

呉工業高等専門学校

研 究 報 告

第9巻 第1号 (通巻第13号)

昭和49年2月 (1974)

目 次

1. 平姿盛小伝(その1) —殿下乗合の頃—大林 潤..... 1
2. Mysticism in *To a God Unknown*下村 登..... 9
3. 巨大システムの安定性と統計的手法の適用について富田 豊
今井 勲..... 27
4. 往復楕円カムの滑り率の研究(第2報)(かたより円弧従動節).....糸島 寛典..... 39
5. 往復等2次加速度カムの滑り率の研究(第2報)(平板従動節).....糸島 寛典..... 51
6. The Effect of Surface Friction on the Growth of Pitting.....Hiromasa NADANO
Yoshio TERAUCHI..... 61
7. 塑性加工の研究(第1報) —引抜応力, 圧延最小板厚の検討—里 信 敏 行..... 75
8. 0.1m×0.1m 超音速吹出風洞の計画と構造(第1報)二井内 信 司..... 85
9. 煙中の誘導灯の見え方原 田 一 彦..... 93
10. 交流線形回路網解析プログラム(第1報)村 上 滋 樹..... 99
11. 状態方程式形成技法村 上 滋 樹.....107
12. くいの打撃力についての実験的研究久 良 喜代彦
丸 上 晴 朗.....113
13. 超早強ポルトランドセメントを用いたかた練りコンクリートに
関する基礎的研究(その2)竹 村 和 夫.....125
14. 軟弱な圧密粘土層上の建築物の不同沈下(第3報)西 村 光 正.....149

平資盛小伝(その1)

— 殿下乗合の頃 —

(国文学) 大 林 潤

A Short Biography of SUKEMORI TAIRA (1)

—Around the Time of His Confrontation with the
Regent on the Road—

Jun OBAYASHI

The author is going to discuss the life of Sukemori Taira, lover of Kenrei-monin Ukyo-dayu. Here in this paper, half his life up to the age of nineteen is dealt, especially around the time when Sukemori happened to confront the Regent Motofusa Fujiwara on the way.

§ 1 はじめに

かねてから建礼門院右京大夫の研究を志してきたが、彼女の生涯の愛人であった平家の公達平資盛の人物像を、史実の上からとらえてこれを浮き彫りにし、家集中の資盛像と対照して読み比べてみたいと思ひ、僅少の資料をもとに、ここに筆をとった。このたびは殿下乗合の事件を中心に、その出生から安元の御賀(19才)の頃までの、いわばその前半生を語ってみたい。

§ 2 出 生

平資盛を語るには、同じ兄弟の維盛、清経を共に語らねばならない。これら3人の兄弟は、平安の末期、権勢をほしいままにした武断政治家の平清盛を祖父に、温厚政治家といわれた小松内大臣平重盛を父に持つ平家の公達である。

その家系を「尊卑分脈」によって整理すれば、以下のようになる。

清盛—重盛—	—	維盛(母官女)
	—	資盛(母少内(掌)侍(二条院内侍), 藤原親方女。或は藤原親盛女)
	—	清経(母藤原家成女)
	—	有盛(母同上)
	—	師盛(母同上)
	—	忠房(母同上)

これを見ると、嫡子維盛の母は官女とのみ記されているだけで、誰であるとも分らない。父重盛の室としては、上記の他、平時信女(平時子妹)があげられており、これが母かとも考えられるが、いまだ定かでない。ともかく、これによって維盛、資盛、清経の3人は、いずれも異腹の兄弟であることが分るのである。

次に長幼の順についても、「玉葉」(嘉応2.7.3)で資盛を嫡男として記している他は、「公卿補任」「平家物語」などいずれも上記「尊卑分脈」のように、嫡子を維盛、次子資盛、3子清経としている。

「玉葉」にしても、その他の個所(治承2.10.27, 同11.14)では、維盛を嫡子としており、愛人右京大夫が、その家集で維盛のことを「わが物申す人のこのかみ(兄)」といっている点からも、維盛を嫡子とするのでまちがいはあるまい¹⁾。しかし、後で述べるように、この3人の昇進の状況を通観してみると、ほとんど相前後しており、長幼はあっても、年令差は僅少であったと考えられる。特に維盛と資盛は、同年令の場合も想像できるのである。

資盛が出生したのは、保元3年(1158)(平家物語巻1 殿下乗合)、又は応保元年(1161)(職事補任)である。

一方、兄の維盛の方は、

A 資盛、保元3年生の場合

- (1) 1才年長—保元2年生(1157)(公卿補任)
- (2) 同年令—保元3年生(1158)(平家物語巻5 富士川, 同巻10三日平氏, 尊卑分脈)

B 資盛、応保元年生の場合

- (3) 2才年長—平治元年生(1159)(公卿補任, 職事補任, 玉葉(承安2.2.12))
- (4) 1才年長—永暦元年生(1160)(公卿補任)

のように4ケースが考えられる。このうちどの場合が信頼できるものか、決定的な決め手になる根拠がまだないのであるが、私としては次のように考えている。

後に述べる殿下乗合の事件の時に、資盛が保元3年生(1158)ならば、13才となり、応保元年生(1161)では10才である。この時資盛は、史実では女車に乗って(玉葉嘉応2.7.3)、「忍びタルアリキヲシテ」(愚管抄巻5)いたという。「源平盛衰記」では笛を習いに行くため女車に乗っていたというのだが、「愚管抄」のいうように忍び歩きならば、10才では少し若すぎる感じで、むしろ13才説の方が史実に近いであろう。そうすると、資盛は保元3年生(1158)、従って兄の維盛は(1)保元2年生(1157)、又は(2)保元3年生(1158)ということになる。

なお、清経の生年については、今日まで全く資料がなく、不明である。

§ 3 初 の 昇 任

次に「公卿補任」その他によって、昇任の模様をみしてみる。

仁安元年(1166)11月21日、資盛は9才で、兄維盛をさしおいて、従五位下に叙せられる。続いて同年12月30日には越前守に任じられている。それに対し維盛は、1年遅れて翌仁安2年(1167)2月7日に従五位下、美乃権守になっている。仁安4年(1169)正月には、両者相並んで従五位上に昇進する。そして嘉応2年(1170)12月30日には、維盛は右近衛権少将となり、以後資盛をおさえて、順調に出世コースを歩んでいくことになる。それにしても、幼い兄弟の間で、弟の方が先に叙位し、途中で兄が追い抜いていくというのは不自然で、何かそこに事情がありそうである。前記注1の論で、本位田氏もこの叙位の順序に疑問を抱かれ、資盛年長説もここから出てくるかとみとられるが、この辺の昇進の謎を解くカギが殿下乗合の事件ではないかと私は考えたい。

§ 4 殿 下 乗 合

まず最初に「平家物語」(巻1)によって、この殿下乗合の事件のあらましを語ってみることにする。時は平家全盛を極めている嘉応2年(1170)10月16日のことである。資盛は、その頃はまだ従五位下、越前守で、13才の若武者であった。血気盛んな若侍30騎ばかりを召し連れて、雪の枯野に鷹狩に出で、薄暮に及んで六波羅に帰る所であった。折しも摂政関白藤原基房が参内するのに行き合い、本来なら下馬下乗して、礼を踏むべき所であったのだが、

「余りにほこりいさみ、世を世ともせざりけるうへ、めし具したる侍ども、皆廿より内のわか者どもなり。礼儀骨法弁へたる者一人もなし」

という具合で、そのまま行列の前を突き破って通ろうとしたのである。基房の供人は、薄闇の中で、清盛の孫と知ってか、知らずか、資盛をはじめ、侍どもを皆馬から引きずり落とし、恥辱を加えたという。事を知って怒った清盛は、同月21日、六波羅の兵三百余騎をもって、参内中の基房一行を襲わせ、晴れ着を着ていた前駆、御隨身に散々乱暴をしたあげく、鬘を切ったり、はては牛車の内へ弓を突っこんで、御簾をかなぐり落したりしたのである。

この事件は、後白河院及びその側近達と、清盛を頂点とする平家一門の衝突の前哨戦ともいうべきもので、「平家物語」は、この事件をもって平家の悪行のはじめなどと記している。

さて、史実は上記の話とはやや違うようである。この点について、「平家物語」の注釈書は詳細に解説しているので²⁾、ここでは関係ある事のみにとどめる。

「玉葉」(嘉応2.7.3, 同5, 同16, 同10.21, 同22, 同23, 同24, 同25)によれば、事件のあったのは、嘉応2年(1170)7月3日、資盛が女車に乗ってでかけるのに出合い、下乗もしないので、その車を打ちこわし、恥辱に及んだ。基房はすぐに父親重盛の許に使いを走らせ、供の者の非礼を詫びたが、重盛は殊の外立腹し、10月21日に武者を使って報復したというのである。温厚な重盛がかような行為に及んだというので、「愚管抄」(巻5)は、

「コノ小松内府ハイミジク心ウルハシクテ、父入道ガ謀叛アルトミテ、『トク死ナバヤ』ナド云ト聞ヘシニ、イカニシタリケルニカ、父入道ガ教ニハアラデ、不可思議ノ事ヲ一ツツタリシナリ。」

という書き出しでこの話を紹介している。こうしてみると、「平家物語」では、横暴なる清盛を際立たす作意があって、重盛と清盛とを変換していることになる。事実上、父重盛の行為なのである。

§ 5 日 蔭 者

こうして平家の体面を保った重盛は、その後、当の資盛をどのように処置したであろうか。

「平家物語」では

「凡は資盛奇怪なり。……既に十二三にならむざる者が、今は礼儀を存知してこそふるまうべきに、か様に尾籠を現じて、入道の悪名をたつ。不孝のいたり、汝独りにあり」

として、伊勢の国に追放したとある。これが事実か否か分らぬが、少なくとも、今までのように正面きって資盛の昇進をおしだすことは、はばからざるをえなかった筈である。

それまで次子資盛を嫡子維盛より先に叙位したのは、或いは、そこに幼いながらも嫡子以上の才能を見、その成長に期待をかけてのことかもしれない。しかしこれ以後、資盛を見放し、維盛を平家の嫡流として前面におしだし、これを守り立てようとしたのである。

「公卿補任」の重盛の項をみると、すでに重盛は、仁安2年(1167)2月11日に権大納言についていたが、病身のために仁安3年(1168)12月13日から嘉応2年(1170)4月20日までの間この官を辞しており、嘉応2年(1170)4月21日になってやっと還任。殿下乗合事件のあった頃は、権大納言の地位にあった。ところが、この事件が表面上着した同年12月30日の除目で、又々この地位を辞するのである。そしてそこには

「12月30日重辞之。以男前美乃守維盛申任右少将。」

と記されている。この時も、おそらくは病のために辞職したものであろうが、その際に、わが子息のうちから、特に嫡子維盛を選んで、右近衛(権)少将に推薦し、これに任じてもらっているのである。これを受けて「公卿補任」維盛の項でも「父卿辞大納言申任之」と記している。

かくて、父重盛をはじめ、平家一門の期待を一身に荷なった維盛と、後白河院や旧貴族等から白眼視された資盛とは、その昇進の差が歴然となっていく。以下にこれを表にしてみよう。

(表1)

(公卿補任他)

人	嫡子 維盛	次子 資盛	3子 清経
仁安元年 (1166)		従五位下 (11月21日) 越前守 (12月30日)	
同 2年 (1167)	従五位下, 美乃権守 (2月7日)		
同 3年 (1168)			
嘉応元年 (1169)	従五位上 (1月5日)	従五位上 (正月)	
同 2年 (1170)	右権少将 (12月30日)	※殿下乗合 (7月3日~10月21日)	
同 3年 承安元年 (1171)	兼丹波権介 (1月18日) 正五位下 (4月7日)	重任 (4月7日)	正五位下, 侍従 (兵範記, 12月2日)
同 2年 (1172)	中宮権亮 (2月10日)		
同 3年 (1173)	従四位下 (3月9日)		
同 4年 (1174)		兼侍従 (12月4日)	左権少将 (玉葉, 12月1日)
同 5年 安元元年 (1175)		得替 (1月22日) 正五位下 (12月8日)	
同 2年 (1176)	※安元御賀に参加 (安元御賀記, 玉葉, 3月4日~同6日)		

上表をみてもわかるように、殿下乗合事件の翌嘉応3年(1171)、資盛が越前守を重任している間に、維盛は正五位下にすすみ、弟の清経までが追いこして、正五位下、侍従になってしまう。

「玉葉」をみていくと、この日記では、資盛は、早く嘉応2年(1170)7月3日の殿下乗合から登場するが、それに比べ、兄の維盛は、遅れて承安2年(1172)になって初めて顔をのぞかせる。しかし維盛の方は、最初から非常に好感を持って見られたものらしく、同年2月10日、平徳子が中宮となるに際し、中宮権亮となった彼は、祝いの宴の席で

「権亮維盛雖二年少十四—云々、作法優美、人々感歎」
などと、いかにも公達らしい優雅さを称えられているのである。

このような訳で、同年輩の3人の兄弟のうち、資盛のみは、兄と弟の蔭に隠れて、しばらくは日蔭者としての日々を送らざるをえないのである。

年月は流れ行き、嘉応から承安、安元へと変わる。そして、安元元年(1175)、資盛がやっと正五位下侍従を手にした時には、すでに兄維盛は従四位下右近権少将兼中宮権亮、弟清経は正五位下左近権少将になってしまっていたのである³⁾。

§ 6 安元の御賀

安元の御賀というのは、後白河院五十才の御祝のことであり、安元2年（1176）3月4日から3日目の間、法住寺殿において催された。この賀宴は、その規模・豪華さともに当世の人を驚かしたものであったらしく、「安元御賀記」（群書類従巻529）、「玉葉」（安元2.3.4～同6）は、その全貌を詳細に伝えており、「平家物語」（巻10熊野参詣）、「建礼門院右京大夫集」（214番の歌）も、その折の維盛の舞姿にふれている。

さて、この御賀で、この3人の兄弟は、具体的には、どのような活躍をしているだろうか。

まず、「安元御賀記」では、初日維盛は、清経とともに左の舞人として、万歳楽、太平楽、陵王を舞ったという。更に維盛が落尊入綾を舞った時、後白河院より

「けふの舞のおもてはさらにさらに是にたぐふ有まじくみえつるを」

とて御衣を賜わり、父重盛がこれを受け、

「院を押し奉り給程のめいぼく、其時に取てはたぐひなくぞ見えし。かたへの人々もいかにうらやましう覚えけん。」

という。期待をかけた維盛の光榮に浴して、この時の父重盛の胸中は察するに余りある。

3日目に青海波を舞った折は、

「山端近き入日の影に御前の庭のすなごども白く、心地よげなるうへに、花の白雪空にしぐれて散まがふほど、物の音もいとよもてはやされたるに、青海波の花やかに舞出たるさま、惟盛の朝臣の足ぶみ、袖ふる程、世のけいき、入日の影にもてはやされたる、似る物なく清ら也。おなじ舞なれど、目馴ぬさまなるを、内、院を始奉りいみじくめでさせ給ふ。父大将事忌もし給ず、おしのごひ給。ことはりと覚ゆ。」

と、その優雅、婉麗な姿が描写されている。これは、源氏物語紅葉賀巻で、光源氏が青海波を舞った、その姿にも擬せられるとして激賞され、このたびの御賀の宴の最大の見物となったのである。

これに比し、武人肌の資盛は地味であった。「安元御賀記」で記されているのは、彼が陪膳役送、献上馬のしなはをとる役、父重盛の供人という蔭の役をつとめた場合の他、僅かに2日目、中宮、女院両女房の船遊びに選り召された場合である。しかしこの時も、きらびやかな船中で、各々が得意の楽器を奏するのにも、維盛は

「よこぶえ、雲井とをりておもしろし。天皇ををき奉りて、是なん笛すぐれたりける。」

と賞され、資盛の方は、秘かに箏の才を持ち合わせながらも⁴⁾、何の記述もなく、その才を発揮することができなかった。

弟の清経は、維盛には及ぶべくもなかったが、初日、3日目とも、左の舞人として活躍、衆目を集めている。

「安元御賀記」と違って、「玉葉」は、この御賀をきわめて叙事的に記述している。その中でも、維盛、清経は、左の舞人として、その名があげられるのに、資盛の名はどこにもない。同じ「玉葉」（安元2.2.21）に、御賀の試楽のことがみられるが、そこで垣代の一人に「佐盛」という名があがっており、このたびの御賀にも、当然参加が予想されるのである。結局資盛の存在は、作者藤原兼実の目にも映らない、影の薄いものであったのだろう⁵⁾。

§ 7 官職についての疑問

以上6節までで、資盛19才（A保元3年出生説による）までの半生を語り、比較的安定していた安元頃までの平家治政下において、やや武ばった感のある資盛が、文雅豊かな兄維盛の蔭に隠れて過したことを述べてみた。

治承以後の活躍期は後日に譲り、おわりに6節で引用した「安元御賀記」に表われる資盛の官職につ

いて、その真偽を検討しておきたい。この問題は、「建礼門院右京大夫集」とも関係してくる重要な問題だと思ふからである。

6節でふれたように、「安元御賀記」で資盛は4度ほど登場する。それを順に抜き出すと次の通りである(かっこ内割注)。

- (1)「次に院の御方の御前の物を参らす。陪膳権大納言隆季……資盛(侍従)。」
- (2)「殿上の衛府を口とりとして、近衛の舎人しなはをとる。(左中将知盛……左少将資盛)。」
- (3)「其後右大臣(兼実)……権亮少将これ盛、左少将たかふさ、侍従資盛……此人々をえらびめして、女房達の船にのせられ侍り。」
- (4)「又しばし有て、右大将は青海波の装束の為に、一家の人人……権亮少将惟盛、左少将資盛、新少将清経……是らを引具して、楽屋へむかはるゝ。」

これによるならば、この当時(安元2.3.4~同6)資盛は、左近衛少将兼侍従であったことになる。しかし、5節の(表1)によるなら、侍従には相違ないが、いまだ左近少将にはなっていない筈である。そうすると、この「安元御賀記」か、「公卿補任」のいずれかが誤まっていることになる。この真偽性を確かめるために、更に「玉葉」を加えて、この3資料に出てくる諸人物の、当時の官位を比較、検討してみたい。

(表2)

資料 地位	安元御賀記	公卿補任	玉葉
公卿	宰相、左兵衛督頼盛	参議右兵衛督頼盛、遠江権守	参議右兵衛督頼盛
	宰相、左中将実守	参議正三位実盛、右(権)中將、備中権守	参議右近衛中将実守(盛)
	三位、右大弁修範	非参議散從三位修範、左京大夫、越前権守	散三位修範

(表3)

資料 地位	安元御賀記	公卿補任	玉葉
殿上人	頭右大弁長方 兵衛佐長方	藏人头右大弁正四位下長方	頭弁長方
	中宮亮重衡 右馬頭重衡	中宮亮、左馬頭正四位下重衡	左馬頭重衡朝臣
	右少将時実	從四位下左少将、讃岐守時実	左少将時実朝臣
	左中将頼実	皇太后宮権亮、右中將、美作(権)介、正四位下頼実	右近中将頼実朝臣
	△ 権亮少将維盛	右近権少将、中宮権亮、伊与権介、從四位下維盛	右近中将維盛朝臣
	(兵衛佐清経 新少将清経)	なし	左近少将清経朝臣
	(侍従資盛 左少将資盛)	正五位下、侍従資盛	なし
	(兵衛佐公時 少将公時)	右少将、備中介、正五位下公時	右近少将公時

	兵衛佐成宗	なし	左近少将成宗
	左少将隆房	右少将，正四位下隆房	右近少将隆房朝臣
△	(権)少将雅賢	右少将，従四位下，備中守 雅賢	左近少将雅賢朝臣
	治部卿あきざね	治部卿従四位上顕信	治部卿顕信朝臣
	右少将有房	なし	左近少将有房朝臣

3資料で比較可能な例は、公卿34例、殿上人41例であったが、そのうち各資料間で相違があるのが、上表(2)、(3)の如く、公卿3例、殿上人13例、計16例である。

さて、この表をみる時に次のことが分る。これらの相違例は、「安元御賀記」だけ相違している場合がほとんどで、「公卿補任」と「玉葉」の間で異なっているのは、僅か2例しかない(△印)。しかもこの場合は、いずれも「玉葉」の誤りであることがはっきりしており⁶⁾、「公卿補任」はいたって正確である。

従って、資料の正確性という点では、「安元御賀記」より「公卿補任」「玉葉」の方がはるかに勝れていることになる。そこで問題の「左少将資盛」は、「玉葉」と比較できなくとも、ただちに信用しがたいのである。

「建礼門院右京大夫集」(247番の歌)で、橋の枝を持った資盛に、折り持ちたる理由を尋ねた所、「わがたちならずかたの木なれば、契なつかしくて」と答えたくだりがある。これは、この当時右近衛府に勤めていたから、右近の橋を「わがたちならずかたの木」といった訳である。このくだりと安元御賀の頃(安元2.3.4~同6)とは、ただちにつながらないが、おおよそその頃右近衛府に勤務していたことは分る。しかし、左近衛府に勤めていたという資料は他にも全くなく⁷⁾、作者藤原隆房の誤記と考える方が無難である。

では、これが(右少将資盛)の書き誤りとする考えはどうであろうか。この問題については、更に資料を調査、検討する必要があると思われるので、後日に譲りたい。

- (注) 1) 「評注建礼門院右京大夫集全釈」(本位田重美、武蔵野書院)解説40頁。
 2) 「平家物語全注釈上」(富倉徳次郎、角川書店)155~158頁、「平家物語評講上」(佐々木八郎、明治書院)99~100頁等他。
 3) 「山槐記」(安元元9.13)にも、御賀の舞人となった維盛、清経を「右近衛権少将兼中宮権亮平維盛、従四位下。左近衛権少将平朝臣清経、正下五位。」と記している。
 4) 「秦箏相承血脈」(群書類従巻349)に、太政大臣藤原師長の弟子として名がのる。
 5) 「玉葉」の作者藤原兼実は、殿下乗合の時の殿下(藤原基房)の弟に当り、特に資盛を忌み嫌ったものとも考えられるが、第1の理由は、やはり目立たぬ存在であったことだろう。
 6) 「玉葉」(安元2.2.21)に、前もって御賀試楽のあつたことが記され、そこで舞人として「右近少将維盛朝臣、右近少将雅賢朝臣」と書かれている。
 7) 安元御賀(安元2.3.4~同6)に最も近い時点の資料として「山槐記」(治承3.1.2)に「左少将資盛」があるが、これは誤記であり、同治承3.1.5の所では「右少将資盛」としている。

Mysticism in *To a God Unknown*

(アメリカ文学) 下 村 登

Noboru SHIMOMURA

(Received Sep. 1, 1973)

This novel is full of references and allusions to mysticism. They can be easily classified into two categories: one is Christian mysticism and the other pagan mysticism. Needless to say, these are sharply confronting with each other. And yet the hero Joseph, one of the most pagan, proves to be the most Christian after all. Besides, Steinbeck's vision of God is revealed by the quotation of a hymn from Rig-Veda. All things considered, a better understanding of Steinbeck is sure to be acquired through studying his mysticism in this novel.

1. Introduction

Simultaneously with the publication of the so-called sociological novel *The Grapes of Wrath* (1939), John Steinbeck suddenly became a world-famous writer. Essentially, however, he is not a writer who pursues the realities of the society to the very bottom, as his later activities as a writer betray, but a romantic writer. His romanticism seems to be derived from both his lineage and environments. Talking of the former, the parents of his mother were Irish and he repeatedly tells us readers about the romantic temperament of the Irish people in *The East of Eden* (1952).¹⁾ As for the latter, he loved the rural life of the Salinas Valley where he was born and brought up, and he was very much interested in mystic folk-tales and -lore of Indians and Indios in California, as is quoted in *America and Americans* (1966).²⁾

Moreover, his romanticism seems to be deeply rooted in his awe of both the mystery of life—the main concern of biology he took a great interest in—and Something that controls the whole universe including the land whereon life is born and brought up. In almost all his works this kind of mysticism is reflected with varying degrees respectively, and to understand what his mysticism is, it seems to me, is to understand his romanticism and Steinbeck himself at the same time.

Therefore, I have an intention of writing on a bird's-eye view of mysticism in his main works in my next thesis. In this thesis, however, I want to examine his mysticism in this novel as a clue to his mysticism in his later works, because in no other works of his is more mysticism reflected nor are the theme and his mysticism better interwoven.

Generally speaking, the term "mysticism" is vaguely and loosely used, and sometimes causes confusion in our discussion. So, in order to avoid the confusion, I quote the definition from *Encyclopedia Americana*.

1) chap. V, XIII : 3, XVI : 1, XXIII : 1.

2) 1. E Pluribus Unum

MYSTICISM, The essence of all mystical experience is that it is the direct apprehension of a Unity, a oneness, or a One, which is without internal divisions or distinctions, without internal multiplicity....

Mysticism in Religion and Philosophy

Mysticism in religion and philosophy must ultimately be based upon someone's mystical experience. But mystical experience itself makes no statements of any kind....

Mysticism in Literature

The mystic and the poet (whom we may take as the representative of literature par excellence) have so much in common in their devotion to the contemplation of Reality that it is easy to minimize their differences. The most important difference concerns the basic matter of expression. For the mystic, expression of his experience is, if not irrelevant, secondary. He who has known the fullness of union with the Maker and the Life of the universe will surely not be content with less, even if it is the whole creation....

Literary Forms

Mystical literature has used all the instruments of literary expression: intellectual formation, symbol, image, magic of rhythm and sound. The commonest literary types are, for prose, the prayer, the sermon, and the treatise; for verse, the lyric of praise, of petition, of thanksgiving, and of intercession, sometimes personal, often social in purpose like the hymn....

In this novel is pictured the hero Joseph's process through hope, frustration, passion, solitude, distress and agony to his arrival to the peace and salvation of soul finally through self-sacrifice. And on each of those stages many references and allusions to mysticism are given.

In order to make clear how the theme and his mysticism are interwoven, I consider it necessary to classify these seemingly complicated references and allusions according to the category and examine the relation among the categories.

The core of this novel consists of both the Joseph story from Genesis in the Old Testament in the former part of this novel and the Fisher King story from the Grail legend in the latter part. Here we should note the fact that the origin of the Fisher King story can be traced back to the worship of the dying gods, Adonis and Attis in the ancient Near East whose resurrection renews the land, bringing about good crops, as Jessie L. Weston points out in *From Ritual to Romance*.³⁾ Even in the core of the novel we can see some relation between Christianity and paganism. So, at first I take up the references and allusions to Christianity that are explanatory, having no confronting arguments.

II. Christian Mysticism

1. His father's eyes sharpened then. 'Have you an anger for your brothers, Joseph? Is there some quarrel I haven't heard about?'⁴⁾

3) Jessie L. Weston, *From Ritual to Romance* (New York: Doubleday & Co., 1957), pp. 113—136.

4) John Steinbeck, *To a God Unknown*, (London: Heinemann, 1970), p. 2.

2. '...You're not the oldest, Joseph, but I've always thought of you as the one to have the blessing. Thomas and Burton are good men, good sons, but I've always intended the blessing for you, so you can take my place. I don't know why. There's something more strong in you than in your brothers, Joseph ; more sure and inward.' (p. 2)

In the Joseph story, Joseph, the eleventh son of the twelve brothers, incurred jealousy from the half-brothers because of their father Jacob's partial love and was traded away to Egypt as a slave by the brothers without the father's knowledge. (Jacob was later admired as Israel, blessed by God.) After he was appointed premier of Egypt, he invited the father and brothers, who had been distressed by the severe famine, with hearty welcome without thinking of revenging himself on the brothers. Quotation 1 corresponds to the existence of the strife between Joseph and the brothers. Quotation 2 corresponds to the story that Jacob had a partial love for Joseph and that in Egypt Joseph became the actual father of the large family.

3. 'Come to me, Joseph. Put your hand here—no, here. My father did it this way. A custom so old cannot be wrong. Now, leave your hand there!' He bowed his white head, 'May the blessing of God and my blessing rest on this child. May he live in the light of the Face. May he love his life.' He paused for a moment. 'Now, Joseph, you may go to the West. You are finished here with me.' (p. 3)

This form of ritual is one of the sublimest for giving a pledge, because to leave a hand on the other's thigh is to touch the male sex-organ as the symbol of giving birth to life. Abraham is seen performing this form for the first time in Genesis 24:2. Again in Genesis 47:29 Jacob (Israel) asked Joseph to give a pledge that he would surely bury the father's dead body in Canaan. This sublime form is also used for blessing. Another form for blessing is shown about the end of the novel. Joseph gives blessing to his namesake, Juanito's son. Perhaps this hints at the bright hope in the midst of his dark despair that his name and spirit will be succeeded by the next generation. As for the form, he just puts his hand on the child's head and gives a kiss on the forehead.⁵⁾ Later, however, he regrets not having performed the sublime ritual.⁶⁾

Thomas, Joseph's elder brother, with animal-like sensitivity calls any ritual "a kind of little trap,"⁷⁾ but to any kind of religion faith and ritual are the two essential factors, as James G. Frazer points out in *The Golden Bough*.⁸⁾ Even Joseph does not realize what blessing means to him—to be blessed is to be burdened with vocation—until he himself faces a misfortune, his younger brother Benjamin's sudden death.⁹⁾

4. As he watched the community of cabins spring up on the land, as he looked down into

5) p. 207.

6) p. 208.

7) p. 180.

8) James G. Frazer, *The Golden Bough*, abr. ed. (London : Macmillan & Co., 1929), p. 50.

9) p. 73.

the cradle of the first-born—Thomas' new child—as he notched the ears of the first young calves, *he felt the joy that Abraham must have felt when the huge promise bore fruit, when his tribesmen and his goats began to increase.* (p. 27 ; italics mine)

The pious Abram set out from Ur, his paganism-filled home town in Mesopotamia, for Canaan, faithfully following Yahweh's direction. Later, he was blessed and named Abraham (the father of many people) by Him for his fidelity. Since then he has been the great forefather of Christians. It is quite natural that his name, the symbol of Christianity, is used here to express Joseph's great joy at the promise of the family's prosperity in the new world.

5. '...I'll tell you about the crosses. There was a storm.... I found three sailors washed up on the beach. Two were dark men, and one was light. The light one wore a saint's medallion on a string around his neck. Then I carried them up here. That was work. And I buried them on the cliff. I put the crosses there because of the medallion. You like the crosses, don't you?' (pp. 172—173)
6. 'Draw a cross on the ground first,' Alice explained. 'And when the head is off, lay the chicken gently on the cross, and it will never flop, because the sign is holy.' (p. 91)

Needless to say, the cross is the holiest symbol of Christianity. The old man on the cliff, who calls himself "the last man in the western world to see the sun" (p. 170), already knows Joseph likes the crosses. The three crosses seem to hint at Joseph's death in the near future, because the two crosses are already allotted for his brother Benjamin and his wife Elizabeth and there is one left ready for Joseph. Quotation 6 shows us one of the examples of pagan use of the holiest symbol.

7. Burton was one whom nature had constituted for a religious life. He kept himself from evil and he found evil in nearly all close human contacts.... Burton had embraced his wife four times. He had two children. Celibacy was a natural state for him. Burton was never well. His cheeks were drawn and lean, and his eyes hungry for a pleasure he did not expect this side of heaven. In a way it gratified him that his health was bad, for it proved that God thought of him enough to make him suffer. Burton had the powerful resistance of the chronically ill. His lean arms and legs were strong as braided ropes. (pp. 24—25)

Joseph's elder brother Burton is portrayed as a rigid Protestant. This portrayal reminds us of a Pharisee. Perhaps his physical and moral defects are disguising themselves in the inhuman and relentless faith of Christianity. Nevertheless, in fact the most pious and genuine Christians insist that the earthly happiness draws men off God while the misfortune, distress and disease bring men back to God and that only these are fitted for Christians. This is, they insist, because Christianity puts the greatest stress on the salvation of men's soul and yet this salvation does not mean the earthly happiness or well-being and because in time of unhappiness God can be perceived best as a want by men.¹⁰⁾ Besides, in Christianity itself,

10) Feuerbach, *Das Wesen des Christentum*, trans. Shinichi Funayama (Tokyo: Iwanami-shoten, 1971), Vol. 11, chap. xx, pp. 5—6.

especially in the Old Testament we can see the cruel and relentless attitude against paganism. Steinbeck seems to have purposely embodied such undesirable aspects of the so-called Christians into this character Burton in contrast with the pagan Joseph. Through this portrayal Steinbeck's subtly critical attitude toward Christianity can be discerned.

So far, there has been some of the most important symbols of Christianity mentioned : Abraham, Joseph in Egypt, the cross and the Christian ways of blessing. Some Christians are represented by Burton while the others by Father Angelo who is so sympathetic as to say 'They wanted the rain so, poor children....' (p. 214), when he sees them the villagers doing bad things like animals in the mud.

III. Pagan Mysticism

Against Christianity there comes paganism, that is, all forms of religion excluding Christianity, Judaism and Moslemism. In primitive times perhaps human beings were all afraid of their decrepitude, disease and death as well as harms done by both nature and men. By dint of magic they attempted to escape from them or to realize the fertility of plants and animals. By and by they began to try to please or appease the various superhuman powers that they thought command and control both the movement of nature and the activities of human beings. Herein gradually formed religion. It is Christianity that considers the superhuman power is absolutely only one, while it is paganism that considers essentially the superhuman powers are many.¹¹⁾ Among those pagan forms are Druidism and Brahmanism dominant in this novel, so I take up Druidism first.

A. Druidism

The worship of the oak or the oak god appears to have been prevalent in all the branches of the Aryan stock in Europe. Both Greeks and Italians associated the tree with their highest god, Zeus or Jupiter, the divinity of the sky, the rain and the thunder. Among the Celts of Gaul, the Druids esteemed the mistletoe and the oak tree on which it grew. Irish Druids appear to be not so much lofty philosophers, like their Gaulish brothers, as magicians and sorcerers. Their mysterious rites were usually performed in the depths of the oak forests. The name of Druids is said to mean "oak men."¹²⁾

8. His possessiveness became a passion. 'It's mine,' he chanted. 'Down deep it's mine, right to the centre of the world.' He stamped his feet into the soft earth. Then the exultance grew to be a sharp pain of desire that ran through his body in a hot river. He flung himself face downward on the grass and pressed his cheek against the wet stems. His fingers gripped the wet grass and tore it out, and gripped again. His thighs beat heavily on the earth. The fury left him and he was cold and bewildered and frightened at himself. He sat up and wiped the mud from his lips and beard. 'What was it?' he asked himself. 'What came over me then? Can I have a need that great?' He tried to remember exactly what had happened. *For a moment the land had been his wife.*

(p. 9 ; italics mine)

11) "Magic and Religion", *The Golden Bough*, pp. 48—60.

12) "The Worship of the Oak", *The Golden Bough*, pp. 159—161.

The priest who bore the title of King of Wood at Nemi near Rome had for his mate the Goddess of the Wood, Dina herself. Their union has been yearly celebrated in divine marriage, because the marriage symbolizes the promotion of fertility of animals and plants. In this quotation Joseph can be compared to the King of the Wood, and on the other hand the land to the Goddess of the Wood. Actually, a curious femaleness of the forest and green valley is already prefigured by the phrase "as a young man is who slips out to a rendezvous with a wise and beautiful woman" (p. 5). So, Joseph's marriage with the land might be called "sacred marriage."¹³⁾

9. ...the great tree stirred to life under the wind. Joseph raised his head and looked at its old, wrinkled limbs. His eyes lighted with recognition and welcome, for his father's strong and simple being, which had dwelt in his youth like a cloud of peace, had entered the tree. (p. 20)

The soul of his dead father has come here across the country. Thus, the tall oak tree becomes his father. In Druidism every tree has its own spirit, and sometimes the soul of a dead man enters a tree and abides therein.

10. Thomas watched the act. 'Joseph,' he said suddenly, 'why do you hang the hawks you kill in the oak tree beside your house?' 'To warn off other hawks from the chickens, of course. Everybody does that.' 'But you know God-damned well it doesn't work, Joe. No hawk in the world will let the chance of a pullet go by just because his dead cousin is hanging up by the foot. Why, he'll eat his cousin if he can.' He paused for a moment and then continued quietly, 'You nail the ear notchings to the tree, too, Joseph.' His brother turned angrily in his saddle. 'I nail up the notchings so I'll know how many calves there are.'... 'I almost know what you're doing, Joe. Sometimes it almost comes to me what you're getting at. Is it about the dry years, Joseph? Are you working already against them?' (p. 33)

The Druids offered sacrifices to the oak tree in supplication for good crops. When they badly wanted rain in time of drought, they used to sacrifice a black heifer, a black he-goat and a black rooster to the thunder god in the depths of the woods. And sometimes they hang the skins of the sacrificed animals on the tree.¹⁴⁾ Perhaps Joseph himself secretly offers a hawk or the cut-off ears of calves to the oak tree as a counter-measure against the coming dry years. Besides, he dabs pig's blood on the bark of the tree,¹⁵⁾ pours a little wine on the bark at the fiesta¹⁶⁾ and offers a piece of barbecued meat.¹⁷⁾ He loves the tree so much as to put his new born baby in the crotch of the tree.¹⁸⁾ But Burton hates Joseph's pagan acts so much that he girdles and kills the tree. Until that time the tree was "a kind of ambassador"¹⁹⁾ between the land and himself. In the dead tree the soul stays no longer. He

13) "The Kings of Rome and Alba", *The Golden Bough*, p. 147.

14) "The Worship of the Oak", *The Golden Bough*, p. 161.

15) p. 95.

17) p. 112.

19) p. 140.

16) p. 103.

18) p. 136.

misses the tie to the earth. His concern shifts to the pine-grove on the hill where cool water is running out of the spring beside the big rock.

11. In the centre of the clearing stood a rock as big as a house, mysterious and huge. It seemed to be shaped, cunningly and wisely, and yet there was no shape in the memory to match it. A short, heavy green moss covered the rock with soft pile. The edifice was something like an altar that had melted and run down over itself. In one side of the rock there was a small black cave fringed with five-fingered ferns, and from the cave a little stream flowed silently and crossed the glade and disappeared into the tangled brush that edged the clearing. (pp. 35—36)

When Joseph, Thomas and Juanito ride out for calves, they happen to come to the strange clearing in the pine-grove, led by the sound of the cowbell. Joseph watches the mysterious and huge rock. Talking of the rock, the stone structures scattered in the Celtic countries are still believed to have been the Druidic temples or altars. The rock as well as the oak was the symbol of their worship, perhaps because the rock was used for the altar. Thomas is afraid of the mysterious place, but Joseph says, "There is something strong and sweet and good in there" (p. 37). But later on the miserable night of Benjamin's death, when he enters the grove for the second time because of Juanito's request, he feels frightened with the atmosphere. He says to himself, 'There's evil here tonight...I know what the horse feared' (p. 84). While he has gone shopping for his coming baby, his wife Elizabeth thinks of the pine-trees in her home-town and goes up to the pine-grove, where she is very much charmed by the rock. But as soon as she puts her hand in the cool spring water, the atmosphere suddenly changes, and the rock itself changes like this: "its shape was as evil as a crouched animal and as gross as a shaggy goat" (p. 119). It is so threatening as to leap at her that she runs away and prays to God.

12. '...Do not let this thing pass through me into my child, Lord Jesus. Guard me against the ancient things in my blood.' She remembered how her father said his ancestors a thousand years ago followed the Druidic way. (p. 120)

After their first son is born, she asks Joseph to go to the rock together with her that she may get rid of her fear of the rock. There in the grove, he secretly comforts himself to see the cool water still running out of the spring in spite of the drought outside the grove. When she attempts to climb on the rock, she slips and falls off the rock. Maybe she has had her neck-bone broken. Instantly she dies without saying a word.

13. 'And I loved the rock. It's hard to describe. I loved the rock more than you or the baby or myself. And this is harder to say: While I sat there I went into the rock. The little stream was flowing out of me and I was the rock, and the rock was—I don't know—the rock was the strongest dearest thing in the world.' (p. 147)

What she reported to him when she visited the rock for the first time has come true. He says to himself, tenderly stroking the mossed rock, 'Now you are two, and you are here.

Now I will know where I must come.' And he adds, '...The forces gather and centre and become one and strong. Even I will join the centre' (p. 155).

Now, the rock is the thing his father's and wife's souls abide in. He begins to realize that even for him there are no other places to come to.

15. '...I have said to myself, "The sun is life. I gave life to life"—"I make a symbol of the sun's death." When I made these reasons I knew they weren't true.' He looked around for corroboration. Joseph broke in, 'These were words to clothe a naked thing, and the thing is ridiculous in clothes.' 'You see it. I gave up reasons. I do this because it makes me glad. I do it because I like to.' Joseph nodded eagerly. 'You would be unhappy if it were not done. You would feel that something was left unfinished.' 'Yes,' the old man cried loudly. 'You understand it. I tried to tell it once before. My listener couldn't see it. I do for myself. *I can't tell that it does not help the sun. But it is for me. In the moment, I am the sun. Do you see? I, through the beast, am the sun. I burn in the death.*'

(p. 175 ; italics mine)

This time the strange old man on the cliff tells Joseph about the meaning of the sacrifice to the sun. Talking of the sun, the Druids perceived divinity in the heavenly and natural phenomena. Especially, they worshipped the sun as well as the oak. They believed everything in the universe has life. They worshipped the sun as the symbol of God and imagined the Kingdom of Heaven is where the sun always shines.²⁰⁾ By the way, the ancient Mexicans regarded the sun as the source of all vital forces and called it Ipalnemohuani 'He by whom men live.' But if he gave life on the world, he also needed to receive life from it. And as the heart is the symbol of life, the bleeding hearts of men and animals were presented to the sun to maintain him in vigor and enable him to run his course across the sky. The Spartans also performed the sacrifice on the top of Mount Taygetus, watching the red setting sun every evening.²¹⁾

Thus, the old man experiences the union with the sun through the sacrifice in the state of the sublimest ecstasy and is ready to do the same through self-sacrifice in the near future when the time is full. By this old man we are reminded of some highly enlightened Buddhists in the Eastern world.

So far there has been the symbols of Druidism mentioned : the oak tree, the rock and the sun. As is mentioned in the Introduction, Steinbeck is conscious of his Irish blood. The remaining shadow of Druidism is so strong in Ireland that there are still a considerable number of people who believe in spirits and witches. Like those Irish people Steinbeck reveals a strong interest in Druidism by so many references and allusions.

B. Native Religion

Among pagan forms is the one that seems to be native religion. As for festivals, their aim is originally either to supplicate or to give thanks to God or gods. In this novel there are four references to festivals—p. 4, p. 14, pp. 100—113 and p. 214. Next one is the scene perceived by Father Angelo.

20) Shyotaro Oshima, *English Literature and Poetic Imagination* (Tokyo : Hokuseido, 1953), p. 203.

21) "Magical Control of The Weather", *The Golden Bough*, p. 79.

16. The priest could see in his mind now the people were dancing, beating the soft earth to slush with their bare feet. He knew how they would be wearing the skins of animals, although they didn't know why they wore them. The pounding rhythm grew louder and more insistent, and the chanting voices shrill and hysterical. 'They'll be taking off their clothes,' the priest whispered, 'and they'll roll in the mud. They'll be rutting like pigs in the mud.'

(p. 214)

After a long spell of dry days, they cannot help performing a fiesta, dancing drunk in the rain. And sometimes they are so happy as to do bad things like animals. In this case, wearing the skins of animals is considered to have something to do with supplication for rain, as is mentioned in Quotation 10. Besides, three of the above-mentioned references have something to do with rain. Rain has been apparently believed to be so vital to the existence and fertility of animals and plants from primitive times.

17. 'The dead are always here, señor. They never go away.' 'No,' Joseph said earnestly. 'It is more than that. My father is in that tree. My father is that tree! It is silly, but I want to believe it. Can you talk to me a little Juanito? You were born here. Since I have come, since the first day, I have known that this land is full of ghosts.' He paused uncertainly. 'No, that isn't right. Ghosts are weak shadows of reality. What lives here is more real than we are. We are like ghosts of its reality. What is it, Juanito? Has my brain gone weak from being two months alone?' 'The dead, they never go away,' Juanito repeated.... '...My mother said how the earth is our mother, and how everything that lives has life from the mother and goes back into the mother. When I remember, señor, and when I know I believe these things, because I see them and hear them, then I know I am not Castillian nor caballero. I am Indio.' (p. 21)

What is "reality?" Compared with the eternity of the universe, our life-time is nothing but a pinpoint. The state of death is more natural and stable than that of life. "What lives here" seems to mean dead people. So, dead people are more natural and stable than living people.

According to Joseph, dead people are even more real than living people. "Its reality" means the dead people's reality—the world of the dead. So, we living people are merely the ghosts or shadows of the world of the dead.

According to Juanito, people who are dead here do not go to the Kingdom, but come back into the earth, their mother, wherefrom they have life. Those who come back into the earth are to be born in some form or other again. Herein is Joseph's idea of transmigration of soul already included. So, maybe this quotation is a strange mixture of native religion with Joseph's own paganism.

C. Brahmanism

Brahmanism essentially has no systematic religious precept. Therein is no god to be worshipped as a chief god, nor is the system to be regarded as a precept. Only there are a lot of motley gods and hymns presented to those gods. The oldest collection of those hymns is Rig-Veda. Brahmanism just meant the religious life under the ecclesiastical authority with

Brahmans as the highest priest. In order to maintain their privilege the Brahmans had a need to keep people powerless, suppressing them. For that purpose they had to force them into resignation, leading them to yield to their realities. Therefrom spontaneously appeared the idea of transmigration of soul and the teaching of karma. In transmigration of soul, each one repeats life and death endlessly like a wheel and the form of rebirth is decided according to the karma, that is, his own deeds in his life-time. Between father and son, father is reborn into son as a result of the successional transmigration of soul. The people of good deeds, they insisted, are reborn into Brahmans, royal family members or commoners, while on the other hand the people of bad deeds into untouchables, dogs or pigs.²²⁾ By the way, Druidism and Brahmanism are said to share the same origin—the Aryan stock.²³⁾ So, they have a lot of similar ideas. One of the most essential is the idea of pantheism.

18. Late in the afternoon Joseph walked out to the barn. He barely looked at the tree as he passed it. 'You are the cycle,' he said to himself, 'and the cycle is too cruel.'

(p. 128)

19. 'This is the storm,' he thought. 'This is the beginning of the thing I knew. There is some cycle here, steady and quick and unchangeable as a fly-wheel.' And the tired thought came to him that if he gazed into the pool and cleaned his mind of every cluttering picture he might come to know the cycle.

(p. 157)

In Quotation 18 is seen the above-mentioned idea of transmigration of soul as well as Joseph's realization of his responsibility as father, a biological cycle. Cycle is cruel because there is no choice permitted. Quotation 19 seems to show that the mounting accumulation of misfortunes—Benjamin's death, Burton's departure, the death of the oak, the beginning of dry years and now Elizabeth's death—is drawing to the catastrophe. At first when he heard about the dry years from Romas he sensed it and was frightened. So, he secretly tried every step. But now he realizes the irresistible movement of destiny, like the transmigration of soul, drawing to the catastrophe.

20. High up on a tremendous peak, towering over the ranges and the valleys, the brain of the world was set, and the eyes that looked down on the earth's body. The brain could not understand the life on its body. It lay inert, knowing vaguely that it could shake off the life, the towns, the little houses of the fields with earthquake fury. But the brain was drowsed and the mountains lay still, and the fields were peaceful on their rounded cliff that went down to the abyss. And thus it stood a million years unchanging and quiet, and the world-brain in its peak lay close to sleep. The world-brain sorrowed a little, for it knew that some time it would have to move, and then the life would be shaken and destroyed and the long work of tillage would be gone, and the houses in the valleys would crumble. The brain was sorry, but it could change nothing. It thought,

22) Naoshiro Tsuji, ed. "Veda, Avesta", *The World Classics Collection* (Tokyo: Chikuma-shobo, 1967), pp. 408—409.

23) Hiroshi Iwamoto, "The Debut of the Aryan" in "The Ancient Times", *World History*, Vol. III (Tokyo: Iwanami-shoten, 1969), pp. 209—216.

'I will endure even a little discomfort to preserve this order which has come to exist by accident. It will be a shame to destroy this order.' But the towering earth was tired of sitting in one position. It moved, suddenly, and the houses crumbled, the mountains heaved horribly, and all the work of a million years was lost. (p. 159)

In a sort of stupor coming from the accumulated misfortunes, he has an illusion of becoming the land. This quotation exactly corresponds to the third stanza of the hymn "To a God Unknown."

*From His strength the mountains take being, and
the sea, they say,
And the distant river ;
And these are his body and his two arms.
Who is He to whom we shall offer our sacrifice ?*

The land is compared to the human body to explain the pantheistic view of the world and the "world-brain" is considered to correspond to "a God Unknown."

21. Then his body grew huge and light. It arose into the sky, and out of it came the streaking rain. 'I should have known,' he whispered. 'I am the rain.' And yet he looked dully down the mountains of his body where the hills fell to an abyss. He felt the driving rain, and heard it whipping down, pattering on the ground. He saw his hills grow dark with moisture. Then a lancing pain shot through the heart of the world. 'I am the land,' he said, 'and I am the rain. The grass will grow out of me in a little while.' (pp. 211—212)

As is prefigured in his illusion in Quotation 20, his body turns into the land and mountains. Rain falls heavy on the land and refreshes the dying land. Now Joseph is the rain. Joseph has come back into the land wherefrom water goes up to the heaven in the form of vapor and then falls down on the land. As for the Fisher King his recovery from illness restores life to the Waste Land, while as for Joseph his death brings life back to the land. Finally Joseph has entered the goal of the peace and salvation of soul through self-sacrifice.

IV. The Confrontation between Christianity and Paganism

So far, we have examined the quoted references and allusions to both Christian and pagan mysticism. Next, the confrontation and strife between the two is to be examined. Burton, a Protestant, who is so rigid as to reproach even Father Angelo, a Catholic, represents the inclement faith. And Father Angelo represents the clement faith, though fundamentally he confronts paganism as a Christian.

22. One day Joseph stood by the pasture fence, watching a bull with a cow. He beat his hands against the fence rail ; a red light burned in his eyes. As Burton approached him

from behind, Joseph whipped off his hat and flung it down and tore open the collar of his shirt. He shouted, 'Mount, you fool! She's ready. Mount now!' 'Are you crazy, Joseph?' Burton asked sternly. Joseph swung around. 'Crazy? What do you mean?' 'You're acting queerly, Joseph. Someone might see you here.' Burton looked about to see if it was true. 'I want calves,' Joseph said sullenly. 'What's the harm in that, even to you?'... 'Surely, Joseph, you don't want me to say it. The Scripture mentions such forbidden things. People might think your interest was—personal.'

(p. 28)

Filled with hope in the new world like Abraham, Joseph is absorbed in the fertility of men and animals as the father of the large family. Animals with swollen bellies are holy to him. He does not feel ashamed to be seen watching their sexual acts wherewith they become holy. But he is sharply criticized by Burton for his seeming lustful attitude.

23. Burton sighed deeply. 'On your head, then. Elizabeth, my brother is denying Christ. He is worshipping as the old pagans did. He is losing his soul and letting in the evil.' 'I'm denying no Christ,' Joseph said sharply. 'I'm doing a simple thing that pleases me.' '*Then the hanging of sacrifices, the pouring of blood, the offering of every good thing to this tree* is a simple thing? I've seen you sneak out of the house at night, and *I've heard you talk to this tree*. Is that a simple thing?' 'Yes, a simple thing,' Joseph said. 'There's no hurt in it.' '*And the offering of your own first-born child to the tree—is that a simple thing, too?*' 'Yes, a little game.' (pp. 134—135 ; italics mine)

Burton can not bear to see Joseph worship the oak tree, because he regards it as devil-worship. He denounces Joseph for all his acts concerning the tree without knowing his secret intention. Here, Burton sharply confronts Joseph.

24. He thought exultantly : 'We have found something here, all of us. In some way we've come closer to the earth for moment.' He was strong with a pleasure as deep as the pounding bass strings, and he began to feel a strange faith arising in him. 'Something will come of this. It's a kind of powerful prayer.' When he looked at the western hills and saw a black cloudhead, high and ominous, coming over from the sea, he knew what was to come. 'Of course,' he said, 'it will bring the rain. Something must happen when such a charge of prayer is let loose.' ...Burton cried angrily. 'It's devil-worship, I tell you! It's horrible! On our own place! First the devil-worshipping priest and his wooden idols, and then this!' 'What does it remind you of, Burton?' Thomas asked innocently. 'Remind me of? It reminds me of witchcraft and the Black Sabbath. It reminds me of all the devilish heathen practices in the world.' (p. 106)

Joseph is filled with an extreme joy to feel the closer tie with the earth and to feel the fiesta powerful against the dry years. But Burton charges Father Angelo as an idolater. His charge is also directed to the dancing-drinking fiesta itself. Meanwhile, Father Angelo warns Joseph when he sees Joseph pour a little wine on the bark of the tree.

25. 'Be careful of the groves, my son. Jesus is a better saviour than a hamadryad.'

(p. 104)

Father Angelo gently warns Joseph to be careful about a hamadryad, that is, a tree-spirit. Of course, a tree-spirit is not a saviour of men's soul, but is associated with the practical rain-god or sun-god that is supposed to bring good crops. Father Angelo is lenient to Joseph and the villagers, for he knows about the long history of paganism in this valley.

26. 'But the land is dying,' Joseph cried suddenly. 'Pray for rain, Father! Have you prayed for rain?'... 'I will help you to pray for your soul, my son. The rain will come. We have held mass. The rain will come. God brings the rain and withholds it of his knowledge.'... 'You are ill, my son,' he said. 'Your body is ill, and your soul is ill. Will you come to the church to make your soul well? Will you believe in Christ and pray for your soul? Joseph leaped up and stood furiously before him. 'My soul? To Hell with my soul! I tell you the land is dying. Pray for the land!'

(p. 203)

Even the lenient Father Angelo is offended with Joseph's insistent request "pray for rain." The idea of "pray for rain" is quite pagan, for the origin of pagan religion generally can be traced back to the worship of the sun-god or the rain-god that is considered to be responsible for good crops and the fertility of men and animals. And on the other hand the objective of Christianity is to salvate men's soul. In this point, there is a fundamental difference of the idea of God or gods between Christianity and paganism. This is the reason why Father Angelo firmly turns down his request.

As above-mentioned, Christianity and paganism are sharply confronting with each other. Especially, concerning the problem of idolatry, they have a long history of life-or-death struggles. The first big incident that appeared in the Old Testament was the destruction of Sodom and Gomorrah with fire by God. One of the greatest reasons for the punishment is said to have been idolatry by the kings and their people.²⁴⁾ Next, Jacob, Joseph's father, ordered his family members and his men to give up their pagan gods and ear-rings, charms (Genesis 35:2). Thereafter, there are too many cases to mention here. Anyway, it is quite natural that later when the Israelites settled in Canaan and took up farming they were tempted to abandon Yahweh, the shepherd god, and to turn to the god who was responsible for the weather and the growth of crops.²⁵⁾ A crisis arose when Ahab, King of Israel, married Jezebel. She brought so many prophets of Baal (the god who controls the weather) from Phenicia that the worship of the Baalim spread as a result and it almost supplanted the worship of Yahweh. But finally those prophets were all arrested and killed by the Hebrew prophet Elijah (1 Kings 18:17—40). They did not hesitate to kill idolaters.

The first and most important of the Ten Commandments read as follows.

1. Thou shalt have no other gods before me.
2. Thou shalt not make unto thee any graven image, or any likeness of any thing that is

24) Shyogo Koide, *Old Testament Tales*, (Tokyo : Shinbi-sha, 1962), p. 47.

25) Clifford M. Jones, *Old Testament Illustrations* (London : Cambridge Univ. Press, 1971), pp. 155—156.

- in heaven above, or that is in the earth beneath, or that is in the water under the earth.
3. Thou shalt not bow down thyself to them, nor serve them : for I the Lord thy God am a jealous God, visiting the iniquity of the fathers upon the children unto the third and fourth generation of them that hate me ;...
- (Exodus 20:3)

Here can be discerned both the inclement forcing of faith to Yahweh and the hatred against idolatry. Even in the New Testament can be seen some cases of struggle. For instance, Paul was very much offended to see Athens full of idols.

And Paul stood in the midst of the Areopagus, and said, Ye men of Athens, in all things I perceive that ye are very religious. For as I passed along, and observed the objects of your worship, I found also an altar with this inscription, *To An Unknown God*. What therefore ye worship in ignorance, this I set forth unto you. The God that made the world and all things therein, he, being Lord of heaven and earth, dwelleth not in temples made with hands ;...

(Acts 17 : 22—24 ; italics mine)

"An Unknown God" here seems to be a pagan God who corresponds to "a God Unknown" in Rig-Veda. The two sources of the title correspond to the Christian-pagan tension in the novel, as both Fontenrose and Peter Lisca point out.²⁶⁾

Anyway, although the New Testament advocates leniency and love, it is by no means lenient to idolaters.

V. The Overlap of Christianity with Paganism

The above shows us the fatal confrontation between the two. In this novel, however, they do not end in strife, but there is something overlapping with each other beyond the struggle. Ironically enough, the image of Christ overlaps with that of Joseph, one of the most pagan.

27. '...Christ nailed up might be more than a symbol of all pain. He might in very truth contain all pain. And a man standing on a hilltop with his arms outstretched, a symbol of the symbol, he too might be a reservoir of all the pain that ever was.'

(p. 63)

28. She started and peered up at him in wonder, for her vision had not changed ; the Christ's face was still the face of Joseph. She laughed uneasily and confessed to herself, 'I'm praying to my own husband.'

(p. 58)

29. Perhaps a godling lives on earth now and then. Joseph has strength beyond vision of shattering, he has the calm of mountains, and his emotion is as wild and fierce and sharp as the lightning and just as reasonless as far as I can see or know.

(p. 79)

30. He saw the crucified Christ hanging on His cross, dead and stained with blood. There was no pain in His face, now He was dead, but only disappointment and perplexity, and over these, an infinite weariness. Jesus was dead and the Life was finished. Juanito built

26) Joseph Fontenrose, *John Steinbeck* (New York : Holt, Rinehart & Winston, Inc., 1963), p. 17.

Peter Lisca, *The Wide World of John Steinbeck*. (New Brunswick : Rutgers Univ. Press, 1958), p. 43.

a tall blaze to see Joseph's face clearly, and the same things were there, the disappointment and the weariness. But Joseph was not dead. Even in his sleep his jaw was resistingly set. Juanito crossed himself and walked to the bed and pulled up the covers around the sleeping man. (p. 199)

In Quotation 27, "a man" means Joseph himself here, but actually means everybody including Joseph. Perhaps Joseph wants to say that pain does not rest only on Christ—all pain can not be shifted to Him, but that everybody is burdened with pain for life, a cross. Joseph realizes he himself is burdened with a cross. In Quotation 28, at the wedding ceremony in the church, the face of Christ in Elizabeth's vision overlaps with that of Joseph. In Quotation 29, Rama, his sister-in-law, looks up to Joseph as somebody like a superhuman deity. In Quotation 30, Juanito already discerns the dead Christ's disappointment and weariness in the living Joseph's face. How about Father Angelo, who is offended and rejects Joseph's request to pray for rain?

31. 'Thank God this man has no message. Thank God he has no will to be remembered, to be believed in.' And, in sudden heresy, 'else there might be a new Christ here in the West.' (pp. 203—204)

Joseph himself realizes he is burdened with a cross. His wife Elizabeth, sister-in-law Rama and former ranch-hand Juanito, and now even Father Angelo, who has been shaken by his strength, acknowledge him as somebody holy—a new Christ who is to save the distressed world through self-sacrifice. If Joseph is a Christ, the old man on the cliff is a John the Baptist who decisively influences a Christ. The old man is also a key to the understanding of Steinbeck's idea of the salvation of human soul. Steinbeck no doubt tried to find the peace and salvation of human soul in the undeveloped world of human mind as well as in nature. He tried to find it in the uncivilized and unramified world where there is still chaos and where there is little difference in any existence. Religion in primitive times was by no means ramified or classified, either. The old man alone on the cliff with his back to the civilized society finds his salvation of soul, reaffirming his own existence in perfect union with the red setting sun through the red blood of sacrificed animals. Steinbeck's ideal way of living with the tie to nature seems to have been embodied into this strange old man. No form of religion is in the old man's mind. He only feels the fullness of his life in perfect identity with the red sun. In this state of mind, the sharp confrontation between Christianity and paganism seems to be nothing. He who has worked out his own salvation and helps others do the same, Steinbeck seems to insist, is to be called a "Christ," whatever form of religion he may believe in.

VI. God and his Mysticism

What is Steinbeck's idea of Joseph and Christ has so far been examined. Then, what is his vision of God that underlies his mysticism? It may have been already revealed in some places in this thesis. But here it should be mentioned concretely and clearly. For this purpose the hymn "To a God Unknown" quoted on the flyleaf of this novel seems to be the

key to the understanding of his vision of God. Rig-Veda is a collection of many hymns to such motley gods as Indra (the god of war) and Soma (the god of liquor). As already mentioned, Brahmanism is originally pantheistic. In the collection each of the gods is praised and sung with the highest epitaph. But people could not be content with such a way, so they finally came to think of the highest God that rules all the gods. In this hymn, exactly called "Hymn to the Golden Seed," the poet repeatedly used a refrain of "Who," as he could not find out of the names of those motley gods the adequate name of the highest God that created and controls the universe as Ruler.²⁷⁾ Perhaps Steinbeck was fascinated not so much by the Christian God Yahweh who is personal,²⁸⁾ jealous, inclement and cruel as by "a God Unknown" who is impersonal, generous, unfinished and magnificent.

VII. The Denomination of his Mysticism

Next, what is his mysticism to be termed? Of course, as I have mentioned there are some important references and allusions to Christian mysticism. But judging from the theme, these seem to exist only as contrast to the overwhelming pagan mysticism. And this kind of mysticism might be called "animism" as defined by the English anthropologist Edward B. Tylor. He described animism as "the general belief in spiritual beings," and called this a minimum definition of religion. He insisted that animism, so defined, was the core of all religion, and that no primitive or crude society had been found which did not exhibit such belief in spirits. The term "spirits" applied not only to gods and divinities, but also to the souls of the living and the dead. He said that belief in spirits arose because primitive men wondered about the phenomena of death, dreams, trance states and other seeming mysteries. Wherever this belief in spirits existed, there was evidence of worship and ritual.²⁹⁾ The tall oak tree the father's soul abides in, the huge rock the father's and wife's souls live in, the souls of the dead full on the land in the valley and so forth: the term of "animism" might be most fitted for this kind of mysticism.

VIII. Conclusion

In order to examine how the theme and his mysticism full in this novel are interwoven, we have studied the relation among the categories after classifying almost all the references and allusions to mysticism. As for Christian mysticism, there are some of the most important symbols of Christianity mentioned: Abraham, the great forefather of Christ, that is, of Christians, Joseph, the father of a large family in Egypt, the cross, the symbol of Christ and the Christian sublime way of blessing. The inclement faith is represented by Burton, while the clement by Father Angelo. Against Christianity first comes Druidism as pagan religion: the oak tree, the mysterious huge rock in the clearing of a pine-grove on the hill and the strange old man on the cliff who enjoys the union with the red setting sun through the red blood of sacrificed animals. As the other form of paganism, there is native religion

27) "Veda, Avesta", *The World Classics Collection*, p. 5, p. 101.

28) André Siegfried, *Les Voies D'Israel*, trans. Ichiro Suzuki (Tokyo: Iwanami-shoten, 1969), pp. 153—154.

29) "animism", *Encyclopedia Americana*

mentioned: Indians' or Indios' belief that the souls of the dead do not go away to the Kingdom but come back into the earth and their dancing-drinking fiesta often in supplication for rain with the skins of animals on. In Brahmanism they insist that in transmigration of soul the form of rebirth is decided according to the karma, their deeds in their life-time. The pantheistic idea of the "world-brain" seems to correspond to that of "a God Unknown" in the hymn. Joseph himself comes back to the earth and becomes the land and the rain through self-sacrifice.

Christianity and paganism have a long history of severe strife. Even the lenient Father Angelo turns down Joseph's request to pray for rain, because it is quite fatal to Christianity. But they do not end in strife. Almost all people familiar with Joseph acknowledge him as a new Christ. Here can be seen the overlap of Christianity with paganism. Joseph, one of the most pagan, proves to be the most Christian after all. In the peace and salvation of human soul the difference of forms of religion is transcended into the sublimest ecstasy. Steinbeck's mysticism here is based on the idea of God—not Yahweh who is personal and jealous, but a God Unknown who is impersonal, generous and magnificent. And the term "animism" is most fitted for it.

In almost all his works can be seen some kind of mysticism, as Fontenrose points out.³⁰⁾ And some vicissitude of his mysticism also can be seen in each of his later works. Generally, in each work its mysticism serves to help the development of the theme of the work, well-interwoven with it. Here in this novel the development of the theme—how Joseph worked out his own salvation—is apparently helped very much by this kind of mysticism, animistic mysticism. This animistic mysticism has proved to help make this novel fantasia-like, unrestrained, powerful and magnificent.

Last, this novel helps us readers think of the relation between primitive religion and our civilization. We might notice that at the very bottom of the mind of us civilized modern people still lies fear or awe of natural phenomena and of Something that controls the universe, exercising some influence upon us. From the earliest times, men have been engaged in a search for general rules whereby to turn the order of natural phenomena to their advantage, and in the long search they have gathered a lot of rules. Some of them are true and the rest false. The true rules have constructed the world of science, the foundation of our civilization. The false ones are magic, the initial form of primitive religion. So, science is the brother of magic.³¹⁾ Furthermore, we might come to think of the relation between nature and men. Our dazzling civilization appears to have little to do with the life of animals and plants, but in fact they are very closely connected with each other. As a species of animals, we civilized modern people equally share life with other animals and plants. Without the tie to nature our civilization would collapse overnight. In this novel the hero desperately clings to the tie to the earth, only whereby he feels peaceful. This novel is the starting point of Steinbeck's long travel to *The Winter of Our Discontent* (1961) in quest for the salvation of men's soul in the confusing civilized world. In this sense, this novel is very important, though not so popular as *The Grapes of Wrath*.

30) Joseph Fontenrose, *John Steinbeck*, p. 139.

31) "Magic and Religion". *The Golden Bough*, p. 50.

ACKNOWLEDGMENT

I should like to express my hearty thanks to two distinguished scholars, Prof. Hiroshige Yoshida at Hiroshima University and Associate Prof. Hidekazu Hirose at Kure Technical College, for their respective kind suggestions to the present study. If this thesis is of any service to the research of Steinbeck's mysticism, the honor is due to the two scholars. And at the same time I wish to offer my cordial thanks to Mr. Lee H. Siddoway, foreign instructor at Kure Technical College, for his kind proof-reading.

Books for Reference

- Joseph Fontenrose, *John Steinbeck*. New York : Holt, Rinehart & Winston, Inc., 1963.
- Peter Lisca, *The Wide World of John Steinbeck*. New Brunswick : Rutgers Univ. Press, 1958.
- Hideo Inazawa, *On Steinbeck*. Tokyo : Shicho-sha, 1967.
- Ichiro Ishi, ed. "John Steinbeck", *The Guide to the 20th Century English & American Literature*. Tokyo : Kenkyu-sha Pub. Co., 1967.
- James G. Frazer, *The Golden Bough*. abr. ed. London : Macmillan & Co., 1929.
- Jessie L. Weston, *From Ritual to Romance*. New York : Doubleday & Co., 1957.
- Shyotaro Oshima, *English Literature & Poetic Imagination*. Tokyo : Hokusei-do, 1953.
- Naoshiro Tsuji, ed. "Veda, Avesta", *The World Classics Collection*. Tokyo : Chikuma-shobo, 1967.
- André Siegfried, *Les Voies D'Israel*, trans. Ichiro Suzuki. Tokyo : Iwanami-shoten, 1973.
- Isamu Sugi and others, ed. "The Ancient Times", *World History*, Vol. I, II, III. Tokyo : Iwanami-shoten, 1969.
- Feuerbach, *Das Wesen des Christentum*, trans. Shinichiro Funayama. Tokyo : Iwanami-shoten, 1971.
- Aya Shimizu, *Studies on the Arthurian Legend*, Tokyo : Kenkyu-sha Pub. Co., 1966.
- Shyogo Koide. *Old Testament Tales*. Tokyo : Shinbi-sha, 1962.
- Clifford M. Jones, *Old Testament Illustrations*. London : Cambridge Univ. Press, 1971.
- Kenzo Fujinawa, *The World-View of Greek Mythology*. Tokyo : Shincho-sha, 1971.

巨大システムの安定性と統計的手法の適用について

(数 学) 富 田 豊
(数 学) 今 井 勲

On Stability of Large System and it's Statistical Treatment

Yutaka TOMITA

Isao IMAI

It is important to discuss the stability of Large system and it's statistical treatment in order to design the system.

However, the relation between the stability of the system and the stability in the sense of mean square of the system subjected to random input is not almost done.

Though the system may be stable in the sense of mean square, the system become often unstability in the sense of the method of Hurwitz-Routh.

Therefore, in this paper we discuss how condition should be satisfied in order to evaluate the mean square of the response of the system with random input.

§ 1 緒 言

複雑巨大システムの安定性を統計的見地に立って議論することは、今後のシステム設計にあたり、きわめて重要である。

しかし、従来かう、システムそれ自身の安定性と統計的意味における安定性の関係について述べたものは、きわめて少ない。

したがって、ここでは、システムが不規則外乱をうけた場合、その応答を統計的見地に立って取扱うためには、どのようなことに留意しなければならないかを、以下の定義のもとに、具体例を基礎にして述べる。

○安定性の定義

- ・システムの特性方程式が Hurwitz-Routh の条件を満足するとき、そのシステムは安定であるという。
- ・システムが不規則外乱をうけた場合は、その応答の2乗平均値が有限正定値である場合は、そのシステムは、2乗平均値の意味で安定であるという。したがって2乗平均値の意味で不安定になるということは、有限分散値をもつ不規則入力に対して、そのシステム応答の2乗平均値が負定値をとることを意味するのである。

○考察するシステムおよびその特性

システムとしては、線形、非線形およびむだ時間を有する定係数系を考え、それらの要素には、少なくとも分離不能な5次以上の特性をもつものとする。また、考察する非線形特性は、飽和型、on-off リレー型とする。

以上の条件のもとに、システムの Hurwitz-Routh の意味での安定性と、2乗平均値の意味での安定性について述べる。

§ 2 一般的考察

図1に示す制御系において、 $G_2(s)$ が高次おくれの要素であり、これに外乱 $u(t)$ が印加されるとき安定問題を考察する。以後しばしば用いる記号として、次の集合を定義しておく。すなわち、

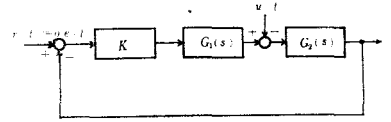


図 1

$H = \{(\mu, K) | \text{Hurwitz の安定条件を満足する}\}$

$M = \{(\mu, K) | \text{2乗平均値 } \sigma_e^2 \text{ が有限正値の条件を満足する}\}$

また、 a, b, c, d, p, q 等で表わされる係数ならびに、 μ, K はすべて正の数とする。

2.1. 定係数線形システム

図1において、外乱 $u(t)$ から偏差 $e(t)$ までの伝達関数 $G_e(s)$ は、次式になる。

$$G_e(s) = \frac{E}{U} = \frac{G_2}{1 + KG_1G_2} \tag{1}$$

2.1.1. 特性方程式が4次以下の場合

(i) $G_1(s) = \frac{1}{s + \mu}$, $G_2(s) = \frac{1}{s^2 + as + b}$ のとき、

$$G_e(s) = \frac{s + \mu}{(s + \mu)(s^2 + as + b) + K} \tag{2}$$

であるから、特性方程式 $F(s)$ は

$$F(s) = s^3 + (\mu + a)s^2 + (a\mu + b)s + b\mu + K = 0 \tag{3}$$

となり、Hurwitz の安定条件は、次式で与えられる。

$$A_2 = \begin{vmatrix} \mu + a & b\mu + K \\ 1 & a\mu + b \end{vmatrix} > 0$$

$$A_1 = a(\mu^2 + a\mu + b) - K > 0 \tag{4}$$

一方、外乱 $u(t)$ のスペクトル密度を

$$\Phi_{uu}(\omega) = N^2$$

とすれば、偏差 $e(t)$ の2乗平均値 σ_e^2 は

$$\sigma_e^2 = \frac{N^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G_e(j\omega)|^2 d\omega$$

$$\frac{\sigma_e^2}{N^2} = \frac{-[K + \mu b + (a + \mu)(a\mu + b)]}{2(K + \mu b)\{K - a(\mu^2 + a\mu + b)\}} \tag{5}$$

となる。この式において、すべての正の数 μ, K に対して、分子はつねに負であるから、 σ_e^2 が有限正値になるための条件は、すべての μ, K に対して、分母 < 0 であればよい。すなわち、

$$K - a(\mu^2 + a\mu + b) < 0 \text{ となり}$$

$$H\{(\mu, K)\} = M\{(\mu, K)\} \tag{6}$$

である。

(ii) $G_1(s) = \frac{1}{s + \mu}$, $G_2(s) = \frac{1}{s^3 + as^2 + bs + c}$ のとき

(i) のときと同様にして、次式をうる。

$$G_e(s) = \frac{s + \mu}{s^4 + (a + \mu)s^3 + (a\mu + b)s^2 + (b\mu + c)s + c\mu + K} \tag{7}$$

$$F(s) = s^4 + (a + \mu)s^3 + (a\mu + b)s^2 + (b\mu + c)s + c\mu + K = 0 \tag{8}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \mu+a & b\mu+c \\ 1 & a\mu+b \end{vmatrix} = a\mu^2 + a^2\mu + ab - c > 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \mu+a & b\mu+c & 0 \\ 1 & a\mu+b & c\mu+K \\ 0 & \mu+a & b\mu+c \end{vmatrix} = -(\mu+a)^2 K + (ab-c)(\mu^3 + a\mu^2 + b\mu+c) > 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\sigma_e^2}{N^2} = \frac{-[(a+\mu)K + a\mu(\mu^3 + a\mu^2 + b\mu+c)]}{2(K+c\mu)[(\mu+a)^2 K + (c-ab)(\mu^3 + a\mu^2 + b\mu+c)]} \dots\dots\dots (11)$$

ところで、 $H_2 = \{(\mu, K) | \Delta_2 > 0\}$ 、 $H_3 = \{(\mu, K) | \Delta_3 > 0\}$ と定義すれば

$$H = H_2 \cap H_3$$

であり、また、 $H_3 \subset H_2$ の関係があるから

$$H\{(\mu, K)\} = H_3\{(\mu, K)\} \dots\dots\dots (12)$$

となる。また、式(11)の分子は、つねに負であり、式(10)、(11)から(i)のときと同様にして、 $H\{(\mu, K)\} = M\{(\mu, K)\}$ となる。

2.1.2. 特性方程式が5次以上の場合

(i) $G_1(s) = \frac{1}{s+\mu}$ 、 $G_2(s) = \frac{1}{(s+p)(s+q)(s^2+as+b)}$ のとき、

特性方程式 $F(s)$ は

$$\begin{aligned} F(s) &= (s+\mu)(s+p)(s+q)(s^2+as+b) + K \\ &= s^5 + (\mu+a+p+q)s^4 \\ &\quad + \{(a+p+q)\mu+b+a(p+q)+pq\}s^3 \\ &\quad + \{(b+ap+aq+pq)\mu+(bp+bq+apq)\}s^2 \\ &\quad + \{(apq+bp+bq)+bpq\}s + \mu b pq + K = 0 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

となり、Hurwitz の行列式 Δ_2 、 Δ_3 は

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} \mu+(a+p+q) & \{b+a(p+q)+pq\}\mu+bp+bq+apq \\ 1 & (a+p+q)\mu+b+a(p+q)+pq \end{vmatrix} \\ &= (a+p+q)\mu^2 + (a+p+q)^2\mu + (p+q)a^2 + \{(p+q)^2+b\}a + pq(p+q) \\ \Delta_3 &= \begin{vmatrix} \Delta_2 & bpq\mu+K \\ 0 & (apq+bp+bq)\mu+bpq \\ 0 & \mu+(a+p+q) & \{b+a(p+q)+pq\}\mu+bp+bq+apq \end{vmatrix} \\ &= A_0\mu^3 + A_1\mu^2 + A_2\mu + A_3 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_0 &= ab + (p+q)(a+p)(a+q) \\ A_1 &= (a+p+q)\{ab+a^2(p+q)+a(p+q)^2+p+q(p+q)\} \\ A_2 &= b(p+q)\{a^2+(p+q)a\} + ab^2 + a(p+q)^2(a+p)(a+q) \\ &\quad + a^2b(p+q) + pq(p+q)(a+p)(a+q) \\ A_3 &= ab(p^2+q^2)(a+p+q) + 2a^2bpq + ab^2(p+q) + apq(p+q)(a+p)(a+q) + K(a+p+q) \end{aligned}$$

となり、つねに

$$\Delta_2 > 0 \text{ かつ } \Delta_3 > 0 \dots\dots\dots (15)$$

となるから、この系は安定である。したがって、外乱 $u(t)$ を印加されたときの応答の評価は、2乗平均値 σ_e^2 で行えばよい。

(ii) $G_1(s) = \frac{1}{s+\mu}$ 、 $G_2(s) = \frac{1}{(s+p)(s^3+as^2+bs+c)}$ のとき、

式(15)はつねに成立せず。この際は(iii)に詳述する方法によればよい。

(iii) $G_1(s) = \frac{1}{s+\mu}$ 、 $G_2(s) = \frac{1}{s^4+as^3+bs^2+cs+d}$ のとき、

$$G_e(s) = \frac{s+\mu}{(s+\mu)(s^4+as^3+bs^2+cs+d)+K} \dots\dots\dots (16)$$

特性方程式 $F(s)$ は

$$F(s) = s^5 + (a + \mu)s^4 + (\mu a + b)s^3 + (\mu b + c)s^2 + (\mu c + d)s + (K + \mu d) = 0 \dots\dots\dots(17)$$

となる。Hurwitz の行列式は、次式で表わされる。

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a + \mu & \mu b + c & K + \mu d \\ 1 & \mu a + b & \mu c + d \\ 0 & a + \mu & \mu b + c \end{vmatrix} \dots\dots\dots(18)$$

$$= (a + \mu)K + [(ab - c)\mu^3 + (ab^2 - ac)\mu^2 + (ab^2 - ad - bc)\mu + (abc - c^2 - a^2d)]$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a + \mu & \mu b + c \\ 1 & \mu a + b \end{vmatrix} \dots\dots\dots(19)$$

$$= a\mu^2 + a^2\mu + ab - c$$

いま、 $H_3 = \{(\mu, K) | \Delta_3 > 0\}$

$H_2 = \{(\mu, K) | \Delta_2 > 0\}$

とおけば、集合 H_3 と H_2 は

$$H_3 \supset H_2 \text{ かつ } H_3 \cap H_2 \neq \phi \dots\dots\dots(20)$$

であるから

$$H = \{H_3 \cap H_2\} \dots\dots\dots(21)$$

である。また一方、外乱 $u(t)$ を white noise としたとき、偏差の2乗平均値 σ_e^2 は、次式で計算される。

$$\sigma_e^2 = N^2 \cdot \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{j(\omega^2 + \mu^2)d\omega}{|j\omega^5 + (a + \mu)\omega^4 - j(\mu a + b)\omega^3 - (\mu b + c)\omega^2 + j(\mu c + d)\omega + (K + \mu d)|^2} \dots\dots\dots(22)$$

$$\therefore \frac{\sigma_e^2}{N^2} = \frac{M_5}{2a_0\Delta_5} \dots\dots\dots(23)$$

ただし、ここに、

$$M_5 = b_0(-a_0a_4a_5 + a_1a_4^2 + a_2^2a_5 - a_2a_3a_4) + a_0b_1(-a_2a_5 + a_3a_4) + a_0b_2(a_0a_5 - a_1a_4) + a_0b_3(-a_0a_3 + a_1a_2) + \frac{a_0b_4}{a_5}(-a_0a_1a_5 + a_0a_3^2 + a_1^2a_4 - a_1a_2a_3) \dots\dots\dots(24)$$

$$\Delta_5 = a_0^2a_5^2 - 2a_0a_1a_4a_5 - a_0a_2a_3a_5 + a_0a_3^2a_4 + a_1^2a_4^2 + a_1a_2^2a_5 - a_1a_2a_3a_4 \dots\dots\dots(25)$$

$$a_0 = j, a_1 = a + \mu, a_2 = -j(\mu a + b), a_3 = -(\mu b + c), a_4 = j(\mu c + d), a_5 = K + \mu d, b_0 = b_1 = b_2 = 0, b_3 = j, b_4 = j\mu^2 \dots\dots\dots(26)$$

である。

この際、 σ_e^2 が有限正值であるための条件を満たす集合 M と式(21)が示す集合 H の間には $M \supset H$ かつ $M \cap H \neq \phi$ $\dots\dots\dots(27)$

の関係をもつものが存在す。すなわち、 \bar{H} 、 \bar{M} を、それぞれ H 、 M の補集合とすれば、

$$M \cap \bar{H} \neq \phi, \bar{M} \cap H \neq \phi \dots\dots\dots(28)$$

となる。もちろん、不規則信号が印加された場合の安定条件は

$$M \cap H \dots\dots\dots(29)$$

を満足する領域でなければならない。

したがって、式(23)によって得られた2乗平均値 σ_e^2 が有限正值 (集合 M に属する) をとるからといって、系が安定でない場合 (集合 \bar{H} に属する) が存在するので、 σ_e^2 を計算して、それが有限正值になったので安定であると速断してはならない。また、系が安定であることを確認しただけで、 σ_e^2 が有限正值になる筈だと判断してはいけない。すなわち、Hurwitz の意味での安定も、2乗平均値の意味での安定も確認しないと危険である。

2.2. むだ時間を含む線形システム

図2に示すような、むだ時間を含む線形制御系における安定性問題は、さきに Parameter-Plane 法を用いて詳しく検討したが、ここでは、

$$G_2(s) = \frac{1}{s^4 + as^3 + bs^2 + cs + d}$$

の高次おくれ要素とすると、むだ時間要素の代わりに0次/1次の Padé 近似式

$$e^{-Ls} \cong \frac{1}{1+LS} \dots\dots\dots(30)$$

を用いたときの安定性問題の留意点を指摘する。この際

$$G_1(s) = \frac{\frac{1}{L}}{s + \frac{1}{L}} \dots\dots\dots(31)$$

と考えれば、2.1.2.に述べたと全く同様に σ_e^2 が有限正值になる領域 M は定まる。ここで Hurwitz の安定条件 H に代るものとして、Parameter-Plane 法で得られた安定領域 P 、すなわち

$$P = \{(L, K) | \text{むだ時間要素を含む系の安定領域}\} \dots\dots\dots(32)$$

を用いればよい。

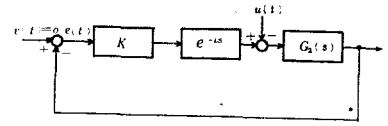


図 2

2.3. 非線形要素を含む系

図3に示す非線形制御系において、非線形要素 $f(z)$ は Zeromemory であり、その等価 gain を κ とすれば、 $u(t)$ と $z(t)$ の間の伝達関数 $G_2(s)$ は、いま、

$$G_2(s) = \frac{1}{s^4 + as^3 + bs^2 + cs + d} \text{ とおくと}$$

$$G_2(s) = \frac{s + \mu}{(s + \mu)(s^4 + as^3 + bs^2 + cs + d) + K\kappa} \dots\dots\dots(33)$$

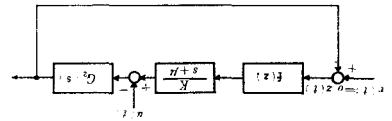


図 3

となる。特性方程式 $F(s)$ は

$$F(s) = s^5 + (a + \mu)s^4 + (\mu a + b)s^3 + (\mu b + c)s^2 + (\mu c + d)s + (K\kappa + \mu d) = 0 \dots\dots\dots(34)$$

となる。Hurwitz の安定条件は式(18), (19)において、 K の代わりに $K\kappa$ とおきかえた式になる。また、外乱 $u(t)$ を white noise として印加したときの応答 $z(t)$ の2乗平均値 σ_z^2 は、式(22)~(26)において、 K の代わりに $K\kappa$ をおきかえた式となる。

したがって、 $f(z) = \kappa z$ において、Hurwitz の安定条件を満足する領域 $H\{(\mu, K\kappa)\}$ と、分散 σ_z^2 が有限正值となる条件を満足する領域 $M\{(\mu, K\kappa)\}$ との間には2.1.2.(iii)で詳述したと同じような関係にあるが、さらに、ここでは、等価 gain κ が決定されていないので、 κ を決定しなければならない。そのため、等価 gain κ を非線形関数 $f(z)$ に注目して、 σ_z^2 の関数として

$$\kappa = \varphi\left(\frac{a}{\sigma_z}\right) \dots\dots\dots(35)$$

のように求め(ただし、 a は clipping level である)、式(35)と式(23)に該当する式を連立させ、その解として κ を求める。その求めた κ が $M \cap \bar{H}$ あるいは $\bar{M} \cap H$ の領域に入る場合は、無意味な計算をしていることになり、形式的に等価 gain を計算する際十分注意しなければならない。

2.4. むだ時間要素をもつ非線形制御系

図4に示す制御系において、むだ時間要素を0次/1次でPadé近似し、 $G_2(s)$ を、4次おくれ要素としたときの考察は、2.2.に述べたParameter-Plane法で求めた安定領域 $P\{(\mu, K)\}$ を $H\{(\mu, K)\}$ の代りに用いて、2.3.に述べたと同じように行う。

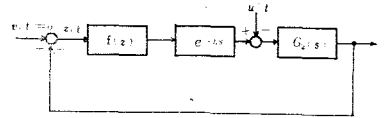


図 4

§ 3 具 体 例

3.1. 高次おくれの線形制御系

図1において

$$G_1(s) = \frac{1}{s+\mu}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s^4+s^3+s^2+cs+1} \dots\dots\dots(36)$$

となるときの $H\{(\mu, K)\}$ と $M\{(\mu, K)\}$ の関係を検討する。

前節一般的考察の2.1.2.(iii)において、 $a=b=d=1$ になった場合であるから、特性方程式 $F(s)$ は

$$F(s) = s^5 + (1+\mu)s^4 + (1+\mu)s^3 + (\mu+c)s^2 + (c\mu+1)s + (K+\mu) = 0 \dots\dots\dots(37)$$

であり、Hurwitzの行列式 Δ_2, Δ_3 はそれぞれ

$$\Delta_2 = \mu^2 + \mu + 1 - c \dots\dots\dots(38)$$

$$\Delta_3 = (1+\mu)K + [(1-c)\mu^3 + (1-c)\mu^2 - c\mu - (c^2 - c + 1)] \dots\dots\dots(39)$$

であり、また、偏差の2乗平均値 σ_e^2 は

$$\frac{\sigma_e^2}{N^2} = \frac{(-\mu^3 - \mu + c - 1)(K + \mu) + [(c - 1)\mu^3 + c\mu^2 + (c + 1)\mu + (c^2 - c + 1)]\mu^2}{2(K + \mu)[(K + \mu)^2 + (\mu + 1)\{\mu^2 + (1 - 2c)\mu - (c + 1)\}(K + \mu) + (\mu c + 1)\{(c - 1)\mu^3 + c\mu^2 + (c + 1)\mu + (c^2 - c + 1)\}} \dots\dots\dots(40)$$

となる。いま、 $c=1, 2, 3$ 、としたときのHurwitzの安定領域 $H\{(\mu, K)\}$ ならびに偏差の2乗平均値が有限正值である条件を満足する領域 $M\{(\mu, K)\}$ を図示すれば、図5($c=1.0$ のとき)、図6($c=2.0$ のとき)、図7($c=3.0$ のとき)のようになる。それぞれ、斜線を施した領域(I)は

$$\bar{H} \cap M \dots\dots\dots(41)$$

の領域である。すなわちこの領域内に入る (μ, K) をとることは、式(40)によって計算した σ_e^2 が有限正值になるが、実は式(38)、式(39)で計算した Δ_2, Δ_3 のうち少くとも1つは負になるため、その制御系そのものは不安定になる領域であり、式(40)で σ_e^2 が有限正值になるからといって、安定であると断定出来ない領域である。

また、図5、図6、図7の斜線部領域(II)は、

$$H \cap \bar{M} \dots\dots\dots(42)$$

の領域を示している。すなわち、この領

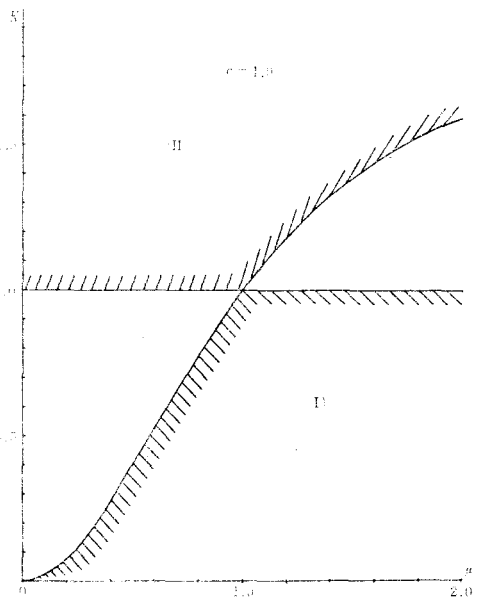


図 5

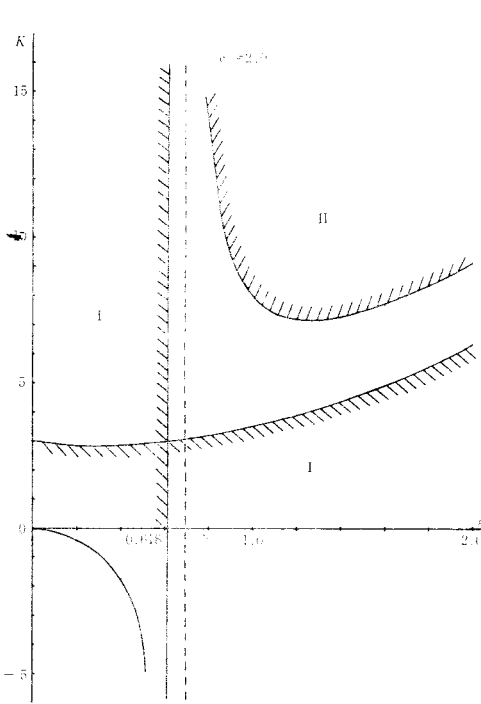


図 6

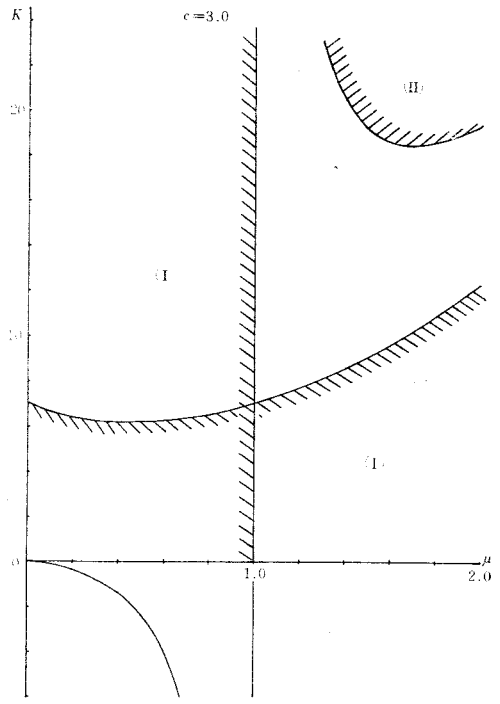


図 7

域内に入る (μ, K) は Hurwitz の安定条件を満足するが σ_e^2 が負になる領域であるから, $u(t)$ に white noise を印加されたとき不安定になることを示している。

3.2. むだ時間要素を含む線形制御系

図 2 において

$$G_2(s) = \frac{1}{s^4 + s^3 + s^2 + cs + 1} = \frac{1}{f(s)} \quad \text{とすれば,}$$

特性方程式 $F(s)$ は次式となる。

$$F(s) = s^4 + s^3 + s^2 + cs + 1 + Ke^{-Ls} = 0 \quad \dots\dots\dots(43)$$

ここで, $s = j\omega$ とおき, $f(j\omega)$ の絶対値ならびに偏角を, それぞれ, r_f, ϕ_f とおけば, 式(43)から,

$$F(j\omega) = r_f \cdot \exp(j\phi_f) + K \cdot e^{-j\omega L} = 0$$

$$\therefore r_f \cdot \exp(j\phi_f) = -K \cdot e^{-j\omega L} = K \cdot e^{-j\omega L + j(2n+1)\pi} \quad \dots\dots\dots(44)$$

ゆえに,

$$K = r_f = \sqrt{(\omega^4 - \omega^2 + 1)^2 + \omega^2(c - \omega^2)^2}$$

$$* \quad L = \frac{1}{\omega} [-\phi_f + (2n+1)\pi] \quad \dots\dots\dots(45)$$

$$= \frac{1}{\omega} [-\arg\{(\omega^4 - \omega^2 + 1) + j\omega(c - \omega^2)\} + (2n+1)\pi]$$

として, 求まる (L, K) を ω を parameter として, 安定限界を定めることができる。

*注) 実際の計算では $L = \frac{1}{\omega} \left[-\tan^{-1} \frac{\omega(c - \omega^2)}{\omega^4 - \omega^2 + 1} + (2n+1)\pi \right]$ と計算すればよい。

さらに, Jacobian

$$J = \frac{\partial(R_F, I_F)}{\partial(L, K)} \dots\dots\dots(46)$$

の符号を考慮して, 安定領域 $P\{(L, K)\}$ を決定することができる。ただし, R_F, I_F は $F(j\omega)$ の実数部, 虚数部を表わす。

一方, むだ時間要素 e^{-Ls} を式(30)に示すように0次/1次の Padé 近似して $u(t)$ に white noise が印加されたときの偏差の2乗平均値 σ_e^2 を計算すれば, 式(36)の $G_1(s)$ の代りに

$$G_1(s) = \frac{1}{1+LS} = \frac{\frac{1}{L}}{s + \frac{1}{L}} \dots\dots\dots(47)$$

を用いたことになるから, 式(40)に対応して,

$$\frac{\sigma_e^2}{N^2} = \frac{\left(-\frac{1}{L^3} - \frac{1}{L} + c - 1\right) \frac{K+1}{L} + \left\{\frac{c-1}{L^3} + \frac{c}{L^2} + \frac{c+1}{L} + (c^2 - c + 1)\right\} \frac{1}{L^2}}{2 \cdot \frac{K+1}{L} \left[\left(\frac{K+1}{L}\right)^2 + \left(\frac{1}{L} + 1\right) \left\{\frac{1}{L^2} + (1-2c)\frac{1}{L} - (c+1)\right\} \frac{K+1}{L} + \left(\frac{c}{L} + 1\right) \left\{\frac{c-1}{L^3} + \frac{c}{L^2} + \frac{c+1}{L} + (c^2 - c + 1)\right\} \right]} \dots\dots\dots(48)$$

をうる。

$c=1.0$ のときを図8に, $c=3.0$ のときを図9に示す。

$c=1.0$ のときは, 図に示す斜線(II)は $P \cap \bar{M}$ を表わす。すなわち σ_e^2 の有限正值によって安定と断定してよいが, Parameter-Plane 法で安定であっても2乗平均値の意味で不安定になる領域が存在するので注意を要する。

$c=3.0$ のときは, 斜線の領域(I), (II)は $\bar{P} \cap M$ あるいは $P \cap \bar{M}$ であり, この領域の (L, K) は無意味になる。

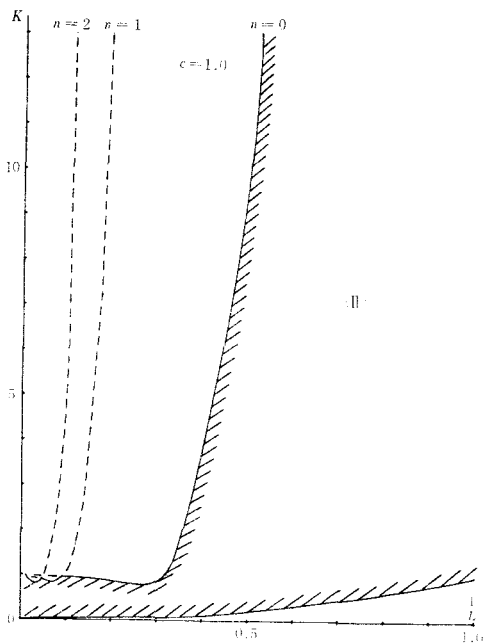


図 8

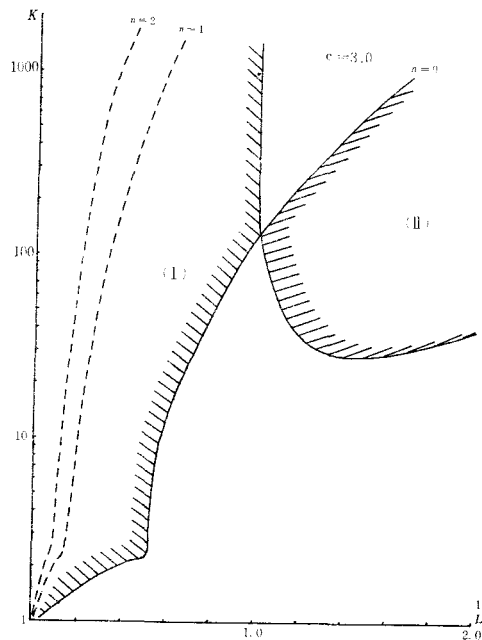


図 9

3.3. 非線形要素を含む系

図3において

$$G_2(s) = \frac{1}{s^4 + s^3 + s^2 + cs + 1}$$

とし、非線形要素 $f(z)$ は、図10に示す飽和要素の場合と、図11に示す on-off リレー要素の場合を考察する。

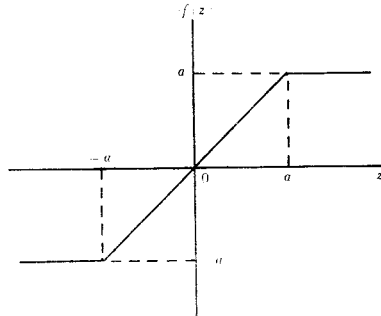


図 10

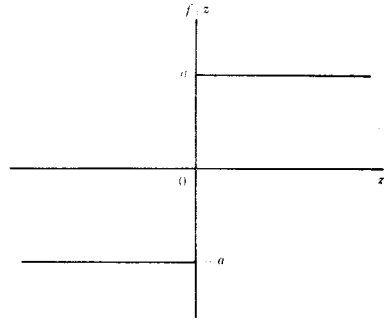


図 11

いま、非線形要素の等価 gain を κ とすれば、式(34)に対応する特性方程式 $F(s)$ は、

$$F(s) = s^5 + (1+\mu)s^4 + (1+\mu)s^3 + (\mu+c)s^2 + (c\mu+1)s + (K\kappa+\mu) = 0 \dots\dots\dots(49)$$

となり、Hurwitz の安定条件は、図5～図7において、 K 軸を $K\kappa$ 軸であると考えればよい。したがって

$$\bar{H} = \{\bar{H}_3 \cup \bar{H}_2\} \dots\dots\dots(50)$$

で表わされる領域は、 \bar{H}_3 すなわち、 $\Delta_3 < 0$ から

$$K\kappa < (c-1)\mu^2 + c + \frac{(c-1)^2}{\mu+1} \dots\dots\dots(51)$$

また、 \bar{H}_2 、すなわち、 $\Delta_2 < 0$ から

$$0 < \mu < \frac{-1 + \sqrt{4c-3}}{2} \dots\dots\dots(52)$$

となる。

ところで、それぞれの非線形要素に対応する等価 gain は、式(40)の K の代わりに、 $K\kappa$ とした式、すなわち

$$\frac{\sigma_z^2}{N^2} = \phi(K\kappa, \mu, c) \dots\dots\dots(53)$$

と、次に示す等価 gain の式とを連立させて求める。

(i) $f(z)$ が図10に示す飽和要素のとき

$$\kappa = \text{erf}\left(\frac{a}{\sigma_z}\right) \dots\dots\dots(54)$$

(ただし、 $\text{erf}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2/2) dt$ である)

である。

(ii) $f(z)$ が図11に示すリレー要素のとき、

$$\kappa = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{a}{\sigma_z} \dots\dots\dots(55)$$

である。

図12, 図13に示すように, $c=3.0$ としたとき, μ を parameter として変化させたときの等価 gain を決定すれば, 次のようになる。

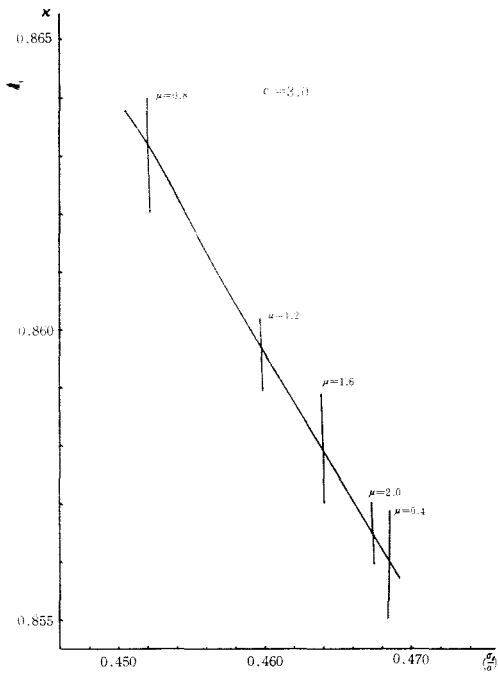


図12

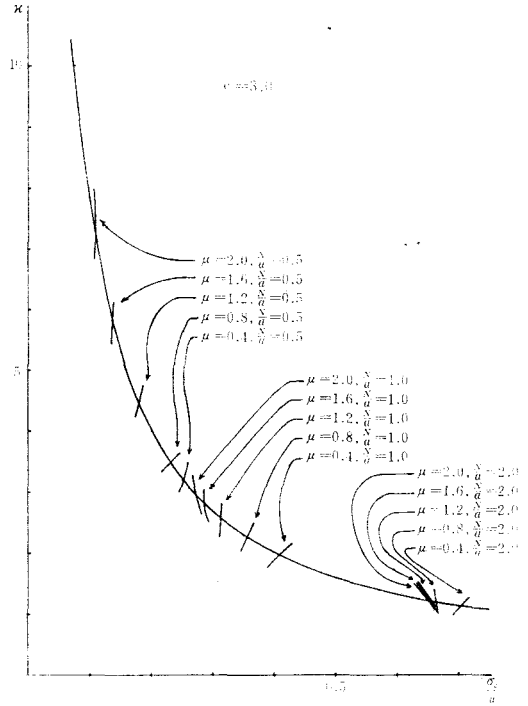


図13

飽和要素のときの等価 gain κ の値

$\frac{N}{a} \backslash \mu$	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
2.0	0.8560	0.8631	0.8597	0.8579	0.8565

リレー要素のときの等価 gain κ の値

* $\frac{N}{a} \backslash \mu$	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
0.5	3.16	3.48	4.43	5.83	7.24
1.0	1.96	2.24	2.54	2.78	2.89
2.0	1.13	1.20	1.22	1.23	1.23

これらの値を示す (μ, K) の点は, 図7において, $K=1$ としたときであり, いづれも危険領域

*注) $N < \sqrt{2}a$ のときは, 正規分布とみなさないようであることに注意のこと。

(I)の中に含まれており，安定な領域 $H \cap M$ 内の等価 gain にするためには，点 $(\mu, K\kappa)$ が危険領域(I)，(II)をはずれるように，適当に K を調整しなければならない。

3.4. むだ時間要素をもつ非線形制御系

図4において， $G_2(s) = \frac{1}{s^4 + s^3 + s^2 + cs + 1}$ とし，非線形要素は，図10，図11に示すように，飽和要素ならびにリレー要素とする。そのとき，特性方程式 $F(s)$ は，次式で表わされる。

$$F(s) = s^4 + s^3 + s^2 + cs + 1 + K\kappa \cdot e^{-Ls} = 0 \quad \dots\dots\dots(56)$$

Parameter Plane 法で，安定領域 $P\{(L, K\kappa)\}$ を求めれば， $c=3.0$ のときに対応する図9において K 軸を $K\kappa$ 軸とみなしたものになる。

つぎに，むだ時間要素を0次/1次の Padé 近似式でおきかえたときの σ_z^2 は，式(48)の K の代わりに $K\kappa$ とした式で計算される，すなわち

$$\frac{\sigma_z^2}{N^2} = \Psi(K\kappa, L, c) \quad \dots\dots\dots(57)$$

となる。この式と，式(54)あるいは，式(55)とを連立させて，図12，図13のようにして，等価 gain κ を決定する。

実用上は，図9に示す危険領域(I)，(II)に入らないように K を調整して，用いるようにすればよい。

§ 4 結 言

以上，高次おくれの制御系に，定常不規則入力が増加されるときの応答の2乗平均値を計算するにあたって，注意すべき事項をあげてきたが，要約すれば次のようになる。

1. 特性方程式が4次以下になるとき，および5次式であっても 2.1.2.(i)に示すような系においては Hurwitz の安定条件を考慮せずに，応答の2乗平均値を計算して評価したので差支えない。
2. 一般に特性方程式が5以上になる線形制御系に対しては，Hurwitz の安定条件を満足することを確認した上で，応答の2乗平均値を計算して評価しなければならない。
3. むだ時間要素を含む線形制御系においては，系の特性によっては，直ちに，応答の2乗平均値を求めて評価しても差支えないものもあるが，一般には，系の安定性を確認した上で，応答の2乗平均値により評価した方がよい。
4. 非線形制御系の応答評価を行うにあたって，統計的等価線形化手法で，等価 gain を求め，応答2乗平均値を計算するが，実用上， $H\{(\mu, K)\} \cap M\{(\mu, K\kappa)\}$ あるいは， $H\{(L, K)\} \cap P\{(L, K\kappa)\}$ を満足するように，ゲイン K を適当に調整して利用すべきである。

尚，このたびは，外乱 $u(t)$ は white noise として取扱ったが，一般の正規性不規則入力をうけるときの問題についても考察をつづけてみたい。さらに，今回の理論的な結果を Monte Carlo Simulation によって，実験的に確認してみたい。

最後に，終始，ご指導いただいた，徳島大学工学部 添田 喬 教授に深甚の謝意を表します。

文 献

- 1) 榎木, 添田, 中溝: 統計の自動制御理論 コロナ社
- 2) 添田, 中溝: わかる自動制御演習 日新出版
- 3) 今井, 富田, 小池: 具高専研究報告 第6巻2号
- 4) 同 上 : 同 上 第8巻1号
- 5) 同 上 : 日本機械学会講演論文集 710-12

往復楕円カムの滑り率の研究 (第2報)

(かたより円弧従動節)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Specific Sliding of Elliptical Cam with the Reciprocating Follower (Report 2)

(Circular Arc Offset Follower)

Hironori ITOSHIMA

When the knife-edge follower is chosen as the reciprocating offset follower, the profile of the cam is the ellipse and the rotating center of the cam is the center of the ellipse.

The motion of the circular arc offset follower, the offset and the pressure angle are examined, and then the specific slidings in the cam and the follower are discussed. The maximum specific sliding in the cam is specified and the best cam is designed.

§ 1 緒 言

前報¹⁾において往復楕円形のカムがその中心を回転中心とし、往復ナイフエッジ従動節の行程線がその回転中心を通る場合の従動節の運動と押進め角を論じ、ナイフエッジの先端を中心とする円弧従動節の場合のカムの輪郭と滑り率について論じ、さらに往復平板従動節を用いた場合について論じた。

本報告においては往復ナイフエッジあるいは円弧従動節の行程線がカムの回転中心を通らぬかたよりのある場合の従動節の運動と押進め角、曲率半径、滑り率について論じ、楕円カムの設計に資する。

§ 2 記 号

a : 楕円カムの長径の半分	e : かたより量
b : 楕円カムの短径の半分	H : 従動節のリフト
θ : カムの回転角	ϕ : 押進め角
θ_o : 行き行程のカムの回転角	k : 従動節の最下点の高さ
θ_r : 戻り行程のカムの回転角	μ : 摩擦係数
h : 従動節の変位	ω : カムの角速度
$dh/d\theta$: 従動節の速度 $=\omega dh/d\theta$	r : 従動節の円弧半径
$d^2h/d\theta^2$: 従動節の加速度 $=\omega^2 d^2h/d\theta^2$	σ_1 : カムの滑り率
R : 円弧従動節の場合の基礎円半径	σ_2 : 従動節の滑り率
R_o : ナイフエッジの場合の基礎円半径	$A : A = d^2h/d\theta^2 $
ρ_M : ナイフエッジ従動節の接触点におけるカムの曲率半径	
ρ_T : 円弧従動節の接触点におけるカムの曲率半径	

§ 3 かたより往復ナイフエッジ従動節の運動

かたより往復ナイフエッジ従動節をもつ楕円カムを図1に示す。カムの回転中心をOとし、長軸をx軸、短軸をy軸とし、反時計回りに回転するものとする。

図に示すようにナイフエッジの先端Mを原点とし、行程線をY軸、それと直角にX軸と取り、Oを原点とするX軸に平行なξ軸とY軸に平行にη軸と取り、Yとη軸の距離をeとすれば、eはかたより量である。xとξ軸の交角をθとする。カムの角速度をωとす。

楕円の長径の半分をa、短径の半分をbとし、従動節の変位をhとすれば、速度 $v = \omega \cdot dh/d\theta$ 、加速度 $a = \omega^2 \cdot d^2h/d\theta^2$ である。ナイフエッジ従動節の先端Mのxy座標を x_M, y_M とし、ξη座標を ξ_M, η_M とすれば前報¹⁾により次式が得られる。

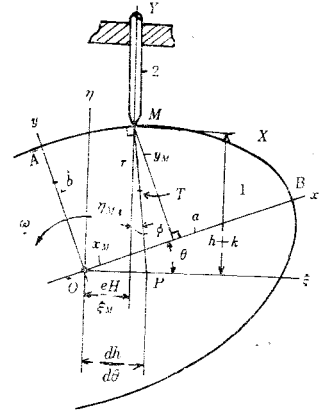


図1 往復ナイフエッジ従動節をもつ楕円カム

$$\left(\frac{x_M}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_M}{b}\right)^2 = 1 \dots\dots\dots(1)$$

$$\xi_M = x_M \cos\theta - y_M \sin\theta, \quad \eta_M = x_M \sin\theta + y_M \cos\theta \dots\dots\dots(2)$$

$$h = \eta_M - k = x_M \sin\theta + y_M \cos\theta - \sqrt{b^2 - e^2} \dots\dots\dots(3)$$

$$e = \xi_M = x_M \cos\theta - y_M \sin\theta \dots\dots\dots(4)$$

$$x_M = \frac{a^2 e \cos\theta + ab \sin\theta \sqrt{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2}}{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta} \dots\dots\dots(5)$$

$$y_M = \frac{-b^2 e \sin\theta + ab \cos\theta \sqrt{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2}}{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta} \dots\dots\dots(6)$$

$$h = \frac{e(a^2 - b^2) \sin\theta \cos\theta + ab \sqrt{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2}}{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta} - \sqrt{b^2 - e^2} \dots\dots\dots(7)$$

$$\frac{dh}{d\theta} = (a^2 - b^2) \left[\frac{e(a^2 \cos^2\theta - b^2 \sin^2\theta) + ab \sin\theta \cos\theta \sqrt{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2}}{(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta)^2} - \frac{e^2 ab \sin\theta \cos\theta}{(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta)^2 \sqrt{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2}} \right] \dots\dots\dots(8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2h}{d\theta^2} = & (a^2 - b^2) \left[\frac{2e \sin\theta \cos\theta (a^4 \cos^2\theta + b^4 \sin^2\theta - 3a^2 b^2)}{(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta)^3} \right. \\ & + ab \times \frac{(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta) \{ a^2 \cos^4\theta - b^2 \sin^4\theta - e^2 (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \}}{(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta)^3 \sqrt{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2}} \\ & + 2(a^2 - b^2) \sin^2\theta \cos^2\theta (a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2) \\ & \left. - e^2 ab \times \frac{(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta) (\cos^2\theta - \sin^2\theta) (a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2)}{(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta)^3 (a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta - e^2)^{\frac{3}{2}}} \right. \\ & \left. + (a^2 - b^2) \sin^2\theta \cos^2\theta \{ 5(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta) - 4e^2 \} \right] \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

往き行程の始点の位置

従動節が最下点にあるときのカムの位置を図2に示す。Mよりξ軸への垂線の足をHとし、MHをkと示せば図から

$$k = \sqrt{b^2 - e^2} \dots\dots\dots(10)$$

となり、x軸がξ軸となす角をθ_Aとすれば

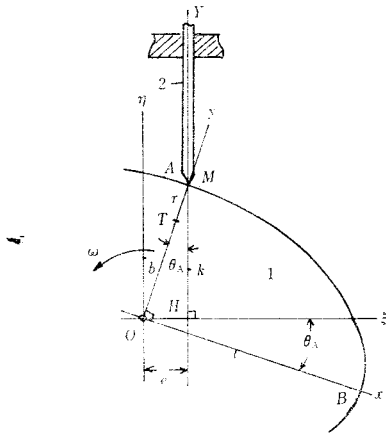


図2 行き行程の始点の位置

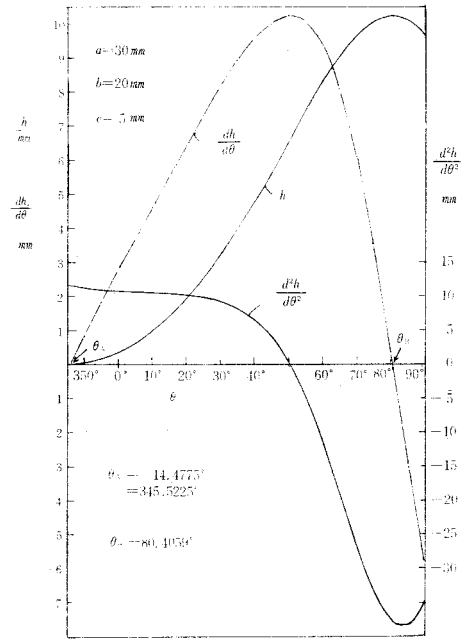


図3 かたより楕円カムの運動

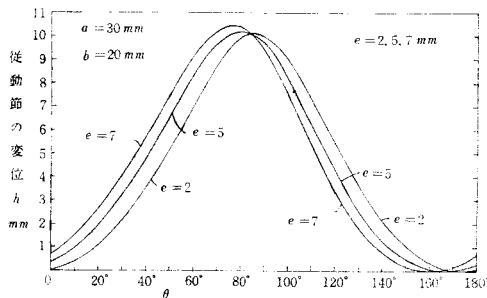


図4 かたより量の変化による従動節の変位

$$\theta_A = -\sin^{-1}(e/b) \text{ あるいは}$$

$$\theta_A = \cos^{-1}(\sqrt{b^2 - e^2}/b) \dots\dots\dots(11)$$

となる。

例えば $a=30\text{mm}$, $b=20\text{mm}$, $e=5\text{mm}$ のときの式 (7), (8), (9) を計算したものを図3に示す。かたよりカムのため $\theta_A = -14.4775^\circ = 345.5225^\circ$ でスタートし, $\theta_B = 80.4059^\circ$ で従動節は最高となるが, 加速度はその点を過ぎた所で最大となることに注意する必要がある。

かたより量 $e=2, 5, 7\text{mm}$ の場合の従動節の変位 h を図4に, 速度 $dh/d\theta$ を図5に, 加速度 $d^2h/d\theta^2$ を図6に示す。図6から $e=2\text{mm}$ のとき行き行程の前半は等加速度となり, 後半は単弦曲線となることがわかり, 行き行程の始点よりも終点における加速度が約4倍の大きになることと戻り行程の後半に高い加速度を生ずることに注目されたい。

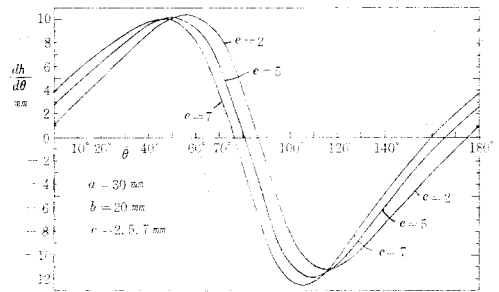


図5 かたより量の変化による従動節の速度

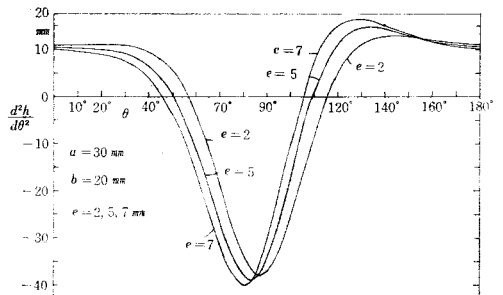


図6 かたより量の変化による従動節の加速度

§ 4 従動節のリフト

図2と図7はそれぞれナイフエッジ従動節の始点すなわち最下点と終点すなわち最高点の位置を示す。始点におけるx軸とξ軸の交角をθ_A、終点におけるそれをθ_Bとすれば始点と終点において

$$\eta_{Mmin} = \sqrt{b^2 - e^2}, \quad \theta_A = -\sin^{-1}(e/b) \dots\dots\dots(12)$$

$$\eta_{Mmax} = \sqrt{a^2 - e^2}, \quad \theta_B = \sin^{-1}(\sqrt{a^2 - e^2}/a) \dots\dots\dots(13)$$

となる。従動節のリフトをHとすれば

$$H = \eta_{Mmax} - \eta_{Mmin} = \sqrt{a^2 - e^2} - \sqrt{b^2 - e^2} \dots\dots\dots(14)$$

となる。行き行程のカムの回転角をθ₀とすれば

$$\theta_0 = \theta_A + \theta_B = \sin^{-1} \frac{e}{b} + \sin^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - e^2}}{a} \dots\dots\dots(15)$$

となる。よって戻り行程をθ_rとすれば次のようになる。

$$\theta_r = 180^\circ - \theta_0 \dots\dots\dots(16)$$

今 a=30mm, b=20mm, e=0~10mm の場合と a=40mm, b=30mm の場合のθ₀とHとθ_Aの値を図8に示す。θ₀とθ_Aはeに比例して増加するが、Hはeが増すにつれて急に大きくなる。式(16)からθ_rはeが増すにつれて90°よりだんだん小となるので、早戻りの傾向になる。

式(14)からe, Hを指定してaを求めれば次式が得られる。

$$a = \sqrt{H^2 + b^2 + 2H\sqrt{b^2 - e^2}},$$

$$\frac{a}{H} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{H}\right)^2 + 2\sqrt{\left(\frac{b}{H}\right)^2 - \left(\frac{e}{H}\right)^2}} \dots\dots\dots(16)$$

図9はe/H=0~1, b/H=1.5~4の場合のa/Hを示す。eの増加につれaは僅かに減少する。

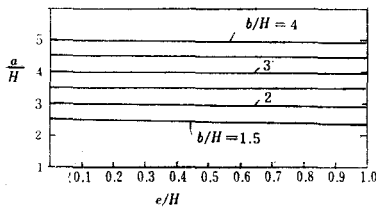


図9 b/H, e/Hを指定したa/Hの値

今行き行程の始点の押進め角の関係から摩擦係数をμとすれば

$$e = \frac{\mu b}{\sqrt{1 + \mu^2}}, \quad \mu = 0.1 \text{ のとき } e \doteq 0.1 \times b \dots\dots\dots(17)$$

が得られる。これについては後述する。式(17)を式(16)に代入すれば図10が得られる。a/Hとb/Hはほぼ直線の関係があり、μ=0.05~0.2に取った場合も殆んどこの直線に一致する。

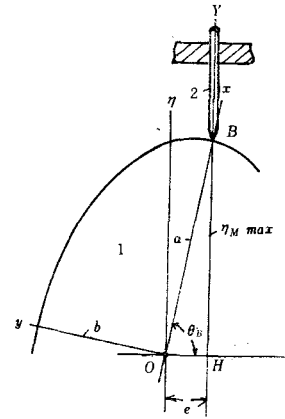


図7 従動節のリフト

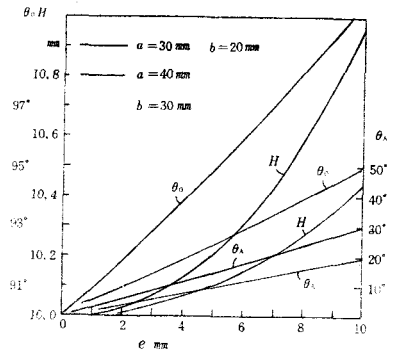


図8 a, bを指定した場合各eに対するθ₀, Hθ_Aの値

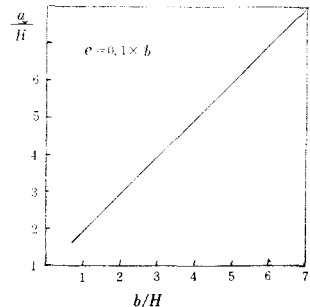


図10 μ=0.1のときのa/Hとb/Hの関係

§ 5 押 進 め 角

かたより往復従動節の場合の押進め角 ϕ は図11の $\triangle MHP$ より

$$\tan \phi = \frac{dh/d\theta - e}{h + \sqrt{b^2 - e^2}} \dots\dots\dots(18)$$

となる。例えば $a=30\text{mm}$, $b=20\text{mm}$, $e=0, 2, 5\text{mm}$ の場合の h , $dh/d\theta$ を式(7), (8)より求めて式(18)より ϕ を計算したものを図12に示す。 e の増加により行き行程の最大押進め角 ϕ_{max} は減少し、逆に戻り行程の ϕ_{max} が増加し、その時の θ も減少することがわかる。

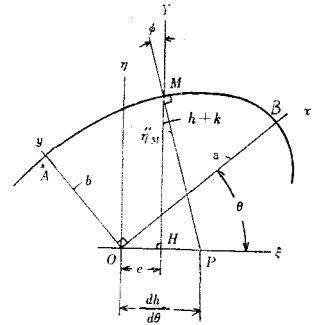
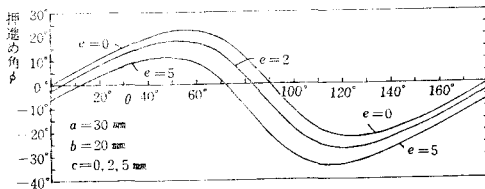


図11 押進め角

図12 $a=30\text{mm}$, $b=20\text{mm}$, $e=0, 2, 5\text{mm}$ の押進め角

- (1) 行き行程の始点の押進め角 始点の押進め角を ϕ_A とすれば始点 A においては $h=0$, $dh/d\theta=0$ なので式(18)より

$$\tan \phi_A = \frac{-e}{\sqrt{b^2 - e^2}} = \tan \theta_A, \quad \sin \phi_A = \sin \theta_A = \frac{-e}{b} \dots\dots\dots(19)$$

となり、いま $\tan \phi_A = -\mu = -e/\sqrt{b^2 - e^2}$ とすれば

$$e = \frac{\mu b}{\sqrt{1 + \mu^2}} \dots\dots\dots(20)$$

が得られる。これは式(17)である。

- (2) 行き行程の終点の押進め角 行き行程の終点においては $h=H$, $dh/d\theta=0$ なので、その点の押進め角を θ_B とすれば式(18), (14)より次式が得られる。

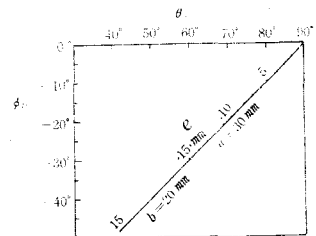
$$\tan \phi_B = \frac{-e}{H + \sqrt{b^2 - e^2}} = \frac{-e}{\sqrt{a^2 - e^2}}, \quad \phi_B = \theta_B - 90^\circ \dots\dots\dots(21)$$

式(21)により ϕ_B と θ_B は図13に示すように直線関係にあり、例えば $a=20\text{mm}$ の場合の $e=0 \sim 15\text{mm}$ の ϕ_B の値を求めた点を直線上に示した。 e の増加により ϕ_B が負の側に増加することがわかる。

- (3) 行き行程の最大押進め角 ϕ_{max} 図12から最大押進め角が生ずる θ の値は行き行程の後半、戻り行程の前半に生ずることがわかる。式(18)を θ で微分し、 $d\phi/d\theta=0$ とおけば次式が得られる。

$$\frac{d^2 h}{d\theta^2} (h + \sqrt{b^2 - e^2}) = \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \frac{dh}{d\theta} \dots\dots\dots(22)$$

この式に式(3), (8), (9)を代入して θ を求めることは困難であるが、 $e=0$ の場合は前報¹⁾において論じたように

図13 a を指定した e , ϕ_B , θ_B の関係

$$\tan\theta = -\frac{a}{b}, \quad \tan\phi_{max} = \frac{a^2 - b^2}{2ab},$$

$$\sin\phi_{max} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \dots\dots(23)$$

となる。 $e \neq 0$ の場合は式(22)を逐次近似法を用いて $a=30mm, b=20mm, e=1\sim 8mm$ を計算したものを表1と図14に示す。図から e の増加に比例して ϕ_{max} とその時の θ は共に減少することがわかる。

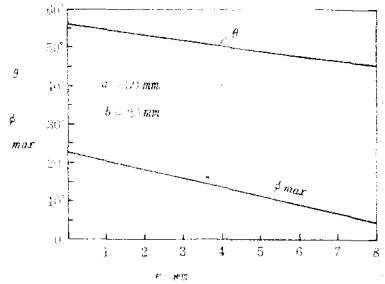


図14 $a=30mm, b=20mm, e=0\sim 8mm$ の ϕ_{max} の値とその時の θ

表1 $a=30mm, b=20mm$

$e\ mm$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
θ	$56^\circ 18'$	$54^\circ 40'$	$53^\circ 7'$	$51^\circ 39'$	$50^\circ 15'$	$48^\circ 56'$	$47^\circ 40'$	$46^\circ 28'$	$45^\circ 20'$
ϕ_{max}	$22^\circ 37'$	$20^\circ 22'$	$18^\circ 8'$	$15^\circ 54'$	$13^\circ 39'$	$11^\circ 24'$	$9^\circ 8'$	$6^\circ 51'$	$4^\circ 31'$

§ 6 従動節の加速度

従動節の加速度は式(9)から計算され、図6に示されているが、 $a=30mm$ の場合、式(21)より行き行程の終点の θ_B が各 e に対して計算されるので、図6にあてはめると行き行程の終点を少し過ぎた所で $d^2h/d\theta^2$ は最大となり、始点の加速度より大となる。

(1) 行き行程の始点の加速度 始点Aにおける θ_A は式(11)より求まるので、 $\sin\theta_A = -e/b$ を式(7)に代入すれば $h=0$ 、式(8)に代入すれば $dh/d\theta=0$ である。これらを式(9)に代入すれば、始点の加速度は次式のようになる。

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{b^2(a^2 - b^2)}{a^2\sqrt{b^2 - e^2}} \dots\dots(24)$$

(2) 行き行程の終点の加速度 θ_B は式(13)より求め、式(13)を式(9)に代入すれば終点の加速度は次式のようになる。

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = -\frac{a^2(a^2 - b^2)}{b^2\sqrt{a^2 - e^2}} \dots\dots(25)$$

例えば $a-b=10mm$ とし、 $b=20, 30, 40mm$ の場合の $e=0\sim 10mm$ に対し式(24)、(25)を計算したものを図15に示す。図から e の値は加速度にあまり影響しない。始点では $a-b$ が一定なら加速度は変わらないが、終点のそれは b が大きい程小さくなる。 $a-b$ が一定なときカムが大きくなる程終点の加速度が始点の加速度に近づくことは明らかである。

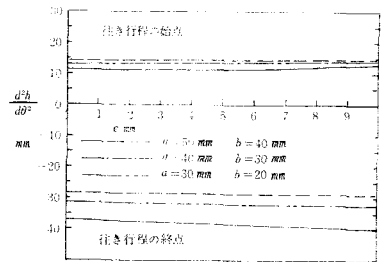


図15 行き行程の始点と終点の加速度

(3) $e=0$ の場合 始点と終点の加速度は余り e の影響をうけないので $a-b=H=5, 10, 15mm$ の場合の $b/H=0.6\sim 10$ の始点と終点の加速度 $d^2h/d\theta^2/H$ を求めたものを図16に示す。図から b/H が小さいと終点の加速度は急に増大するので $b/H > 3$ が望ましい。始点の方は余り変化しないことがわかる。

行き行程の終点の加速度を指定して b/H を求める。式(17)より $e = \mu b / \sqrt{1 + \mu^2}$ なので、これを式(16)に代入して a を求め、終点の加速度の式(25)の加速度 $|d^2h/d\theta^2| = A$ を指定して b/H を求めれば次の3次式が得られる。

$$\frac{2-(A/H)\left(\frac{b}{H}\right)^3 + \left(1 + \frac{4}{1+\mu^2} - \frac{A}{H}\right)\left(\frac{b}{H}\right)^2 + \frac{4}{\sqrt{1+\mu^2}}\left(\frac{b}{H}\right) + 1 = 0 \dots\dots\dots(26)$$

ただし $A = |d^2h/d\theta^2|$

図15から始点と終点の加速度はかたより量 e に余り影響されないで、 $e=0$ すなわち $\mu=0$ とすれば式(26)は

$$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{A}{H}\right)\left(\frac{b}{H}\right)^3 + \left(5 - \frac{A}{H}\right)\left(\frac{b}{H}\right)^2 + 4\left(\frac{b}{H}\right) + 1 \\ & = \left\{\frac{b}{H} + 1\right\} \left\{\left(2 - \frac{A}{H}\right)\left(\frac{b}{H}\right)^2 + 3\left(\frac{b}{H}\right) + 1\right\} = 0 \end{aligned}$$

となり、 $b/H \neq -1$ から次式が得られる。

$$\left(2 - \frac{A}{H}\right)\left(\frac{b}{H}\right)^2 + 3\left(\frac{b}{H}\right) + 1 = 0 \dots\dots\dots(27)$$

$$\frac{b}{H} = \frac{3 + \sqrt{1 + 4A/H}}{2A/H - 4}, \quad A = |d^2h/d\theta^2| \dots\dots\dots(28)$$

これら終点の加速度 A を指定して b/H を求めることができるが、また図16からも求めることができる。

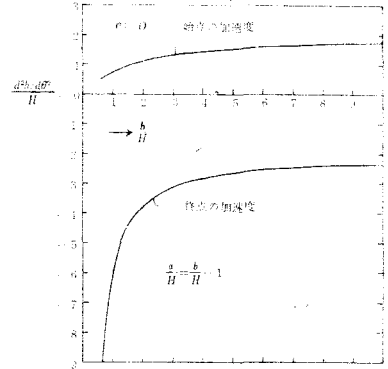


図16 $e=0$ の場合の b/H を指定したときの始点と終点の加速度

§ 7 カムの曲率半径と滑り率

図1よりかたより往復従動節において、 $\xi_M = e$, $\eta_M = h+k = h + \sqrt{b^2 - e^2}$ であるので、式(2)より

$$x_M = (h+k)\sin\theta + e\cos\theta, \quad y_M = (h+k)\cos\theta - e\sin\theta \dots\dots\dots(29)$$

なので、これを θ で微分すれば

$$\begin{aligned} \frac{dx_M}{d\theta} &= \frac{dh}{d\theta}\sin\theta + (h+k)\cos\theta - e\sin\theta, & \frac{dy_M}{d\theta} &= \frac{dh}{d\theta}\cos\theta - (h+k)\sin\theta - e\cos\theta, & \frac{d^2x_M}{d\theta^2} &= \frac{d^2h}{d\theta^2} \times \\ & \sin\theta + 2\frac{dh}{d\theta}\cos\theta - (h+k)\sin\theta - e\cos\theta, & \frac{d^2y_M}{d\theta^2} &= \frac{d^2h}{d\theta^2}\cos\theta - 2\frac{dh}{d\theta}\sin\theta - (h+k)\cos\theta + e\sin\theta \end{aligned}$$

となるので、これを次の曲率半径の式に代入すれば

$$\rho = \frac{\left\{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2x}{d\theta^2} \cdot \frac{dy}{d\theta} - \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{d^2y}{d\theta^2}} \dots\dots\dots(30)$$

$$\rho_M = \frac{\left\{\left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + (h+k)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{e^2 + (h+k)^2 + 2\left(\frac{dh}{d\theta}\right)^2 - 3e\frac{dh}{d\theta} - (h+k)\frac{d^2h}{d\theta^2}} \dots\dots\dots(31)$$

が得られる。しかるに楕円においては最小曲率半径は長軸の端 B 点で $\rho_{Mmin} = b^2/a$ 、最大の曲率半径は短軸端の A 点で $\rho_{Mmax} = a^2/b$ であるこれはよく知られている。

行き行程の終点において $h+k = \sqrt{a^2 - e^2}$, $dh/d\theta = 0$ と式(25)の $d^2h/d\theta^2$ を式(31)に代入すれば $\rho_{Mmin} = b^2/a$ となり、始点において $h+k = \sqrt{b^2 - e^2}$, $dh/d\theta = 0$ と式(24)の $d^2h/d\theta^2$ を式(31)に代入すれば $\rho_{Mmax} = a^2/b$ が得られる。

$e=0$ の場合、式(31)あるいは前報¹⁾より

$$\rho_M = \frac{1}{ab} \left\{ \frac{a^4 \cos^2\theta + b^4 \sin^2\theta}{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta} \right\}^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(32)$$

が得られ、半径 r で円弧従動節の曲率半径を ρ_T

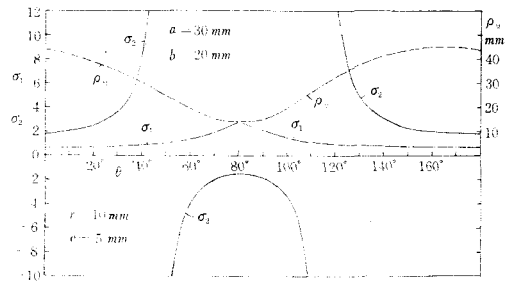


図17 a, b, r, e を指定した曲率半径 ρ_M と滑り率 σ_1, σ_2

とすれば ρ_T は次式で求められる。

$$\rho_T = \rho_M - r \quad \dots\dots\dots (33)$$

図1より MP は次式のようになる。

$$MP = \left\{ (h+k)^2 + \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (34)$$

カムと従動節の滑り率を σ_1, σ_2 とすれば前報¹⁾より

$$\sigma_1 = \frac{\rho_M}{\rho_M - r} \cdot \frac{MP - r}{MP}, \quad \sigma_2 = \frac{\rho_M}{r} \cdot \frac{MP - r}{\rho_M - MP} \quad \dots\dots\dots (35)$$

である。円弧従動節の半径については $r < \rho_{Mmin}$ だから

$$r < b^2/a \quad \dots\dots\dots (36)$$

でなければならぬ。

今 $a=30mm, b=20mm$ の場合 B 点の最小曲率半径 $\rho_{Mmin} = b^2/a = 20^2/30 = 13.333mm$ だから、 $r=10mm, e=5mm$ として $\rho_M, \sigma_1, \sigma_2$ を計算したものを図17に示す。この場合の往き行程の始点と終点のカムの回転角 $\theta_A = -14.4775^\circ, \theta_B = 80.4059^\circ$ である。

カムの滑り率 σ_1 に関して言えば ρ_{Mmin} の位置すなわち B 点において最大となり、従動節の滑り率 σ_2 は両行程の中ほどで $\sigma_2 = \infty$ となる。

§ 8 往き行程の始点と終点の滑り率

往き行程の始点においては $dh/d\theta = 0, h+k = \sqrt{b^2 - e^2}, \rho_{Mmax} = a^2/b$ だから式(34)より $MP = b$ となるので式(35)から滑り率は次式のようになる。

$$\sigma_1 = \frac{a^2/b}{a^2/b - r} \cdot \frac{b - r}{b} = \frac{a^2}{a^2 - br} \cdot \frac{b - r}{b} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\sigma_2 = \frac{a^2/b}{r} \cdot \frac{b - r}{a^2/b - b} = \frac{a^2}{r} \cdot \frac{b - r}{a^2 - b^2} \quad \dots\dots\dots (38)$$

上の例 $a=30mm, b=20mm, r=10mm$ において $\sigma_1 = 0.643, \sigma_2 = 1.8$ となり、かたより量 e に関係であるがカムの回転角 $\theta_A = -\sin^{-1}e/b$ から θ_A が e の影響を受ける。

往き行程の終点においては $dh/d\theta = 0, h+k = \sqrt{a^2 - e^2}, \rho_{Mmin} = b^2/a$ から式(34)より $MP = a$ となるので式(35)から次式が得られる。

$$\sigma_{1max} = \frac{b^2/a}{b^2/a - r} \cdot \frac{a - r}{a} = \frac{b^2}{b^2 - ar} \cdot \frac{a - r}{a} \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$\sigma_2 = \frac{b^2/a}{r} \cdot \frac{a - r}{b^2/a - r} = -\frac{b^2}{r} \cdot \frac{a - r}{a^2 - b^2} \quad \dots\dots\dots (40)$$

上例の $a=30mm, b=20mm, r=10mm$ を上式に代入すれば $\sigma_1 = 2.667, \sigma_2 = -1.6$ となり、 e の値を変えても σ_{1max} の値は変わらず、その θ の位置 $\theta_B = \sin^{-1}e/a$ が変わる。

摩擦係数 μ を指定し、 b/H を与えれば式(20)から e/H が求まり、式(16)より a/H が求まり、式(39)より更に r/H を指定すれば σ_{1max} が求まる。図18は $\mu=0.1, b/H = 1.5 \sim 4.0$ の場合、 $e/H, a/H$ を求め、横軸に r/H を指定し、縦軸に σ_{1max} を求めたものを示す。図から各 b/H に対し r/H により σ_{1max} が急激に増加する。

σ_{1max} を指定して r/H を求めるには式(39)を変形すれば、

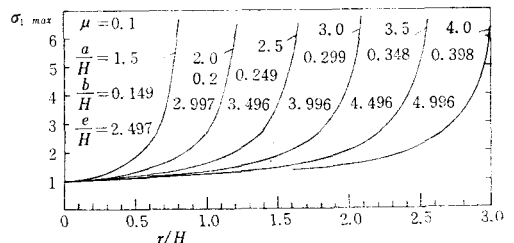


図18 b/H を指定したときの r/H と σ_{1max} の関係

$$\frac{r}{H} = \frac{\left(\frac{a}{H}\right)\left(\frac{b}{H}\right)^2(\sigma_{1max}-1)}{\left(\frac{a}{H}\right)^2\sigma_{1max} - \left(\frac{b}{H}\right)^2} \dots\dots\dots(41)$$

となる。図19は σ_{1max} を指定したときの b/H と r/H の関係を示す。図から σ_{1max} を小さくするには r/H を小さくするか、 b/H を大きくせねばならぬ。

従動節の滑り率 $\sigma_2 = \infty$ となる θ の位置を求めるには式(35)より $\rho_M = MP$ とおけばよいので、式(31)と式(34)の右辺を等しいとおけば

$$\frac{d^2h}{d\theta^2}(h + \sqrt{b^2 - e^2}) = \left(\frac{dh}{d\theta} - e\right) \frac{dh}{d\theta}$$

となり、これから θ を求めればよいのであるが、この式は式(22)に一致し、 $e \neq 0$ の場合簡単に求められないが、 $a = 30\text{mm}$ 、 $b = 20\text{mm}$ の場合は表1に示すように各 e に対し ϕ_{max} のときの θ が $\sigma_2 = \infty$ の θ と一致するので表1の θ を利用すればよい。

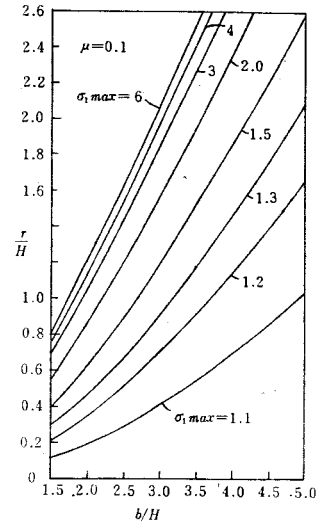


図19 σ_{1max} を指定したときの b/H と r/H の関係

§ 9 カムの輪郭と接触点の軌跡

図1において M 点におけるカムの法線 MP 上に従動節の円弧半径 r に等しく MT をとれば T 点はカムと従動節の接触点となる。

今 T 点を ξ, η 座標に変換すれば、 ξ_T, η_T は次式のようになる。

$$\xi_T = e + r \sin \phi, \quad \eta_T = \eta_M - r \cos \phi \dots\dots\dots(42)$$

押進め角 ϕ は次式のようになる。

$$\sin \phi = \frac{\frac{dh}{d\theta} - e}{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + \eta_M^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}, \quad \cos \phi = \frac{\eta_M}{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + \eta_M^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(43)$$

$$\text{ただし、} \eta_M = h + k = h + \sqrt{b^2 - e^2} \dots\dots\dots(44)$$

$$\xi_T = e + \frac{r \left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)}{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + \eta_M^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}, \quad \eta_T = \eta_M - \frac{r \eta_M}{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + \eta_M^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(45)$$

次に T 点の ξ_T, η_T の座標を xy 座標に変換すれば

$$x_T = \xi_T \cos \theta + \eta_T \sin \theta, \quad y_T = -\xi_T \sin \theta + \eta_T \cos \theta \dots\dots\dots(46)$$

となり、これがカムの輪郭となる。

例えば $a = 30\text{mm}$ 、 $b = 20\text{mm}$ 、 $e = 5\text{mm}$ 、 $r = 10\text{mm}$ の図3、12、17の場合において式(7)、(8)の $h, dh/d\theta$ を式(44)、(45)より ξ_T, η_T を求め、次に式(46)から x_T, y_T を求めたものを図20に示す。外側の輪郭は $r = 0$ のナイフエッジ従動節の場合の輪郭を示す。 $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ の半分だけを示す。このカムのリフト $H = 10.2155\text{mm}$ で、行き行程の $\phi_{max} = 11.4052^\circ$ である。 a, b, e を指定すれば H が求まるので、逆に H を指定して a, b, e を求めるには例えば $H = 10\text{mm}$ とするには、

$$a = 10 \times 30 / 10.2155 = 29.367\text{mm}, \quad b = 10 \times 20 / 10.2155 = 19.578\text{mm}, \quad e = 10 \times 5 / 10.2155 = 4.895\text{mm}, \\ r = 10 \times 10 / 10.2155 = 9.789\text{mm}$$

とすればよい。

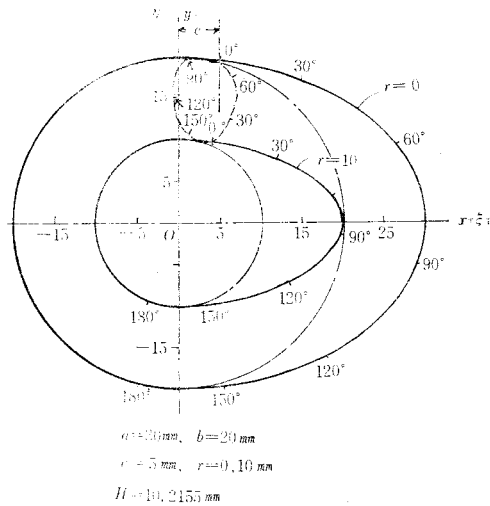


図20 カム輪郭と接触点の軌跡

§ 10 楕円カムの設計

従動節のリフト H を指定してカムの輪郭を求めるには摩擦係数 μ と b/H を指定し、式(20)より e/H を求め、 σ_{1max} を指定して、式(41)より r/H を求めれば式(7), (8)と式(45), (46)より接触点の軌跡とカムの輪郭は求まる。ただし往き行程の終点の加速度は図15から e には殆んど影響されず b の大きさに影響を受けるから b/H をできるだけ大にすれば始点の加速度は少々大となるが、終点の加速度はかなり減少する。しかし b/H を大にすればカムが大となるので余り大きくはできない。

今 $\mu=0.1$, $b/H=2$, $\sigma_{1max}=1.5$ を指定すれば 式(20)より $e/H=0.1990074$, 式(16)より $a/H=2.9966896$, 式(41)より $r/H=0.6328657$, 式(12)より $\theta_A=-5.71059^\circ$, 式(13)より $\theta_B=86.192238^\circ$, $\phi_A=\theta_A=-5.71059^\circ$, 式(21)より $\phi_B=-3.8077623^\circ$, 式(24)より往き行程の始点の加速度 ($d^2h/d\theta^2$)/ $H=1.1146781$, 終点の加速度 ($d^2h/d\theta^2$)/ $H=-3.7392443$ が得られる。式(45), (46)より H に対する ξ_T, η_T, x_T, y_T を計算したものを図21に示す。

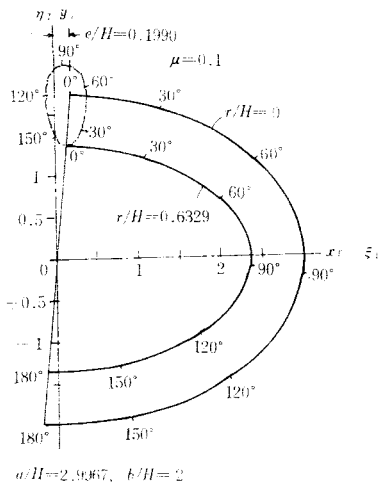


図21 カムの輪郭と接触点の軌跡

次に式(18)より押進め角 ϕ , 式(31), (34), (35)より滑り率を計算したものを図22に示す。 ϕ_{max} の所で $\sigma_2=\infty$ となる。更に図23は ϕ と σ_2 の関係に従動節上に求めたもので、往き行程が戻り行程より滑り率 σ_2 が大で両端において $\sigma_2=\infty$ となるのがわかる。

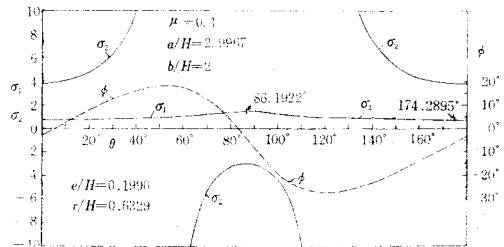
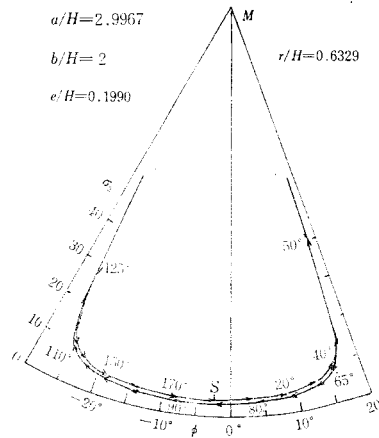


図22 押進め角 ϕ と滑り率 σ_1, σ_2

図23 従動節上の滑り率 σ_2

§ 11 結 論

往復かたより楕円カムにおいて次のような結論が得られた。

(1)かたより量を大にすれば往き行程の最大押進め角は減少するが摩擦係数の指定により定められ、一般に短軸 b の約10%がよい。(2)従動節の最大加速度を小さくするためには短軸 b を大とすればよいが、カムが大となるので、最大加速度を指定して b を求めることができる。(3)従動節のリフト H を指定し、 b/H より a/H が求められる。(4)カムの最大滑り率 σ_{1max} を指定すれば従動節の円弧半径が求まり、(5)その結果カムの輪郭、接触点の軌跡等の他の諸量を決定することができる。(6)滑り率 $\sigma_2 = \infty$ の位置は円弧従動節の接触部の両端で、行程のほぼ中央にある。

文 献

- 1) 糸島寛典：往復楕円カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第8巻，第2号，47～59頁，1973

（昭和48年9月1日受付）

往復等2次加速度カムの滑り率の研究 (第2報)

(平板従動節)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Specific Sliding of the Constant Second-Acceleration Cam with the Reciprocating Follower (Report 2)

(Flat Plate Follower)

Hironori ITOSHIMA

The profile of the constant second-acceleration cam with the reciprocating flat plate follower is expressed in xy coordinates, while the inclined flat plate to the stroke of the follower is used.

The minimum radius of curvature to the inclined angle of the follower, the specific sliding on this cam and the radius of the base circle of this cam are examined.

§ 1 緒 言

前報¹⁾においてかたより往復円弧従動節の場合に対するカムの滑り率を考慮した往復等2次加速度カムの設計を行った。

本報では往復平板従動節の場合の平板の傾斜角の影響を考慮して取扱い、カムの輪郭を xy 座標で表わし、カムの曲率半径、カムの基礎円半径あるいは平板の傾斜角を定め、カムの滑り率を求めカムの設計を行う、ただし前報¹⁾と異なり従動節の行程 H を基準として設計を行う。

§ 2 記 号

α : 従動節の行程と平板の傾斜角	ω : カムの角速度
θ : カムの回転角	H : 従動節のリフト
θ_0 : 行き行程のカムの回転角	R_0 : カムの基礎円半径
θ_r : 戻り行程のカムの回転角	s : 接触点の距離 MT
θ_d : 従動節上昇点の停止期間中の カムの回転角	ρ_T : カムの曲率半径
h : 従動節の変位	v : 従動節の速度
$dh/d\theta$: カムの角速度に対する従動節の速度	σ_1 : カムの滑り率
$d^2h/d\theta^2$: カムの角速度の2乗に対する従動節の加速度	σ_2 : 従動節の滑り率

§ 3 平板従動節と板カム

図1において平板従動節の場合のカム機構を示す。従動節の接触面は平板で行程線に対し α の傾斜角をもっているものとする。カムの中心を O とし、 O 点を原点として行程線を η 軸にとり、これと直角に ξ 軸をとる。 η 軸と平板の交点を M 、カムと従動節の接触点を T とす。

O点を原点とする回転直角座標 xOy をカムに固定し、 x 軸が ξ 軸となす角を θ とすれば θ はカムの回転角となる。従動節が運動を始める始点Aで接触するときの θ を零とす。基礎円の半径を R_0 、カムは反時計回りに ω の角速度で回転するものとする。従動節の変位 $OM=h+k$ とすれば k はMが最下点M'に降りた OM' の長さで $k=R_0/\sin\alpha$ であり、 $MM' \equiv h$ が従動節の変位となる。

今接触点Tにおける法線と ξ 軸の交点をPとすればPはカム1と従動節2の瞬間中心 I_{12} だから $OP=dh/d\theta$ となる。 MT の距離を s とする。

接触点Tにおける曲率半径 ρ_T 、カムと従動節の滑り率 σ_1 、 σ_2 は前報²⁾により次式で求められる。

$$\frac{\rho_T}{H} = \sin\alpha \left(\frac{h}{H} + \frac{R_0}{H \sin\alpha} + \frac{d^2h/d\theta^2}{H} \right) \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{TP}{H} = \left(\frac{h}{H} + \frac{R_0}{H \sin\alpha} \right) \sin\alpha - \frac{dh/d\theta}{H} \cos\alpha \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{MT}{H} = \frac{s}{H} = \left(\frac{h}{H} + \frac{R_0}{H \sin\alpha} \right) \cos\alpha + \frac{dh/d\theta}{H} \sin\alpha \dots\dots\dots(3)$$

$$\sigma_1 = \frac{TP}{\rho_T}, \quad \sigma_2 = \frac{TP}{\rho_T - TP} \dots\dots\dots(4)$$

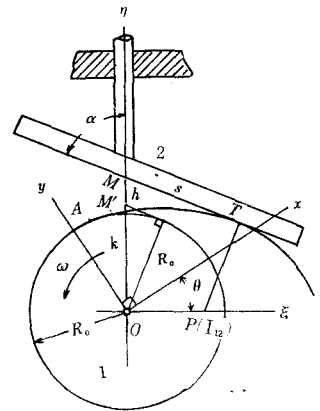


図1 往復傾斜板従動節をもつ板カム

§ 4 平板従動節の運動

従動節の運動は次式で求められる。ただし θ_0 は行き行程のカムの回転角、 θ_r は戻り行程のカムの回転角、 θ_a は頂点の停止期間中のカムの回転角

(A) 行き行程の変位、速度、加速度

(1) **AB間** $\left(0 \leq \frac{\theta}{\theta_0} \leq \frac{1}{4} \right)$

$$\frac{h}{H} = \frac{16}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3, \quad \frac{dh/d\theta}{H} = \frac{16 \times 180^\circ}{\pi \theta_0} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = \frac{32(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_0^2} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) \dots\dots\dots(5)$$

(2) **BC間** $\left(\frac{1}{4} \leq \frac{\theta}{\theta_0} \leq \frac{3}{4} \right)$

$$\frac{h}{H} = 16 \left\{ -\frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) + \frac{1}{96} \right\}$$

$$\frac{dh/d\theta}{H} = \frac{16 \times 180^\circ}{\pi \theta_0} \left\{ -\left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 + \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) - \frac{1}{8} \right\}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = \frac{16(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_0^2} \left\{ -2 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) + 1 \right\} \dots\dots\dots(6)$$

(3) **CD間** $\left(\frac{3}{4} \leq \frac{\theta}{\theta_0} \leq 1 \right)$

$$\frac{h}{H} = 16 \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3 - \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 + \frac{\theta}{\theta_0} - \frac{13}{48} \right\}$$

$$\frac{dh/d\theta}{H} = \frac{16 \times 180^\circ}{\pi \theta_0} \left\{ \frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right\}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = \frac{32(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_0^2} \left\{ \frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right\} \dots\dots\dots(7)$$

(B) 戻り行程の変位、速度、加速度

戻り行程において式を簡易化するため次式を用いる。

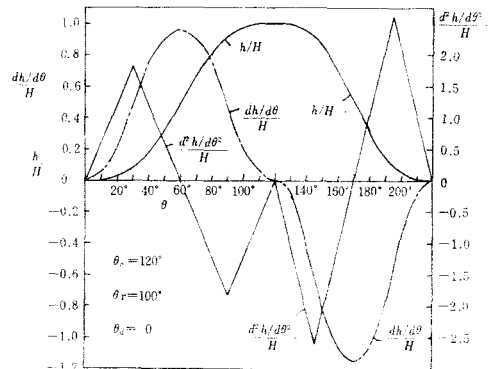


図2 等2次加速度カムの従動節の運動

$$x = \frac{\theta - \theta_o - \theta_d}{\theta_r} \dots \dots \dots (8)$$

(4) EF間 $\left(0 \leq x \leq \frac{1}{4}\right)$

$$\frac{h}{H} = 1 - \frac{16}{3}x^3, \quad \frac{dh/d\theta}{H} = -\frac{16 \times 180^\circ}{\pi \theta_r} x^2, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = -\frac{32(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_r^2} x \dots \dots \dots (9)$$

(5) FG間 $\left(\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}\right)$

$$\frac{h}{H} = 16 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{8} + \frac{5}{96} \right), \quad \frac{dh/d\theta}{H} = \frac{16 \times 180^\circ}{\pi \theta_r} \left(x^2 - x + \frac{1}{8} \right), \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = \frac{32(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_r^2} \left(x - \frac{1}{2} \right) \dots \dots \dots (10)$$

(6) GH間 $\left(\frac{3}{4} \leq x \leq 1\right)$

$$\frac{h}{H} = 16 \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 - x + \frac{1}{3} \right), \quad \frac{dh/d\theta}{H} = -\frac{16 \times 180^\circ}{\pi \theta_r} (x-1)^2, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = -\frac{32(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_r^2} (x-1) \dots \dots \dots (11)$$

図2は $\theta_o = 120^\circ$, $\theta_r = 100^\circ$, $\theta_d = 0$ の場合の等2次加速度カムの変位, 速度, 加速度を式(5)~(11)より無次元で示したものである。

図3はさらに $\alpha = 90^\circ$, $R_o/H = 2$ を指定して $\theta = 0 \sim 220^\circ$ の場合式(1)~(4)を用いカムの曲率半径 ρ_T/H と滑り率 σ_1, σ_2 を求めたものを示す。図から曲率半径 ρ_T について言えば, 曲率半径は直線的に変化し, 往き行程の3/4, 戻り行程の1/4の所で曲率半径が最小となり, カムの行程の角度が小さい方が小となる。

その結果, カムの滑り率 σ_1 がその点において非常に大となり, カムの摩擦上問題となるので σ_{1max} を指定値内におさめるように設計しなければならぬ。従動節の滑り率 σ_2 は各行程の始めと終りで無限大となり, また両行程の途中で無限大となる。以上のことは $\alpha \neq 90^\circ$ の場合でも後述するように生ずる。

§ 5 カムの最小曲率半径

図3から明らかにカムの回転角 $\theta = \frac{3}{4}\theta_o$ と $\theta = \theta_o + \theta_d + \frac{1}{4}\theta_r$ すなわち $x = \frac{1}{4}$ の所でカムの曲率半径は最小となるので, この点における ρ_T に及ぼす θ_o, θ_r, R_o の影響を求める。

$\theta/\theta_o = 3/4$ の図3のC点において式(6), (7)より,

$$\frac{h}{H} = \frac{11}{12}, \quad \frac{dh/d\theta}{H} = \frac{180^\circ}{\pi \theta_o}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = -\frac{8(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_o^2} \dots \dots \dots (12)$$

$x = 1/4$ の所, 図3のF点で式(9), (10)より

$$\frac{h}{H} = \frac{11}{12}, \quad \frac{dh/d\theta}{H} = \frac{180^\circ}{\pi \theta_r}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = -\frac{8(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_r^2} \dots \dots \dots (13)$$

となるので, 式(1)より往き行程では

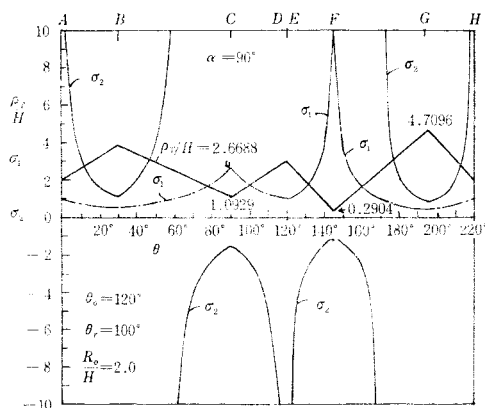


図3 平板従動節の等2次加速度カムの $\rho_T/H, \sigma_1, \sigma_2$

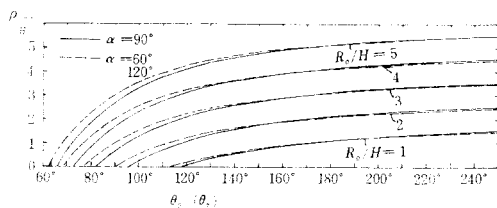


図4 カムの最小曲率半径

$$\frac{\rho_{Tmin}}{H} = \sin\alpha \left\{ \frac{11}{12} + \frac{R_0}{H \sin\alpha} - \frac{8(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_o^2} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

となり、戻り行程では

$$\frac{\rho_{Tmin}}{H} = \sin\alpha \left\{ \frac{11}{12} + \frac{R_0}{H \sin\alpha} - \frac{8(180^\circ)^2}{\pi^2 \theta_r^2} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

となる。 $\theta_o > \theta_r$ なら戻り行程の ρ_T の方が小となる。

図4は $\alpha = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ における R_0/H $= 1 \sim 5$, θ_o (あるいは θ_r) $= 60^\circ \sim 250^\circ$ の場合の ρ_{Tmin}/H を示したもので、 R_0/H が小なる程 θ_o (θ_r) が小なる程 ρ_{Tmin} は小となる。 $\alpha = 60^\circ$ と 120° は同じ曲線で $\alpha = 90^\circ$ の場合に比して θ_o が 150° 以下のとき僅かに大となる。

§ 6 カムの最大滑り率

カムの最大滑り率 σ_{1max} は図3において C, F 点の ρ_{Tmin} の所で生ずるので式(12)あるいは式(13)を式(1), (2)に代入し、式(4)より σ_{1max} を求めれば C 点では、

$$\sigma_{1max} = \frac{\left(\frac{11}{12} + \frac{R_0}{H \sin\alpha} \right) \sin\alpha - \left(\frac{180^\circ}{\pi \theta_o} \right) \cos\alpha}{\sin\alpha \left\{ \frac{11}{12} + \frac{R_0}{H \sin\alpha} - 8 \left(\frac{180^\circ}{\pi \theta_o} \right)^2 \right\}} \dots\dots\dots(16)$$

となる。F 点では式(16)の θ_o を θ_r に変えればよい。

図5は $\alpha = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ において θ_o (θ_r) $= 70^\circ \sim 180^\circ$, $R_0/H = 0.5 \sim 6$ の場合の σ_{1max} を求めたものである。図から σ_{1max} はある θ_o に対し R_0/H が減少すると急に立上って無限大となるので θ_o あるいは θ_r の選定に注意しなければならぬ。 α が小さいとすなわち押進め角が大きいと σ_{1max} が小となることがわかる。

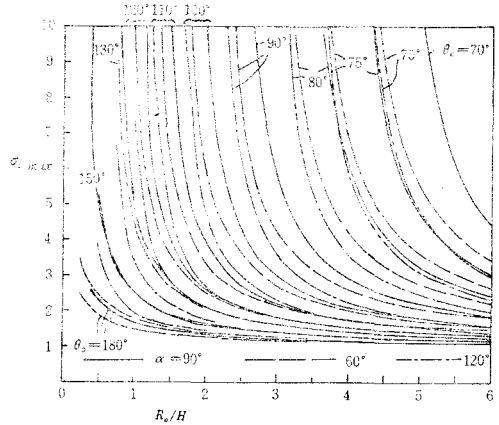


図5 α を指定した場合の R_0/H に対する σ_{1max}

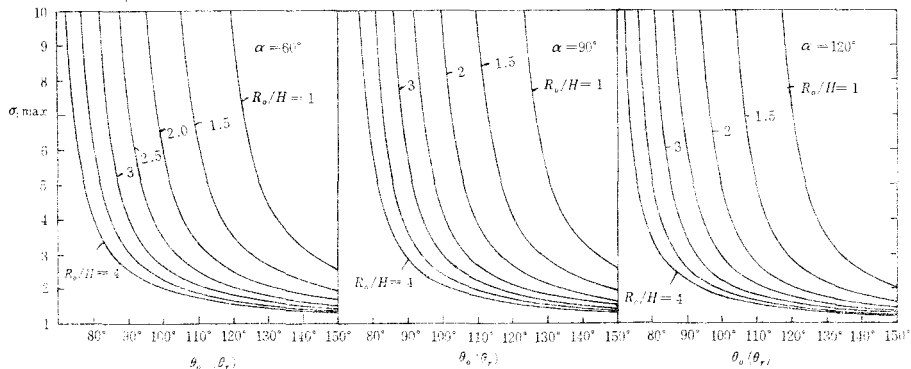


図6 α を指定した場合の R_0/H に対する σ_{1max}

図6は式(16)を用い、 $\alpha = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ と $R_0/H = 1 \sim 4$ を指定して、 θ_o (θ_r) に対して σ_{1max} を求めたもので、 θ_o がある値より小さいと σ_{1max} は急激に増加することに注意しなければならぬ。

C 点あるいは F 点のカムの最大滑り率 σ_{1max} を与えて各 R_0/H に対する θ_o, θ_r を求めるには式(16)

を変形して R_o/H を求めれば行き行程において

$$\frac{R_o}{H} = \frac{-\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_o}\right)\cos\alpha + 8\sigma_{1max}\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_o}\right)^2 \sin\alpha - \frac{11}{12}(\sigma_{1max}-1)\sin\alpha}{\sigma_{1max}-1} \quad (17)$$

戻り行程において

$$\frac{R_o}{H} = \frac{\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_r}\right)\cos\alpha + 8\sigma_{1max}\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_r}\right)^2 \sin\alpha - \frac{11}{12}(\sigma_{1max}-1)\sin\alpha}{\sigma_{1max}-1} \quad (18)$$

となるので、例えば $\alpha=90^\circ$ のときは式(17), (18)が同じになり、 $\sigma_{1max}=1.5\sim\infty$ の場合の R_o/H と $\theta_o(\theta_r)$ の関係を図7に示す。図から戻り行程の θ_r を小さくすれば σ_{1max} がかなり大となり、それを避けるためには R_o/H を十分大にせねばならぬので、戻り行程を行き行程より小にすることは困難である。また $\sigma_{1max}=\infty$ のときは $\rho_T=0$ となりカムが尖る。図から $\theta_o(\theta_r)$ と R_o/H が指定された場合の σ_{1max} の値はほぼわかる。

次に $\alpha \neq 90^\circ$ の場合、例えば $\alpha=60^\circ$ の場合に式(17), (18)より計算したものを図8に行き行程では実線で、戻り行程では一点鎖線で示す。図から行き行程と戻り行程のカムの回転角が等しい場合、同じ R_o/H に対し、戻り行程の σ_{1max} の方が行き行程の σ_{1max} より大になることがわかる。故にこれを等しくするためには戻り行程の回転角を往きのそれよりも $\alpha < 90^\circ$ の場合大にせねばならぬ。

$\alpha > 90^\circ$ 、例えば $\alpha=120^\circ$ のとき式(17), (18)からその戻り行程の場合の曲線が $\alpha=60^\circ$ の行き行程の曲線に一致し、 $\alpha=120^\circ$ の行き行程の曲線は $\alpha=60^\circ$ の戻り行程の曲線と一致するので、 $\alpha=120^\circ$ の場合は $\alpha=60^\circ$ の場合と全く反対のことが言える。すなわち R_o/H を指定して両行程の σ_{1max} を等しくするには戻り行程の回転角を往きのそれより小さくしてよいと言うことで、カムは一般に戻り行程が往きのそれより小さい方が早戻りの関係で有利なので $\alpha > 90^\circ$ の方がカムの滑り率上好ましいことがわかる。

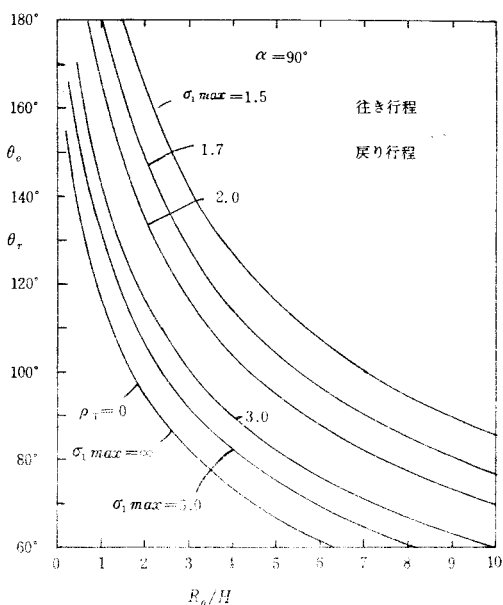


図7 $\alpha=90^\circ$ の場合 σ_{1max} を指定した $\theta_o(\theta_r)$ と R_o/H の関係

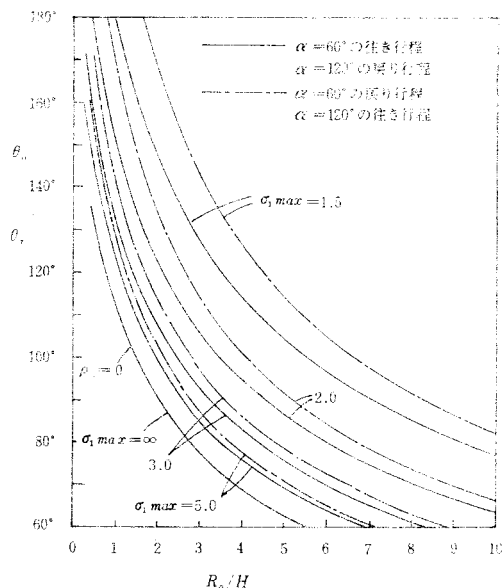


図8 $\alpha=60^\circ$ と 120° の場合の σ_{1max} を指定した $\theta_o(\theta_r)$ と R_o/H の関係

§ 7 平板従動節の滑り率の無限大のθの位置

式(4)から $\rho_T = TP$ のとき従動節の滑り率 $\sigma_2 = \infty$ となる。式(1), (2)より

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = -\frac{dh}{d\theta} \cot\alpha \dots\dots\dots(19)$$

が得られる。図3から明らかなように $\sigma_2 = \infty$ の位置は始点Aと終点Hと行き行程のBC間と戻り行程のFG間に生ずる。そのθの値をそれぞれ θ_1, θ_2 とす。BC間の $\sigma_2 = \infty$ の θ_1 の位置を求めるには式(19)に式(6)に代入すれば次式が得られる。

$$\theta_1 = \frac{\theta_0}{2} - \frac{180^\circ}{\pi} \tan\alpha + \sqrt{\left(\frac{180^\circ}{\pi} \tan\alpha\right)^2 + \frac{\theta_0^2}{8}} \dots\dots\dots(20)$$

次にFG間の場合は式(9)と式(19)から

$$\theta_2 - (\theta_0 + \theta_d) = \frac{\theta_r}{2} - \frac{180^\circ}{\pi} \tan\alpha + \sqrt{\left(\frac{180^\circ}{\pi} \tan\alpha\right)^2 + \frac{\theta_r^2}{8}} \dots\dots\dots(21)$$

となる。式(21)の右辺と式(20)の右辺は θ_0 と θ_r が同じなので、 $\theta_0 = \theta_r$ のときは

$$\theta_1 = \theta_2 - (\theta_0 + \theta_r) \dots\dots\dots(22)$$

の関係が得られるので、図9において θ_1 の代りに $\theta_2 - (\theta_0 + \theta_d)$ を、 θ_0 の代りに θ_r を用いればよい。図9は $\alpha = 60^\circ \sim 120^\circ$ を指定し、式(20), (21)を $\theta_0(\theta_r) = 60^\circ \sim 200^\circ$ について計算したもので、図から θ_1, θ_2 は θ_0, θ_r に対しほぼ直線的に増加し、 α が小さい程 θ_1, θ_2 の値が大となる。

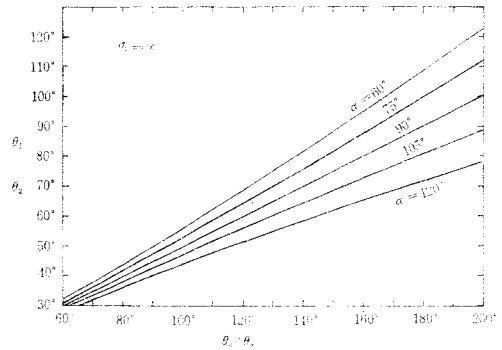


図9 $\sigma_2 = \infty$ の場合の θ_1 と θ_2 の値

もし $\alpha = 90^\circ$ の場合は式(19)より $d^2h/d\theta^2 = 0$ なので、式(6)より $\theta_1 = \theta_0/2$ となり、同様に $\theta_2 - (\theta_0 + \theta_d) = \theta_r/2$ となる。

$$\alpha = 90^\circ, \theta_1 = \frac{\theta_0}{2}, \theta_2 = \theta_0 + \theta_d + \frac{\theta_r}{2} \dots\dots\dots(23)$$

$\alpha = 90^\circ$ の場合は $\sigma_2 = \infty$ は行程の中央に生ずる。

§ 8 平板従動節上の滑り率

図3に示す $\alpha = 90^\circ, \theta_0 = 120^\circ, \theta_r = 100^\circ, R_0/H = 2$ の場合F点の $\sigma_1 = 10.0429$ と高い値となるので $R_0/H = 3$ とし、その $\sigma_1, \sigma_2, \rho_T/H$ を求めたものを図10に示す。図からF点の $\sigma_{1max} = 3.0352$ となる。

図11はこの場合の平板従動節上の各位置における滑り率 σ_2 を示す。図から従動節の中央において2回の $\sigma_2 = \infty$ を生ずるので、平板の中央の摩擦が大きいことがわかる。

図3の $\sigma_{1max} = 10.0429$ を改善するために $R_0/H = 2$ はそのまま $\alpha = 90^\circ$ の代りに $\alpha = 60^\circ$ にした場合の $\sigma_1, \sigma_2, \rho_T/H$ を図12に示す。

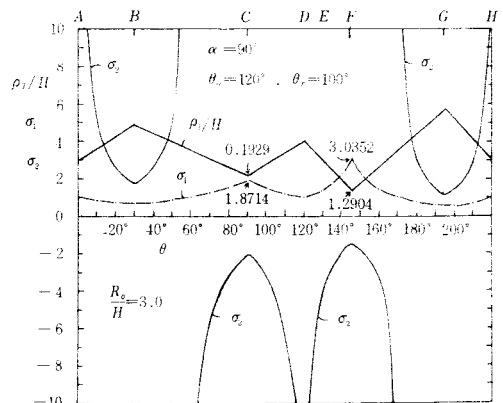


図10 $\alpha = 90^\circ, \theta_0 = 120^\circ, \theta_r = 100^\circ, R_0/H = 3$ の σ_1, σ_2 と ρ_T/H

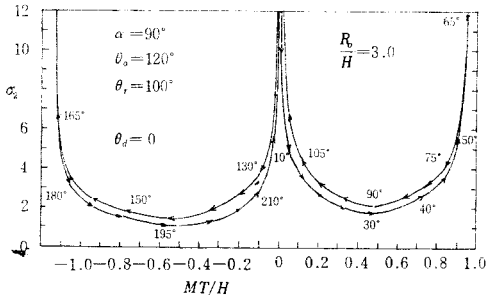


図11 図10の場合の従動節上の滑り率 σ_2

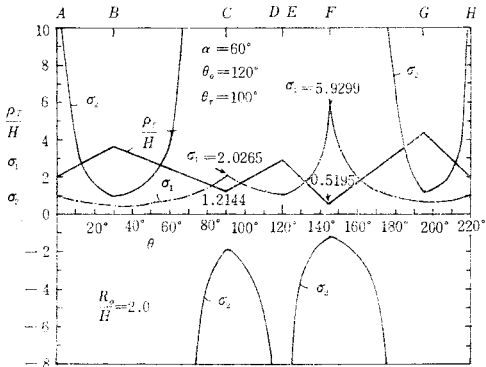


図12 $\alpha=60^\circ$, $\theta_0=120^\circ$, $\theta_r=100^\circ$, $R_0/H=2$ の σ_1 , σ_2 と ρ_r/H

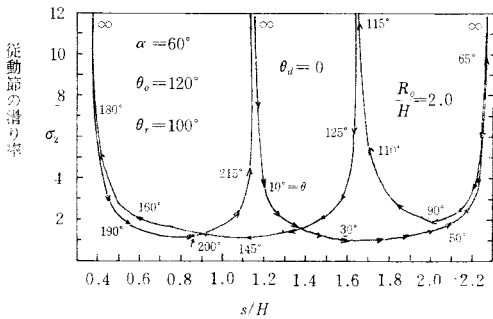


図13 図12の場合の平板上の σ_2

図から $\sigma_{1max}=5.9299$ となり、 α を小さくすれば σ_{1max} の減少することがわかる。図13はこの場合の平板従動節上の滑り率 σ_2 を示す。図から $\sigma_2=\infty$ の位置が図11に比して4カ所になるので、 $\alpha=90^\circ$ の場合よりも摩擦が均一になるように思われる。

$\alpha=60^\circ$ の代りに $\alpha=120^\circ$ とした場合を図14に示す。図から $\sigma_{1max}=4.8269$ となり、 $\alpha=60^\circ$ の場合よりも更に低い値となる。これは図8からも知ることができる。図15はこの場合の平板従動節上の σ_2 を示す。図から $\alpha=60^\circ$ の図13と同様に $\sigma_2=\infty$ の所が4カ所となる。先に $\alpha=90^\circ$ の場合もF点で σ_{1max} が生ずることを述べたが、図12, 14からこれが明らかになる。

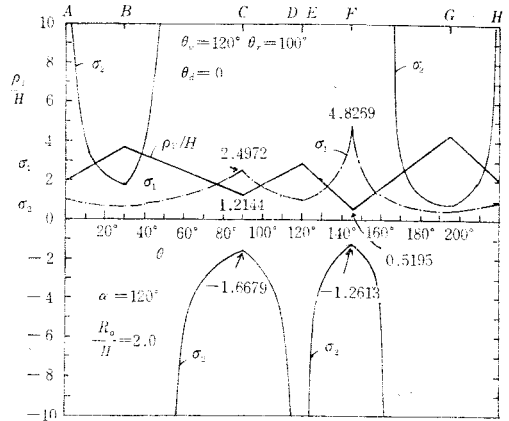


図14 $\alpha=120^\circ$, $\theta_0=120^\circ$, $\theta_r=100^\circ$, $R_0/H=2$ の場合の σ_1 , σ_2 と ρ_r/H

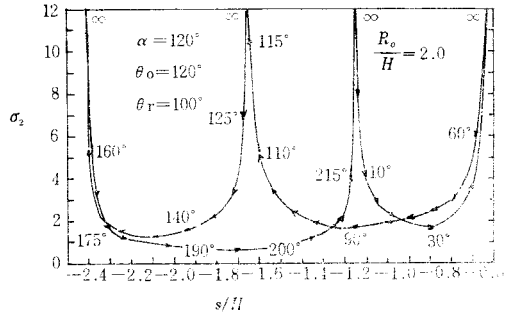


図15 図14の場合の平板上の σ_2

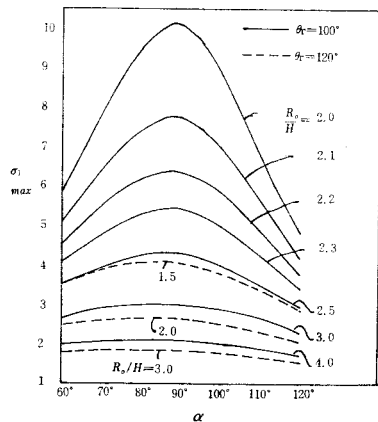


図16 σ_{1max} の α による影響

α の変化による戻り行程の σ_{1max} への α の影響を調べるために、式(16)を用いて $\theta_r = 100^\circ, 120^\circ$ を指定し、 $\alpha = 60^\circ \sim 120^\circ$ に対する σ_{1max} を求めたものを図16に示す。実線は $\theta_r = 100^\circ$ 、破線は $\theta_r = 120^\circ$ の場合を示す。図から θ_r が小さい方が σ_{1max} の値は高く、また 90° より僅か小さい α の値の所で σ_{1max} が最高となり、その両側で σ_{1max} の値が減少することがわかる。更に R_o/H を少し大きくすれば σ_{1max} は急減する。

$\alpha = 60^\circ, 120^\circ$ 共に同じ押進め角となるが 120° の方の σ_{1max} が小さいことがわかる。よって $\alpha > 90^\circ$ を用いる方が $\alpha < 90^\circ$ を用いるより良好である。 $\theta_r, R_o/H$ が十分大きければ σ_{1max} は α の影響が小さくなることわかる。

§ 9 カムの輪郭と接触点の軌跡

前報²⁾によりカムの輪郭は次式で与えられる。

$$\frac{x_T}{H} = \left(\frac{h}{H} + \frac{R_o}{H \sin \alpha} \right) \sin \alpha \cos(\theta - \alpha) - \frac{dh/d\theta}{H} \sin \alpha \sin(\theta - \alpha) \dots\dots\dots(24)$$

$$\frac{y_T}{H} = - \left(\frac{h}{H} + \frac{R_o}{H \sin \alpha} \right) \sin \alpha \sin(\theta - \alpha) - \frac{dh/d\theta}{H} \sin \alpha \cos(\theta - \alpha) \dots\dots\dots(25)$$

接触点の軌跡は次式で与えられる。

$$\frac{\xi_T}{H} = \left(\frac{h}{H} + \frac{R_o}{H \sin \alpha} \right) \sin \alpha \cos \alpha + \frac{dh/d\theta}{H} \sin^2 \alpha \dots\dots\dots(26)$$

$$\frac{\eta_T}{H} = \left(\frac{h}{H} + \frac{R_o}{H \sin \alpha} \right) \sin^2 \alpha - \frac{dh/d\theta}{H} \sin \alpha \cos \alpha \dots\dots\dots(27)$$

前例に示した $\alpha = 90^\circ, \theta_o = 120^\circ, \theta_r = 100^\circ, \theta_d = 0$ で $R_o/H = 3.0$ の場合を式(5)~(11)を用いて式(24)~(27)に代入して H に対する x_T, y_T, ξ_T, η_T を求め、それを図示したものを図17に示す。図から明らかなようにカムの輪郭は滑らかで、接触点の軌跡は楕円形である。

図18は $\alpha = 120^\circ, R_o/H = 2.0$ に変えた場合で、同様な計算から求められている。図から明らかなようにこの場合もカムの輪郭は滑らかである。

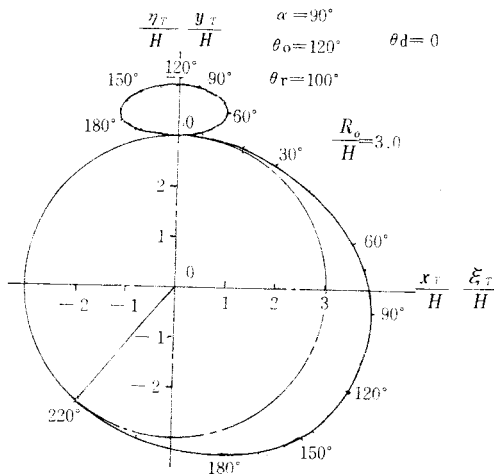


図17 $\alpha = 90^\circ, \theta_o = 120^\circ, \theta_r = 100^\circ, R_o/H = 3.0$ のカムの輪郭と接触点の軌跡

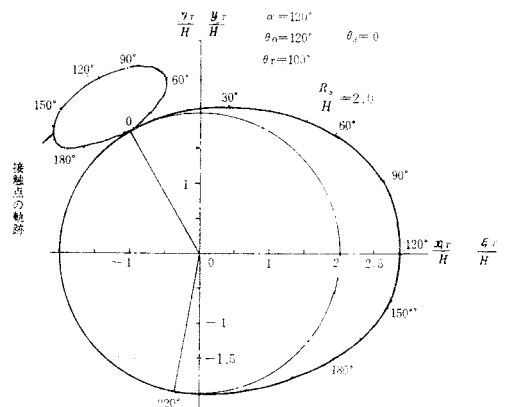


図18 $\alpha = 120^\circ, \theta_o = 120^\circ, \theta_r = 100^\circ, R_o/H = 2.0$ のカムの輪郭と接触点の軌跡

§ 10 結 論

以上の研究の結果傾斜平板往復従動節をもつ等2次加速度カムにおいて次の結論が得られた。

- (1) 従動節の傾斜角 $\alpha=90^\circ$ のときは戻り行程のカムの回転角はすくなくとも往き行程のそれと等しくなければカムの曲率半径が小となり、カムの最大滑り率が非常に大となる。
- (2) 基礎円の半径 R_0 がリフト H に対し2以下の場合には $\alpha=90^\circ$ の近傍でカムの最大滑り率が最大となり使用できないので、 θ_r を非常に大きくするか R_0/H を僅かに大にしなければならぬ。
- (3) $\alpha=90^\circ$ では平板従動節の最大滑り率 σ_{2max} が平板上の3カ所で生じ、特に中央では摩耗が大となる傾向にある。
- (4) $\alpha \neq 90^\circ$ の場合は $\alpha > 90^\circ$ のときすなわちカムの回転方向に従動節の平板が傾斜している方が $\alpha < 90^\circ$ の反対のときよりも戻り行程のカムの σ_{1max} が小さい。
- (5) 両行程のカムの最大滑り率 σ_{1max} を同じにすれば $\alpha > 90^\circ$ の場合が戻り行程のカムの回転角を往きのそれよりも小さくできる。
- (6) 両行程のカムの回転角 θ_o, θ_r を 100° 以下にするためには十分 R_0/H を大きくとらねばならぬ。
- (7) $\alpha > 90^\circ$ の場合は従動節の平板上に4カ所に $\sigma_2 = \infty$ の位置が生ずるので摩耗の均一化が行われるが、 $\alpha - 90^\circ$ の値が従動節の押進め角となるので、カム的高速回転のときはできるだけ $\alpha - 90^\circ$ の値を小さくせねばならぬ。

文 献

- 1) 糸島寛典：往復等2次加速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第8巻，第1号，29～40頁，1972
- 2) 糸島寛典：往復等加速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第6巻，第1号，47～59頁，1970

（昭和48年9月1日受付）

The Effect of Surface Friction on the Growth of Pitting

Kure Technical College Hiromasa NADANO

Hiroshima University Yoshio TERAUCHI

In this paper we report the results using the gear testing machine and the disk machine of the examined the endurance limit for pitting and the phenomenon of pitting failure by means of the comparison of the experimental results of the respective machines, and study the mechanism of pitting failure.

We found on the gear test of cast iron that in a high Hertzian stress range the growth of pitting occurred in the tooth surface of the negative specific sliding, but in a low Hertzian stress range it occurred in the tooth surface of the positive specific sliding. The phenomenon of pitting failure on the disk test of cast iron, which appears to be almost identical with the material of the gear used on the gear test, is similar to the test result on the gear; that is, the fatigue curve of the endurance strength for pitting is divided into the positive and the negative specific slidings, respectively, and according as the Hertzian stress increases, the difference between the respective fatigue curves for pitting is larger and the endurance strength for pitting of the disk roller of the negative specific sliding decreases in comparison with that of the disk roller of the positive specific sliding.

Furthermore, the combined effects of Hertzian stress, frictional force and thermal stress on the growth of pitting have been studied.

§ 1. Introduction

There are a number of the related reports on the effects of the following factors on the growth of pitting on gear teeth and rollers; they are frictional force,¹⁾ lubricating oil, the mechanical property of material and surface roughness.²⁾ On the other hand, with respect to the mechanism for pitting failure, S.Way³⁾ considered the action of the lubricating oil which penetrates into the cracks, and Ishibashi and others⁴⁾ treated the fracture caused by the tear from the adhered surface. Nishihara and Endō⁵⁾ have regarded the pitting failure as the fatigue failure due to the action of the assembled stress of Hertzian contact stress, frictional force and the thermal stress, but the thermal stress has not been calculated strictly in their paper. Our report⁶⁾ provided the calculated results for the thermal stress induced by a parabolically distributed, a relatively fast-moving heat source at the boundary. We examined in this report how the assembled stress of Hertzian contact stress, frictional force and above-mentioned thermal stress affects the pitting failure on the gear test and the disk roller tests, and explained the mechanism for the growth of pitting.

§ 2. Nomenclature

V_1 : peripheral velocity of upper roller or pinion, cm/s

V_2 : peripheral velocity of lower roller or gear, cm/s

$V_s = V_2 - V_1$: sliding velocity, cm/s

$\alpha_1 = -V_s/V_1$: specific sliding of upper roller or pinion

$\alpha_2 = V_s/V_2$: specific sliding of lower roller or gear

p_{H0} : Hertzian contact stress, Kg/mm^2

μ : coefficient of friction

E : Young's modulus, Kg/cm^2

G : shear modulus, Kg/cm^2

ν : Poisson's ratio

K : thermal conductivity, $cal/cm s ^\circ C$

P_n : normal load per unit width of contact, Kg/mm

Dimensionless parameter

$L = V_s l / (2\kappa)$, $X = V_s x / (2\kappa)$ and $Z = V_s z / (2\kappa)$

κ : thermal diffusivity, cm^2/s

α : coefficient of thermal expansion, $1/^\circ C$

J : mechanical equivalent of heat, $Kg cm/cal$

σ_a : amplitude of stress, Kg/mm^2

σ_m : mean stress, Kg/mm^2

$2l$: width of the band of contact, cm

§ 3. Experimental material and experimental method

For the purpose of the examination of the endurance limit for pitting failure on gear, we used the gear testing machine, and used the profile shifted gear, whose the amount of addendum modifications are +1 and -1 on pinion and gear, respectively. Since the specific sliding on the standard gear is a positive symbol in the region of the tooth face and is a negative symbol in the region of the tooth flank, and the amplitude of the specific sliding, load and the symbol of the specific slidings vary respectively. Therefore, the above-mentioned addendum modification coefficient was selected to be eliminated those influences on pitting failure. Fig.1 shows the variation of the specific sliding and the load distribution. This load distribution is calculated from the equation of the gear tooth deflection recommended by Weber and Banaschek.⁷⁾ Table 1 shows data of our testing gears. The respective symbols of the specific sliding on the tooth surface of the pinion and the gear are positive and negative at all points on the tooth surface.

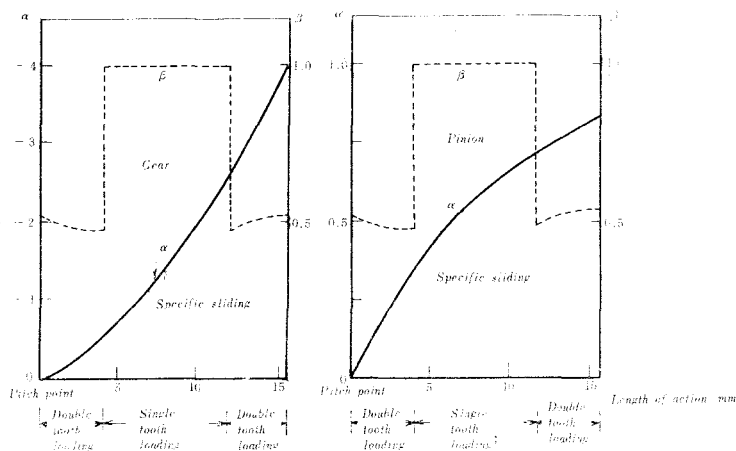


Fig. 1 Variation of specific sliding and load distribution

Table 1. Data of testing gears

	Pinion	Gear
Number of teeth	18	40
Module (<i>mm</i>)	4	
Pressure angle	20°	
Addendum modification coefficient	1.0	- 1.0
Diameter of pitch circle (<i>mm</i>)	72	160
Diameter of root circle (<i>mm</i>)	88	160
Center distance (<i>mm</i>)	116	
Face width (<i>mm</i>)	10	
Operating pressure angle	20°	
Diameter of operating pitch circle (<i>mm</i>)	72	160
Length of action (<i>mm</i>)	15.8227	
Contact ratio	1.340	

Table 2. Chemical composition analyses and mechanical properties of the material used for gears and disk rollers

F C 10	Chemical compositions (%)				Mechanical properties (<i>Kg/mm</i> ²)	
	C	Si	Mn	S	Ultimate tensile stress	Compressive stress
Gear	2.94	1.50	0.40	0.094	12.0	46.9
Disk roller	3.50	2.51	0.41	0.075	11.8	42.0

The material used for the gear test is cast iron (FC 10) and the Micro-Vickers hardness (weight 200 *gr*) is about 250. The chemical compositions analyses and the mechanical properties of the material for the gear test and the roller test are given in Table 2. The oil bath lubrication is used for the lubrication of the gear and the lubricating oil is 140 # Turbin (viscosity ; 25°C : 90 *est*, 60°C : 18 *est*). The volume of the lubricating oil was selected to be immersed at the depth of about 2 times of the whole depth of the gear and the oil temperature was controlled at 20±2°C.

In order to eliminate the effect of the dynamic load and to operate under the condition of a severe boundary lubrication, the operating condition of the gear was selected to be a low speed. Therefore, the revolution of the pinion is kept at 260 *rpm* and the normal load per unit face width of the gear was 9.07 and 5.10 *Kg/mm*. At the load of $P_n=9.07$ *Kg/mm*, the minimum oil film thickness calculated from D.Dowson's film thickness equation⁸⁾ lay between 0.095 and 0.10 *microns* in the region of the double tooth loading. Therefore, since the maximum surface roughness of the gear is 8 *microns* in the direction of the involute of tooth, the tooth surface is deduced to be partially exposed under the condition of a severe boundary lubrication. The critical load of the endurance limit for pitting failure is determined with the

observation of the tooth surface by the naked eye and with the measurement of the wear weight of the gear. Furthermore, the ratio of the pit area to the tooth surface is calculated at the stage where the pitting failure occurred.

Next, for the purpose of the comparison between the respective results on the gear test and the roller test, the rollers worked from the tested gear are used.

The operating conditions on the roller test were equivalent to the conditions of p_0 , V_s and specific sliding on the tooth flank when the growth of the pitting was remarkable. Therefore, the operating condition is $\alpha_1 = -2.067$, $\alpha_2 = 0.674$, $V_1 = 15.0 \text{ cm/s}$ and $V_2 = 46.0 \text{ cm/s}$ at the load stages of $p_0 = 40 \text{ Kg/mm}^2$ and $p_0 = 30 \text{ Kg/mm}^2$. The lubricating oil is 140# Turbin. Oil was supplied at a rate of about 2 l/min and the temperature of the oil was always $20 \pm 2^\circ\text{C}$. The contact width of the upper and the lower roller, which are combined together, are 6mm and 10mm respectively, and they have the same diameter of 40mm . These rollers are ground. The maximum surface roughness is 1.2 microns around the circumference and 3.0 microns in the axial direction.

§ 4. Testing results and considerations

4.1 On the result on the gear test and the roller test

The relation between the weight of wear and the amount of the revolution of gear and pinion at the load of $P_n = 9.07$ and 5.10 Kg/mm is shown in Figs.2 and 3. Fig.2 shows the behaviour of wear at the load of $P_n = 9.07 \text{ Kg/mm}$. It is obviously from this figure that when the respective operating time of the gear and the pinion pass over 30 hrs , the respective teeth surface cause a pitting at the same time. But since the amount of the revolution of gear and pinion is 2.5×10^5 and 4.6×10^5 respectively, the endurance strength for the pitting failure of the gear decreases in comparison with that of the pinion. However, in the case of $P_n = 5.10 \text{ Kg/mm}$ as shown in Fig. 3, the pinion causes a pitting after 160 hrs , but the gear does not cause a pitting after 320 hrs . If the operating time is expressed with the respective amounts

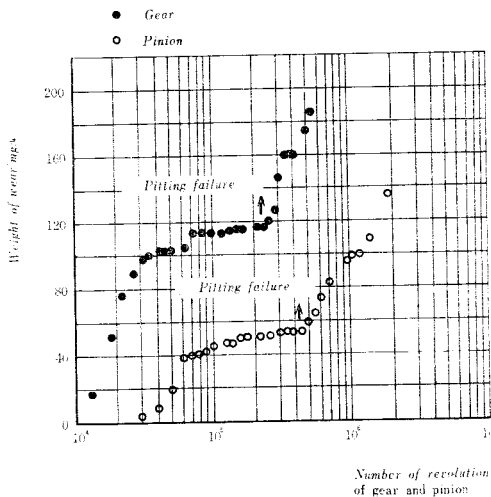


Fig. 2 Relation between weight of wear and number of revolution at the load of $P_n = 9.07 \text{ Kg/mm}$

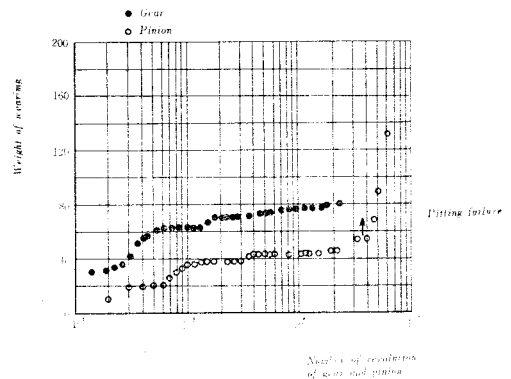


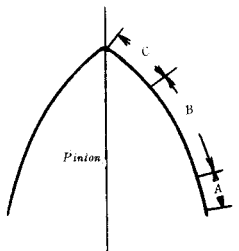
Fig. 3 Relation between weight of wear and number of revolution at the load of $P_n = 5.10 \text{ Kg/mm}$

of the revolution of gear and pinion, the pinion causes a pitting after the amount of the revolution of 4×10^6 . On the other hand, though that of gear is not 4×10^6 , it is deduced from the behaviour of the gear and the observation of the tooth surface that gear will not cause a pitting failure.

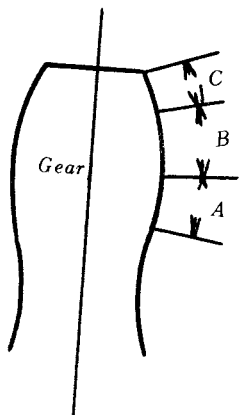
Therefore, in the case of the gear test of cast iron, it is found that in a high Hertzian stress range, the growth of pitting occurs in the tooth surface of the negative specific sliding, but in a low Hertzian stress range, it occurs in the tooth surface of the positive specific sliding.

The distribution of the pits on the tooth surface is summarized in Table 3. At the load of $P_n = 9.07 \text{ Kg/mm}$, the distribution of the pits concentrates in the tooth surface of single tooth loading on gear and the rate of the pit area on the tooth surface is 17%. In the case of the Graubitz's gear tests,⁹⁾ the distribution of the pits concentrates in the tooth surface of the specific sliding from -0.2 to -0.9 and this fact agrees with our experimental results. But at the load of $P_n = 5.10 \text{ Kg/mm}$, the distribution of the pits concentrates in the tooth crest of pinion and the rate of the pit area on the tooth surface is 4.36%.

Table 3. Distribution of pits on the tooth surface of gear and pinion

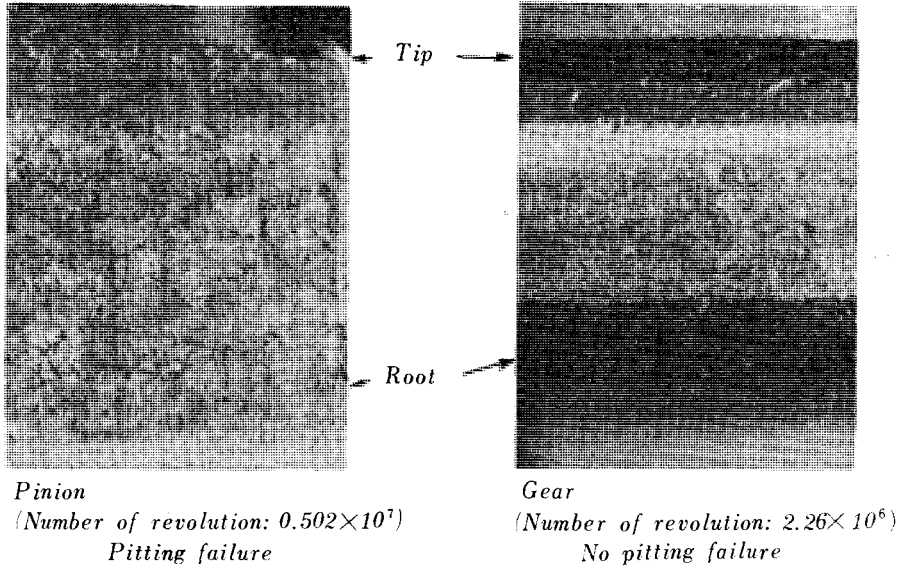


		A (Tooth root)	B	C (Tooth edge)
Mating region expressed by diameter (mm)		72~75.1 ϕ	75.1~83.1 ϕ	83.1~88 ϕ
Specific sliding		0~0.357	0.357~0.709	0.709~0.815
Sliding velocity (cm/s)		0~14.2	14.2~47.3	47.3~65.6
Number of mating teeth		2	1	2
Load per unit face width 9.07 (Kg/mm)	Hertzian stress (Kg/mm ²)	25.6~23.0 (Mean 24.3)	33.0~34.0 (Mean 33.5)	23.5~26.4 (Mean 25.0)
	Ratio of pit area (%)	2.18	3.43	3.67
Load per unit face width 5.10 (Kg/mm)	Hertzian stress (Kg/mm ²)	19.2~17.3 (Mean 18.3)	24.9~25.1 (Mean 25.0)	17.6~19.8 (Mean 18.7)
	Ratio of pit area (%)	1.24	4.0	4.36



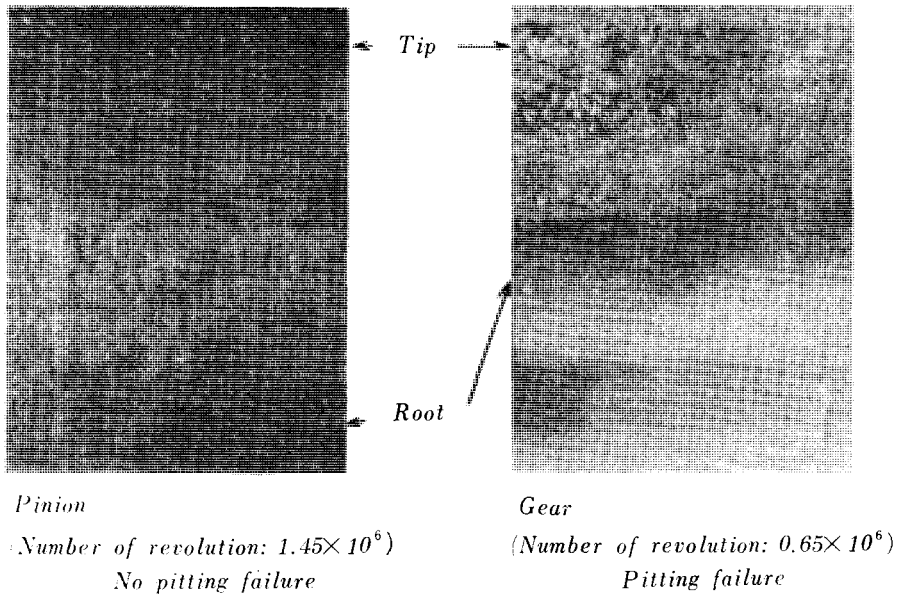
		C (Tooth edge)	B	A (Tooth root)
Mating region expressed by diameter (mm)		160~157.4 ϕ	157.4~153.5 ϕ	153.5~152.1 ϕ
Specific sliding		0~-0.554	-0.554~ -2.441	-2.441~ -4.11
Sliding velocity (cm/s)		0~14.2	14.2~47.3	47.3~65.6
Number of mating teeth		2	1	2
Load per unit face width 9.07 (Kg/mm)	Hertzian stress (Kg/mm ²)	25.6~23.0 (Mean 24.3)	33.0~34.0 (Mean 33.5)	23.5~26.4 (Mean 25.0)
	Ratio of pit area (%)	3.56	16.79	7.65
Load per unit face width 5.10 (Kg/mm)	Hertzian stress (Kg/mm ²)	19.2~17.3 (Mean 18.3)	24.9~25.1 (Mean 25.0)	17.6~19.8 (Mean 18.7)
	Ratio of pit area (%)	0.67	2.88	1.06

Fig. 4 shows the tooth surface which caused the pitting failure. At the load of $P_n=9.07$ Kg/mm, the relatively large pits are found on the tooth surface of gear and the depth of the pits is generally shallow.



Gear (Number of: 2.26×10^6)

At the load of $P_n=5.10$ kg/mm



At the load of $P_n=9.07$ kg/mm

Fig. 4 Tooth surface which arised pitting failure

Next, Figs. 5 and 6 show the experimental results of the rollers which were worked from the tested gear in itself. The behaviour of the growth of pitting well agrees with the experimental results on the gear test. At the load of $p_0=40 \text{ Kg/mm}^2$ as shown in Fig. 5, when the respective operating time of the upper and the lower roller pass over 40 hrs, both the upper and the lower roller cause the pitting failure at the same time. When the operating

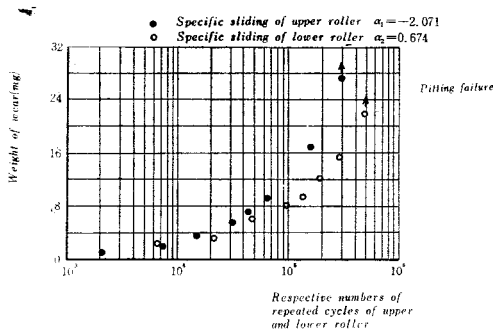


Fig. 5 Wear of disk rollers which were worked from tested gear in itself ($V_s=31.0 \text{ cm/s}$, $p_0=40 \text{ Kg/mm}^2$)

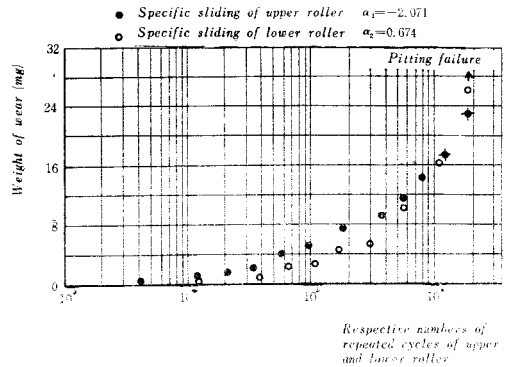


Fig. 6 Wear of disk rollers which were worked from tested gear in itself ($V_s=31.0 \text{ cm/s}$, $p_0=30 \text{ Kg/mm}^2$)

time is expressed with the respective number of the repeated cycle of load of the upper and the lower roller, the upper roller (the symbol of the specific sliding is negative) causes a pitting after the number of the repeated cycle of 3×10^5 . On the other hand, the lower roller (the symbol of the specific sliding is positive) causes a pitting after the number of the repeated cycle of 5×10^5 . Therefore, the number of the repeated cycle of the lower roller well agrees with the number of cycle when the gear causes a pitting failure at the load of $P_n=9.07 \text{ Kg/mm}$. But at the load of $p_0=30 \text{ Kg/mm}^2$ as shown in Fig. 6, the lower roller causes a pitting when the operating time passes over 120 hrs, but the upper roller does not cause a pitting. Next, the upper roller does not exchange, the lower roller which caused a pitting is replaced with the new roller, and then the roller test is continued. In this case, the upper roller arises a pitting after 1380 hrs (the black circle of + mark expresses the upper roller which caused a pitting failure). Therefore, both the upper and the lower roller cause a pitting when the number of the repeated cycle is 1.9×10^6 .

4.2 On the roller test of cast iron which appears to be almost identical with the material of the gear

We found on the gear test of cast iron that in a high Hertzian stress range the growth of pitting occurred in the region of the negative specific sliding, but in a low Hertzian stress range it occurred in the region of the positive specific sliding. In this section, we examined the results on the roller test of cast iron which appears to be almost identical with the material of the gear as shown in Table 2. Since the graphite structure of the material of the roller and the gear differs somewhat, the endurance strength for pitting failure of the rollers decreases more than that of the gears. The operating conditions on the roller test are determined as follows :

$V_1=22.3 \text{ cm/s}$, $V_2=46.0 \text{ cm/s}$, $\alpha_1=-1.063$, $\alpha_2=0.515$ and $V_1=15.0 \text{ cm/s}$, $V_2=46.0 \text{ cm/s}$,
 $\alpha_1=-2.067$, $\alpha_2=0.674$.

4.2.1 Endurance strength for pitting failure

When the operating conditions are $V_1=22.3 \text{ cm/s}$ ($V_s=23.7 \text{ cm/s}$) and $\alpha_1=-1.063$, the relation between the endurance strength for pitting failure and the Hertzian stress is shown in Fig. 7. The black and the white circle indicates the upper and the lower roller which caused pitting failure respectively. Furthermore, the black and the white circle of the arrow mark indicates the upper and the lower roller, which does not cause the pitting failure, respectively.

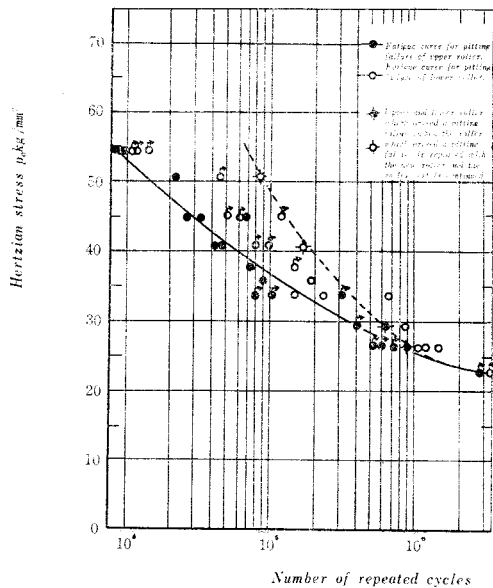


Fig. 7 Relation between the endurance strength for pitting failure and Hertzian stress
 $(V_s=23.7 \text{ cm/s}$, $\alpha_1=-1.063)$

Next the roller which caused a pitting failure is replaced with the new roller, and the roller test is continued. In this case, the original roller which caused the pitting is here expressed by the circle of + mark. Therefore, the fatigue curve of the endurance strength for pitting of cast iron is divided into the upper roller (the symbol of the specific sliding is negative)—(solid line) and the lower roller (the symbol of the specific sliding is positive)—(dotted line), and the respective fatigue curves meet at $p_0=23 \text{ Kg/mm}^2$, and according as the Hertzian stress increases, the difference between the respective fatigue curves for pitting is gradually large.

4.2.2 Shape of pits

Figs. 8 (a) and (b) show the shape of pits and the profile of the track on the roller. Fig. 8 (a) shows shape of pits on the upper roller which caused the pitting failure at the load of $p_0=54 \text{ Kg/mm}^2$. It is found from this figure that the bowed crack develops along the direction of the sliding and the frictional force affects the contact surface remarkably.

$$D = \frac{\text{Total initial surface roughness of the two mating rollers}}{\text{Oil film thickness}}$$

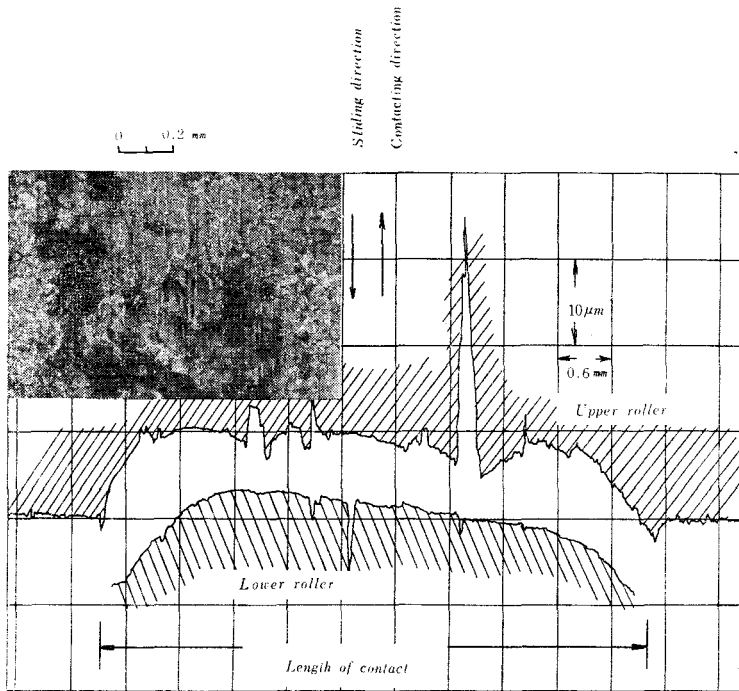


Fig. 8 (a) Shape of pits on the upper roller which caused the pitting failure at the load $p_0 = 54 \text{ Kg/mm}^2$ (Number of repeated cycles : 9.2×10^3)

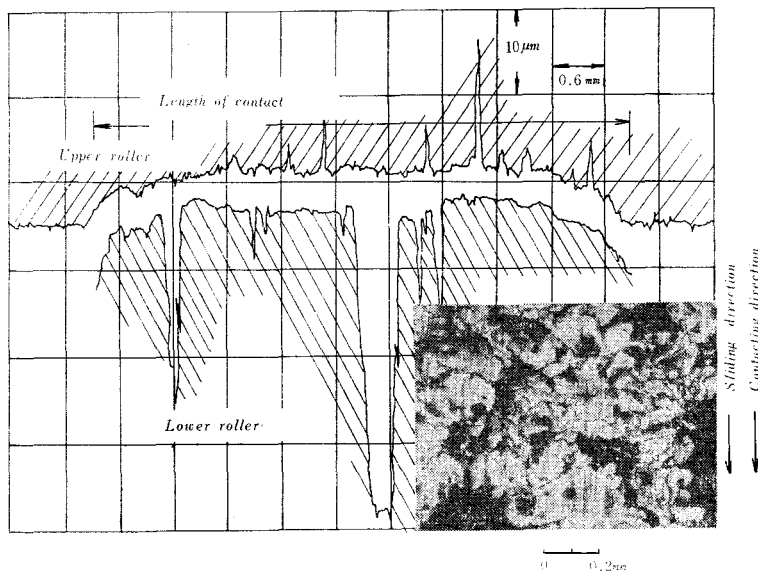


Fig. 8 (b) Shape of pits on the lower roller which caused the pitting failure at the load $p_0 = 27.0 \text{ Kg/mm}^2$ (Number of repeated cycles : 8.6×10^5)

which P.H. Dawson¹⁰⁾ has recommended as a measure of the degree of the metallic contact, was here calculated the following condition; in the case of the condition of $p_0=54 \text{ Kg/mm}^2$, $\alpha_1=-2.068$, $V_1=15.0 \text{ cm/s}$ and $V_2=46.0 \text{ cm/s}$, the minimum oil film thickness is 0.098 microns and the value of D is 32. Therefore, since a large value of D expresses the condition of a severe boundary lubrication, it is deduced that the any surface asperities of the mating rollers may be a nearly metallic contact and the surface friction affects the shape of pits. Figs. 8 (b) shows the surface damage of the lower roller at the load of $p_0=27.0 \text{ Kg/mm}^2$. A groove of 70 microns in depth is observed and those pits are irregularly dispersed on the track. The shape of pits on the upper roller at the load of $p_0=54 \text{ Kg/mm}^2$ is remarkably different from that of pits on the lower roller.

§ 5. On the growth of pitting

It is found from the gear test and the roller test of cast iron that in a high Hertzian stress range the growth of pitting occurs in the region of the negative specific sliding, but in a low Hertzian stress range it occurs in the region of the positive specific sliding. Furthermore, the shape of pits in a high Hertzian stress range is considerably different from that of pits in a low Hertzian stress range. Therefore, it is deduced from the above facts that the combined stresses of Hertzian stress, frictional force and the thermal stress affect the growth of pitting. The stress distribution, across the contact area and in the contact body, due to the action of the combined stresses of Hertzian stress, frictional force and thermal stress on its boundary, is clear in this section. These combined stresses were calculated under the following conditions; $E=7.0 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$, $G=2.8 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$, $\nu=0.25$, $K=0.15 \text{ cal/cm s}^\circ\text{C}$, $\kappa=0.165 \text{ cm/s}$, $\alpha=8.4 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, $\mu=0.15$ (the experimental value on our roller test).

5.1 Combined stresses of Hertzian stress and frictional force

When the two rollers of the same material, whose longitudinal axes are parallel, are pressed against each other while one or both rollers are rotated about a longitudinal axis causing a sliding motion, the magnitude of the frictional force q is assumed to be linearly proportional to that of Hertzian stress. Furthermore, we consider the rectangular co-ordinate axis (x , y , z), x , extending tangentially to the circle of the roller, and y in parallel with the longitudinal axis, and z , extending perpendicularly to the contact area. The stresses σ_{xx} , σ_{zz} and σ_{yy} or the shearing stress τ_{xz} are derived from J.O. Smith's equations¹²⁾. We examine in this section the distribution of the stress σ_{xx} having the largest magnitude. Fig.9 shows the calculated value in the contact body, when the position of the centre of the elliptically distributed load comes just to the origin of the co-ordinate system from the negative position of the x -axis. Since the positive and negative maximum stresses of σ_{xx} are $0.30 p_0$ at $X/L=-1.0$ on the bound-

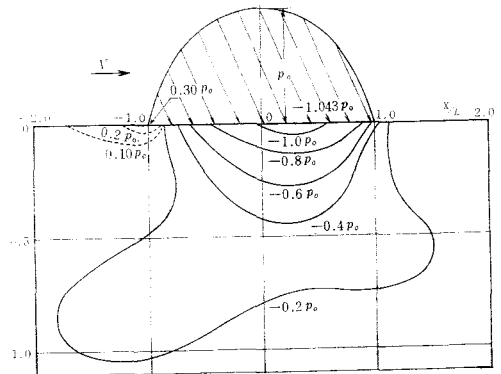


Fig. 9 Distribution of σ_{xx} in contact solid

dary and $-1.043 p_0$ at $X/L=0.25$ on the boundary respectively, the amplitude of stress σ_{xx} is maximum at the boundary.

It is usually assumed that the inelastic deformation type of failure is associated with the maximum shearing stress. Therefore, when we calculated the principal stresses at the boundary, the direction of the principal stress at $X/L=-1.0$ on the boundary coincided with the x -axis, and the magnitude and symbol of this stress are $0.30 p_0$ and positive respectively. The x component of the maximum principal stress at $X/L=0.25$ on the boundary is $-0.933 p_0$. Therefore, we manifest in this section the behaviour of the stress σ_{xx} , having the largest amplitude.

5.2 Thermal stress

The thermal stress due to the action of a moving heat source generated by the frictional heat, such as a parabolically distributed heat source⁶⁾, was calculated under the operating conditions of our roller test. The thermal stresses are calculated by assuming that the boundary outside the contact zone is thermally insulated and the heat flux is a one-dimensional flow.

5.3 Calculated results

The thermal stress on and below the surface is calculated under the condition of $p_0=50 \text{ Kg/mm}^2$, $L=5$, $\alpha_1=-2.067$ and $\mu=0.15$.

Figs.10 (a) through (c) show the stresses on and below the surface in the direction of the x -axis due to the action of the combined stresses of Hertzian stress and frictional force, and of the assembled stresses of Hertzian stress, frictional force and the thermal stress respectively. The abscissa of these figures expresses the calculating position of the stress, using the dimensionless parameter X/L . Fig. 10 (a) shows the stress range of σ_{xx} , when the centre of the above-mentioned load comes just to the origin of the co-ordinate system from the negative position along the x -axis. Similarly, Fig. 10 (b) shows the distribution of the thermal stress, when the centre of the heat source comes just to the origin from the negative position along the x -axis.

On our roller test, V_2 is larger than V_1 . Therefore, Fig. 10 (a) expresses the behaviour of σ_{xx} on the lower roller due to the action of the combined stress of Hertzian stress and

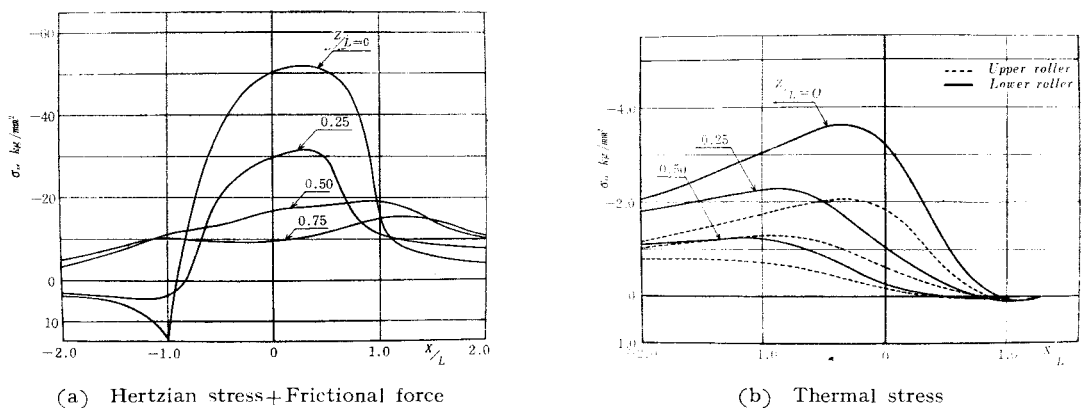
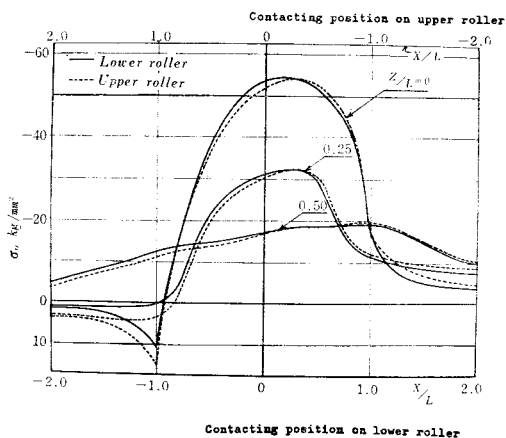


Fig. 10 Relation between σ_{xx} and X/L



(c) Hertzian stress + Frictional force + Thermal stress

Fig. 10 Relation between σ_{xx} and X/L

frictional force. It is obvious from this figure that the compressive stress is maximum nearly at the front of the centre in the contacting zone and the tensile stress is 15 Kg/mm^2 at one edge of the contacting zone. On the contrary, the behaviour of σ_{xx} on the upper roller is reverse to that on the lower roller. Next, as is evident from the rate of the frictional heat which flows into the respective mating rollers, the magnitude of the thermal stress created on the lower roller is large compared to that created on the upper roller as shown in Fig. 10 (b). The thermal stress on the respective rollers is maximum at the boundary and the smaller tensile stress arises at one edge of the heat source. However, in the case of the lower roller, the maximum compressive stress, which arises at the back of the centre of the heat source, is equal to $0.10 p_0$. Furthermore, Fig. 10 (c) shows the behaviour of σ_{xx} when the above-mentioned thermal stress is superimposed upon the combined stress of Hertzian stress and frictional force. The thermal stress remarkably affects the tensile stress created on the lower roller due to the action of the combined stress of Hertzian stress and frictional force.

Therefore, the maximum tensile stress on the lower roller decreases down to 10.5 Kg/mm^2 , but that on the upper roller is retained. However, at the load of $p_0 = 25 \text{ Kg/mm}^2$ which is almost equal to the endurance limit for the pitting failure, the magnitude of the thermal stress is not very much and therefore it has no influence on the component of the tensile stress created on the lower and upper roller.

Next, Fig. 11 shows the endurance strength for pitting failure. The magnitude of σ_a and σ_m of σ_{xx} at the boundary when the thermal stress is superimposed upon the combined stress of Hertzian stress and frictional force, are here calculated and the respective calculated values of σ_a and σ_m at the load of $p_0 = 50$ and 25 Kg/mm^2 are expressed with the white and black circle having a subscript 3 and 4 as shown in Fig. 11. In a high load range, the magnitude of σ_a on the upper roller is large compared to that on the lower roller, but in a low load range, there are not so much difference between the respective magnitudes of σ_a on the upper and lower rollers. Therefore, according as the load increases, the effect of the thermal stress increases and the magnitude of σ_a is large. Therefore, it is considered that according as Hertzian stress increases, the endurance strength for the pitting failure on upper roller

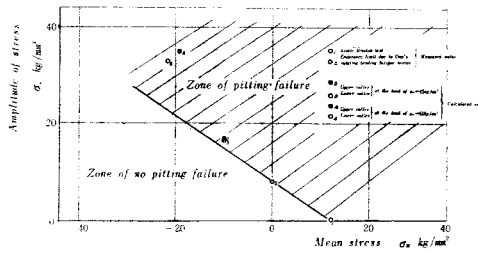


Fig. 11 Endurance strength for pitting failure

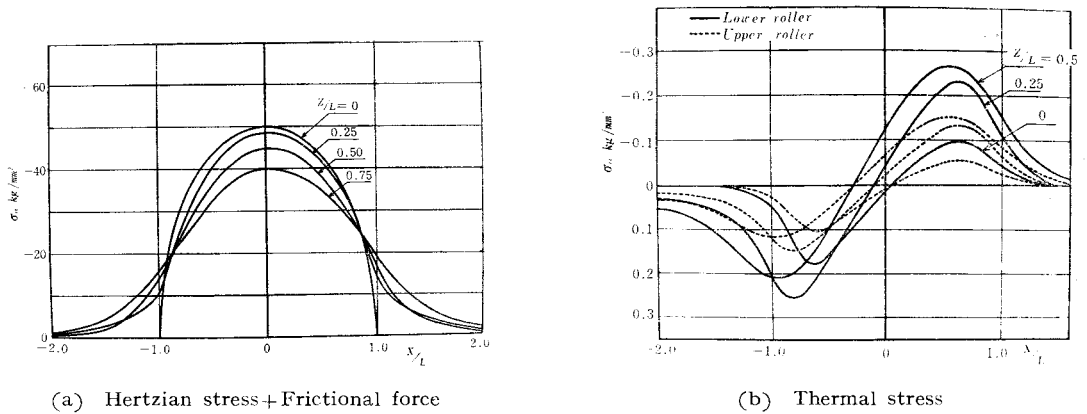


Fig. 12 Relation between σ_{zz} and X/L

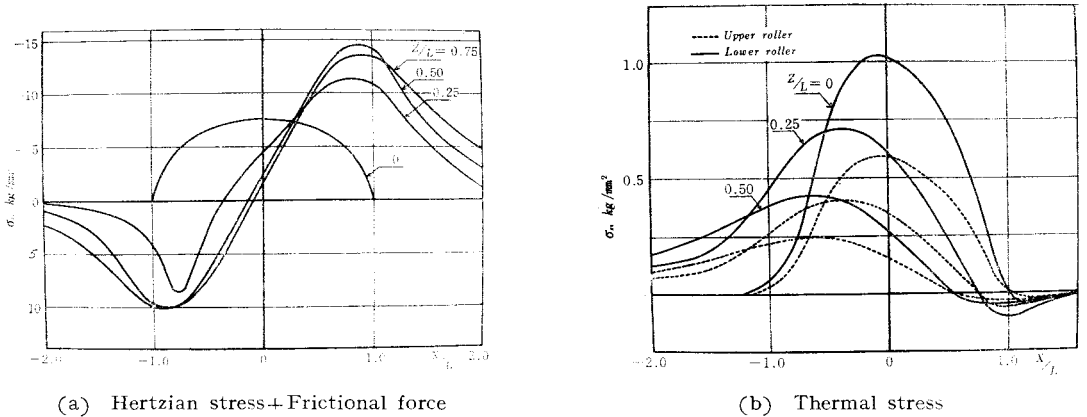


Fig. 13 Relation between τ_{xz} and X/L

decreases more than that on the lower roller.

Furthermore, Figs. 12 (a) and (b) show the relation between σ_{zz} and X/L . Since the magnitude of σ_{zz} is very small compared with that of Hertzian stress, the effect of the thermal stress of σ_{zz} on pitting failure can not be considered in this case. Figs. 13 (a) and (b) show the relation between τ_{xz} and X/L . Similarly, the effect of the thermal stress on pitting failure may be neglected.

§ 6. Conclusion

The magnitude of the stresses on and below the surface due to the action of the stress, when the thermal stress was superimposed upon the combined stress of Hertzian stress and frictional force, were calculated under the testing condition of $p_0=50 \text{ Kg/mm}^2$, $\mu=0.15$, $L=5$, and $\alpha_1=-2.067$ on the roller test. Consequently, the stress of $\sigma_{x,x}$ has the largest amplitude at the boundary. The thermal stress has a remarkable influence on the tensile stress created on the lower roller (the symbol of the specific sliding is positive) due to the action of the combined stress of Hertzian stress and frictional force. Therefore, the maximum tensile stress on the lower roller at $X/L=-1.0$ on the boundary decreases down to 10.5 Kg/mm^2 due to the action of the thermal compression, but that on the upper roller is about 13 Kg/mm^2 . On the other hand, at the load of $p_0=25 \text{ Kg/mm}^2$ which appears to be the endurance limit for the pitting failure in our test, the magnitude of the thermal stress is not so large and therefore it has no influence upon the tensile stress created on the lower and upper rollers. Therefore, it is obvious from the above facts that the thermal stress caused by the frictional heat is one of the serious factors affecting growth of pitting. According as the load and the sliding velocity increase, the effect of the thermal stress on pitting failure is large. Consequently, it is considered that endurance strength for the pitting on the upper roller having a negative specific sliding is small compared with that on the lower roller having a positive specific sliding, and the difference between the respective fatigue curves for the pitting on the upper and the lower rollers is gradually large.

References

- 1) F. Hirano and others : Trans. Japan Soc. Mech. Engrs., Vol. 34, No. 260 (1968), 795.
- 2) H. Ishibashi and T. Yokote : Trans. Japan Soc. Mech. Engrs., Vol. 35, No. 277 (1969), 1929.
- 3) S. Way : J. Appl. Mech., 2.2 (1935), A49.
- 4) H. Ishibashi and T. Yokota : Preprint of Japan Soc. Mech. Engrs., No. 700—18 (1970), 69.
- 5) T. Nishihara and Y. Endō : Trans. Japan Soc. Mech. Engrs., Vol.18, No. 75 (1952), 81.
- 6) Y. Terauchi and H. Nadano : Journal of the Japan Society of Lubrication Engineer, Vol. 17, No. 5 (1972), 306.
- 7) C. Weber & K. Banaschek : Schriftenreihe Antriebstechnik, Heft 11, (1953), 1.
- 8) D. Dowson & G.R. Higginson : Elasto-hydrodynamic Lubrication, (1966), 96, Pergamon Press.
- 9) H. Glaubitz : Forsch. a.d. Ged. Ing., 14 (1943), 24.
- 10) P.H. Dawson : J. Mech. Ing. Sci., Vol. 4, No. 1 (1962), 16.
- 11) Handbook of Mechanical Engineer, edited by Japan Society of Mechanical Engineer, 1960.
- 12) J.O. Smith & C.K. Liu : J. Appl. Mech., June (1953), 157.

(昭和48年9月1日受付)

塑性加工の研究 (第1報)

—引抜応力、圧延最小板厚の検討—

(機械工学科) 里 信 敏 行

Studies on the Plastic Working (Report 1)

—Investigation of the Drawing Stress and the
Minimum Thickness of Plate in Rolling—

Toshiyuki SATONOBU

Synopsis :

We made investigation on drawing stress and minimum thickness of plate in rolling in plastic working, and have obtained the following results.

- 1) Drawing stress increases as percentage reduction in diameter and coefficient of friction become greater.
- 2) The equation for best die angle is approximately $\alpha_0 = C_n \phi^n$, $\alpha_0 = C_n \mu^n$.
- 3) Best die angle is approximately 3 to 13 degree and C_n , n are $C_n = 1.3 \sim 4.0$, $n = 0.40 \sim 0.50$ ($\alpha_0 = C_n \phi^n$) and $C_n = 18 \sim 30$, $n = 0.46 \sim 0.49$ ($\alpha_0 = C_n \mu^n$).
- 4) 3.09 is the coefficient of the equation for minimum thickness of plate in rolling.

§ 1 結 言

さきに機械工学情報処理教育研究会より機械工学情報処理教育用プログラム集が発刊されたが、その内容は各部門における問題を多数包含していて、教育用としては密度の高いものといえよう。しかし、生産部門だけに限って言うならば、塑性加工の問題はとりあげられていない。そこで、本研究は情報処理教育を考慮して塑性加工の諸問題を解析し、電子計算機を使用してまとめたものの中で、引抜応力と圧延における圧延可能な最小板厚の計算に関する問題をとりあげ、検討した結果について報告する。

§ 2 引抜応力の計算

(1) 計算内容

円形断面棒材を円錐ダイスで引抜くときの引抜応力は、一般に、解析を簡略化するための仮定を設け、平衡方程式から導かれるが、このとき、逆張力がはたらかない場合のダイス出口における引抜応力はつぎの式¹⁾であたえられる。

$$\sigma_{n2}/Y_m = \left[\left(1 + \frac{1}{\mu \cot \alpha} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{2\mu \cot \alpha} \right\} + \frac{4\alpha}{3\sqrt{3}} \right] \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 σ_{n2} = ダイス出口における引抜応力

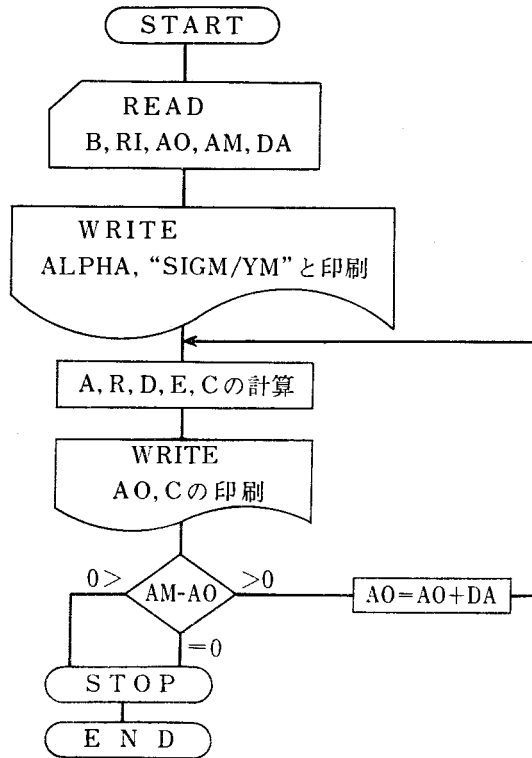
μ = 摩擦係数

α = ダイス半角

r_1 = 素材半径
 r_2 = 引抜材半径
 Y_m = 平均変形抵抗

この式において、まず引抜応力に関する因子の影響をしらべるため摩擦係数、直径減少率をパラメータとしてプログラムをくむとつぎのようになる。

(フローチャート)



(プログラムリスト)

計算式	フローチャート プログラム	記号説明
μ	B	摩擦係数
r_2/r_1	RI	直径減少率
α_{min}	AO	ダイス半角最小値
α_{max}	AM	ダイス半角最大値
	DA	ダイス半角増分

(プログラム)

```

    READ(1,100) B, RI, AO, AM, DA
    100 ; FORMAT(5F)
    WRITE(1,200)
    200 ; FORMAT(/,/,7X,5HALPHA,11X,"SIGM/YM")
  
```

```

10 ; A = 3.141592 * AO / 180.0
    R = 1.0 - RI / 100.0
    D = 2.0 * B * COS(A) / SIN(A)
    E = D * ALOG(R)
    C = (1.0 + 2.0 / D) * (1.0 - EXP(E)) + 4.0 / 3.0 / SQRT(3.0) * A
    WRITE(1,300)AO, C
300 ; FORMAT(/, F11.3, 5X, F17.9)
    IF(AM - AO)30,30,20
20 ; AO = AO + DA
    GO TO 10
30 ; STOP
    END
    
```

ここで、データとして入れるBすなわち摩擦係数は、引抜加工においてはダイス壁面よりの圧力、ダイスの表面状態、潤滑剤の適応性、潤滑方式などにより異なった値となるが、きわめて良好なとき約0.02、普通0.08~0.13で、表面状態が悪く潤滑剤が不適当なとき0.2~0.25²⁾くらいであるといわれているので、0.02~0.15の値を採用した。また、RIすなわち直径減少率は、線材の引抜きで、鋼の線の場合10~35%（断面減少率）、非鉄15~30%（ ψ ）であり、断面減少率10%、35%はそれぞれ直径減少率5%、20%に相当するので、5~20%の値をとることとした。条件はつぎのとおりである。

B = 0.02, 0.05, 0.09, 0.15

RI = 5, 10, 15, 20(%)

また、ダイス半角は増分1度で2~20度とした。

(2) 計算結果

図1は $\mu = 0.02$ の場合における引抜応力とダイス角との関係であるが、(1)式からも明らかごとく直径減少率が增大すれば引抜応力は増加する。つぎに、ダイス角との関係は、ダイス角がある角度のとき引抜応力が最小値となる点がある。すなわち最適ダイス角が存在する。また、直径減少率の増加とともに最適ダイス角の値は大きくなっていくことがわかる。

摩擦係数の引抜応力におよぼす影響は、図2より摩擦係数の値が大きくなるほど引抜応力も増大していく。なお、この場合においても摩擦係数の増加とともに最適ダイス角は大きな値となる。

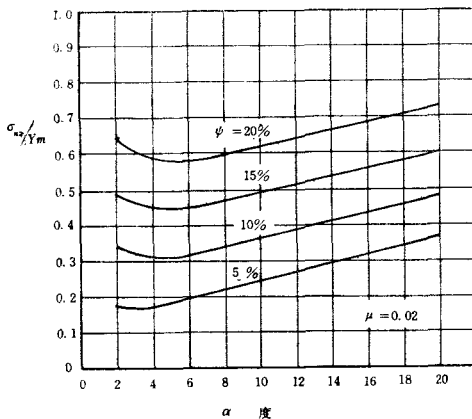


図1 引抜応力とダイス角との関係

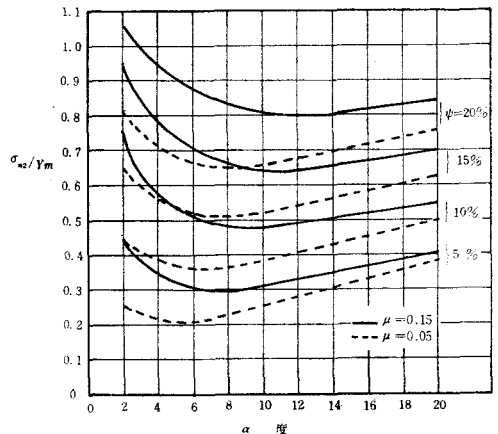


図2 引抜応力とダイス角、摩擦係数との関係

(3) 最適ダイス角の検討

引抜応力におよぼす各因子の影響の検討から最適ダイス角の存在が明らかなので、 σ_{n2}/Y_m が極値をとるときの α を求めるとつぎのようになる。(1)式より

$$\sigma_{n2}/Y_m = \left[\left(1 + \frac{1}{\mu \cot \alpha} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{2\mu \cot \alpha} \right\} + \frac{4\alpha}{3\sqrt{3}} \right]$$

$$\sigma_{n2}/Y_m = \sigma, \quad r_2/r_1 = \phi_0$$

$$\sigma = \left(1 + \frac{\tan \alpha}{\mu} \right) (1 - \phi_0^{2\mu \cot \alpha}) + \frac{4\alpha}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{d\sigma}{d\alpha} = \frac{\sec^2 \alpha}{\mu} - \frac{\sec^2 \alpha}{\mu} \phi_0^{2\mu \cot \alpha} + 2\mu \phi_0^{2\mu \cot \alpha} \ln \phi_0 \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2 \tan \alpha \phi_0^{2\mu \cot \alpha} \ln \phi_0 \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha + \frac{4}{3\sqrt{3}}$$

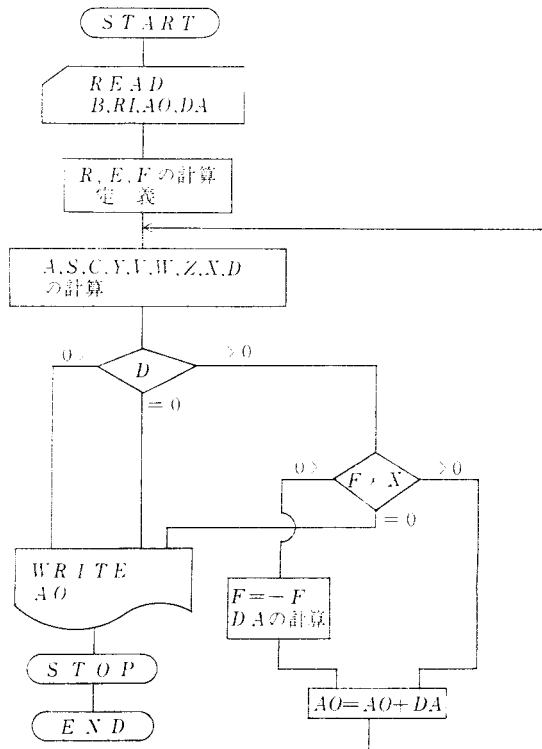
$$\frac{d\sigma}{d\alpha} = 0$$

$$\frac{4}{3\sqrt{3}} = \phi_0^{2\mu \cot \alpha} \left(\frac{\sec^2 \alpha}{\mu} - 2\mu \ln \phi_0 \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha - 2 \tan \alpha \ln \phi_0 \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha \right) - \frac{\sec^2 \alpha}{\mu}$$

$$\phi_0^{2\mu \cot \alpha} \left\{ \frac{-2 \ln \phi_0}{\sin^2 \alpha} (\mu + \tan \alpha) + \frac{\sec^2 \alpha}{\mu} \right\} - \left(\frac{\sec^2 \alpha}{\mu} + \frac{4}{3\sqrt{3}} \right) = 0 \dots \dots \dots (2)$$

(2)式を満足する α の値が最適ダイス角： α_0 となる。つぎに最適ダイス角を計算する。

(フローチャート)



(プログラムリスト)

AO がダイス半角初期値で、他は引抜応力計算の場合に準ずる。

(プログラム)

```
READ(1,100)B,RI,AO,DA
```

```

100 ; FORMAT(4F)
      R=1.0-RI/100.0
      E=ALOG(R)
      F=1.0

10 ; A=3.141592*AO/18.0
      S=SIN(A)
      C=COS(A)
      Y=2.0*B*C/S
      V=1.0/C/C/B
      W=2.0*E*(B+S/C)/S/S
      Z=EXP(E*Y)
      X=Z*(V-W)-V-4.0/3.0/SQRT(3.0)
      D=ABS(X)-1.0E-8
      IF(D)50,50,20

20 ; IF(F*X)30,50,40

30 ; F=-F
      DA=-DA/4.0

40 ; AO=AO+DA
      GO TO 10

50 ; WRITE(1,200)AO

200 ; FORMAT(/,7HALPHA=,F15.10)
      STOP
      END
    
```

計算結果をまとめると、図3～図5となる。

図3より、最適ダイス角は、前述のとおり直径減少率の増加にもなって増大し、その変化範囲は3～13度である。なお、両者の関係は図4に示すごとく、両対数グラフ上で直線で近似され関係式 ($\alpha_0 = C_n \phi^n$) はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_0 &= 1.39\phi^{0.43} & (\mu=0.02) \\
 \alpha_0 &= 1.78\phi^{0.50} & (\mu=0.05) \\
 \alpha_0 &= 3.02\phi^{0.41} & (\mu=0.09) \\
 \alpha_0 &= 3.96\phi^{0.39} & (\mu=0.15)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $C_n = 1.3 \sim 4.0$ 、 $n = 0.40 \sim 0.50$ である。

摩擦係数と最適ダイス角の関係も同様の傾向を示し、近似式はつぎのとおりである。

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_0 &= 18.5\mu^{0.49} & (\phi = 5\%) \\
 \alpha_0 &= 25.1\mu^{0.48} & (\phi = 10\%) \\
 \alpha_0 &= 28.3\mu^{0.46} & (\phi = 15\%) \\
 \alpha_0 &= 30.3\mu^{0.46} & (\phi = 20\%)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$C_n = 18 \sim 30$ 、 $n = 0.46 \sim 0.49$ である。なお、図5ならびに上述近似式より明らかなごとく、最適ダイス角の増加率は、直径減少率の増加に対してしだいに小さくなっていく。

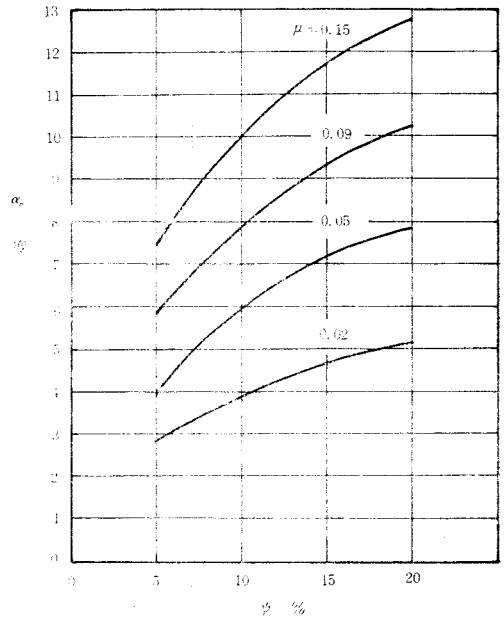


図3 直径減少率と最適ダイス角との関係 (1)

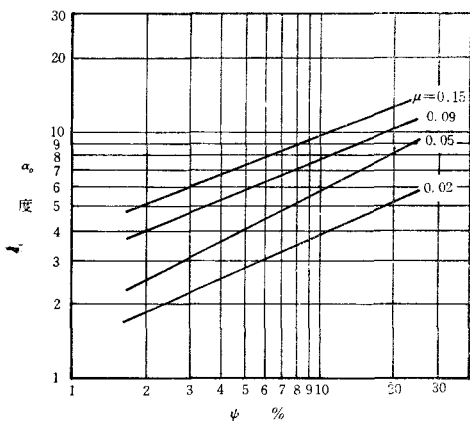


図4 直径減少率と最適ダイス角との関係 (2)

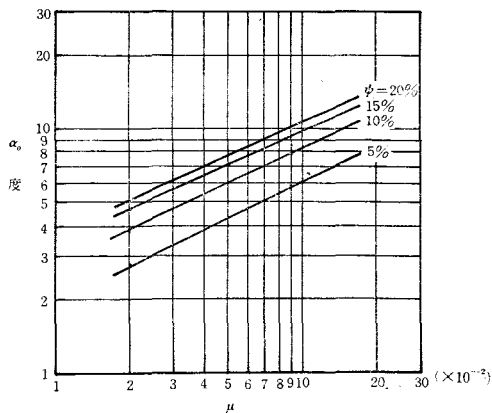


図5 摩擦係数と最適ダイス角との関係

§ 3 圧延最小板厚

圧延における平均圧延圧力： p_m ³⁾は、

$$p_m = \frac{P}{bL} = (k_m - \sigma_1) \left(\frac{e^{\frac{\mu L}{t}} - 1}{\frac{\mu L}{t}} \right) \dots \dots \dots (5)$$

- ここで、 p_m = 平均圧延圧力
- P = 圧延全圧力
- b = 板幅
- L = 接触長
- k_m = 平均変形抵抗
- σ_1 = 外力
- μ = 摩擦係数
- t = 板厚

また、ロールが変形したときの接触弧の長さ： L' ⁴⁾は、

$$\frac{\mu L'}{t} = \sqrt{\left(\frac{\mu L}{t}\right)^2 + \left(\frac{\mu a}{t}\right)^2} p_m'^2 + \frac{\mu a}{t} p_m' \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 $a = \frac{8R(1-\nu^2)}{\pi E}$

- L' = 接触弧長さ (ロール変形)
- p_m' = 平均圧延圧力 (")
- R = ロール半径
- ν = ロールのポアソン比
- E = ヤング係数

(5)式の $\frac{\mu L}{t} - 1 / \frac{\mu L}{t}$ は、平均接触圧力が材料の降伏応力の何倍かをあらわす係数である。

$\frac{\mu L}{t} = 0$ のとき

$$\lim_{\frac{\mu L}{t} \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{\mu L}{t}} - 1}{\frac{\mu L}{t}} = \lim_{\frac{\mu L}{t} \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{\mu L}{t}}}{1} = \frac{e^0}{1} = 1$$

すなわち $\frac{\mu L}{t} = 0$ のとき平均接触圧力と材料の降伏応力が等しくなる。ゆえに、

$$\frac{e^{\frac{\mu L}{t}} - 1}{\frac{\mu L}{t}} > 1 \dots\dots \text{材料を圧延できる}$$

$$\frac{e^{\frac{\mu L}{t}} - 1}{\frac{\mu L}{t}} < 1 \dots\dots \text{〃 圧延できない}$$

一方、(6)式に圧延限界 $\frac{\mu L}{t} = 0$ を代入すると、

$$2 \frac{\mu a}{t} p_m' = \frac{\mu L'}{t}$$

$$\therefore p_m' = \frac{t}{2\mu a} \cdot \frac{\mu L'}{t} \dots\dots\dots (7)$$

圧延限界は(7)式の $p_m' - \frac{\mu L'}{t}$ 直線と(5)式の $p_m - \frac{\mu L}{t}$ 曲線が接するとして求められる。そこで、両グラフが接する $\frac{\mu L}{t}$ の値を求める。

$x=0$ のとき、 $\frac{\mu L}{t}$, $\frac{\mu L'}{t}$ を x 軸にとると、

$$p_m = \lim_{x \rightarrow 0} (k_m - \sigma_1) \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)$$

$$= k_m - \sigma_1 \neq 0$$

$$p_m' = \frac{t}{2\mu a} x = 0$$

ゆえに両関数のグラフは図6のようになり求める接点 $x_n \neq 0$ である。つぎに、(5)式の導関数 M を求めると、

$$M = (k_m - \sigma_1) \frac{x e^x - e^x + 1}{x^2} = \frac{t}{2\mu a} \dots\dots (8)$$

また、(5)、(7)式において $p_m = p_m'$ より

$$\frac{t}{2\mu a} x = (k_m - \sigma_1) \frac{e^x - 1}{x} \dots\dots (9)$$

$\frac{t}{2\mu a (k_m - \sigma_1)} = C_1$ とすると、(8)、(9)式は

$$x e^x - e^x + 1 = C_1 x^2 \dots\dots (10)$$

$$C_1 x^2 = e^x - 1 \dots\dots (11)$$

(10)-(11)より

$$x e^x - 2e^x + 2 = 0 \dots\dots (12)$$

(10)+(11)より

$$2C_1 x^2 = x e^x$$

$$x \neq 0$$

$$\therefore C_1 = \frac{e^x}{2x} \dots\dots\dots (13)$$

$f(x) = x e^x - 2e^x + 2$ とすると

$$f'(x) = x e^x - e^x = 0$$

$$x = 1$$

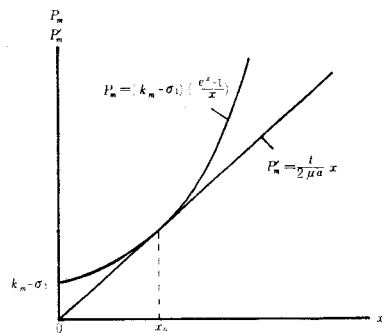


図6 $p_m - x$, $p_m' - x$ のグラフ

$$f''_{(x)} = xe^x$$

$x > 0$ のとき $f''_{(x)} > 0$ (下に凸)

$x < 0$ " $f''_{(x)} < 0$ (上に凸)

$f''_{(x)} = xe^x = 0$ のとき $x = 0$ (変曲点)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f_{(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} (x-2)e^x + 2 = \infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f_{(x)} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x - 2e^x + 2 \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left\{ -\frac{x}{\frac{1}{e^x}} - 2e^x + 2 \right\} \\ &= -\frac{1}{e^\infty} - \frac{2}{e^\infty} + 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

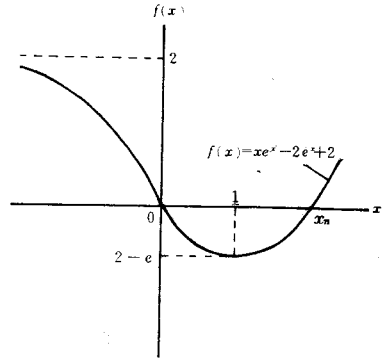


図7 $f_{(x)} = xe^x - 2e^x + 2$ のグラフ

ゆえにグラフにすると図7のようになり、 $f_{(x)} = xe^x - 2e^x + 2 = 0$ の根は2つで、 $x=0$ 、 $x=x_n$ である。ところが、 $x_n \neq 0$ なるゆえに求める根は $x=x_n$ である。

(1) 計算内容

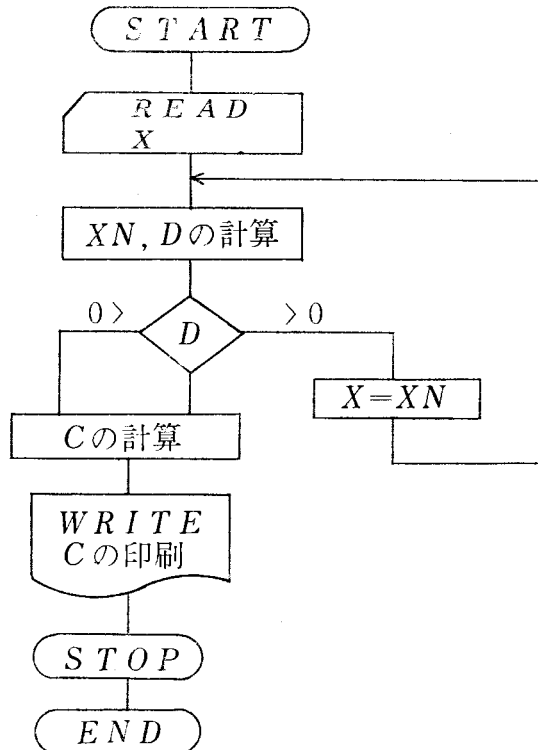
x_n ならびに C の計算はつぎのとおりである。

$$x_n = x - \frac{f_{(x)}}{f'_{(x)}} = x - \frac{xe^x - 2e^x + 2}{(x-1)e^x} \dots\dots\dots(14)$$

$$C = \frac{e^{x_n}}{x_n} \dots\dots\dots(15)$$

C の値が C_1 の2倍の値となっているのは、最小板厚の式を整理するにあたり便利のためである。

(フローチャート)




```
(プログラム)
READ(1,100)X
100; FORMAT(F)
10; XN=X-(X*EXP(X)-2.0*EXP(X)+2.0)/(X-1.0)*EXP(X))
D=ABS(XN-X)-1.0E-12
IF(D)30,30,20
20; X=XN
GO TO 10
30; C=EXP(XN)/XN
WRITE(1,200)C
200; FORMAT(/,"C=",F15.12)
STOP
END
```

計算結果は、 $C = 3.088277280000$ であった。ゆえに $C = \frac{t}{\mu a(k_m - \sigma_1)}$ より最小板厚の式を導くとつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
 t_{min} &= 3.09\mu a(k_m - \sigma_1) \\
 &= 3.09 \cdot \frac{4\mu D(1-\nu^2)(k_m - \sigma_1)}{\pi E} \\
 &= 3.94 \frac{\mu D(1-\nu^2)(k_m - \sigma_1)}{E} \dots\dots\dots(16)
 \end{aligned}$$

(2) 計算結果

t_{min} の値の計算結果は係数が 3.088……となった。この係数を 3.08とした計算式があるが、どの厚さまで圧延可能であるかということなので、3.09の値をとるほうが妥当であろう。ただし、工学的に重要な意味があるわけではない。

§ 3 結 論

引抜応力におよぼす各因子の影響から最適ダイス角の決定について解析し、ついで、圧延最小板厚の検討をおこなったが、結果の概要を示すとつぎのようになる。

- 1) 引抜応力は、直径減少率、摩擦係数が増加するにもなって大きくなる。
- 2) 最適ダイス角は、 $\alpha_0 = C_n \phi^n$, $\alpha_0 = C_n \mu^n$ で近似される。
- 3) 最適ダイス角の変化範囲は 3～13度程度で、近似式における C_n , n の値は、直径減少率との関係で $C_n = 1.3 \sim 4.0$, $n = 0.40 \sim 0.50$, 摩擦係数との関係で $C_n = 18 \sim 30$, $n = 0.46 \sim 0.49$ くらいである。
- 4) 圧延最小板厚計算式の係数は、切上げ方式による値を採用するのがより妥当である。

終りに、研究を遂行するにあたって協力した東工大 百田和之君に謝意を表する。

文 献

- 1) 鈴木：塑性加工（裳華房），82
- 2) 前田：塑性加工（誠文堂新光社），113
- 3) } 千々岩：機械製作法(1)（コロナ社），314, 315
- 4) }

0.1m×0.1m超音速吹出風洞の計画と構造（第1報）

（機械工学科） 二井内 信 司

On the Design and Construction of the 0.1m×0.1m Supersonic Blow Down Wind Tunnel (Report 1)

Nobushi NINAI

This Report describes the development of design and construction of the supersonic blow down wind tunnel at Kure Technical College.

The tunnel is of intermittent blow down type, and a supersonic flow is obtained by blowing high pressure air down into the atmosphere. Tunnel supply air of 20kg/cm² is obtained by the air supply system consisting of a compressor, drier and air storage tank which has the volume of 8m³. The pressure regulator is used to provide a constant wind tunnel stagnation pressure, while the available pressure in the storage tank is decreasing. To obtain uniform air flow, the air flows through the settling chamber, and then exhausts into the nozzle. The Mach number range covered by the tunnel is between 1.5 and 3.5.

§ 1 緒 言

予てより超音速気流の実験を行いたいと考えていた著者は、その内に解体船のディーゼル起動用の気蓄タンクを探して来ようと考えていたが、偶宇宙開発事業団のロケットモーターの転用希望者募集に着目し、ロケットチャンバーの両端に蓋をして圧力タンクとして使用しようと計画し申込みをして置いたが、何処かの大学でも渡される事だろうと思っていた。

ところが遅良くと申すべきか、聞く処によると他にも大学から幾らも申込みはあったが、皆並べて置いてこれがロケットモーターであるといつて見せるだけという目的で申込んでいて、あまり積極的な使用目的を持つものは無く、結極会議で最も熱心な使用目的であるという事になり、計らずも5千万円にあまるロケットチャンバーとその附属品が著者の研究室に転用される事になった。このロケットチャンバーは中に火薬を填めて燃す所謂固体ロケットで、宇宙開発事業団では固体ロケットに見切りをつけて液体ロケットに切替えるために製作中のものを製造停止にしたもので、品物は新品である替りに未加工な処があり最大の難点は前後二つの部分に分れているチャンバーを結合させるボルトの孔を穿てなく、沈み座になるべきその座も取ってないという事である。32mmの孔を片方に80箇合計160箇直角にしかも全部のボルトが通るように穿る事は、これが設備の整った工場内で下向きの作業が出来ればまだ容易であるが、設備の無い野外でしかも横向きの作業でそのために新たに講入したアトラ穿孔機だけを頼りに実行することは誠に至難の技であったが、卒業研究の学生栞谷宜之・朝日英範両君の献身的努力によりとにかく片方は80箇全部他の片方は40箇の孔を穿け座も一部取った。これは孔を穿る以上に困難な作業でそのために工夫して作った工具も度々折損し短期間に工事を完成することが出来ないのでフランジの二重曲率に合せた異形座金を鋳鋼で造り40本の新しくそのために造ったボルトで一応結合した。このチャンバーは元来80kg/cm²の耐圧で当分の間20kg/cm²の圧力で使用するのでそれには十分であるからである。将来もっと高圧を使い実験時間を延長し、なおより高いマッハ数までの実験を行うようになるま

でこの残りの40箇の穿孔と座穿りの作業は一時見送り、出来るだけ早く超音速風洞の実験が出来るように先を急ぐことにした。

§ 2 初期計画

型式

閉路型連続風洞の如きものは莫大な馬力を必要とし到底望むべくもない。国家的規模でやっている航空技術研究でも、東京大学の宇宙研でも間欠風洞である。したがって始めから間欠風洞を目指したが、始期にはタンクを真空にして大気を吸込ませる型式のものが高い圧力比を得られ、又各部の耐圧の条件も緩やかで済む事だし良かろうと考えていたが、これは空気乾燥器の龐大なものを必要とするので間欠吹出し式の風洞にすることにした。吹出し式も空気乾燥器は必要であるが、時間をかけて乾燥すれば小さいものでよく、真空式のものの如く瞬間的に多量の空気を吸込んでそれでいて大した抵抗にならない位の吸入量を確保する程の大きな乾燥器は到底著者の如き一学究の研究費を以てなし得るところではないからである。

まず圧力であるが貯気槽の耐圧は $80\text{kg}/\text{cm}^2$ であるが、耐圧の高い部品・機器は急激に高価になるので当分の間は $20\text{kg}/\text{cm}^2$ の貯気槽圧力とし、他の部号等も経済の許す限り、将来より長時間、より高マッハにするための準備をして置くことにする。

次に測定部の寸法であるが模型を中に入れるためには出来るだけ大きいのが良いが、貯気槽の大きさが制限されている状態では持続時間に制約を受けるので、当分 $0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$ とするが将来計測装置の整備が出来て短時間に計測が完了する場合には $0.15\text{m} \times 0.15\text{m}$ にまでする事を考え、集合胴からノルズへの継ぎの部分を用意出来るように備準することにする。

構成の概要は図1の如くである。

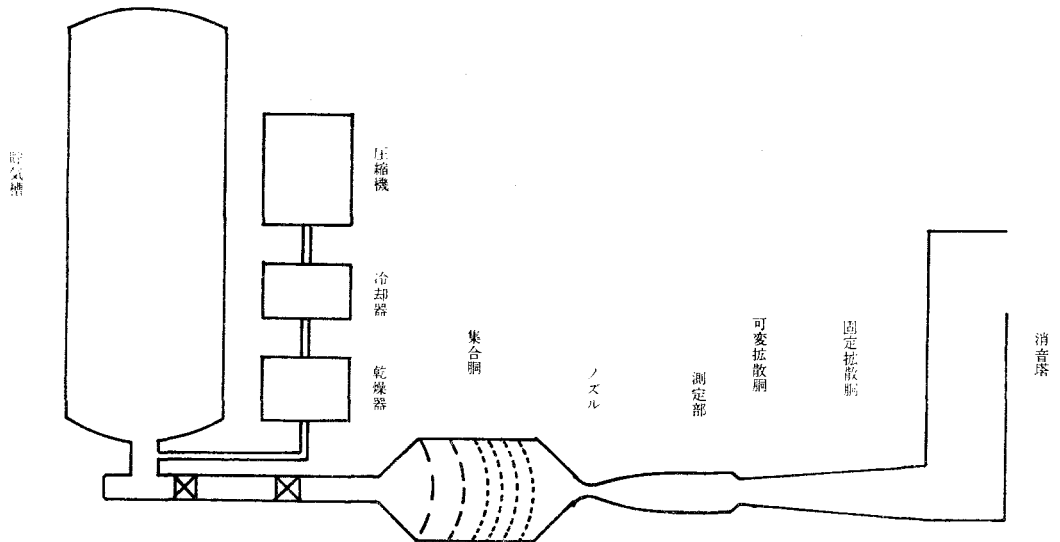


図 1

持続時間

図2における点線①は理論的な運転に必要な圧力比で、第2スロートに垂直衝撃波のある状態である。点線②は理論的な起動に必要な圧力比であって、測定部に垂直衝撃波がある状態である。これは起動後第2スロートの断面積が適当であれば、ディフューザのスロートの下流側へ移動する。実際には境界

層等の損失のため理論通りにはならないで①、②はそれぞれ実線③、④となる。なお同図には HOWARTH によるもの二点鎖線⑤、LUKASIEWICZ による RUNNING⑥ 短点線、STARTING⑦一点鎖線を併記した。

航空技術研究所の方法により持続時間を算出すると γ, R, n をそれぞれ定圧比熱の定積比熱に対する比、空気的气体常数、ポリトロピック変化の指数とし、 P, T, A, M, V, t をそれぞれ圧力、絶対温度、流れに直角な断面積、マッハ数、貯気槽容積、時間とし、添字 $T, 0, i, f, *$ をそれぞれ貯気槽、集合胴、初期、終期、スロート部における値を示すものとする。

$$x = \frac{n_T - 1}{n_T} - \frac{n_0 - 1}{n_0} \quad \text{とおけば}$$

今の場合管路は僅か 5 m 程で短いので抵抗係数 $K_D = 2$ と見積れば

$$\frac{P_T}{P_{Ti}} = \left[\frac{1 + (x-1)n_T \gamma RT_{Ti}}{(1.2)^3} \frac{A^*}{V} \frac{P_0}{P_{Ti}} t \right]^{-\frac{1}{x-1}}$$

で与えられる。式中の A^* は測定部の断面積 A に 0.1×0.1 及び 0.15×0.15 を

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{1 + [(\gamma-1)/2] M^2}{[(\gamma+1)/2]} \right\}^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

に代入して A^* を求め貯気槽の容積 8 m^3 を V に入れて計算して得られたものがそれぞれ図 3、図 4 である。各マッハ数に P_0 を若干箇与えそれぞれに対して P_{Ti} を定めて図 3、図 4 より持続時間を求めたのが測定部断面積 0.1×0.1 ならびに 0.15×0.15 に対してそれぞれ図 5、図 6 である。なお同図には同じ計算を Alan Pope の方法で求めた結果を◎印で示してある。

Alan Pope の用いた式は下記の如きものである。

$$t = 0.0353 \frac{V}{A^*} \frac{\sqrt{T_T}}{T_i} \frac{P_i}{P_t} \left\{ 1 - \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{1}{n}} \right\}$$

t = 運転時間 秒

V = 貯気槽の容積 ft^3

$n = 1.1$ を用いた。

○印は運転停止の位置を示すが若干の差は式誘導中に用いた仮定の差により生じたものと考えられる。

図 5 によると 0.1×0.1 の場合は $M = 3.5$ においても 48 秒、 $M = 2.0$ においては 70 秒という十分な持続時間を確保する事が出来る。又 Pope の方法を以てしても $M = 3.5$ において 32 秒、 $M = 2.5$ においては 50 秒となりいずれにしても十分使用に耐えるものと考えられる。又 0.15×0.15 において $M = 3.5$ で 21 秒、 $M = 2.0$ 秒で 28 秒。Pope の方法を以てすれば $M = 3.5$ で 14 秒、 $M = 2.5$ で 22 秒と計測装置を整備すればどうにか使用可能な持続時間を確保出来て所期の目的を達成し得るものと考えられる。

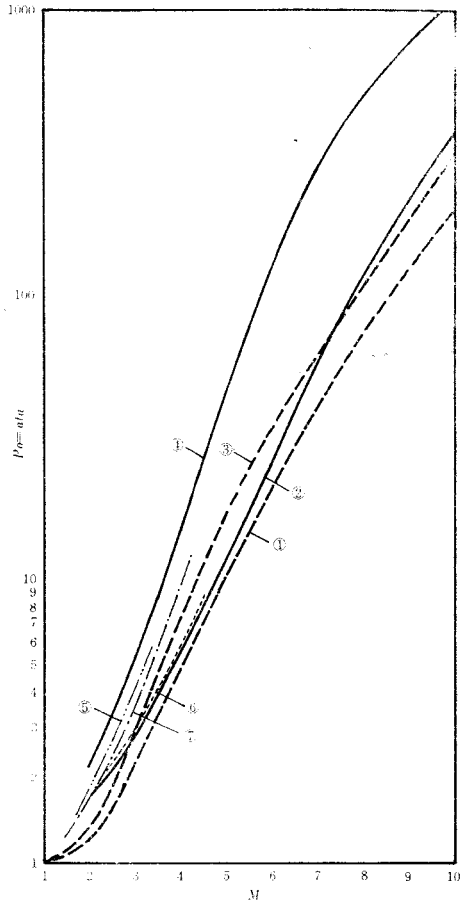


図 2

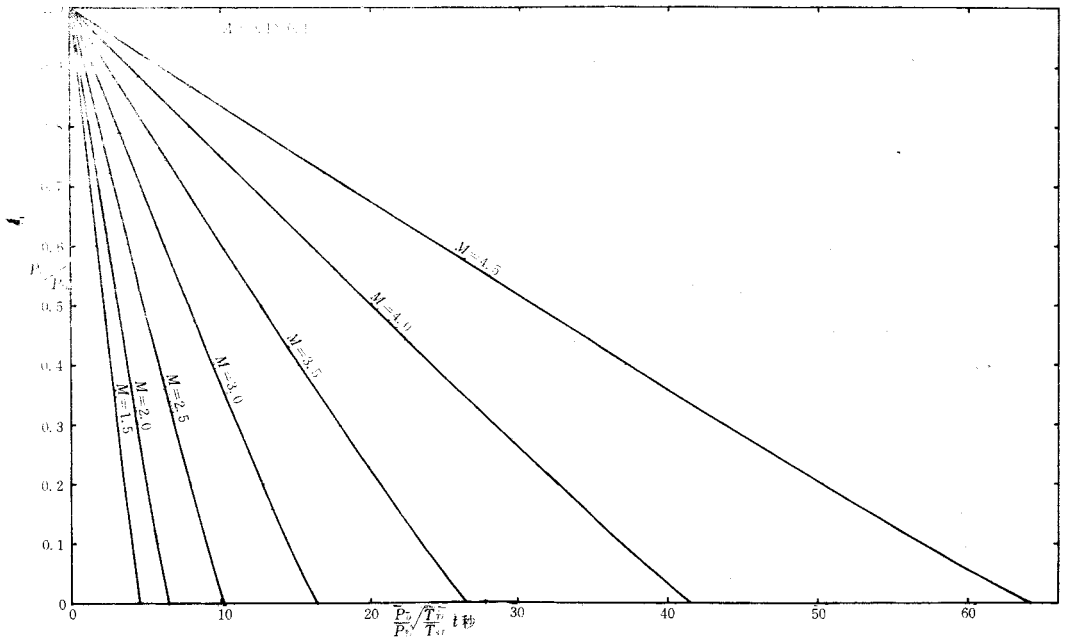


図 3

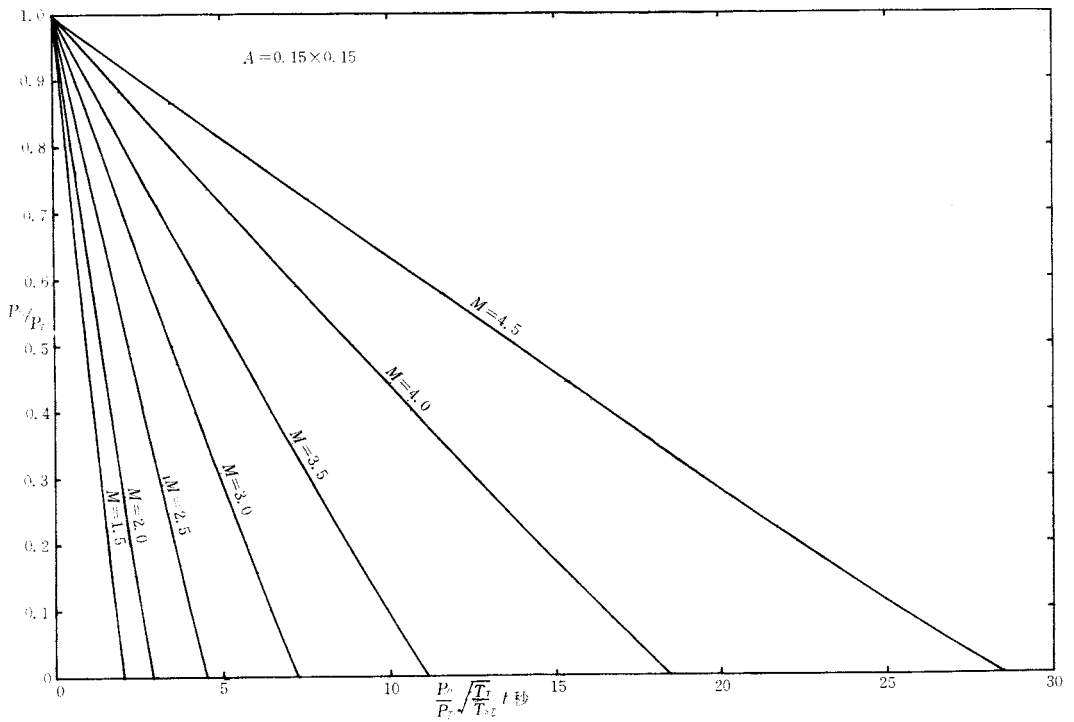
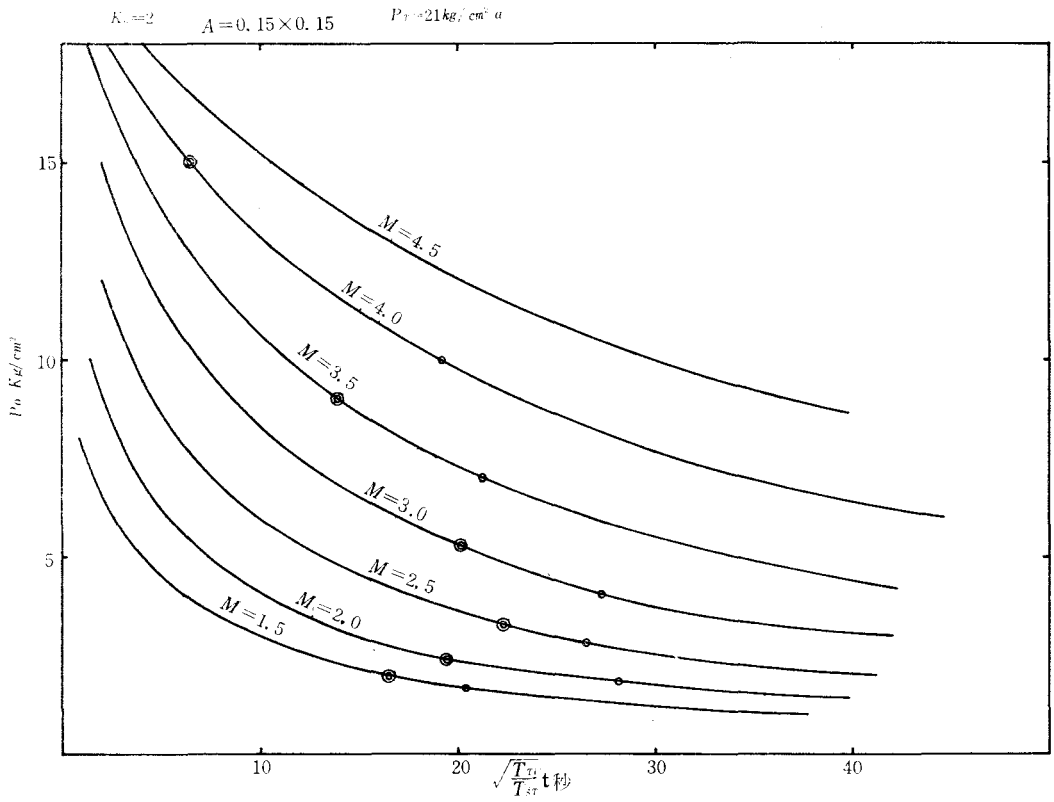
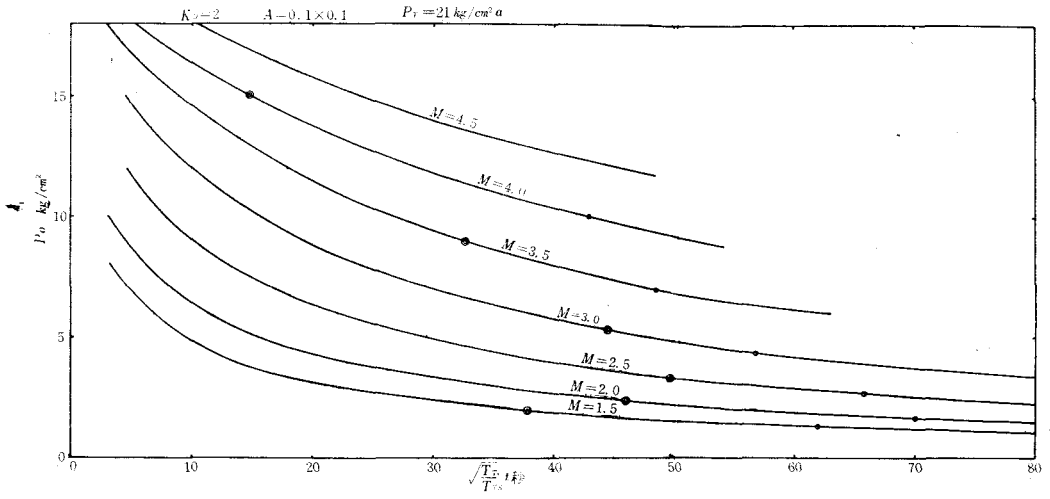


図 4



§ 3 風 胴 本 体

貯気槽これはクロームモリブデン鋼製内径1610mm長さ前部2855mm後部3000mmの円筒状のもので、板厚は胴部に22mm前端部32mm後端部40mmである。これは各部分ともフランジのある部分と端部は大きな鋼塊を旋造して造りその間に鋼板を円筒状に巻いて溶接した円筒をはめて溶接し外部から見て区別が付き難い程に見事に旋削して造ったもので精度を大変厳しくいって出来たもので神戸製網所大久保工場で製作されたものである。これを貯気槽として用いるにはそれ程高い精度は必要としないが別に差支えはない。この二つの部分を周辺部で72mmの厚さそれからR80で円筒部にRが取ってあるフランジがついていて、このフランジに32mmの径の孔を80箇所、波み座を取って厚さ60mmとしこれに30mmの径のボルトを入れて結合するようになっているが、前述の如くこれは未完成品で孔も座も穿ってないものを入手したのであるが、ともかく一応40本のボルトが通る孔を穿けて、間にゴムベルトを噛まして結合したが、元来は一方のフランジにOリングを入れるための溝を切り、それにOリングを嵌めてエアタイトにするようにしているが現在のようなゴムベルトを噛んだのでは気密として十分でないので、将来はポータブルのフライスを購入して溝を切り元来の計画通りにする積りである。

元来がロケットモーターであるから前端に点火器具を取付けるための260mmの孔があり、後部の後端はラバールノズルのつく径992mmの孔がある。前部はともかく後部の孔は大きなのでこれを塞ぐ適当な材料を思案していたが、幸いな事にこの容器の耐圧 $80\text{kg}/\text{cm}^2$ の試験のための試験器具が前部のも後部のも既に完成していたので、是非にといつてこれも一緒に転用して頂いたから蓋を造る必要はなくなったが、後の蓋は直径1100mm、周りの厚い部分の厚さ220mm中央の最も薄いところで140mmもあり重量1.3tonもあり、一方チャンパーの方が未完成品のためこの蓋の印籠になっている部分が嵌る箇所が仕上代だけ小さく嵌合させることが出来ないで、チャンパーの方は削ることが出来ないから、後蓋の印籠の部分を削らねばならない仕儀となった。これは本校の設備では出来ないで鉄道の工機部に頼んでやらう事になっているが、何分にも重量の大きな物でこれを車に積んだり降したりが大変な費用のかかる事となった。

この貯気槽は流体実験室の中には入れられないので流体実験室の北側にコンクリートの台を作りその上に固定し周りをコンクリートブロックで囲い屋根を設けてある。

元弁は直径150mm耐圧 $20\text{kg}/\text{cm}^2$ のスリースバルブとして実験室内の油圧弁の操作により開閉出来るようにする。主管は圧力配管用炭素鋼鋼管径150mmのものを貯気槽より元弁まで元弁より調圧弁まで及び調圧弁より集合胴まで用いる。なお貯気槽より元弁までの管より元弁より調圧弁の間にはその外10mmの管で結びその間にストップ弁を取りつける。これは元弁を開く場合調圧弁に衝撃を与えぬため、予め圧力を平衡させて置くためであるこのストップ弁は実験室内から操作出来るようにする。なお貯気槽から元弁までの部分には空気圧縮機よりのパイプ及び貯気槽内の圧を読むために実験室内の圧力計へ導くパイプを取付ける。これは貯気槽に穿孔することによりその本来の耐圧を低下させたくないからである。

集 合 胴

これは前部に調圧弁よりの気流を減速させる拡散部と、それを整流させるための整流部と、後部にノズルに接続する縮流部を持ち、内部に前方より第1多孔板第2多孔板を持ち、次いで4枚のステンレス製網のスクリーンを持つ。整流部の円筒と拡散部及び縮流部との継ぎの部分は丸みを持たせるように搾り加工が困難なので、円錐部の角度は圧力容器構造規格に抵触しないよう 24° とする。

調 圧 弁

蓄気槽から集合胴に流入する流れを制御するために調圧弁を必要とする。調圧弁は著者がこの装置を製作するに当り最も困難を感じる処である。如何となれば調圧弁としてはスリース弁・蝶形弁・ポート弁・プラグ弁・複座弁等ある。スリース弁は価格的にはどうにか入手出来る範囲にあるがこれは一方のみから圧力を受けこれを開閉するには非常に大きな力を必要とし、なお且つ全開時以外のときは甚

だしく気流を乱すものである。蝶形弁でも間に合い価格もかなり安いがこれには耐圧の高いものが無いことと、これも又気流の乱れが相当あるという事である。ポート弁も気流は乱れるがパイプ又は集合胴の長さを長くすればその弊害は一応避けることが出来るが、何と云っても高価な事である。これは使用頻度が少なく生産数が少ないためのようである。プラグ弁は気流の乱れが最も少く最も適した弁であるが大変高価で到底入手出来る品物ではないようである。止むを得ず複座弁を用い、これに油圧シリンダーを取付けて制御することにする。この弁は気流は乱れ圧力損失も少くないが複座弁のため軽く動くのが特徴である。気流の乱れるのはパイプを長くして集合胴に入るまでにある程度緩和させる事にする。

調圧弁の制御

貯気槽の圧力は開弁の瞬間より時間と共に急激に降下するが集合胴の圧力は常に一定に保って置かなければならない。そのためには集合胴の圧力を常に計測して設定圧力と比較しその誤差を検出して弁開度を調節して設定圧を維持しなければならない。幸い流体実験室には日本レギュレーターの自動制御実験装置があるので、当分の間その一部を利用することにする。この自動制御実験装置は油圧噴射管式調節機通称アスカニア式と呼ばれる噴射管と受流孔からなる管制部と、これを納めるケーシングからなり、このケーシングにはマイクロメーター、隔膜、ムービングコイル等の検出部とスプリング設定部復元機構等が取付けられるようになっている。極めて短時間の間に貯気槽の空気を吹き出してしまうので時間的遅れを出来るだけ少くするために電気式としダブルムービングコイルを用い、一方のコイルに設定値を他方のコイルに集合胴の圧力をストレンゲージを用いた圧力変換器で変換し、これを直流増巾して加え、設定値に追従させることにした。またもとの自動制御実験装置は受流孔からの4～8 kg/cm²の圧油でシリンダーを直接動かすようになっているが、本装置にはそれだけでは力不足であるから別に15kWの電動機でペーンポンプを駆動し70kg/cm²の圧油を発生させ、受流孔からの圧油で、新に購入した補助シリンダーを動かしそれと直結して動くスプール弁により前述の70kg/cm²の圧油を切替え、調節弁操作のために設けた油圧シリンダーに送り集合胴の圧力調節を行うことにした。なおこの70kg/cm²の圧油は元弁の開閉にも用いられる。

§ 結 言

現在製作中であり限られた研究費でこの装置をどうにか使用出来るようにするには市販品の中でなかが利用出来、また加工によって使用可能で、しかも著者の研究費で賄い得る範囲にあるかを色々と検討し、カタログを取寄せ価格を問合せて取捨選択をしなければならないので、その方の手間と時間も随分かかるが、少しずつではあっても着実に工程を進めて行っている、各部の詳細や各マッハ数に対するノズルの設計ならびにノズルより下流の部分に関しては次の機会に報告する。

文 献

- Alan Pope, Kenneth L. Goin : High-Speed Wind Tunnel Testing
 ポプ：機械工学における空気力学実験法
 L. Howarth : Modern Developments in Fluid Dynamics High Speed Flow
 H.W. Liepmann ; A Roshko : Elements of Gasdynamics
 航空技術研究所報告：TR-29, TR-116

煙中の誘導灯の見え方

(電気工学科) 原 田 一 彦

The Visibility of the Pilot Lamps in the Smoke

Kazuhiko HARADA

Recently, as all sorts of buildings tend to be large structures, the residents in a building have increased in number. Therefore, fire prevention and earthquake prevention are quite necessary, and the most important thing is how to evacuate residents in the building.

In this paper, we studied the change of visibility of the pilot lamps lighted by several lamps within in the white smoke and in the black one.

The following results have been obtained :

- (1) The pilot lamp lighted by the xenon electronic-flash lamps is the most visible. The visibility is two or three times better.
- (2) The pilot lamp lighted by an incandescent lamp is a little more visible than the one lighted by fluorescent lamp.
- (3) In the dark room, the visibility of the pilot lamp in the black smoke is a little better than that in the white smoke.
- (4) The visibility of the red pilot lamp is a little better than the green one in the smoke.

§ 1 緒 言

近年、各都市の都市構造は、加速的に高密度化しビルディング、ケーケーット、劇場、ホテル等は大形化、高層化、深層化しつつある。このような多数の人達が集まる場所では、当然のこととして防災問題の認識が高まっている。防災対策のうちで最も重要なことは、居住者の避難誘導である。このための非常用照明装置については、昭和45年12月28日の建設省告示第1830号でその設置が義務づけられ、誘導灯の設備は、消防法施行令第7条4項で防火対象物に設置することが義務づけられていたが、その後、昭和44年4月1日から誘導灯器具にも基準が定められている。

火災については、最近の建築物の質的变化によって被害も変化し、煙対策が問題となっている。避難口誘導灯の明るさは、消防法施行規則第28の3により、直線距離で30m離れたところから表示面の文字および色彩が容易に識別できることとなっているが、実際には、火災発生から煙濃度の増加はとても早いので、煙中での誘導灯の見え方が問題となってくる。

そこで、自熱電球、けい光ランプおよびストロボライト(写真用)の3種類のランプで照明された避難口誘導灯が、白煙および黒煙中での見え方がどのように変化するかを実験したので報告する。

§ 2 誘導灯の種類と設置場所

防災照明は一般照明と違って、停電時の保障、視認、避難に必要な明るさ、即時点灯性および耐熱性が要求される¹⁾。防火対象物の廊下、屋外への出入口、階段および居室には、所定の誘導灯を取り付けることになっているが、消防法施行令条によって分類すると次のようになる²⁾。

- 避難口誘導灯 —
 - 電池内蔵形 — (片面形, 両面形)
 - 電源別置形 —
- 階段通路誘導灯 — " (避難方向を明示する必要はない) じかづけ方
- 通路誘導灯 —
 - 廊下通路誘導灯 — " (埋込み形, じかづけ形)
 - 居室内通路誘導灯 — " (つりさげ形, 片面, 両面)
- 客室誘導灯 …………… (客室内の通路を明るくするもの)
- 誘導標識 …………… (避難方向を明示した看板で灯火を内蔵していない板)

避難口誘導灯は、原則として「非常口」、「非常階段」、「非常出口」の3種類に標示が限定され、「EXIT」などの文字を併記してもよいことになっている。灯具寸法は、横(長辺)360mm以上、縦は長辺の1/3、「非常口」等の文字は一字が50mm×50mm以上、「EXIT」の場合は25mm×25mm以上で、緑色の地色に白色の文字となっている。

通路誘導灯のうち、階段用は明るさを確保するだけで避難方向を示す必要はない。廊下、居室の誘導灯は、「非常口」または「出口」の文字に避難方向の矢印を標示したもので、避難口誘導灯とは反対に白地に緑文字となっている。

これらの設置場所を図1に示す。

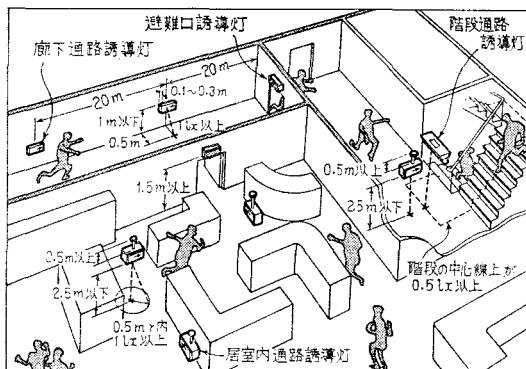


図1 誘導灯の設置場所

§ 3 煙中でのものの見え方³⁾

3・1 白黒標識の見え方

煙中での標識の見透し距離(V)は次式で示される。

$$V \approx (1/\sigma) \ln(B_{E0}/\delta_c k L) \quad [m]$$

ただし σ : 煙濃度 = $(2.3/1) \log_{10}(I_c/I)$ [1/m]

l : 煙層の厚さ [m]

I_c : 煙層への入射光の強さ

I : 煙層の透過光の強さ

B_{E0} : 標識の輝度 [asb]

δ_c : 標識の視界限界の輝度対比

k : 減光に寄与する散乱の割合

L : 煙中での廊下の照明光の全方向の平均照度の $1/\pi$ [lm/m²]

この式からわかるように、見透し距離を増加させるには輝度を高くすることが必要である。

3・2 着色標識の見え方

図2および図3は、白煙と黒煙の分光透過特性で、どちらの場合も暖色が冷色よりも透過率が大きい。見透し距離は、この透過率のほか、標識の光源の分光特性、着色標識板の透過光特性および視感度などによって決定される。しかし、色の違いによる見透し距離の差は数10%以内であるので、白黒標識と同じように標識の輝度を高めることが見透し距離を長くすることになる。

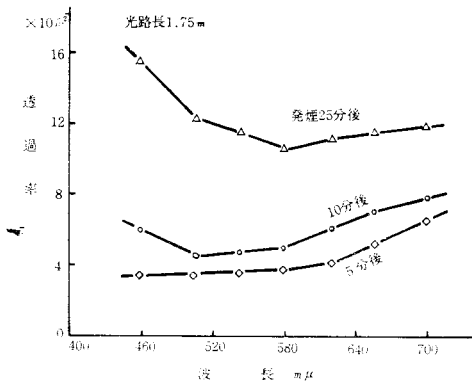


図2 木材の白煙中における分光透過特性

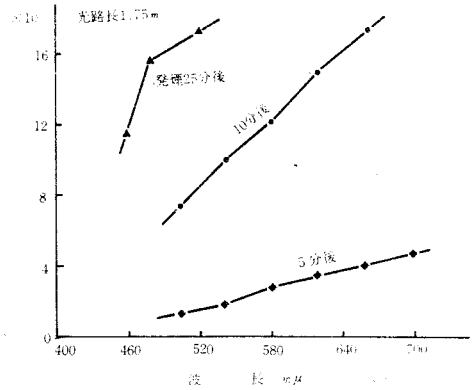


図3 木材の黒煙中における分光透過特性

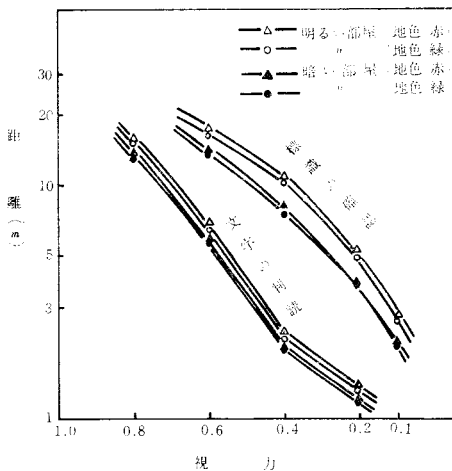
§ 4 実験および考察

今回の実験に採用した避難口誘導灯は、市財のもので、これに一部改造したも使用した。表1は、その仕様である。

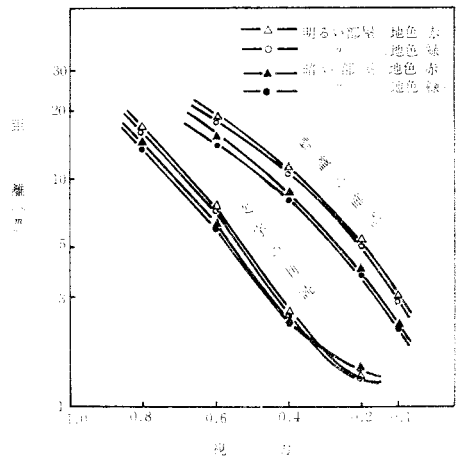
表1 供試避難口誘導灯

光源	器具寸法(mm)	標示板文字	標示板地色	備考
10 W けい光ランプ	380 × 145	非常口EXIT	緑, 赤(試作)	非常灯付 (2.5V, 0.3A × 3)
40 W 白熱電球	380 × 136	〃	〃	
写真用ストロボライト	380 × 145	〃	〃	ストロボライト 2 個

写真用ストロボライトは、ガイドナンバー20、発光間隔4秒、発光持続時間1/1600秒のもので、交互に2秒おきに発光させた。これは、2個を同時に4秒間隔で発光させるよりも、誘導灯としてはより効果的と考えられるからである。



(a) 白煙中



(b) 黒煙中

図4 10Wけい光ランプ照明避難口誘導灯の見え方

実験は、自然光による明るさの実験室内で煙を出した状態でランドルト環による視力を測定し、その視力の煙濃度における表1の誘導灯の見え方を測定した。測定は自然光の明るさの場合と、暗幕を引いて暗くした状態で行い、測定者は4名で、ランドルト環による正常(矯正)視力は1.0である。測定値はこれら4名の平均値とし、その結果は図4～図7である。

この結果からわかるように、けい光ランプ、非常用電球および40W電球の場合には、40W電球、けい光ランプ、非常用電球の順によく見えたが、その差は少ない。40W電球がけい光ランプよりよく見えるのは、電球の方が輝度が大きいからである。ストロボライトでは、他の光源よりも約2～3倍の遠くの距離から見えることがわかり、標示板の地色は赤色の方が煙中では若干よく見え、3・2の分光透過特性と一致した。煙は、白煙よりも黒煙の方がよく見えたが、この方が輝度対比が大きいからである。また、部屋が明るい場合と暗い場合とでは、白煙中では殆ど差がなく、黒煙中では、煙濃度が増すと(視力で約0.4以下)暗い方がよく見える。これも前記と同様輝度対比が大きいからである。いずれにしても煙濃度が増すと見越し距離が著しく低下した。

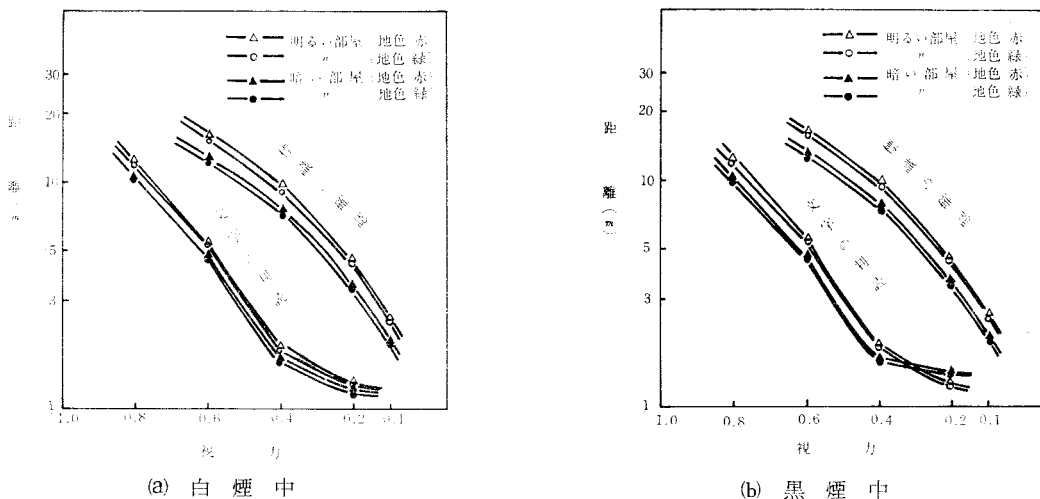


図5 非常用電球照明避難口誘導灯の見え方

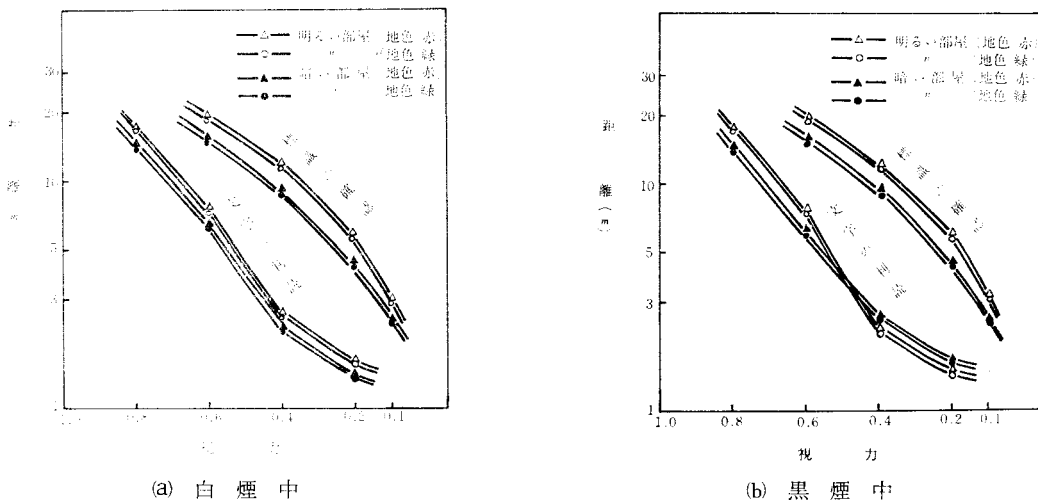


図6 40W電球照明避難口誘導灯の見え方

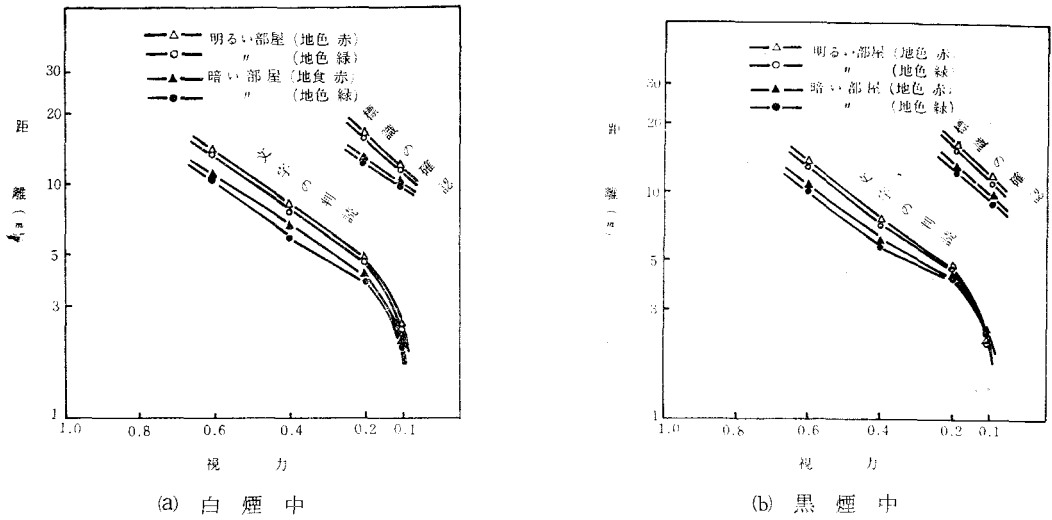


図7 ストロボライト照明避難口誘導灯の見え方

以上のことから、誘導灯をより遠くから見えるようにするには、次のようにすれば有効であることがわかる。

- (1) 標示板のを輝度高める。
- (2) 標示板を大形化する。
- (3) 標示板の地色を赤色系統にする。
- (4) 標示板の文字を単純化する。
- (5) 排煙設備を完備する。

実際には、さらに、音響などを併用すれば効果が増すものと考えられる。避難のときに必要な見透し距離は、建物内の様子をあまり知らない人の集まる場所では15~25m、反対によく知っている人の集まっている場所では3~5mとされている。また、今までの火災の実例から、自力で避難できるのは発火後10分以内とのことであり、昭和42年東京海上火災ビルの火災実験では、避難可能な時間は火災階で発火後3~4分、それより上の階では8~10分と報告されている⁴⁾。このように、短時間で煙が充満するから吸煙方式⁵⁾、加圧給気方式⁶⁾等の排煙設備が必要である。

§ 5 結 言

可燃物が我々の周囲にある限り火災と絶無にすることはできず、地震も無くすることはできない。したがって、災害時の避難誘導の設備、方法等には万全を期すべきである。大阪千日前ビル火災の実例がわかるように、パニック状態では、人間心理は必ず、すみへすみへと逃げる行動を起こし、また、多勢いる方へ向き⁷⁾、閃光の見える方向に集まる。このことから、価格の面で問題はあがるが、strobo light等閃光を出す光源は、煙中では非常に有効である。

誘導灯をはじめ、防災設備は今後更に検討されなければならない。

参 考 文 献

- 1) 川内：昭和47年度電気四学会連合大会講演論文集 VOL. 4 461
- 2) 小泉：照明学会誌 VOL. 57, No.1 81 (1973)
- 3) 神：昭和47年度電気四学会連合大会講演論文集 VOL. 4 465
- 4) 守屋, 渡辺：火災 No.66
- 5) 横井：火災 15 No. 4
- 6) 藤井：火災 17 No. 3
- 7) 今出・和泉：電気学会誌 VOL. 93, No. 6 (1973)

(昭和48年9月4日受付)

交流線形回路網解析プログラム (第1報)

(電気工学科) 村上 滋 樹

A.C. Linear Network Analysis Programs (Report 1)

Shigeki MURAKAMI

The outline of analysis methods and the programs of ACAP and ACAP-II which enable us to analyze A.C. linear network, are described in this paper. The development of ACAP is based on DRAP that is D.C. resistive network analysis program.

On the otherhand, ACAP-II is a program using the state-variable approach and it is powerful for a frequency response calculation.

1 緒 言

さきに線形直流抵抗回路網解析プログラム DRAP¹⁾ について報告したが、今回は交流線形回路網解析プログラム ACAP (A.C. Circuit Analysis Program) と ACAP-II (Part-2) を作成したので報告する。

ACAP は DRAP を交流回路用に修正改良したもので、当然 L, C を含む回路を解析できる。抜法的には点アドミタンスなどの計算過程に sparse 行列処理技法をとり入れて処理時間の短縮, メモリ節約を図っている。

ACAP-II は状態変数法による解析法をとり入れたもので、後半の求解過程における計算回数の低減を目指した。ここでは後半 (part-2) についてプログラムを示し、前半はアルゴリズムのみにとどめた。

2 ACAP

点電位解法を用いた交流回路網解析プログラムについて以下に述べる。

2.1 点電位法

図1のような回路網の i 番目の枝を考え、それぞれの量をつぎのようにとることとする。

Z : 受動素子インピーダンス

V_i : 受動素子電圧

J_i : 受動素子電流

E_i : 枝電圧源

I_i : 枝電流源

e_i : 枝電圧

v_k : 点電圧

これらの量の間には次のような関係がある。

$$\mathbf{J} = \mathbf{I} + \mathbf{i} \dots\dots\dots(1)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{E} + \mathbf{e} \dots\dots\dots(2)$$

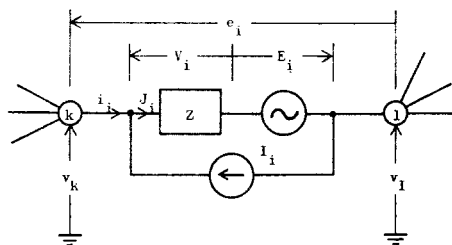


図1 回路網の i 番目の枝

$$J = YV \dots\dots\dots(3)$$

これらより

$$I - YE + i = Ye \dots\dots\dots(4)$$

接続行列 A を用い、キルヒホッフの電流則より

$$Ai = 0 \dots\dots\dots(5)$$

であることを考慮すると

$$A(I - YE) = AYe \dots\dots\dots(6)$$

また

$$e = A'v \dots\dots\dots(7)$$

これらより、点電圧 v は

$$v = (AYA')^{-1}A(I - YE) \dots\dots\dots(8)$$

となりすべて既知の値で表現される。 v が求めれば(7)より枝電圧 e が求まり、ついで(4)より枝電流 i が求まる。

2.2 点電位法によるプログラム

ACAP で取り扱う素子は抵抗、容量、インダクタンス、電圧源及び依存電流源に限定した。流れ図を図2に示す。

入力言語設計は行なっていないので入力データは入力データ表を用いて作成する。汎用プログラムとするには free format 形式にする必要がある。入力データとしては、枝数、節点数、枝番号、接続点、素子の種類、数値、トランジスタに関するデータ、周波数範囲及び出力点などである。

接続行列 A はそのままストアすると無駄が多いのでリスト表示形式としている³⁾。点アドミタンスの

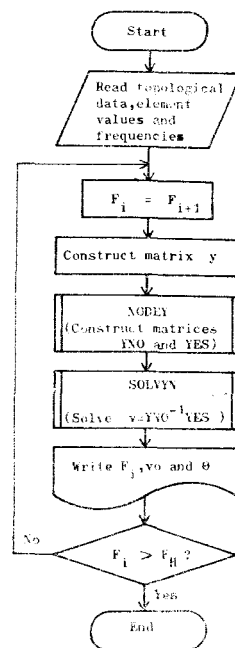


図2 ACAP流れ図

表1 ACAP 変数名一覧表

変 数 名	説 明	変 数 名	説 明
A	複素数連立方程式求解用配列	N I C	容量枝番号用配列
ANG	位相角	N I L	インダクタンス枝番号用配列
BETA	電流増幅率	N, NBR	枝数
CHR	抵抗素子識別文字	NND	節点数
CHC	容量素子識別文字	NODA	A行列要素発生関数
CH	素子識別用	NOPRB	問題番号
E	電圧源用配列	N I N	出発点番号
FLOW	低域周波数下限	N T O	到着点番号
FLOD	低域周波数間隔	NDOUT	出力点番号
FMIDL	中域周波数下限	NODEY	節点方程式構成用サブルーチン
FMIDD	中域周波数間隔	OMEGA	角周波数
FHIL	高域周波数下限	SOLVYN	複素数連立方程式求解用サブルーチン
FHID	高域周波数間隔	V X O	出力点電圧実数部
FHIH	高域周波数上限	V Y O	出力点電圧虚数部
FREQ	周波数	VAMP	出力実効値
IBRT	トランジスタ・ベース枝番号用配列	X C	容量的リアクタンス
I B R	枝番号	X L I	誘導的リアクタンス
I T R	トランジスタ番号	Y N O	点アドミタンス
ICBR	トランジスタ・コレクタ枝番号	Y E S	等価電流源
LIST	接続行列ストア用配列	Z	枝インピーダンス

計算は sparse 行列処理技法⁴⁾を用いて理論式通りに計算処理しているが、点アドミタンスを直接計算する方が大規模の場合は有利となる^{5),6)}。

複素数連立方程式を解く手続は、富士通の SSL, CSWEPS⁷⁾を修正して使用した。ACAP の変数名を表1に、NODEY, NODA を除くプログラムを図3に示す。

```

C      AN AC NETWORK ANALYSIS PROGRAM ** ACAP **
C      DESIGNED BY S.MURAKAMI (KURE TECHNICAL COLLEGE) AUG.77.
C      USING SUBROUTINES NODEY,CONSWP AND FUNCTION NODA.
C
C
C      DIMENSION Z(40),E(40),NIC(10),NIL(10),IBRT(10),THE(10),IAN(40)
C      DOUBLE PRECISION A(40,13)
C      COMPLEX Y(2,40),YNO(20),YES(20),YQ
C      COMMON /BN/NBR,NND,ZL/LLIST(2,40)/BY/YNO,YES/BN/E/Y,Y,E
C      COMMON /BLA/A
C      REAL NODA
C      DATA CHR,CHC/1HR,1HC/
C      DATA ZERO/0.0/
C
C      1 READ (5,95) NDRFB
C      95 FORMAT(15)
C      IF (NDRFB-ES.0) STOP
C      IC=1
C      LL=1
C      DO 5 I=1,10
C      NIC(I)=0
C      NIL(I)=0
C      5 IRT(I)=0
C      WRITE(6,100)
C      100 FORMAT(1H1,10X,22H ANALYSIS BY ** ACAP **)
C      DATA INPUT
C      BRANCH NO. AND NODE NO.
C      READ (5,110) NDR,NND
C      WRITE(6,110) NDR,NND
C      WRITE(6,130)
C      110 FORMAT(215)
C      120 FORMAT(1H0,5X,14HNO. OF BRANCH=,13+15H NO. OF NODE=,13)
C      130 FORMAT(1H0,5X,6HR NO.,3X,10HND,4X,5HVALUE)
C      140 FORMAT(1H1,5X,2X,10,3F6.2)
C      BRANCH INFORMATION
C      10 READ (5,140) IHR,NIN,NTO,CH,ZB,EB
C      IF (IHR-EG.999) GO TO 18
C      LIST(1,IR)=NIN
C      LIST(2,IR)=NTO
C      IF (CH-EG.CH) GO TO 15
C      IF (ZB-EG.CH) GO TO 14
C      NIL(LL)=IR
C      LL=LL+1
C      GO TO 15
C      14 NIC(IC)=ILK
C      IC=IC+1
C      15 Z(IBR)=ZB
C      E(IBR)=FR
C      WRITE(6,150) IHR+CH+ZB
C      150 FORMAT(1H ,5X,14,5X,A3,1PE13.3)
C      GO TO 10
C      1N CONTINUE
C      NODE-BRANCH CONNECTION
C      WRITE(6,160)
C      160 FORMAT(1H0,10X,12HCONNECTIVITY)
C      IC=22 I=1+NND
C      DO 20 J=1+NBR
C      165 J=J+1
C      WRITE(6,170) (IAN(J),J=1,N0M)
C      170 FORMAT(1H ,5X,4C13)
C      22 CONTINUE
C      VOLTAGE SOURCES
C      WRITE(6,180)
C      DO 23 I=1,NBR
C      IF (E(I)-EG.0) GO TO 23
C      WRITE(6,190) I+E(I)
C      23 CONTINUE
C      190 FORMAT(1H0,5X,10HBRANCH NO.,2X,15HVOLTAGE SOURCES)
C      190 FORMAT(1H ,7X,13,8X,1PE13.6)
C      CURRENT CONTROLLED CURRENT SOURCES
C      WRITE(6,200)
C      200 READ (5,210) ITR,IBR,ICRR,BETA
C      IF (ITR-EG.999) GO TO 25
C      IBRT(ITR)=IBR
C      TRB(ITR)=BETA
C      WRITE(6,220) ITR+IBR+ICRR+BETA
C      GO TO 24
C      220 FORMAT(1H0,25HDEPENDENT CURRENT SOURCES,/,
C      1 5X,6HTR NO.,2X,6HR NO.,2X,7HDEPENDB,2X,4HBETA)
C      210 FORMAT(1H1,5F5.0)
C      220 FORMAT(1H ,110,718,F8.0)
C      25 CONTINUE
C      FREQUENCY RANGES AND OUTPUT-NODE NO.
C      READ (5,230) FLOW,FLOD,FMIDL,FMIDD,FHIL,FHID,FHIN
C      READ (5,240) NDOIT
C      250 FORMAT(7F10.1)
C      260 FORMAT(15)
C      270 FORMAT(1H1,5X,13HOUTPUT NODE=,16+5X,
C      1 33HFREQUENCY AMPLITUDE PHASE=ANGLE)
C      WRITE(6,270) NDOIT
C      FREQ=FLOW
C      WRITE(6,310) (I,7(C)+NIC(I),NIL(I),I=1,10)
C      310 FORMAT(1H0,5X,1H,10X,14Z,5X,3HNIC,5X,3HNIL,/,
C      1 10(16,1PE11.3,218.7))
C      CALCULATION
C      28 OMEGA=0.2832*FREQ
C      DO 30 I=1,NBR
C      YES(I)=(0.0,0.0)
C      DO 30 J=1,2
C      Y(J,I)=(0.0,0.0)
C      30 CONTINUE
C      DO 31 I=1,NBR
C      RI=1.0/77(I)
C      Y(1,I)=RI
C      31 CONTINUE
C      DO 33 I=1,10
C      IF (NIC(I)-EG.0) GO TO 25
C      IC=NIC(I)
C      XCR=OMEGA*Z(IC)
C      S=CMPLX(XCR,0,XC)
C      Y(1,IC)=S
C      33 CONTINUE
C      DO 36 I=1,10
C      IF (NIL(I)-EG.0) GO TO 39
C      IL=NIL(I)
C      XL=OMEGA*Z(IL)
C      XLR=1./XL
C      S=CMPLX(XCR,XL)
C      Y(1,IL)=S
C      36 CONTINUE
C      DO 40 I=1,10
C      Y(2,ISH)=BETA+Y(1,ISH)
C      SETAWRS(I)
C      40 CONTINUE
C      45 CONTINUE
C      WRITE(6,500) ((Y(K,J),K=1,2),J=1,NBR)
C      500 FORMAT(1H0,5X,2(1P2E11.3,3X))
C      CONSTRUCTION OF NODAL EQUATIONS
C      CALL NODEY
C      SOLVING NODAL EQUATIONS
C      CALL SOLVYN(NND,NDOIT,VXO,VYO)
C      OUTPUT VOLTAGE
C      VAMP=SWRT(VXO+VYO,VXO+VYO)
C      ANG=ATN(2(VYD-VYD)/180.0/3.1416)
C      IF RE=FR
C      WRITE(6,300) IFR,VAMP,ANG
C      300 FORMAT(1H ,13,5F13.2,2F10.7)
C      CHANGE OF FREQUENCY
C      IF (FREQ-GT-FHIDL) GO TO 72
C      FREQ=FR+FHID
C      GO TO 28
C      72 IF (FREQ-GT-FHIL) GO TO 74
C      FREQ=FR+FHID
C      GO TO 28
C      74 IF (FREQ-GT-FHIN) GO TO 80
C      FREQ=FR+FHID
C      GO TO 28
C      80 GO TO 1
C      END
C      SUBROUTINE TO SOLVE COMPLEX SIMULTANEOUS EQUATION
C      SNEEP OUT METHOD
C      SUBROUTINE SOLVYN(NND,NDOIT,X,Y)
C      DOUBLE PRECISION A(40,13)
C      COMPLEX YNO(20,20),YES(20),YE1,YI1
C      COMMON /BY/YNO,YES
C      COMMON /BLA/A
C      MI=M+1
C      M2=2*M+1
C      DO 6 J=1,41
C      DO 6 I=1,40
C      A(I,J)=0.0
C      GO 12 I=1,M
C      IM=M+1
C      VEI
C      A(I,MI)=REAL(YE1)
C      A(I,M1)=AIMAG(YE1)
C      DO 10 J=1,M
C      YI1 = YNO(I,J)
C      A(I, J)=REAL(YI1)
C      A(I, J)=AIMAG(YI1)
C      10 CONTINUE
C      12 CONTINUE
C      EPS=1.0D-15
C      ILL=C
C      CALL CSWEPS(M,40,41,M,1,EPS,ILL)
C      Y=(NDOIT,M2)
C      Y=(NDOIT,M,2)
C      RETURN
C      END
    
```

図3 ACAP

3 ACAP-II

状態変数法による混合解析法を用いた交流回路網解析プログラムについて以下に述べる。

3.1 状態変数法

3.1.1 状態方程式の形成

抵抗, 容量を含む線形トランジスタ回路網を解析する場合について考察してみる。タイセット行列を B ; カセット行列を C として各量を次のように定める。

- i_T : 木枝電流
- i_L : 補木枝電流
- e_T : 木枝電圧
- e_L : 補木枝電流

さらに, 添字 C は容量, R は抵抗, G は電圧源, D は依存電流源を表わすものとする。

キルヒホッフの電流則は接続行列 A を用いると次のように表わされる。

$$[A_T A_L][i_T i_L]^t = 0 \dots\dots\dots (9)$$

i_T について解くと

$$i_T = A_T^{-1} \cdot A_L \cdot i_L = -C_L i_L \dots\dots\dots (10)$$

小行列に分割して表現すると

$$\begin{bmatrix} i_{TC} \\ i_{TR} \\ i_{TG} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{LRC} & C_{LDR} \\ C_{LDC} & C_{LRG} \\ C_{LRR} & C_{LDG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{LR} \\ i_{LD} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

次にキルヒホッフの電圧則は B 行列を用いると同様にして次のような関係が得られる。

$$[B_T B_L][e_T e_L]^t = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$e_L = -B_L^{-1} B_T e_T = -B_T e_T \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{bmatrix} e_{LR} \\ e_{LD} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{TCR} & B_{TRR} & B_{TGR} \\ B_{TCD} & B_{TRD} & B_{TGD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TC} \\ e_{TR} \\ e_{TG} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

抵抗の電圧と電流の関係は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} e_{LR} \\ i_{TR} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{TCR} \\ 0 \end{bmatrix} e_{TC} - \begin{bmatrix} B_{TRR} & 0 \\ 0 & C_{LRR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ i_{LR} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{TGR} \\ 0 \end{bmatrix} e_{TG} - \begin{bmatrix} 0 \\ C_{LDR} \end{bmatrix} i_{LD} \dots\dots\dots (15)$$

また, オームの法則より

$$\begin{bmatrix} e_{LR} \\ i_{TR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R_L \\ G_T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ i_{LR} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

依存電流源については次の関係がある。

$$i_{LD} = G_D i_{LR} \dots\dots\dots (17)$$

(16), (17)を(15)に代入して整理すると

$$\begin{bmatrix} e_{TR} \\ i_{LR} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{TRR} & R_L \\ G_T & C_{LRR} + C_{LDC} G_D \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} B_{TCR} \\ 0 \end{bmatrix} e_{TC} + \begin{bmatrix} B_{TGR} \\ 0 \end{bmatrix} e_{TG} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\begin{bmatrix} B_{TRR} & R_L \\ G_T & C_{LRR} + C_{LDC} G_D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

とおき次元の大きさを考慮すると

$$i_{LR} = -M_{21}(B_{TCR} e_{TC} + B_{TGR} e_{TG}) \dots\dots\dots (20)$$

容量電圧を状態変数にとると(11)と(17)より

$$i_{TC} = -(C_{LRC} i_{LR} + C_{LDC} i_{LD}) = -(C_{LRC} + C_{LDC} G_D) i_{LR} \dots\dots\dots (21)$$

(20)を(21)に代入すると

$$i_{TC} = (C_{LRC} + C_{LDC} G_D) M_{21} (B_{TC} e_{TC} + B_{TGR} e_{TG}) \dots\dots\dots (22)$$

$$i_{TCj} = d(C_j e_{TCj})/dt \quad (j=1, 2, \dots) \dots\dots\dots (23)$$

従って状態方程式の一般形は次のように表現される。

$$Px + Qx = f(t) \dots\dots\dots(24)$$

3・1・2 定常交流入力の場合における状態方程式の解⁸⁾

(24)を変形すると

$$x = Ax + g(t) \dots\dots\dots(25)$$

ここで $g = P^{-1}f$, $A = -P^{-1}Q$ であり, A は Bashkow の A 行列に対応する。

$\tilde{y}(t)$ はふつう次のように表わされる。

$$g(t) = g_0 \varepsilon^{j\omega t} \dots\dots\dots(26)$$

定常応答は

$$X = X(\omega) \varepsilon^{j\omega t} \dots\dots\dots(27)$$

ここで $X(\omega)$ は複素数ベクトルである。

これらより

$$(j\omega U - A)X(\omega) = g_0 \dots\dots\dots(28)$$

これを解いて

$$X(\omega) = (j\omega U - A)^{-1}g_0 \dots\dots\dots(29)$$

これをそのまま解とすると, 各周波数について毎回逆行列の計算を要し点電位法の場合と同様の計算回数となるので行列の対角化により計算回数を減らす方法が考案された。

まづ A の固有ベクトルを列とする行列 P と固有値を対角要素とする行列 Λ を求める。 A , P , Λ は定数行列であるから各周波数に対して唯一回計算すればよい。 P , Λ を用いると

$$(j\omega U - A)^{-1} = P [j\omega U - \Lambda]^{-1} P^{-1} g_0 \dots\dots\dots(30)$$

となり $X(\omega)$ は次のようになる。

$$X(\omega) = P (j\omega U - \Lambda)^{-1} P^{-1} g_0 \dots\dots\dots(31)$$

対角行列 $(j\omega U - \Lambda)$ の逆行列の計算は $n \times n$ 行列のときには n 回の演算でよく, $n^3/3$ よりずっと少なくなる。

$$D = P^{-1}g_0 = [d_1, d_2, \dots, d_n] \dots\dots\dots(32)$$

とおくと, k 番目の状態変数の周波数応答は次のようになる。

$$x_k(\omega) = \sum_{j=1}^n \frac{p_{kj} d_j}{j\omega - \lambda_j} \dots\dots\dots(32)$$

10周波数以上について計算する場合には, 固有値問題を解くコストは十分引き合うことになる。

3・2 ACAP-II (Part-2) プログラム

状態方程式が形成されてから以後の処理を行うプログラム部分について述べる。方程式形成部分については別の機会に報告する。

図4に流れ図, 図5に主プログラムと逆行列サブルーチン MINV, 表2に変数名一覧表を示す。固有値, 固有ベクトルを求めるサブルーチンと複素数逆行列の計算サブルーチンにはそれぞれ富士通 SSL の DANEWS 及び CSWEPS を修正したものを使用した。 $p_{kj} \cdot d_j$ の値は唯一回計算して配列 PDJ にストアして, 必要の都度その値を使うよう考慮した。

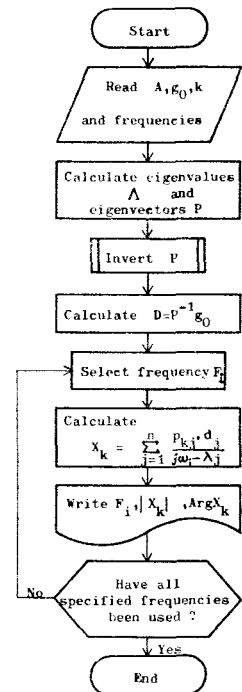


図4 ACAP-II (Part-2) 流れ図

```

C
C *** ACAP-II *** (BY S.MURAKAMI)
C AC NETWORK ANALYSIS PROGRAM (STATE VARIABLE METHOD)
C PART-2
C
C DIMENSION AA(10,10),ER(10),F(10),VR(10,10),VI(10,10),
1 W(10,10),AP(20,30),GO(10),NOK(5),XKAMP(5),XKANG(5)
C COMPLEX P(10,10),PI(10,10),D(10),PDJ(5,10),XK,XFD
C *** DATA INPUT
C READ(5,100) N,NOUT
C READ(5,110) ((AA(I,J),J=1,N),I=1,N)
C READ(5,110) ((GO(I),I=1,N))
C READ(5,120) (NOK(I),I=1,NOUT)
C READ(5,130) FRL,FRD,FRH
100 FORMAT(2I5)
110 FORMAT(8E1,3)
120 FORMAT(5I5)
130 FORMAT(3F1,0)
C *
C WRITE(6,20) ((AA(I,J),J=1,N),I=1,N)
200 FORMAT(1H0,5X,1P10E12,3)
C *** CALCULATION OF EIGEN-VALUES AND EIGEN-VECTORS
EPS=1,DE=0
CALL DANEW(AA,10,N,EPS,0,ER,EI,VR,VI,ILL)
IF(ILL.EQ.0) GO TO 25
WRITE(6,25)
220 FORMAT(1H0,5X,23HILL CONDITION AT DANEW5)
25 CONTINUE
C *
DO 32 I=1,N
DO 32 J=1,N
X=NOK(I,J)
Y=VI(I,J)
P(I,J)=CMPLX(X,Y)
32 CONTINUE
C *
WRITE(6,23) ((VR(I,J),VI(I,J),J=1,N),I=1,N)
230 FORMAT(1H0,5X,5(1PE11,3,1H+,1PE11,3))
C *** CALL CMINV(P,PI,AP,N)
C *
WRITE(6,23) ((P(I,J),J=1,N),I=1,N)
C *** D=PI*GO
DO 43 I=1,N
W=GO(0,0,0)
DO 42 J=1,N
W=W+P(I,J)*GO(J)
42 CONTINUE
D(I)=W
43 CONTINUE
C *** PDJ=W*D
DO 52 I=1,NOUT
KK=NOK(I)
DO 52 J=1,N
PDJ(I,J)=P(KK,J)*D(J)
52 CONTINUE
53 CONTINUE
C *** CALCULATION OF FREQUENCY RESPONSE
WRITE(6,260) (NOK(I),I=1,NOUT)
61 FREQ=FRL
OMG=6.2832*FREQ
XK=(SUM OF (PDJ/(JW-LAMDA)))
DO 63 I=1,NOUT
X=GO(0,0)
DO 62 J=1,N
XW=ER(J)
XW=OMG*EI(J)
XFD=CMPLX(XWR,XW)
XK=XK+PDJ(I,J)/XFD
62 CONTINUE
X=REAL(XK)
Y=AIMAG(XK)
XKAMP(I)=SQRT(X**2+Y**2)
XKANG(I)=ATAN2(Y,X)*57.29583
63 CONTINUE
C *
WRITE(6,265) FREQ,(XKAMP(I),I=1,NOUT)
260 FORMAT(1H,5X,8HFREQUENCY,5(7X,5HNODE,1(4,1H),7X))
265 FORMAT(1H0,F10,0,5(2X,1P2E11,3))
C *
FREQ=FREQ+FRD
IF(FREQ.LE.FRH) GO TO 61
STOP
C *** CMINV(N) ***
C INVERSE OF COMPLEX MATRIX (USING 5SL(CSWEPM))
SUBROUTINE CMINV(P,PI,AP,N)
COMPLEX P,PI,W
DIMENSION P(10,10),PI(10,10),AP(20,30)
C *** AP CLEAR
DO 2 I=1,30
DO 2 J=1,20
AP(I,J)=0
2 CONTINUE
C *** SUBSTITUTE AP FOR P
DO 5 I=1,N
IB=I+N
IC=IB+N
AP(1,IC)=1,0
DO 4 J=1,N
W=PI(I,J)
AP(1,J)=REAL(W)
AP(1B,J)=AIMAG(W)
4 CONTINUE
5 CONTINUE
C *** CALCULATION
EPS=1,DE=0
CALL CSWEP(AP,20,30,N,N,EPS,ILL)
IF(ILL.EQ.0) GO TO 10
WRITE(6,200) ILL
200 FORMAT(1H0,27HILL CONDITION AT MINV, ILL=,I6)
C *** SUBSTITUTE PI FOR AP
DO 10 I=1,N
IS=I+N
DO 12 J=1,N
JJ=I+N+J
X=AP(I,JJ)
Y=AP(1B,JJ)
PI(I,J)=CMPLX(X,Y)
12 CONTINUE
15 CONTINUE
RETURN
END
    
```

図5 ACAP-II

表2 ACAP-II (Part-2) 変数名一覧表

変数名	説	名	変数名	説	名
AA	A行列		D	$P^{-1} \cdot g_0$	
ER	固有値実数部		PDJ	$p_k \cdot d$	
EI	固有値虚数部		N	次数	
VR	固有ベクトル実数部		NOUT	計算すべき変数の数	
VI	固有ベクトル虚数部		FREQ	周波数	
Q	固有値計算用ワークエリア		FRL	周波数下限	
AP	逆行列計算用ワークエリア		FRD	周波数間隔	
GO	g_0		FRH	周波数上限	
NOK	状態変数番号		EPS	計算精度	
XKAMP	状態変数の絶対値		OMG	角周波数	
XKANG	状態変数の位相角		DANEWS	固有値・固有ベクトル計算サブルーチン	
P	P行列		CMINV	複素数逆行列計算サブルーチン	
PI	Pの逆行列		CSWEPM	複素数連立方程式求解サブルーチン	

§ 4 結 言

今回はデバッグが予想外に遅滞したため、とりあえずプログラムの概要について報告するにとどまっていたが、更に検討を重ねて、非線形の場合、適用例及び処理能力については後日報告する予定である。終りに、このプログラムは九州大学大型計算機センターを利用して作成したものであることを付記し、センターの各位に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 村上：DRAP：回路網解析プログラム；呉高専研究報告 第7巻第1号（NOV.,1971）
- 2) D.J. COMER：Computer Analysis of Circuit；International Text Book Co. (1971).
- 3) 佐藤：大規模回路網トポジ処理技法；電学誌論文誌(B) Vol.92-B, No.1 (Jan.,1972).
- 4) 村上：Sparse 行列処理技法；呉高専研究報告 第8巻第1号（NOV.,1972）.
- 5) 小野寺・大類：電気回路網基礎理論；学献社（1967）.
- 6) 和久井・下村：電子回路のCAD；日刊工業新聞社（1972）.
- 7) 富士通：FACOM 230-60 FORTRAN 解説編（II）（1970）.
- 8) F.H. BRANIN Jr.：Computer Methods of Network Analysis；Proc. of IEEE, Vol. 55, No. 11 (Nov., 1967).

（昭和48年9月4日受付）

状態方程式形成技法

(電気工学科) 村上 滋 樹

Technique on Formulation of State Equation

Shigeki MURAKAMI

The fundamental procedure on the formulation of state equation based on SCEPTRE and the details of its program coded by HITAC 10 8K FORTRAN are described in this paper.

Specially, the technique on the generation of cutes matrix elements is widely applicable to network analysis.

1 緒 言

状態変数法により回路網解析を行うプログラムとして SCEPTRE¹⁾ は有名であるがこのプログラムの理論にもとづき状態方程式を作成するのに必要な F 行列を作成する手続きを HITAC-10 8K FORTRAN を用いて作成したので報告する。

状態方程式が形成された後の処理については他の文献²⁾ にも述べてあるのでここでは述べなかった。

F 行列を作成するには適当な特別の木を選択し、次にカットセット行列を構成する必要がありその処理技法には佐藤の方法³⁾ を利用させてもらった。

2 理 論

2・1 定 義

(1) 木の定義：優先順位が電圧源，C，R，Lとなり全ての電圧源を含み，全ての電流源を除いた木を木として取扱うことにする。

(2) 素子のクラス

次のように定める。

クラス 1	C—補木枝	クラス 6	L—木枝
クラス 2	R—補木枝	クラス 7	電圧源—木枝
クラス 3	L—補木枝	クラス 8	電流源—補木枝
クラス 4	C—木枝	クラス X	依存電流源—補木枝
クラス 5	R—木枝	クラス Y	依存電圧源—木枝

これらのクラス番号は式の誘導の際以後くり返し現われる。そしてこれらのクラスにより R_{22} ， R_{55} ， C_{11} ， C_{44} ， L_{33} ， L_{66} ， L_{36} ， L_{63} などの素子部分行列が形成される。

2・2 回路方程式

2・2・1 電圧・電流と回路網行列

(1) カットセット行列：基本カットセットと枝素子の向きとの関係を表わし，木部分 (T) と補木部分 (L) に分けて表現するとつぎのようになる。

$$C = [C_T \ C_L] \dots\dots\dots(1)$$

これに適当な操作を行うと次のQ行列が得られる。

$$Q = [U \ -F^t] \dots\dots\dots(2)$$

(2) タイセット行列：カットセット行列と同様にして表現すると次のようになる。

$$B = [B_T \ B_L] \dots\dots\dots(3)$$

これを操作すると次のT行列を得る。

$$T = [F \ U] \dots\dots\dots(4)$$

(3) キルヒホッフの電流則：Q行列を用い枝電流を*i*とすると次のように表わされる。

$$[U \ -F^t] [i_T \ i_L]^t = 0 \dots\dots\dots(5)$$

これより

$$i_T = F^t i_L \dots\dots\dots(6)$$

(4) キルヒホッフの電圧則：T行列を用い枝電圧を*e*とすると次のようになる。

$$[F \ U] [e_T \ e_L]^t = 0 \dots\dots\dots(7)$$

これより

$$e_L = -F \ e_T \dots\dots\dots(8)$$

(5) F行列と電圧・電流

(8)と(6)を部分行列，部分ベクトルを用て表現するとそれぞれ次のようになる。

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_8 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} F_{14} & 0 & 0 & F_{17} \\ F_{24} & F_{25} & 0 & F_{27} \\ F_{34} & F_{35} & F_{36} & F_{37} \\ F_{84} & F_{85} & F_{86} & F_{87} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

$$\begin{pmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{14}^t & F_{24}^t & F_{34}^t & F_{84}^t \\ 0 & F_{25}^t & F_{35}^t & F_{85}^t \\ 0 & 0 & F_{36}^t & F_{86}^t \\ F_{17}^t & F_{27}^t & F_{37}^t & F_{87}^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ J_8 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

2・2・2 値の導出

R, L, Cに関する値は以下の諸式により導出される。

(1) 抵抗に関する量

$$i_2 = [R_{22} + F_{25}R_{55}F_{25}^t]^{-1} \cdot \{-F_{24}e_4 - F_{25}R_{55}[F_{35}^t i_3 + F_{85}^t J_8] - F_{27}E_7\} \dots\dots\dots(11)$$

$$e_5 = [G_{55} + F_{25}^t G_{22} F_{25}]^{-1} \cdot \{F_{25}^t G_{22} [-F_{24}e_4 - F_{27}e_7] + F_{35}^t i_3 + F_{85}^t J_8\} \dots\dots\dots(12)$$

$$e_2 = R_{22} i_2 \dots\dots\dots(13)$$

$$i_5 = G_{55} e_5 \dots\dots\dots(14)$$

(2) 静電容量に関する量

$$e_1 = -F_{14}e_4 - F_{17}e_7 \dots\dots\dots(15)$$

$$e_4 = S_{44}[F_{14}^t i_1 + F_{24}^t i_2 + F_{34}^t i_3 + F_{84}^t J_8] \dots\dots\dots(16)$$

$$i_1 = [S_{11} + F_{14}S_{44}F_{14}^t]^{-1} \cdot \{-F_{14}S_{44}[F_{24}^t i_2 + F_{34}^t i_3 + F_{84}^t J_8] - F_{17}E_7\} \dots\dots\dots(17)$$

$$i_4 = C_{44}e_4 \dots\dots\dots(18)$$

(3) インダクタンスに関する量

$$\dot{i}_6 = F_{36}^t \dot{i}_3 + F_{86}^t \dot{J}_8 \dots\dots\dots(19)$$

$$\dot{i}_3 = [L_{33} + L_{36}F_{36}^t + F_{36}L_{63} + F_{36}L_{66}F_{36}^t]^{-1} \cdot \{-F_{34}e_4 - F_{35}e_5 - [F_{36}L_{36}F_{86}^t - L_{36}F_{86}^t] \dot{J}_8 - F_{37}E_7\} \dots\dots\dots(20)$$

$$e_3 = L_{33} \dot{i}_3 + L_{36} \dot{i}_6 \dots\dots\dots(21)$$

$$e_6 = L_{63} \dot{i}_3 + L_{66} \dot{i}_6 \dots\dots\dots(22)$$

(4) 依存電圧源・依存電流源

依存電圧源は次のように表される。

$$E_y = K_1 V_2 + K_2 V_5 \dots\dots\dots (23)$$

依存電流源は次のように表される。

$$J_x = K_3 i_2 + K_4 i_5 \dots\dots\dots (24)$$

これに伴い、F行列も拡張され、F_{iy}、F_{xj}などが形成される。

2-3 回路網行列処理技法

ここでは処理の概要について述べる。詳細については文献³⁾を参照して頂きたい。節点—枝接続関係は次のようにリスト表示できる。

$$\begin{aligned} \text{LIST}(1, J) &= (\text{枝 } j \text{ の始点番号 } m_1^{(j)}) \\ \text{LIST}(2, J) &= (\text{枝 } j \text{ の終点番号 } m_2^{(j)}) \end{aligned} \dots\dots\dots (25)$$

これよりA行列の要素は次のように求められる。

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & i = m_1^{(j)} \\ -1 & i = m_2^{(j)} \\ 0 & i \neq m_1^{(j)}, m_2^{(j)} \end{cases} \dots\dots\dots (26)$$

Q行列とA行列との関係は次のようになっている。

$$Q = A_T^{-1} \cdot A = [U \quad -F^t] \dots\dots\dots (27)$$

A_T⁻¹の計算はAに直接消去法を適用しないで、回路網の木部分集合要素を道とした道行列Pの転置行列がA_T⁻¹に等しいという性質を利用すると効率が良い。

木選択に先立って、優先順位にもとづき枝番号のつけ換えを行なっておく。

消去過程をリスト表示に適用するときは、A^tに適用した方が処理が容易であり、しかも代入によって実現することができる。木選択が終ると順序ベクトルが終ると順序ベクトルが形成される。

道行列は木部分グラフの各節点から基準節点に至る経路に含まれる木の要素との向きが記述できればよい。カットセット行列Qの要素q_{ij}は道行列PとA行列とから次のようにして求められる。

$$q_{ij} = \sum_{k=1}^{n-1} p_{ik}^t a_{kj} \dots\dots\dots (28)$$

3 プログラム

図1に流れ図を示す。図2の例題を使ってプログラムの概略を説明する。

表1 変数名一覧表

変 数 名	説 明	変 数 名	説 明
IELE	素子クラス (後半ではフラグ・プール)	LIST	接続リスト
IENO	素子クラス内番号 (後半では節点プール)	ICLM	順序ベクトル
NOD	接続リスト	C11, C44	C部分行列
NORV	依存枝番号用配列	R22, R55	R部分行列
VK	依存係数	AL33, AL66	L部分行列
A	電流源の値	AK1, AK2	依存電圧源係数
NORA	依存枝番号	AK3, AK4	依存電流源係数
AK	依存係数	F··	F部分行列
E	電圧源の値	I·	素子別枝数
IEL1	優先順位リスト用ワークエリア	NMAX	節点数 (または基準節点番号)
IEN1	優先順位リスト用ワークエリア	NM1	NMAX-1
J1	枝数		

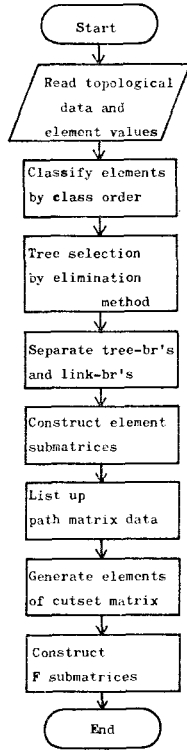
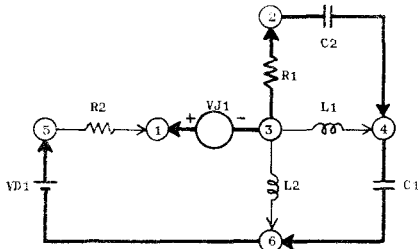


図1 状態方程式形成過程の流れ図



INPUT DATA

```

1 1 6 5 300.0
4 1 3 2 50.0E4
2 1 3 1 1 100.0
4 2 5 1 100.0E3
3 2 2 4 100.0E-12
3 1 4 6 6.37E-6
5 1 3 4 0.1E-3
5 2 3 6 9.39E-3
0
  
```

```

VD 1 ( 6- 5) = 0.300000E+03 V
R 1 ( 3- 2) = 0.500000E+06 OHM
VJ 1 ( 3- 1) = V(R 1)* 0.100000E+03 V
R 2 ( 5- 1) = 0.100000E+06 OHM
C 2 ( 2- 4) = 0.999999E-10 F
C 1 ( 4- 6) = 0.636999E-05 F
L 1 ( 3- 4) = 0.999999E-04 H
L 2 ( 3- 6) = 0.988999E-02 H
  
```

図2 例題

```

C : LINEAR TRANSIENT CIRCUIT ANALYSIS PROGRAM
C : LTCAP-TC-NO. 1
C : BLOCK NO. 1 ---DIMENSION---
DIMENSION IELE(30), IENO(30), NNO(2,30), R(6), C(4), AL(6)
DIMENSION NBR(3), VK(3), AK(1,3), NBR4(3), AK(3)
DIMENSION E(1,3), IEL1(30), EN1(30), LIST(2,30), ICLM(30), C11(3,3)
DIMENSION C44(3,3), R22(3,3), R55(3,3), AL33(3,3), AL66(3,3)
DIMENSION AK1(3,3), AK2(3,3), AK3(3,3), AK4(3,3)
DIMENSION F17(3,3), F1Y(3,3), F14(3,3)
DIMENSION F27(3,3), F2Y(3,3), F24(3,3), F25(3,3)
DIMENSION F37(3,3), F3Y(3,3), F34(3,3), F35(3,3), F36(3,3)
DIMENSION F87(3,3), F8Y(3,3), F84(3,3), F85(3,3), F86(3,3)
DIMENSION FX7(3,3), FXY(3,3), FX4(3,3), FX5(3,3), FX6(3,3)

C : INITIAL
1000:WRITE(1,1000)
1001:FORMAT(5/)
11=0
12=0
13=0
14=0
15=0
16=0
17=0
18=0

C : BLOCK NO. 2 ---IN PUT---
1:J1=J1+1
READ(2,100) IELE(J1)
100:FORMAT(13)
J2=IELE(J1)+1
GO TO (2,3,4,5,6,7,8,9),J2
WRITE(1,116)
116:FORMAT(/, 'ERROR ELEMENT NO. GA NA I. ')
STOP 1001
3:J1=J1+1
READ(2,200) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), E(1,11)
WRITE(1,307) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), E(1,11)
307:FORMAT(/, 2HV, 12, 3H (, 13, 1H-, 13, 5H) = , E13.6, 2H V)
GO TO 1
4:J2=J2+1
READ(2,204) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), NBRV(12), VK(12)
WRITE(1,305) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), NBRV(12), VK(12)
305:FORMAT(/, 2HV, 12, 3H (, 13, 1H-, 13, 6H) = V(R, 12, 2H)*, E13.6, 2H V)
GO TO 1
5:J3=J3+1
READ(2,200) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), P(13)
WRITE(1,301) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), P(13)
301:FORMAT(/, 2H C, 12, 3H (, 13, 1H-, 13, 5H) = , E13.6, 2H F)
GO TO 1
6:J4=J4+1
READ(2,200) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), R(14)
200:FORMAT(12, 2(13, E13.6)
WRITE(1,300) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), R(14)
300:FORMAT(/, 2H R, 12, 3H (, 13, 1H-, 13, 5H) = , E13.6, 4H OHM)
GO TO 1

7:J5=J5+1
READ(2,200) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), AL(15)
WRITE(1,302) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), AL(15)
302:FORMAT(/, 2H L, 12, 3H (, 13, 1H-, 13, 5H) = , E13.6, 2H H)
GO TO 1
8:J6=J6+1
READ(2,200) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), A(1,16)
WRITE(1,306) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), A(1,16)
306:FORMAT(/, 2HAD, 12, 3H (, 13, 1H-, 13, 5H) = , E13.6, 2H A)
GO TO 1
9:J7=J7+1
READ(2,204) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), NBR4(17), AK(17)
204:FORMAT(12, 2(13, E13.6)
WRITE(1,304) IENO(J1), NNO(1,J1), NNO(2,J1), NBR4(17), AK(17)
304:FORMAT(/, 2HAJ, 12, 3H (, 13, 1H-, 13, 5H) = (R, 12, 2H)*, E13.6, 2H A)
GO TO 1
2:J1=J1+1
WRITE(1,205)
205)
DO 1=1,17
DO J=1,17
IF(IELE(J1)-I) 11, 12, 11
12:J2=J2+1
LIST(J1, J2)=NNO(1, J1)
LIST(J2, J2)=NNO(2, J1)
IEL1(J2)=IELE(J1)
IEN1(J2)=IENO(J1)
11:CONTINUE
DO 13=1, J1
NNO(1, J2)=LIST(1, J1)
NNO(2, J2)=LIST(2, J1)
IELE(J2)=IELE(J1)
IENO(J2)=IENO(J1)
WRITE(1,201) IELE(J1), IENO(J1), NNO(1, J1), NNO(2, J1)
201:FORMAT(/, 215, 1H(, 13, 1H-, 13, 1H))
13:CONTINUE

C : INITIAL
138=0
131=0
148=0
144=0
158=0
154=0
DO 500 I=1,3
DO 500 J=1,3
C44(I, J)=0.
C11(I, J)=0.
R55(I, J)=0.
R22(I, J)=0.
AL66(I, J)=0.
AL33(I, J)=0.
AK1(I, J)=0.
AK2(I, J)=0.
AK3(I, J)=0.
AK4(I, J)=0.
500:CONTINUE
WRITE(1,205)
  
```

図3 データ入力部

3・1 データ入力部

入力データは任意の順序で枝毎に、素子のクラス、素子クラス内の番号、始点番号、終点番号及び素子値（または依存電圧源、依存電流源については、それらの依存抵抗素子番号と関係値（ K_i ））である。図2において上段のデータは入力の実データを示し、下段のものを入力後、改めて出力されたものである。優先順位によって並べかえた結果は図7の上段のようになる。

3・2 木選択部

木選択は優先順位に従って行われ、LIST(1, J)が0のものは補木であり1のものは木部分であるので、これを使ってさらに素子部分行列が形成できる。順序ベクトルの結果は図7の中段の通りで、上から5個の枝（節点数6から1を減じた数）が木枝である。

3・3 カットセット行列要素の発生部

この部分を一般に用いるときはサブルーチンとし、ENTRY NAME を使用すれば、カットセット行列と全く同じ取扱いが可能である。処理結果は図7下段の通りである。F行列形成部分は省略したが—F¹部分より簡単に形成できることは自明である。

```

C : BLOCK NO. 3 ---CUT SETS---
C : JUNJO BEKUTORU
  I=1
  14:K=LIST(1,I)
  IF(K) 15,19,15
  15:J=J+1
  151:IF(LIST(1,J)) 16,18,16
  16:IF(LIST(1,J)=0) 17,21,17
  17:IF(LIST(2,J)=K) 18,22,18
  18:IF(J=1) 24,19,24
  19:IF(1-J=1) 20,26,20
  20:I=I+1
  GO TO 14
  21:LIST(1,J)=LIST(2,J)
  22:LIST(2,J)=LIST(2,I)
  IF(LIST(1,J)-LIST(2,J)) 18,23,18
  GO TO 18
  24:J=J+1
  GO TO 151
  26:J=0
C : TREE BRANCH TO LINK NO BUNRI
  NMAX=1
  DO 43 I=1,2
  DO 43 J=1,J1
  IF(LIST(1,J)) 27,28,27
  27:IF(1-I) 41,29,41
  28:IF(1-J) 29,41,29
  29:J2=J2+1
  ICLM(J2)=J
  IELE(J2)=IELE(J)
  IEN1(J2)=IENO(J)
  WRITE(1,202) J2,J,IELE(J),IENO(J)
  202:FORMAT(1,416)
  41:IF(NMAX=MOD(1,J)) 42,43,43
  42:NMAX=MOD(1,J)
  43:CONTINUE
  
```

図4 木選択部と木枝・補木枝分離部

```

C : WJCHI MATRIX NO LIST-HYSJ1
  NMT=NMAX-1
  DO 44 I=1,NMAX
  IELE(I)=0
  IENO(I)=0
  44:CONTINUE
  IENO(1)=NMAX
  I=1
  45:DO 49 I=1,NM1
  IF(IELE(I)) 49,46,49
  46:J=ICLM(I)
  DO 47 K=1,2
  KP=MOD(K,J)
  DO 47 L=1,JP
  IF(KP=IENO(L)) 47,48,47
  47:CONTINUE
  GO TO 49
  48:KK=K(-1)**K
  KQ=MOD(KK,J)
  IELE(I)=IP
  IP=IP+1
  IENO(I)=KQ
  LIST(1,KQ)=KP-(KP/NMAX)*NMAX
  LIST(2,KQ)=I*(-1)**K
  49:CONTINUE
  IF(IP=NMAX) 45,50,50
  
```

図5 道行列のリスト表示部

```

C : CUT SET MATRIX NO YSSO HASSEI PRD
  50:WRITE(1,203) NMAX,J1
  203:FORMAT(2,1,"NODE=","13,,"BRANCH=","13,2,,"
  DO 115 I=1,NMT
  WRITE(1,205) CUT SETS MATRIX"/)
  205:FORMAT(1)
  DO 115 J=1,J1
  KK=0
  DO 67 K=1,NM1
  IF(J=NM1) 51,51,54
  51:IF(J=1) 53,52,53
  52:KK=1
  GO TO 68
  53:KK=0
  GO TO 58
  54:KK=K
  55:KS=LIST(2,KX)
  IF(ABS(KS)-1) 57,56,57
  56:IM=ISIGN(1,KS)
  GO TO 60
  57:IF(LIST(1,KX)) 58,59,58
  58:KK=LIST(1,KX)
  GO TO 55
  59:IM=0
  60:IF(IM) 61,67,61
  61:NAK=0
  L=ICLM(J)
  LL=1
  62:IF(MOD(LL,L)-K) 621,63,621
  621:LL=LL+1
  IF(LL=2) 62,62,66
  63:IF(LL=2) 64,65,66
  64:NAK=1
  GO TO 66
  65:NAK=1
  66:KK=KK+IMNAK
  67:CONTINUE
  68:WRITE(1,206) KK
  206:FORMAT(13)
  115:CONTINUE
  
```

図6 カットセット行列要素発生部

REARRANGED LIST IN ELEMENT CLASS

1	1	(6-	5)
2	1	(3-	1)
3	2	(2-	4)
3	1	(4-	6)
4	1	(3-	2)
4	2	(5-	1)
5	1	(3-	4)
5	2	(3-	6)

SEPARATION OF TREE-BRANCH AND LINK-BRANCH

1	1	1	1	1
2	2	2	2	1
3	3	3	3	2
4	4	4	3	1
5	5	4	1	1
6	6	4	2	1
7	7	5	1	1
8	8	5	2	1

NODE= 6
BRANCH= 8

OUT SETS MATRIX

1	0	0	0	0	-1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	-1	1	1
0	0	0	1	0	-1	0	1
0	0	0	0	1	-1	1	1

図7 処理結果

3・4 状態方程式形成と求解

状態変数としては e_3 と i_3 をとるが、これらの値は(16)及び(20)より求まり、これらの値より他の量も(11)～(25)より求まる。これらの演算は行列の加減乗除算、逆行列の計算及び積分の繰返しにより実現されるが、この報告では取り扱わなかった。

4 結 言

混合解析法において重要な役割を果すQ行列、F行列を求め状態方程式を形成するまでの手順について述べ、そのプログラムの主要部の実際と処理例を示した。状態方程式の求解部分については別の機会に報告したいと思っている。

最後に、卒業研究としてプログラムの作成に当たってくれた 金後完治君 (東洋工業)、藤田周平君 (富士通) に感謝します。

参 考 文 献

- 1) S.R. Sedore : SCEPTRE : A Program for Automatic Network Analysis ; IBM Journal Vol. 11, pp. 627~637 (Nov., 1967).
J.C. Bowers, S.R. Sedore : SCEPTRE : A Computer Program for Circuit and Systems Analysis ; Prentice-Hall Inc. (1971).
- 2) D.J. Comer : Computer Analysis of Circuits ; International Textbook Co. (1971).
- 3) 佐藤 : 大規模回路網トポロジ処理技法 : 電学誌論文誌(B) Vol.92-B, No. 1 (Jan., 1972).

(昭和48年9月4日受付)

くい打撃力についての実験的研究

(土木工学科) 久 良 喜 代 彦
丸 上 晴 朗

Experimental Study of the Pile Driving Force

Kiyohiko KURŌ
Seirō MARUGAMI

An experimental investigation of elastic waves produced by the longitudinal impact of strikers on steel bars as models of concrete piles was made. Following three problems are examined: first; the poisson's effect of longitudinal strain on the pile body, second; the diminution of the driving energy when a cushion is used, and last; the reduction of the driving force caused by a follower.

§ 1 ま え が き

本研究は模型くいとしての鋼棒に打撃を加え、その際発生伝ばする応力波を観測することによって、次の3項目について調査しようとするものである。

- i くい体を伝ばする応力波のポアソン効果
- ii クッションのもたらすエネルギー損失
- iii やっここ使用によって生ずる打撃力低下

応力波のポアソン効果は先端開放コンクリートくいを打撃する時に生ずる縦割れに関連して調査しようとするものである。縦割れの原因はくい先端からくい中空部へ侵入する土によってくい体へ作用するフープテンションによるものとされている。一方、くい体を伝ばする打撃応力波は、そのポアソン効果として、くいの半径方向へ引張ひずみを発生させる。本研究ではこの引張ひずみの発生状況について調査する。

やっここは、くいを地表面以下に打ちこむ必要がある場合に用いられるが、やっここを使用する打撃力は低下すると言われている。ここではその原因を調査しようとするものである。

クッションはやっここを用いた場合の打撃エネルギーの損失については、W.S. Housel 等¹⁾の提案したがって Enthru なる用語を用いて検討することにする。“Enthru”は打撃エネルギーのうちでくい頭に伝達されるエネルギーを意味し、次式で表わされるとする。

$$\text{Enthru} = \sum f \cdot \Delta S \dots\dots\dots (1.1)$$

ここで、 f , ΔS は打撃後の経過時間を微小時間 Δt ずつに区切るとき、各時間間隔 Δt におけるくい頭に作用する力及びくい頭変位の増分を表わす。

§ 2 実験の概要

実験に用いた衝撃装置の概要を図2・1に示す。直径20mm厚さ100cmのステンレス鋼棒を応力棒とし、これを合成ゴムの板の上に垂直に立て、その上にクッション又は鋼管をおき、その上から直径20mm、長

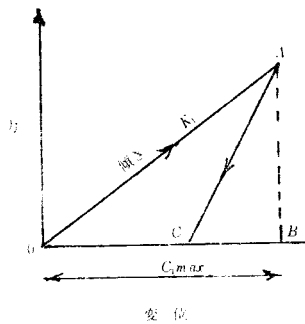


図 3-2

上記の事を計算プログラムとしてまとめると、次のようになる。

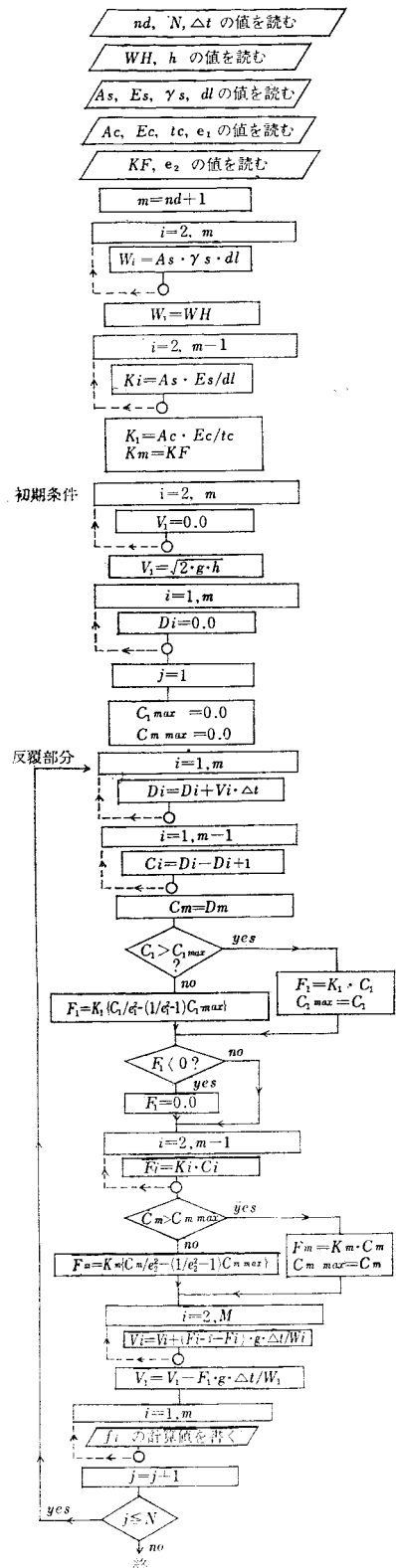
上記のプログラムの中で用いられた記号のうち未だ説明していないものは次の計算例の中で説明する。

計算例 実験IIでクッションとして厚さ10mmのニューライトを用いた場合の応力波形を Smith 解法で求めてみよう。

諸定数を次のように選定する。

- 応力棒分割数 $nd=10$
- 時間間隔に付した番号の最大値 $N=200$
- 時間間隔 $\Delta t=0.000005\text{sec}$
- 打撃棒重量 $WH=0.6181\text{kg}$
- 落高 $h=40\text{cm}$
- 鋼棒断面積 $A_s=3.1416\text{cm}^2$
- 鋼棒弾性係数 $E_s=1.99 \times 10^6\text{kg/cm}^2$
- 〃〃単位重量 $\gamma_s=0.00787\text{kg/cm}^2$
- 応力棒分割長 $dl=10\text{cm}$
- クッション弾性係数 $E_c=12000\text{kg/cm}^2$
- 〃〃断面積 $A_c=3.1416\text{cm}^2$
- 〃〃厚さ $t_c=1.0\text{cm}$
- 〃〃反撓係数 $e_1=0.8, 0.5, 0.3$
の3通り
- 床板(基礎)ばね定数 $KF=2000\text{kg/cm}$
- 〃(〃)反撓 $e_2=0.3$

これらの諸条件の下で計算して得られた理論的応力波形を図示すると図 3-3 のようになる。



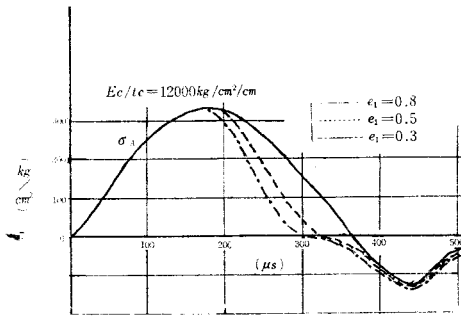


図 3-3

長さの部分の変位増分は

$$\Delta S = \frac{f}{AE} \cdot C \cdot \Delta t = \frac{C \cdot \Delta t}{AE} \cdot f$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Enthru} &= \sum f \cdot \Delta S = \sum \frac{C \cdot \Delta t}{AE} \cdot f^2 = \frac{C \cdot \Delta t}{AE} \sum f^2 \\ &= \frac{A \cdot C \cdot \Delta t}{E} \sum \sigma^2 \dots\dots\dots (3.3) \end{aligned}$$

ここに $\sigma = f/A$ でくい頭応力である。

つまり Enthru は応力波形の縦距の平方の和から求めることができる。

Smith 解法の中で Enthru を求めるには、プログラムの中で次の計算をすれば良い。⁴⁾

$$\text{Enthru} = \sum \left\{ \frac{F_1(t) + F_1(t-1)}{2.0} \right\} \times \{ D_2(t) - D_2(t-1) \} \dots\dots\dots (3.4)$$

§ 4 実験結果とその検討

(1) 実験 I 応力波のポアソン効果に関する実験であり、打撃棒を直接応力棒の上に落下させた。この時得られた実測波形及び関式解法による理論波形を図 4・1 に示す。σ_A は断面 A の軸方向応力であり、ε_B は断面 B の円周方向ひずみである。関式解法にあたっては応力波の伝ば速度 C として実測波形から得られた C = 500 m/sec を用いた。

断面 A の最大圧縮応力 σ_{A max} の理論解は次式で計算される。

$$\sigma_{Amax} = \frac{1}{2} \sqrt{E_s \cdot \gamma_s / g} \cdot V_1 = \frac{1}{2} \sqrt{1.99 \times 10^6 \times 0.00787 / 980} \times 280 \div 560 \text{ kg/cm}^2$$

断面 B の最大ひずみ ε_{Bmax} の理論解は次のようにして求めた。

$$\varepsilon_{Bmax} = -\frac{\sigma_{Bmax}}{E_s} \cdot \nu_s = -\frac{\sigma_{Amax}}{E_s} \cdot \nu_s = \frac{-560 \times 0.31}{1.99 \times 10^6} = -0.88 \times 10^{-4} \text{ strain}$$

σ_A の実測値は 544 kg/cm² で理論値 560 kg/cm² に近い値を与えている。しかし応力波の立上り時間は 40 μs にも達しており、打撃棒と応力棒の衝撃時の端面の接触は良好ではなかった。

ε_{Bmax} は円周方向の最大ひずみであるが、これは半径方向の最大ひずみに等しく、その実測値は ε_{Bmax} = -0.76 × 10⁻⁴ strain であった。

一方、断面 B の軸方向ひずみは断面 A の軸方向ひずみに等しく、

$$\varepsilon_{Amax} = \sigma_A / E_s = 544 / 1.99 \times 10^6 = 2.734 \times 10^{-4} \text{ strain}$$

である。したがって動ポアソン比は

$$\nu_d = -\frac{\varepsilon_{Bmax}}{\varepsilon_{Amax}} = -\frac{-0.76 \times 10^{-4}}{2.734 \times 10^{-4}} = 0.278$$

(3) Enthru の計算法 Housel 等¹⁾ は Enthru = ∑ f · ΔS を用いて Enthru を計算するにあたり、くい頭に作用する力 f はくい頭におかれたロードセルによって測定し、くい頭変位増分 ΔS は変位計によって測定し、この両者の積の和から Enthru を求めている。

しかし鋼棒のような弾性体では応力波形から直接 Enthru を求めることができる。

くい頭部に C · Δt の長さの区間を設定する。ここに、C は応力波の伝ば速度である。Δt の時間の間にくい頭に作用する力 f による C · Δt の

表4・1 実験値

クッション厚	Enthru/ E_0
5 mm	0.65
10 mm	0.59
20 mm	0.43

表4・2 Enthru/ E_0 の Smith 解

E_c/t_c	e_1	0.3	0.5	0.8
20000 kg/cm^2		0.54	0.61	0.72
12000 "		0.47	0.54	0.64
6000 "		0.38	0.43	0.54

(3) 実験Ⅲ 応力棒の上にそれと同質同径の長さ5cmの鋼棒を置いて打撃を加える。この場合の σ_A の実測波形及び理論波形(図式解法)を図4・3に示す本実験の趣旨は5cm鋼棒と応力棒との不連続面がEnthruに及ぼす影響を見るためであったが、実測波形の中で、時刻30 μs のところに見られる凹部、及び140 μs のところに見られる凸部はこの不連続面のところの空隙によるものである。

本実験では有効率 $E_f = \text{Enthru}/E_0 = 21.02/24.72 = 0.85$ であり、実験Ⅰの場合と比較すると、鋼棒間の不連続面の存在はEnthruを低下させてはいないように思われる。

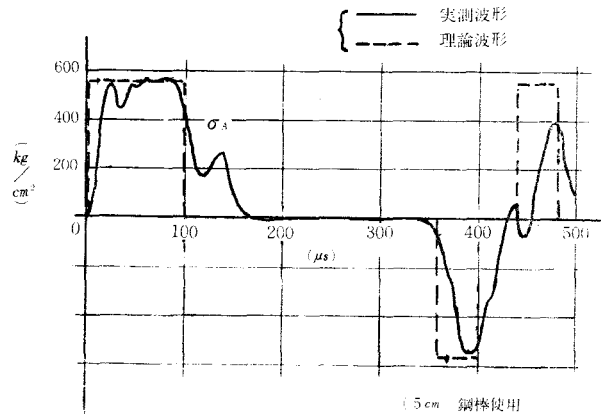


図4・3

(4) 実験Ⅳ 鋼管を鋼棒の上においた場合で、この場合の σ_A の波形を図4・4、図4・5に示す。図4・4は長さ30cmの鋼管を置いた場合で、この実験例では衝撃端面の接触が良好であったように思われる。この場合の E_f の実験値及び理論値はそれぞれ0.84, 0.94であった。

つまり波動理論によると、30cm鋼管の存在はEnthruを6%低下させることになる。一方 $E_f = \text{Enthru}/E_0$ の実験値0.84を実験Ⅰ及びⅢの場合と比較してみると、この場合も鋼管と応力棒との間の不連続面の存在はEnthruには余り影響を与えないように思われる。

図4・5は長さ10cmの鋼管を用いた場合の一例で、この場合、衝撃端面の接触、鋼管と鋼棒との間の不連続における接触の状況は共に不良であったように思われる。これは10cm鋼管の端面の成型が不充分であったためと思われる。この場合の有効率 $E_f = \text{Enthru}/E_0$ の実験値はそれぞれ0.56, 0.98であった。

つまり10cm鋼管の存在はEnthruを2%低下させることになる。一方この例ではEnthruの低下は44%であるが、この実験と同時に進んだより悪い例ではこの低下は48%にも達した。

ここで図4・4の場合の理論波形の作図法について述べる。計算に用いて諸定数は次の通りである。

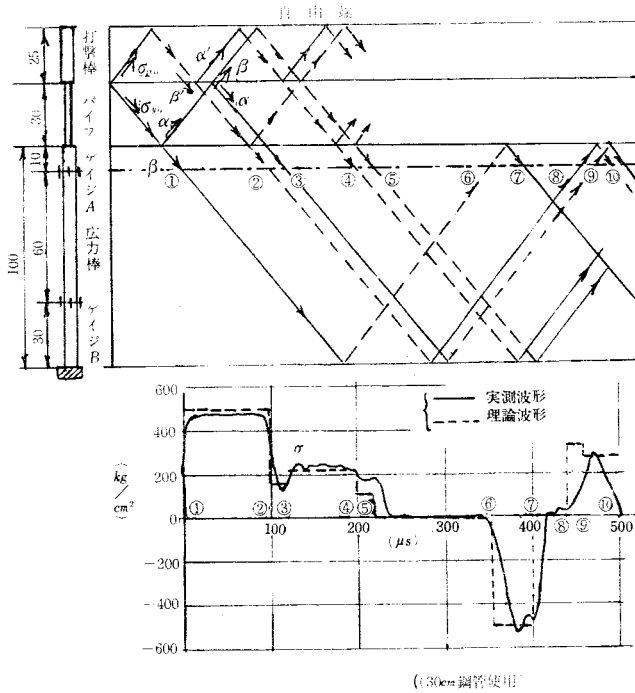


図 4・4

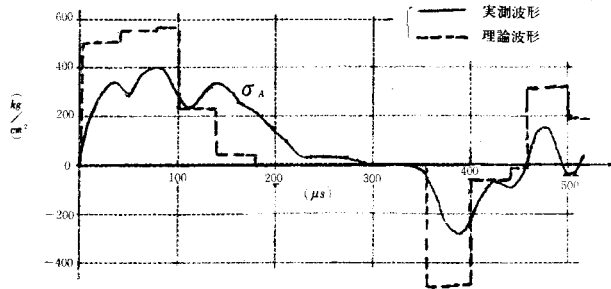


図 4・5

	応力棒 (打撃棒)	鋼 管
断 面 積	$A_s = 3.1416 \text{ cm}^2$	$A_p = 1.5808 \text{ cm}^2$
弾 性 係 数	$E_s = 1.99 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$	$E_p = 1.99 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
単 位 重 量	$\gamma_s = 7.87 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$	$\gamma_p = 7.87 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$

衝撃速度 $V = 280 \text{ cm/sec}$

応力波の伝ば速度 $C = 5 \times 10^5 \text{ cm/sec}$

衝撃時に衝撃端面から打撃棒及び鋼管に向から応力波を σ_{x0} , σ_{y0} とすると,

$$\sigma_{x0} = \frac{A_p}{A_s + A_p} \cdot \sqrt{\frac{E_s \cdot \gamma_s}{g}} \cdot V = 375.158 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{y0} = \frac{A_s}{A_s + A_p} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot \gamma_p}{g}} \cdot V = 745.567 \text{ kg/cm}^2$$

次に鋼管から応力棒（又は打撃棒）に向から応力波の反射係数及び透過係数を夫々 α , β とすると、

$$\alpha = \frac{A_s - A_p}{A_s + A_p} = 0.3305$$

$$\beta = \frac{2A_p}{A_s + A_p} = 0.6695$$

応力棒（又は打撃棒）から鋼管に向かう場合の反射係数、透過係数を α' , β' とすると、

$$\alpha' = \frac{A_p - A_s}{A_p + A_s} = -0.3305$$

$$\beta' = \frac{2 \cdot A_s}{A_s + A_p} = 1.3305$$

上記の値を用いて断面 A に入射する応力を順次計算する。但し応力棒先端は完全自由端と見做す、

$$\textcircled{1} = \sigma_{y_0} \cdot \beta = 499.2 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} = 499.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{2} = -\sigma_{x_0} \cdot \beta\beta' = -334.2 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} = 165.0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{3} = \sigma_{y_0} \cdot \alpha^2 \beta = 54.5 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 219.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{4} = \sigma_{x_0} \cdot \alpha' \beta\beta' = -110.45 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = 109.08 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{5} = -\sigma_{y_0} \cdot \alpha\beta^2\beta' - \sigma_{x_0} \cdot \alpha^2\beta\beta' = -183.45 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{5} = -74.4 < 0$$

つまり $\textcircled{1} + \textcircled{2} + \dots + \textcircled{5} = -74.4 \text{ kg/cm}^2 < 0$ となったのでここで鋼管と応力棒の接触は切れたものとして、この時点での σ_A を $\textcircled{1} + \textcircled{2} + \dots + \textcircled{5} = 0$ になおして後の作図を続行する。

$$\textcircled{6} = \sigma_{y_0} \cdot \beta = -499.2 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \dots + \textcircled{5} + \textcircled{6} = -499.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{7} = \sigma_{y_0} \cdot \beta = 499.2 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \dots + \textcircled{7} = 0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{8} = -\sigma_{x_0} \cdot \beta\beta' = 334.5 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \dots + \textcircled{8} = 334.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{9} = -\sigma_{y_0} \cdot \alpha^2 \beta = -54.2 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \dots + \textcircled{9} = 280.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\textcircled{10} = \sigma_{x_0} \cdot \beta\beta' = -334.5 \text{ kg/cm}^2, \quad \textcircled{1} + \textcircled{2} + \dots + \textcircled{10} = -54.2 \text{ kg/cm}^2$$

これ等の値を用いて理論波形をえがく事が出来る。

§ 5 あとがき

以上の結果をまとめると、次のようになる。

- (1) 本実験では鋼棒の静ポアソン比は0.31で動ポアソン比は0.28で両者は一致しなかった。
- (2) 本実験では衝撃端面の接触状況は良好ではなくそこだけで10~20%程度のエネルギー損失があったものと思われる。
- (3) 本実験ではニューライトクッションを置いた場合、 $E_f = \text{Enthru}/E_0$ は0.43~0.65範囲にあった。クッションの反撥係数 e_1 を0.3から0.8まで増加させると、 Enthru の理論値は16~18%増加した。一方クッションのスタフネス定数 E_c/t_c を $6000 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$ から $20000 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$ に増加させると Enthru の理論値は16~18%増加した。
- (4) 一般に不連続面の存在は接触状況が良好なかぎり、 Enthru の低下をもたらさないように思われる。反面、接触状況が悪い場合には Enthru の低下は著るしい。
- (5) 本実験では鋼管の断面積は鋼棒の断面積の約半分であったが、この場合、理論的 Enthru の低下は鋼管長10cmの場合に2.2%、鋼管長30cmの場合に6%であった。やっこと使用時の打撃力低下の原因の一つはやっことくいと接触不良にあるように思われる。

終りに終始御指導を頂いた京都大学工学部岡田清教授に厚く感謝の意を表する。

計算には九州大学大型計算機を使用した。

参 考 文 献

- 1) W.S. Housel ; Michigan Study of Pile Driving Hammers, ASCE, Sept. 1965
- 2) 松本浩之他；縦衝撃を受けた丸棒に生じる応力およびその伝ば，機械学会論文報告集，29巻，197号
- 3) E.A.L. Smith ; Pile Driving Analysis of the Wave Equation, ASCE, Aug. 1960
- 4) L.L. Lowery, T.J. Hirsch, C.H. Samson ; Pile Driving Analysis-Simulation of Hammers, Piles, and Soil, Texas Transportation Institute, Aug. 1967

超早強ポルトランドセメントを用いたかた練り コンクリートに関する基礎的研究 (その2)

(土木工学科) 竹 村 和 夫

Some Experimental Investigations of Dry Concrete Using super High-Early Strength Portland Cement (Part 2)

Kazuo TAKEMURA

Some preliminary test results and the effects of mix factors on the workability and the strengths of dry concrete using super high-early strength portland cement, were discussed in the preceding paper.

In this report, the following are examined: effects of curing conditions, such as low temperature curing, job-site curing and steam curings, upon the strengths of the concrete or the mortar, and the effects of admixtures, such as air-entraining agent, water-reducing agents and pozzolan, upon the workability, the consistency and the air content of fresh concrete, and the compressive strength of hardened concrete.

最近、初期材令でかなりの高強度の得られる超早強セメントが市販されるようになり、急を要する工事などに使用されているが、このセメントを用いたコンクリートの強度発現、配合の問題などについて前報で検討を行なった。

今回はこのセメントを用いたモルタルやコンクリートの強度に対する低温養生や冬期の屋外での現場養生および養生条件を3種にかえた蒸気養生の影響およびコンクリートのワーカビリティや強度に及ぼすAE剤、減水剤、ポズランなどの混和材料の影響を普通セメントや早強セメントの場合と比較しながら検討した結果について述べる。

§ 5 モルタルおよびコンクリートの強度に及ぼす養生条件の影響

5.1 ま え が き

モルタルやコンクリートの強度発現は、養生温度によって影響される。一般に、養成温度が高ければセメントの水和反応が促進され初期強度は高くなり、温度が低ければ強度発現は遅い、とくに、冬期の低温時はコンクリートの強度発現が遅れるので型わく内の養生期間が長くなるが、超早強セメントは初期材令に高強度が得られるので養生温度の影響を十分に検討し、冬期工事に使用すると有利であると思われる。また、コンクリート製品でも、量産を進めるためには初期に強度を発現し、型わくの回転を早めしかも早期に出荷する必要があるが、冬期に温度の下がった際に成形した場合、強度の発現が不十分となることも考えられる。

したがって本節では、超早強セメント2種、早強セメントおよび普通セメント各1種の合計4種のセメントを用いたモルタルについて10°Cでの低温養生を行ない20°Cの標準養成の場合と比較検討した、また、コンクリートでは標準養生を行なった場合の、とくに、初期材令の強度発現について実験を行なった。さらに、早強セメントを除く3種のセメントを用いたコンクリートについて、10°Cの低温養生

および0~10°Cの屋外での現場養生の影響を主として圧縮強度について検討した。

5.2 実験の概要

5.2.1 使用材料およびコンクリートの配合

セメントはメーカーの異なる2種の超早強セメント, 早強セメントおよび普通セメントの4種のものを使用した(前報p.114, 表—1参照)。粗骨材は最大寸法20mmの吉野川産の川砂利, 細骨材は吉野川産の川砂を使用した。骨材の試験結果を表—12に示す。

表—12 骨材の試験結果

骨材の種類	粗粒率 (FM)	比重	吸水量 (%)	単位重量 (kg/m ³)	有機不純物試験
粗骨材	6.63	2.59	1.39	1670	—
細骨材	2.74	2.61	1.36	1680	合格

コンクリートの配合は, 前節の実験結果より, 超早強セメントコンクリートでは富配合にしても強度の増加量は大きくないことや経済性を考慮し, 単位セメント量を300kgの一定とし, 製品を対象として目標スランブを5cmとした。本節の実験に用いたコンクリートの配合を表—13に示す。

表—13 コンクリートの配合

養生条件	配合の種類	最寸 Ms (mm)	大スラ S1. (cm)	ラフ Air (%)	空気量 W/C (%)	水セメント比 s/a (%)	単位量 (kg)					
							水 W	セメント C	細骨材 S		粗骨材 G	
									mm 5~1.2	mm 1.2以下	mm 20~10	mm 10~5
標準	A-5	20	5	—	56.7	42	170	300	233	544	703	378
	B-5	20	5	—	55.7	42	167	300	234	546	706	380
	H-5	20	5	—	55.0	43	165	300	240	561	695	374
	N-5	20	5	—	54.0	45	162	300	253	590	675	363
低温・現場	A-5	20	5	—	56.7	42	170	300	233	544	703	378
	B-5	20	5	—	55.3	42	166	300	234	547	706	380
	N-5	20	5	—	54.7	45	164	300	252	588	673	362

注) コンクリートの練り上がり温度は, 標準養生の場合約17°C, 低温養生および現場養生の場合約10°C

5.2.2 供試体の成形

(1) モルタル

モルタル試験は, JIS R 5201のセメントの物理試験方法に準じて行なったが, 低温養生を行なう場合は, 各種セメントおよび標準砂を所定量計量し, ビニールに袋入れ密封し, 成形約20時間前に10°Cの低温に保った可変養生そうに入れプレケーリングを行なって使用した。水は10°Cに冷却したものをを用いた。成形後ただちに可変養生そうに入れ, 成形後約20時間で脱型した。

(2) コンクリート

φ10×20cmの円柱形型わくを使用し, 振動台を用いて振動締固めを行なった(前報p.114参照)のち, 標準養成を行ない初期強度を検討する場合は, 18時間以内の強度試験用の供試体は石こうを用い, 材令1日以後のものは超早強セメントを用いてキャッピングを行なった。また, 低温養成および現場養生を行なうものは, 材令1日強度を測定するもののみ石こうキャッピングを行ない, その他は超早強セメン

トペーストでキャッピングを行なった。

5.2.3 養生条件および養生方法

(1) モルタル

養生条件を、 20°C 標準養生および 10°C での低温養生の2種とし、標準養生を行なう場合は、 $20^{\circ}\text{C} \pm 1 \text{ deg.}$ の恒温室で成形し、成形後24時間まで湿潤養生し、その後 $20^{\circ}\text{C} \pm 3 \text{ deg.}$ の水中で材令3日、7日および28日まで養生した。

低温養生を行なうものは、成形後ただちに 10°C 相対湿度95%に保たれた可変養生そう（写真一3参照）に入れ、成形後20時間で脱型し、養生そう内の水を入れた容器中で材令24時間、3日および7日まで養生し、28日強さ測定用のものは材令8日から28日まで $20^{\circ}\text{C} \pm 3 \text{ deg.}$ の水中で養生した。

各材令に達したモルタル供試体は、JIS R 5201に準じ、曲げ強さ、圧縮強さなどを試験した。

(2) コンクリート

養生条件を上記の2種の他に、寒中コンクリートの施工³³⁾を考慮し、気温 $0 \sim 10^{\circ}\text{C}$ 、相対湿度65~80%の空気中での養生（現場養生という）を用いた。

標準養生を行なうものについては、4種のセメントを用いたコンクリートの初期強度についても検討するため、材令を6時間、12時間、18時間、24時間、3日、7日、28日および91日とした。

低温養生を行なう場合は、 10°C 相対湿度95%で材令24時間、3日、7日まで養生し、材令28日で強度試験を行なうものはその後 $20^{\circ}\text{C} \pm 3 \text{ deg.}$ の水中で養生した。

現場養生を行なう場合は、成形後ただちに屋外に出し、翌日脱型し、材令24時間、3日、7日および28日まで養生した。

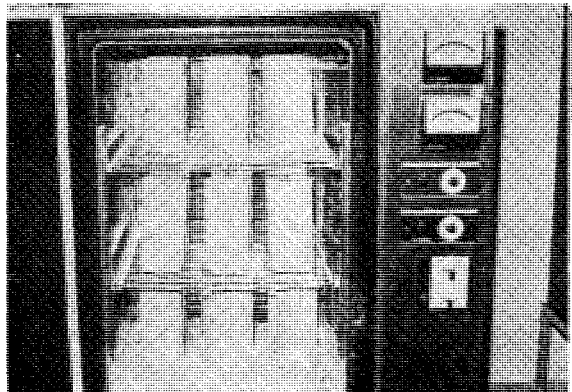
3.5 実験結果とその考察

5.3.1 養生温度とモルタル強さ

コンクリートおよびモルタルの強度が養生温度によって影響を受けることはすでに多くの研究者によって報告されているが^{34)~36)}、笠井³⁶⁾は、セメントの種類、銘柄によって養生温度の強度に及ぼす影響は異なると述べている。最近開発された超早強セメントに関しては児玉ら³⁷⁾の報告があるが例が少ないようである。したがってコンクリートに及ぼす養生温度の影響を検討する前に、コンクリートの強度に著しく影響するモルタルについて、先に述べた4種のセメントを用いて、標準養生および 10°C の低温養生を行ない圧縮強さと曲げ強さを試験した。その結果を図一19に示す。

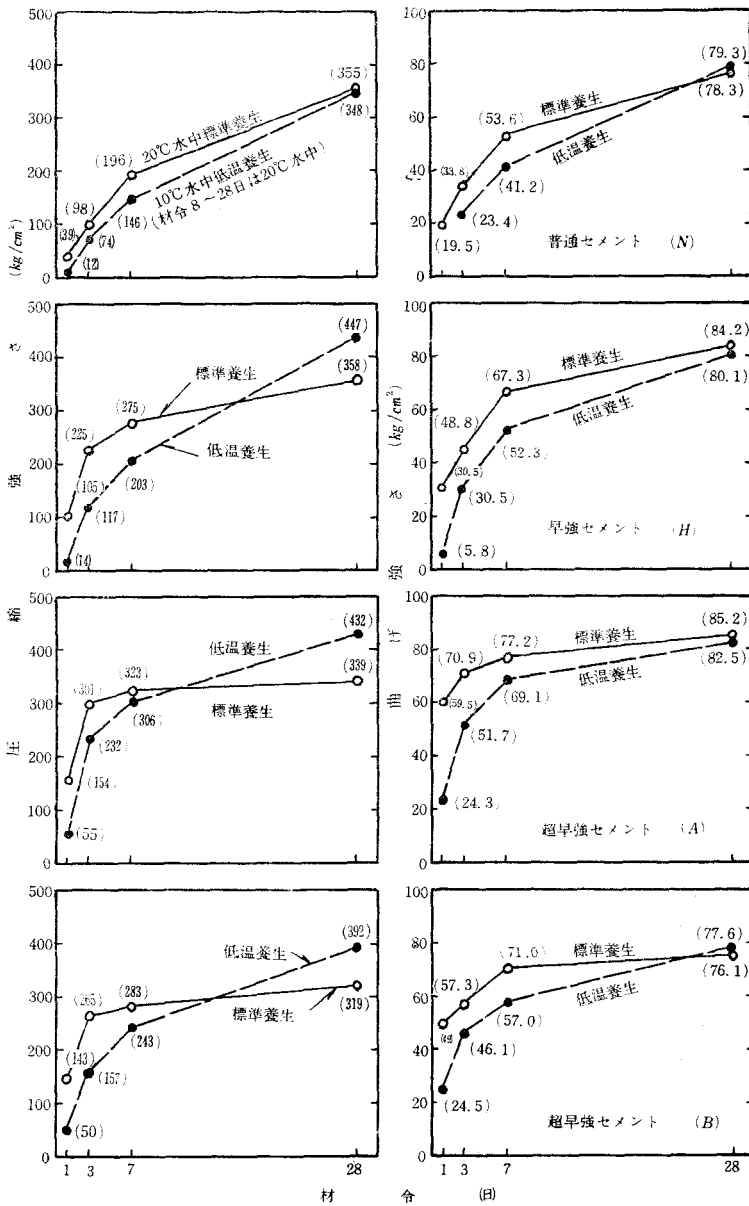
図にみられるように、普通セメントでは、材令7日までは 20°C 標準養生したものの強さが大きく、28日では、圧縮強さ、曲げ強さも 10°C 養生のものと大差ないが、超早強セメントでは28日の圧縮強さは逆に 10°C 養生のものが $63 \sim 93 \text{ kg/cm}^2$ 大となっている。また、超早強セメントの材令7日から28日までの強さの増加は、両養生時の場合とも、普通セメントあるいは早強セメントに比較して小さいが、これは初期材令での強さが大きいためと思われる。

表一14は、図の結果から、各セメントの各材令における標準養生に対する 10°C 養生時の相対強さを示したものであるが、超早強セメントの圧縮強さは材令7日以後の相対値が大きく、28日では20%以上



右のダイヤルをセットすることによって温度と湿度とが自動的にコントロールできる

写真一3 可変養生そう



図一19 低温養生および標準養生を行なったモルタル試験結果

大きくなっている。曲げ強さにおいては、4種のセメントとも20°C標準養生の場合と大差ない値が得られている。このように初期に低温で養生した場合の強さが高温で養生したものより材令が進むと増進する理由として、高野³⁸⁾は、初めに低温で養生したほうが、材令が進めばセメント粒子の膨潤、ゲル状物質や結晶の析出、生長、固化の程度が大となり、ペースト内部の空隙が一層減少し構造がち密、強固かつ均質になるからである。一方、初期の養生温度が高いと、セメントが水和するときにセメント粒子の周囲にできる半透膜の形成は早い、この膜の難透性が増し、以後の水和進行を著しく阻害するためであると述べている。本実験に用いた超早強セメントは粒末度がきわめて高く、初期の水和進行度が普通セメントよりきわめて速く、養生温度の影響が著しくなったものと考えられる。

一方、表一15に示したように、10°Cで養生した超早強セメントの普通セメントに対する圧縮強さは、材令1日で4倍以上、3日で2~3倍であり、普通セメントを標準養生したものより圧縮強さははるかに大きい。材令28日でも普通セメント以上の強さを発現し、低温時の使用が有利であることがわかる。この点については児玉ら³⁷⁾も同様の結果を得ている。

表一14 低温養生時の標準養生に対する相対強さ(%)

材 令	圧 縮 強 さ				曲 げ 強 さ			
	普 通 (N)	早 強 (H)	超早強 (A)	超早強 (B)	普 通 (N)	早 強 (H)	超早強 (A)	超早強 (B)
1 日	31	13	36	35	—	19	41	50
3 日	76	52	77	59	69	63	73	80
7 日	74	74	95	86	77	78	90	80
28 日	98	125	127	123	101	95	97	102

表一15 普通セメントに対する低温養生時の相対圧縮強さ(%)

セメントの種類	1 日	3 日	7 日	28 日
早 強 (H)	117 (265)	156 (230)	135 (140)	128 (101)
超 早 強 (A)	456 (395)	314 (307)	210 (165)	124 (95)
超 早 強 (B)	417 (367)	212 (270)	166 (124)	113 (90)

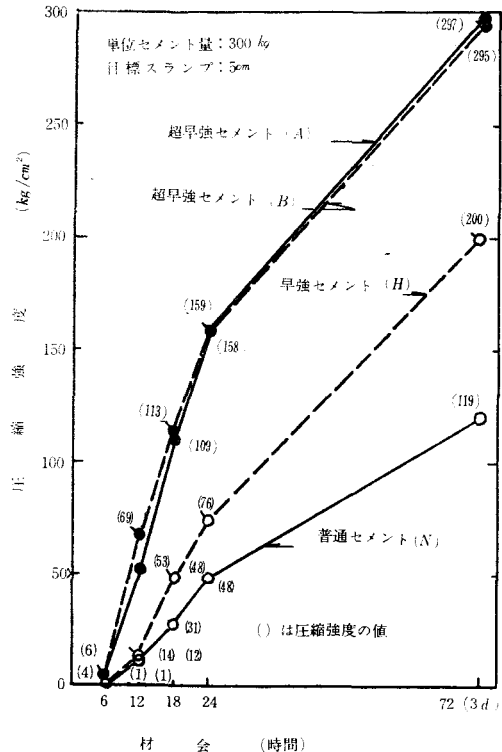
注) () は標準養生の場合の値。

5.3.2 コンクリートの初期強度について

超早強セメントコンクリートの、とくに、初期強度の発現を検討するため、前述の4種のセメントを使用し、単位セメント量300kg、スランブ5cmの配合を用いて、材令6時間から91日までの圧縮強度、動弾性係数などを測定した。なお、養生方法は標準養生とした。圧縮強度の試験結果を図一20および図一21に示す。

図一20にみられるように、超早強セメントコンクリートは普通あるいは従来の早強セメントを用いたものより初期強度は著しく高く、材令1日で約150kg/cm²と早強セメントコンクリートの2倍、普通セメントコンクリートの3倍の強度を示し、3日では早強セメントコンクリートの1.5倍の約300kg/cm²の強度を発現し、初期材令の強度発現にきわめて有利であることを示している。

笠井ら³⁹⁾は、早強セメントコンクリートの強度発現は10時間以内では少なく、20時間ぐらいから大きくなると述べており、本実験に用いた早強セメントコンクリートもほぼ同様の傾向を



図一20 各種セメントを用いたコンクリートの初期材令における圧縮強度

示しているが、超早強セメントコンクリートは材令6時間から24時間までほぼ直線的に強度は増加しており、従来の早強セメントコンクリートとやや異なる傾向を示している。

材令3日から91日までの圧縮強度試験の結果を示した図-21にみられるように、材令7日で超早強セメントコンクリートの強度は350kg/cm²と普通セメントコンクリートより著しく大きく、早強セメントコンクリートより約50kg/cm²高い。28日になると超早強セメントコンクリート(A)は早強セメントコンクリートと大差ないが、超早強セメントコンクリート(B)は7日から28日までの強度の伸びも大きい。91日になると超早強(A)は普通(N)と大差なくなるが、アルミナセメントのような強度低下の傾向⁵⁾はみられない。材令1年でも超早強セメントコンクリートと普通セメントコンクリートの圧縮強度は大差ないという報告³⁾もある。

5.3.3 コンクリートの圧縮強度に及ぼす養生条件の影響

前述したように、コンクリートの強度発現は養生条件によって影響を受けるが、使用セメントの種類によってその影響は異なる³⁶⁾。また、成形後コンクリートを大気中に放置すると一時的に見掛けの強度は高くなるが、水分の蒸発などによって以後の強度発現は減少するといわれている⁴⁰⁾。

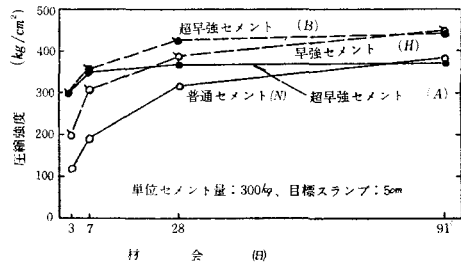


図-21 各種セメントコンクリートの材令3日以後の圧縮強度

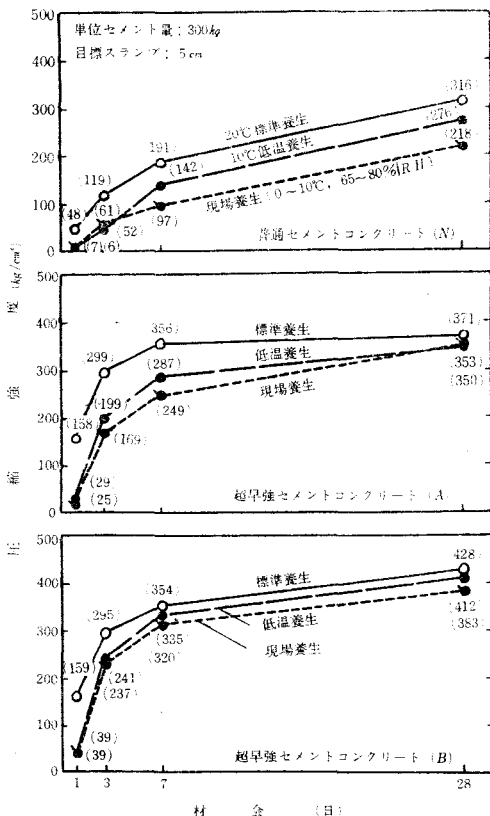


図-22 各種セメントコンクリートの圧縮強度におよぼす養生条件の影響

図-22は、超早強セメント2種、普通セメント1種の合計3種のセメントコンクリートについて10°Cでの低温養生および0~10°Cでの屋外での現場養生を行なった結果を標準養生の結果とともに示したものである。また、表-16は3種のコンクリートの各養生時の標準養生に対する強度比を材令別に示したものである。

これらの図表にみられるように、超早強セメントコンクリートの低温時の初期材令における強度発現は普通セメントの場合に比較して著しく大きく、材令1日で5~6倍、7日で2~3倍となっている。また、材令28日でも普通セメントコンクリートの強度を27~49%上回り、標準養生に対する相対強度も95%程度(普通セメントコンクリートでは87%)が得られており、McDaniel⁴¹⁾の普通セメントコンクリートについて報告している値よりも約10%大きく、低温時の強度発現が大きいことを示している。

一方、0~10°C、相対湿度65~80%の屋外で現場養生を行なった場合は、普通セメントコンクリートは、標準養生はもとより低温養生を行なった場合より強度は相当低くなり、標準養生に対し材令7日で51%、28日で69%となっている。超早強セメントコンクリートでは、初期材

表一16

低温養生および現場養生したコンクリートの各材令での標準養生の
コンクリートに対する強度比（%）

コンクリートの種類	1 日		3 日		7 日		28 日	
	低 温	現 場	低 温	現 場	低 温	現 場	低 温	現 場
普通 (N)	13(100)	15(100)	45(100)	51(100)	74(100)	51(100)	87(100)	69(100)
超早強 (A)	18(483)	18(383)	67(383)	60(277)	81(202)	70(257)	94(127)	95(162)
超早強 (B)	23(650)	23(557)	82(463)	80(388)	95(236)	90(330)	96(149)	90(176)

注) () は各材令での普通セメントコンクリートに対する相対強度 (%)

令、28日も低温養生時の強度に近い値が得られ、材令3日で170~240kg/cm²の強度が得られている。材令28日の標準養生に対する相対強度も90~95%と高く、普通セメントコンクリートに関するアメリカの Brueau of Standerd⁴²⁾ や Green³⁵⁾ の実験結果よりも相当大きい相対強度が得られている。

したがって、超早強セメントコンクリートの使用は、長島⁴³⁾も指摘しているように、寒中でのコンクリートの施工や製品の成形を経済的にしかも安全に行なう上に有利であると考えられる。

5.3.4 動弾性係数について

動弾性係数はコンクリートの強度を非破壊的に判定する場合、音速などともによく用いられているが、コンクリートの場合、乾湿などによって多少異なると考えられる、明石⁴⁴⁾の実験によると、空气中で養生したコンクリートの動弾性係数は水中養生のものに比較し、同一強度で多少小さくなっている。また、高野ら⁴⁵⁾の養生温度による影響に関する実験でも、圧縮強度の場合と多少異なる傾向を示している。

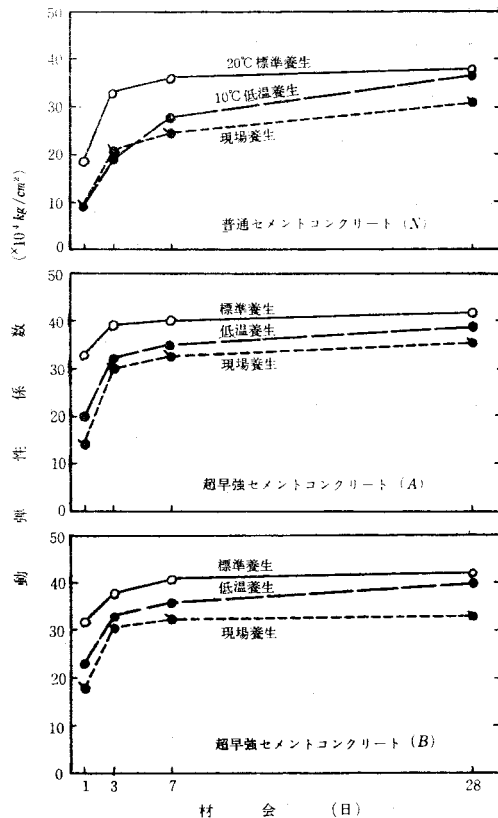
本実験の場合、図一23に示すように、標準養生および低温養生を行なったものは圧縮強度と同様の傾向（図一22参照）を示すが、現場養生を行なった場合の材令28日の動弾性係数は上記の2種の養生時より多少低くなっており、供試体の乾燥のためと考えられ、超早強セメントコンクリートでも、空中養生を行なうと水中養生にくらべて同一強度での動弾性係数は多少小さくなるものと考えられる。

5.4 ま と め

本節の結果をすとめると次のとおりである。

(1) 超早強セメントを用いたモルタルの低温時の強さ発現は普通セメントにくらべて著しく大きく、とくに初期材令の1日で4倍以上の強さが得られる。また、標準養生の場合にくらべ低温養生を行なうと初期材令では劣るが、材令28日では同等以上の強さが得られる。

(2) 超早強セメントを用いて標準養生を行



図一23 養生条件が異なった場合のコンクリートの動弾性係数

なったコンクリートでも初期材令での強度発現はきわめて顕著であり、単位セメント量300kgの配合で、材令1日で普通セメントコンクリートの3倍、早強セメントコンクリートの2倍である約150kg/cm²、3日で300kg/cm²程度の圧縮強度が得られ、しかも長期材令での強度低下もみられない。

(3) 超早強セメントコンクリートを材令7日まで10°Cで低温養生あるいは寒冷時に屋外で空中養生を行なうと、初期材令の強度は同じ条件で養生した普通セメントコンクリートにくらべ3～6倍の値が得られる。また、空中養生を行なった材令28日の標準養生に対する相対強度は90～95%となり普通セメントコンクリートより相当大きくなる。

(4) 空中養生したコンクリートの動弾性係数は、同一強度の水中養生したものより多少小さくなる傾向がある。

§ 6 超早強セメントコンクリートの蒸気養生

6.1 ま え が き

コンクリート製品では、早期出荷を目的として、促進養生を行なうことが多いが、促進養生としては普通常圧の蒸気養生を行なう場合が多い。従来より蒸気養生に関しては多くの研究が行なわれている^{46)～57)}が、コンクリートに使用するセメントの種類によって蒸気養生条件が異なることが報告⁵⁶⁾されており、とくに、最近開発された超早強セメントでは養生期間の短縮が可能になり、生産性を向上することができると考えられるが、このセメントを用いたコンクリートの蒸気養生を行なった結果はほとんどみられない。

したがって本節では、超早強セメントコンクリートにおよぼす蒸気養生の効果、蒸気養生条件の影響を検討するためにこれまで述べてきた4種のセメントを用いて、蒸気養生条件を3種にかえ、コンクリートの圧縮強度、動弾性係数などを測定し、標準養生の結果と比較検討した、さらに蒸気養生条件を1種にしぼり、乾燥収縮も測定した。

6.2 実験の概要

6.2.1 使用材料およびコンクリートの配合

セメントおよび骨材は前節と同じものを使用した。

コンクリートの配合も前節と同様に設計を行なったが、スランブを一定にするため、成形時の温度により単位水量をかえて、表—17に示す配合を用いた。

表—17 コ ン ク リ ー ト の 配 合

配合の 種 類	最大寸法 Ms (mm)	スランブ Sl. (cm)	空気量 Air (%)	水セメント W/C (%)	細骨材率 s/a (%)	単 位 量 (kg)					
						水 W	セメント C	細骨材 S		粗骨材 G	
								mm 5～1.2	mm 1.2以下	mm 20～10	mm 10～5
A—5	20	5	—	56.3	42	169	300	233	544	706	379
B—5	20	5	—	55.7	42	167	300	234	546	706	380
H—5	20	5	—	55.0	43	165	300	240	561	695	374
N—5	20	5	—	54.7	45	164	300	252	588	673	362

注) コンクリートの練り上がり温度は13°C～15°C

6.2.2 供試体の成形、養生条件および養生方法

圧縮強度測定用には、φ10×20cmの円柱供試体、乾燥収縮測定用には□10×10×40cmのはり供試体を用い、振動台で振動締固めを行なった。円柱供試体で蒸気養生直後の圧縮強度を測定するものは、蒸気養生そうに入れる直前に超早強セメントペーストでキャッピングを行ない、その他の円柱供試体は蒸気養生終了約2時間後に同様にキャッピングを行ない、翌日脱型した。

乾燥収縮測定用の供試体は、蒸気養生終了約2時間後に約15mm平方の乳色ガラスを340mm間隔にうめた。

養生条件は、表一18に示す3種の蒸気養生条件および比較のため標準養生を使用した。なお、乾燥収縮を測定する場合には、早強セメントを除く3種のセメントを使用し、表一18の蒸気養生条件のうち(Ⅲ)のみを用いた。

表一18 蒸気養生条件

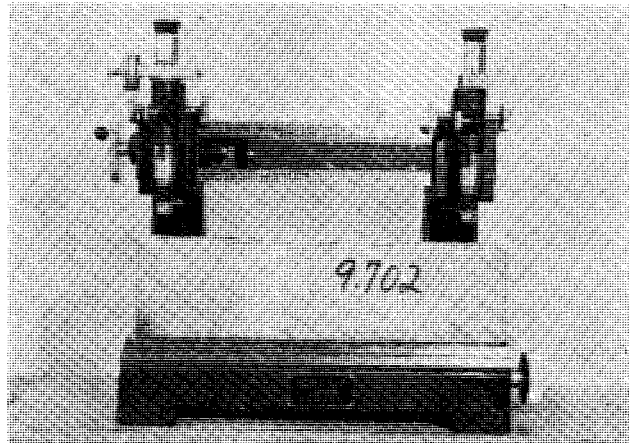
養生シリーズ	前養生期間 (20°C)(h)	温度上昇期間 (20deg./h) (h)	最高温度 (°C)	等温養生期間 (h)	徐冷期間 (h)	全養生期間 (h)	蒸気養生のマチュリティー (°C・h)
I	1	2	60	1	2	6	240
II	1	3	80	1	1	6	325
III	2	2.5	70	2	3.5	10	480

成形をおえた蒸気養生を行なう供試体は、所定の前養生期間、20°C ± 1 deg. の恒温室に放置したのち蒸気養生そう（前報P115. 写真一2参照）に入れ、それぞれの条件で蒸気養生を行なった。

6.2.3 試験方法

圧縮強度および動弾性係数の測定方法は前報 § 3 に述べた手順で行なった。

乾燥収縮の測定は、JIS A 1125 のモルタルおよびコンクリートの長さ変化試験方法（コンパレーター法）に準じて行なった（写真一4参照）。材令7日で基長を測定後、3日、7日それぞれ以後1週ごとに9週まで測定した。



写真一4 コンパレーター

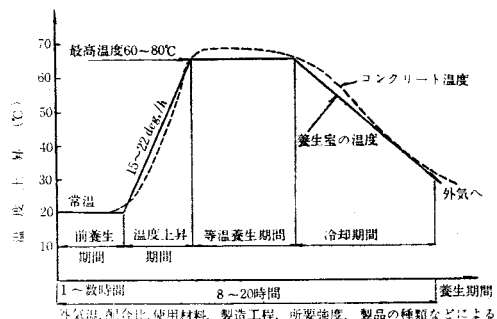
6.3 実験結果とその考察

6.3.1 圧縮強度に及ぼす蒸気養生条件の影響

前述したようにコンクリート製品では、型めくの回転率や出荷を早めるために常圧蒸気養生を行なう場合が多いが、一般に蒸気養生は、図一24⁶⁾に示すように、1～数時間の前養生期間をとってからゆるやかに温度を上げ（温度上昇期間）、最高温度を所定の期間保持（等温養生期間）したのち徐々に温度を下げ（冷却期間あるいはソーキング期間）、常温になってからコンクリートを取り出す。

我国ではJIS規格のある製品の蒸気養生について、次のように規定している⁴⁾。

- 1) 型わくのまま蒸気養生室に入れ、室温を均等にあげる。
- 2) 練りませ後2～3時間以上たってから蒸



図一24 蒸気養生の際の養生サイクル

気養生する。

3) 温度上昇速度は、20 deg./h 以下とし最高温度は65°Cとする。

4) 養生室の温度は、これを徐々に下げ、外気の温度と大差ないようにしてから製品をとり出す。

また、ACI Committee の報告^{48) 49)}では、ブロック、パイプなどの製品の養生には温度上昇速度22~33deg./h, 最高温度66~79°Cを推奨している。しかし、蒸気養生の効果、最適養生条件は、使用材料、コンクリートの配合、製品の寸法、所要強度、型わくの回転などで相違し⁴⁶⁾、超早強セメントを用いたコンクリートの蒸気養生を行なった報告はまだみられない。

図-25は、2種の超早強セメントと比較のため早強セメントおよび普通セメントを用いたコンクリートを3種の養生条件で蒸気養生を行なった結果を示したものである。また、表-19は、材令1日7日および28日における各種コンクリートの標準養生した場合の圧縮強度に対する蒸気養生時の相対強度(%)を示したものである。

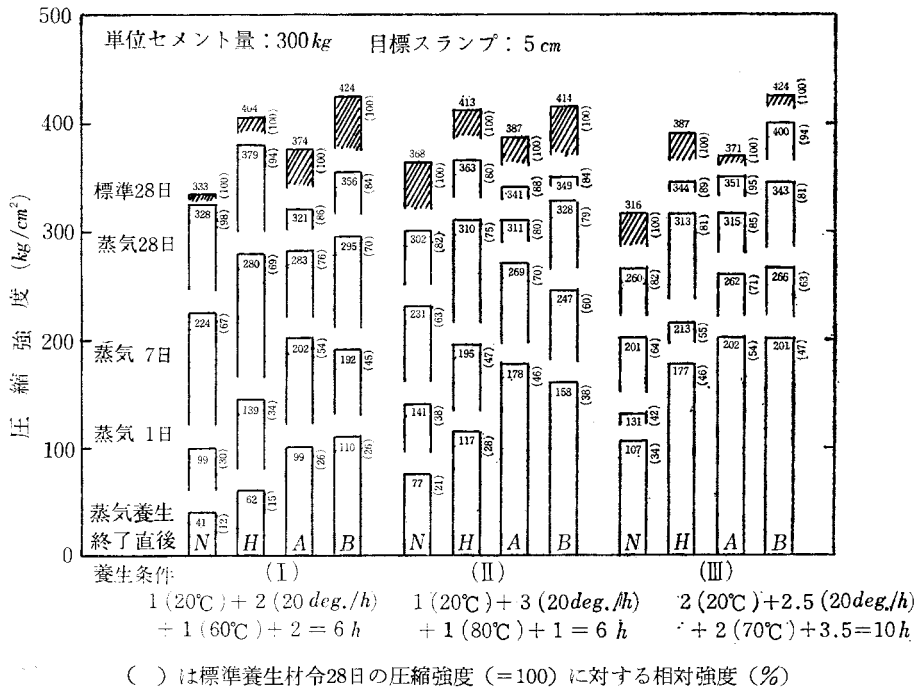


図-25 蒸気養生条件を変えた場合の各種セメントを用いたコンクリートの圧縮強度試験結果

表-19 各材令での各種コンクリートの圧縮強度に及ぼす蒸気養生効果 (蒸気養生/標準養生: %)

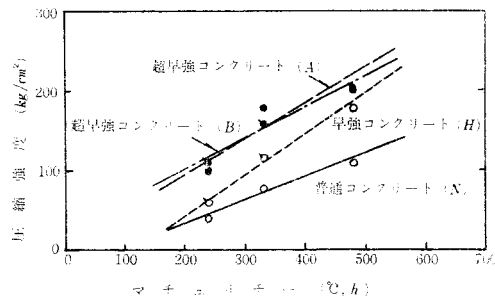
コンクリートの種類	養生条件 (I)			養生条件 (II)			養生条件 (III)		
	1日	7日	28日	1日	7日	28日	1日	7日	28日
普通 (N)	206	117	98	294	121	82	260	105	82
早強 (H)	183	91	94	257	101	88	280	102	89
超早強 (A)	127	80	86	170	87	88	166	88	95
超早強 (B)	131	83	84	155	93	84	167	97	94

(1) 初期材令の圧縮強度について

図一25に示したように、蒸気養生終了直後の超早強セメントコンクリートの圧縮強度は、養生期間の短い（I）で 100kg/cm^2 前後（標準養生材令28日に対する相対強度26%）、最高温度の高い（II）では $158\sim 178\text{kg/cm}^2$ （同じく相対強度38~46%）、養生期間の長い（III）では約 200kg/cm^2 （同じく相対強度47~54%）とマチュリチーが高いほど（図一26参照）養生直後の強度は大となっており、いずれも普通セメントコンクリートの2倍以上の強度が得られ、相対強度も大きい。

材令1日については、ACI Committee⁴⁸⁾では、材令24時間で湿潤養生材令28日の60%の値が得られている。Hanson⁵⁰⁾のPC用コンクリートの実験では材令18時間で相対強度65%が得られている。河野ら⁵¹⁾の富配合コンクリートの実験でも50~63%が得られているが、早強セメントを用いると62~70%となっている。本実験の場合、図に示したように、普通セメントコンクリートでは相対強度30~42%、早強セメントコンクリートでは34~55%、超早強セメントコンクリートでは45~83%となっており、超早強セメントでは養生条件（II）および（III）で養生した場合（I）にくらべて圧縮強度は 50kg/cm^2 程度大きく、普通セメントを用いてこれらの条件で養生した場合の材令7日強度以上の強度を発見し、最高温度を比較的高くして養生した場合、養生期間も短縮でき効果的であることを示している。なお、普通セメントや早強セメントのコンクリートについて従来の報告⁴⁸⁾⁵⁰⁾⁵¹⁾と比較すると、相対強度は10~20%低いが、これは養生期間が短く、マチュリチーが小さいためと考えられる。

また、蒸気養生を行なったコンクリートの初期強度について、Saul, Plowman ら⁵²⁾は、強度とマチュリチーとは $900^\circ\text{C}\cdot\text{h}$ まではほぼ直線関係で示されると述べている。本実験の脱型時の圧縮強度とマチュリチーとの関係を示すと図一26のようになり、マチュリチーが大きくなるほど強度は大となり、同じマチュリチーに対しては超早強セメントを用いたコンクリートの強度が高く、養生期間を短縮したり、脱型時に高強度を得るのに早強セメントや普通セメントを用いたものより有利であることを示している。



図一26 脱型時の圧縮強度とマチュリチーとの関係

材令7日では、超早強セメントコンクリートの強度は、養生条件（II）と（III）で養生した場合 300kg/cm^2 以上（相対強度79~85%）が得られており、普通セメントコンクリートの28日強度以上で、相対強度も早強セメントコンクリートより大きい。しかし、養生条件（I）で養生した場合は早強セメントコンクリートの強度と大差なく、7日強度についても最高温度の高いほうが有利な結果が得られている。

(2) 材令28日の圧縮強度

一般に、蒸気養生を行なうと、湿潤養生を行なった場合に比較して、初期強度は高いが、長期強度は劣り、初期材令での養生温度が高いほど長期への強度増進が減少するといわれている⁴⁸⁾⁴⁹⁾。河野ら⁵¹⁾も普通セメントコンクリートの材令28日の相対強度は85~90%であると述べている。

図一25に示したように、超早強セメントコンクリートの材令28日の相対強度は84~95%であり、普通セメントや早強セメントのコンクリートと大差なく、従来の普通セメントコンクリートに関する報告とほぼ同様であるが、最高温度 80°C で全養生期間6間時の比較的短時間の（II）の条件で養生した場合相対強度は普通セメントコンクリートより多少大きく、圧縮強度も $340\sim 350\text{kg/cm}^2$ 程度が得られ、超早強セメントでは養生期間の短縮が可能であるといえる。また、短時間養生では最高温度を高くする必要があると考えられる。

(3) 各材令での各種コンクリートの蒸気養生効果

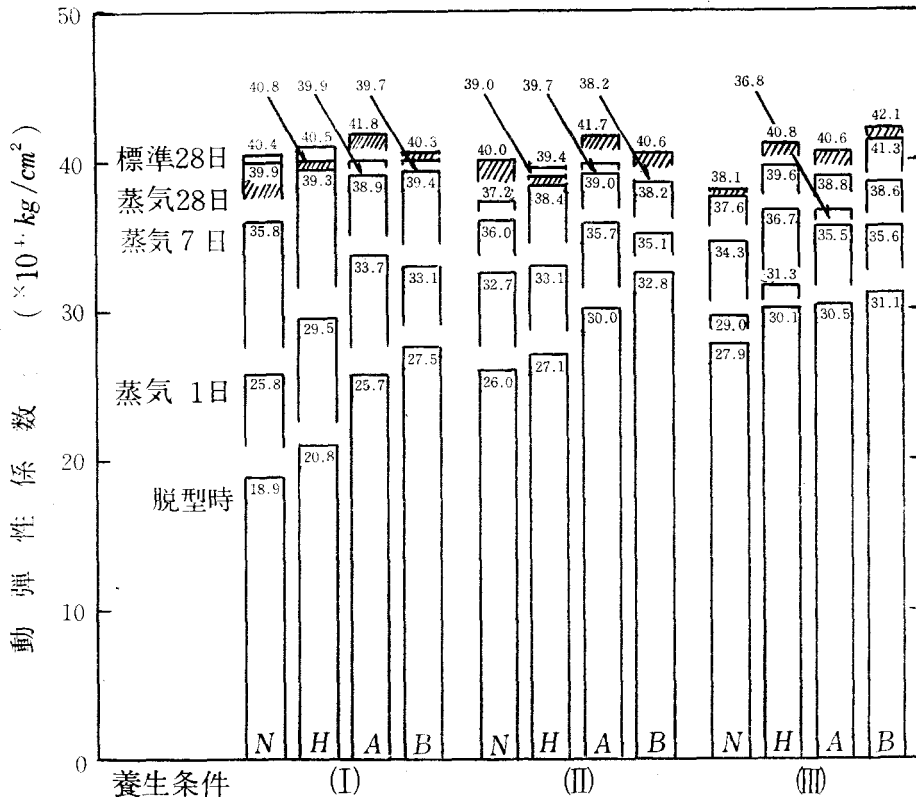
各材令での標準養生と蒸気養生との強度比を示した表—19にみられるように、超早強セメントコンクリートの強度比はいずれの条件で養生した場合にも、普通セメントや早強セメントのコンクリートより低く、材令7日では、標準養生した場合より強度は低くなることを示している。これはP129でも述べたように、標準養生時の超早強セメントコンクリートの初期材令での強度発現が、早強セメントや普通セメントのコンクリートに比較して著しく大きく、長期材令への強度の増進率が低下する影響が顕著に表われることが主な原因といえる。

したがって、短時間の蒸気養生で脱型強度を得る必要のある場合には、このセメントの使用も効果的であるが、1日1サイクルの工程で脱型を急がない場合には経済性を考えると早強セメントや普通セメントの使用が有利であり、超早強セメントを用いた場合、蒸気養生を行わずに24時間以内に脱型する工程を考慮する必要があると思われる。

6.3.2 動弾性係数について

蒸気養生を行なったコンクリートの動弾性係数について、Hanson,⁵⁰⁾ Higginson⁵⁴⁾ ら⁵⁵⁾ は、圧縮強度と同様増大するが、増加量は少ないと述べている。本実験で測定した動弾性係数の結果を図—27に示す。図—25の圧縮強度の場合とほぼ同様な傾向を示しているが、蒸気養生を行なった材令28日の動弾性係数は標準養生した場合の値に近く、Hanson⁵⁰⁾ ら⁵⁴⁾⁵⁵⁾ の報告にみられるように、動弾性係数に及ぼす蒸気養生の影響は圧縮強度より多少少ないと考えられる。

また、超早強セメントコンクリートと早強セメントおよび普通セメントコンクリートのそれぞれについて、圧縮強度 (σ_c : kg/cm²) と動弾性係数 (E_D : kg/cm²) との関係を指数式で求めると次式のように



図—27 動弾性係数測定結果

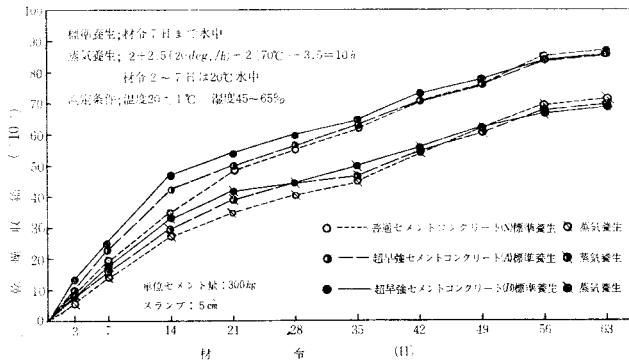
なり、使用セメントの種類が異なっても圧縮強度と動弾性係数との関係はほぼ同様であることを示している。

超早強セメントコンクリート： $E_D = 5.68\sigma_c^{0.331} \times 10^4$

早強セメントおよび普通セメントコンクリート： $E_D = 5.77\sigma_c^{0.328} \times 10^4$

6.3.3 乾燥収縮について

コンクリートを乾燥すれば収縮するが、この乾燥収縮はクリープとならんでプレストレストコンクリートでは重要な問題である。一般に蒸気養生を行なうとコンクリートの乾燥収縮は小さくなるといわれているが、Higginson⁵⁴⁾は、蒸気養生の温度が高いほど、蒸気養生期間が長いほど乾燥収縮の減少率は大きいと述べている。我国においても、河野ら⁵⁶⁾、岩崎ら⁵⁷⁾の報告があるが、使用配合、蒸気養生条件などによって減少率は多少異なっており、とくに、河野ら⁵⁶⁾は早強セメントを用いると普通セメントの場合よりコンクリートの乾燥収縮は小さくなると報告している。本実験で、早強セメントを除く3種のセメントを用いたコンクリートの乾燥収縮を標準養生の場合と蒸気養生の場合について測定した結果を図一28に示す。



図一28 乾燥収縮測定結果

図にみられるように、蒸気養生時、標準養生時とも材令42日（7週）付近までは普通セメントコンクリートにくらべて、超早強セメントコンクリートが大きく、7週以後は3種のコンクリートともほぼ等しい値となっている。これは、コンクリート中の遊離水（自由水ともいう）はコンクリートが乾燥すると外部に蒸発しこれとともに吸収水も外部に引き出されゲルが収縮しコンクリートの乾燥収縮ひずみが生ずる。したがって、コンクリートの単位水量が多いと、骨材などの要因が一定であれば、遊離水も多くなり乾燥収縮が大きくなると考えられる。本実験で用いた超早強セメントコンクリートは同一スランブを得るための単位水量が普通セメントコンクリートにくらべて多いため（前報P118参照）と考えられる。また、セメントペーストの乾燥収縮はセメントの粉末度が高いほど大きいという報告⁵⁸⁾もみられるので、粉末度の影響もあると思われる。

また、蒸気養生を行なった場合の材令8週の乾燥収縮の減少率は、超早強セメントコンクリート（A）で19%、同じく（B）で20%、普通セメントコンクリートで19%と3者に大差はなく、従来の報告⁴⁸⁾⁴⁹⁾⁵⁶⁾⁵⁷⁾にくらべると多少減少率は小さい傾向がみられる。

さらに、コンクリートの材令が進むと乾燥収縮は増加するが、その伸び率は長期になると低下し一定の限界を示す傾向にあり、一般にある漸近線をもったつぎの形の曲線で示される。

$$S_t = \frac{t}{a + bt}$$

ここに、 S_t ：材令 t におけるコンクリートの収縮ひずみ

t : 材令

a, b : コンクリートの種類, 養生条件などにより決まる定数

したがって測定結果から乾燥収縮曲線と最終ひずみを求めると表—20のようになり, 普通セメントコンクリートの乾燥収縮最終ひずみより超早強セメントコンクリートのほうが, また, 標準養生より蒸気養生したほうが小さくなっている。

表—20 各種コンクリートの乾燥収縮曲線および最終ひずみ

コンクリートの種類	養生条件	乾燥収縮曲線	最終ひずみ ($\times 10^{-5}$)
普通 (N)	標準	$St = \frac{t}{0.052 + 0.0053 t} \times 10^{-5}$	189
	蒸気	$St = \frac{t}{0.075 + 0.0055 t} \times 10^{-5}$	177
超早強 (A)	標準	$St = \frac{t}{0.041 + 0.0070 t} \times 10^{-5}$	143
	蒸気	$St = \frac{t}{0.061 + 0.0075 t} \times 10^{-5}$	133
超早強 (B)	標準	$St = \frac{t}{0.035 + 0.0075 t} \times 10^{-5}$	131
	蒸気	$St = \frac{t}{0.051 + 0.0088 t} \times 10^{-5}$	114

注) 蒸気養生条件: $2 + 2.5(20\text{deg./h}) + 2(70^\circ\text{C}) + 3.5 = 10\text{h}$

6.4 まとめ

本節の結果をまとめるとつぎのとおりである。

(1) 超早強セメントコンクリートでは, 最高温度の比較的高い蒸気養生条件の採用が強度的に有利であり, 蒸気養生期間の短縮も可能となるが, 初期材令での標準養生に対する強度発現率が小さいため, 蒸気養生を行わなくても初期材令で高強度が得られるので1日1サイクルの工程では, 蒸気養生しないで脱型することも可能である。

(2) 超早強セメントコンクリートの動弾性係数に及ぼす蒸気養生の影響は, 他のセメントを用いたコンクリートの場合と同様圧縮強度より多少小さい。また, 超早強セメントコンクリートの圧縮強度と動弾性係数との関係は早強セメントおよび普通セメントのコンクリートの場合とはほぼ一致している。

(3) 超早強セメントコンクリートの乾燥収縮を普通セメントコンクリートと比較すると, 初期材令では多少大きい, 長期材令では多少小さくなり, 蒸気養生による減少率は, 超早強セメント, 普通セメントを用いた場合ともほぼ等しいと考えられる。

§7 超早強セメントコンクリートに対する混和材料の影響

7.1 ま え が き

A E 剤, 減水剤, ポズランなどの各種混和材料が最近の骨材事情の悪化に伴なう砕石コンクリートの品質改善にはたす役割はきわめて大きい, 混和材料の効果は使用セメントの種類, 使用骨材, コンクリートの配合などによって多少異なるとされており⁵⁹⁾, 超早強セメントコンクリートに対する影響については十分検討する必要がある。

したがって本節では, 粗骨材に砕石と川砂利を用いた超早強セメントコンクリートに A E 剤, 減水剤, ポズランなどの混和材料を使用して, まだ固まらないコンクリートのワーカビリーや空気量に及ぼす混和材料の影響, 圧縮強度に及ぼす混和材料の影響, 減水剤によるセメント量減少の効果, フライアッシュ

の使用量が圧縮強度に及ぼす影響などについて早強セメントや普通セメントのコンクリートと比較検討した。

7.2 実験の概要

7.2.1 使用材料およびコンクリートの配合

セメントは前節と同様、超早強セメント2種、早強セメントおよび普通セメント各1種の合計4種のものを使用した。骨材は最大寸法20mmの吉野川産の川砂利と徳島県産の碎石（硬砂岩）および吉野川産の川砂を使用した。骨材の試験結果を表-21に示す。

混和材料は市販されているものの中から表-22に示す5種のものを使用した。なお、混和剤の利用量はメーカーの定めた値とした。

表-21 骨材の試験結果

骨材の種類		最大寸法 (mm)	比重	吸水量 (%)	単位重量 (kg/m ³)	空げき率 (%)	粗粒率 (FM)
粗骨材	碎石	20	2.57	1.72	1.550	40.2	6.55
	川砂利	20	2.61	1.54	1.710	34.6	6.53
細骨材	川砂	—	2.59	1.22	1.690	34.9	2.83

表-22 実験に使用した混和材料

混和材料の種類	記号	空運	気行	使用量 (セメント量 に対し)	主成分
A E 剤	V	有		0.04%	松材から抽出した樹脂酸塩
減水剤	P5	有		1.0%	リグニンスルホン酸カルシウム
減水剤	M	有		0.4%	ポリアルキルスルホン酸塩
減水剤	P100	無		0.3%	ポリオール複合体
フライアッシュ	F	無		10, 20, 30%	フライアッシュ, 比重2.21

表-23 コンクリートの配合

混和材料の種類	骨材の種類	スランプ (cm)	空気量 (%)	単位水量 (kg)	単位セメント量 (kg)	細骨材率 (%)
プレーン (P)	碎石	5	—	177~181	300	44, 42, 41
	川砂利	5	—	160~169	300	41, 39, 38
A E 剤 (V)	碎石	5	4.5±0.5	161~167	300	44, 42, 41
	川砂利	5	4.5±0.5	142~152	300	41, 39, 38
減水剤 (P5)	碎石	5	4.5±0.5	159~163, 154~160	300, 255	44, 42, 41, 46, 44, 43
	川砂利	5	4.5±0.5	141~149	300	41, 39, 38
減水剤 (M)	碎石	5	4.5±0.5	161~164, 157~165	300, 255	44, 42, 41, 46, 44, 43
	川砂利	5	4.5±0.5	142~150	300	41, 39, 38
減水剤 (P100)	碎石	5	—	168~174, 169~173	300, 255	44, 42, 41, 46, 44, 43
	川砂利	5	—	149~156	300	41, 39, 38
フライアッシュ (F)	碎石	5	—	174~180, 173~178, 168~175	270, 240, 210	44, 42, 41
	川砂利	5	—	155~163	240	41, 39, 38

コンクリートの配合はすべて目標スランブを5cmとし、主として単位セメント量を300kgとしたが、減水剤によるセメント量減少の効果を調べる場合には単位セメント量を15%減少し255kgの配合とした。実験に用いたコンクリートの配合を表-23に示す。

7.2.2 まだ固まらないコンクリートの試験および供試体の成形

練りませ直後のコンクリートについて、スランブ試験、VB試験、CF試験および空気室圧力法による空気量の試験を行なった。

φ10×20cmの小型の円柱形型わくにコンクリートを一層につめ振動台を用いて締固めを行なった。供試体は20°C水中養生とし、主として材令1日、7日、28日および91日で圧縮強度試験を行なったが一部の配合については材令7日および28日とした。

7.3 実験結果とその考察

7.3.1 混和材料の使用とコンクリートの単位水量について

一般に、コンクリートにAE剤、減水剤などを用いると、混和材料を用いないブレンコンクリート(以下単にブレンコンクリートという)に比較してワーカビリチーが改善され一定のワーカビリチーを得るための単位水量は減少できる^{60) 61)}。また、児玉は⁶²⁾、砕石コンクリートにフライアッシュを用いることはワーカビリチーの改善に大いに役立つと報告している。

本実験で所定のスランブを得るためのコンクリートの単位水量を各混和材料について使用セメント別に示すと表-24のようである。混和材料を用いたコンクリートの単位水量はいずれもブレンコンクリートより減少している。空気を連行するタイプのいわゆるAE減水剤(P5, M)を用いた場合は、各セメントコンクリートとも約10%、連行性のない(P100)では4~8%の減水率となっており、小林⁶⁰⁾、横道ら⁶³⁾の普通セメントコンクリートに関する報告より多少減水率は少ないが、単位水量の少ないかた練りコンクリートを用いたためと思われる。AE剤を用いたものは、普通セメントコンクリートに比較し、超早強セメントコンクリートの減水率が低くなる傾向があるが、これは超早強セメントの粉末度が高いためにセメントペーストの粘稠性が増し表-27に示すように空気が連行されにくくなるためと思われる。フライアッシュを用いたものもその粒子の球状によるボールベアリング的效果により2~4%の減水効果が得られている。

なお、すでに行なった普通セメントコンクリートに減水剤7種を用いて検討した結果⁶⁴⁾を参考にすると、リグニン系の減水剤の減水効果が比較的大であると考えられる。また、砕石コンクリートと川砂利コンクリートとを比較すると減水率に大差はみとめられない。

表-24 各種コンクリートの単位水量の比較 (kg)

混和材料の種類	普通 (N)		早 強 (H)		超 早 強 (A)		超 早 強 (B)	
	砕 石	川 砂 利	砕 石	川 砂 利	砕 石	川 砂 利	砕 石	川 砂 利
ブ レ ン (P)	179(100)	160(100)	181(100)	165(100)	181(100)	169(100)	177(100)	161(100)
A E 剤 (V)	161 (90)	142 (89)	165 (91)	145 (88)	167 (92)	152 (90)	166 (94)	149 (93)
減 水 剤 (P5)	159 (89)	141 (88)	161 (89)	145 (88)	163 (90)	149 (88)	159 (90)	143 (89)
減 水 剤 (M)	161 (90)	142 (89)	164 (91)	147 (89)	164 (91)	150 (89)	161 (91)	143 (89)
減 水 剤 (P100)	168 (94)	149 (93)	174 (96)	154 (93)	174 (96)	156 (92)	170 (96)	150 (93)
フライアッシュ(F)	175 (98)	156 (98)	176 (97)	161 (98)	178 (98)	163 (96)	173 (98)	155 (96)

注) コンクリートの目標スランブ: 5cm () はブレンコンクリートに対する水量比 (%)
コンクリートの練り上がり温度は、超早強(B)10~12°C, その他は16~18°C

7.3.2 コンクリートのワーカビリティおよび空気量について

(1) VB値について

スタンプ5 cm, 単位セメント量 300kg の一定とした場合の各種コンクリートのVB値を示すと表—26 のようになり, 混和材料を用いるとブレンコンクリートよりいずれもVB値は減少しワーカビリティが改善されていることがわかる。とくに, AE剤や空気連行性のある減水剤を用いたものはVB値の減少が顕著となっている。

セメント別にみると, 粉末度の最も高い超早強セメント(B)を用いたものの値が最大で普通セメントコンクリートのVB値が小さくなる傾向があり使用セメントの粉末度が高いとセメントペーストの粘稠性が増し, コンクリートの締固め時間を多少長くする必要があるといえる。また, VB値の最も大きい超早強セメントコンクリートは混和材料の使用によるVB値の低下量が大きく振動締固めを行なう場合には締固め時間の短縮に効果的である。

表—25 各種コンクリートのVB値の比較(sec)

混和材料の種類	普通(N)		早強(H)		超早強(A)		超早強(B)	
	砕石	川砂利	砕石	川砂利	砕石	川砂利	砕石	川砂利
ブレン(P)	22.0	15.5	23.5	28.5	27.0	29.0	61.0	54.5
AE剤(V)	9.0	8.5	7.0	8.5	11.0	11.5	28.0	25.0
減水剤(P5)	8.5	6.0	8.0	7.5	12.0	17.5	31.0	29.0
減水剤(M)	13.5	8.0	7.0	12.0	21.0	14.0	27.0	34.0
減水剤(P100)	14.0	6.5	15.0	13.0	18.0	16.0	27.5	37.0
フライアッシュ(F)	15.0	7.0	16.0	15.0	19.5	17.0	37.5	32.5

注) コンクリートのスランプ: 5 cm

フライアッシュについてはその使用量の影響も調べたのでその結果を示すと図—29のようになり, 使用量を増すとVB値は減少する傾向がある。

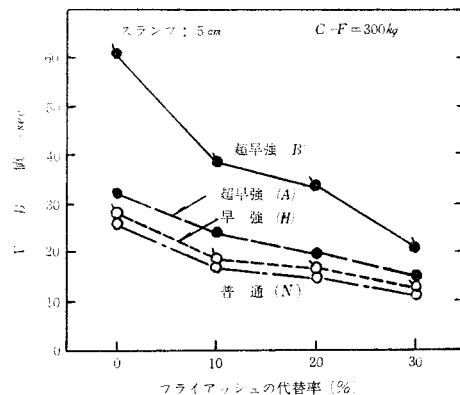
なお, コンクリートのスランプが同じでもVB値はセメントの種類や混和材料の使用によって相当異なっており, かた練りコンクリートのワーカビリティやコンステンシーの判定にはスランプ試験よりもVB試験のほうがより望ましい方法であると考えられる。

(2) CF値について

CF値の測定結果を示すと表—26のようであるが, セメントの種類によるCF値に大差はなく, 混和材料では空気を連行する減水剤を用いたものがいくぶん大きくなる傾向があるがその差はごくわずかであり, この点からもCF試験よりVB試験のほうがかた練りコンクリートに適しているといえよう。

(3) まだ固まらないコンクリートの空気量について

まだ固まらないコンクリートの空気量の測定結果を示した表—27にみられるように, 空気連行性のある減水剤を用いると3.5~5.5%の実測値となっている。空気連行性のない減水剤はブレンコンクリ



図—29 フライアッシュの使用量とコンクリートのVB値

表-26 各種コンクリートのCF値の比較

混和材料の種類	普通 (N)		早強 (H)		超早強 (A)		超早強 (B)	
	砕石	川砂利	砕石	川砂利	砕石	川砂利	砕石	川砂利
プレーン (P)	0.94	0.95	0.94	0.93	0.94	0.95	0.93	0.94
A E 剤 (V)	0.94	0.96	0.95	0.94	0.95	0.96	0.94	0.95
減水剤 (P5)	0.94	0.94	0.95	0.95	0.95	0.95	0.97	0.94
減水剤 (M)	0.94	0.94	0.95	0.95	0.93	0.95	0.94	0.96
減水剤 (P100)	0.93	0.95	0.94	0.93	0.93	0.95	0.94	0.94
フライアッシュ (F)	0.95	0.95	0.94	0.94	0.93	0.96	0.94	0.93

注) コンクリートのスランプ: 5 cm

トより増加がみられるがフライアッシュを用いたものはプレーンコンクリートと大差がない。

使用セメント別にみると、連行性のある同じ混和剤を用いても超早強セメントコンクリートは早強セメントや普通セメントのコンクリートに比較して空気が連行されにくい傾向がある。また、普通セメントや早強セメントのコンクリートではA E剤を用いた場合の空気量が多くなる傾向があるが、超早強セメントコンクリートでは、A E減水剤 (P5) のほうが多くなっている。これはA E剤の連行空気泡にくらべて減水剤 (P5) の空気泡が大きき⁶⁵⁾、連行空気の気泡の大きさの影響ではないかと思われるが、超早強セメントコンクリートに目標の空気量を連行するための混和剤の種類や使用量についても検討する必要があると思われる。

表-27 各種コンクリートの空気量の比較 (%)

混和材料の種類	普通 (N)		早強 (H)		超早強 (A)		超早強 (B)	
	砕石	川砂利	砕石	川砂利	砕石	川砂利	砕石	川砂利
プレーン (P)	1.0	1.1	1.2	1.8	1.5	1.1	1.6	1.6
A E 剤 (V)	4.7	4.9	4.4	5.7	4.9	4.1	3.4	3.6
減水剤 (P5)	5.6	4.7	4.2	5.2	4.4	4.2	3.7	4.2
減水剤 (M)	3.9	3.7	2.7	3.4	3.1	3.4	3.0	3.5
減水剤 (P100)	1.8	1.6	1.7	1.5	1.7	2.0	2.0	2.5
フライアッシュ (F)	0.8	1.4	0.8	1.3	1.3	1.3	1.1	1.5

7.3.3 各種混和材料を用いたコンクリートの圧縮強度

最近、外国ではA E剤、減水剤などについて、前者を用いた場合減水剤とくらべて強度が劣るのを改善する研究が行なわれ、また、後者についてはその種類が多くあるので選択についての提言が多い⁶⁶⁾。我国においても、混和材料についての研究報告は多い^{67)~71)}が、コンクリートの配合、使用材料などによりその結果は多少異なっている。

本実験のプレーンコンクリートと5種類の混和材料を用いたコンクリートの材令1日、3日、7日、28日および91日における圧縮強度の試験結果を使用セメント別に示すと図-30のようである。減水剤の (P100) や空気連行性のある減水剤 (M) を用いたものが全般的に高い強度を示し、同じA E減水剤の (P5) もかなり高い値を示している。材令別にみると、1日ではやはり前述の3つの減水剤を用いたものの強度が高く、プレーンコンクリートに比較して、普通セメントや早強セメントのコンクリートでは川砂利で10~25%、砕石で22~62%、超早強セメントコンクリートではそれぞれ2~34%、19~39%

の強度増加が得られている。AE剤を用いたものは、普通セメントコンクリートではプレーンコンクリート以下であるが、超早強セメントコンクリートでは、川砂利で2~14%、碎石で6~14%の増加となっており、表-25や表-27に示したように超早強セメントコンクリートでは連行空気量が少なくなることやVB値の低下が大きくワーカビリチーの改善が顕著になるためと思われる。フライアッシュは内割で20%加えているので初期強度はプレーンコンクリートよりかなり低く61~80%の値となっている。材令7日でもほぼ同様の傾向を示している。

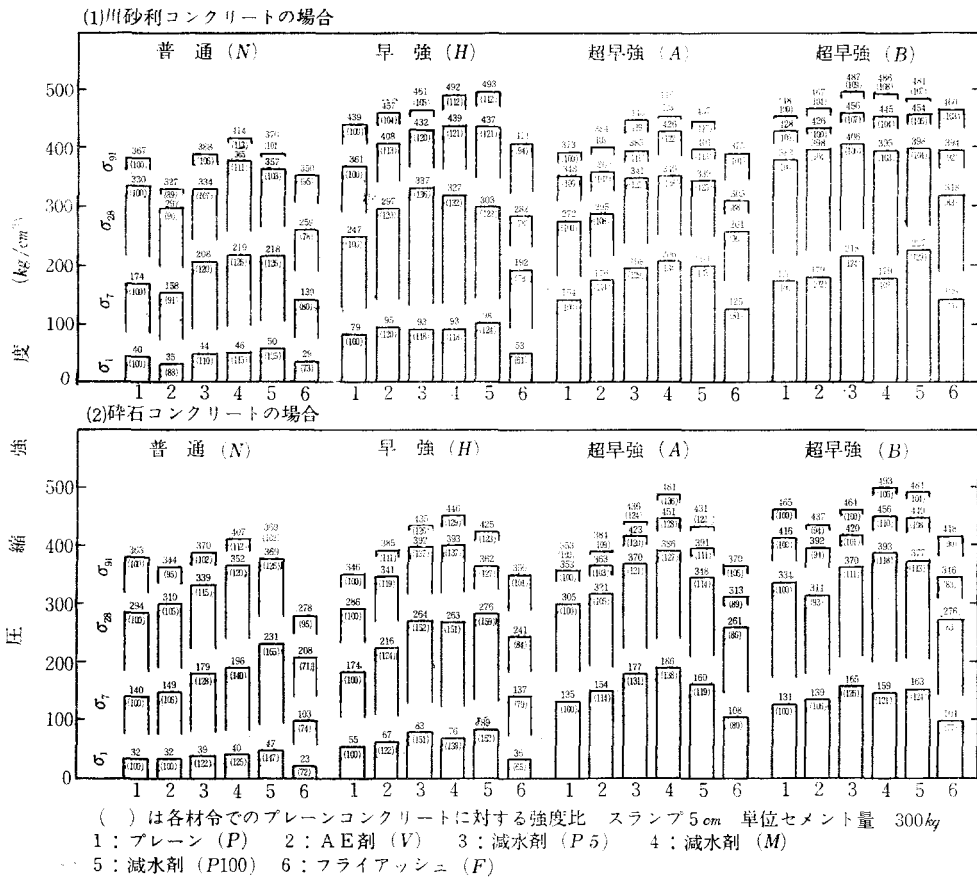


図-30 各種混和材料を用いたコンクリートの使用セメント別による圧縮強度の比較

材令28日でも減水剤の(P100), (M), (P5)などを用いたものの強度が高く、プレーンコンクリートと比較し、川砂利で1~22%、碎石で1~37%の増加がみられ、上村⁷¹⁾も普通セメントのコンクリートについて減水性の混和剤が强度的に有利であると述べている。しかし、普通セメントや早強セメントのコンクリートに比べ超早強セメントコンクリートは初期の強度発現率が高いために長期材令への伸び率が少なくなるので長期材令での強度の増加量は多少少なくなっている。91日では初期強度の低かったフライアッシュを用いたものの強度がポゾラン反応が進むためにプレーンコンクリートの90%以上になっており、左右田⁷²⁾、本間ら⁷³⁾も普通セメントのコンクリートにフライアッシュを用いた場合に、長期材令ではプレーンコンクリート以上の強度が期待されると述べている。とくに、超早強セメントコンクリートではプレーンコンクリート以上になるものが多く、超早強セメントコンクリートの長期強度の改善や経済配合の選定に効果的であるといえる。

なお、川砂利コンクリートと碎石コンクリートとを比較すると減水剤による強度の増加量は碎石コン

クリートのほうが大となっており、碎石コンクリートの品質改善に減水剤の使用が効果的であることを示している。

7.3.4 減水剤による単位セメント量低減の効果について

7.3.3 の結果より減水剤を用いると材令28日ではプレーンコンクリートに比較してほぼ10~20%の強度増加が得られているので経済性を考慮するために、碎石コンクリートにこれらの減水剤を用い単位セメント量を15%減じた255kgの配合で材令7日と28日の圧縮強度を試験した。その結果を示した図-31にみられるように、単位セメント量300kgのプレーンコンクリートに対する強度比は7日で86~100%、28日で77~97%となっておりプレーンコンクリートと同等の強度を得るためにはセメント量の減少量を15%より少なくし10%程度とする必要があるが、普通セメントコンクリートにくらべて超早強セメントコンクリートのほうが材令28日の強度比は4~20%高くなっており経済配合を得る場合に有利といえる。

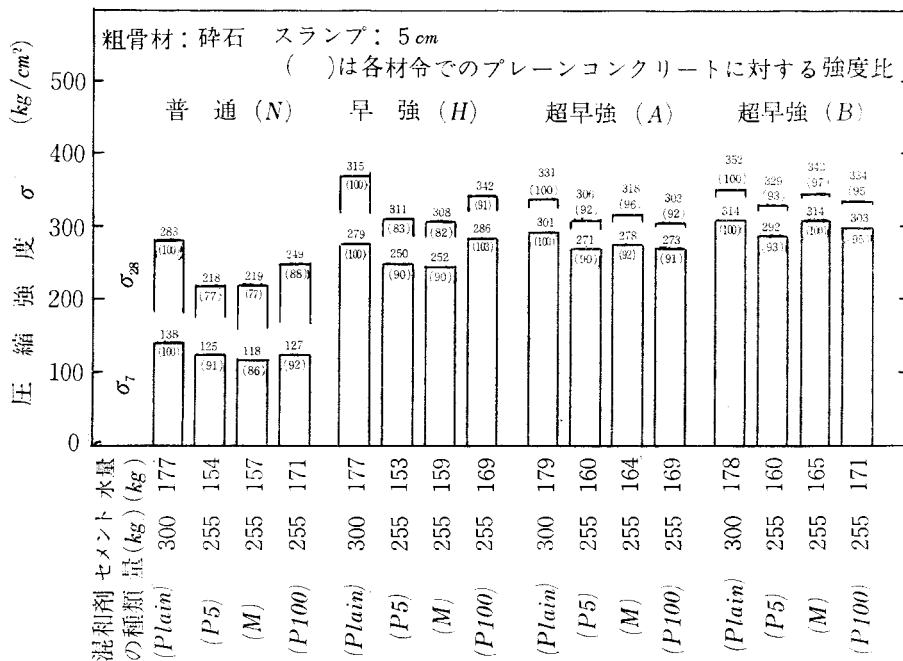


図-31 セメント量を減少し減水剤を用いた場合の圧縮強度

なお、減水剤の使用量は単位セメント量に対するものであり、セメント量が少なくなると減水剤の使用量も少なくなっており、先の実験結果⁶⁴⁾では、減水剤の使用量を増すと減水効果も増し強度の増加率も高くなっており、使用量の問題についてもさらに検討する必要があると思われる。

7.3.5 フライアッシュの使用量と圧縮強度について

フライアッシュの使用量とコンクリートの圧縮強度をセメントの種類べつに示した図-32にみられるように、フライアッシュの使用量を増すと強度は低下する傾向があるが、超早強セメントコンクリートの材令1日でフライアッシュの代替率が20%以下では、100kg/cm²以上の圧縮強度が得られており、小型の製品では脱型可能な強度といえる。しかし代替率30%になると70kg/cm²台の値となり初期強度はかなり低下している。材令28日や91日でもフライアッシュの使用量が増すと強度は低下する傾向があるが、普通セメントや早強セメントのコンクリートにくらべて超早強セメントコンクリートでは低下量が少なくなっている。

従来フライアッシュを普通セメントと20~30%おきかえると材令7日ではプレーンコンクリートより

強度は低いが91日では10%程度高くなるといわれており⁷⁴⁾、本実験結果と多少異なっている。これは、フライアッシュの製造後の経過時間や品質の影響があると思われ良質のものを用いる必要がある。しかも製品に用いる場合には10~20%の使用量にとどめるか、外割で使用するとか、セメントとフライアッシュの含量が単位セメント量より多くなるような配合とするのも一つの方法かと考えられる。

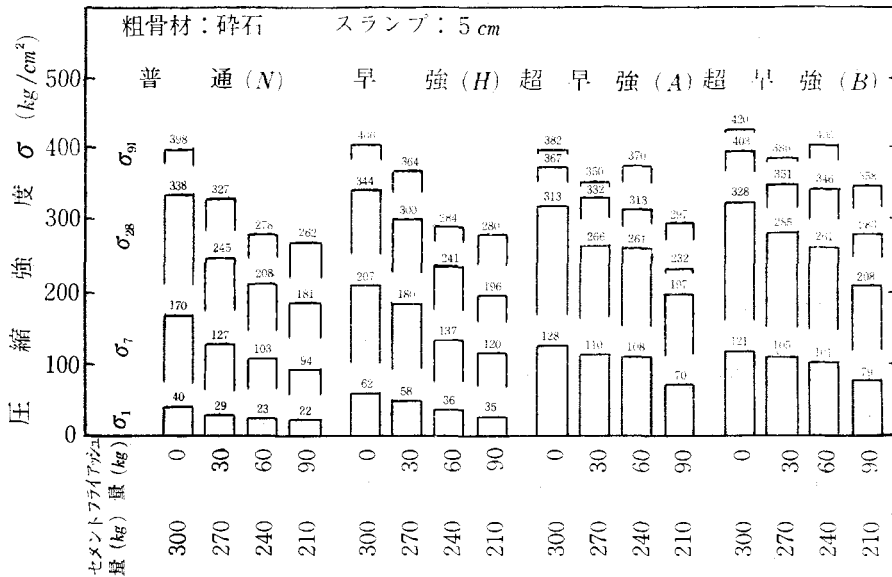


図-32 フライアッシュの使用量をかえた場合の圧縮強度の比較

7.4 ま と め

本節の結果をまとめるとつぎのようである。

(1) 空気を連行する減水剤を用いた場合、各種セメントコンクリートともプレーンコンクリートにくらべて約10%の減水率があり、空気連行性のない減水剤では減水率が多少低くなる。AE剤による減水率は6%~10%で超早強セメントを用いたものは減水率が低くなる傾向がある。フライアッシュも2~4%の減水効果がある。

(2) 同一スランブでもコンクリートのVB値は使用セメントの粉末度が高くなると大となるが、混和材料を用いるとプレーンコンクリートにくらべてVB値は小さくなりワーカビリティが改善される。

(3) 超早強セメントコンクリートは、普通セメントや早強セメントのコンクリートにくらべて空気が連行されにくい傾向があり、このためAE剤を用いた場合、プレーンコンクリートより強度は少し高くなる傾向がある。

(4) 各種セメントを用いたコンクリートの材令1~91日の圧縮強度は、減水剤を使用したものが高くなり強度改善に効果的である。なお、混和材料の強度改善に対する効果は川砂利コンクリートより碎石コンクリートのほうがいくぶん大きいようである。

(5) 超早強セメントコンクリートでは単位セメント量を低減して経済配合を選定する場合、減水剤の使用が有利であり、約10%のセメントの節約が可能である。

(6) 超早強セメントにフライアッシュを内割で10~20%加えたコンクリートでも材令1日で100kg/cm²以上の強度が得られ、しかも他種セメントの場合にくらべて長期材令でのプレーンコンクリートに対する強度比が大となるので、超早強セメントコンクリートの長期強度の改善、経済配合の選定に有利である。

§ 8 結 論

超早強ポルトランドセメントを用いたスランブ数センチメートルの製品を対象としたかた練りコンクリートについて、初期材令における強度発現、ワーカビリティ、単位水量、単位セメント量、細骨材率などの配合の影響、圧縮強度、曲げ強度、引張強度などの強度特性、低温養生や空中養生などの養生条件の影響、圧縮強度や乾燥収縮に及ぼす蒸気養生の影響、ワーカビリティ・コンシステンシーや圧縮強度に対する混和材料の効果などを実験的に調べ、普通セメントや早強セメントの結果と比較して検討した。本報告の結果を要約すればつぎのとおりである。

(1) 超早強セメントコンクリートのコンシステンシーを普通セメントコンクリートと同一にするためには単位水量を10kg程度多くする必要がある。水セメント比40~60%の範囲ではセメント量を増すとセメントペーストの粘稠性が増すので同一水量でもコンシステンシーが相違し、一定単位水量の法則は適用することが困難となる。また、スランブ4~8cmのコンクリートではスランブ1cmの変化に対し単位水量を1.7~2.1%と普通セメントコンクリートの場合より多く変化さす必要があるが、細骨材材料の増加に伴う単位水量の増加は普通セメントコンクリートより少なくなる。

(2) 超早強セメントコンクリートの初期材令での強度発現はきわめて顕著であり、単位セメント量300kgの配合で、材令1日の圧縮強度は、普通セメントコンクリートの約3倍、早強セメントコンクリートの約2倍の150kg/cm²程度、3日で約300kg/cm²の値が得られ、長期材令でも普通セメントコンクリートと大差がないが、7日強度(σ_7)より28日強度(σ_{28})への増進率は普通セメントや早強セメントの場合より低く両者の関係はセメントの種類により次式で示される。

超早強セメントコンクリート (A)

$$\sigma_{28} = 1.19\sigma_7 - 16$$

超早強セメントコンクリート (B)

$$\sigma_{28} = 1.01\sigma_7 + 53$$

(3) 超早強セメントコンクリートでも水セメント比説あるいはセメント水比説は適用できるが、セメント量を増した場合単位水量が増加するため、川砂利コンクリートでは強度の増加割合は他のセメントの場合にくらべて少なくなるので、富配合にする場合には碎石の使用が有利と考えられる。圧縮強度と曲げ強度、引張強度、動弾性係数との関係は普通セメントや早強セメントのコンクリートの場合と大差ない。

(4) 超早強セメントコンクリートでは粗骨材の最大寸法が20mmの場合、細骨材率が、川砂利コンクリートで35~38%、碎石コンクリートで38~41%で強度が高くなる傾向があり、普通セメントの場合より細骨材率を3%程度低くできる。

(5) 超早強セメントコンクリートの低温時の初期材令における強度の発現率は普通セメントコンクリートにくらべて特に大きく、3~6倍の値が得られ、長期材令での標準養生に対する強度比も大となる。また、低温時の空中で養生を行なった場合も材令28日での標準養生を行なったコンクリートに対する強度比は90~95%の値が得られ、普通セメントのコンクリートより相当大きくなる。

(6) 超早強セメントコンクリートの蒸気養生を行なう場合は、最高温度を比較的高くすると効果的で、蒸気養生期間の短縮も可能となるが、脱型を急がない場合には、蒸気養生を行わずに24時間以内の製造工程が可能になる。

(7) 超早強セメントコンクリートの乾燥収縮は、普通セメントコンクリートにくらべて、初期材令では多少大きくなるが、長期材令では普通セメントコンクリート以下になり、蒸気養生による減少率は両セメントコンクリートともほぼ等しい。また、動弾性係数に及ぼす蒸気養生の影響も他のセメントコンクリートの場合と同様、圧縮強度の場合より多少小さい。

(8) 超早強セメントコンクリートに空気を連行する混和剤を用いると他のセメントの場合と同様プレコンクリートに比較して約10%の減水効果が得られる。A E剤による減水率は6~10%で他のセ

メントコンクリートより減水率が低くなる傾向がある。また、超早強セメントコンクリートでは普通セメントや早強セメントのコンクリートにくらべて空気が連行されにくい傾向がある。

(9) 超早強セメントコンクリートでも材令1～91日の圧縮強度は減水剤を使用したものが高くなり強度改善に効果的である。また、AE剤を用いると、超早強セメントコンクリートでは空気が連行されにくいため、ブレンコンクリートより強度は高くなる傾向がある。

(10) フライアッシュも超早強セメントコンクリートの長期強度の改善、経済配合の選定に有利であり、良質のものを内割で10～20%加えたコンクリートでは長期材令のブレンコンクリートに対する強度比は他種セメントの場合にくらべて大であり、しかも材令1日で100kg/cm²以上の圧縮度が得られる。

本研究を行なうにあたり、終始御指導を賜った徳島大学工学部荒木謙一教授、河野清助教授および実験に御協力頂いた徳島大学工学部土木工学科鍛冶公美技官ならびに土木工学教室コンクリート研究室の昭和44年度、45年度および46年度卒業生諸氏に対し深く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 33) 土木学会：コンクリート標準示方書，PP.34—35（1967）
- 34) 日本セメント協会コンクリート委員会：セメントコンクリート，No.216，PP.2—9（1965，2），No.229，PP.2—10（1966.3）
- 35) H.W. Green；Proc. ASTM（1919）
- 36) 笠井芳夫；セメント技術年報，XVII，PP.297—303（1963）
- 37) 児玉，福馬，御所窪；第25回土木学会講演概要集V，PP.311—312（1970）
- 38) 高野俊介；土木学会論文集，第26号，PP.1—40（1955.5）
- 39) 笠井，平賀，横山；たとえば36)と同じ，PP.321—326。
- 40) J.S. Green；Conc. & Constractional Engrg.，Vol. 21，No. 12（1926）
- 41) A.B. McDaniel；Engineering Experiment Station of Univ. of Illinois，Bulletin No. 81（1951）
- 42) 近藤，坂（監修）；コンクリート工学ハンドブック（朝倉書店）PP.292。
- 43) 長島弘；コンクリートジャーナル，Vol.3，No.12，PP.71—74（1970.12）
- 44) 明石外世樹；セメント技術年報，XIV，PP.396—401（1960）
- 45) 高野，柳川；小野田研究報告，Vol.5，No.15，PP.4—17（1953）
- 46) 河野清；コンクリートジャーナル，Vol.4，No.4，PP.22—28（1966.5）
- 47) 土木学会；鉄筋コンクリート工場製品設計施工指針（案）（1969）
- 48) A.C.I. Committee；Jour. of Am. Conc. Inst.，vol. 60，No. 8，pp. 953—986（1963.8）
- 49) A.C.I. Committee；Jour. of Am. Conc. Inst.，Vol. 66，No. 8，pp. 629—646（1966.8）
- 50) J.A. Hanson；Jour. of Am. Conc. Inst.，Vol. 60，No. 1，pp. 75—100（1963.1）
- 51) 河野，江村，木下；小野田研究報告，Vol.17，No.65，PP.206—215（1965.9）
- 52) A.G.A. Saul；Mag. of Cone. Research，Vol. 2，No. 6，pp. 127—190（1951）
- 53) T.M. Plowmman；Mag. of Cone. Research，Vol. 8，No. 22，pp. 13—22（1959）
- 54) E.C. Higginson；Jour. of Am. Cone. Inst. Vol. 53，No. 3，pp. 281—298（1961.3）
- 55) A. Pauw；Jour. of Am. Conc. Inst. Vol. 57，No. 6，pp. 679—688（1960.12）
- 56) 河野，大塩，江村，木下；第21回土木学会年次学術講演概要集IV，PP.60—1，60—2（1966）
- 57) 岩崎，原田，吉田；セメントコンクリート，No.122，PP.2—7（1962.4）
- 58) セメント協会；収縮委員会報告，H—7，（1962.5）
- 59) 日本材料学会；コンクリート用化学混和剤，PP.56—66（1969.8）
- 60) 小林正凡；セメント技術年報，XXI，PP.405—409（1967）

- 61) T.C. Powers ; Jour. Portland Cement Assen. and Devel. Vol. 6, pp. 19—42 (1964)
- 62) 児玉武三 ; ;たとえば60)と同じ, pp.302—306
- 63) 横道, 一木, 松井 ; セメント技術年報, X, pp.194—199 (1956)
- 64) 河野, 竹村 ; 第24回土木学会中国四国支部年次学術講演概要集, pp.160—163 (1971.5)
- 65) たとえば59)と同じ, pp.1—13
- 66) 樋口芳郎 ; コンクリートジャーナル, Vol.8, No.3, pp.1—6 (1970.3)
- 67) 宮地, 中島, 岡部 ; たとえば60)と同じ, pp.395—399
- 68) 近藤, 秀島 ; たとえば63)と同じ, pp.177—182
- 69) 山崎寛司 ; 土木学会論文集, 84号, pp.88—118 (1962.8)
- 70) 河野, 竹村, 荒木 ; コンクリートジャーナル, Vol.10, No.7, pp.16 (1972.7)
- 71) 上村克朗 ; コンクリートジャーナル, Vol.8, No.3, pp.17—23 (1970.3)
- 72) 左右田孝男 ; 日本セメント技術資料 "砕石コンクリートに対する混和物の影響"
- 73) 本間, 菊地 ; セメント技術年報XXII, pp.129—132 (1968)
- 74) 矢野光一 ; セメント技術年報XII, pp.238—242 (1958)

軟弱な圧密粘土層上の建築物の不同沈下（第3報）

（建築学科） 西 村 光 正

Differential Settlement of Structures above the Consolidated Soft Clay (Report 3)

Mitsumasa NISHIMURA

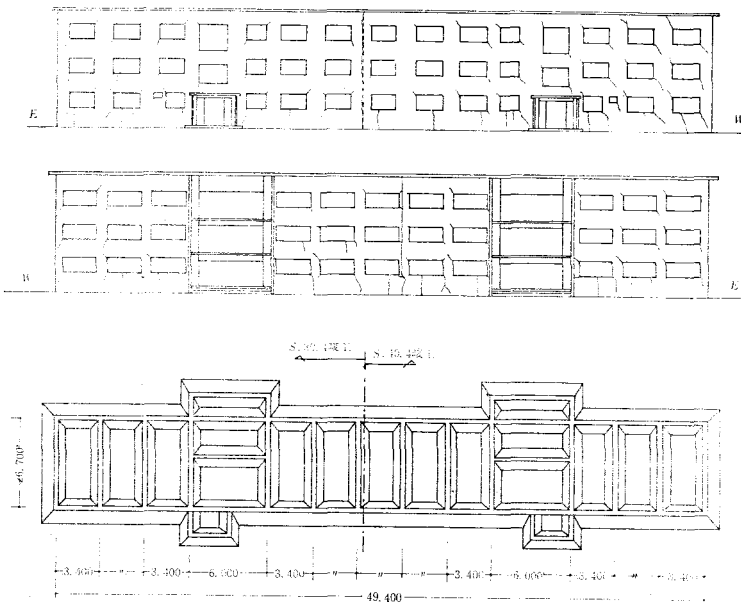
One structure on Kure Technical College campus caused differential settlement, and it leaned about 1/40. In this paper, differential settlement of the structure was measured and calculated theoretically, and both of them were compared. As there are many factors which causes differential settlement, the practical measurement and the theoretical calculation did not correspond with each other, but when many of these actual examples are collected, it will be useful for the design of foundations and structures.

§ 1 ま え が き

呉高専発足と同時に建設された呉高専寄宿舎第二寮（旧北寮）もその後増築され、現在に至っているが、その不同沈下はひどく、雨の日には土間は水浸しになる。さらに建物の傾斜は1/40に及び、現在（昭和48年4月）寄宿舎としての機能を失っている。ここでは当該建物の数回の測定結果と剛性を考慮した不同沈下量の算定により不同沈下の実態を示そうとしたものである。当然不同沈下の原因にはここで仮定する以外に複雑な諸因子が存在しており明確に結論を示す事は困難であるが、これらの実例を多く集積する事により、基礎並びに構造計画上の参考資料となるものと思われるのでここにその一例を発表する次第である。

§ 2 建物概要及び地盤概要

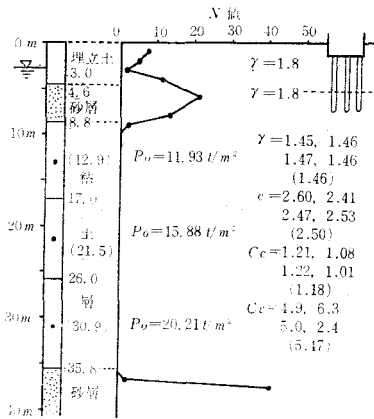
建物は鉄筋コンクリート造3階建、ベタ基礎で根伐深さは1.1m、上部砂層に6mの既製鉄筋コンクリート杭を打っている。建物半分は昭和39年4月に竣工し、その後残り半分が昭和40年4月に増築されている。建物の荷重度は、構造計算書がないので、略算を行なった結果 $4.7t/m^2$ が得られた。建物の立面図及び基礎状図を図—1に示す。図—2は呉高専内に於けるボーリング柱状図の概略を示す。呉市阿賀町の埋立地で、粘土層厚さ27m、下部砂レキ層までの深さ36mと言う極めて軟弱な地盤である。ボーリング位置は2号館附近のものであるが、当該地点の資料が手元にないのでこれで代表させる。又土質試験は行なわれていないので、呉市地盤図¹⁾中より附近の土質試験結果を準用した。



図一 建物立面図基礎伏図

荷重計算

スラブ
 $(49.4m \times 6.7 + 24m^2) \times 1.4t/m^2 = 496t$
 ハリ
 $84.4m \times 0.35t/m \times 4 + 6.2m \times 0.4t/m \times 64 = 276t$
 柱
 $32 \times 8.8m \times 0.65t/m = 184t$
 壁
 桁行 $(574m^2 - 1.75m \times 45) \times 0.38 \times 2 = 370t$
 梁間 $(40m \times 6) \times 0.38 = 91t$
 パラペット
 $113m \times 0.40t/m = 45t$
 土間コン (廊下部分)
 $0.5m \times 1.3m \times 80m \times 2.0t/m^2 = 104t$
 合計 1,566t
 建物面積 $49.4 \times 6.7 = 330m^2$
 荷重 $w = 1,566/330 = 4.7t/m^2$



図一 地盤の概要

§ 3 構造物の剛性なしと仮定した場合の計算結果

粘土層の沈下はテルツァーギの圧密理論²⁾によって求められる。その計算は次の仮定と操作により行なった。i) 上部砂レキ層は非圧縮性と仮定し、上部粘土層のみにていて計算を行なった。ii) 沈下は鉛直方向の一次圧密によるもののみと考え、二次圧密及び側方変位は無視した。iii) 上部粘土層は正規圧密粘土と考え、(1)式により計算した。

$$\Delta S = \frac{C_c \Delta H}{1 + e_0} \log_{10} \left(1 + \frac{\Delta P}{P_0} \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$S = \sum \Delta S$$

ΔS ; 分割された各層の圧密沈下量, S ; 全沈下量, C_c ; 圧縮指数, e_0 ; 初期間隙地, ΔH ; 分割された粘土層の厚さ cm , P_0 ; 分割された粘土層の中央面における圧密先行荷重 ≡ 有効上載圧力 t/m^2

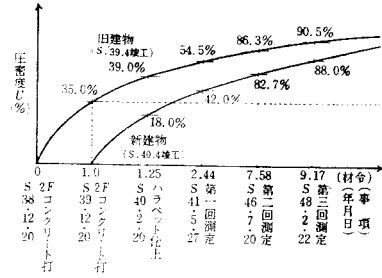
iv) 上部粘土層は上下両面より排水されるものと仮定し、圧密度 U を (2)式から求まる T_{r1} より図表を

用いて求めた。

$$T_v = \frac{C_v \cdot t}{(H/2)^2} \dots \dots \dots (2)$$

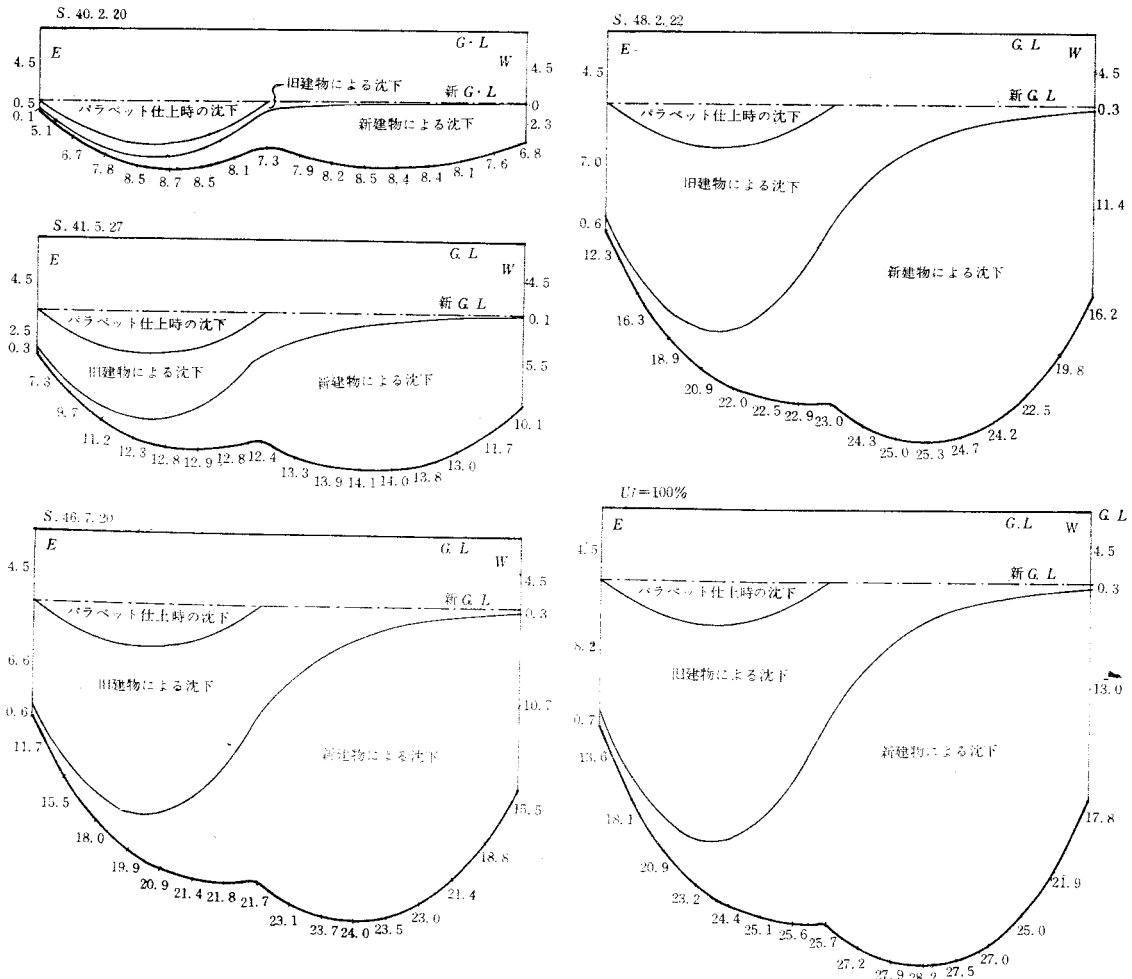
T_v ；時間係数， t ；材令sec， H ；粘土層の厚さcm， C_v ；圧密係数

v) 上部砂層への摩擦杭と考え、基礎荷重面を杭先端深度より杭長 1/3 だけ差引いた深度に建物全面積にわたって一様と分布するものと仮定した。vi) 地中応力の算定はブーンネスクの式又はニューマークの図表によった。vii) 増築建物においては、増築建物の材令 0 の時点において旧建物と同一レベルに仕上げられたものと仮定する。建物の建設と測定時点及び圧密度との関係を図一3に示す。



図一3 材令と圧密度

以上の如く仮定して得られた当建物の剛性無しの場合の主なる時点の沈下量を図一4に示す。



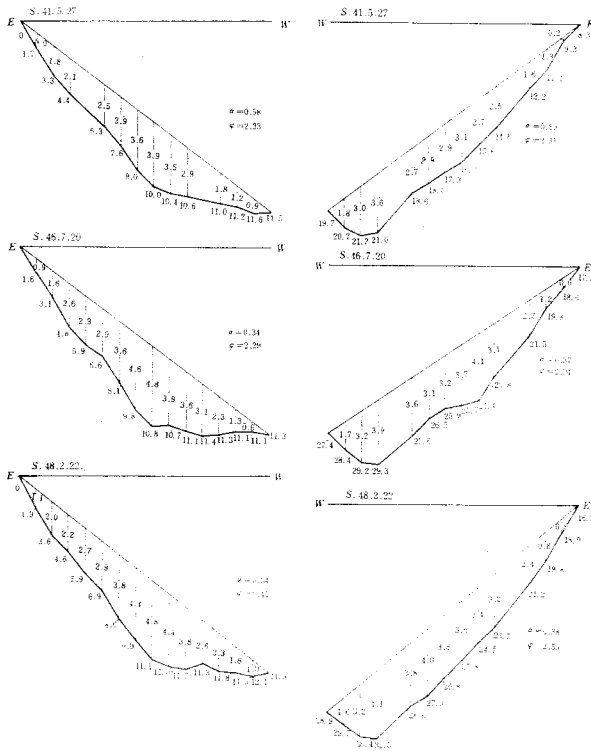
図一4 剛性なしと仮定した場合の計算沈下量

§ 4 構造物の不同沈下量の測定結果

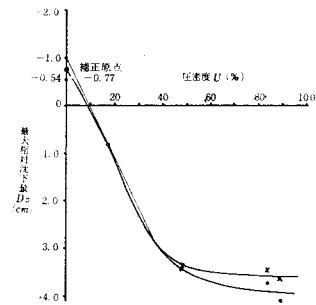
不同沈下の測定は建設当初水平であったと推定されるパラペット天端(内側)において柱心の位置でmm単位まで行なった。測定値には施工上の誤差も若干含まれるが、沈下量の大きさに比較すれば一般に無視し得るものと考えた。図一5に不同沈下の測定結果を、表一1及び図一6に最大相対沈下量 D_s (cm) の測定結果の概要を圧密度 U (%) について整理したものを示す。 D_s の値は部分的な凹凸の影響を除去するために、見かけの剛性係数 α' (α' の値は剛性なしの場合の計算沈下量と測定沈下量の比を

求めたもの)に計算最大相対沈下量 D_s' (剛性なし) を乗じて求めている。測定値はパラペットの仕上り日以後の相対沈下量を測定しているのので起点の補正を行なっている。即ち新建物材令0年においては旧建物みの沈下であり、この時点において $\alpha' = 0.6$ と仮定し註) ($D_s = 0.82\text{cm}$) 補正原点を定めた。

図中の実線は近似する曲線を描いたものである。



図一5 不同沈下測定結果



図一6 測定結果の概要

表一1 測定結果の概要

測定年月日	材 令	圧 密 度	平 均 圧 密 度	みかけの α		$\alpha D_s'$	
				南	北	南	北
39.12.20	(1.00 0	(35.0 0	18%	—	—	—	—
40. 2.20	(1.25 -0.25	(39.0 18.0	28%	0	0	0	0
41. 5.27	(2.44 1.44	(54.5 42.0	48%	0.59	0.58	3.41	3.35
46. 7.20	(7.58 6.58	(86.3 82.7	85%	0.37	0.34	3.74	3.43
48. 2.22	(9.17 8.17	(90.5 88.0	89%	0.38	0.34	4.06	3.63
剛性無視	(∞)	(100)	(100)	(1.0)	(1.0)	(11.95)	(11.95)

註) この時の旧建物の圧密度は18%であり、5号の館測定結果⁴⁾より α' を推定した。

§ 5 構造物の剛性を考慮した建物の剛性係数

剛性係数の計算は松浦・芳賀理論³⁾を用いて計算を行なった。図-7は建物の梁及び柱の断面図及び断面係数を、図-8は建物端部スパンにおける壁立面図及び剛域入の値を、図-9は柱、梁の剛比、断面係数、 d/l (l :スパン、 d :壁のせい)の値、図-10は剪断剛性低下率 $\beta=0.2$ と仮定して有効剛比の係数を、図-11は有効剛比⁵⁾及び分布係数を求めたものである。

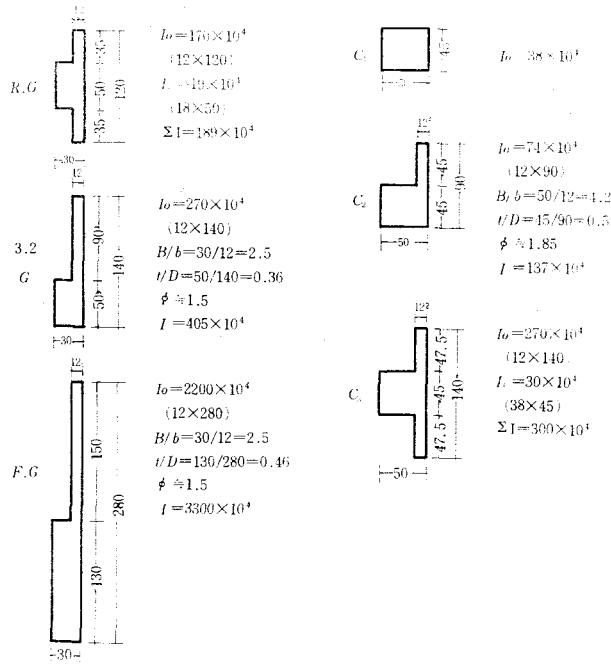


図-7 梁・柱断面係数

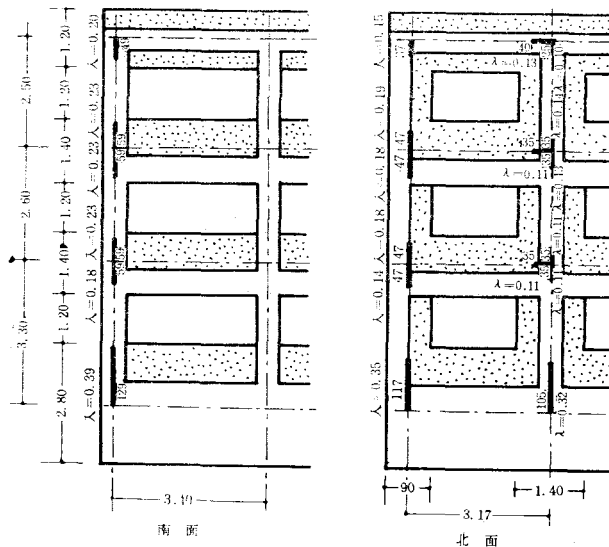


図-8 壁立面図及び入値

		剛比 (断面係数) d/l	
南面	1.5 (38)	5.5 (189)	0.35
	1.5 (38)	11.9 (405)	0.41
	1.2 (38)	97.0 (3300)	0.82
北面	5.5 (137)	6.0 (189)	0.38
	5.3 (137)	12.8 (405)	0.44
	4.2 (137)	104.0 (3300)	0.88

図-9 剛比, 断面係数 d/l

		有効剛比の係数	
南面	a	1.1 1.1 0	0.37 0.37
	b	4.0 4.0 2.3	1.0 1.0 -0.1
	c	5.0 5.0 3.0 2.7	0.3 0.3
北面	a	1.0 1.0 -0.2	0.9 0.9 -0.2
	b	1.6 1.6 0.2	0.23 0.3
	c	4.0 2.6 1.1 1.23	0.6 0.6 0.23 0.3

図-10 有効剛比の係数

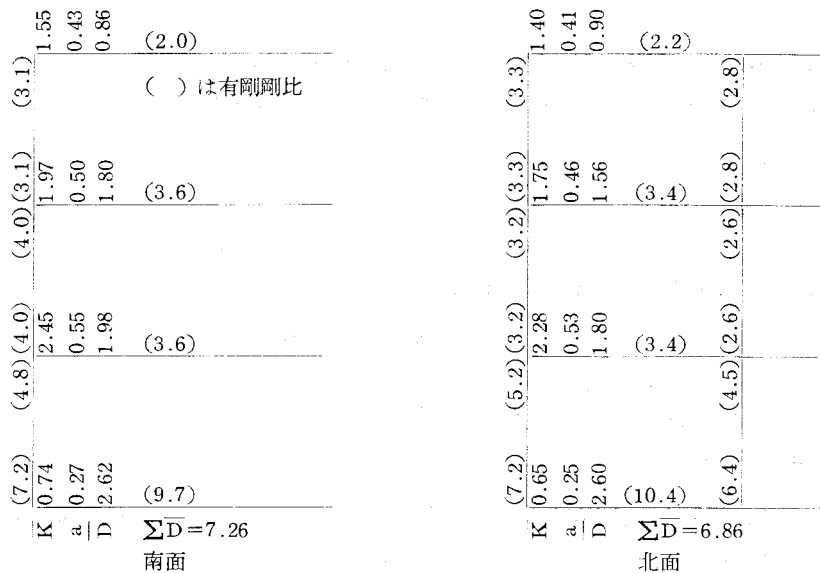
構造物に作用する柱の軸力 P は, 中柱の場合荷重度 $4.7t/m^2$ とするとその支配面積より

$$P = 3.4m \times 3.35m \times 4.7t/m^2 = 53.4t$$

となる。 ι_0 はコンクリートクリップの補正原点で $0.7U$ (U は圧密度) に対応させて⁶⁾ 求めた。 E' はコンクリートの見かけのヤング係数で ι_0 からの材令により求めている。柱間に $1cm$ の強制変位を起こさせるに必要な剪断力 $Q(\iota)$ は柱の剪断力分布係数⁵⁾ に準じて(3)式により求める。

$$Q = \sum D \frac{12E'K_0}{l^2} \dots\dots\dots(3)$$

Q ; 単位の変形を与える必要な剪断力 D ; 分布係数, E' ; ヤング係数, l ; スパン長さ, K_0 ; 標準剛度



図一11 有効剛比、分布係数

又剛性係数 α は(4)式³⁾により求める。

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{Q \cdot \delta}{P} \cdot 2\gamma \cdot x} \dots\dots\dots(4)$$

α : 剛性係数, Q ; 剪断力, P ; 柱の軸力, δ 最大沈下量, γ ; 最小沈下量の最大沈下量に対する比,
 x ; 最大相対沈下量に対する端部スパンの相対沈下量の比
 δ, x, γ は剛性なしの場合の計算沈下曲線 (図一4) より求める。

S.40. 2.20

U の平均28%, $t=0.75$ $t_0=0.31$ $E'=90$ $Q_s=68t/cm$, $Q_N=74t/cm$
 δ の平均 = $\{8.4 + (8.4 - 4.5)\} \times 1/2 = 6.2cm$ $x \doteq 1/8$ $P=53.4t$
 γ の平均 = $\left(\frac{5.1}{8.4} + \frac{6.8 - 4.5}{8.4 - 4.5}\right) \times \frac{1}{2} = 0.60$
 $\alpha_s=0.46$ $\alpha_N=0.34$

S.41. 5.27

U の平均48%, $t=1.94$ $t_0=0.94$ $E'=77$ $Q_s=58.5t/cm$ $Q_N=63.0t/cm$
 δ の平均 = $\{12.3 + (13.9 - 4.5)\} \times 1/2 = 10.9cm$ $x \doteq 1/8$ $P=53.4t$
 γ の平均 = $\left(\frac{7.3}{12.3} + \frac{10.1 - 4.5}{13.9 - 4.5}\right) \times \frac{1}{2} = 0.60$
 $\alpha_s=0.36$ $\alpha_N=0.34$

S.46. 7.20

U の平均85% $t=7.08$ $t_0=2.97$ $E'=70$ $Q_s=53.0t/cm$ $Q_N=57.5t/cm$
 δ の平均 = $\{20.9 + (23.3 - 4.5)\} \times \frac{1}{2} = 19.9cm$
 $x \doteq 1/8$ $P=53.4t$
 γ の平均 = $\left(\frac{11.7}{20.9} + \frac{15.6 - 4.5}{23.3 - 4.5}\right) \times \frac{1}{2} = 0.58$
 $\alpha_s=0.26$ $\alpha_N=0.25$

S.48. 2.22

$$U \text{の平均} 89\% \quad t=8.67 \quad t_0=3.54 \quad E'=70 \quad Q_S=53.0t/cm \quad Q_N=57.5t/cm$$

$$\delta \text{の平均} = \{21.0+24.6-4.5\} \times 1/2 = 20.5cm \quad x_1=1/8 \quad P=53.4t$$

$$y \text{の平均} = \left(\frac{12.2}{21.0} + \frac{16.2-4.5}{24.6-4.5} \right) \times \frac{1}{2} = 0.58$$

$$\alpha_S=0.25 \quad \alpha_N=0.24$$

100%圧密時

$$U=100\% \quad t=\infty \quad E'=70 \quad Q_S=53.0t/cm \quad Q_N=57.5t/cm$$

$$\delta \text{の平均} = \{23.3+(27.4-4.5)\} \times \frac{1}{2} = 23.1cm \quad x=1/8 \quad P=53.4t$$

$$y \text{の平均} = \left(\frac{13.5}{23.3} + \frac{17.8-4.5}{27.4-4.5} \right) \times \frac{1}{2} = 0.58$$

$$\alpha_S=0.24 \quad \alpha_N=0.23$$

以上の如く計算された α (添字Sは南面, Nは北面)の値を, 図-4に得られた沈下曲線の傾斜分を除いた各点の相対沈下量に乗ずる事により, 剛性を考慮した相対沈下量が得られる。

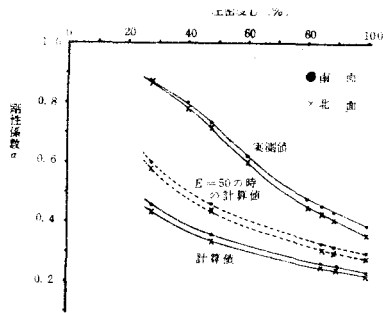
§ 6 結果とその考察

表-2は剛性係数 α , 最大相対沈下量 D_s , 傾斜角 φ の測定結果及び計算結果を一覧表としたものである。図-12, 図-13はそれぞれ α 及び D_s を U について整理したもので原点補正をしたものを示している。粘土層の圧密度も90%近くに至っており, 測定結果もあまり進行しておらず, ほぼ完了しているものと思われる。南北両面については, 実測値, 計算値とも南面が大きくなっているが, 南北両面の剛性差によるものであり, 傾向は一致している。ここでは α の計算は簡略化のため端スパンのみについて行なったので, 内スパンにある幾つかの出入口等, 大きな開口部の影響は含まれていない。建物全体について仮定開口比と実際の開口比との割合で修正すれば, さらに良い結果が得られるものと思われる。実測値と計算値との差異については, 前述の端スパンのみによる計算上の仮定の他に, 計算値においては

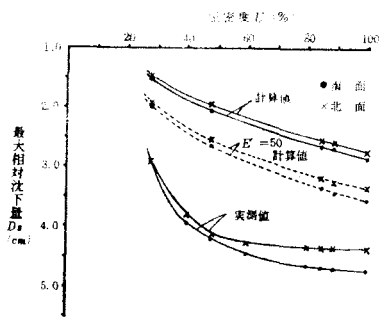
表-2 α, D_s 実測値と計算値

測定日	圧密度	剛性係数 α		最大相対沈下量 D_s		傾斜角 φ			
		南面	北面	南面	北面	南面	北面	東面	西面
S40. 2.20	28	0.87 (0.46)	0.87 (0.44)	2.90 (1.54)	2.90 (1.47)	(0.34)	(0.34)		
	40	0.80	0.79	3.83	3.79				
S41. 5.27	48	0.73 (0.36)	0.72 (0.34)	4.19 (2.06)	4.15 (1.95)	2.31 (0.57)	2.33 (0.57)	12.39 (0)	12.24 (0)
	60	0.62	0.60	4.44	4.27				
S46. 7.20	85	0.46 (0.26)	0.43 (0.25)	4.67 (2.64)	4.32 (2.54)	2.04 (0.77)	2.29 (0.77)	25.82 (0)	24.03 (0)
S48. 2.22	89	0.44 (0.25)	0.41 (0.24)	4.68 (2.66)	4.32 (2.55)	2.55 (0.79)	2.41 (0.79)	24.33 (0)	25.37 (0)
	100	0.39 (0.24)	0.36 (0.23)	4.70 (2.87)	4.34 (2.75)	(0.85)	(0.85)	(0)	(0)

() は計算値, 実測値は図-6の曲線より求めた。単位 $\times 10^{-3}$ rad。
(従って100%の値は推定値)



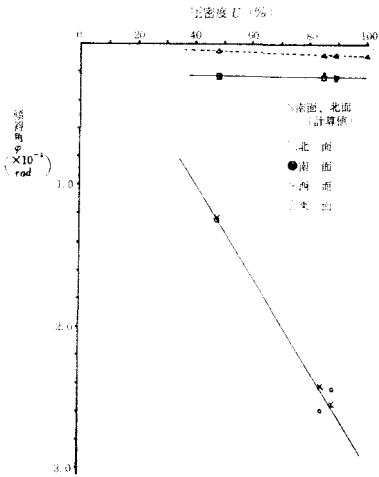
図一12 剛性係数—圧密度



図一13 相対相対沈下量と圧密度

コンクリートのクリープのみによるヤング係数 E' の低下のみを考慮したが、実際には建物の各スパンに亀裂が発生しており亀裂発生によるヤング係数の低下も考慮の必要がある。 $(E'=50$ と仮定した場合の計算結果を図中に破線で示している。)さらには、剪断剛性低下率 $\beta=0.2$ と仮定したが、亀裂発生により0.1又はそれ以上の低下も考えられる。又、埋立地盤である為、上部砂層の沈下や圧密未了による地盤沈下(同敷地内の他建物の観測結果では3年間で18cm)等も考えられ、これらの影響を考慮する必要、さらには土質試験を行っていない為に土質常数值を近隣の土質試験結果から仮定しているが、実際にはどの程度の差が有るのかは不明であり、土質試験の必要性が痛感されに。又、増築された建物である為、計算上の仮定、不同沈下曲線の違い(剛性なしの場合の沈下曲線はお椀2つ並べた形であり、実測値では“く”の字型に折れ曲がった曲線を示す。)等の影響が考えられる。

図一14は建物両端の不同沈下量の差を建物の長さで除した傾斜角 ϕ ($\times 10^{-3}$ rad) を U (%) について整理したものである。南北面及び東西面はそれぞれ大略同じ傾向を示し圧密度に対して略直線的に増大し、建物が剛体としての回転をしている事がわかる。図中点線で示したものは、南北面の増築による応力重畳を考慮した圧密沈下のみによる傾斜を計算したもので(東西面は計算では傾斜なし)あるが、実測値は極端に大きく、特に東西面では 25×10^{-3} rad (勾配1/40) 以上に達している。これらも杭支持力の不均一、地盤沈下、その他、前述と同様、考慮すべき点は多い。



図一14 傾斜角と圧密度

§7 あとがき

現在問題になっている寄宿舎二寮の不同沈下の測定を行ない計算値と比較した。相対沈下については前に示した如く今後の増大はあまりないと思われるが、傾斜については種々の要因が加わっており、この割合で増大すると最終的には1/30勾配以下になる事も予想される。従って当建物の今後の使用については十分な注意が必要であろう。

終りに終始御指導を頂いた広島大学松浦誠教授、米子高専芳賀保夫助教室に深く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 呉市地盤図：日本建築学会中国支部基礎地盤委員会編，昭和47年3月
- 2) K. Terzaghi : Theoretical Soil Mechanics, John Wiley and Sons, I.N.G.
- 3) 松浦・芳賀：不同沈下に及ぼす建物の剛性の影響 (I~XVI)，日本建築学会論文報告集，日本建築学会中国支部研究報告他 (1970~1973)
- 4) 松浦・芳賀・西村：構造物の不同沈下とその時間的経過 (I)，日本建築学会中国支部研究報告 (1973)
- 5) 建築学会大系14：構造設計法，彰国社
- 6) コンクリートパンフレット29号：コンクリートのクリープ，日本セメント技術協会

編 集 委 員

富 田 豊
大 林 潤
里 信 敏 行
太田垣 博
竹 村 和 夫
福 原 安 洋

吳工業高等専門学校
研究報告
第8卷 第1号(1974)
(通卷 第13号)

昭和49年2月印刷
昭和49年2月発行

編集兼
発行者 吳工業高等専門学校
〒737 吳市阿賀南2丁目2ノ11
電話 吳(0823) 71-9121

印刷所 柳 盛 社 印 刷 所
〒730 広島市東白島8-23
電話 (21) 2148・2149

MEMOIRS OF THE KURE TECHNICAL COLLEGE

-
1. A SHORT BIOGRAPHY OF SUKEMORI TAIRA (1)
—Around the Time of His Confrontation with the Regent on the Road—
.....Jun OBAYASHI..... 1
 2. Mysticism in *To a God Unknown*.....Noboru SHIMOMURA..... 9
 3. On Stability of Large System and its Statistical Treatment
.....Yutaka TOMITA and Isao IMAI..... 27
 4. Studies on the Specific Sliding of Elliptical Cam with the Reciprocating
Follower (Report 2) (Circular Arc Offset Follower).....Hironori ITOSHIMA..... 39
 5. Studies on the Specific Sliding of the Constant Second-Acceleration Cam with the
Reciprocating Follower ((Report 2) (Flat Plate Follower).....Hironori ITOSHIMA..... 51
 6. The Effect of Surface Friction on the Growth of Pitting
.....Hiromasa NADANO and Yoshio TERAUCHI..... 61
 7. Studies on the Plastic Working (Report 1)
—Investigation of the Drawing Stress and
the Minimum Thickness of Plate in Rolling—.....Toshiyuki SATONOBU..... 75
 8. On the Design and Construction of the 0.1m×0.1m
Supersonic Blow Down Wind Tunnel (Report 1).....Nobushi NIINAI..... 85
 9. The Visibility of the Pilot Lamps in the Smoke.....Kazuhiko HARADA..... 93
 10. A.C. Linear Network Analysis Programs (Report 1)Shigeki MURAKAMI..... 99
 11. Technique on Formulation of State Equation.....Shigeki MURAKAMI.....107
 12. Experimental Study of the Pile Driving Force.....Kiyohiko KURŌ and Seirō MARUGAMI.....113
 13. Some Experimental Investigations of Dry Concrete Using
super High-Early Strength Portland Cement (Part 2).....Kazuo TAKEMURA.....125
 14. Differential Settlement of Structures above the
Consolidated Soft Clay (Report 3)Mitsumasa NISHIMURA.....149