の結果L・F図ではダストフィガーとやや異なり、沿面コロナストリーマの伸びは背後電極間の静電容量が大きい程伸び易いという傾向は示すが、ストリーマ先端部の空間電荷電界の方がより支配的に作用し、¹⁰⁾誘電体の厚さを増してもL・F図の伸びはあまり小さくならず、厚さ10mmのときは厚さ1.0mmのときの0.6倍であった。

§ 4 あとがき

印加電圧とL・F図の伸びとの関連性についておよその傾向がつかめたが、コロナ電流との関連性は今度納入されたデジタルメモリー(超高速過渡現象解析システム)を利用して測定してみたい。また気圧を変えたとき、及びSF₆ガス中での特性も今後測定する予定である。

参考文献

- 1) 高橋雄造, 電気学会放電研究会資料, ED-77-27.
- 2) 川島・鳳, 昭和54年電気学会全国大会.
- 3) 川島・鳳, 昭和53年電気学会全国大会.
- 4) 菅原・保莉, 放電研究会資料, ED-80-16.
- 5) 鳥山・他, 放電研究会資料, ED-80-15.
- 6) 鳥山, 電気学会誌, 63-362.(昭18)
- 7) 川島・志賀, 放電研究会資料, ED-79-66.
- 8) 横井・鈴木, 電気学会誌, 45-40.
- 9) M. Toepler Ann Phys. 21 193 (1906)
- 10) 辻村・中村, 放電研究会資料, ED-72-6.

(昭和55年4月15日受付)

電子エネルギー分布関数 (計算 1)

(電気工学科) 山崎 勉

Electron Energy Distribution Function (calculation 1)

Tsutomu YAMAZAKI

Electron energy distribution function of the low-pressure inert-gas discharge plasma is computed by solving the Boltzmann transport equation numerically. The elastic and inelastic electron-atom collisions, including the cumulative process, are taken into account and their influences on the distribution are studied. Especially, the influences of direct and cumulative excitations are considered. Obtained results are as follows. All of the computed distribution functions, in helium, neon and argon are strongly non-Maxwellian. Direct excitations are decisive of the high energy tail of the distribution function and cumulative excitations are decisive of the body of it.

§ 1 まえがき

放電プラズマの特徴を示す諸量を求めるには、分布関数が知られている事が必要である。よく知られた分布関数として Maxwell 分布があり、これを用いるとプラズマ諸量は簡単に求まる。ところで、弱电離低気圧放電プラズマでは、電子の分布関数は Maxwell 分布でないと言われている¹⁾、実験的にも示されている²⁾。そのため、より詳しいプラズマ諸量の導出には分布関数を求めなければならない。

また、低気圧放電陽光柱プラズマ内に電離波動が存在する事は古くから知られている³⁾。電離波動の存在する時、電子の分布関数は N. D. Twiddy⁴⁾ らの観測以来多数の測定がなされ⁵⁾、波動に伴って分布関数が大きく変化し、それは Maxwell 分布と異なっている事が明らかにされた。それは、電子密度が低い場合に顕著であり、その理論的な研究は分布関数を求める事から行なわれている。一方高密度になると電子相互間の作用が強くなり分布関数は等方化され Maxwell 分布に近づき、電離波動が発生しにくくなる事が理論的に示され⁷⁾、実験結果⁸⁾ (Pupp の限界電流) をうまく説明する事ができた。低密度での電離波動は、電子と分子の非弾性衝突過程⁹⁾ が大きな影響を与えていて、またそれは分布関数を Maxwell 分布と異なった分布にさせる効果をもっている。

一方、陽光性プラズマを利用したガスレーザでも分布関数が Maxwell 分布と異なる事が示された¹⁰⁾。レーザ作用の有無によっても分布関数は変化している。これは、レーザ作用に、プラズマ電子と分子との相互作用が主体的な役割を果していて、分布関数にそれが反映している事を示している。

電子分布関数の決定には、電子とプラズマ内の粒子との相互作用が重要な役割を演じている。そこで本報告では電離波動に関連して非弾性衝突の分布関数に及ぼす効果を考察した。定常状態として、Boltzmann 方程式から分布関数を数値解析によって求めた。三種類の希ガス (He, Ne, Ar) について

計算を行い、非弾性衝突の効果について考察を行った。

§ 2 基礎式の導出

時刻 t において空間座標 \mathbf{r} ，速度座標 \mathbf{v} とすると，放電プラズマ内の電子気体の分布関数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ は，次の Boltzmann 方程式に従う⁽¹¹⁾。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \mathbf{F} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}} \quad (1)$$

左辺第二項は，空間座標における電子分布の勾配による移動を示し，第三項は速度空間における勾配による移動を示す。ここで \mathbf{F} は電子に加わる加速度で，電子の質量 m ，電荷 e ，外部からの電界 \mathbf{E} および磁界 \mathbf{B} で表わすと

$$\mathbf{F} = -\frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

(1)式右辺は，他の粒子との相互作用による変化分を表わす。

熱平衡状態における分布関数として，次の Maxwell 分布がある。

$$f_M(\mathbf{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \quad (3)$$

ここで π は円周率， k は Boltzmann 定数である。 T は温度を表わし，この分布関数は温度により決まる事がわかる。また分布関数は速さの関数で表わされている。これは，分布関数が等方的であることを意味している。

熱平衡でない場合，例えば外力が加わっている場合には，外力方向へのずれを生じ等方性は破れる。しかしこのずれが小さい時には，分布関数を球関数で展開し，Lorentz 近似を用いて(1)式を次のように簡単化することができる。展開した分布関数の最初の第二項までとると

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \frac{\mathbf{v}}{v} \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \quad (4)$$

ここで右辺第一項は等方性分布を示す。第二項は外力による偏向分布を示し，第一項より小さいものと仮定する。(1)，(2)，(4)より次の二つの式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{v}{3} \nabla \cdot \mathbf{f}_1 - \frac{1}{3v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(v^2 \frac{e\mathbf{E}}{m} \cdot \mathbf{f}_1 \right) \\ = \frac{m}{M} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(v^2 \nu_m \left(v f_0 + \frac{kT_g}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right) + \nu_a(v_a) f_0(v_a) - \nu_a(v) f_0(v) \cdots \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial t} + v \nabla f_0 - \frac{e\mathbf{E}}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} - \frac{e\mathbf{B}}{m} \times \mathbf{f}_1 = -\nu_m \mathbf{f}_1 \quad (6)$$

ここで M は，ガス分子の質量， T_g はガス温度， ν_m ， ν_a はそれぞれ電子の弾性衝突周波数と非弾性衝突周波数を表わす。各衝突の衝突断面積をそれぞれ Q_d ， Q_a ，またガス密度 N_g とすると

$$\nu_m = N_g Q_d v \quad (7)$$

$$\nu_a = N_g Q_a v \quad (8)$$

(5)式の右辺第二項の v_a は，非弾性衝突で失われるエネルギーを U_a とすると

$$v_a = \sqrt{v^2 + 2eU_a/m} \quad (9)$$

(5)，(6)式の右辺は，衝突項である。(5)式右辺第一項は弾性衝突により，電子が持っていたエネルギーの

($2m/M$) 倍のエネルギーをガス分子に与える。次に同式右辺第二項は、非弾性衝突により U_a のエネルギーを失い衝突前の速さ v_a から衝突後 v になる電子数を表わす (scatter-in)。また、同式右辺第三項は、 v の速さの電子が非弾性衝突により、 U_a のエネルギーを失い、他の速さになる電子数を表わす (scatter-out)。衝突項の導出において、衝突過程は等方的であり、衝突断面積は電子エネルギーにのみ依存するとした。

非弾性衝突は、励起や電離の他に超弾性衝突、クーロン衝突が考えられるが、弱電離低気圧放電プラズマの電子密度が比較的低い場合を考えているので、ここでは励起と電離のみを考える。この二つの電子衝突過程は、衝突に関係する分子が基底準位にあるかまたは励起準位にあるかにより分類できる。(5)式では、基底準位からの直接励起のみ考えているので、(8)式は直接励起周波数である。一方、励起状態にある分子が、電子と再び衝突をし他の準位に励起される過程（累積励起）を考慮するには、(5)式右辺に次の項を加えればよい。

$$\nu_c(v_c) f_0(v_c) - \nu_c(v) f_0(v) \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{ここで } \nu_c = \sqrt{v^2 + 2eU_c/m} \dots\dots\dots (12)$$

U_c は累積励起によって失われるエネルギーを示す。また、励起分子密度 N_c 、累積励起の衝突断面積を Q_c とすると累積励起周波数 ν_c は、

$$\nu_c = N_c Q_c v \dots\dots\dots (13)$$

となる。希ガス、特にヘリウムやネオンの場合には準安定準位からの累積励起・電離が放電プラズマの特性に大きな影響を与える事が¹³⁾指摘されている。また、電離波動の特性にも大きな影響を与えている⁹⁾と考えられるので衝突項として考慮した。電離衝突の項は、(5)式の衝突周波数を電離周波数に変え、電離によって発生した電子の分布を考慮しなければならない。ここでは、発生した電子は $v = 0$ であるとした。

分布関数は、ほぼ等方的であると仮定しているので、 v の代りにエネルギー u で置換する。

$$u = \frac{mv^2}{2e} \quad \frac{\partial}{\partial v} = \frac{du}{dv} \frac{\partial}{\partial u} \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{また、} \delta = 2m/M \quad U_g = kT_g/e \dots\dots\dots (15)$$

とすると、(5)、(6)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{\sqrt{u}}{3} \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_1 - \frac{1}{3\sqrt{u}} \frac{\partial}{\partial u} (u \mathbf{E} \cdot \mathbf{f}_1) \\ &= \frac{\delta}{\sqrt{u}} \frac{\partial}{\partial u} \left(u^2 N_g Q_d (f_0 + U_g \frac{\partial f_0}{\partial u}) \right) \\ & \quad + N_g Q_a (u + U_a) f_0(u + U_a) \sqrt{u + U_a} - N_g Q_a(u) f_0(u) \sqrt{u} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_0 - \mathbf{E} \frac{\partial f_0}{\partial u} - \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{e \mathbf{B}}{m} \times \mathbf{f}_1 = -N_g Q_d \mathbf{f}_1 \dots\dots\dots (17)$$

ここでは、簡単のため次の仮定をする。プラズマは、定常かつ均一な電界中に存在し、磁界は存在しない。(16)、(17)式より \mathbf{f}_1 を消去すると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{u}} \frac{d}{du} \left[\frac{u}{3} \frac{E^2}{N_g Q_d} \frac{df_0}{du} + \delta u^2 N_g Q_d (f_0 + U_g \frac{df_0}{du}) \right] \\ & \quad + N_g (Q_a(u + U_a) f_0(u + U_a) \sqrt{u + U_a} - Q_a(u) f_0(u) \sqrt{u}) = 0 \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

δ , Q_d , Q_a , U_g , N_g を与えると(18)式から分布関数が求まる。分布関数は次の規格化条件を満足させると

$$\int_0^\infty f_0 \sqrt{u} du = 1 \quad \dots\dots\dots (19)$$

各種の平均値は、次のようにして求まる。

平均エネルギー

$$\langle u \rangle = \int_0^\infty u f_0 \sqrt{u} du \quad \dots\dots\dots (20)$$

移動速度

$$v_d = \int_0^\infty \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2e}{m}} E \frac{\sqrt{u}}{N_g Q_d} \frac{df_0}{du} \sqrt{u} du \quad \dots\dots\dots (21)$$

拡散係数

$$D_e = \int_0^\infty \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{\sqrt{u}}{N_g Q_d} f_0 \sqrt{u} du \quad \dots\dots\dots (22)$$

衝突周波数

$$\nu_a = \int_{U_a}^\infty N_g \sqrt{\frac{2e}{m}} Q_a \sqrt{u} f_0 \sqrt{u} du \quad \dots\dots\dots (23)$$

ところで、Maxwell 分布をエネルギーの関数で表わすと(3)式は、次のようになる。

$$f_M(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} U_e^{-3/2} \exp\left(-\frac{u}{U_e}\right) \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここで、 $U_e = kT/e$ は電子温度を表わし平均エネルギーと次の関係がある。

$$\langle u \rangle = 3U_e/2 \quad \dots\dots\dots (25)$$

§ 3 衝突断面積と計算方法

(18)式は、二階常微分方程式であるが、非弾性衝突 scatter-in 項のため簡単に解けない。そこでW.K.B 近似により、次のように処理した。つまり、高エネルギー領域において弾性衝突と非弾性衝突の scatter-out の項のみであるとして関数形で解を求める。その解が 10^{-50} の付近から Runge - Kutta - Nyström の方法により、低エネルギーの方向に数値解を求めて行った。数値計算を開始するところが U_a より十分大きな場合 ($u \geq U_a$)、W. K. B 近似はよい近似となる。

次に各種の衝突断面積を示す。すべて関数形で近似した。¹⁵⁾ 単位は $Q[\text{\AA}^2]$ [eV] である。

ヘリウム

$$\left. \begin{aligned} Q_d &= \begin{cases} 6.50 & u \leq 4.0 \\ 13.0/\sqrt{u} & u > 4.0 \end{cases} \\ Q_a &= \begin{cases} 0 & u \leq U_a = 19.8 \\ 2.25 \times 10^{-3} (u - 16.7) \sqrt{u} & u > U_a \end{cases} \\ Q_c &= \begin{cases} 0 & u \leq U_c = 0.6 \\ 77.8 \cdot (u - U_c) \exp(1.21 - u/2.9) & u > U_c \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ネオン

$$\left. \begin{aligned} Q_d &= \begin{cases} 1.60 u^{1/6} & u \leq U_a = 16.6 \\ 2.60 & u > U_a \end{cases} \\ Q_a &= \begin{cases} 0 & u \leq U_a \\ 1.30 \times 10^{-2} (u - 15.2) & u > U_a \end{cases} \\ Q_c &= \begin{cases} 0 & u \leq U_c = 2.0 \\ 12.5 (u - U_c) \exp(1.25 - u/8.0) & u > U_c \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

アルゴン

$$Q_d = \begin{cases} 1.45u & u \leq 11.1 \\ 57.0 / \sqrt{u} & u > 11.1 \end{cases}$$

$$Q_a = \begin{cases} 0 & u \leq U_a = 11.5 \\ 2.26 \times 10^{-2} (u - 11.1) \sqrt{u} & u > U_a \end{cases} \dots\dots\dots (28)$$

$$Q_c = \begin{cases} 0 & u \leq U_c = 0.1 \\ 4.00 (u - U_c) \exp (1.20 - u/5.0) & u > U_c \end{cases}$$

電離断面積は、直接及び累積電離ともにそれぞれの励起断面積に含めて考えた。これは励起に比べ電離に必要なエネルギーが、約5(eV)程度大きく、励起準位の数是非常に多い。また分布関数自身も、直接励起の場合は特に、急激にエネルギーの増加とともに小さくなるからである。

直接励起は、全励起断面積を用い、衝突により同一のエネルギー U_a が失われ、 U_a の値は最小励起電圧を用いた。累積励起については、十分な資料がないので、各累積励起過程^(11,14,16)の総和を推定し、Habri - kant⁽¹¹⁾の公式で近似した。また、この際に衝突で失われるエネルギーは、準安定準位に近い準位への電子衝突励起について考えた。

§ 4 計算結果とその考察

計算に用いた衝突断面積を図1に示す。弾性衝突(Q_d)と直接励起(Q_a)である。アルゴンの場合はヘリウムやネオンに比べ桁が大きくなっている。累積励起の衝突断面積は、非常に大きく、電子エネルギーが U_c から直線的に上昇し数eVで最大値約100 [\AA^2]となりその後は指数関数的に減少する。累積励起は、励起分子の数が基底準位にある分子数に比べ非常に少ないため、衝突断面積が大きくても、衝突

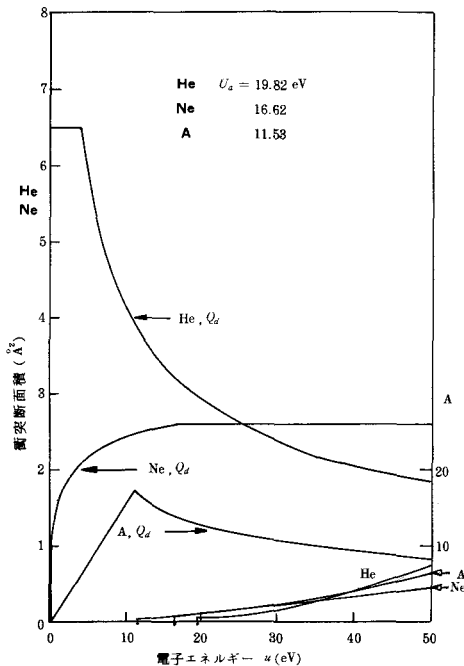


図1 衝突断面積 弾性衝突(Q_d)と非弾性衝突(Q_a 直接励起)の衝突断面積の電子エネルギー依存性

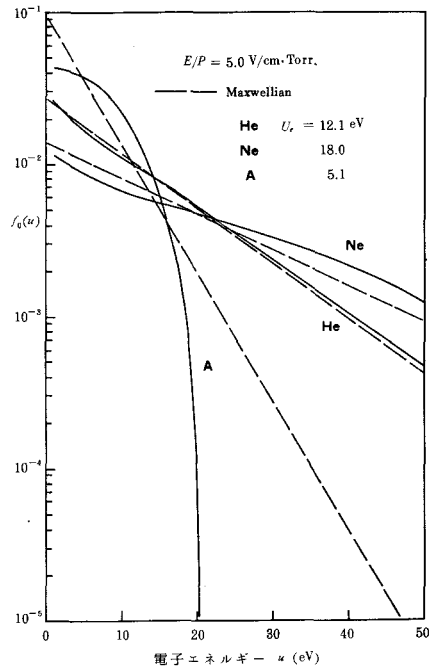


図2 弾性衝突のみ考慮した場合の分布関数の計算値。破線は、同一平均エネルギーのMaxwell 分布。

周波数はそれほど大きくならない。

分布関数は、ガス温度をすべて室温として計算した。ガス温度が500[K]以下ならば、その影響は無視できる。ガス温度が低下すると分布関数は高エネルギー部 ($u \geq U_a$) の減少と低エネルギー部 ($u \leq 10$) の増加が、非常にわずかであるが、現われる¹⁷⁾。

弾性衝突だけを考慮して求めた分布関数を図2に示す。破線は同一平均エネルギーを持つ Maxwell 分布である。電子温度は、(25)式より求めた。計算は同一の E/P で行った。ここで P はガス圧力を示し次の関係がある。

$$P = N_g k T_g \quad \dots\dots\dots (29)$$

電子が平均自由行程 ($< N_g Q_d >^{-1}$) 進む間に電界から得るエネルギー u_m は、次のようになる。

$$u_m = \frac{E}{< N_g Q_d >} = \frac{E}{P} \frac{k T_g}{< Q_d >} \quad \dots\dots\dots (30)$$

これより E/P は、電子が電界より得るエネルギーに関係する事がわかる。図2を見ると、アルゴン、ヘリウム、ネオンの順に高エネルギー域への電子分布が増え、電子温度も高くなっている。これは、衝突断面積の大きさの順と一致している (特に $u \leq U_a$)。30式より、同一の E/P では電界から得るエネルギーは、衝突断面積が大きい方が小さくなる事がわかる。弾性衝突のみを考えた場合、電子が電界から得たエネルギーは衝突によりわずかに失われるだけのため、 u_m の大きさはそのまま電子温度となって現われる。破線は Maxwell 分布を示すが、三つのガスのうちヘリウムが最も Maxwell 分布に近い。これは、18式を弾性衝突のみとして解くと、ヘリウムの場合 $f_0 \sim \exp(-\alpha u)$ (α は定数) となり24式と同じ形になるためである。

非弾性衝突を考慮した場合を図3に示す。直接励起のみを考えている。図2の場合と比較すると、そ

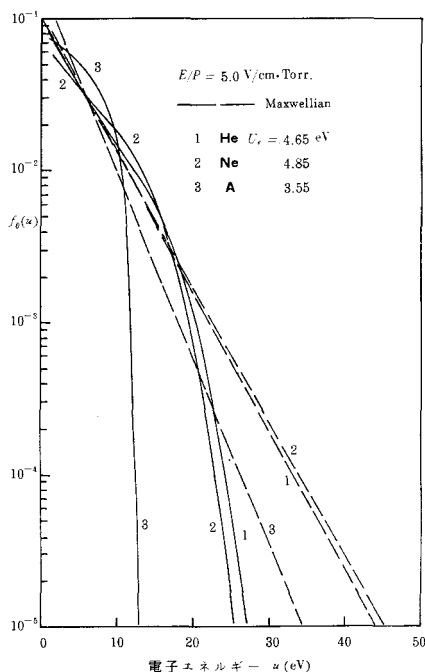


図3 弾性衝突と非弾性衝突として、直接励起のみ考慮した場合の分布関数

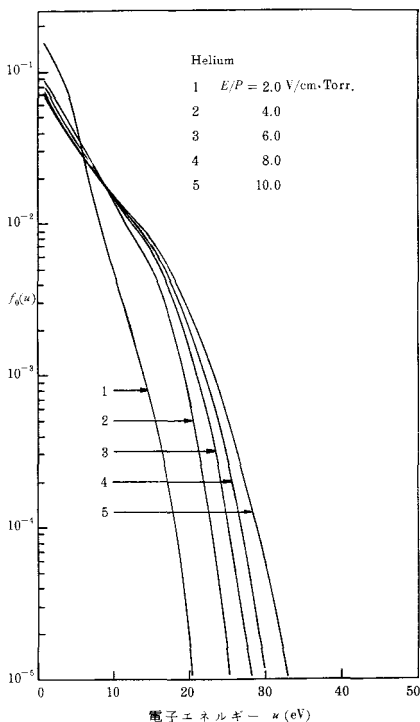


図4 電子エネルギー分布関数He, 換算電界による変化 ($Q_c = 0$)

それぞれのガスの最小励起エネルギー付近から分布関数が急激に小さくなる事がわかる。直接励起により高エネルギー部では scatter-out により電子数が減少し、衝突後 ($u - U_a$) のエネルギーの所への scatter-in として低エネルギー部で電子数が増加する。電子温度を比較すると、同一の入力エネルギーに対して非弾性衝突によるエネルギー損失が増えるため、弾性衝突のみの場合に比べ大きく低下している。これは非弾性衝突によりエネルギーを失った低エネルギーの電子が増加し、同時に高エネルギーの電子が減少する事が原因となっている。非弾性衝突により、破線で示された Maxwell 分布からのずれが図2の場合に比べ大きくなっている事がわかる。

各ガスに対し E/P を変化した場合の分布関数の変化を図4(He), 図5(Ne), 図6(A)に示す。どのガスの場合にも E/P が増加すると低エネルギー部の減少と高エネルギー部の増加が見られる。図3で計算結果が Maxwell 分布より大きくなるエネルギー領域が存在していたが、 E/P の増加によりこの領域は高エネルギーの方へ移動する。 $E/P = 5.0$ (V/cm·Torr) で He, Ne, A それぞれ $u = 6 \sim 20$, $5 \sim 18$, $3 \sim 12$ であり、 $E/P = 10$ では $u = 7 \sim 22$, $6 \sim 20$, $3 \sim 12$ の領域である。また、この領域は E/P が増加するに従い広くなる。各ガスで比較すると、この領域幅は He, Ne, A の順に狭くなっているが、その Maxwell 分布からのずれの最大値の f_0/f_M は He, Ne, A の順に大きくなっている。 E/P が1から14の変化に対し、He, Ne, A それぞれ $f_0/f_M \approx 1.25 \sim 1.3$, $1.5 \sim 1.4$, $1.8 \sim 1.7$ であった。⑩式より、 E/P の増加で電子は電界より得るエネルギーが増加し、平均として高エネルギーの電子数が増加する。一方高エネルギー領域では、非弾性衝突により電子数の増加はおさえられるため、最小励起エネルギーのすぐ下付近の電子数が増加する。ガスの種類による相違は、衝突断面積を比較するとわかる。非弾性衝突と弾性衝突の比を考えると He, Ne, A の順に大きくなっていて、それだけ非弾性衝突が大きな影響を与え、分布関数は Maxwell 分布から大きくずれてくる。

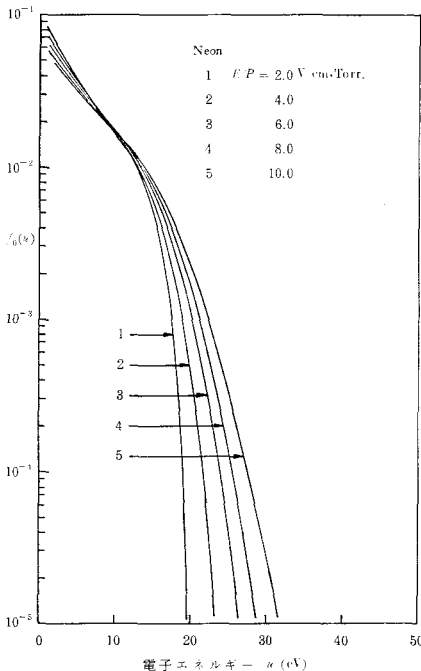


図5 電子エネルギー分布関数Ne, 換算電界による変化 ($Q_c = 0$)

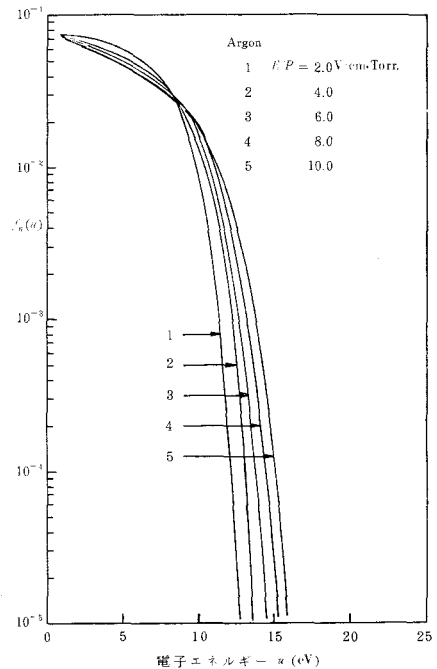


図6 電子エネルギー分布関数A, 換算電界による変化 ($Q_c = 0$)

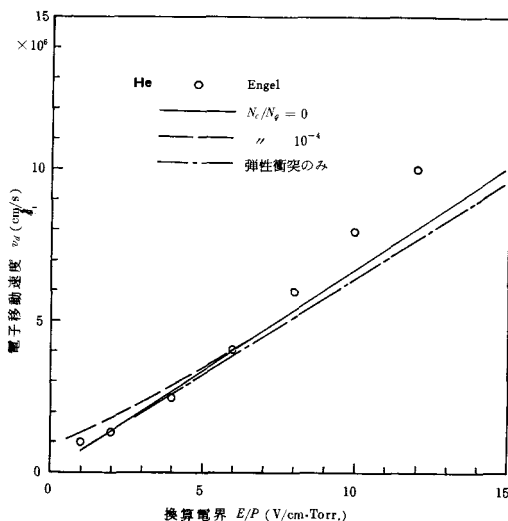


図7 ヘリウム中の電子移動速度

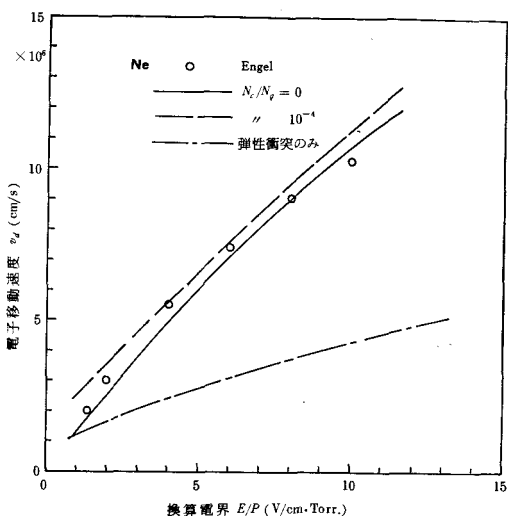


図8 ネオン中の電子移動速度

これらの結果から各ガス中での電子の移動速度 (図7, 8, 9) と電子温度(図10)を E/P に対して実線で示した。移動速度は、測定結果を丸印で示してあり、比較するとよく合っている。ヘリウムでは $E/P=10$ 付近から計算値が小さくなる。アルゴンでは、 E/P が大きな場合の測定結果が十分でないが、 $E/P \leq 5$ ではよく合っている。移動速度は(2)式で求められ、弾性衝突と分布関数の偏向成分により決定される。非弾性衝突は、分布関数を通して影響している。図中に弾性衝突のみ考慮した場合の移動速度が一点鎖線で示してある。これを見ると、 E/P の大きなところでは、非弾性衝突を考慮した方が測定結果と合っている。ヘリウムでは、その差はほとんどないが、これはヘリウムが他の二つに比べ弾性衝突によるエネルギー損失が多く、非弾性衝突の影響が少ないため、分布関数が弾性衝突により決定されるためである。なお $E/P=10$ での計算値が小さくなる原因として、衝突断面積の近似が不十分な事が考えられる。電子温度は(4)式より求め、 E/P の増加に対しゆるやかに増加している。

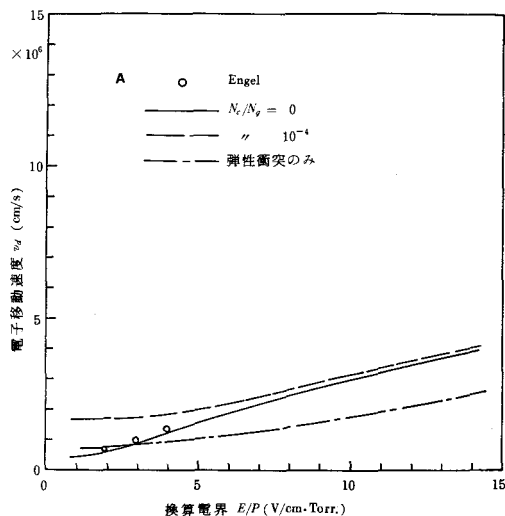


図9 アルゴン中の電子移動速度

次に累積励起の効果を考える。図11(He), 図12(Ne), 図13(A)に直接励起のみ考えた場合と累積励起も含めた場合の分布関数が示してある。累積励起は、直接励起の場合と同様に考えられる。つまり、低エネルギー部の増加と励起衝突の発生する領域での分布関数の減少である。Maxwell 分布より大きくなる部分は、直接励起のみの場合と同様に存在する。累積励起を考える事によりその領域は狭くなり、 f_0/f_M も小さくなる。また、 E/P に対する傾向は同じであるが、同一 E/P で比べると高エネルギーの方

向に少し移動している。ただし、ヘリウムの場合には、 f_0/f_M が大きくなり、 $u=0\sim 2$ の領域でも Maxwell 分布より大きくなっていた。これは、累積励起断面積の形の影響と考えられる。累積励起の効果を考えて、最小励起エネルギー(U_a)より低いところから分布関数が減少している事が挙げられ、その結果電子温度が低下している。ただ

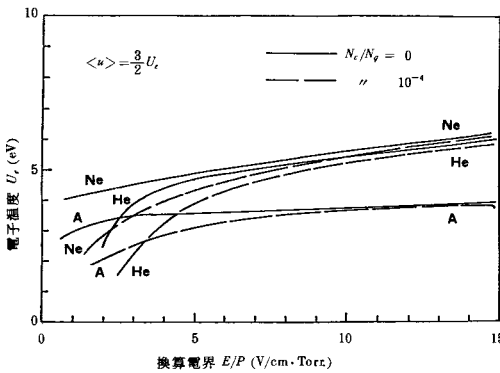


図10 電子温度（平均エネルギー）に及ぼす累積励起の効果

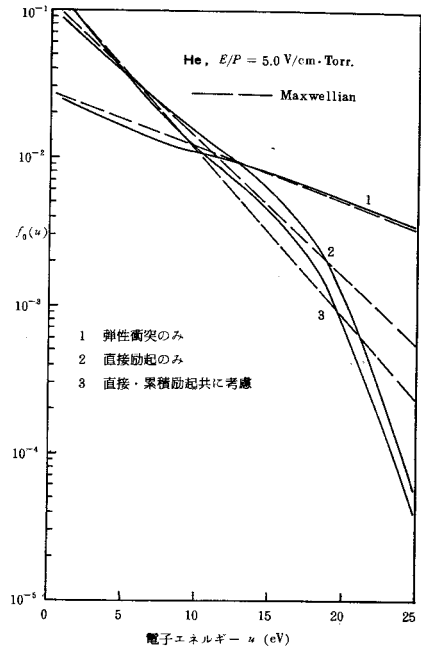


図11 電子エネルギー分布関数に及ぼす非弾性衝突の効果

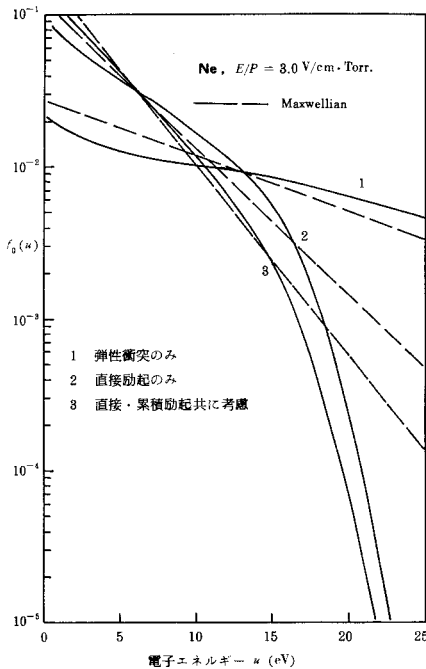


図12 電子エネルギー分布関数に及ぼす非弾性衝突の効果

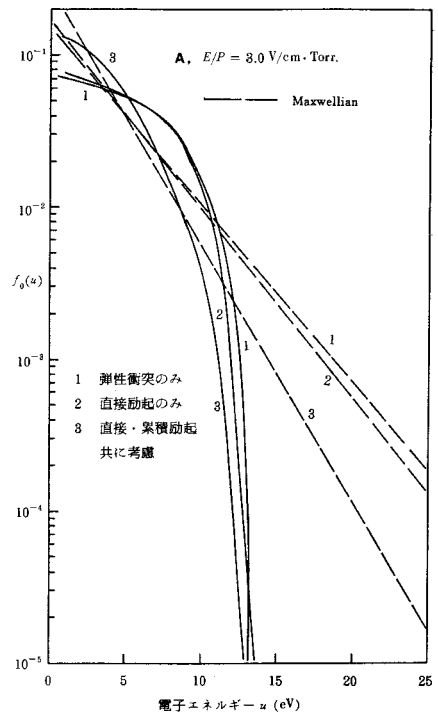


図13 電子エネルギー分布関数に及ぼす非弾性衝突の効果

し、計算は、励起分子密度として準安定原子密度を考え、基底状態にある分子に対する比を 10^{-4} とした。

累積励起を考えた場合の移動速度、電子温度は図の中で破線で示した(図7~10)。これより主として E/P の低い所で累積励起が影響を与える事がわかる。累積電離により電子温度が低下する事は累積電離効果として知られているが、累積励起により分布関数に変化し、その結果、電子温度が低下する事がわかる。移動速度を見ると累積励起の考慮により、 E/P の小さい所で速くなっている。アルゴンの場合その変化が大きい、これは分布関数を求める時に用いたW. K. B. 近似解が E/P の低い所で誤差が大きくなったためである。累積励起の効果は、準安定原子密度により変化するが、分布関数の低エネルギー部の増加と、最小励起エネルギー以下の部分での分布関数の減少に寄与する。

§ 5 ま と め

希ガス(He, Ne, A)の放電プラズマ内の電子エネルギー分布関数を数値計算により求め、非弾性衝突の効果について調べた。衝突断面積は、直接励起及び累積励起を考慮し、両者共に全衝突断面積を用いた。その結果次の事が明らかになった。

分布関数は、Maxwell 分布と比べると高エネルギー部($u > U_a$)と低エネルギー部($u \leq 0.4 U_a$)でMaxwell 分布より小さくなる。Maxwell 分布より大きな領域は、直接励起の最小励起エネルギーを越えた付近まであり、ガスの種類によりほぼ決まった領域幅をもっている。このような Maxwell 分布からのずれは、非弾性衝突によって引き起こされる。 E/P が高い場合は、直接励起が主要な非弾性衝突過程となり E/P の低下に伴って累積励起が影響してくる。これは、移動速度の電子温度の計算結果から確かめられた。

直接励起や累積励起は、分布関数に対して衝突電子に相当する領域の電子数の減少と、衝突後の電子の持つエネルギーに相当する領域での電子数の増加に寄与する。ここでは全衝突断面積を用いたため、分布関数は単調なものとなった。しかし、ガスの種類による相違からわかる事は、分布関数は、弾性衝突によりその形がほぼ決まり、次に直接励起電離により高エネルギー部が減少する。分布関数はガス固有の最小励起エネルギーを少し越えた所までの衝突断面積によってほぼその形が決定される。この領域は、累積励起衝突が多い場合には、分布関数の形は、これによって決定される。しかし、その詳細な解析については、準安定原子密度や衝突断面積をより正確に考慮しなければならないが、これについては今後の課題としたい。

最後に、計算に協力して頂いた12期生の東誠、村上周平の両君に感謝の意を表わす。

参 考 文 献

- 1) A. von Engel : *Ionized Gases*, 2nd ed. (1965) Oxford Clarendon Press
- 2) V. S. Borodin, Yu M. Kagan : *Sov. Phys. Tech. Phys.* 11 (1966) 131
- 3) N. L. Olsen, A. W. Cooper : *Advances in Electronics and Electron Physics* 24 (1968) 155
- 4) N. D. Twiddy, S. W. Rayment : *J. Phys. D, Appl. Phys.* 2 (1969) 1747
- 5) S. W. Rayment : *J. Phys. D, Appl. Phys.* 7 (1974) 841
K. F. Bessonova, et al : *Sov. Phys. Tech. Phys.* 16 (1971) 770
M. T. Tichy : *Czech. J. Phys.* B22 (1972) 264
- 6) V. Perina, K. Rohlena, T. Ruzicka : *Czech. J. Phys.* B25 (1975) 660
T. Ruzicka, K. Rohlena : *Czech. J. Phys.* B22 (1972) 906
- 7) Yu R. Alanakyan, L. A. Mikhalev : *Sov. Phys. Tech. Phys.* 20 (1975) 5
- 8) M. Pupp : *Phys. Zeits.* 36 (1935) 61
- 9) L. Pekarek, K. Masek, K. Rohlena : *Czech. J. Phys.* B20 (1970) 879
- 10) P. Avivi, F. Dothan Deutsch, H. Keren : *J. Appl. Phys.* 42 (1971) 5551
M. Z. Novgorodov, A. G. Sviridov, N. N. Sobolov : *Sov. Phys. JETP Letters* 8 (1968) 211

- 11) 電気学会：放電ハンドブック（1973）オーム社
- 12) 奥田孝美：気体プラズマ現象（1964）コロナ社
- 13) T. Dote: J. Phys. Soc. Japan 32 (1972) 291
- 14) O. Judd: J. Appl. Phys. 47 (1976) 5297
- 15) von S. Pfau, A. Rutscher: Ann. der Physik 7F, B22, H3/4 (1969) 166
- 16) R. Mewe: Physica 47 (1970) 373
R. M. M. Smit, M. Prins: Physica B+C 96 (1979) 243
- 17) V. Hrachova, Rezacova, H. Lonekova: Czech. J. Phys. B25 (1975) 1355

（昭和55年4月15日受付）

梁の曲げ応力波に関する振動形解析法について

(土木工学科) 久 良 喜 代 彦

A Series Solution for Flexural Wave Propagation in Beams

Kiyohiko KURŌ

A series solution is presented for flexural wave propagation in a uniform, simply supported beam resulting from transverse impact of a sphere at the mid-point according to the Timoshenko's equations, which include the secondary effects of shear and rotary inertia.

A comparison is made of the Timoshenko's solutions and the experimental results.

§ 1 まえがき

梁の横衝撃は普通、初歩的な Bernoulli-Euler 理論又はより厳密な理論である Timoshenko 理論によって解かれているが、本研究では一様断面の単純支持梁のスパン中央に鋼球を落下させて梁に横衝撃を加える場合について Timoshenko 理論による振動形解析法¹⁾を用いて解き、角鋼梁を用いて行った衝撃実験の結果と比較することにより、解法の適用性、およびそこで用いられた諸定数について検討しようとするものである。

なお、鋼球と梁との接触については Hertz の理論²⁾を用いることにする。

§ 2 記 号

本研究で用いる記号の主なものは次の通りである。

A 梁断面積 (cm^2)	h 梁の減衰定数
α 接近距離 (cm)	I 梁の断面 2 次モーメント (cm^4)
b 梁の厚さ (cm)	i 基準振動の次数
C_1 梁を伝ばする応力波の速度 (cm/sec)	j 時間間隔に付した番号
Δt 時間間隔の長さ (sec)	K_2 Hertz の定数
E_1 鋼球の弾性係数 (kg/cm^2)	k' 梁断面の剪断係数 (梁断面の平均剪断応力と最大剪断応力との比)
E 梁の弾性係数 (kg/cm^2)	(k) 組をなす 2 つの各次の固有円振動数を区別する添字
$F(t)$ 載荷点 (衝撃点) に作用する力 (kg)	l 梁のスパン (cm)
$\phi_i(x)$ 曲げたわみに関する第 i 次の基準振動形	M 梁要素の曲げモーメント ($\text{kg}\cdot\text{cm}$)
ϕ 梁要素の曲げによるたわみ角	M_i 第 i 次の一般化質量
G 梁の剛性率 (kg/cm^2)	
γ 梁要素の剪断たわみ角	

m_1	鋼球の質量	r	梁断面の回転半径 (cm)
m	梁の質量	R	鋼球の半径 (cm)
μ_1	鋼球のポアソン比	σ	梁下縁の曲げ応力 (kg/cm ²)
μ_2	梁のポアソン比	t	時間 (sec)
n	時間間隔に付した番号	v_0	衝撃速度 (cm/sec)
ω	梁要素の回転角速度 (1/sec)	v_1	鋼球の変位速度 (cm/sec)
ω_i	第 i 次の固有円振動数	$v(x, t)$	梁各部の変位速度 (cm/sec)
$(P)_n$	時間間隔 n における $F(t)$ の確定値 (kg)	x	梁の軸方向にとられた座標 (cm)
$(\bar{P})_n$	" " " " の暫定値 (kg)	$w(x, t)$	梁に作用する分布荷重 (kg/cm)
$\psi_i(x)$	剪断たわみ ψ_s に関する第 i 次の基準振動形	$y(x, t)$	梁の鉛直方向変位 (cm)
Q	梁要素の剪断力 (kg)	$y_1(t)$	鋼球の変位 (cm)
Q_i	第 i 次の一般化力 (kg)	$y_b(x, t)$	梁の曲げ変位 (cm)
$q_i^{(k)}$	第 i 次第 k 組の一般化座標	$y_s(x, t)$	梁の剪断変位 (cm)
ρ	梁の密度		

§ 3 Timoshenko 理論による振動方程式

(1) Timoshenko 式の誘導

Bernoulli 理論では曲げたわみによって生ずる弾性力と梁の軸に直角方向の慣性だけを考慮するに反し、Timoshenko 理論では剪断たわみ、それによる弾性力および回転慣性を考慮に入れている。

Timoshenko 理論では図 1 に示す梁要素について次のような関係式が成立すると仮定する。

1) 運動方程式

a. A 点のまわりのモーメントに関して

$$\rho \cdot I \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial x} - Q$$

b. 鉛直方向の力について

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \rho \cdot A \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

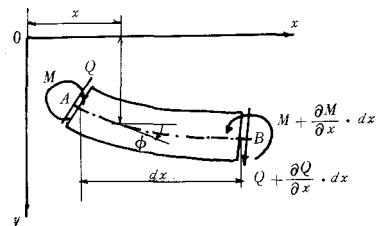


図 1

2) カー変位関係式および変形の適合条件式

a. 曲げによって生ずるたわみを y_b ，たわみ角を ϕ とすると

$$M = -E \cdot I \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\omega = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\phi = \frac{\partial y_b}{\partial x}$$

b. 剪断によって生ずるたわみを y_s ，ずれの角を γ とすると

$$Q = k' \cdot G \cdot A \cdot \gamma$$

$$\gamma = \frac{\partial y_s}{\partial x}$$

c. 全たわみ y ，たわみ角 $\frac{\partial y}{\partial x}$ について

$$y = y_b + y_s$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \phi + \tau$$

上記の各式から次の2式が得られる。

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^3 \psi_b}{\partial x^3} + \kappa' \cdot G \cdot A \cdot \frac{\partial \psi_s}{\partial x} - I \cdot \rho \cdot \frac{\partial^3 \psi_b}{\partial t^2 \cdot \partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \cdot A \cdot \left(\frac{\partial^2 \psi_b}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial t^2} \right) - \kappa' \cdot G \cdot A \cdot \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

(2) 固有円振動数

Timoshenko 理論による場合の単純支持梁の固有円振動数は次のようにして導かれる。

自由振動の Timoshenko 式(1), (2)の解 ψ_b , ψ_s を

$$\left. \begin{aligned} \psi_b &= A_i \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x \cdot \sin \omega_i t \\ \psi_s &= B_i \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x \cdot \sin \omega_i t \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

のようにおくと、この ψ_b , ψ_s は単純支持梁についての次の境界条件を満足する。

$x = 0$ および $x = l$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \psi_b + \psi_s &= 0 \\ \frac{\partial^2 \psi_b}{\partial x^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(4)式を(1), (2)式に代入すると夫々次のようになる。

$$\begin{aligned} -E \cdot I \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot A_i + \kappa' \cdot A \cdot G \cdot B_i + I \cdot \rho \cdot \omega_i^2 \cdot A_i &= 0 \\ -\kappa' \cdot G \cdot A \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot B_i + \rho \cdot A \cdot \omega_i^2 \cdot A_i + \rho \cdot A \cdot \omega_i^2 \cdot B_i &= 0 \end{aligned}$$

この2式から A_i , B_i を消去すると、 ω_i に関する次の方程式が得られる。

$$\omega_i^4 - \left\{ \left(\frac{\kappa' \cdot G}{E} + 1 \right) \cdot C_1^2 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 + \frac{C_1^2}{r^2} \cdot \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right\} \cdot \omega_i^2 + C_1^2 \cdot \frac{\kappa' \cdot G}{E} \left(\frac{i\pi}{l} \right)^4 = 0$$

ただし、 $C_1 = \sqrt{E/\rho}$, $r = \sqrt{I/A}$

これを解くと、

$$\begin{aligned} \omega_i^2 &= \frac{1}{2} \left\{ C_1 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right) + \frac{C_1^2}{r^2} \cdot \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right\} \\ &\quad \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left\{ C_1^2 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right) + \frac{C_1^2}{r^2} \cdot \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right\}^2 - \frac{\kappa' \cdot G \cdot E}{\rho^2} \left(\frac{i\pi}{l} \right)^4} \end{aligned}$$

上式を満足する2つの正の実数の値を $\omega_i^{(1)}$, $\omega_i^{(2)}$ とする。

つまり

$$\left. \begin{aligned} (\omega_i^{(1)})^2 &= \frac{1}{2} \left\{ C_1 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right) + \frac{C_1^2}{r^2} \cdot \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right\} \\ &\quad + \sqrt{\frac{1}{4} \left\{ C_1^2 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right) + \frac{C_1^2}{r^2} \cdot \frac{\kappa' \cdot G}{E} \right\}^2 - \frac{\kappa' \cdot G \cdot E}{\rho^2} \left(\frac{i\pi}{l} \right)^4} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left(\omega_i^{(2)} \right)^2 = \frac{1}{2} \left\{ C_1 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\ell' \cdot G}{E} \right) + \frac{C_1^2}{r^2} \cdot \frac{\ell' \cdot G}{E} \right\} - \sqrt{\frac{1}{4} \left\{ C_1^2 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{\ell' \cdot G}{E} \right) + \frac{C_1^2}{r^2} \cdot \frac{\ell' \cdot G}{E} \right\}^2 - \frac{\ell' \cdot G \cdot E}{\rho^2} \left(\frac{i\pi}{l} \right)^4}$$

この2者は互に対をなす第*i*次の固有円振動数を与える。

§4 外力を受ける Timoshenko 梁の解

(1) 一般化座標

外力を受ける場合の Timoshenko 梁の波動方程式は次の2式で表わされる。

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^3 y_b}{\partial x^3} + \ell' \cdot A \cdot G \frac{\partial y_s}{\partial x} - I \cdot \rho \cdot \frac{\partial^3 y_b}{\partial t^2 \cdot \partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \cdot A \left(\frac{\partial^2 y_b}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 y_s}{\partial t^2} \right) - \ell' \cdot A \cdot G \cdot \frac{\partial^2 y_s}{\partial x^2} = w(x, t) \quad (3)$$

上式の解は次のような形をとると仮定する。

$$\left. \begin{aligned} y_b(x, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 (\phi_i^{(k)}(x) \cdot q_i^{(k)}(t)) \\ y_s(x, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 (\psi_i^{(k)}(x) \cdot q_i^{(k)}(t)) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

1組の基準振動

$$\left. \begin{aligned} y_{b,i}^{(k)}(x, t) &= \phi_i^{(k)}(x) \cdot q_i^{(k)}(t) \\ y_{s,i}^{(k)}(x, t) &= \psi_i^{(k)}(x) \cdot q_i^{(k)}(t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

は自由振動の Timoshenko (1), (2)を満足するので次の関係が成立する。

$$E \cdot I \cdot \phi_i'''^{(k)} \cdot q_i^{(k)} + \ell' \cdot A \cdot G \cdot \psi_i'^{(k)} \cdot q_i^{(k)} - I \cdot \rho \cdot \phi_i'^{(k)} \cdot \ddot{q}_i^{(k)} = 0 \quad (9)$$

$$\rho \cdot A \cdot \phi_i^{(k)} \cdot \ddot{q}_i^{(k)} + \rho \cdot A \cdot \psi_i^{(k)} \cdot \ddot{q}_i^{(k)} - \ell' \cdot A \cdot G \cdot \psi_i''^{(k)} \cdot q_i^{(k)} = 0 \quad (10)$$

(9), (10)式よりそれぞれ

$$\frac{\ddot{q}_i^{(k)}}{q_i^{(k)}} = \frac{E \cdot I \cdot \phi_i'''^{(k)} + \ell' \cdot A \cdot G \cdot \psi_i'^{(k)}}{I \cdot \rho \cdot \phi_i'^{(k)}} \quad (9')$$

$$\frac{\ddot{q}_i^{(k)}}{q_i^{(k)}} = \frac{\ell' \cdot A \cdot G \cdot \psi_i''^{(k)}}{\rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(k)} + \psi_i^{(k)})} \quad (10')$$

$$\text{ところが } \frac{\ddot{q}_i^{(k)}}{q_i^{(k)}} = -(\omega_i^{(k)})^2 \quad (11)$$

の関係があるので, (11)式を(9)', (10)'式に代入すると,

$$\left\{ \begin{aligned} E \cdot I \cdot \phi_i'''^{(k)} + \ell' \cdot A \cdot G \cdot \psi_i'^{(k)} + I \cdot \rho \cdot \phi_i'^{(k)} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 &= 0 \\ \ell' \cdot A \cdot G \cdot \psi_i''^{(k)} + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(k)} + \psi_i^{(k)}) \cdot (\omega_i^{(k)})^2 &= 0 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$, (\ell = 1, 2)$$

さて(7)式を外力を受ける場合の Timoshenko 式(1), (3)に代入すると, それぞれ次のようになる。

$$E \cdot I \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i'''^{(k)} \cdot q_i^{(k)} + k' \cdot A \cdot G \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i'^{(k)} \cdot q_i^{(k)} - I \cdot \rho \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i'^{(k)} \cdot \ddot{q}_i^{(k)} = 0 \quad (14)$$

$$\rho \cdot A \cdot \left(\sum_{i=1}^{\infty} \phi_i^{(k)} \cdot \ddot{q}_i^{(k)} + \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i^{(k)} \cdot q_i^{(k)} \right) - k' \cdot A \cdot G \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i''^{(k)} \cdot q_i^{(k)} = w(x, t) \quad (15)$$

(12), (13)式をそれぞれ(14), (15)式に代入すると,

$$I \cdot \rho \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left[\phi_i^{(1)} \cdot \left(\ddot{q}_i^{(1)} + (\omega_i^{(1)})^2 \cdot q_i^{(1)} \right) + \phi_i'^{(2)} \cdot \left(\ddot{q}_i^{(2)} + (\omega_i^{(2)})^2 \cdot q_i^{(2)} \right) \right] = 0 \quad (16)$$

$$\rho \cdot A \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left[(\phi_i^{(1)} + \psi_i^{(1)}) \cdot \left(\ddot{q}_i^{(1)} + (\omega_i^{(1)})^2 \cdot q_i^{(1)} \right) + (\phi_i^{(2)} + \psi_i^{(2)}) \cdot \left(\ddot{q}_i^{(2)} + (\omega_i^{(2)})^2 \cdot q_i^{(2)} \right) \right] \\ = w(x, t) \quad (17)$$

(16)式の両辺に $\phi_j^{(1)}$ をかけて 0 から l まで積分すると

$$\int_0^l I \cdot \rho \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \phi_i^{(1)} \cdot \phi_j^{(1)} \cdot \left(\ddot{q}_i^{(1)} + (\omega_i^{(1)})^2 \cdot q_i^{(1)} \right) + \phi_i'^{(2)} \cdot \phi_j^{(1)} \cdot \left(\ddot{q}_i^{(2)} + (\omega_i^{(2)})^2 \cdot q_i^{(2)} \right) \right\} \cdot dx = 0 \quad (16')$$

(17)式の両辺に $\phi_i^{(1)} + \psi_j^{(1)}$ をかけて 0 から l まで積分すると

$$\int_0^l \rho \cdot A \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (\phi_i^{(1)} + \psi_i^{(1)}) \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)}) \cdot \left(\ddot{q}_i^{(1)} + (\omega_i^{(1)})^2 \cdot q_i^{(1)} \right) \right. \\ \left. + (\phi_i^{(2)} + \psi_i^{(2)}) \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)}) \cdot \left(\ddot{q}_i^{(2)} + (\omega_i^{(2)})^2 \cdot q_i^{(2)} \right) \right\} \cdot dx = \int_0^l w(x, t) \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)}) \cdot dx \quad (17')$$

(16)'式と(17)'式を辺々加えて整理すると

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\ddot{q}_i^{(1)} + (\omega_i^{(1)})^2 \cdot q_i^{(1)} \right) \cdot \int_0^l \left\{ I \cdot \rho \cdot \phi_i^{(1)} \cdot \phi_j^{(1)} + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(1)} + \psi_i^{(1)}) \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)}) \right\} dx \right. \\ \left. + \left(\ddot{q}_i^{(2)} + (\omega_i^{(2)})^2 \cdot q_i^{(2)} \right) \cdot \int_0^l \left\{ I \cdot \rho \cdot \phi_i'^{(2)} \cdot \phi_j^{(1)} + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(2)} + \psi_i^{(2)}) \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)}) \right\} dx \right] \\ = \int_0^l w(x, t) \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)}) \cdot dx \quad (18)$$

直交条件

$$\left\{ \begin{array}{l} i \neq j \text{ のとき} \\ \int_0^l \left\{ I \cdot \rho \cdot (\phi_i^{(k)} \cdot \phi_j^{(k)}) + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(k)} + \psi_i^{(k)}) \cdot (\phi_j^{(k)} + \psi_j^{(k)}) \right\} dx = 0 \\ k \neq m \text{ のとき} \\ \int_0^l \left\{ I \cdot \rho \cdot (\phi_i^{(k)} \cdot \phi_j^{(m)}) + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(k)} + \psi_i^{(k)}) \cdot (\phi_j^{(m)} + \psi_j^{(m)}) \right\} \cdot dx = 0 \end{array} \right.$$

により(18)式は次のようになる。

$$\left[\int_0^l \left\{ I \cdot \rho \cdot (\phi_j^{(1)})^2 + \rho \cdot A \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)})^2 \right\} dx \right] \cdot \left(\ddot{q}_j^{(1)} + (\omega_j^{(1)})^2 \cdot q_j^{(1)} \right) \\ = \int_0^l w \cdot (\phi_j^{(1)} + \psi_j^{(1)}) \cdot dx$$

上式において j を i で書きなおすと

$$\begin{aligned} & \left[\int_0^l \{ I \cdot \rho \cdot (\phi_i^{(1)})^2 + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(1)} + \psi_i^{(1)})^2 \} dx \right] \cdot (\ddot{q}_i^{(1)} + (\omega_i^{(1)})^2 \cdot q_i^{(1)}) \\ & = \int_0^l w \cdot (\phi_i^{(1)} + \psi_i^{(1)}) \cdot dx \end{aligned} \quad (19)$$

同様にして次式が成立する。

$$\begin{aligned} & \left[\int_0^l \{ I \cdot \rho \cdot (\phi_i^{(2)})^2 + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(2)} + \psi_i^{(2)})^2 \} dx \right] \cdot (\ddot{q}_i^{(2)} + (\omega_i^{(2)})^2 \cdot q_i^{(2)}) \\ & = \int_0^l w \cdot (\phi_i^{(2)} + \psi_i^{(2)}) \cdot dx \end{aligned} \quad (20)$$

ここで

$$M_i^{(k)} = \int_0^l \{ I \cdot \rho \cdot (\phi_i^{(k)})^2 + \rho \cdot A \cdot (\phi_i^{(k)} + \psi_i^{(k)})^2 \} dx, \quad (k=1, 2) \quad (21)$$

$$Q_i^{(k)} = \int_0^l w(x, t) \cdot (\phi_i^{(k)} + \psi_i^{(k)}) dx, \quad (k=1, 2) \quad (22)$$

とおくと, (19), (20)式は次のようになる。

$$\ddot{q}_i^{(k)} + (\omega_i^{(k)})^2 \cdot q_i^{(k)} = \frac{Q_i^{(k)}}{M_i^{(k)}}, \quad (k=1, 2) \quad (23)$$

(23)式の解は Duhamel の定理によって次のようになる。

$$q_i^{(k)}(t) = q_i^{(k)}(0) \cdot \cos \omega_i^{(k)} t + \frac{\dot{q}_i^{(k)}(0)}{\omega_i^{(k)}} \cdot \sin \omega_i^{(k)} t + \frac{1}{M_i^{(k)} \cdot \omega_i^{(k)}} \cdot \int_0^t Q_i^{(k)} \cdot \sin \omega_i^{(k)}(t - \tau) \cdot d\tau$$

時刻 $t=0$ の時, 梁が静止している場合には上式は次のようになる。

$$q_i^{(k)}(t) = \frac{1}{M_i^{(k)} \cdot \omega_i^{(k)}} \cdot \int_0^t Q_i^{(k)} \cdot \sin \omega_i^{(k)}(t - \tau) \cdot d\tau, \quad (k=1, 2) \quad (24)$$

さらに減衰を考慮する場合には上式は次のようになる。

$$q_i^{(k)}(t) = \frac{1}{M_i^{(k)} \cdot \omega_i^{(k)} \cdot h'} \cdot \int_0^t Q_i^{(k)} \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h' \cdot (t - \tau)) \cdot \sin \omega_i^{(k)} h' (t - \tau) \cdot d\tau \quad (24')$$

ただし, $h' = \sqrt{1 - h^2}$

(2) 基準振動形

基準振動形 $\phi_i^{(k)}(x)$, $\psi_i^{(k)}(x)$ は境界条件が与えられることによって次のようにして決定される。

単純支持梁の場合には

$$\left. \begin{aligned} \phi_i^{(k)}(x) &= A_i^{(k)} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x \\ \psi_i^{(k)}(x) &= B_i^{(k)} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

のようにおくと単純支持梁の境界条件式(5)は満足される。

(25)式を(24)式に代入すると

$$-E \cdot I \cdot \left(\frac{i\pi}{l}\right)^3 \cdot A_i \cdot \cos \frac{i\pi}{l} x + k' \cdot A \cdot G \cdot \frac{i\pi}{l} \cdot B_i \cdot \cos \frac{i\pi}{l} x + I \cdot \rho \cdot \frac{i\pi}{l} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \cdot A_i \cdot \cos \frac{i\pi}{l} x = 0$$

これより

$$B_i^{(k)} = \frac{E \cdot I \cdot \left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 - I \cdot \rho \cdot (\omega_i^{(k)})^2}{k' \cdot A \cdot G} \cdot A_i^{(k)} \quad (26)$$

ここで正規条件式として

$$\int_0^l \{ \phi_i^{(k)}(x) + \psi_i^{(k)}(x) \}^2 \cdot dx = l$$

を用い、これに(23)式を代入すると

$$A_i^{(k)} + B_i^{(k)} = \sqrt{2} \quad (27)$$

(26), (27)式を連立に解くと

$$\left. \begin{aligned} A_i^{(k)} &= \frac{\sqrt{2}}{1 + r^2 \cdot \frac{E}{\ell' \cdot G} \left\{ \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{C_1^2} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \right\}} \\ B_i^{(k)} &= \frac{\sqrt{2} \cdot r^2 \cdot \frac{E}{\ell' \cdot G} \left\{ \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{C_1^2} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \right\}}{1 + r^2 \cdot \frac{E}{\ell' \cdot G} \left\{ \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{C_1^2} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \right\}} \end{aligned} \right\}, \quad (\ell = 1, 2)$$

したがって

$$\left. \begin{aligned} \phi_i^{(k)}(x) &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x}{1 + r^2 \cdot \frac{E}{\ell' \cdot G} \left\{ \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{C_1^2} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \right\}} \\ \psi_i^{(k)}(x) &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x \cdot r^2 \cdot \frac{E}{\ell' \cdot G} \left\{ \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{C_1^2} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \right\}}{1 + r^2 \cdot \frac{E}{\ell' \cdot G} \left\{ \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{C_1^2} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \right\}} \end{aligned} \right\}, \quad (\ell = 1, 2) \quad (28)$$

(3) 一般化質量, 一般化力

(28)式の $\phi_i^{(k)}(x)$, $\psi_i^{(k)}(x)$ を(21), (22)式に代入すると一般化質量 $M_i^{(k)}$, 一般化力 $Q_i^{(k)}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} M_i^{(k)} &= \rho \cdot A \cdot l \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cdot r^2 \cdot (A_i^{(k)})^2 \right\} \\ &= m \cdot \left[1 + \frac{r^2 \cdot \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2}{\left\{ 1 + \frac{E}{\ell' \cdot G} \cdot r^2 \cdot \left(\left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 - \frac{1}{C_1^2} \cdot (\omega_i^{(k)})^2 \right)^2 \right\}} \right], \quad (\ell = 1, 2) \end{aligned} \quad (29)$$

$$Q_i^{(k)} = \sqrt{2} \cdot \int_0^l w(x, t) \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x \cdot dx \quad (30)$$

(30)式は梁に分布荷重 $w(x, t)$ が作用する場合であるが、スパン中央に集中荷重 $F(t)$ が作用する場合には(30)式は次のようになる。

$$Q_i^{(k)} = \sqrt{2} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} \cdot F(t), \quad (\ell = 1, 2) \quad (31)$$

(4) 梁の変位および曲げ応力

単純支持梁のスパン中央に動的集中力 $F(t)$ が作用する場合の梁の変位および曲げ応力は次のようになる。

まず梁の全変位 $y (= y_b + y_s)$ は(7)式より

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 (\phi_i^{(k)}(x) + \psi_i^{(k)}(x)) \cdot q_i^{(k)}(t)$$

となるので、この式に(24)', (28), (31)式を代入すると次式が得られる。

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 \frac{2 \cdot \sin \frac{i\pi}{2} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x}{M_i^{(k)} \cdot \omega_i^{(k)} \cdot h'} \cdot \int_0^t F(\tau) \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (t - \tau)) \cdot \sin \omega_i^{(k)} \cdot h' (t - \tau) \cdot d\tau \quad (32)$$

一方、梁下縁の曲げ応力 $\sigma(x, t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma(x, t) &= \frac{M}{I} \cdot \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot E \cdot \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} \\ &= -\frac{b \cdot E}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 \frac{\left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 \cdot A_i^{(k)} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x}{M_i^{(k)} \cdot \omega_i^{(k)} \cdot h'} \cdot \int_0^t F(\tau) \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (t - \tau)) \cdot \sin \omega_i^{(k)} \cdot h' (t - \tau) \cdot d\tau \quad (33) \end{aligned}$$

§ 5 衝撃力

単純支持梁のスパン中央に鋼球を落下させる場合、(32), (33)式に含まれる集中外力 F は Hertz の理論を用いると次のように表わされる。

$$F(t) = K_2 \cdot \alpha^{\frac{3}{2}} \quad (34)$$

K_2 は Hertz の定数で球と平面とが接触する場合には次式で与えられる。

$$K_2 = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{\sqrt{R}}{\delta_1 + \delta_2}, \quad \delta_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{\pi \cdot E_1}, \quad \delta_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{\pi \cdot E} \quad (35)$$

接近距離 $\alpha(t)$ は次式で与えられる。

$$\alpha(t) = y_1(t) - y\left(\frac{l}{2}, t\right) \quad (36)$$

$y\left(\frac{l}{2}, t\right)$ は梁の載荷点の変位であり、(32)式により次式で与えられる。

$$y\left(\frac{l}{2}, t\right) = \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 \frac{2}{M_i^{(k)} \cdot \omega_i^{(k)} \cdot h'} \cdot \int_0^t F(\tau) \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (t - \tau)) \cdot \sin \omega_i^{(k)} \cdot h' (t - \tau) \cdot d\tau \quad (37)$$

一方、鋼球の変位 $y_1(t)$ は

$$m_1 \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} = -F(t)$$

の解として得られ、次のような形をとる。

$$y_1(t) = v_0 \cdot t - \frac{1}{m_1} \cdot \int_0^t dt \cdot \int_0^t F(t) \cdot dt \quad (38)$$

(34), (36), (37), (38)式から次の関係式が得られる。

$$\left\{ \frac{1}{K_2} \cdot F(t) \right\}^{3/2} = v_0 \cdot t - \frac{1}{m_1} \cdot \int_0^t dt \cdot \int_0^t F(t) \cdot dt$$

$$- \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 \frac{2}{M_i^{(k)} \cdot \omega_i^{(k)} \cdot h'} \int_0^t F(\tau) \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (t-\tau)) \cdot \sin \omega_i^{(k)} h' (t-\tau) \cdot d\tau \quad (39)$$

39式を解いて $F(t)$ が求められると32, 33式から梁の各部の鉛直方向変位 $y(x, t)$ および下縁曲げ応力 $\sigma(x, t)$ が得られる。

§ 6 数値解析法

39式を直接解くことは困難なので数値解析の方法が用いられる。³⁾

まず衝撃後の経過時間 t を微小時間間隔 Δt に分割する。

1つの時間間隔の間では $F(t)$, $y(x, t)$, $y_1(t)$ 等は一定であると仮定し、時間間隔 n におけるこれらの値をそれぞれ $(F)_n$, $(y)_n$, $(y_1)_n$ のように表わす。

まず $\int_0^t F(\tau) \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (t-\tau)) \cdot \sin \omega_i^{(k)} h' (t-\tau) \cdot d\tau$ は次のように近似される。

$$\int_0^t F(\tau) \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (t-\tau)) \cdot \sin \omega_i^{(k)} h' (t-\tau) \cdot d\tau$$

$$= \frac{1}{\omega_i^{(k)} \cdot h'} \sum_{j=1}^n (F)_j \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (n-j) \cdot \Delta t) \cdot \{ \cos \omega_i^{(k)} h' \Delta t (n-j) - \cos \omega_i^{(k)} h' \Delta t (n-j+1) \} \quad (40)$$

$y_1(t)$ を求める39式は次の2式でおきかえられる。

$$\left. \begin{aligned} (v_1)_n &= (v_1)_{n-1} - \frac{1}{m_1} \cdot (F)_n \cdot \Delta t \\ (y_1)_n &= (y_1)_{n-1} + (v_1)_n \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

39式を解いて $F(t)$ を求める計算は(40), (41)式の計算を含めて次のようにして行われる。

初期条件

$$(v_1)_0 = v_0, \quad (y_1)_0 = 0, \quad (y)_0 = 0, \quad (F)_1 = 0$$

を与えて、1つの時間間隔について、下記の方程式群(42)を上から順に解いて行くことを第1, 第2ステップの2回繰返し、それが終ると次の時間間隔に移って、再び方程式群(42)を解くことを2回繰返す。以下これを反覆する。

$$\left. \begin{aligned} (v_1)_n &= (v_1)_{n-1} - \frac{1}{m_1} \cdot (F)_n \cdot \Delta t \\ (y_1)_n &= (y_1)_{n-1} + (v_1)_n \cdot \Delta t \\ (y)_n &= \sum_{j=1}^n (F)_j \cdot \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \cdot \sum_{k=1}^2 \frac{\exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (n-j) \cdot \Delta t)}{M_i^{(k)} \cdot (\omega_i^{(k)} \cdot h')^2} \cdot \{ \cos \omega_i^{(k)} h' (n-j) \Delta t \\ &\quad - \cos \omega_i^{(k)} h' (n-j+1) \Delta t \} \\ (\omega)_n &= (y_1)_n - (y)_n \\ (F)_n &= K_2 \cdot ((\omega)_n)^{3/2} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

時間間隔 n における第1ステップの計算では $(F)_1 = (P)_1$, $(F)_2 = (P)_2$, \dots , $(F)_{n-1} = (P)_{n-1}$, $(F)_n = (P)_{n-1}$

とする。ここに、 $(P)_1, (P)_2, \dots, (P)_{n-1}$ は夫々時間間隔 1, 2, $\dots, n-1$ における $F(t)$ の確定値である。

このようにして、方程式群(42)を上から順に解いて行き、最後に得られる $(F)_n$ の値を時間間隔 n における $F(t)$ の値の暫定値として $(\bar{P})_n$ で表わす。

第2ステップではこの $(\bar{P})_n$ の値を用いて

$$(F)_1 = \frac{1}{2}(P)_1, (F)_2 = \frac{1}{2}\{(P)_1 + (P)_2\}, \dots, (F)_{n-1} = \frac{1}{2}\{(P)_{n-2} + (P)_{n-1}\}, (F)_n = \frac{1}{2}\{(P)_{n-1} + (\bar{P})_n\}$$

として方程式群(42)の計算を行う。

その結果として得られる $(F)_n$ の値をもって時間間隔 n における $F(t)$ の確定値として $(P)_n$ で表わし、次の時間間隔にうつる。

梁の载荷点に作用する力 $(F)_n$ 、 $(n=1, 2, \dots)$ が求まると梁の変位および応力は次式で求められる。

$$(y)_n = \sum_{j=1}^n (F)_j \left[\sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \frac{2 \sin \frac{i\pi}{2} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x}{M_i^{(k)} \cdot (\omega_i^{(k)} \cdot h')^2} \cdot \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (n-j) \cdot \Delta t) \right. \\ \left. (\cos \omega_i^{(k)} h' (n-j) \Delta t - \cos \omega_i^{(k)} h' (n-j+1) \Delta t) \right] \quad (43)$$

$$(o)_n = -\frac{E \cdot b}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{j=1}^n (F)_j \left[\sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \frac{\left(\frac{i\pi}{l}\right)^2 \cdot A_i \cdot \sin \frac{i\pi}{2} \cdot \sin \frac{i\pi}{l} x}{M_i^{(k)} \cdot (\omega_i^{(k)} \cdot h')^2} \right. \\ \left. \exp(-\omega_i^{(k)} \cdot h \cdot (n-j) \cdot \Delta t) \cdot (\cos \omega_i^{(k)} h' (n-j) \Delta t - \cos \omega_i^{(k)} h' (n-j+1) \Delta t) \right] \quad (44)$$

§ 7 衝撃実験

本研究では横衝撃の際の梁の曲げ応力の発生・伝播の状況を調べるために次のような実験を行った。

1 cm × 1 cm 正方形断面の角鋼棒を両端単純支持とし、その下縁のスパン中央他数ヶ所に共和ゲージ K10 A1 を1枚ずつ貼布した。(図2)

この実験梁のスパン中央に鋼球を落下させて横衝撃を加えた。

その際発生する歪み波形をデュアル・ビーム・シンクロスコープ DS 5016 で観測した。なお、実験条件として

梁のスパンは 15, 30, 60 cm の 3 通り

鋼球の直径は 14, 19, 24 mm の 3 通り

鋼球の落高は 10, 40, 80 cm の 3 通り

とした。

実験結果として得られた歪み波形の 1 例を写真 1 に示す。

§ 8 理論解およびその検討

前節の衝撃実験に本研究で得られた解法を適用する。計算に用いた諸定数の主なものは次の通りである。

梁および鋼球の弾性係数 $E=E_1=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

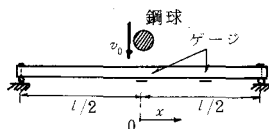


図2 実験梁

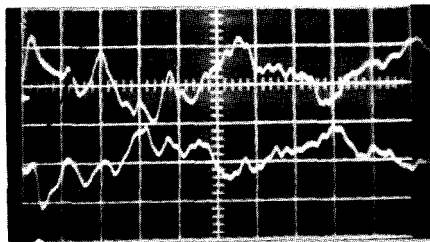


写真1 $l=30 \text{ cm}$, $\phi=19 \text{ mm}$, $h_r=44.6 \text{ cm}$

上: $x=0$ (スパン中央) 位置応力波形

下: $x=7.5 \text{ cm} (\frac{l}{4})$ " "

縦 $700 \text{ kg/cm}^2 / \text{div}$, 横 $100 \mu\text{sec} / \text{div}$.

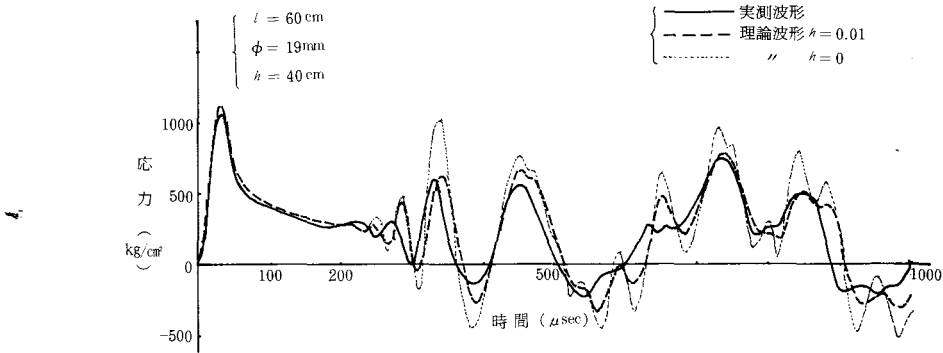


図3-a 理論応力波形と実測応力波形との比較（スパン中央下縁）

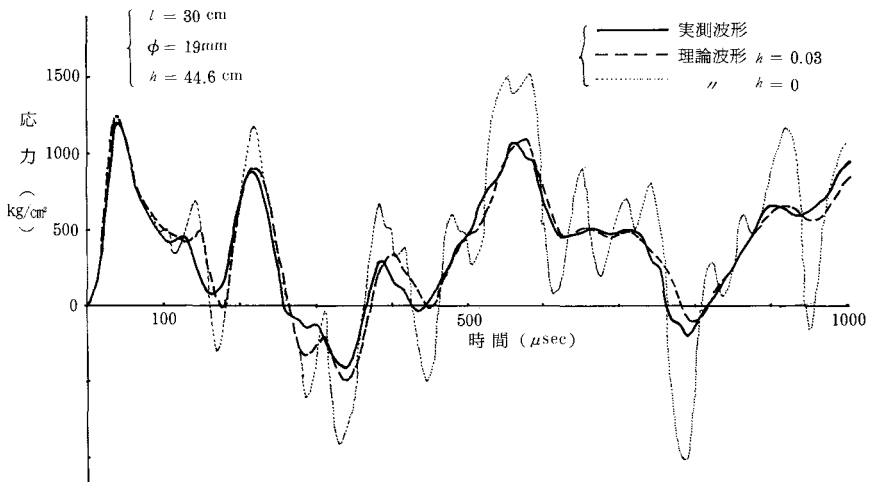


図3-b 理論応力波形と実測応力波形との比較（スパン中央下縁）

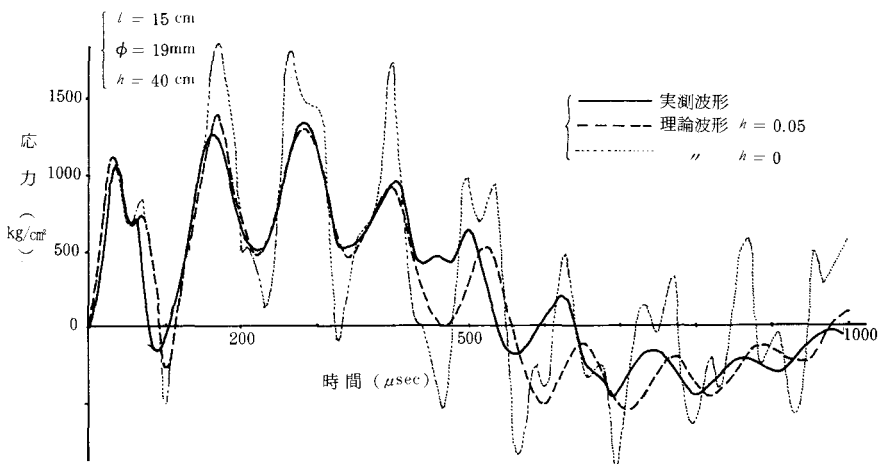


図3-c 理論応力波形と実測応力波形との比較（スパン中央下縁）

梁および鋼球の単位重量 0.00785 kg/cm^3
 梁の剛性率 $G = 808000 \text{ kg/cm}^2$
 梁断面の剪断係数 $k' = 0.66667$
 減衰定数 $h = 0, 0.03$
 基準振動の次数 i の最大値 $i_{\max} = 50, 100$
 時間間隔 $\Delta t = 0.000002 \text{ sec}$

計算結果として得られた梁下縁曲げ応力の理論波形の1例を図3に示す。

この理論波形と前節で述べた実測波形とを比較することによって本研究で得られた解法について検討した結果の主なものは次の通りである。

- i 減衰を考慮しない場合でも初期の立上り部分では理論応力波形は実測応力波形に大略一致したがその後においてはかなりの開きが出て来ている。
- ii 減衰を考慮することによって少なくとも衝撃直後では理論応力波形を実測応力波形にかなりよく一致させることが出来るように思われる。
- iii この解法は本研究における実験条件の種々の変化に充分よく対応しており、Hertz の理論および Timoshenko 理論の適用性は良好のように思われる。

§ 9 諸定数についての検討

計算に用いた諸定数について検討した結果は次の通りである。

(1) 時間間隔 Δt

§ 8 の計算例では $\Delta t = 2 \mu\text{sec}$ としたがこれを 5, 10, 20 μsec と変化させると $\Delta t = 20 \mu\text{sec}$ の場合には計算は不安定となった。一方, $\Delta t = 5, 10 \mu\text{sec}$ の場合には Δt が大きくなるほど立上り時の最大応力 $\sigma_{l\max}$ は減少するようになる。しかしそれに続く部分の応力波形は $\Delta t = 2 \mu\text{sec}$ の場合の応力波形と大略一致するが立上り部分の不一致の影響はかなり後になってあらわれて来る。スパン l が小さい場合はど不一致の影響があらわれて来る時期が早くなる。

S. Timoshenko は彼の例題の中で $\Delta t = \frac{T}{180}$ 又は $\frac{T}{360}$ としている。ここに T は第1次固有振動の周期である。今, $T = \frac{2\pi}{\omega_1^{(1)}}$ で計算すると $\Delta t = \frac{T}{360}$ はスパン $l = 15, 30, 60 \text{ cm}$ の場合に夫々 2.7, 10.8, 43.1 μs となり $l = 15 \text{ cm}$ の場合はよいが $l = 60 \text{ cm}$ の場合には不安定な結果をもたらすことになる。本研究における $\Delta t \leq 2 \mu\text{sec}$ はむしろ応力波の立上り時間 $t_1 \doteq 30 \mu\text{sec}$ に対応するものと思われる。

(2) 基準振動の次数 i の最大値 i_{\max}

i_{\max} の $\sigma_{l\max}$ の計算結果におよぼす影響を調べると表1のようになる。しかし i_{\max} の影響を最も強く受けるのは $\sigma_{l\max}$ であり、立上り時以外の曲げ応力については i_{\max} の影響はかなり小さくなっている。例えば $l = 30 \text{ cm}$ の場合, $i_{\max} = 50$ のときの曲げ応力は $i_{\max} = 100$ のときの曲げ応力の99%程度以上になっており、又 $l = 15 \text{ cm}$ の場合には98%程度以上になっている。このことから実用上は

表1 i_{\max} の $\sigma_{l\max}$ におよぼす影響

立上り時の最大曲げ応力 $\sigma_{l\max}$ (kg/cm ²)				
スパン l (cm)	i_{\max}			
	10	25	50	100
15	988 (86.2)	1091 (95.2)	1124 (98.1)	1146 (100)
30	987 (87.7)	1016 (90.3)	1088 (96.7)	1125 (100)

$i_{\max} = 100$ 又は 50 として差支えないものと思われる。

(3) 減衰定数

本研究では減衰定数 h を次のようにした場合に良好な結果が得られた。

スパン $l = 60\text{cm}$ のとき	$h = 0.01$
〃 30 〃	〃 0.03
〃 15 〃	〃 0.05

一方、対数減衰率 Δ' を用いて $h = \frac{\Delta'}{2\pi}$ の関係から減衰定数 h を求めて見る。

直径 20mm 、長さ 50cm のステンレス鋼棒に縦衝撃を加え、鋼棒内を往復する応力波の減衰状況から対数減衰率 Δ' を求めると $\Delta' = 0.0011$ となる。

$$\text{これより } h = \frac{\Delta'}{2\pi} = \frac{0.0011}{2 \cdot \pi} = 0.00175$$

となり、上記の $h = 0.01 \sim 0.05$ にくらべると 1 order 低い値となっている。これは応力波の減衰は材料の内部摩擦だけではなく、むしろ支点におけるエネルギー逸散によるところが大きいと思われる。

§ 10 あとがき

本研究で得られた主要な結論は次の通りである。

- i Hertz 理論および Timoshenkō 理論の適用性は良好である。
- ii 減衰を考慮しない場合でも初期の立上り部分では理論応力波形と実測応力波形は大略一致した。減衰を考慮することによって少なくとも衝撃直後では理論応力波形を実測応力波形にかなりよく一致させることが出来るように思われる。
- iii 応力波の減衰は材料の内部摩擦よりはむしろ支点におけるエネルギー逸散によるところが多いように思われる。
- iv 時間間隔 Δt は本研究では $\Delta t \leq 2 \mu\text{sec}$ としたときに良好な結果が得られたが、この値は本研究における応力波の立上り時間約 $30 \mu\text{sec}$ 程度に対応するものと思われる。

参考文献

- 1) Anderson, R. A. : Flexural Vibrations in Uniform Beams According to the Timoshenkō Theory, Journal of Applied Mechanics, December 1953, pp. 504 ~ 510.
- 2) Goldsmith, W. : Impact, Arnold, London, 1960
- 3) Timoshenkō, S, P : Zur Frage nach der Wirkung eines Stosses auf einer Balken, Zeits. Math. Phys., Vol. 62, 1957, pp. 198 ~ 209.

(昭和55年4月14日受付)

土中に埋設された構造物に関する 二つの研究動向（在英の報告）

（土木工学科） 石 井 義 明

Trend of Two Kinds Studies on the Structure Embedded under the Ground (Staying Report at U.K.)

Yoshiharu ISHII

A recent tendency of two kinds studies on the structure embeded under the ground is reviewed here in brief with some publications and experimental data which were obtained while the writer was involved in the experimental study at the Sheffield University as a visiting lecturer.

This review consists of the following items: a general idea and the test results of consolidation of model anchor and of reinforced earth.

1 はじめに

1978年10月より1年間、文部省在外研究員として、英国シェフィールド大学土木工学科 (Dept, of civil and Structural Eng, the University of Sheffield) へ派遣され、土質工学の応用的研究に従事する機会に恵まれた。そこでシェフィールド大学における土質工学の研究概要を述べるとともに、従事した二つの研究「モデルアンカーの圧密」と「レインフォースドアースに対する繰り返し荷重の影響」につき、得られた資料にもとづき報告したい。両研究とも、その目的は異なるが、細長い棒状構造物を地中に埋め込み引張った時の地盤の強度変形特性を調べようとするものである。

2 土質工学研究の動向

イギリスにおける土質工学の研究はテムズ川下流地域に軟弱地盤地帯があるため、ロンドンクレイの過圧密粘土、有効応力を用いた安定解析等の研究が多く見られるが、シェフィールド大学では地盤の引揚抵抗、海底地盤のアンカーによる圧密、レインフォースドアース、その他、くいの支持力に

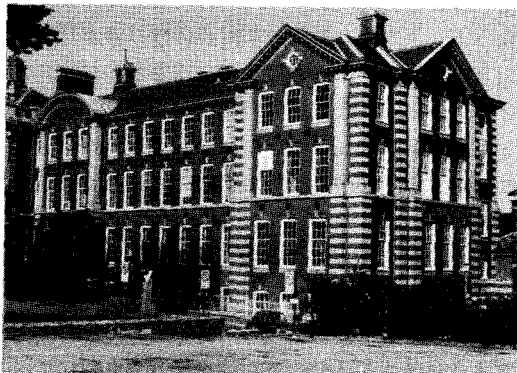


写真1 シェフィールド大学工学部

関する問題等の応用的研究に重点が置かれている。

これは Hanna 教授が実務経験に豊富であり、かつアンカーの権威者であることから当然であろう。Hanna 教授は「Foundation Instrumentation, 1973」, 「Development in Soil Mechanics, 1978」の著者として日本でもその文献を知られている。また国内の各種委員会の委員を兼ねられる一方、1年間に約2ヶ月近くを海外出張され多方面にわたり活躍される多忙な教授である。

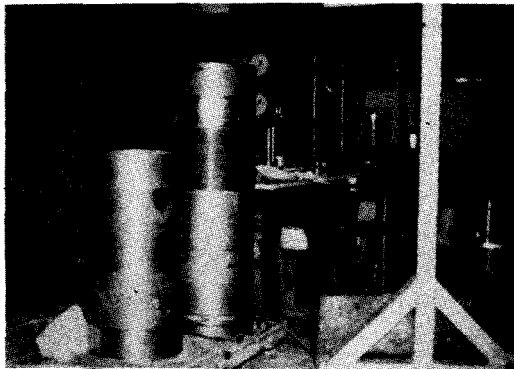


写真2 土質工学実験室の一部

3 従事した土質工学の研究

3.1 モデルアンカーの圧密

これは海底原油の探査、採掘基地の設置、原油貯蔵タンクの海底設置に際し、これらをアンカーにより固定すると、アンカー周辺地盤がアンカーの引張力により圧密されるため、その圧密変形に関する挙動、土の引張強さなどを調べるものである。

原油採掘等の基地、すなわちプラットフォームはヨーロッパ、特にノールウエーで開発されているコンクリート製の重力式、アメリカ、日本で多く採用されている鋼管構造式、この他浮遊船をアンカーにより固定する係留方式の3種類に大別できる。重力式は最も安定しているが据付後の移動が困難であり、自重は数万トンにも及び(総重量20万トンのものもある)強大な載荷量となるので、十分な基礎の支持力を必要とする。また鋼管構造のものは移動は容易であるが鉛直に据えつけることがむずかしく、かつジョイント部への応力集中に問題点があり、最近では重力式が多く採用される傾向にある。

北海の海底地盤は海底面より25mまでの深さは波の作用によりよく締め固められた様な砂質土で覆われ、この下には過圧密で非常に固い粘土層があり、一般に良好とされている¹⁾。しかし一部には軟かい粘土がごく表層付近にあり、場所によって200m~800mの粘土層の所もあることが分っている。このような場所に重力式のプラットフォームを用いると、地盤の支持力が不足するため浮遊船をアンカーにより固定するのが経済的、技術的に有利であり、この方式が将来必要とされる事が予想される。

この方式を用いると図1に示すように係留ロッドを通じて地盤に伝えられる引張力のため、図中Aの部分には正の間げき水圧(体積圧縮)が発生し、3次元的な圧密が生ずる。一方アンカーより下方のBの部分には負の間げき水圧が発生すると予想され、通常の圧密方程式では圧密量の推定の誤差が大きくなるものと思われる。現段階では圧縮性土中のアンカーによる長期変形の問題については十分な研究がなされておらず、わずかな実験と現場テストの結果が設計の目安として使用されているにすぎない。

そこで当実験室では粘土地盤にシングルアンダーリームアンカーを海底に設置した場合を想定し、図2に示すような装置を用い実験が行なわれている。実験は図に示す直径40cm、高さ1.2mの鋼製円筒容器に、よく練り返したカオリン粘土を入れ、先行圧密荷重 500 kN/m^2 (5.0 kg/cm^2)で圧密終了後、間げき水圧計を所定の位置に設置するとともに、直径1cmのアンカーロッドを挿入し、これを引張り、その圧密変位量、間げき

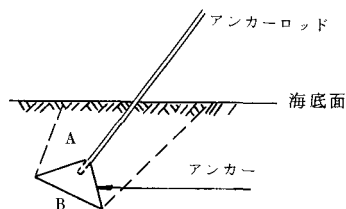


図1 シングルアンダーリームアンカー

水圧、引張りせん断抵抗力を測定する。アンカーの挿入は、まずモールドの上部から特殊オーガ（土中で開閉可能な）を用い、深さ約60cmの所に三角錐状（底の直径7cm、高さ7cm）の穴を作り、ここに糊状の薬品（Epophen Plastic）を填充し、同時にアンカーロッドを挿入しておく、約1日で薬品が固結し、アンカーロッドと一体化される。間げき水圧計は直径5mm、長さ10mmの超小型のもので、その先端には多孔性プラスチックが粘土粒子の侵入を防ぐべくついており、これをモールド底面から鋼棒で押し込むようにして挿入設置する。尚、間げき水圧計内に空気が残留しないよう、最終段階の圧密荷重を載荷する前に間げき水圧計の設置をした。アンカーの引張力は応力制御方式である。

予備実験中に得られた間げき水圧とその消散時間の関係の一例として示したものが図3で、これは載荷5段階目、増分荷重 90 KN/m^2 のものである。No.1の曲線は図2で一番上の浅い所に設置した間げき水圧計で得られた結果を、No.2はアンカーのごく近辺に設置した、No.3の曲線はアンカーより下の最も深い場所に設置した間げき水圧計で得られた結果を示している。No.1の最大値は $+1.0 \text{ KN/m}^2$ 、No.2

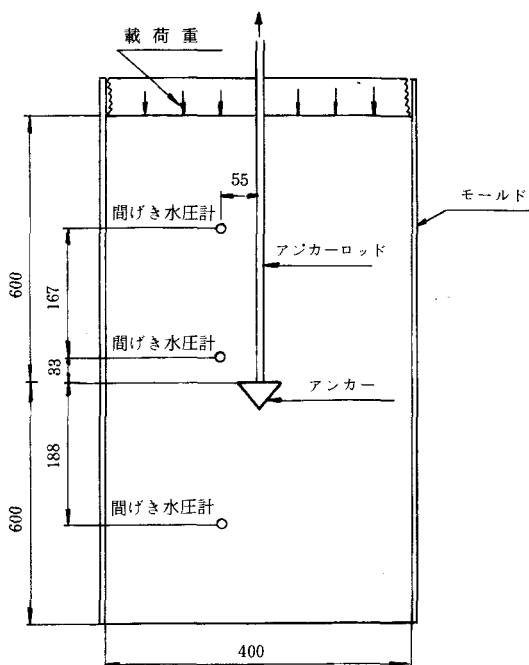


図2 圧密容器の断面図（単位mm）

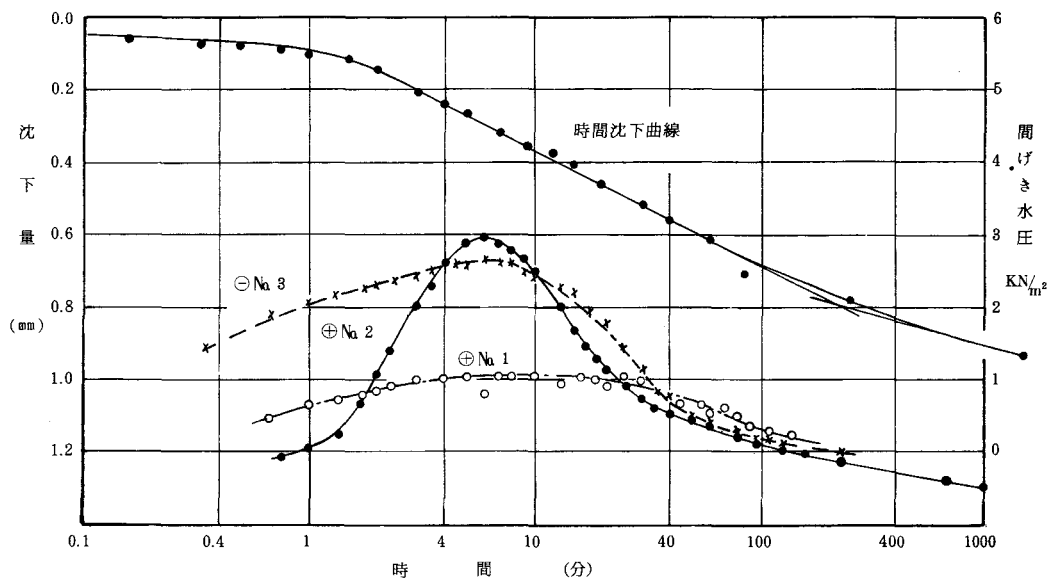


図3 沈下量、間げき水圧消散と時間の関係

のそれは $+3.0\text{KN/m}^2$ 、No.3のそれは -2.5KN/m^2 の間げき水圧を示しているが、これらの値は増分荷重の約1~3%である。これは間げき水圧の伝達が遅れることも一因かもしれないが、水の非圧縮性にもとづく載荷、すなわち間げき水圧発生時の $t=0$ 、 $d\rho=d\mu$ の条件からすれば、水圧計設置技術や、水圧計内に残留する微小な気泡などの影響も大きいと考えられる。しかし曲線全体の傾向は似ており、初期の部分を見捨れば、載荷後5~6分でピークに達し、100~200分後に間げき水圧は消散している。またNo.3のそれは負の間げき水圧であり、アンカー後方には負の間げき水圧が発生する事を明らかにした。その他No.2については正の間げき水圧が消散した後も、負の間げき水圧が残留しているような結果を示し、アンカーの周辺に発生する間げき水圧の複雑さが伺われる。

図3には同時に測定したアンカーの時間沈下曲線も併記した。これについては通常の圧密沈下曲線同様の傾向を示し、あえて一次圧密終了時刻を求めれば約200分前後であり、これは間げき水圧が消散する時刻と一致する。以上の傾向は各荷重段階で得られた他のデータについても同様な傾向にあった。

これらの結果からも明らかなように間げき水圧、特に初期間げき水圧の測定が非常に困難で、現在もその精度向上に努めるとともに、データの集積が続けられている。このため実験と理論式から予測される圧密進行度の比較検証、過圧密比と間げき水圧の関係を調べるなどの解析まで到らなかったで、以下に今後展開される解析の概要を述べる。

アンカーの圧密問題の厳密解には土の骨格弾性、異方性および圧縮と引張の差を調べる必要がある。ここでは以下に述べる Terzaghi-Rendulic、及び Biot の3次元圧密方程式から得られる圧密度の理論値と実験値の検証に重点が置かれ、その結果の誤差が大きければ、アンカーの引張力にもとづく新たな圧密方程式の誘導も考慮されている。

Terzaghi-Rendulic の理論は粘土の圧密進行中に有効圧力度が一定であるとして、3次元圧密方程式を導き、その解は弾性方程式による過剰間げき水圧の初期値と、Terzaghi の1次元圧密解と同様な圧密中の間げき水圧の変化の関連から得られる。従ってこの研究の解析上、間げき水圧測定精度の向上は必須のものである。しかしこの理論では圧密中の有効圧力度が一定とする仮定は实际的でなく、近似式ということになる。その点では Biot の理論、すなわち粘土を等方弾性体とし、骨組の変形から3次元圧密の式を導いた基本式が比較的正確といわれており、これと実験値との比較検証をする予定でいる。

3.2 レインフォースドアース工法

1969年土木構造物の安定土塊を得るため、フランスの Vidal²⁾により提案されたこの工法の歴史は比較的浅いが、その考え方の基本は古くからある。これは金属、プラスチック或いはガラス繊維製の薄くて細長い板状補強材を土中に埋め、粘性のない土に粘性効果を導入し、圧縮とせん断には強いが引張に弱い土の性質を補ったものである。ここに使用する板状補強材をレインフォースドストリップ (Reinforced strip) またはレインフォースメント (Reinforcement) と呼ぶが、以下これを単にストリップと呼ぶことにする。

粘性の効果はストリップとその周辺土の摩擦により生じ、ストリップの間から土が流出するのをその一端に取り付けられた薄い壁、すなわちスキンで支え、その構造は図4に示すとおりで、従来より岸壁矢板の安定に使用されているタイロッドアンカーとはそのメカニズムを異にする。

スキン材は矢板、工場製コンクリートパネル、アルミ、コンクリートブロック等が用いられる。この工法によれば背の高い構造物、不規則な形の構造物を作ることができ、また軽量であるため支持力の不足する地盤にも使用できる長所がある。また擁壁、橋台、海岸構造物、斜面安定に使用できるだけでなく、その考え方

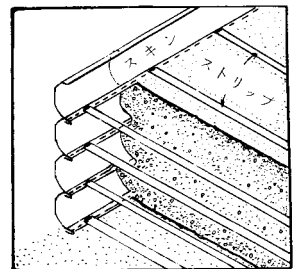


図4 レインフォースドアースの構造 (Vidalによる)

は構造物の基礎地盤の支持力増加など広く用いることができるため、近年特に注目されている。しかし我国では20余か所の工事例があるといわれるが、特許になっているため工事例、研究結果の報告はあまりみられない。このため最初に解析の手法を紹介し、次にシェフィールド大学で行なわれているこれに関する研究を述べることにする。

解析の手法はストリップ周辺の土についてのみ考える局部安定解析と、土のくさびの安定に関する釣合の組合せから成り立っている。例えば Chang³⁾らはストリップが土中で主働土圧に相当する引張力を受けるとして、最大引張力 T_{max} を次式で表わした。

$$T_{max} = K_a \gamma H \Delta H \Delta S \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに K_a ：主働土圧係数

H ：壁(スキン)の高さ

ΔH , ΔS ：1つのストリップの受ける土断面の水平, 垂直距離

γ ：土の単位体積重量

レイnfオースドアースの破壊はストリップの断面不足や腐朽などによるストリップ自身の切断以外に、ストリップと周辺土の摩擦力の不足にもとづく二つの破壊に分類でき、後者の場合その安全率は

$$F = \frac{2\gamma H b L f}{K_a \gamma H \Delta H \Delta S} = \frac{2b L f}{K_a \Delta H \Delta S} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに L , b ：ストリップの長さと同幅

f ：ストリップと土の摩擦係数

従って、粘着必要長さは上式(2)より

$$L = \frac{K_a \Delta H \Delta S F}{2b f} \quad \dots\dots\dots (3)$$

従来より擁壁の安定に用いられるタイロッドアンカーの引張力は擁壁の面近くで最大であるが、レイnfオースドアースにおけるストリップのそれは図5のように、合成土塊を破壊面により二つの領域に分ける放物線上にある。すなわち図においてⅠの領域はスキン近くにあり、ストリップ上に働く引張力がスキン方向に向い、一方Ⅱの領域は逆に内側に向い、これが抵抗する領域となる。これらの事を考慮したストリップの最小必要長さは Lee⁴⁾により次式が提案されている。

$$L = \frac{K_a \Delta H \Delta S}{2b f} + \frac{H}{\cos \theta} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに θ ：破壊面が水平となす角 ($45^\circ + \varphi/2$) と仮定する。 φ は土の内部摩擦角。

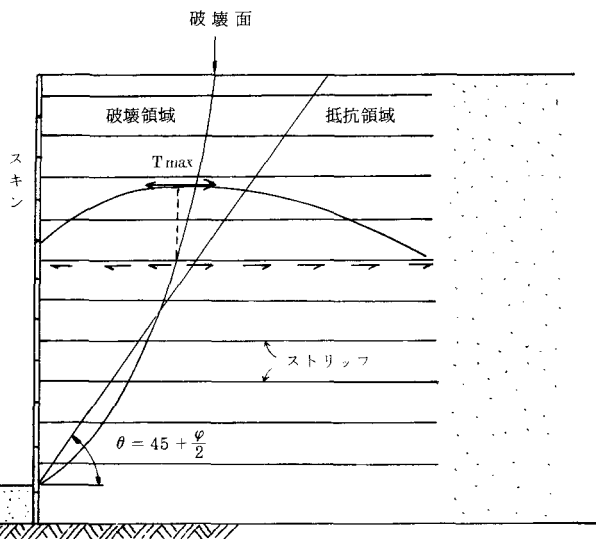


図5 ストリップに沿う引張力の分布

以上のような単純化した解析はランキン、クーロン土圧の考え方を応用したものである。しかしランキン、クーロンの土圧論にはその仮定に幾つかの問題点があり、(4)式などは十分なものではない。このためフランスの Schlosser⁵⁾ や Vidal, イギリス T. R. R. L. の Borden⁶⁾ らにより更に詳しい研究が続けられている。一方シェフィールド大学においても交通の繰り返し荷重のためストリップが移動したり、ストリップ周辺土の密度の大小、引張力の増減の影響など、動的繰り返し荷重がスキン、ストリップ系を通じて与えられた場合の影響について研究されており、実験の概要を以下に述べる。

実験装置の概略は図6のようで、鋼製容器(300×300×2000mm)に乾燥砂を入れると同時に、厚さ6mm、幅50mmの細長い鋼製の単一ストリップを砂中に埋める。ストリップの引張応力の分布を調べるため、ストリップにはストレインゲージが摩擦により破壊しないよう配慮した小さな防護室(20×10×1.6mm)を40cm間かくごとに作り、ここにゲージが貼られている。ストリップの一端は自由であるが、他端(左側)には引張力を測定するロードセルを取りつけ、繰り返し荷重は载荷レバーを用い、1分間に3回の割合でモーターが回転し、与えられる。繰り返し垂直荷重は圧力バルブを通じて、モールド内の砂面上に取り付けた水圧袋で厚さ50mmの板状载荷盤を圧することにより载荷される。尚、使用した砂の平均密度は1.6t/m³、平均間げき比は0.68であった。

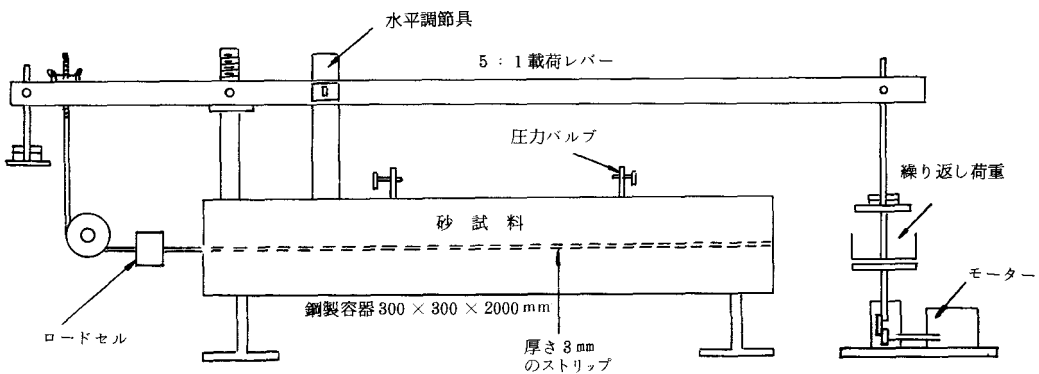


図6 レインフォードアース実験装置の概略

垂直ならびに引張荷重の载荷方式は次の二つとした。i) 垂直荷重一定でストリップの繰り返し引張力を変化させる、ii) 引張力は一定で垂直荷重を変化させる。以上の载荷条件下におけるストリップ横断面の引張応力の分布を調べるとともに、その他繰り返し荷重がストリップ周辺土におよぼす特性などを調べる。そして実験結果をもとに、繰り返し荷重の影響を考慮した粘着必要長さ、ストリップの水平、垂直間かくを決める式の誘導を考えている。

しかし、この研究については既述3.1の研究のあい間に参加しただけであり、詳細な実験データの集積をするまでに到らな



写真3 交通道路研究所の
レインフォースドアースの野外実験施設

ったので、上記の実験概要の記述のみにとどめるが、イギリスにおけるレインフォースドアースの研究は交通道路研究所 (T. R. R. L.) においても実物大の模型を用いながらされており、ここを訪問する機会を持ったので、以下にこれを簡単に述べる。

この野外模型施設は写真3のような大規模なもので、高さ約4 m、幅10 m、奥行35 mの大きさで、スキン材ならびにストリップ材の種類を種々変えた、長期実験がなされている。主にこれら材料の強度とコストの関係、引張応力の分布、その他腐蝕性などが調べられている。特に粘性土中にこの工法を応用することをねらいとしている点が、他の研究者達と異なる点で、それだけにストリップ材の腐蝕の問題には頭を痛めているようであった。

ストリップ材としてはガラス繊維製のもの、プラスチック製、ステンレス鋼製、亜鉛メッキを施したものなど7種類が使われ、このうちステンレス製の引張強さが最大で 540 N/mm^2 (約 5600 kg/cm^2)、一方最小の強さを示したのはプラスチック製のもので 170 N/mm^2 で、これはステンレス製ストリップの約3分の1の強さである。しかし、ストリップ材一本当りの経費は前者が5.6ポンド、後者は0.8ポンドで前者は7倍の材料費を要する。後者は経費と耐腐蝕性の面で有利な点がある。尚、耐腐蝕性を調べるために、ストリップ材が地中に埋められ、実験が進められていたが、結果の解析はまだなされていない。

4 結 び

以上、在英中に従事した二つの研究と、入手した資料にもとづき、土中に埋設された構造物について概述したが、必ずしも表題の意を満足していない。また、実験が進行中で中途半端な概述となり、勉強不足、誤訳、誤解している面もあると思うが、この点大方の御叱正を得たい。

両研究を通じて得られた主な結果は以下のとおりである。

3.1の研究では a) アンカーの引張りにより、アンカー前面には正、後方には負の間げき水圧が発生する、b) 従来より困難とされている間げき水圧の測定が、超小型間げき水圧計で測定が可能となり、著者が帰国後、更に測定精度が向上し、載荷直後の水圧の発生をかなり正確に測定できるようになっている。

3.2の研究では a) タイロッドアンカーの引張力は壁面近くで最大であるが、レインフォースドアースのストリップでは破壊くさびで二つの領域に分けられる放物線上(図5)に引張力の最大値がある。

両研究とも日本ではみられず、筆者にとっては真新しい課題で、その考え方は学ぶべき点が多く、今後の研究に活かしたい。

この在英の機会を利用し、イギリス国内のみならず、その他ヨーロッパの大学、研究所も多く訪問し、自然的、社会的条件がその国の研究に大きな影響を及ぼしていることを実感として知り得た事は大きな収穫であった。

以上のような貴重な体験を得る事ができたのは、種々御援助、御協力を賜った教職員の方々のおかげであり感謝するとともに、この機会を与えてくれた文部省当局に感謝している。また在英中、公私とも種々お世話になったシェフィールド大学土木工学科博士課程学生、田中泰雄氏、滞在を許可し、研究遂行の便宜を計ってくれた D. Bond 主任教授、T. H. Hanna 教授、そして秘書の Mrs Marshall に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 上田茂：イギリスの海洋開発の現況とその問題——北海における油田開発——，土質工学誌 Vol. 25, No. 4, pp. 67, 1977.
- 2) Vidal, H.: The Principle of Reinforced Earth, Highway Research Record 282, 1969, pp. 1-16,
- 3) Chang, J. C., Raymond, A. F., and Beaton: Performance of a Reinforced Earth Fill, Transport, Research Report 510, 1974.

- 4) Lee, K. L, Adams, B. D, and Vagneron, J. M. : Reinforced Earth Walls, Report No. 7233, UCLA School of Eng, and Applied Science, pp. 745, 1972.
- 5) Schlosser, F, and Long, N. T. : Recent Results in French Research on Reinforced Earth, A. S. C. E., Const, Div. Vol. 100, CO3, pp. 223-237, 1974.
- 6) Borden, J. B, Irwin, M. J, and Pocock, R. G. : Construction of Experimental Reinforced Earth Wall at the TRRL, Ground Eng, Vol. 11, No. 7, pp. 28-37, 1978.

(昭和55年3月24日受付)

昭和54年度(1月～12月)他誌発表論文

著 者 名	論 文 題 目	発表誌名(巻号)または発表会名(場所) (口頭発表のみの場合)
堀 武 夫(主 査) 橋 本 哲 雄(長岡高専) 田 淵 知 好(津山 ") 石 嶋 篤 司(呉 ") 山 元 篤 朗(鹿児島 ") 谷 山 信 次(阿南 ")	高等専門学校保健・体育教科における教育 方法等改善の基礎的研究	昭和53年度文部省助成研究 報告書108頁(昭和54年3月発行)
岡 中 正 三	座標変換再考	中国四国数学教育学会研究紀要第6号
笠 松 義 隆 檜 原 忠 幹(広大総合) 小 島 健 一(") 上垣内 孝 彦(") 榎 屋 広 近(鹿児島大)	h c p コバルト単結晶の電場勾配の温度およ び圧力依存性	日本物理学会1979年秋の分科会講演予稿 集(54年10月, 松山)
山 岡 俊比古	英語教育と文化理解—基礎的研究	中国地区英語教育学会研究紀要 №9 (1979)
山 岡 俊比古	言語習得の型とその特徴	中国地区英語教育学会(岡山大学)
灘 野 宏 正 寺 内 喜 男(広 大 工)	Studies on Scoring of Spur Gears (3rd Report, Effect of the coefficient of addendum modification on scoring resistance)	Bulletin of the JSME, Vol. 22, No. 164, Feb. 1979, pp. 226-233.
灘 野 宏 正 寺 内 喜 男(広 大 工)	平歯車のスコ어링に関する基礎的研究 (第4報, スコ어링強さに及ぼすモジ ュールの影響)	日本機械学会論文集, 45巻, 393号(昭54 -5), p. 556～565.
京 免 進 近 江 宗 一(阪 大) 確 井 建 夫(")	圧縮性をわずかに考慮した円管内乱流脈動 流れの圧力・速度分布の数値解析	日本機械学会講演論文集 №790-10
明 石 一(京大工学部) 浜 塚 輝 雄(") 藤 田 幸 史	多重ループ非線形確率系の定常確率分布に ついて	JAACE '79-5 第23回 システムと制御 研究発表講演会(京都)
河 野 正 来 毛 利 博 茂(広 大 工) 桑 原 改 造(")	摩擦摩耗に及ぼす摩耗粉除去効果	日本潤滑学会春季研究発表会予稿集 (54年 東京)
河 野 正 来 桑 原 改 造(広 大 工)	摩擦摩耗に及ぼす摩耗粉除去効果(第2報)	日本潤滑学会関西大会研究発表会予稿集 (54年 京都)
大野木 幸 男(広 大 工) 奥 本 宏 三 奥 本 芳 治(広 大 工) 木尾原 昌 和(") 汐 月 慶 士(")	3次回路のインピーダンスによる直接接地 送電系統の故障電流の抑制	電気学会全国大会(大阪)
大野木 幸 男(広 大 工) 奥 本 宏 三 永 田 武(広 大 工) 山 下 文(") 為 汲 秀 彦(")	地絡電流を抑制する直接接地6相送電方式 の過渡解析(単相回路による考察)	電気学会全国大会(大阪)

著 者 名	論 文 題 目	発表誌名(巻号)または発表会名(場所) (口頭発表のみの場合)
中 前 栄八郎(広 大 工) 山 下 英 生(") 野 村 利 英	スパース行列処理時間短縮のためのデータ構造(有限要素解析への適用)	電気学会全国大会講演論文集(東大阪市)
山 下 英 生(広 大 工) 矢 田 秀 夫(") SYARIFFUDDIN. M (") 中 前 栄八郎(") 野 村 利 英	磁気飽和特性を考慮した二次有限要素法による自己リアクタンスの計算	電気四学会中国支部連合大会講演論文集(宇部市)
S. Hiromitsu, M. Ohta and S. Yamaguchi (Hiroshima Univ.)	A Unified Statistical Treatment for the Multi-Variate Joint Probability Expression of General Random Processes in the Form of Finite Expansion Terms.	<i>Journal of Sound and Vibration</i> (Vol. 67, No. 4)
山 口 静 馬(広 大 工) 吉 野 信 行 他	遮音システムの出力騒音評価量 L_a に及ぼす入力変動波の非白色・非ガウス効果	日本音響学会春期講演論文集 (54年 東京)
山 口 静 馬(広 大 工) 吉 野 信 行 他	住環境における多経路騒音伝搬システムの統計学的一評価法	第23回システムと制御研究発表講演論文集 (54年 京都)
山 口 静 馬(広 大 工) 吉 野 信 行 他	遮音機構のシステム変更に伴う実用的騒音評価法とその実験	日本騒音制御工学会技術発表講演論文集 (54年 東京)
太 田 光 雄(広 大 工) 吉 野 信 行 他	離散レベル計測の平均化処理と騒音・振動評価量の相互連関に関する系統的一考察	日本音響学会秋期講演論文集 (54年 長野)
吉 野 信 行 山 口 静 馬(広 大 工)	線形システムのエネルギー分布評価における非白色・非ガウス効果と騒音評価への応用	電気四学会中国支部連合大会講演論文集 (54年 宇部)
竹 村 和 夫 阿 部 康 俱	粗骨材の最大寸法の影響に関する一考察	セメント技術年報 33
網 千 寿 夫(広 大 工) 小 堀 慈 久	Remote Sensing 法における山腹斜面崩壊調査について	第31回土木学会中国四国支部学術講演会概要集(広島)
網 千 寿 夫(広 大 工) 小 堀 慈 久	山腹斜面崩壊と地形、地質、植生の関係	第14回土質工学研究発表会(札幌)
見 沢 繁 光(愛媛大) 重 松 恒 美(徳山高専) 中 野 修 治	純曲げを受ける RC 板の極限解析について	愛媛大学工学部紀要第三部工学第 9 巻第 2 号
見 沢 繁 光(愛媛大) 重 松 恒 美(徳山高専) 中 野 修 治	曲げを受ける RC 板の直交する鉄筋網の伝達作用について	土木学会中国四国支部学術講演会概要集 (54年 広島)
清 和 四 士	建築行政の谷間における一つの問題(既存煉瓦造工作物)	建築行政(通巻 113 号)
清 和 四 士	フレッシュコンクリートの突き棒による現場型貫入試験法	日本建築学会大会学術講演梗概集 (昭和54年度秋季大会・関東)
西 村 光 正 松 浦 誠(広 大 工)	マサ地盤の許容地耐力について (その 8, 超音波法による弾性波速度)	日本建築学会中国支部研究報告集 (S. 54, 3)

著 者 名	論 文 題 目	発表誌名（巻号）または発表会名（場所） （口頭発表のみの場合）
西村光正 松浦誠（広大工）	マサ地盤の許容地耐力について （その9，コンシステンシー）	日本建築学会中国支部研究報告集 （S. 54. 3）
西村光正 松浦誠（広大工）	マサ土のコンシステンシーに関する一考察	日本建築学会大会学術講演梗概集（関東） （S. 54. 9）
西村光正 松浦誠（広大工）	マサ地盤の許容地耐力について （その10，圧密試験結果に関する一考察）	日本建築学会中国支部研究報告集第7巻1号 （S. 54. 10）
門田博知（広 大） 藤井 健 他	広島空港滑走路冲出しに関する調査研究報告	広島空港滑走路冲出し検討委員会編 （昭和54年10月刊）
福 原 安 洋	鉄筋コンクリート構造の梁柱接合部に関する実験的研究	日本建築学会中国支部研究報告集（54. 3）
福 原 安 洋	繰返し軸方向力を受ける鉄筋コンクリート部材の性状について（その1）中心軸方向力を受ける場合	日本建築学会中国支部研究報告集（第7巻1号）
岡 本 二 郎	農山村地域における鉄道利用の現状と性格について（吾妻線を例として）—地域交通問題研究 I—	日本建築学会大会学術講演梗概集（54年，関東）
門 前 勝 明	地震動の非定常特性について	日本建築学会中国支部研究報告集（昭和54年3月）
門 前 勝 明	剛性低下モデルの地震動に対する弾塑性応答量の推定に関する一考察	日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）

編 集 委 員

久	保	田		勲
山		岡	俊	比 呂
笠		松	義	隆
山		崎		勉
中		野	修	治
西		村	光	正

呉工業高等専門学校
研 究 報 告

第16巻 第1号 (1980)
(通巻 第26号)

昭和55年 7 月印刷
昭和55年 7 月発行

編集兼
発行者

呉工業高等専門学校

〒737 呉市阿賀南2丁目2-11
電話 呉 (0823) 71-9121

印刷所

たくみ印刷株式会社

〒733 広島市井口明神2丁目
電 話 (0822) 71-6111

MEMOIRS OF THE KURE TECHNICAL COLLEGE

1.	A Tentative Study on Short Term Memory	Ryoji KUMAGAWA	1
2.	A Collocational Approach to Verb-Object Structure	Yuzo YAMAMOTO	5
3.	Micro-Computer-Aided Drafting of Perspective Drawing View — Variable Perspective Drawing and Vector Method —	Masao KOIKE	11
4.	Studies on the Connective Involutes and Circular Arcs Cam (1st Report) — Reciprocating Follower —	Hironori ITOSHIMA	19
5.	Studies on the Connective Ellipses and Circular Arcs Cam (1st Report) — Reciprocating Follower —	Hironori ITOSHIMA	31
6.	Effect of Coefficient of Addendum Modification on the Flash Temperature Rise of Spur Gears	Minoru NOHARA Hiromasa NADANO	45
7.	Characteristics of Fluorescent Lamps by the Rectangular Wave Source	Kazuhiko HARADA	53
8.	Basic Experimental Analysis on Lichtenberg's Figure (I)	Masaaki WAKAMIYA	59
9.	Electron Energy Distribution Function (Calculation 1)	Tsutomu YAMAZAKI	65
10.	A Series Solution for Flexural Wave Propagation in Beams	Kiyohiko KURŌ	77
11.	Trend of Two Kinds Studies on the Structure Embeded under the Ground (Staying Report at U. K.)	Yoshiharu ISHII	91
	List of Papers Published or Read outside this College by its Teaching Stuff in 1979		99