

呉工業高等専門学校

研究報告

第8巻 第2号 (通巻第12号)

昭和48年6月 (1973)

目次

1. 体育実技評価の研究 …50m走, 走巾跳, 立巾跳を例として……………	石 嶋 篤 司…………	1
2. ワイス型電磁石, 電源および磁気天秤の試作……………	富士田 瑞 穂………… 笠 松 義 隆…………	9
3. ティーゼル機関の燃費特性について (第3報)……………	久保田 勲…………	17
4. 往復サイクロイダルカムの滑り率の研究 (第1報)……………	糸 島 寛 典………… 野 原 稔…………	25
5. 揺動等2次角加速度カムの滑り率の研究 (第1報)……………	糸 島 寛 典…………	35
6. 往復楕円カムの滑り率の研究 (第1報)……………	糸 島 寛 典…………	47
7. 二円筒すきまにおける粘性流れ (第3報)……………	京 免 進…………	61
8. サイリスタによるけい光ランプ用スタータ……………	原 田 一 彦…………	73
9. 教育用小形計算機システムの評価について……………	村 上 滋 樹…………	79
10. 不静定トラスの数値計算法……………	久 丸 喜 代 彦………… 良 上 晴 朗…………	89
11. 載荷条件からみた大阪洪積粘土の圧縮性……………	石 井 義 明………… 西 谷 康 雄…………	105
12. 超早強ポルトランドセメントを用いた かた練りコンクリートに関する基礎的研究 (その1)……………	竹 村 和 夫………… 高 井 芳 治………… 清 和 四 土………… 西 村 安 正………… 福 原 光 洋………… 正 野 崎 昭 二…………	113
13. 構造耐力試験について (1930年に竣工した建築物について)……………	西 村 安 正………… 福 原 光 洋………… 正 野 崎 昭 二…………	131

体育実技評価の研究

…50m走, 走巾跳, 立巾跳を例として…

(保健・体育) 石 嶋 篤 司

A Study on the Evaluation of Athletic Skills (Report 1)

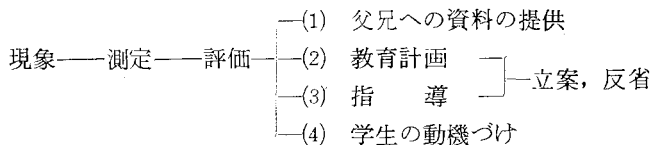
…50-meter Dash, Long Jump and Jump…

(Health and Physical Education) Tokushi ISHJIMA

Evaluation means to reflect upon the thoughts and conducts so far, in order to think out new content, methods and plans for the future. It is for the improvement of our thinking and action. Thus, evaluation is a very human activity. The past records and informations should be made use of, when future thinking and action are planned.

§ 1 緒 言

我々は、一つの過程が終了する毎に評価を行う。評価の役割は「学校に於て体育の測定や評価を行うのは、体育の教育効果を十分に発揮するためであり、それは我々に必要な事実を提供し、教師の教育計画や指導立案、反省の資料となり学生を動機づける材料となる」と定義されている。これを図示すると



よく考えてみると、我々は評価を行った結果を日々の教育活動の中に十分に活用しているだろうか、あるいはその評価の方法は妥当であるのだろうか。

ここでもう一度、何のために、誰を、如何にしてと言うことを問題にしてみなくてはいけないのではないか。現在までの評価方法を検討してみて、果して正しいと言えるかどうか、正しくないとするばどのような点か、その点を如何なる方法で補正して、新しい観点と方法を見出していくか、そしてそれはどのような形をしているのかを考察してみる。

§ 2 現在までの評価方法の反省

<2・1> 平均値評価法の欠陥について

測定値を整理すると、図1の様な型の度数分布図法となる。各測定値からの偏差の自乗から標準偏差を求める。これを利用して評価する。一般的に言えば、平均を基準値として、各個人の測定値がどれだけかたよっているかによって優劣の判定を行って来た。

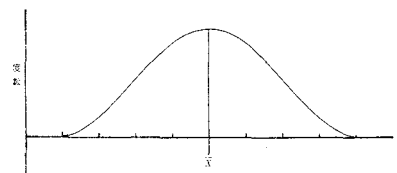


図 1

<2.2> 実際のデータを使用しての平均評価法欠陥の証明

昭和46年度男子83名を無策的に抽出する。

<2.3> 図2, 図3, 図4のグラフの解釈

立巾跳の記録が下位に属している者は、走巾跳に於ては絶対上位に入り得ない。自然と範囲が限定されている。

図4のAは、Y軸上のA'の範囲内である。これは如何に努力しても平均を超えることは出来ない。

学生の最高値と最低値をとってみると、1 m 66 cmの巾がある。図4より見て、体育授業時に1~2単位ぐらいでその差をなくして5 m 台の記録を出すことができるであろうか。

<2.4> 評価の対象

2.1~3の理由より、評価の対象とは何であるかと言う疑問が起ってくる。

学生の持っている基礎運動能力の順位づけか

テスト時に出した記録の順位か

下位の能力でも、自分なりに努力したその割に学校体育に於ては教材として、スポーツが取り入れられている。そして、その場合スポーツの評価方法がそのまま取り入れられている。競技大会に於ては客観的に技術を競い、純粋に記録の上位を競う。上位の記録に対して、上位の評価は当然であろう。

競技選手は、基礎運動能力に於ては、学校の学生集団の中で上位にある。大会はこの上位にあるものが集る。即ち基礎能力に於ては同じ条件であると考えられる訳である。同じ条件で出発するのであるから結果的に差がついた場合そのまの優劣の判定を下してもよい。

学校の学生集団は、すべて条件が異っている(個人)。それなのに 出された記録の背景も考慮せず上位記録より順位をつけていくのは不当であると言えよう。

<2.5> この欠陥が学生に与える教育的影響

人間それぞれ能力に差があり超えることの出来ない限界がある。練習不足でも怠けている訳でもない。日常の指導に於ても低能力学生は無視されているのではないだろうか。

体育は実践の場である。単なる観念的理解では、人生の一番大切な生活の展開の素地をつくる時期に、この場を逃避するようになってしまう。強制ではなく、自らやろうと言う意欲を持ってこそ効果が上るのである。無視された学生は、興味を喪失し、学習意欲の減退、劣等感を起し、場より逃避することにより身体的にも発達する機会を失ってしまう。

この事は同じ様に基礎運動能力の高いグループの学生についても言える。このグループが一定の範囲より下る事がないならば、全然努力をしないで出された記録の絶対値は低能力学生の最大限の努力の結果よりも上位にある。従って高い評点が与えられ、安易な態度となり伸びるべき能力を伸ばさない結

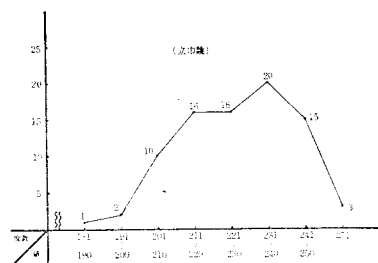


図 2

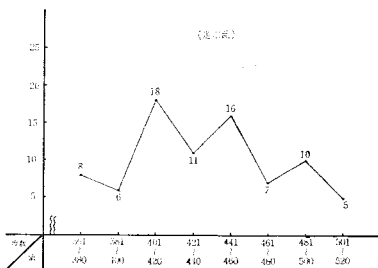


図 3

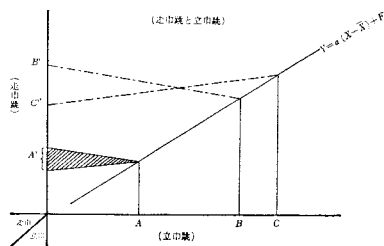


図 4

果となる。

その事は図2, 3, 4より B' , C' が交叉し, A は A' の範囲にしかはいることが出来ないのを見ても証明されるであろう。

§ 3 比較評価方法

二つの変量 x , y を対比させて, この関係の評価の方法に導入する。

個人差を認める方式である。

すでに述べた如く, 走巾跳は個人の基礎運動能力が大きく支配する。基礎運動能力の大きなものがすぐれた記録を出すならば, これを知ることにより, 個人の到達可能な記録を推定することが出来る。

<3.1> 走巾跳の基礎運動能力に何を選んだらよいか

立巾跳と走巾跳は図2, 3に於ては関係があることが理解出来たが, どの程度と言うことが明確にわからない。これをはっきりと数学的にあらわしてみる。

二つの変量間に一方の量が増加するにつれて, 他方が増加するならば二つの変量間には相関々係があると言う。

走巾跳と種々の基礎運動能力との相関を調べ, 最も密接なものを取り上げて推定のための基準とする。

<3.2> 相 関 式

二つの変量 $X \cdot Y$ の数列, その平均, 標準偏差を次のようにする。

X_1, X_2, \dots, X_n , 平均 $= \bar{X}$, 標準偏差 $= \sigma_X$

Y_1, Y_2, \dots, Y_n , 平均 $= \bar{Y}$, 標準偏差 $= \sigma_Y$

$$\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma_X} = x_i \quad \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sigma_Y} = y_i \text{ とする。}$$

$$\sum (x_i - y_i)^2 = 2n - 2 \sum x_i y_i$$

$$\frac{1}{2n} \sum (x_i - y_i)^2 = 1 - \frac{1}{n} \sum x_i y_i \quad \left(-\frac{1}{n} \sum x_i y_i = r \text{ とする} \right)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n \sum d_i D_i - \sum d_i \sum D_i}{\sqrt{n \sum d_i^2 - [\sum d_i]^2} \sqrt{n \sum D_i^2 - [\sum D_i]^2}} \\ &= \frac{n \sum (d_i D_i) - \sum (f d) \cdot \sum (f' D)}{\sqrt{n \sum (f d^2) - [f d]^2} \sqrt{n \sum (f' D^2) - [\sum f' D]^2}} \leq 1 \dots \dots \dots \text{式 1} \end{aligned}$$

表1の数を式1に代入すると

$$r = \frac{83 \times 574 - (-20) \times (77)}{\sqrt{83 \times 826 - 20^2} \sqrt{83 \times 796 - 77^2}}$$

$$r = \frac{49128}{63945} = 0.768$$

∴ 両者の関係は 0.768

* (走巾跳, 立巾跳は三回の測定値の平均をそれぞれの値とする $CV = \sigma / \bar{X} < 0.05$)

$$r = \frac{83 \times 716 - (21) \times (-17)}{\sqrt{83 \times 857 - 21^2} \sqrt{83 \times 1119 - 17^2}}$$

$$r = \frac{59071}{90913.4} = 0.72$$

表1

立巾跳と走巾跳第1回テストの相関表

D		D														f'	$f'D$	$f'D^2$
		350	360	370	380	390	400	410	420	430	440	450	460	460				
d		-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6				
195	-6	1													1	-6	36	
200	-5	1	1												2	-10	50	
205	-4	1	1												2	-8	32	
210	-3	1	2	1	1				1						6	-18	54	
215	-2			3	1	2	2	2							10	-20	40	
220	-1	1				1	2	1		1		1			7	-7	7	
225	0		1		1		3	1		1					7	0	0	
230	1		2		2	1	2	2	1	2					12	12	12	
235	2					1		1		2	2			1	7	14	28	
240	3							2	5	1		2			10	30	99	
245	4							3	1	2	1	1	1		9	36	144	
250	5									2	1	2		1	6	30	150	
255	6								2				2		4	24	144	
f		5	7	4	5	5	9	12	10	11	4	6	3	2	83	77	796	
fd		-30	-35	-16	-15	-10	-9	0	10	22	12	24	15	12	-20			
fd^2		180	175	64	45	20	9	0	10	44	36	96	75	72	826			
S		-19	-13	-9	-3	-2	-4	17	29	26	13	20	16	7				
dS		114	85	36	9	4	4	0	29	52	39	80	80	42	574			

(注) 昭和46年度入学生男子83名を無策的に抽出

表2

50 m 走と走巾跳の相関表

(第1回)

d	$\left\{ \begin{array}{c} 350 \\ 360 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 351 \\ 360 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 361 \\ 370 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 371 \\ 380 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 381 \\ 390 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 391 \\ 400 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 401 \\ 410 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 411 \\ 420 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 421 \\ 430 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 431 \\ 440 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 441 \\ 450 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 451 \\ 460 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} 461 \\ \end{array} \right\}$	f'	$f'D$	fD^2	
																	D
8.1	-6	4	1	2			2							9	-54	324	
8.0	-5	1	3		1	1	1							7	-35	175	
7.9	-4	1		1				2						4	-16	64	
7.8	-3		1			2	1	1						5	-15	45	
7.7	-2				1		1		1					3	-6	12	
7.6	-1		1	2		1		2	1			1	1	9	-9	9	
7.5	0				2		3	4	1					10	0	0	
7.4	1					1	1		1	3		2		8	8	8	
7.3	2							2	1			1		4	8	16	
7.2	3						1	2		5	1			9	27	81	
7.1	4							1	1		1		2	5	20	80	
7.0	5								1	2	1	1		5	25	125	
6.9	6								1		1	1	1	5	30	180	
	f	6	6	5	4	5	10	11	9	12	4	5	4	2	83	-17	1119
	fd	-36	-30	-20	-12	-10	-10	0	9	24	12	20	20	12	-21		
	fd^2	216	150	80	36	20	10	0	9	48	36	80	100	72	857		
	S	-33	-25	-18	-7	-11	-12	12	7	25	18	15	13	5			
	Sd	198	125	72	21	22	12	0	7	50	54	60	65	30	716		

相関々係式の計算により、立巾跳——走巾跳、50m 走——走巾跳のいずれもかなり高い相関があることが証明された。

この場合どちらをとってもよいが、単位がcmで同じである立巾跳を採用する。走巾跳は授業開始時第一回のテストを行い、授業終了時に第二回のテストを行いこれを評価の対象とする。

次に第三回の走巾跳と立巾跳との相関係数と回帰係数を求める。

第二回 立巾跳——走巾跳 相関係数

$$r = \frac{70 \times 494 - (-11) \times 65}{\sqrt{70 \times 939 - 65^2} \sqrt{70 \times 622 - (-11)^2}} = \frac{35295}{49352} = 0.715$$

<3・2> 回帰係数の求め方

$$b = \frac{K \{n \sum f_i K d_i D_K - \sum f_i d_i \cdot \sum f'_K D_K\}}{h \{n \sum f_i d_i^2 - \sum [f_i d_i]^2\}}$$

$$b' = \frac{h \{n \sum f_i K d_i D_K - \sum f_i d_i \cdot \sum f'_K D_K\}}{K \{n \sum f'_K D_K^2 - [\sum f'_K D_K]^2\}} \dots \dots \dots \text{式 2}$$

表 3

h = 5

立巾跳——走巾跳第2回テスト表

d	$\begin{smallmatrix} 206 \\ \} \\ 210 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 211 \\ \} \\ 215 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 216 \\ \} \\ 220 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 221 \\ \} \\ 225 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 226 \\ \} \\ 230 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 231 \\ \} \\ 235 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 236 \\ \} \\ 240 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 241 \\ \} \\ 245 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 246 \\ \} \\ 250 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 250 \\ \} \end{smallmatrix}$	f'_K	$\sum f_i d_i$	$\sum f_i' K d_i D_K$	$\sum f_R' D_K^2$		
															205	210
D	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5					
~370	-7															
~380	-6		2									2	-8	40	72	
~390	-5	1		1								2	-8	48	75	
~400	-4		1		1		2					4	-6	24	64	
~410	-3	2	2					1				5	-16	48	45	
~420	-2		2	2			4					8	-14	20	40	
~430	-1			2	2			1		1		6	-6	6	6	
~440	0				1	1	1		1	2		6	5	0	0	
~450	1			1	1		1	1	2			6	0	0	6	
~460	2					1	1	2	1	1		6	6	12	24	
~470	3				1	1	1		1	1		5	2	6	45	
~480	4				1			1	1		2	5	9	36	80	
~490	5						1		2	1	2	7	20	100	175	
~500	6							1	1			4	13	78	144	
510~	7									1	3	4	15	105	196	
f_i		3	7	6	7	3	11	6	10	9	7	3	70	12	523	972
$f'_K D_K$		-11	-26	-10	2	5	5	14	10	16	39	17	12			
$\sum f_i K d_i D^2$		55	104	30	-4	-5	0	14	20	48	156	85	503			
$\sum f_i d_i^2$		75	112	54	28	3	0	6	40	63	112	75	568			

<3・3> 回帰係数

$$b = \frac{10 \times (70 \times 523 - 12 \times 12)}{5 \times (70 \times 568 - 12^2)} \quad (X \text{ に対する } Y) = \frac{72932}{39616} = 1.84$$

$$b = \frac{5(70 \times 523 - 12 \times 12)}{10(70 \times 972 - 12^2)} \quad (Y \text{ に対する } X) = \frac{36754}{135792} = 0.25$$

<3・4> 回帰方程式

$$\bar{X}(\text{立巾跳})=228$$

$$\bar{Y}(\text{走巾跳})=431$$

* 上の回帰係数を求めた場合は、 $\bar{X}-2\sigma$ 以下は除外した値であるが、<3・2—3>の \bar{X} 、 \bar{Y} は $N=83$ としてすべての記録の平均であるので、 $\bar{X}-2\sigma$ 、 $\bar{Y}-2\sigma$ の値を除外したら、 \bar{X} 、 \bar{Y} はもっと高くなる。

$$\bar{X}=230$$

$$\bar{Y}=435 \text{ としておく。}$$

X に対する Y の回帰方程式

$$Y-\bar{Y}=\sigma(X-\bar{X}) \text{ に代入すると,}$$

$$Y=1.84(X-230)+435 \cdots \cdots \text{式 3}$$

$$X=0.25(Y-435)=230 \cdots \cdots \text{式 4}$$

式3に各個人の立巾跳の測定値を代入すると、その段階に於ける普通の記録が算出される。これは、その段階に於ける基準の値である。

<3・5> 回帰直線を利用したの評価方法

一定の能力を持ったものが、すべてその基準値に合致する訳ではない。同じ能力を持った者でも、一定期間後には差が出てくる。このような同じ能力を持った集団でも整理すると正規分布（ガウス曲線）となる。

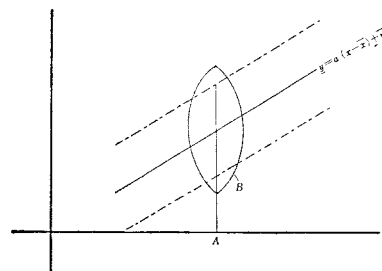


図 5

<3・6> 段階の分析

Aの段階に於ける集団Bを整理してみると、

表 4

走 巾	421	441	461	N'
立 巾	440	460	480	
231~235	1	3	2	6

$N=6$ であるから正確な正規分布ではないが、 N' が多くなると正規分布に近くなると考えられる。

一つの階級値をとっても——同じ能力で差が出ている。

これをやはり正規分布の概念により、基準値からの標準偏差を利用して区切り段階につけてやる。

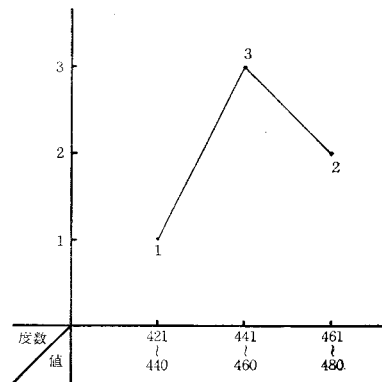


図 6

<3・7> 正規分布について

$\bar{x} < -1.5\sigma$	7%
$-1.5\sigma < \bar{x} < -0.5\sigma$	24%
$-0.5\sigma < \bar{x} < 0.5\sigma$	38%
$0.5\sigma < \bar{x} < 1.5\sigma$	24%
$1.5\sigma < \bar{x}$	7%

となることが知られている。

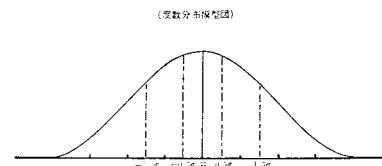


図 7

<3・8> 図5を拡大して見ると

となり理論的には完成率を応用して

$$\text{完成率} = \frac{\text{個人テスト測定値}}{\text{頂点測定値}} \times 100 \cdots \cdots \text{式5}$$

<3・9> 評点算出式について

$$y = \frac{x_i}{k(X - \bar{X}) + \bar{Y} + 3\sigma_{\text{回}}} \times 100 \cdots \cdots \text{式6}$$

式6では回帰直線からの標準偏差を求めるのが、非常にめんどくさいので

式4の $X - \bar{X} = 0.25(Y - \bar{Y}) \cdots \cdots X = 0.25(Y - 435) + 230$ を変形してみる

$$X - \bar{X} = k(Y_i - \bar{Y})$$

$$X - \bar{X} = kY - k\bar{Y}$$

$$Y_i = \frac{X - \bar{X} + k\bar{Y}}{k} \quad (\text{取得可能値})$$

式5に代入すると、学生の走巾跳のテスト記録を y とする

$$\frac{ky}{X - \bar{X} + k\bar{Y}} \times 100 \cdots \cdots \text{式7}$$

測定値を式7に代入すると

$$\frac{0.25y}{X - 230 + 0.25 \times 435} \times 100 = \frac{0.25y}{X - 121.3} \times 100 \cdots \cdots \text{式8}$$

故に走巾跳の実技の評価は

$$\frac{0.25 \times \text{走巾跳テスト記録}}{\text{個人立巾跳記録} - 121.3} \times 100$$

と言うような上記の式となる。

<3・10> 係数算出の問題点

1.84, 0.25等の係数は、本校に於ける立巾跳と走巾跳との関係に於て算出したものである。従って測定時期や授業時数等の変化に於てはこの係数も変動する。その度毎に計算していたのでは手間がかかり多くの種目については出来なくなってくる。また単に結果のパーセントのみで処理すれば到達目標がない。その両者を解決するものとして、文部省が出しているスポーツテスト等の一定年令に於ける標準記録が算出されているものがある。こういうものの実施と利用を併用するとよいのではないか。

§ 4 問題点について

現在までの論理を進めていくと、ある一定の基礎運動能力段階のものは一定の到達範囲内に限定される。そして一定期間後にその範囲の平均値を中心としてバラツク、果してすべてその通りに行くのであるらうか。

現在までは、一定の基礎能力段階のものが同じ過去の練習条件、同じ心理的動機を持っていると仮定して論を進めて来ている。

<4・1> 各階級に於ける進歩の平均

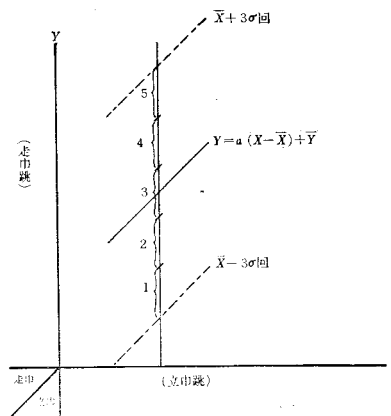


図 8

各階級とも同率に進歩するのなら $\frac{\text{走巾②}-\text{走巾①}}{\text{立巾n}}$ の値は X 軸に大体平行すると考えられるのに、実際は、斜線(=), 斜線(\cap)となる。

第1回の走巾跳と立巾跳との比が少いものが最も伸びる比率が大であるなら、斜線(\cap)が最も伸びなくてはならないのに逆の傾向となっている。即ち、斜線(=)が斜線(\cap)とならなくてはならない。

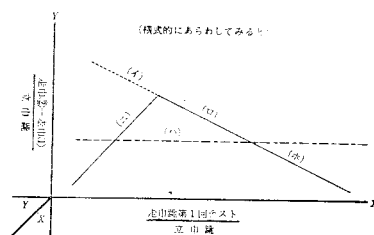


図 9

<4.2> 各斜線所属の学生の質

斜線(=) 所属グループの質

- 1 器質性欠陥 過去の傷害による器管の内的欠損
- 2 機能的欠陥 内臓器管の機能の不備, 神経, 筋肉機能不全
- 3 学考意欲の欠除
- 4 運動参加回数 of 僅少

斜線(\cap) 所属グループの質

- 1 運動部(特に陸上競技部)
- 2 1に近い高度経験者

以上の様な者は1~2時間ぐらいの授業数では進歩はあらわれないし、人によっては第1回と第2回のテスト記録の比がマイナスになる場合すらある。

§ 5 総 括

級外分数については、各階級所属者の身体的条件を問題にし、その動機の強弱を問題にしなくてはいけなく、指導法も実のらなくてはいいない。級内分散については、動機は問題にしなくてもよいと言えよう。

動機に差があるからこそ同じ条件でスタートしても差がつくと言えよう。従って、評価の際には以上の様な問題を考慮に入れてこそ、数式の正しい適用が行われ、少しでも正しく評価に近づくといいよう。

また、更には上記の問題を数式化の過程の中に取り入れて一歩進んだ評価のための数式が産れてくるであろう。

以上、基礎運動能力を正課時に実施し評価する上での問題点について、果して良い結果が得られたかどうかは疑問であり、分析等も不十分で、しかも不確実な点も多々あると思うけれども、運動能力を実施するのは学生自身であり、その学生の将来の幸せを望むわれわれも、学生とともに問題点の存在を十分に知り解決のために更に深く研究を続けていく必要を痛感するものである。

最後に、この調査のためにご指導をいただきました堀教官ならびに正野崎教官に感謝する。

文 献

- 1) 大石三四郎: 体育統計学
- 2) 矢野 久英: 体育科教育
- 3) 松島 茂善: スポーツテスト

(昭和48年1月8日受付)

ワイス型電磁石，電源および磁気天秤の試作

(物 理) 富 士 田 瑞 穂
笠 松 義 隆

Studies on Improved Electric Magnet,
Power Supply and Magnetic Balance

Mizuho FUJITA and Yoshitaka KASAMATSU

Weiss type electric magnet, the power supply and the magnetic balance were built to measure magnetic susceptibility.

The magnet generates maximum magnetic field of 16,000 Oe in the pole gap 36mm, pole surface 41mm in diameter, when the power is supplied 24A.

The output current of the power supply can be continuously changed the range from 0 to 25A. The current stability $\Delta I/I$ is 1×10^{-4} with the change of $\pm 5\%$ of the input voltage.

The magnetic balance is operated in vacuum of 1×10^{-4} mmHg and can be detected the force of 1~3,000 dyn within 1% accuracy.

§ 1 緒 言

金属や化合物の磁気測定において，最近は特に微視的な実験手段として核磁気共鳴，電子磁気共鳴，メスバー効果等に眼が向けられているが，磁化率の温度変化や磁気異方性エネルギーの測定等の巨視的な基本量が得られる静的磁気測定は磁性研究の上で依然として不可欠なものである。これらの測定方法，実験装置については詳細な文献¹⁾²⁾が既に出されているが，少ない研究費で製作することは容易でなく，実際の測定にしてもその準備段階で相当時間が費され，能率良く実験が行われていないようである。

今回，性能は出来るだけ落さず簡素化し，また使い易くすることを目標に小規模の電磁石とその電源および磁気天秤を試作したので，装置の試験結果とこの装置を使用しての測定例を報告する。

これらの装置により，磁化および磁化率の温度変化と磁場依存，磁気異方性，ホール効果，トルク曲線，磁気抵抗効果等の基礎的な磁気測定が可能である。

§ 2 製 作

(1) 電 磁 石

電磁石の型にはワイス型，双ヨーク型，折双ヨーク型，ピッター型等があり，導線の冷却方式にも種々なものがあるが，製作を容易にするため矩形銅線を用い冷却器なしのワイス型電磁石を選んだ。

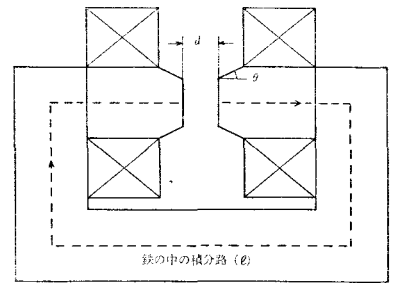
一般に電磁石で作られる磁束は第1図で示されるように，空気間隙 dm ，鉄の中の積分路の長さが lm であれば磁極内の磁束密度 B は

$$B = \frac{\mu_0 NI}{d} \pm \frac{\mu_0 H_c l}{d} \quad \text{wb/m}^2 \dots \dots \dots (1)$$

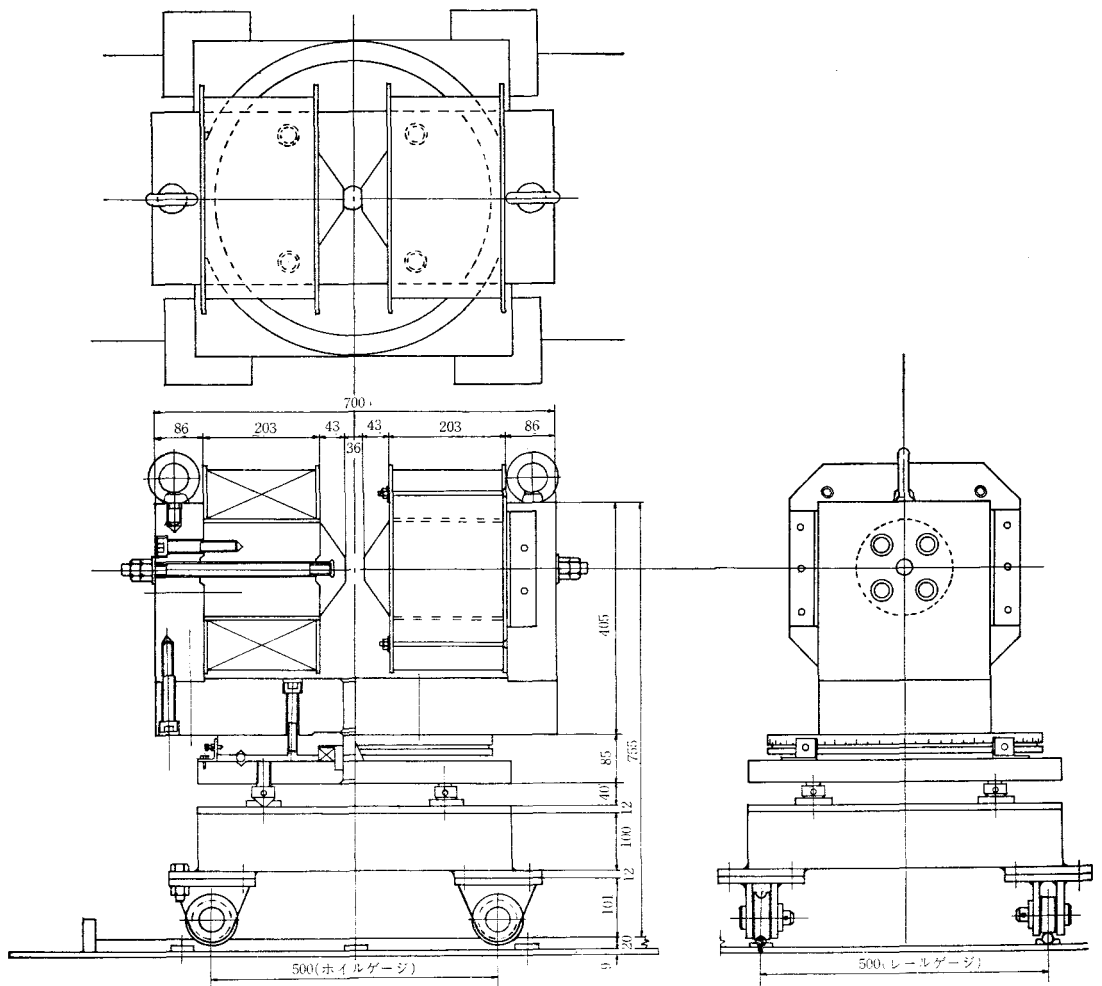
で表わされる。ここに N は総巻数, I は電流の強さ, H_c は保磁力, μ_0 は真空の透磁率を示す。³⁾しかし, 磁気回路を理論通り製作することは不可能であって, 設計に当っては漏洩磁界の大きさを十分に考慮せねばならない。

また, 試料の温度をどの程度まで変化させるかによって磁極間の間隙が決まり, これによって同じ電磁石でも最大磁場の大きさが左右される。それ故, 磁極片を交換することによって各種実験に適した磁場の状態を作ることとした。例えば, 磁気天秤に使用する場合の磁極片は次の通りである。この場合, 試料の温度変化は $77\text{K} \sim 1,000\text{K}$ の範囲とし, 磁気天秤の保護管の外径が 20mm であるので, デュワー瓶または電気炉を挿入するのに空気間隙は最少限 36mm は必要となる。そして, 磁場勾配中での垂直方向の力が最大となるよう磁極片の角(第1図) $\theta \approx 55^\circ$ に設計した⁴⁾。

以上の点を考慮して設計した電磁石は第2図に示す通りである。この計画に当って留意した点を以下



第1図 電 磁 石



第 2 図

に述べる。(1)コイル枠は8mmの黄銅から成り，その上にシリコン絶縁紙を貼り，2×5mmの矩形ホルマル銅線を密着して，中間絶縁紙を入れず直接積み重ねて巻いた。(2)主要磁気回路は残留磁場を小さくするため，0.05%カーボン量の純鉄材を使用した。(3)磁極片をボルト1本で簡単に交換出来るようにした。(4)トルク磁力計や磁化，磁化率の異方性エネルギー測定用に電磁石の回転機構を設けているが，安定でしかも偏心せずに回転するよう溝に置いた63個のボールベアリングとラジアル玉軸受を組合せた。(5)試料の交換，デュワー瓶と電気炉との交換等に電磁石を平行移動でき，また移動させた後の位置の再現性は±0.1mmに収まるようにした。(写真1)

(2) 電 源

本電磁石のコイルに流す電流密度は冷却器を持たないので，最大2.5A/mm²とした。2個のコイル直列の直流抵抗は約4Ωであるから最大出力は100V，25Aとなり，電流の安定度が全体の測定精度に直接響くから，電流安定度 $\Delta I/I$ を 1×10^{-4} 以内に抑えた。

第3，4図がそのブロックダイアグラムと配線図である。入力電源は三相全波整流を行い，平滑は大型コンデンサー1個で行っている。制御トランジスター9個は放熱板に取付

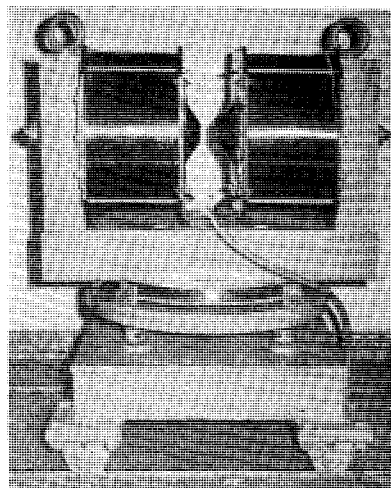
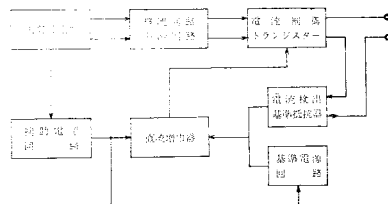
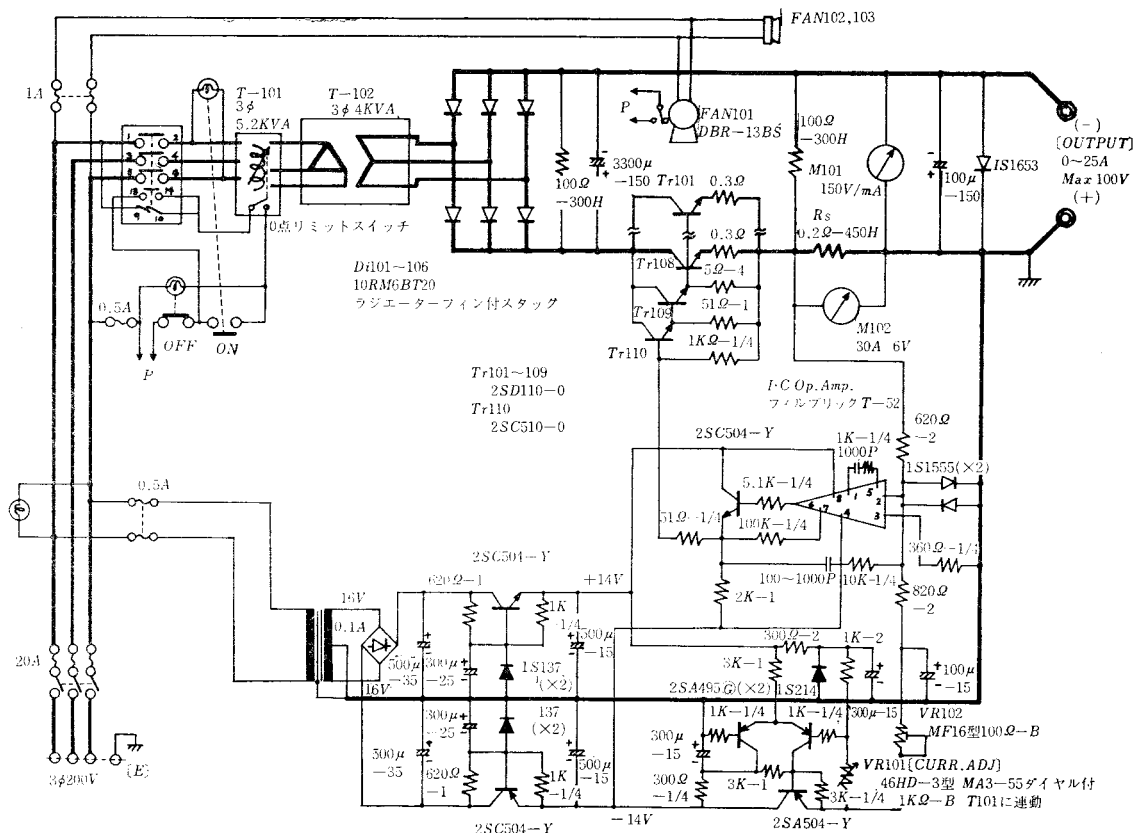


写真1 電 磁 石



第3図 定電流電源ブロックダイアグラム



け、シロッコファン (3,000ℓ/min.) で強制空冷した。(写真2) また、基準抵抗器 R_s は 0.2Ω 、450 W の大型ホーロー抵抗を使用した。入力電圧の調整はスライダック T-101 で行い、その入力電源と出力電源とを連動させて、トランジスタの制御損失を小さくさせる連動制御方式を採用した。制御トランジスタ以外に基準抵抗と装置全体の冷却用に薄型モーターファン2台備えている。製作に当たつぎの点に注意した。(1) 制御トランジスタのコレクターは等電位であるので個々に絶縁せず、直接放熱板へ取付け全体をケースから絶縁した。(2) ヘリカルオーム VR-101 が3回転した時、スライダックの電圧が200Vになるようにその回転比は4.5とし、スプロケットホイールとチェーンを使い電磁誘導の点で両者を離して取付け、回転はヘリカルオームに直結したダイヤルで操作した。(3) 帰還増幅系回路はまとめてシールドケースに入れ、主電源回路から遠ざけた。

この電源の性能は次の通りである。

1. 出力容量 Max 3kW 連続
2. 出力電流 0~25 (30) A 連続可変
3. 同上安定度 $<1 \times 10^{-4}$
4. 同上リップル $<1\text{mA p.p.}$
5. 出力電圧 Max. 100V
6. 最適負荷 4Ω
7. 保護回路 (1) サーマルスイッチによる制御トランジスタの保護
 (2) ファン101のフロースイッチによる保護
8. 入力電源 3φ 200V, 50 or 60 Hz

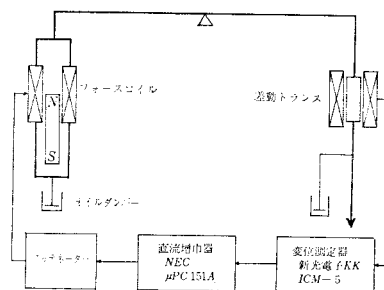
(3) 磁気天秤

磁化率 χ_m を測定する方法として、質量 m の試料は不均一な磁場 H 中で

$$F = m\chi_m H \frac{\partial H}{\partial Z} \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる力を受けることを用いて間接的に求める Faraday 法が一般に行われている。ここで、 Z は磁場に垂直な座標である。この内、水平方向の力を求める磁気ねじり天秤と鉛直方向の力を求め

る磁気天秤があるが機械的に堅牢である上、広範囲の磁性体の磁化率測定に適している磁気天秤を試作した。その磁気天秤と検出回路を写真3、第5図に示す。これは化学天秤 (秤



第5図 磁気天秤検出回路

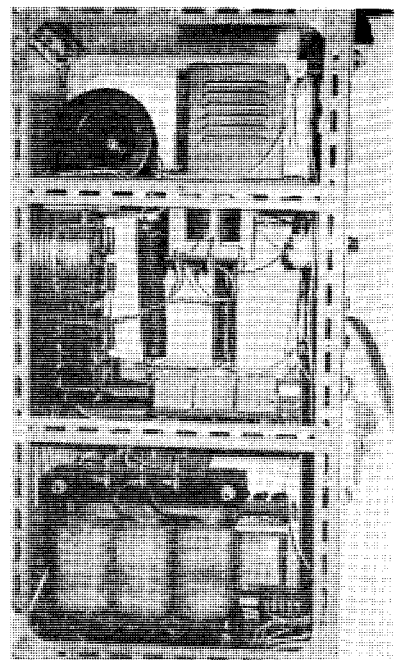


写真2 電源

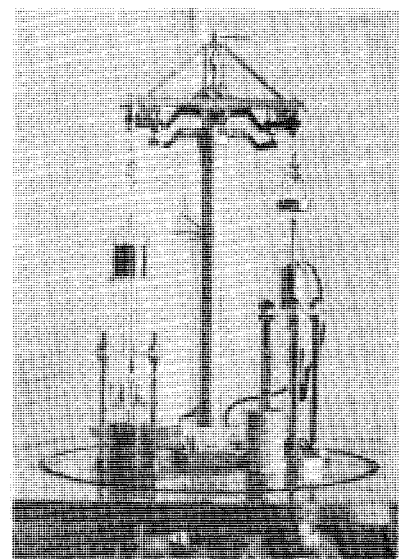


写真3

量200gr，実感量0.1mgr）を改良したもので，天秤の片腕に取付けた差動トランスにより変位を検出し，さらに直流増幅した出力を他方のフォースコイルにフィードバックさせ平衡を取る。この時，コイルに流れる電流を測定する。このようにして力を電気的な量に換算して測定する。なお，強制振動を防ぐため，両腕にはオイルダンパーを置いており，またフォースコイルには零点移動が調整出来るように主コイル 10^4 回の外にさらに 10^3 回巻いた補助コイルがある。

磁場中に吊した試料の温度を77K～1,000Kの間で変化させるため，低温において試料への霜の付着や高温においての試料の酸化を防ぐため中心部はガラスベルジャーの中で，試料は石英保護管の中で高真空に保たれている。この真空度は 1×10^{-4} mmHgで任意の圧力のアルゴンガスを注入出来る。真空内の天秤を外部からクランプする方法は第6図に示すようにO-リングとベアリングを組み合わせて行った。

試料の温度を測定するのに77K～1,000Kの温度範囲をわずかの強磁性金属の析出なしに1本で測れる非磁性熱電対は現在の所なく，また低温，高温用2本の熱電対を用意して測定のたびに交換する方法は繁雑なので，アルメルクロメル熱電対1本のみ使用することにした。この際，熱電対は運動系に取付けず試料に出来るだけ近づけて测温した。この方法は試料に対する熱電対の温度の追従性は良くないが，緩かに温度変化させることにより実際上は両者の温度差は問題とならなかった。（写真4）

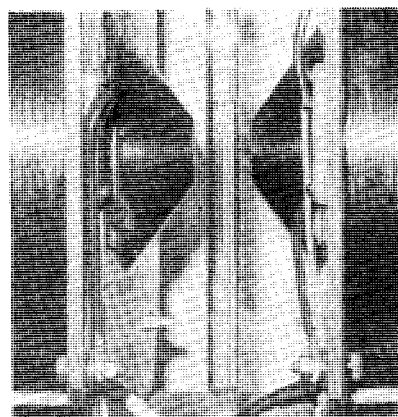
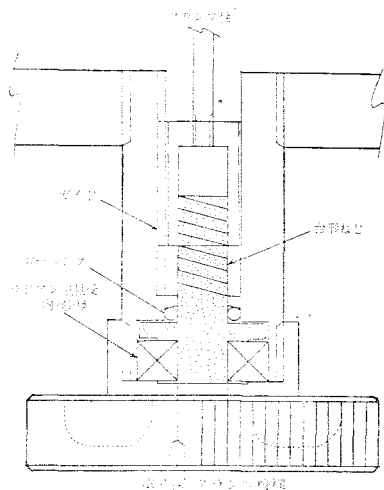
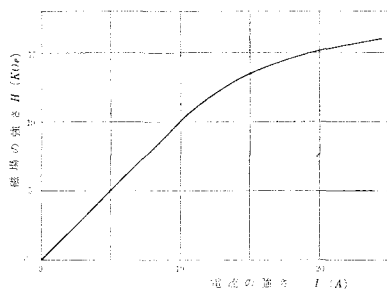


写真4 磁場中の試料

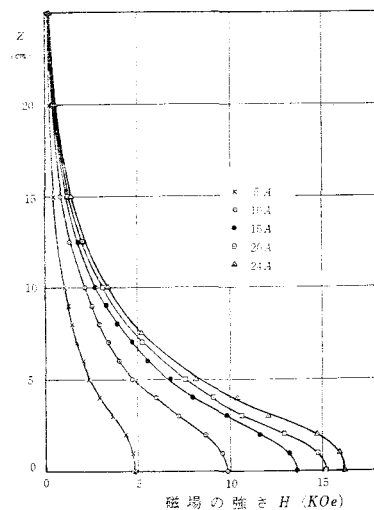
§ 3 試験結果

磁化率測定用の磁極片（間隙36mm，先端直径41mm）を使用して本電磁石の電流—磁場特性を示したのが第7図である。15A程度まではほぼ直線的に磁場も強まっているが，それ以上の電流では飽和に近づき，24Aで16,000Oeの磁場が得られた。

第8図に磁極の中心付近での磁場の強度分布を示しており，Zは磁極片の中心からの鉛直距離を表わす。磁場勾配 $\partial H / \partial Z$ の最大の位置は



第7図 電流—磁場特性曲線



第8図 中心磁場の強度分布曲線

磁界の強さによりわずかながら磁極片の中心へ移行している。§2の(2)式で示したように Faraday 法では試料に働く力は $H \cdot \frac{\partial H}{\partial Z}$ に比例するから、実験的に $H \cdot \frac{\partial H}{\partial Z}$ の最大の位置を見出すため、モーク塩 ($\text{FeSO}_4(\text{NH}_4)_2 \text{SO}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$) を使って測定したのが第9図である。 $H \cdot \frac{\partial H}{\partial Z}$ の最大の位置は磁場の強さに無関係に $Z=27\text{mm}$ であることが判った。なお、この電磁石には前述のように冷却器を取付けていないので長時間10A以上の電流を流して連続運転出来ないが、実際の実験では実験に必要時のみ電流を流すので測定に支障はない。

第10図は電源の電流安定度 $\Delta I/I$ を10Aと20Aの場合において試験したもので、それは図から判るように 10^{-4} 以下である。

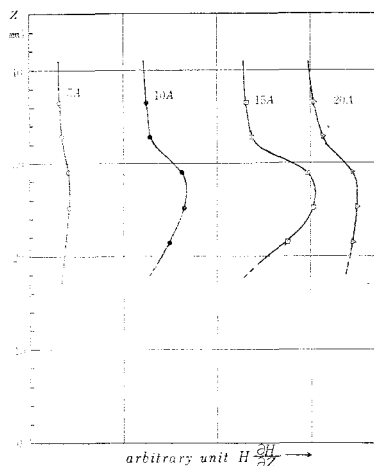
磁気天秤に加えた荷重と電流の強さとの関係を示したものが第11(a)図であるが、荷重3grまでは荷重と電流は非常によく比例している。なお、第11図(b)図は1gr以下を詳細に示したものである。

また、第12図はこの天秤を自動的に記録したときの応答速度を示すもので完全に平衡状態に達するには約10秒を要する。

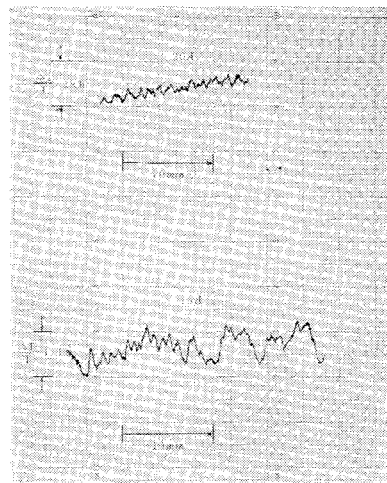
第13図は天秤系が真空状態から空気を注入した場合の差動トランスの温度変化による零点のドリフトを示すものである。この図から判るようにドリフトは空気注入30分後では、

0.012dyn/min, 60分後で0.007dyn/min

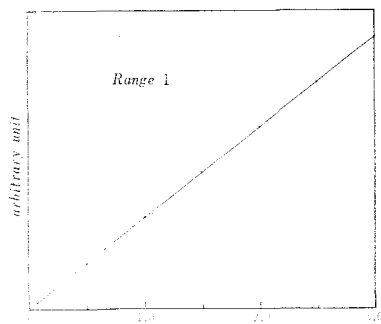
である。精密測定を行う場合にはこのことを考慮する必要がある。



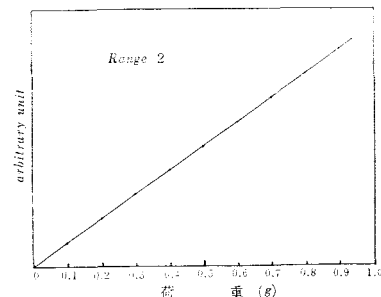
第9図 $Z-H \cdot \frac{\partial H}{\partial Z}$ 曲線



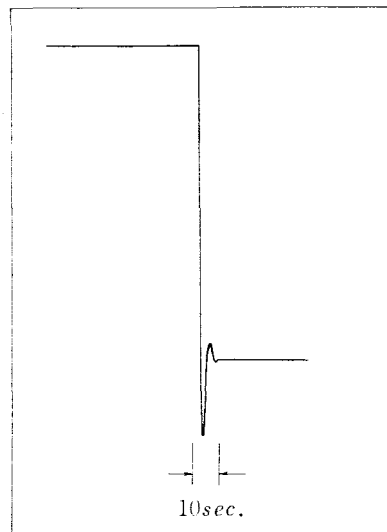
第10図 電流安定度



第11(a)図



第11(b)図 磁気天秤のリアリティー



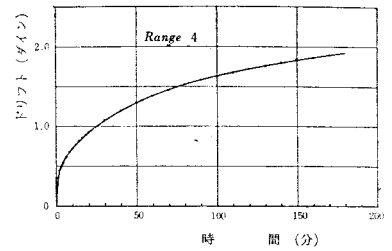
第12図 応答速度

§ 4 結 言

我々は基礎的磁気測定が可能な簡略化した電磁石を製作した。この電磁石は36mmの空気間隙に安定度 10^{-4} 以内で16,000 Oe の磁場を得ることができた。その時の $H \cdot \partial H / \partial Z$ の最大の位置は磁極片の中心から27mmである。また、磁気天秤は1~3,000dyn の力を1%の精度で自動的に測定でき、その応答速度は10秒である。それ故、測定開始30分後であれば、1回の測定に要する時間は30秒以内であるから、差動トランスの温度変化による零点のドリフトは無視出来る。試料の温度は77Kから1,000Kまで変化させることが可能である。

高専の校内で実験的研究を進めるには研究費が少ない、室が狭い等多くの困難があるが、我々はこれらの装置を使用して、また若干の器具を追加して今後、磁性分野での研究を進めていくつもりである。

最後に、この電磁石の設計に当って広島大学理学部辰本研究室の方々のご指導を仰ぎ、また電源の設計は理化学研究所西克夫氏のご指導を頂き、電磁石等の製作では本校機械工学科実習工場の方々のご協力を頂きましたことを付記し、ここにご指導、ご協力下さった各位に深く感謝の意を表します。



第13図 空気注入後のドリフト試験

文 献

- 1) 熊谷 寛夫：日本物理学会誌 11 (1956) 81
- 2) 長崎誠三編：金属物理実験室，アグネ (1964) 271
- 3) 熊谷 寛夫：日本物理学会誌 14 (1959) 162
- 4) 近角聡信編：磁気，共立出版 (1968) 55

(昭和48年1月8日受付)

ディーゼル機関の燃費特性について (第3報)

(機械工学科) 久保田

勲

On the Fuel Consumption Characteristics of Diesel Engine (No. 3)

Isao KUBOTA

In our MEMOIRS we already reported twice on the fuel consumption characteristics of a diesel engine. Now for the third time we discuss the points proved through the subsequent experiments, when necessary connecting them with the past reports.

§ 1 緒 言

ディーゼル機関の燃費特性については、すでに2回の誌上報告をおこなったが⁽¹⁾、引きつづきその後の実験によって明らかになった点を、適宜既報告と関連づけながら論じてみたい。

§ 2 実燃費と正味出力との関係

実験機関(ヤンマー1 LEL)を用いて実際の燃費 G_f を実測し、各回転数に対して、正味馬力 N_e との関係を直角座標に表わすと図1を得る。すなわち実燃費 G_f は、正味馬力 N_e と共に、初めの中は一定の正比例関係をもって直線的に増加してゆくが、ある出力 N_{eB} (仮に境界出力と呼ぶことにする)に達すると直線関係は崩れ、以後はある曲線にしたがって急増しはじめる。 N_{eB} は回転数によって異なり、かつそれ以後の G_f の増加の度合も回転数に支配されるようである。

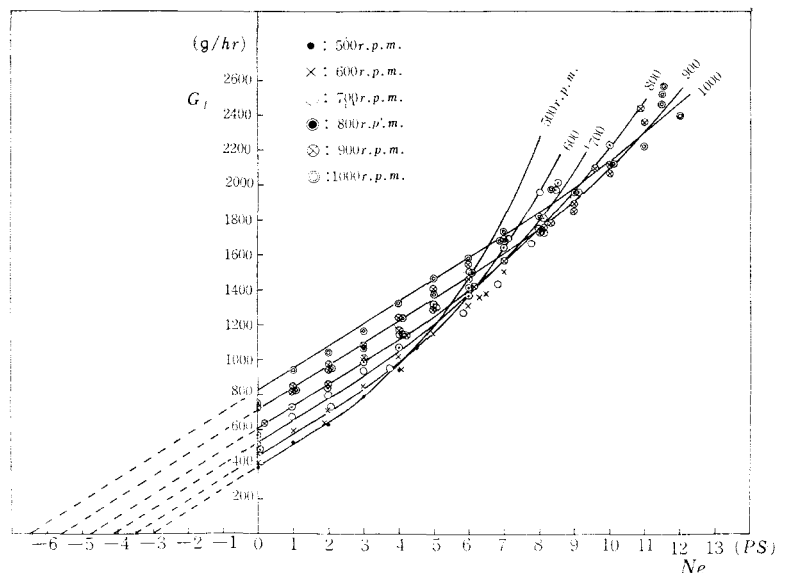


図 1

直線部を延長して出力座標との交点をもとめると、図1の点線に示すように、各回転数における無負荷馬力 N_{e0} が得られることは、Willansの方法として知られているとおりである。

図1で無負荷馬力 N_{e0} をもとめたのち、実燃費 G_f と図示馬力 N_e との関係をプロットすると、図2

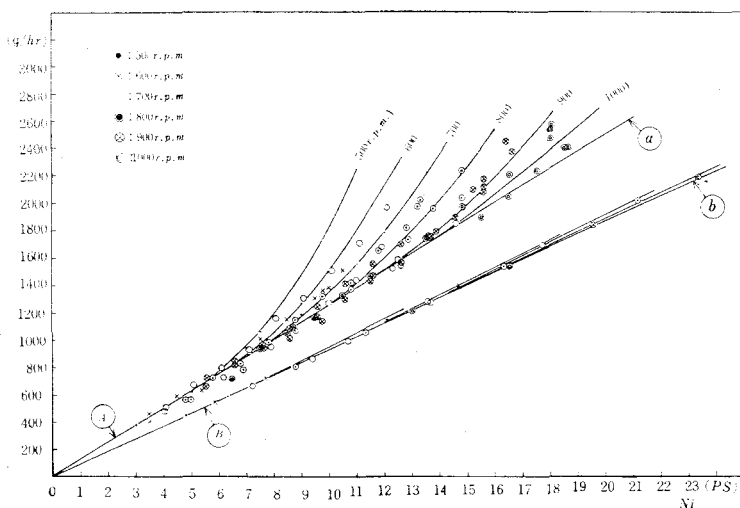


図 2

の④曲線群が得られる。

§ 3 理論燃費と図示出力との関係

すでに述べたように⁽²⁾, ディーゼル機関が, 図3に示すような理想サバテサイクルをえがくものとすれば, 図示出力 $N_i(PS)$ と理論燃費 $G_{fth}(g/hr)$ は次式で表わされる:

$$N_i = \frac{\eta_v \cdot p_1 \cdot V_S \cdot \varepsilon \cdot n}{(\gamma - 1)(\varepsilon - 1) \cdot 9000} (\rho \cdot \varepsilon^{\gamma-1} \cdot \gamma \cdot u - \rho u^{\gamma} - \varepsilon^{\gamma-1} \cdot \rho \cdot \gamma + \rho \cdot \varepsilon^{\gamma-1} - \varepsilon^{\gamma-1} + 1) \dots (1)$$

$$G_{fth} = \frac{30 \cdot A \cdot \eta_v \cdot p_1 \cdot V_S \cdot \varepsilon^{\gamma} \cdot n}{(\gamma - 1)(\varepsilon - 1) \cdot H} (\gamma \cdot \rho \cdot u + \rho - \gamma \cdot \rho - 1) \dots (2)$$

ただし η_v : 容積効率

p_1 : 圧縮始めの圧力 (kg/m^2)

V_S : 行程容積 (m^3)

ε : 圧縮比

n : 回転数 (r.p.m.)

γ : 空気の比熱比

H : 燃料の発熱量 ($kcal/kg$)

ρ : 圧力比 $\equiv p_3/p_2$

u : 締切比

A : 仕事の熱当量 ($kcal/kg \cdot m$)

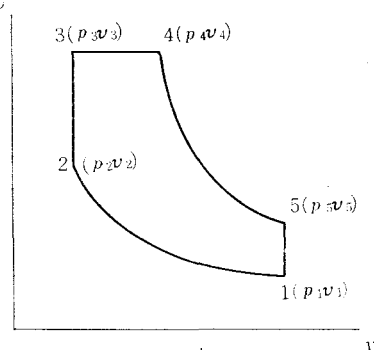


図 3

$u=1$ のばあい, すなわち低負荷で等容燃焼をおこなっているときは, (1)(2)式に $u=1$ を代入して次式を得る:

$$N_i = \frac{\eta_v \cdot p_1 \cdot V_S \cdot \varepsilon \cdot n}{9000 \cdot (\gamma - 1)(\varepsilon - 1)} (\varepsilon^{\gamma-1} - 1)(\rho - 1) \dots (3)$$

$$G_{fth} = \frac{30 \cdot A \cdot \eta_v \cdot p_1 \cdot V_S \cdot n \cdot \varepsilon^{\gamma}}{(\gamma - 1)(\varepsilon - 1) \cdot H} (\rho - 1) \dots (4)$$

したがって両者の微係数を k_{41} とすれば,

$$k_{41} = \frac{dG_{fth}}{dN_i} = \frac{dG_{fth}/d\rho}{dN_i/d\rho} = \frac{27 \times 10^4 \cdot A \cdot \varepsilon^{\gamma-1}}{H \cdot (\varepsilon^{\gamma-1} - 1)} = \text{const.} \quad (5)$$

すなわち、 G_{fth} と N_i とは直線関係にあり、その傾斜は専ら圧縮比 ε によって決定され、また次式の関係より、圧縮比が高くなるほど傾斜は緩くなる。すなわち、熱効率は向上することがわかる。

$$\frac{dk_{41}}{d\varepsilon} = -\frac{27 \times 10^4 \cdot A}{H} \cdot \frac{(\gamma-1)\varepsilon^{2(\gamma-1)}}{(\varepsilon^{\gamma-1}-1)^2 \cdot \varepsilon^{\gamma}} \quad (6)$$

$u > 1$ のばあい、すなわち高負荷で等圧燃焼が始まったときは、(1) (2) 式より

$$k_{42} = \frac{\partial G_{fth}/\partial u}{\partial N_i/\partial u} = \frac{27 \times 10^4 \cdot A \cdot \varepsilon^{\gamma-1}}{H \cdot (\varepsilon^{\gamma-1} - u^{\gamma-1})} \quad (7)$$

すなわち、 k_{42} は u と共に増加し、 G_{fth} の増加の割合は N_i と共に大きくなってゆくことがわかる。 $u=1$ では(7)式は(5)式に一致する。

したがって(5)(7)両式より、 G_{fth} と N_i の関係は、図4に示すように、 k_{41} の傾斜を持つ直線と、 k_{42} の傾斜を持つ曲線から構成されることがわかる。燃焼現象的に言えば、 N_i は先づ $(\rho-1)$ と共に定容変化で直線的に増加してゆき、 $\rho=\rho_{max}$ の最高値に相等する出力 $N_{iB'}$ に達してからは、 u と共に定圧変化で曲線的に増加する。 G_{fth} は定容および定圧変化の両過程共に、 ρ および u の各々に対して直線的に変化し、結局 G_{fth} と N_i との関係は図4に示されるような特性をえがくことになる。

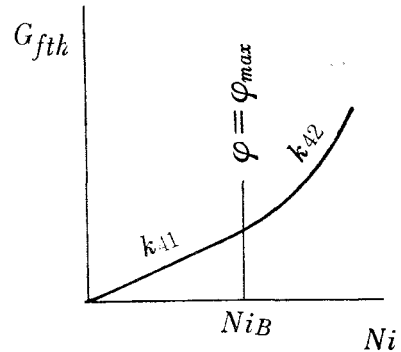


図 4

§ 4 高出力域における実燃費と図示出力との関係

図2でわかるように、境界出力以上では、 G_f と N_i とは曲線関係を示すが、この曲線の性質について更に検討してみよう。

いま図2の実燃費特性曲線を、縦軸に $\ln G_f$ 、横軸に N_i をとって片対数座標上に書きなおしてみると、図5が得られ、図2の直線③は曲線④の形で表わされることになる。

更に前記境界出力 N_{eB} (あるいは N_{iB}) 以上の出力では、燃費 G_f は、各回転毎に一つの直線上に乗ることがわかる。これらの直線はすべて曲線④に接ししかもその接点が境界出力点となっているわけであるが、いま、これらの直線が $N_i=0$ の縦座標軸と交わる点を G_{f0} (これを仮空燃費と呼ぶことにしよう) とすれば、直線は次式で表わされる：

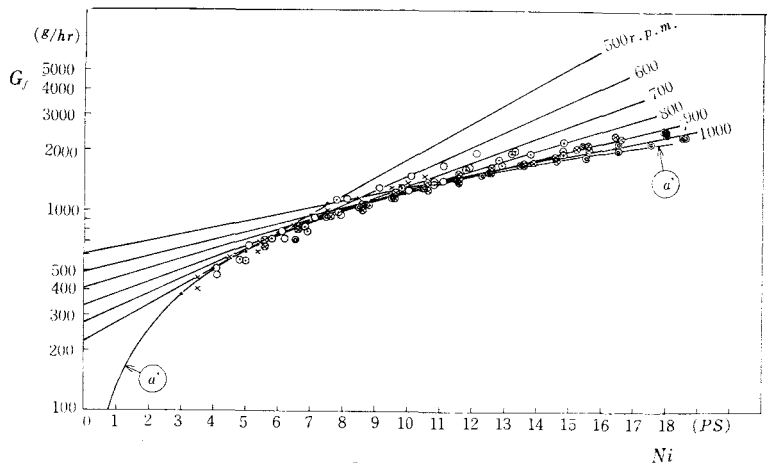


図 5

$$G_f = G_{f0} e^{k_1 N_i} \quad (8)$$

ただし k_1 は片対数座標におけるこれら直線の微係数である。

一方図5の③曲線, すなわち図2の③直線は, 微係数を k_4' とすれば, 次式で表わされる:

$$G_f = k_4' \cdot N_{iB} \dots \dots \dots (9)$$

接点の出力 N_{iB} をもとめてみると, (8)(9)を微分して等しいと置けば

$$\frac{dG_f}{dN_{iB}} = k_1 G_{f0} e^{k_1 N_{iB}} = k_4'$$

また, (8)=(9)より

$$G_{f0} e^{k_1 N_{iB}} = k_4' \cdot N_{iB}$$

$$\therefore N_{iB} = \frac{1}{k_1} \dots \dots \dots (10)$$

$$G_{f0} = \frac{k_4'}{k_1 \cdot e} \dots \dots \dots (11)$$

さて, 図5において曲線③に接線を引こうとすると, 実測値に可成りのバラツキがあるのと, 高出力における曲線③の傾斜がゆるやかなため, 適確な接線を引き得ないが, 大体の見当で接線を引き, 接点と思われる点の境界馬力 N_{iB} ならびに直線の傾斜 k_1 を図からもとめると, 表1を得る。相隣る回転数に対する境界出力の比 r を調べると, 表1に示すように $r=1.22=\text{const.}$ と見てよい。したがって

表1

回 転 数		k_1	境 界 出 力		$r = \frac{(N_{iB})_{i+1}}{(N_{iB})_i}$
記号	r.p.m.		$N_{iB}=1/k_1(PS)$	記 号	
n_0	500	0.207	4.83	$(N_{iB})_0$	
n_1	600	0.158	6.33	$(N_{iB})_1$	1.31
n_2	700	0.129	7.75	$(N_{iB})_2$	1.22
n_3	800	0.108	9.26	$(N_{iB})_3$	1.20
n_4	900	0.092	10.87	$(N_{iB})_4$	1.17
n_5	1000	0.077	12.99	$(N_{iB})_5$	1.20

(平均: 1.22)

表2

r.p.m.	N_{iB}	k_1	G_{f0}
500	4.83	0.207	0.222
600	5.89	0.170	0.271
700	7.19	0.139	0.331
800	8.77	0.114	0.403
900	10.70	0.094	0.492
1000	13.05	0.077	0.600

[$r=1.22$ のばあい]

$r=1.22$ とし, 500r.p.m.における境界出力 $(N_{iB})_0$ の値を基準として N_{iB} および k_1 を逆算し, また図2から $k_4' = 0.125 \left(\frac{g}{hr \cdot N_i} \right)$ が求められるので, これを(11)式に代入して, G_{f0} を求めると, 表2を得る。これを用いて接線を決定すると図5のようになり, 実測値はよくこの接線上に乗ることがわかる。図2の特性曲線も, これにもとづいて画いたものである。

§ 5 境界出力と回転数との関係

ここで境界出力 N_{iB} と回転数 n との関係を検討してみよう。

表1および表2で説明したように,

$$(N_{iB})_i = (N_{iB})_0 \gamma^i \dots \dots \dots (12)$$

$i = \frac{n_i - n_0}{100} = n_{di}$ とすると, n_{di} は回転数の変化量にほかならず, 境界出力と回転数との関係は

$$(N_{iB})_i = (N_{iB})_0 \cdot \gamma^{n_{di}} \dots \dots \dots (13)$$

で表わされることとなる。

また

$$k_1 = \frac{1}{(N_{iB})_0 \cdot \gamma^{n_{di}}} \dots \dots \dots (14)$$

$$\therefore \frac{dk_1}{dn} = -\frac{n_{di}}{(N_{iB})_0 \cdot \mathcal{F}^{n_{di}+1}}$$

すなわち、 k_1 は(14)式の特性にしたがって、回転の増加量と共に減少してゆく。

§ 6 最少燃費率について

(8)式より燃料消費率 b_e は、

$$b_e = \frac{G_{f0} \mathcal{C}^{k_1 N_i}}{N_e} = \frac{G_{f0} \cdot \mathcal{C}^{k_1 N_{eo}}}{N_e} \cdot \mathcal{C}^{k_1 N_e} \quad \dots\dots\dots (15)$$

したがって最小燃費率を示す正味馬力 N_{emin} は、

$$\frac{db_e}{dN_e} = G_{f0} \cdot \mathcal{C}^{k_1 N_{eo}} \cdot \frac{\mathcal{C}^{k_1 N_e} (k_1 \cdot N_e - 1)}{N_e^2} = 0 \text{ より}$$

$$N_{emin} = \frac{1}{k_1} = |N_{iB}| = |N_{eo} + N_{eB}| \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\therefore b_{emin} = \mathcal{C} \cdot k_1 \cdot G_{f0} \cdot \mathcal{C}^{k_1 N_{eo}} = k_4' \cdot \mathcal{C}^{k_1 N_{eo}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

すなわち、燃料消費率最小の点は、各回転に対して正味境界出力点 N_{eB} より無負荷馬力 N_{eo} だけずれた点となる。第2報^⑨で、最小燃費率曲線が、図5の④曲線となることを誘導したが、これは仮空燃費 G_{f0} が、無負荷時の実燃費と一致すると仮定したばあい限り成立する。

§ 7 理論燃費曲線との関係

実験に用いたヤンマー 1LEL 機関では

行程容積 $V_s = 19.22 \times 10^{-4} (m^3)$	圧縮比 $\varepsilon = 17.3$
さらに 発熱量 $H = 10^4 (kcal/kg)$	圧縮始めの圧力 $p_1 = 10^4 (kg/m^2)$
比熱比 $\gamma = 1.4$	容積効率 $\eta_v = 1$

とし、等容燃焼から等圧燃焼に移る境の出力を N_{iB}' とすれば、(3)、(4)式より

$$N_{iB}' = 12.06 \times 10^{-3} \cdot n \cdot (\rho_{max} - 1) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$G_{fth}' = 11.21 \times 10^{-4} \cdot n \cdot (\rho_{max} - 1) \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\therefore \rho_{max} = \frac{10^3 \cdot N_{iB}'}{12.06 \cdot n} + 1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

既に述べた境界出力 N_{iB} とこの N_{iB}' とは、後述するように全く無関係なものであるが、仮に $N_{iB} = N_{iB}'$ とし、(20)式に表2の N_{iB} および回転数 n の値を代入して ρ_{max} をもとめると、表3を得る。

表3

n	500	600	700	800	900	1000
N_{iB}'	4.83	5.89	7.19	8.77	10.70	13.05
ρ_{max}	1.800	1.814	1.852	1.909	1.986	2.080

(1)(2)式の ρ にこの ρ_{max} 値を代入し、かつ u に種々の値を与えて N_i および G_{fth} を計算してグラフに画いたものが図2の④曲線であるが、実用範囲内では

$$dG_{fth}/dN_i = k_4 \doteq \text{const.} \quad \dots\dots\dots (21)$$

すなわち直線と見做してよい。

④⑤両曲線を比較すれば、実燃費と理論燃費との関係がよくわかる。

すなわち、低負荷領域では、任意の N_i 馬力に相当する燃料 $(G_{fth})_{Ni}$ を完全燃焼させるためには、常にこの一定倍の燃料

$$(G_f)_{Ni} = \frac{k_4'}{k_4} \cdot (G_{fth})_{Ni} \quad \dots\dots\dots(22)$$

あるいは、サイクル毎の噴射量を $(G_f)_{Ni}$ で表わせば

$$(G_f)_{Ni} = \frac{k_4'}{k_4} (G_{fth})_{Ni} \quad \dots\dots\dots(23)$$

を供給しなければならないことがわかる。つまり、低負荷領域では

$$\text{燃焼率 } \eta_B = \frac{(G_{fth})_{Ni}}{(G_f)_{Ni}} = \frac{k_4}{k_4'} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots(24)$$

の状態で燃焼がつづくわけである。

一方 $(G_f)_{Ni}$ の燃料を供給して、そのうちの $(G_{fth})_{Ni}$ だけ完全燃焼させるためには、噴霧の性質が同一である限り、 $(G_f)_{Ni}$ の一定倍の空気

$$(G_a)_{Ni} = \mu_s (G_f)_{Ni} \quad \dots\dots\dots(25)$$

を要すると考えて無理はないであろう。言い換えれば、一定の性質の噴霧に対しては、一定の空燃費 μ_s を与える空気量が必要だということである。機関のサイクル当りの吸入空気量を G_a とし、 $\eta_v=1$ として $G_a = \text{const.}$ とすると、低負荷の間は、この G_a の中から前記 $(G_a)_{Ni}$ を消費しながら馬力を発生してゆくが、

$$(G_a)_{NiB} = G_a \quad \dots\dots\dots(26)$$

という限度に達すれば空気量不足となり、(24)の関係は崩れて η_B が低下し、規定の $(G_{fth})_{Ni}$ を燃焼させるためには余分の燃料の供給が必要となり、したがって実燃費は急増しはじめると考えられる。境界出力点は、この点に外ならない。

§ 8 境界出力における実燃費

以上の解釈が正しいものとする、境界出力における実燃費は

$$(G_f)_{NiB} = \frac{G_a}{\mu_s} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots(27)$$

となり、回転数と関係なく一定となる筈である。

(9)式より、境界出力におけるサイクル当りの実燃費は、回転数を n r.p.m. とすると、4 サイクル機関では

$$n(G_f)_{NiB} = \frac{k_4' \cdot n N_{iB}}{30 \cdot n} \quad \dots\dots\dots(28)$$

前述のごとく $n(G_f)_{NiB}$ は const. なる故、 n_0 r.p.m. を基準にすると、任意の n r.p.m. における境界出力 $n N_{iB}$ は

$$n N_{iB} = \frac{n}{n_0} \cdot n_0 N_{iB} \quad \dots\dots\dots(29)$$

したがって各回転数における境界出力の値は、 $n_0 = 500$ r. p. m. とすると、表5のように計算される。表中の実測値は表2の N_{iB} の数値である。

これによれば、実測値は計算値と一致せず、回転数の増加と共に計算値よりは大きくなっている。これは回転数の増加につれて、噴霧が細くなり、また吸気の乱れが烈しくなるため、(25)式の μ_s が減少してゆき、(27)式よりわかるように、境界出力における実燃費が増え、したがって境界出力も増加

表5

回転数(n)	$n N_{iB}$ (PS)	
(r.p.m.)	計算値	実測値
500	4.83	4.83
600	5.80	5.89
700	6.76	7.19
800	7.73	8.77
900	8.69	10.70
1000	9.66	13.05

してゆくと考えれば説明がつく。

§ 9 空燃比について

吸入空気量を G_a (kg/hr), 回転数を n (r.p.m.), 空気の比重量を γ_a (kg/m³), 容積効率を η_v , 行程容積を V_s (m³) とすれば,

$$G_a = 30 \cdot \eta_v \cdot V_s \cdot \gamma_a \cdot n$$

簡単のため $\eta_v = 1$ とすれば,

$$G_a = 30 \cdot V_s \cdot \gamma_a \cdot n$$

したがって(9), (8)式を用いて

$$\text{空燃比 } \mu = \frac{30 \cdot V_s \cdot \gamma_a \cdot n}{k_4' \cdot N_i} \dots \dots \dots (30)$$

$$\mu = \frac{30 \cdot V_s \cdot \gamma_a \cdot n}{G_{fo} \mathcal{C}^{k_1 N_i}} \dots \dots \dots (31)$$

すなわち空燃比は境界出力までは(30)式で, それ以後は(31)式で表わされる。また(30)式で $N_i = N_{iB}$ と置いたときの μ が, 前記 μ_s に外ならない。すなわち

$$\mu_s = \frac{30 \cdot V_s \cdot \gamma_a \cdot n}{k_4' \cdot N_{iB}} = \frac{30 \cdot V_s \cdot \gamma_a}{k_4'} \cdot n \cdot k_1 \dots \dots \dots (32)$$

試みに各回転における境界出力における境界出力および無負荷出力時の空燃比 μ_s および μ_0 を, 表2および図1の数値を用いて(30)式で計算すると, 表4を得る。500r.p.m.における μ_0 の値だけが傾向として異常であるが, これは図1から N_{eo} (無負荷馬力) を求めたときの誤差のためであろう。前節で推定したように, 回転数の増加と共に μ_s が減少してゆく状況がよくわかる。またこのことは(32)式で, k_1 の値が, n の増加と共に減少することを意味する。 k_1 の性質については既に詳述したとおりである⁽⁴⁾。

表 4

n (r.p.m.)	μ_s	μ_0
500	61.59	99.17
600	60.61	102.00
700	57.93	101.00
800	54.28	99.16
900	50.05	95.63
1000	45.59	91.54

§ 10 結 言

以上の考察から, ディーゼル機関の燃費特性の実態が多少とも明らかになったと考えられる。すなわち

① ディーゼル機関の燃焼は, 低負荷領域では一定の燃焼効率のもとに行われ, 実燃費量は出力と共に直線的に増加するが, 高負荷領域になると指数曲線的に急増しはじめる。

② この急増しはじめる点, すなわち境界出力は, 機関サイクル当りの吸入空気量によって決まる。かつ回転数の変化量と共に, 等比級数的に変化するが, これは空気の乱れならびに噴霧の性質が変るためと推定される。

③ 理論燃費量と図示出力との関係は, 実用範囲内では直線として扱ってよい。

④ 最小の燃費率を示す出力は, 常に正味境界出力と無負荷出力との和に等しい。

⑤ 空燃比の燃費特性におよぼす影響が, ほぼ明かになった。

なお以上のうち推定の項目は, 引きつづき実験によって裏づける計画である。

参 考 文 献

(1) 久保田：① ディーゼル機関燃費特性についての考察, 呉高専研究報告, 第5巻第2号

② ディーゼル機関の燃費特性について, " ", 第7巻第2号

(2) 久保田：(1)―①

(3) 久保田：(1)―②

(4) 久保田：(1)―①

(昭和48年1月8日受付)

往復サイクロイダルカムの滑り率の研究 (第1報)

(機械工学科) 糸 島 寛 典・野 原 稔

Studies on the Specific Sliding of the Cycloidal Cam with the Reciprocating Follower (Report 1)

Hironori ITOSHIMA and Minoru NOHARA

The cycloidal motion displacement curve is so called because it can be generated from a cycloid which is the locus of a point of a circle rolling on a straight line.

The cam with cycloidal curve is often used as a basis for designing of the cams for high-speed machinery, because it results in low noise, vibration and wear.

The profile of the cycloidal cam with an offset reciprocating circular arc follower can be expressed in xy coordinates, and thereby is obtained the minimum radius of curvature on this cam profile. In this report we examine the maximum pressure angle and the specific sliding of this cam.

§ 1 結 言

前報において、等加速度カム¹⁾、等2次加速度カム²⁾、単弦カム³⁾に対する往復円弧従動節の滑り率について調べたが、本報においては、サイクロイダルカム(ベステホルン正弦曲線カム)に往復円弧従動節を採用した場合の輪郭を解析し、これを直角座標で表示するとともに、その曲率半径並びにカムと従動節の滑り率を求め、押進め角、基礎円半径、かたより量および滑り率を考慮したカムの設計を行う。

§ 2 記 号

θ : カム回転角	R_0 : 基礎円の半径
θ_0 : 行き行程のカムの回転角	e : かたより量
θ_r : 戻り行程のカムの回転角	r : 従動節の円弧半径
θ_d : 頂点の停止期間中のカムの回転角	H : 従動節のリフト
ρ_M : ナイフエッジ従動節におけるカムの曲率半径	ω : カムの角速度
ρ_T : 円弧従動節におけるカムの曲率半径	k : 従動節の最低位置の高さ
h : 従動節の変位	

$\frac{dh}{d\theta}$: カムの角速度に対する従動節の速度

$\frac{d^2h}{d\theta^2}$: カムの角速度の2乗に対する従動節の加速度

$\frac{d^3h}{d\theta^3}$: カムの角速度の3乗に対する従動節の2次加速度

§ 3 往復従動節に対するカムの理論式

往復円弧従動節をもつかたよりカムを図1に示す。カムは反時計方向に回転するものとし、カムの回

転中心を O ，基礎円の半径を R_0 ，往復従動節2の円弧の中心を M ，接触点を T ，行程線のかたより量を e とする。いまカム軸 O を原点とする直角座標 x, y をカムに固定し， O を原点とし横軸を ξ 軸とする直角座標 η を取り， ξ 軸と x 軸のなす角を θ とし， $\theta=0$ のとき従動節は運動の始点にあるものとする。

次に従動節の行程線を Y 軸，これと直角に X 軸をとり，原点 O_1 とし， X 軸と ξ 軸の距離を h とし， $\theta=0$ のとき $h=0$ とす。 O_1M の距離を k ，接触点 T における法線と ξ 軸との交点を P ， MP と Y 軸の交角を ϕ とする。

(1) ナイフエッジ従動節の場合

従動節の円弧半径 $r=0$ の場合はナイフエッジ従動節となる。この場合のカム輪郭は前報¹⁾により

$$x=e\cos\theta+(h+k)\sin\theta, \quad y=(h+k)\cos\theta-e\sin\theta \quad \cdots(1)$$

$$\text{ただし } k=\sqrt{R_0^2-e^2} \quad \cdots(2)$$

$$MP=\sqrt{\left(-\frac{dh}{d\theta}-e\right)^2+(h+k)^2} \quad \cdots(3)$$

押進め角 ϕ は次式で与えられている。

$$\tan\phi=\frac{\frac{dh}{d\theta}-e}{h+\sqrt{R_0^2-e^2}} \quad \cdots(4)$$

ナイフエッジ従動節に対するカムの曲率半径を ρ_M とすれば， ρ_M は次式で与えられる。

$$\rho_M=\frac{\left\{\left(\frac{dh}{d\theta}-e\right)^2+(h+k)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{e^2+(h+k)^2+2\left(\frac{dh}{d\theta}\right)^2-3e\left(\frac{dh}{d\theta}\right)-(h+k)\left(\frac{d^2h}{d\theta^2}\right)} \quad \cdots(5)$$

(2) 円弧従動節の場合

円弧従動節の半径 $r \neq 0$ の場合に，カムの輪郭は前報²⁾により次式で与えられる。

$$x_T=(X_T-e)\cos\theta+(Y_T+h)\sin\theta, \quad y_T=(Y_T+h)\cos\theta-(X_T-e)\sin\theta \quad \cdots(6)$$

$$\text{ただし } X_T=\frac{r\left(\frac{dh}{d\theta}-e\right)}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta}-e\right)^2+(h+k)^2}}, \quad Y_T=k-\frac{r(h+k)}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta}-e\right)^2+(h+k)^2}} \quad \cdots(7)$$

接触点 T の軌跡は ξ, η 座標で示せば

$$\xi_T=X_T+e, \quad \eta_T=Y_T+h \quad \cdots(8)$$

となり，図1の PT の長さは次式のようになる。

$$PT=\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta}-e\right)^2+(h+k)^2}-r \quad \cdots(9)$$

カム輪郭の曲率半径 ρ_T の計算は複雑であるので

$$\rho_T=\rho_M-r \quad \cdots(10)$$

を用いる。カムと従動節の滑り率を σ_1, σ_2 とすれば前報¹⁾により

$$\sigma_1=\frac{\rho_T+r}{\rho_T} \cdot \frac{TP}{r+TP}=\frac{\rho_M}{\rho_M-r} \cdot \frac{MP-r}{MP} \quad \cdots(11)$$

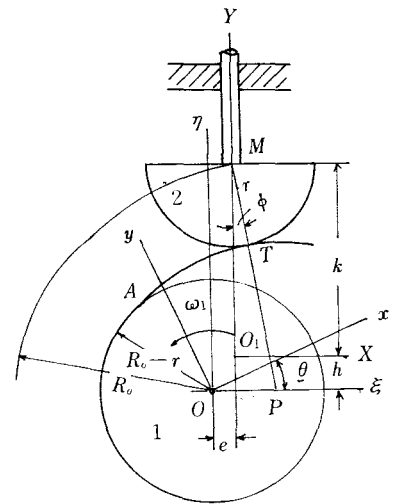


図1 往復従動節に対するかたよりカム

$$\sigma_2 = \frac{\rho_r + r}{r} \cdot \frac{TP}{\rho_r - r} = \frac{\rho_M}{r} \cdot \frac{MP - r}{\rho_M - MP} \dots (12)$$

で求められる。

§ 4 サイクロイダルカムの従動節の運動

サイクロイダルカムのカム線図を図2に示し、リフトを H 、往き行程のカムの回転角を θ_0 、戻り行程のカムの回転角を θ_r とすれば、 H の距離を半径 $H/2\pi$ のころがり円が転がったサイクロイドの投影が従動節の変位 h だから、次のような式が得られる。

(1) 往き行程の変位、速度、加速度

$$h = H \left(\frac{\theta}{\theta_0} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\theta_0} \theta \right) \dots (13)$$

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\theta_0} \theta \right) \dots (14)$$

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{(180^\circ)^2}{\pi} \cdot \frac{2H}{\theta_0^2} \sin \frac{2\pi}{\theta_0} \theta \dots (15)$$

(2) 戻り行程の変位、速度、加速度

$$\beta = \frac{2\pi(\theta - \theta_0 - \theta_d)}{\theta_r} \dots (16)$$

とすれば

$$h = H \left\{ 1 - \frac{\theta - \theta_0 - \theta_d}{\theta_r} + \frac{1}{2\pi} \sin \beta \right\} \dots (17)$$

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_r} (-1 + \cos \beta) \dots (18)$$

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = -\frac{(180^\circ)^2}{\pi} \cdot \frac{2H}{\theta_r^2} \sin \beta \dots (19)$$

図3は $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$ 、 $H = 10\text{mm}$ 、 $\theta_d = 0$ とした場合の従動節の変位、速度、加速度を求めた線図である。

§ 5 押進め角

高速運動の場合において、最大押進め角 ϕ_{max} は 20° 以下にする必要があるの、それは式(4)に式(13)、(14)、(17)、(18)を用いて求められる。

例えば $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$ 、 $\theta_d = 0$ 、 $H = 10\text{mm}$ 、 $R_0 = 30\text{mm}$ 、 $e = 0, 3, 5\text{mm}$ の場合について求めたものを図4に示せば、 e の増加と共に押進め角の値はほぼ一様に減少する。いま往き行程の押進め角が問題であるから、往き行程の ϕ_{max} を減少させるには、 e を増せばよいが e を大きくするとかえって、始点 A の押進め角 ϕ_A が増し好ましくない。始点 A においては $\theta = 0$ 、 $h = 0$ 、 $dh/d\theta = 0$ であるので式(4)から

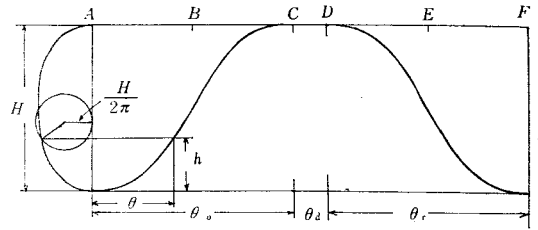


図2 サイクロイダルカムのカム線図

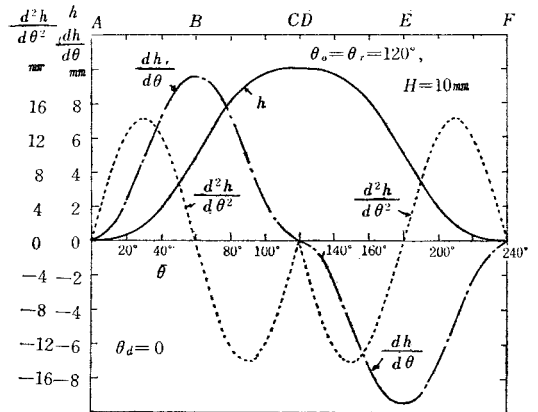


図3 サイクロイダルカムの変位、速度、加速度

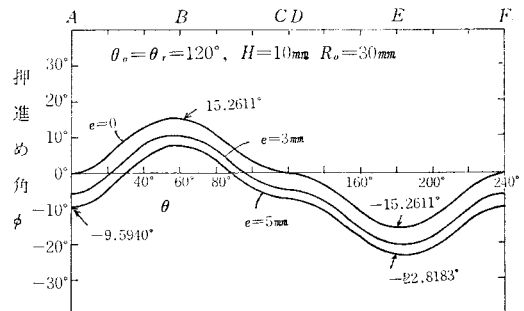


図4 押進め角

$$\tan \phi_A = -\frac{e}{\sqrt{R_0^2 - e^2}} \quad \dots\dots\dots(20)$$

となる。 $e=0\sim 10\text{mm}$, $R_0=10\sim 50\text{mm}$ について ϕ_A を計算したものを図5に示す。 e が増す程, R_0 が小さい程 ϕ_A の絶対値は増大する。ここで摩擦係数を μ とし $\mu = -\tan \phi_A$ とおけば式(20)より

$$e = \frac{\mu R_0}{\sqrt{1 + \mu^2}} \quad \dots\dots\dots(21)$$

$\mu=0.1$ の場合

$$e \doteq 0.1 \times R_0 \quad \dots\dots\dots(22)$$

となるので, e としては $0.1 \times R_0$ が良い。

図6は $\theta_r < \theta_0$ の場合の押進め角の変化を示すが, θ_r が小さいと ϕ_{max} が大となる。

いま往き行程の中央 $\theta = \theta_0/2$ の所で, 近似に最大押進め角が得られる。

往き行程の中央B点の押進め角 ϕ_B

往き行程の中央では $\theta = \theta_0/2$, $h = H/2$, $dh/d\theta = \frac{360^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0}$, $d^2h/d\theta^2 = 0$ から次式が得られる。

$$\tan \phi_B = \frac{\frac{360^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0} - e}{H/2 + \sqrt{R_0^2 - e^2}} \quad \dots\dots\dots(23)$$

戻り行程の中央E点の押進め角 ϕ_E $\theta = \theta_0 + \theta_d + \frac{\theta_r}{2}$ であるから $\theta - \theta_0 - \theta_d = -\frac{\theta_r}{2}$ で,

$h = H/2$, $dh/d\theta = -\frac{360^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_r}$, $d^2h/d\theta^2 = 0$ となり次式が得られる。

$$\tan \phi_E = \frac{-\frac{360^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_r} - e}{H/2 + \sqrt{R_0^2 - e^2}} \quad \dots\dots\dots(24)$$

例えば $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $H = 10\text{mm}$, $R_0 = 20, 30\text{mm}$ の場合 ϕ_B, ϕ_E を図7に示す。 e の増加により ϕ_B は

減少するが ϕ_E は

増加する。図8は

$H = 10\text{mm}$, $R_0 = 30$

mm , 図9は $H = 10$

mm , $R_0 = 20\text{mm}$ の

ϕ_B, ϕ_E を θ_0, θ_r

$= 60^\circ \sim 180^\circ$ の変

化で示す。

図10は, $e=0$,

$H = 10\text{mm}$, $R_0 = 15 \sim 60\text{mm}$ の各 θ_0, θ_r に対する ϕ を示す。

θ_0, θ_r の増大にともなって ϕ は減少することがわかる。

図11は摩擦係数 $\mu = 0.1$ を指定し, 各 R_0 に対し, 式(21)より e を求めたものと, $H = 10\text{mm}$ を指定し, $\theta_0 = 60^\circ \sim 180^\circ$ と各 R_0 に対し式(23)よりB点の押進め角を求めたものを示す。 θ_0 と R_0 が増す程 ϕ_B は減少する。

最大押進め角の指定

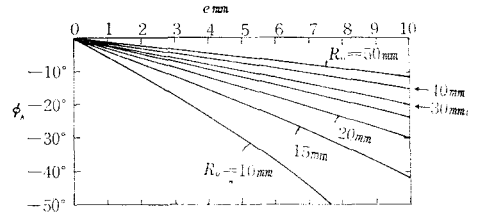


図5 始点の押進め角

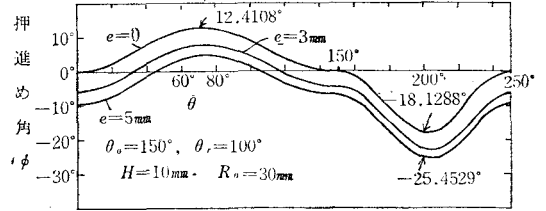


図6 押進め角

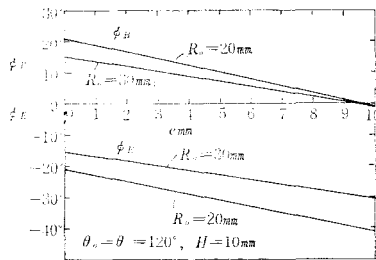


図7 B点とE点の近似最大押進め角

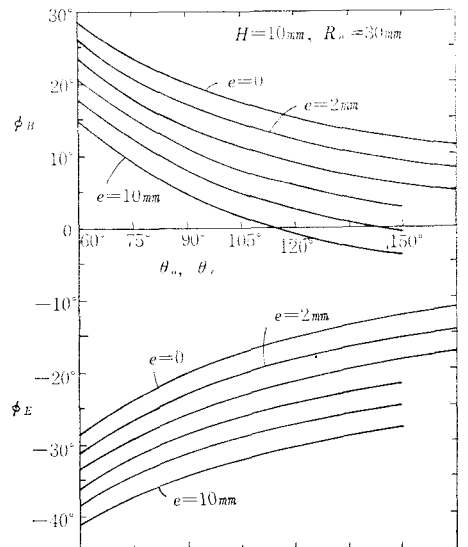


図8 近似最大押進め角

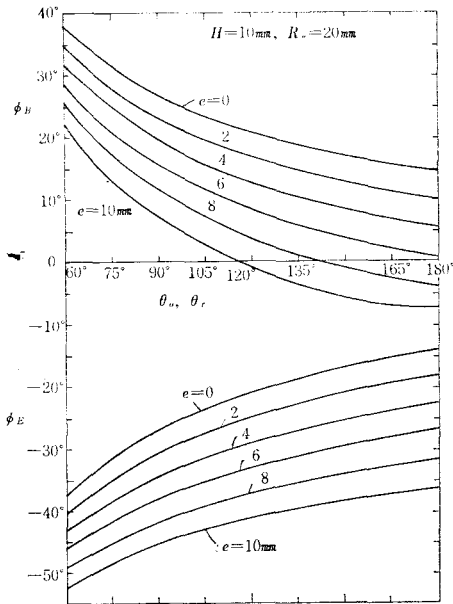


図9 近似最大押進め角

式(4)を θ で微分し $d\phi/d\theta=0$ を求めれば

$$\frac{d^2h}{d\theta^2}(h+k) = \frac{dh}{d\theta} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \quad \dots\dots\dots(25)$$

となる。これに式(4)の

$$\frac{dh}{d\theta} - e = \tan \phi_{max}(h+k)$$

を代入すれば

$$\tan \phi_{max} = \frac{\frac{d^2h}{d\theta^2}}{\frac{dh}{d\theta}} \quad \dots\dots\dots(26)$$

を得る。これに式(14), (15)を代入すると

$$\tan \phi_{max} = \frac{360^\circ \sin \frac{360^\circ}{\theta_0} \theta}{\theta_0 \left(1 - \cos \frac{360^\circ}{\theta_0} \theta \right)} = \frac{360^\circ \times 2 \sin \frac{180^\circ}{\theta_0} \theta \cos \frac{180^\circ}{\theta_0} \theta}{\theta_0 \times 2 \sin^2 \frac{180^\circ}{\theta_0} \theta} = \frac{360^\circ}{\theta_0} \cdot \cot \frac{180^\circ}{\theta_0} \theta \quad \dots\dots\dots(27)$$

となるので、これから

$$\theta = \frac{\theta_0}{180^\circ} \tan^{-1} \left(\frac{360^\circ}{\theta_0} \cot \phi_{max} \right) \quad \dots\dots\dots(28)$$

が得られるので、例えば $\phi_{max}=10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ を指定し、 $\theta_0=60^\circ \sim 180^\circ$ について θ の値を求めたものを図12に示せば、同じ θ_0 に対しても ϕ_{max} が大きい程 θ は減少することがわかる。

次に ϕ_{max} を指定して、 e を求めるには式(4)を変形すれば次式が得られる。

$$e = \frac{\left(\frac{dh}{d\theta} \cot \phi_{max} - h \right) \cot \phi_{max} - \sqrt{(1 + \cot^2 \phi_{max}) R_o^2 - \left(\frac{dh}{d\theta} \cot \phi_{max} - h \right)^2}}{1 + \cot^2 \phi_{max}} \quad \dots\dots\dots(29)$$

ただし式(13), (14)より

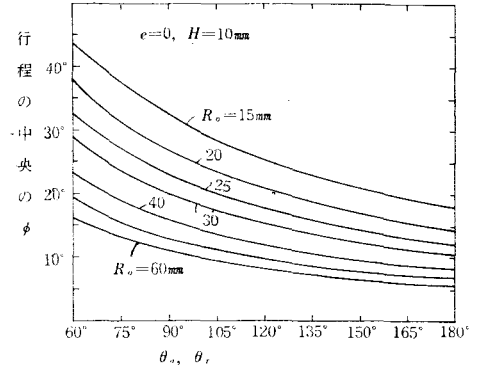
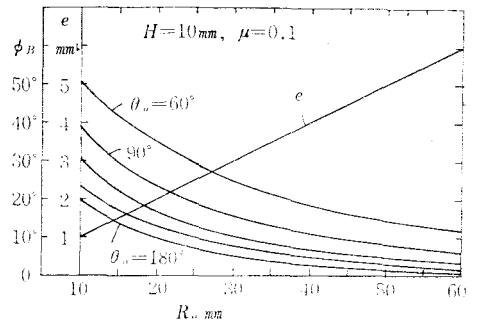
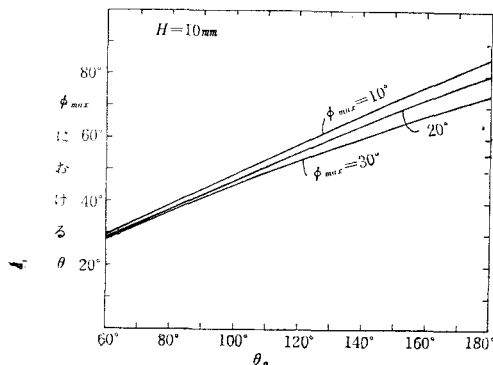


図10 近似最大押進め角

図11 μ, θ_0 を指定した各 R_o に対する ϕ_B

図12 ϕ_{max} を指定し各 θ_0 に対する θ の位置

$$h = H \left(\frac{\theta}{\theta_0} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{360^\circ}{\theta_0} \theta \right) \quad (30)$$

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0} \left(1 - \cos \frac{360^\circ}{\theta_0} \theta \right) \quad (31)$$

である。よって ϕ_{max} を与えて式 (28) より θ ，式 (30)，(31) より h ， $dh/d\theta$ ，式 (29) より e を求めればよい。

例えば $\phi_{max} = 10^\circ \sim 25^\circ$ を指定し $R_0 = 30\text{mm}$ ， $H = 10\text{mm}$ の場合に対する $\theta_0 = 60^\circ \sim 180^\circ$ の各 θ_0 に対する e の値を図13に示す。 ϕ_{max} が大きい程 θ_0 が大きい程 e は減少する。

§ 6 カムの輪郭の曲率半径

ナイフエッジ従動節におけるカムの輪郭の曲率半径 ρ_M を求めるには，式 (5) に式 (13)～(19) を代入すればよい。

例えば $H = 10\text{mm}$ ， $R_0 = 30\text{mm}$ ， $e = 0$ ， $\theta_0 = 60^\circ \sim 120^\circ$ における 往き行程間の曲率半径 ρ_M を求めたものを図14に示す。図においてこの曲線は $\theta \div \theta_0/4$ の所で極大となり， $\theta \div \frac{3}{4}\theta_0$ の所で極小値が存在することがわかる。

最小曲率半径 ($\theta = \frac{3}{4}\theta_0$ のときの ρ_M)

円弧従動節の円弧半径 r を選定するには，ナイフエッジ従動節に対するカムの場合，最小曲率半径 $\rho_{Mmin} > r$ にせねばならぬから ρ_{Mmin} を求める必要がある。

ここで $\theta/\theta_0 = 3/4$ から， $h = H (3/4 + 1/2\pi)$ ，
 $\frac{dh}{d\theta} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0}$ ， $\frac{d^2h}{d\theta^2} = -\frac{(180^\circ)^2}{\pi} \cdot \frac{2H}{\theta_0^2}$ ，
 $e = 0$ を式 (5) に代入すれば次式が得られる。

$$\rho_{Mmin} = \frac{\left[\left(\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0} \right)^2 + \left\{ H \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \right) + R_0 \right\}^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\left\{ H \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \right) + R_0 \right\}^2 + 2 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0} \right)^2 + \left\{ H \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \right) + R_0 \right\} \frac{(180^\circ)^2}{\pi} \cdot \frac{2H}{\theta_0^2}} \quad (32)$$

いま例えば $e = 0$ で $H = 10\text{mm}$ ， $R_0 = 20 \sim 70\text{mm}$ ， $\theta_0 = 60^\circ \sim 150^\circ$ の場合の ρ_{Mmin} を求めたものを図15に示せば，図から R_0 ， θ_0 の増加により ρ_{Mmin} は増加する。

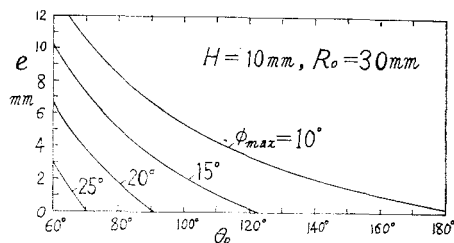
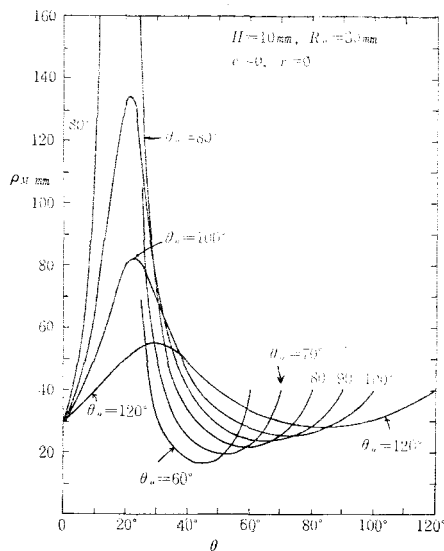
図13 ϕ_{max} を指定し各 θ_0 に対する e の値

図14 曲率半径

次に $e=3\text{mm}$ で $\theta_0=\theta_r=120^\circ$, $H=10\text{mm}$, $R_0=30\text{mm}$ とした場合の ρ_M を計算したものを図16に示すが、図15における $e=0$ の場合は $\rho_{Mmin} \div 28.6262\text{mm}$ であり、図16における $e=3\text{mm}$ の場合と比較してもあまり変化はない。

$e=0$, $\theta_0=\theta_r=60^\circ$, $H=10\text{mm}$, $R_0=30\text{mm}$ の場合における近似最大押進め角は $\phi_B=28.62^\circ$ となり規定条件より少し大きくなる。そこで $\tan\phi_A=\mu=0.1$ にとれば $e=3\text{mm}$ となり、図8によれば $e=3\text{mm}$ では $\phi_B=25^\circ$ となる。さらに $e=5\text{mm}$ とすれば $\phi_B \div 22^\circ$ となる。 $\theta_0=\theta_r=120^\circ$ で $e=5\text{mm}$ の場合の最小曲率半径は $\theta=80^\circ$ の所で $\rho_{Mmin} = 28.1352\text{mm}$ となり前の場合と殆んど変らぬ。

§7 滑り率

H , θ_0 , θ_r , R_0 が指定された場合、 ϕ_{max} あるいは $\tan\phi_A=-\mu$ より e を選定し、図15より ρ_{Mmin} を求めれば r が選ばれるので、式(5), (3), 式(10), (11), (12)を用いて、カムと従動節の滑り率 σ_1 , σ_2 を求める。

例えば前例の図15における $\theta_0=\theta_r=60^\circ$, $R_0=30\text{mm}$, $e=0$ の場合は、 $\rho_{Mmin} = 16.4959\text{mm}$ となるので $e=5\text{mm}$, $r=10\text{mm}$ として計算したものを図17に、 $\theta_0=\theta_r=120^\circ$, $e=3\text{mm}$ の場合を図18に示す。

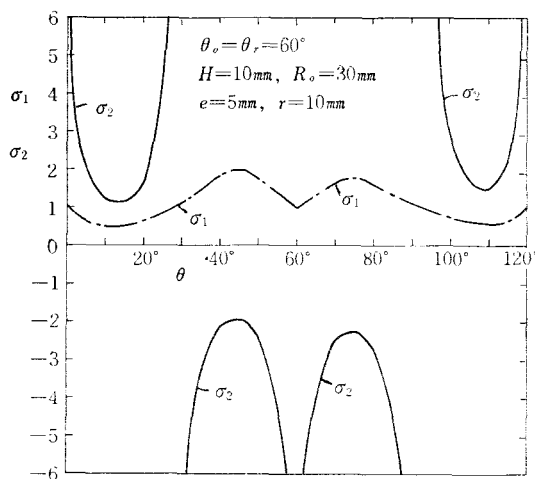


図17 滑り率

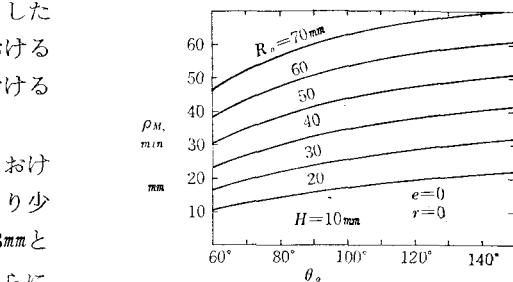


図15 $\theta = \frac{3}{4}\theta_0$ の位置における ρ_{Mmin}

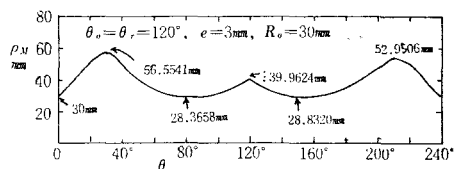


図16 曲率半径

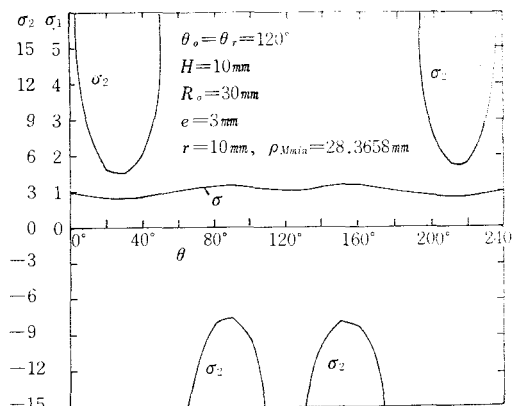


図18 滑り率

図から、カムの滑り率 σ_1 は一般に1以下であるが、往き行程では $\theta = \frac{3}{4}\theta_0$ の所、戻り行程では $\frac{\theta_r}{4}$ の所で最大となる。従動節2の滑り率 σ_2 は始点、終点と各行程の中央で無限大となる。従動節の滑り率の無限大は減少することはできないが、カムの滑り率 σ_{1max} を減少させるためには r を小とすればよい。

σ_{1max} を指定した場合の r 値 ($e=0$ の場合)

式(11)を変形すれば

$$r = \frac{(\sigma_1 - 1)\rho_M \cdot MP}{\sigma_1 \cdot MP - \rho_M} \quad \dots\dots\dots (33)$$

となり $e=0$ なので ρ_M は式(32)より求められ、 MP は式(3)から次式のようになる。

$$MP = \left[\left(\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{H}{\theta_0} \right)^2 + \left\{ H \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \right) + R_0 \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (34)$$

これらの ρ_M と MP を式(33)に代入し σ_1 を指定すれば、従動節の円弧半径を求めることができる。

図19は、 $H=10\text{mm}$ 、 $\sigma_1=1.5$ 、 $e=0$ 、 $\theta_0=60^\circ \sim 180^\circ$ を指定し、各 R_0 に対する r を求めたものである。図から R_0 と θ_0 が減少する程 r が小さくなることかわかる。 $\sigma_1=1.5$ のとき $\theta_0=120^\circ$ 、 $R_0=30\text{mm}$ とすれば $r=18.5136\text{mm}$ となる。図20は $\sigma_{1max}=3$ の場合を示し、図21は $H=10\text{mm}$ 、 $\theta_0=120^\circ$ 、 $\sigma_1=1.5 \sim 5$ を指定したときの各 R_0 に対する r を求めたものを示す。図から $\theta_0=120^\circ$ のとき、 R_0 、 r を指定したときの σ_1 を求めることもできる。

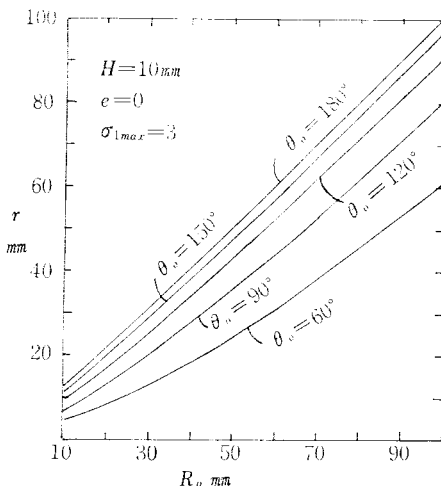


図20 σ_{1max} を指定した円弧半径

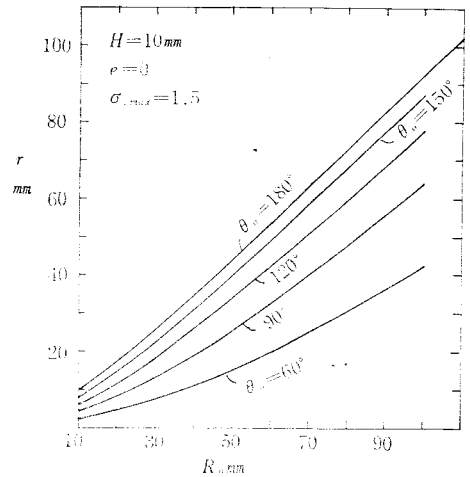


図19 σ_{1max} を指定した円弧半径

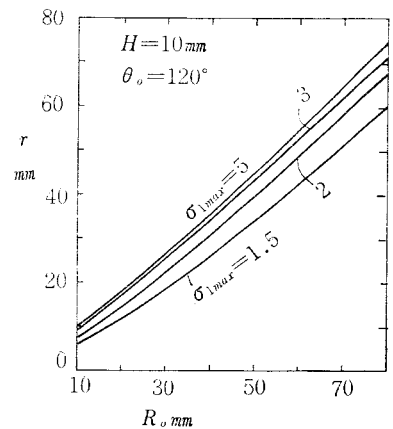


図21 σ_{1max} を指定した円弧半径

§ 8 サイクロイダルカムの輪郭と接触点の軌跡

サイクロイダルカムの輪郭は、ナイフエッジ従動節の場合は式(1)より、円弧従動節の場合は式(7)より X_T 、 Y_T を求め、式(6)、(8)よりカムの輪郭と接触点の軌跡を求めることができる。

図22は $\theta_0=\theta_r=120^\circ$ 、 $H=10\text{mm}$ 、 $e=3\text{mm}$ で、 $R_0=30\text{mm}$ 、 $r=10\text{mm}$ の場合、図23は $\theta_0=\theta_r=60^\circ$ 、 $H=10\text{mm}$ 、 $e=5\text{mm}$ 、 $R_0=30\text{mm}$ 、 $r=10\text{mm}$ の場合のカムの輪郭と接触点の軌跡を示す。共にカムとしては良好である。

図24は図22のカムの場合の円弧従動節上の滑り率 σ_2 を、図25は図23のカムの場合の円弧従動節上の滑り率 σ_2 を示したもので共に $\sigma_2=\infty$ は接触面の両端で生じ、

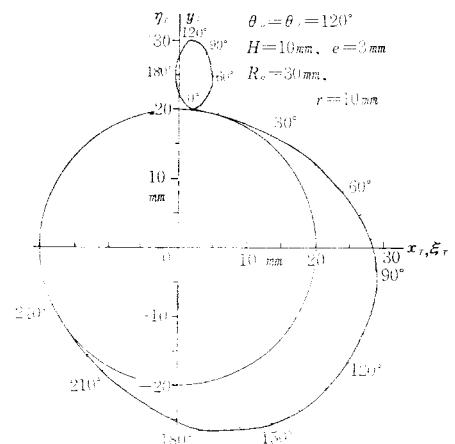


図22 カムの輪郭と接触点の軌跡

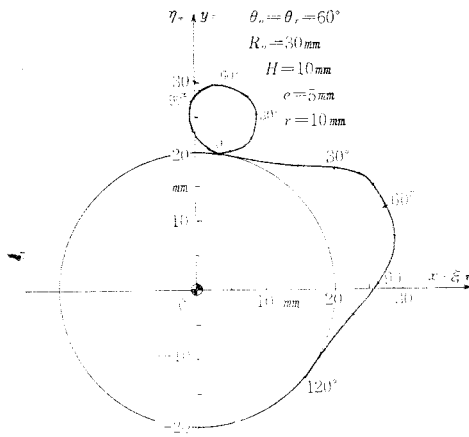


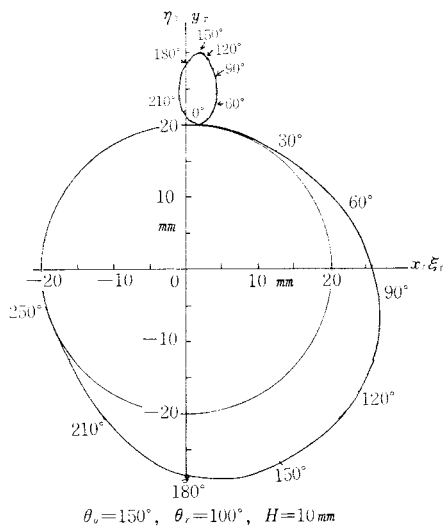
図23 カムの輪郭と接点の軌跡

また行程の始点と終点の $\sigma_2 = \infty$ の位置が接近している特長がある。

図26は θ_o と θ_r の角度を変えてみた場合で、例えば $\theta_o = 150^\circ$ 、 $\theta_r = 100^\circ$ 、 $H = 10\text{ mm}$ 、 $e = 3\text{ mm}$ 、 $R_o = 30\text{ mm}$ 、 $r = 10\text{ mm}$ の場合のカムの輪郭と接点の軌跡を示し、その場合の従動節上の滑り率 σ_2 を図27に示す。この結果行程の角度が大きい程 σ_2 の値が高くなる事がわかる。

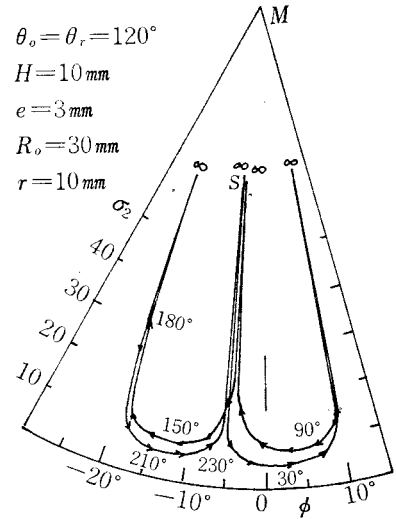
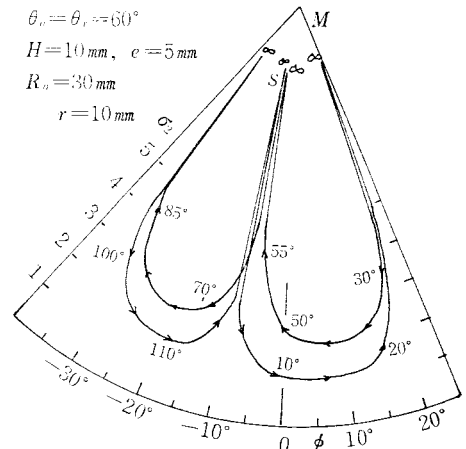
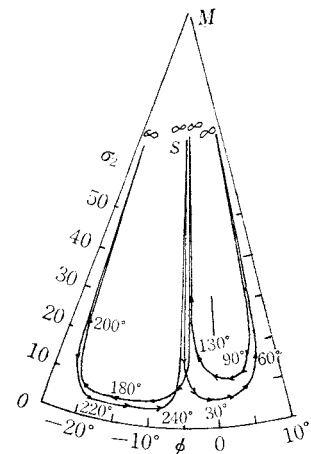
§ 9 結 論

往復円弧従動節をもつかたよりサイクロイダルカ



$\theta_o = 150^\circ$ 、 $\theta_r = 100^\circ$ 、 $H = 10\text{ mm}$
 $e = 3\text{ mm}$ 、 $R_o = 30\text{ mm}$ 、 $r = 10\text{ mm}$

図26 カムの輪郭と接点の軌跡

図24 図22の場合の従動節上の σ_2 図25 図23の場合の従動節上の σ_2 

$\theta_o = 150^\circ$ 、 $\theta_r = 100^\circ$ 、 $H = 10\text{ mm}$
 $e = 3\text{ mm}$ 、 $R_o = 30\text{ mm}$ 、 $r = 10\text{ mm}$

図27 図26のカムの従動節上の σ_2

ムの諸性質を調べた結果次のような結論が得られた。(1)かたより量を増加する程往き行程の最大押進め角が減少するが、戻り行程の最大押進め角は増大する。(2)基礎円の半径は行程の角度を増す程最大押進め角は減少する。(3)最小曲率半径はかたより量が零の場合行程の約 $\frac{3}{4}$ の所で生じ、基礎円の半径および行程の角度が小さい程最小曲率半径は小となる。(4)かたより量があれば行程の $\frac{3}{4}$ よりやや小さい所で最小曲率半径を生ずる。(5)最小曲率半径の所がカムの滑り率が最大となる。(6)従動節の滑り率 $\sigma_2 = \infty$ の所は接触面の両端と各行程の始点と終点の4ヶ所で生ずる。(7)摩擦を考慮した場合、かたより量は基礎円半径の約10%にとるのがよい。

次報において往復平板従動節の場合を論ずる。

文 献

- 1) 糸島寛典：往復等加速度カムの滑り率の研究(第1報)，呉高専研究報告，第6巻，第1号，47～59頁，1970
- 2) 糸島寛典：往復等2次加速度カムの滑り率の研究(第1報)，呉高専研究報告，第8巻，第1号，29～40頁，1972
- 3) 糸島寛典・野原稔：単弦運動カムの滑り率の研究(第1報)，呉高専研究報告，第7巻，第1号，59～70頁，1971

(昭和48年1月8日受付)

揺動等2次角加速度カムの滑り率の研究 (第1報)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Specific Sliding of the Constant Second-Acceleration Cam with the Oscillating Follower (Report 1)

Hironori ITOSHIMA

The specific sliding of the constant second-acceleration cam with the offset reciprocating circular arc follower had been discussed.

In this report, the profile of the constant second-acceleration cam with the oscillating circular arc follower can be expressed in xy coordinates. The minimum radius of curvature, the pressure angle and the specific sliding are examined.

§ 1 緒 言

前報¹⁾において等2次加速度で往復動するきのこ型(円弧)従動節の押進め角, かたより量, 滑り率を論じ, かたより量の適当な選定により従動節の摩耗の均一化をはかり, そのようなカムの輪郭の理論式を導いた。

本報においては揺動円弧従動節に等2次角加速度の揺動を与えるカムの回転角, 基礎円半径, 従動節の円弧半径, 揺動角, 長さ等により押進め角と滑り率の変化を調べ, 指定された押進め角での従動節に無限大の滑り率を生ずる数および位置とカムの最大滑り率の減少法等について論じ, カムの輪郭の理論式をxy座標で導き, この種の最良のカムの設計を示す。

§ 2 記 号

θ : カムの回転角	R_0 : カムの基礎円の半径
θ_0 : 行き行程のカムの回転角	d : カムと従動節の軸間距離
θ_r : 戻り行程のカムの回転角	l : 従動節の長さ
θ_d : 従動節の上昇点の停止期間中のカムの回転角	
r : 従動節の円弧半径	ρ_M : ナイフエッジ従動節の場合のカムの曲率半径
ϕ : 押進め角	ϕ_A : A点の押進め角
ψ : 従動節の揺動角	ρ_r : 円弧従動節の場合のカムの曲率半径
φ_1 : 従動節の固定リンクよりの揺動角	ω_1 : カムの角速度
φ_0 : 従動節の始点の角	ω_2 : 従動節の角速度
φ : 従動節の角変位	$\lambda = l/d, \mu = R_0/d$
σ_1 : カムの滑り率	σ_2 : 従動節の滑り率
$d\varphi_1/d\theta = d\varphi/d\theta$: カムの角速度に対する従動節の角速度	
$d^2\varphi_1/d\theta^2 = d^2\varphi/d\theta^2$: カムの角速度の2乗に対する従動節の角加速度	

§ 3 等2次角加速度の揺動運動する従動節の角変位, 角速度, 角加速度

図1は等2次角加速度カムのカム線図で従動節の揺動角を ψ , 往き行程 AD のカムの回転角を θ_0 , 戻り行程 EH のカムの回転角を θ_r , カムの頂点 DE での従動節の停止期間中のカムの回転角を θ_d とす。

従動節の角速度 $\omega_2 = \omega_1 \cdot d\varphi_1/d\theta$, 角加速度 $\alpha_2 = \omega_1^2 \cdot d^2\varphi_1/d\theta^2$, 2次角加速度 $j_2 = \omega_1^3 \cdot d^3\varphi_1/d\theta^3$ で表わされ, カムの角速度 ω_1 は一定であるので, 従動節の角速度, 角加速度, 2次角加速度はそれぞれ $d\varphi_1/d\theta$, $d^2\varphi_1/d\theta^2$, $d^3\varphi_1/d\theta^3$ に比例する。

図2は等2次角加速度カムの角速度, 角加速度, 2次角加速度の曲線を示し, 各行程は次の3種類の曲線でできている。

(A) 往き行程の角変位, 角速度, 角加速度

$$(1) \quad AB \text{ 間 } \left(0 \leq \frac{\theta}{\theta_0} \leq \frac{1}{4} \right) \quad \varphi_1 = \varphi + \varphi_0$$

$$\varphi = \frac{16}{3} \psi \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = \frac{16\psi}{\theta_0} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2, \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = \frac{32 \times 180^\circ}{\pi \theta_0^2} \psi \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$(2) \quad BC \text{ 間 } \left(\frac{1}{4} \leq \frac{\theta}{\theta_0} \leq \frac{3}{4} \right)$$

$$\varphi = 16\psi \left\{ -\frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) + \frac{1}{96} \right\}$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\theta} = \frac{16\psi}{\theta_0} \left\{ -\left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 + \frac{\theta}{\theta_0} - \frac{1}{8} \right\}, \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = 32 \frac{180^\circ}{\pi} \frac{\psi}{\theta_0^2} \left\{ -\frac{\theta}{\theta_0} + \frac{1}{2} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$(3) \quad CD \text{ 間 } \left(\frac{3}{4} \leq \frac{\theta}{\theta_0} \leq 1 \right)$$

$$\varphi = 16\psi \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3 - \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 + \frac{\theta}{\theta_0} - \frac{13}{48} \right\}$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\theta} = 16 \frac{\psi}{\theta_0} \left\{ \frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right\}, \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = 32 \frac{180^\circ}{\pi} \frac{\psi}{\theta_0^2} \left(\frac{\theta}{\theta_0} - 1 \right) \dots\dots\dots (3)$$

(B) 戻り行程の角変位, 角速度, 角加速度

$$x = \frac{\theta - \theta_0 - \theta_d}{\theta_r} \dots\dots\dots (4)$$

$$(4) \quad EF \text{ 間 } \left(0 \leq x \leq \frac{1}{4} \right)$$

$$\varphi = \psi \left(1 - \frac{16}{3} x^3 \right), \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = -16 \frac{\psi}{\theta_r} x^2, \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = -32 \frac{180^\circ}{\pi} \frac{\psi}{\theta_r^2} x \dots\dots\dots (5)$$

$$(5) \quad FG \text{ 間 } \left(\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} \right)$$

$$\varphi = 16\psi \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{8} + \frac{5}{96} \right)$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\theta} = 16 \frac{\psi}{\theta_r} \left(x^2 - x + \frac{1}{8} \right), \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = 32 \frac{180^\circ}{\pi} \frac{\psi}{\theta_r^2} \left(x - \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots (6)$$

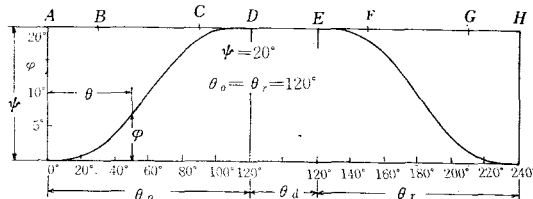


図1 等2次角加速度カムのカム線図

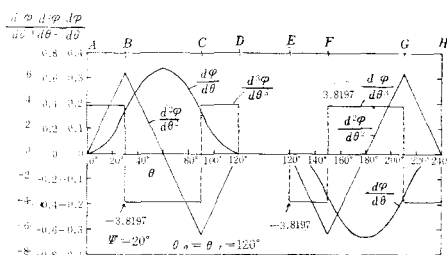


図2 等2次角加速度カムの角速度, 角加速度, 2次角加速度

$$\begin{aligned}
 (6) \quad GH \text{ 間 } & \left(-\frac{3}{4} \leq x \leq 1 \right) \\
 \varphi &= 16 \Psi \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 - x + \frac{1}{3} \right) \\
 \frac{d\varphi_1}{d\theta} &= -16 \frac{\Psi}{\theta_r} (1-x)^2, \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = 32 \frac{180^\circ}{\pi} \frac{\Psi}{\theta_r^2} (1-x) \dots \dots \dots (7)
 \end{aligned}$$

§ 4 凸面円弧の揺動従動節の場合のカムの理論

揺動従動節に凸面円弧を用いた場合を図3に示す。
カム1はA点を中心に反時計回りに回転し、揺動従動節2はB点を中心に揺動している。中心距離ABをd、従動節の円弧の中心をM、半径をrとすればr=0の場合はナイフエッジ従動節の場合となる。ナイフエッジの場合の基礎円半径をR₀とす。従動節の長さBMをl、従動節の角変位をφ₁とし、カム上に直角座標xYを固定し、x軸がABとなす角をθとし、BMをY軸、これと直角にX軸を取る。θはM点が運動の始点になるように定める。

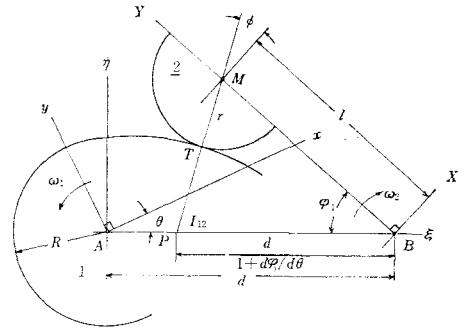


図3 揺動円弧従動節の板カム

接触点Tにおける法線はM点を通り、ABとの交点をPとし、M点よりBMに垂線を立てPMのなす角をφとすれば、これが押進め角である。P点は瞬間中心I₁₂であるので、カムと従動節の角速度をω₁、ω₂とすれば

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{AP}{BP} = \frac{d\varphi_1}{d\theta}, \quad AP + BP = d \dots \dots \dots (8)$$

から

$$AP = \frac{d(d\varphi_1/d\theta)}{1+d\varphi_1/d\theta}, \quad BP = \frac{d}{1+d\varphi_1/d\theta} \dots \dots \dots (9)$$

となる。

(1) ナイフエッジ従動節の場合のカムの輪郭と曲率半径

従動節の円弧半径r=0の場合ナイフエッジ従動節となりM点のXY座標を回転座標xYに変換すれば前報²⁾よりカムの輪郭は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x/d &= \lambda \sin \varphi_1 \sin \theta + (1 - \lambda \cos \varphi_1) \cos \theta \\ y/d &= \lambda \sin \varphi_1 \cos \theta - (1 - \lambda \cos \varphi_1) \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

ただし λ=l/d

θ=0のときM点は基礎円上の運動の始点にあるものとしたので、このときのφ₁をφ₀とすれば従動節の角変位φおよびφ₀は次式のようになる。

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_0, \quad \varphi_0 = \cos^{-1} \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda}, \quad \mu = \frac{R_0}{d} \dots \dots \dots (11)$$

次にMPの長さは△BMPと式(9)より次式のようになる。

$$\frac{MP}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \dots \dots \dots (12)$$

直角座標xYで表示されたカムの輪郭上の曲率半径ρはθをパラメーターとすると数学的に次式で表示される。

$$\rho = \frac{\left\{ \left(\frac{dx}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2x}{d\theta^2} \cdot \frac{dy}{d\theta} - \frac{d^2y}{d\theta^2} \cdot \frac{dx}{d\theta}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(10)を θ で微分し、式(13)に代入すればカムの曲率半径 ρ_M は次式のようにになる。

$$\frac{\rho_M}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{3}{2}}}{1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^3 - \lambda \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} \sin \varphi_1 - \lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \left(2 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1} \quad \dots\dots\dots (14)$$

(2) 円弧従動節の場合のカムの輪郭と曲率半径

図3において接触点 T の XY 座標 X_T, Y_T をカムの固定座標 x_T, y_T に座標変換すればカムの輪郭が得られ、前報²⁾より

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_T}{d} &= \left(\frac{X_T}{d} + \sin \varphi_1 \right) \sin (\theta + \varphi_1) - \left(\frac{Y_T}{d} - \cos \varphi_1 \right) \cos (\theta + \varphi_1) \\ \frac{y_T}{d} &= \left(\frac{X_T}{d} + \sin \varphi_1 \right) \cos (\theta + \varphi_1) + \left(\frac{Y_T}{d} - \cos \varphi_1 \right) \sin (\theta + \varphi_1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。次に P 点の XY 座標 X_P, Y_P は式(9)より

$$\frac{X_P}{d} = -\frac{\sin \varphi_1}{1 + d\varphi_1/d\theta}, \quad \frac{Y_P}{d} = \frac{\cos \varphi_1}{1 + d\varphi_1/d\theta} \quad \dots\dots\dots (16)$$

となり、 T 点の X_T, Y_T は

$$X_T = \frac{r X_P}{\sqrt{X_P^2 + (l - Y_P)^2}}, \quad Y_T = l - \frac{r(1 - Y_P)}{\sqrt{X_P^2 + (l - Y_P)^2}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

となるので、これに式(16)を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{X_T}{d} &= \frac{-\frac{r}{d} \sin \varphi_1}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}} \\ \frac{Y_T}{d} &= \lambda - \frac{\frac{r}{d} \left\{ \lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) - \cos \varphi_1 \right\}}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。 TP の長さは図3より次式で与えられる。

$$\frac{TP}{d} = \left\{ \left(\frac{X_T}{d} - \frac{X_P}{d} \right)^2 + \left(\frac{Y_T}{d} - \frac{Y_P}{d} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

接触点 T におけるカムの曲率半径 ρ_T は次式で示される。

$$\frac{\rho_T}{d} = \frac{\rho_M}{d} - \frac{r}{d} \quad \dots\dots\dots (20)$$

(3) 接触点の軌跡

図3において A を原点、 AB を ξ 軸とし、直角座標 ξ, η を与え、 T 点の XY 座標を ξ, η 座標に変換すれば

$$\frac{\xi_T}{d} = 1 + \frac{X_T}{d} \sin \varphi_1 - \frac{Y_T}{d} \cos \varphi_1, \quad \frac{\eta_T}{d} = \frac{X_T}{d} \cos \varphi_1 + \frac{Y_T}{d} \sin \varphi_1 \quad \dots\dots\dots (21)$$

となる。

(4) 押進め角 押進め角 ϕ は図3より

$$\tan \phi = \frac{\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) - \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1}, \quad \cos \phi = \frac{\sin \varphi_1}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad \dots\dots\dots(22)$$

が得られる。

(5) 滑り率 カムと従動節の滑り率をそれぞれ σ_1 , σ_2 とすれば前報²⁾より

$$\sigma_1 = \frac{\rho_T + r}{\rho_T} \cdot \frac{TP}{r + TP} = \frac{\rho_M}{\rho_M - r} \cdot \frac{MP - r}{MP} \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$\sigma_2 = \frac{\rho_T + r}{r} \cdot \frac{TP}{\rho_T - TP} = \frac{\rho_M}{r} \cdot \frac{MP - r}{\rho_M - MP}$$

で与えられる。カムにおいては $\rho_M > r$ であるので σ_1 は無限大にはならぬが、 $\rho_M = MP$ のときは σ_2 は無限大の値となる。

§ 5 最大押進め角と基礎円半径

往き行程において最大押進め角 ϕ_{max} は従動節の運動を滑らかにするため高速の場合は 20° 以下、低速の場合には 30° 以下に制限される。ナイフエッジ従動節の場合の基礎円の半径 R_0 は押進め角に影響するが他の要因を調べるために従動節の長さ l の影響も調べる。

式(22)より押進め角 ϕ は次式で表わされる。

$$\sin \phi = \frac{\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) - \cos \varphi_1}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad \dots\dots\dots(24)$$

ただし $\lambda = l/d$

式(11)より φ_1 は次式から求められる。

$$\varphi_0 = \cos^{-1} \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda}, \quad \mu = \frac{R_0}{d}, \quad \varphi_1 = \varphi_0 + \varphi$$

φ と $d\varphi_1/d\theta$ は式(1)～(7)より求められる。

l の影響を調べるために R_0 すなわち μ を一定とし例えば $\Psi = 20^\circ$, $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\mu = 0.6$, $\lambda = 0.7$, 0.8 , 1.0 とすれば式(11)より $\varphi_0 = 36.182291^\circ$, 36.869901° , 34.915209° となり、式(24)より求めた ϕ を図4に示す。図から λ すなわち l の増加と共に往き行程の押進め角が増加し、 ϕ_{max} は BC 間に存在することがわかる。

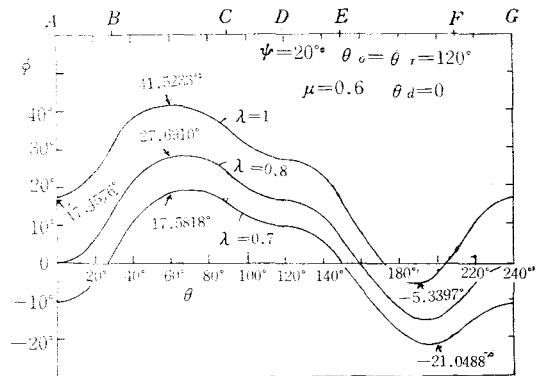


図4 押進め角に対する λ の影響

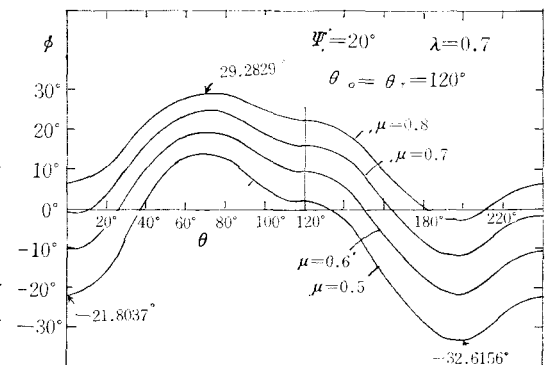


図5 押進め角に対する μ の影響

次に R_0 すなわち μ の影響を調べるために、 $\Psi = 20^\circ$, $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\lambda = 0.7$ とし、 $\mu = 0.5$, 0.6 , 0.7 の各場合は $\varphi_0 = 27.66044^\circ$, 36.182279° , 44.415309° となり、式(24)より ϕ を求めたものを図5に示す。図から μ すなわち R_0 が増加すれば ϕ が増加することがわかり、 ϕ_{max} は BC 間に存在する。

図4から運動の始点 A の押進め角 ϕ_A が大きな値の場合には ϕ_{max} は BC 間で非常に大きな値となるので、 ϕ_A は零かややそれ以下の -10° 位がよい。

始点Aの押進め角 始点Aにおいては $\theta=0$, $\varphi=0$, $d\varphi_1/d\theta=0$, $\varphi_1=\varphi_0$ なので式(24)と式(11)により,

$$\sin \phi_A = \frac{\lambda - \cos \varphi_0}{\{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \varphi_0\}^{\frac{1}{2}}} = \frac{\lambda^2 + \mu^2 - 1}{2\lambda\mu} \quad (25)$$

となる。 $\phi_A=0$ の場合には次式が得られる。

$$\mu = \sqrt{1 - \lambda^2} \text{ あるいは } \lambda = \sqrt{1 - \mu^2} \quad (26)$$

始点の押進め角 ϕ_A の $\tan \phi_A$ を摩擦係数 $\tan \rho$ に等しくする。 ρ は摩擦角である。 $\tan \phi_A = -\tan \rho$ とするためには式(25)より

$$-\tan \rho = \frac{\lambda^2 + \mu^2 - 1}{\sqrt{4\lambda^2\mu^2 - (\lambda^2 + \mu^2 - 1)^2}}$$

から次式のような μ に関する2次式となり μ が求められる。

$$\sqrt{1 + \tan^2 \rho} \mu^2 - 2\lambda \tan \rho \mu + (\lambda^2 - 1) \sqrt{1 + \tan^2 \rho} = 0$$

$$\mu = \frac{-\lambda \tan \rho + \sqrt{1 - \lambda^2 + \tan^2 \rho}}{\sqrt{1 + \tan^2 \rho}} \quad (27)$$

$\tan \rho = 0.1$ (軟鋼の上仕上面の摩擦係数) として $\lambda = 0.2 \sim 1.0$ とした場合の μ の値で計算したものを図6に示す。図5, 6と比較して λ を指定した場合 μ を式(27)あるいは図6から選べば ϕ_{max} にとって好都合な μ となることがわかる。

次に ϕ_A を任意の値に指定して λ あるいは μ を指定して μ あるいは λ を求めるには式(25)から次式が得られる。

$$\mu = \lambda \sin \phi_A + \sqrt{1 - \lambda^2 \cos^2 \phi_A} \quad (28)$$

$$\lambda = \mu \sin \phi_A + \sqrt{1 - \mu^2 \cos^2 \phi_A}$$

行き行程の最大押進め角 ϕ_{max} を求めるには式(22)を θ で微分し, $d\phi/d\theta=0$ とおけば

$$\lambda \sin \varphi_1 \frac{d^2 \varphi_1}{d\theta^2} + (1 - \lambda \cos \varphi_1) \frac{d\varphi_1}{d\theta} - \lambda \cos \varphi_1 \left(\frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 = 0 \quad (29)$$

が得られ, これに式(2), (6)を代入して θ を求めればよいのであるが, これは困難なので, 図5, 6から行き行程の中間BC間で ϕ は最大となることに着目してBCの中間すなわち $\theta = \theta_0/2$ における ϕ を求める。

$\theta = \theta_0/2$ において $\varphi = \Psi/2$, $d\varphi_1/d\theta = 2\Psi/\theta_0$ なので

$$\sin \phi = \frac{\lambda \left(1 + \frac{2\Psi}{\theta_0} \right) - \cos \varphi_1}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{2\Psi}{\theta_0} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{2\Psi}{\theta_0} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (30)$$

$$\cos \varphi_1 = \cos \frac{\Psi}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} - \sin \frac{\Psi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} \right)^2} \quad (31)$$

が得られるので, θ_0 , Ψ , λ , μ を指定すれば容易に ϕ が計算できる。例えば $\Psi = 20^\circ$, $\theta_0 = 120^\circ$, $\lambda = 0.5 \sim 1.0$, $\mu = 0.3 \sim 1.0$ の場合の ϕ を計算したものを図7に示す。最大押進め角 ϕ を小さくするためには λ を1.0以下に低くした方がよい。また μ は小さい程よい。図7には $\lambda = 0.7$, $\theta_0 = 60^\circ \sim 180^\circ$ の場合

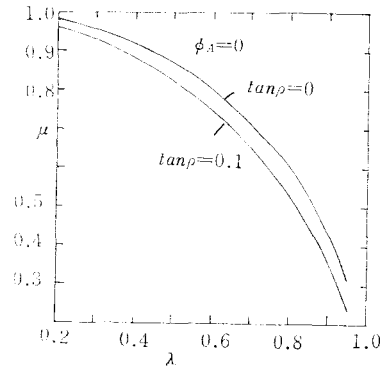


図6 押進め角から λ に対する μ の値

を示す。 θ_0 が大なる程 μ が小なる程 ϕ は減少することがわかる。

往き行程の中間 $\theta = \theta_0/2$ の押進め角 ϕ を指定して θ_0 を求めるには式(30)を変形すれば

$$\theta_0 = \frac{2\lambda\psi}{\tan\phi \sin\varphi_1 + \cos\varphi_1 - \lambda} \dots\dots\dots (32)$$

$$\sin\varphi_1 = \sin\frac{\psi}{2} \cdot \frac{1+\lambda^2-\mu^2}{2\lambda} + \cos\frac{\psi}{2} \times \sqrt{1 - \left(\frac{1+\lambda^2-\mu^2}{2\lambda}\right)^2} \dots\dots\dots (33)$$

が得られるので、例えば $\lambda=0.5\sim 1.0$, $\mu=0.2\sim 1.0$, $\phi=20^\circ\sim 40^\circ$ を式(31), (33)に代入して式(32)から θ_0 を求めたものを図8に示す。図から θ_0 , λ , ϕ を指定した μ が求められる。

§ 6 最小曲率半径

円弧従動節の場合はナイフエッジ従動節の場合のカムの輪郭の最小曲率半径よりも円弧半径 r が大でなければカムが成立しないので、ナイフエッジ従動節の場合のカムの輪郭の曲率半径 ρ_M を式(14)より求める必要がある。

例えば $\psi=20^\circ$, $\theta_0=\theta_r=120^\circ$, $\lambda=1.0$, $\mu=0.4, 0.6$, $\lambda=0.7$, $\mu=0.6$ の場合の ρ_M/d を求めたものを図9に示す。図から最小曲率半径の位置は $\theta_0=\theta_r$ の場合、E点に生ずることがわかり、 λ が同じなら、 μ が小さい程、 μ が同じなら λ が小さい程 ρ_{Mmin} は小となる。B点とF点の近傍において ρ_{Mmax} が生ずる、 ρ_M/d が戻り行程で負となることもある。図10は $\lambda=0.7$, $\mu=0.6$, $\lambda=0.8$, $\mu=0.6$ の場合を示す。

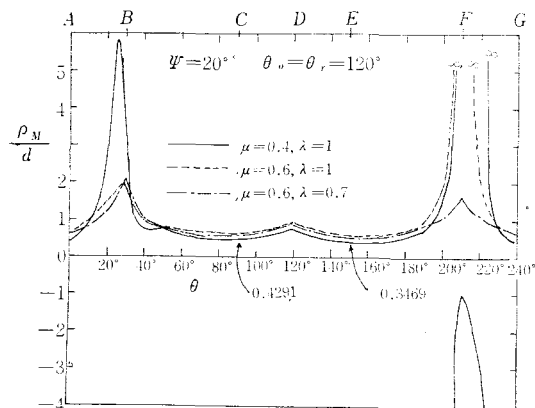


図9 ナイフエッジ従動節の場合の曲率半径

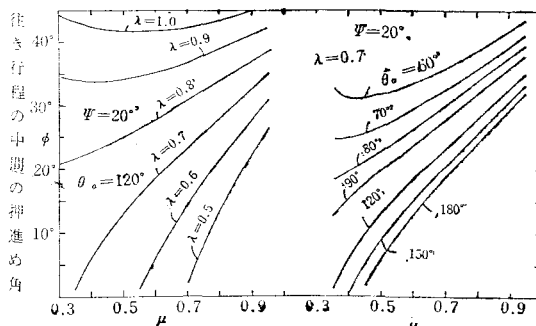


図7 往き行程の中間の ϕ の値

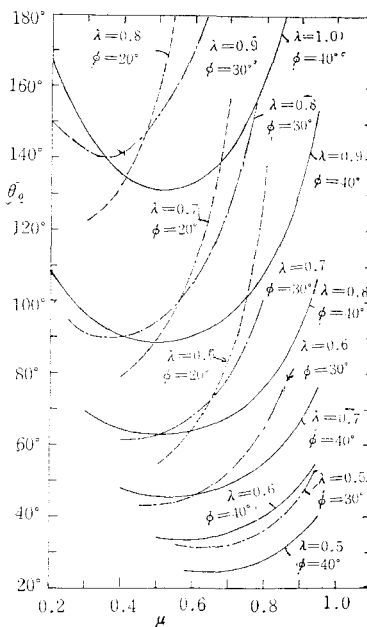


図8 往き行程の中間の $\theta = \theta_0/2$ における ϕ を指定した θ_0 の値

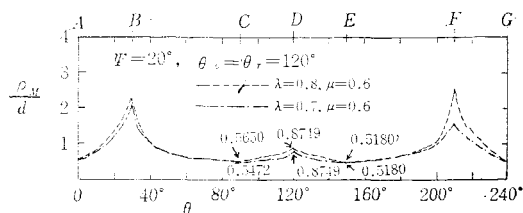


図10 ナイフエッジ従動節の場合の曲率半径

E点の最小曲率半径

E点においては $x=1/4$ なので式(5)より

$$\varphi = \frac{11}{12} \Psi, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = -\frac{\Psi}{\theta_r}, \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = -8 \frac{180^\circ}{\pi} \frac{\Psi}{\theta_r^2} \dots\dots\dots(34)$$

なので、これを式(14)に代入すれば

$$\frac{\rho_{Mmin}}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right)^2 - 2\lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{3}{2}}}{1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right)^3 + \frac{1440^\circ}{\pi} \frac{\Psi}{\theta_r^2} \sin \varphi_1 - \lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right) \left(2 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right) \cos \varphi_1} \dots\dots\dots(35)$$

となり $\sin \varphi_1$ と $\cos \varphi_1$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \sin \frac{11}{12} \Psi \cdot \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} + \cos \frac{11}{12} \Psi \sqrt{1 - \left(\frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} \right)^2} \\ \cos \varphi_1 &= \cos \frac{11}{12} \Psi \cdot \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} - \sin \frac{11}{12} \Psi \sqrt{1 - \left(\frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} \right)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(36)$$

例えば $\theta_r = 60^\circ \sim 180^\circ$, $\lambda = 0.6 \sim 0.9$ と $\mu = 0.3 \sim 0.95$ を指定したE点の ρ_{Mmin}/d を求めたものを図11に示す。これから λ が小さい程 θ_r , μ が大きい程 ρ_{Mmin}/d が増加することがわかる。

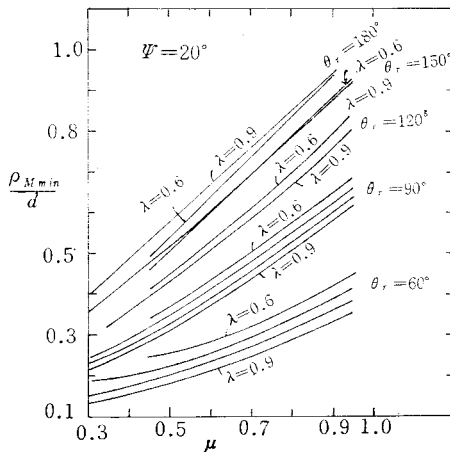


図11 θ_r , λ , μ を指定した場合のE点の ρ_{Mmin}/d

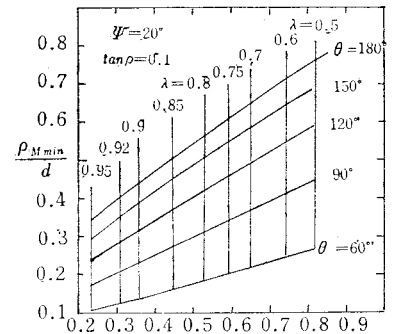


図12 摩擦係数を指定したE点の ρ_{Mmin}/d

押進め角の関係から $\tan \phi_A$ を摩擦係数に等しくとれば式(27)から $\tan \phi$ を指定して λ に対し μ が求まるので、これを式(36), (35)に代入して ρ_{Mmin}/d を計算したものを図12に示す。図より $\Psi = 20^\circ$, $\tan \phi = 0.1$ とし各 θ_r に対し λ を指定すれば μ が定まり、 ρ_{Mmin}/d が求まる。 θ_r が小さい程、 λ が大きい程 ρ_{Mmin}/d の値が減少することに注意せねばならぬ。

§7 滑り率

カムと従動節の滑り率 σ_1 , σ_2 を求めるためには式(14), (12)より ρ_M/d , MP/d を求め、式(23)に代入すれば求められる。例えば $\Psi = 20^\circ$, $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\lambda = 0.7$, $\mu = 0.6$ の場合 $\rho_{Mmin}/d = 0.52641$ なので従動節の円弧半径 $r < \rho_{Mmin}$ の条件を満たすため $r/d = 0.3$ として σ_1 , σ_2 を求めたものを図13に示す。図においてカムの滑り率 σ_1 について言えばほぼ1前後でE点において $\sigma_{1max} = 1.6112$ となり、従動節の滑り率 σ_2 について言えば $\sigma_{2max} = \infty$ となる。位置はA, D, G点とBC, EF間である。

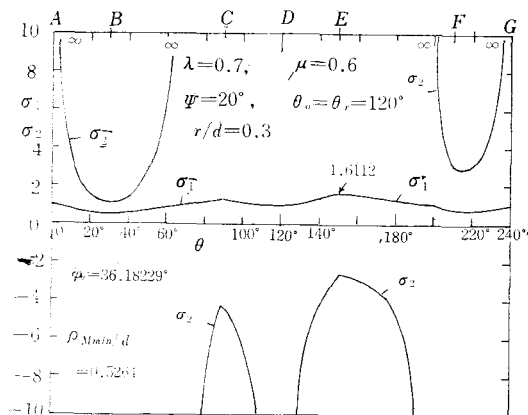


図13 滑り率

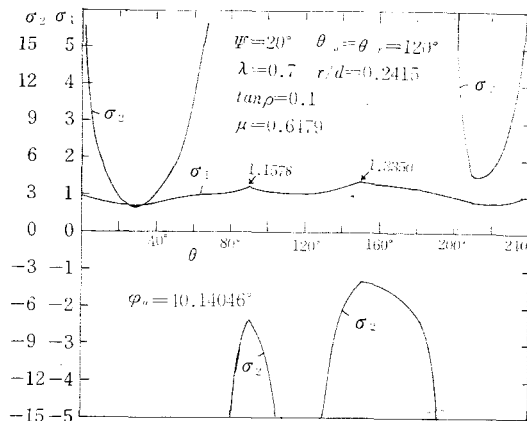
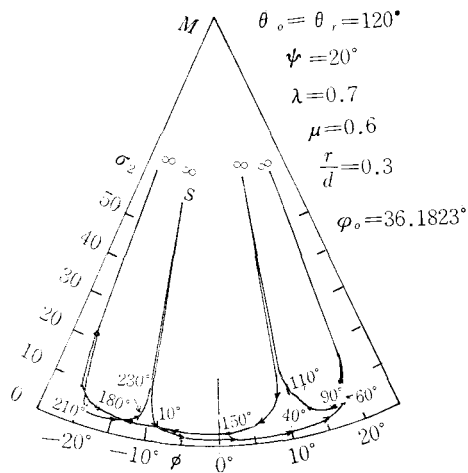
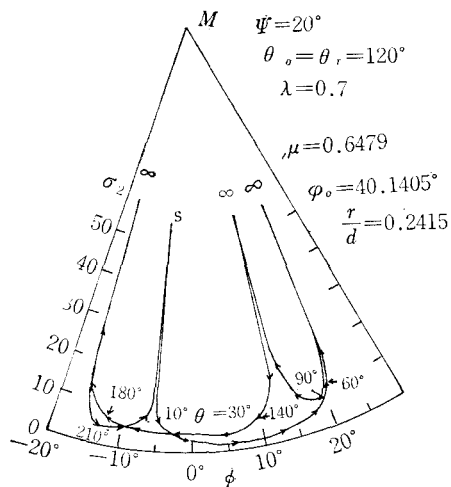


図14 滑り率

図14は $\lambda=0.7$, $\mu=0.6479$, $r/d=0.2415$, $\varphi_0=40.14046^\circ$ の σ_1 , σ_2 を示す。図13と同様な結果を示す。従動節の $\sigma_2=\infty$ を有限値にすることは λ , μ , r/d を変化させてもできない。図15, 16は図13, 14の場合の σ_2 を円弧従動節上に示した図である。図から $\sigma_2=\infty$ の位置が4カ所あり、接触点の移動が左から右に行くとき滑り率は+となり、その反対は-となる。この図から従動節の表面はほぼ均一に摩耗するように思われる。

図15 円弧従動節上の σ_2 図16 円弧従動節上の σ_2

カムの滑り率 σ_1 は E 点で最大となるので、 E 点における σ_1 を指定して r/d を求める。式(23)から r/d を求めれば次式が得られる。

$$\frac{r}{d} = \frac{\frac{MP}{d} \cdot \frac{\rho_M}{d} (\sigma_1 - 1)}{\sigma_1 \cdot \frac{MP}{d} - \frac{\rho_M}{d}} \quad (37)$$

E 点の ρ_M/d は式(35), (36)から得られ、 MP/d は式(12)に式(34)を代入すれば

$$\frac{MP}{d} = \frac{\left\{1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right)^2 - 2\lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right) \cos \varphi_1\right\}^{\frac{1}{2}}}{1 - \frac{\Psi}{\theta_r}} \quad \dots\dots\dots (38)$$

が求められるので、これらの値を式(37)に代入すればよい。

例えば $\Psi = 20^\circ$, $\lambda = 0.7$ の場合 $\sigma_1 = 1.5$ を指定し, $\theta_r = 100^\circ \sim 180^\circ$ の各 μ に対する r/d の値を図17に示す。 θ_r が大きい程 r/d が大きくとれ, μ が大きい程 r/d が大にすることができる。この図から θ_r と μ が定まれば r/d が決定できる。

押進め角の関係から λ を指定し, μ を式(27)を用いて求め, これから式(35), (36), (38)より

ρ_{Mmin} , MP を求めて更に σ_1 を指定し, 式(37)より r/d を求めたものを図18, 19, 20に示す。

図から λ が大きい程同じ θ_r に対し r/d が減少し, 同じ λ に対し θ_r が小さい程 r/d が減少することがわかる。図21は始点の摩擦係数を指定した場合の各 θ_r に対する ρ_{Mmin}/d を示す。

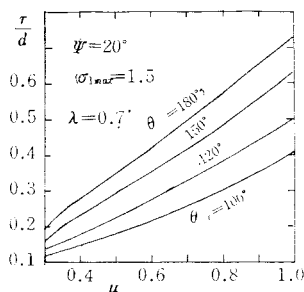


図17 E点の σ_1 を指定し各 θ_r に対する μ と r/d の関係

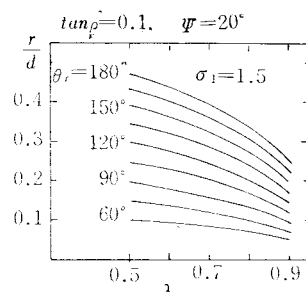


図18 摩擦係数と λ を指定し各 θ_r に対する r/d

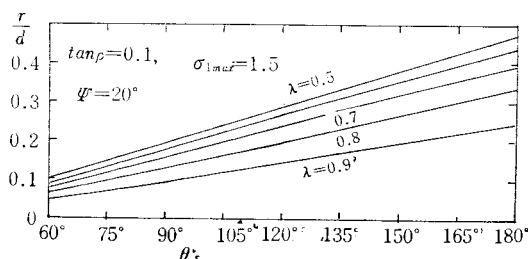


図19 摩擦係数と σ_{1max} を指定し各 λ に対する θ_r と r/d の関係

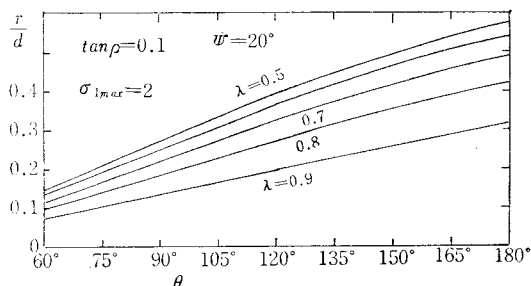


図20 摩擦係数と σ_{1max} を指定し各 λ に対する θ_r と r/d の関係

§ 8 カムの輪郭と接触点の軌跡

円弧従動節の場合のカムの輪郭は式(1)~(7)を式(15), (18)に代入すれば求まり, 接触点の軌跡は式(21)に代入すれば求まるので, 例えば図22は $\Psi = 20^\circ$, $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\lambda = 0.7$, $\mu = 0.6$, $r/d = 0.3$ の場合のカムの輪郭と接触点の軌跡を示す。

もし始点の摩擦係数 $\tan \rho = 0.1$ と指定すれば $\lambda = 0.7$ のとき $\mu = 0.64788$ となるので, $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$ のとき E点の $\sigma_{1max} = 1.5$ と指定すれば $r/d = 0.2415$ となるので, これらのデータでカムの輪郭と 接触点の軌跡を求めたものを図23に示す。いづれも最良のカムを表す。

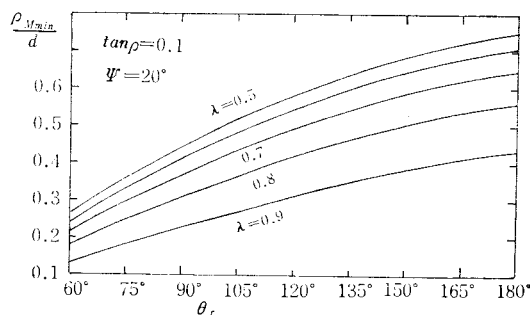


図21 摩擦係数を指定した場合の各 θ_r に対する ρ_{Mmin}/d

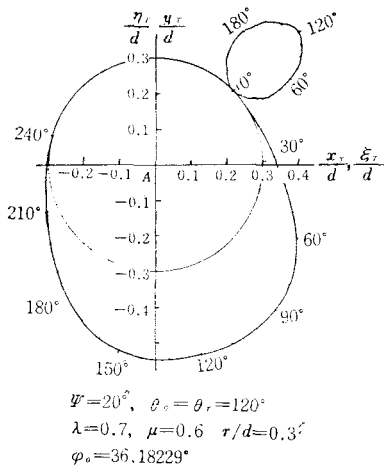


図22 カムの輪郭と接触点の軌跡

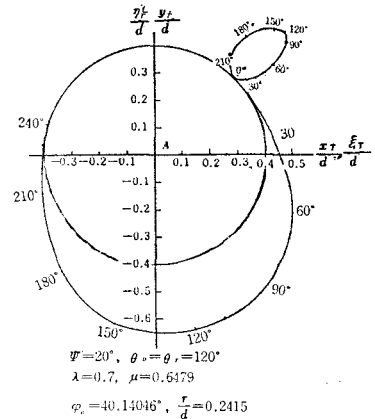


図23 カムの輪郭と接触点の軌跡

§ 9 結 論

以上揺動等2次角加速度カムの円弧揺動従動節の場合の各性質を調べ次の結論を得た。

- (1) 押進め角の見地から $\lambda(l/d) < 1.0$ の必要がある。
- (2) 従動節の長さあるいは基礎円の半径を減少させれば往き行程の最大押進め角は減少するが、戻り行程のそれは逆に増加する。
- (3) 始点の押進め角は零以下にする必要がある。
- (4) 最小曲率半径はC点あるいはE点に生ずるが、 $\theta_0=\theta_r$ の場合はE点に生ずる。
- (5) σ_{1max} を指定して従動節の円弧半径を選定することができる。
- (6) 従動節の無限大の滑り率は各行程の始点と終点および行程の中間において生ずる。

次報において従動節が平板の場合を論ずる。

文 献

- 1) 糸島寛典：往復等2次加速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第8巻，第1号，29～40頁，1972
- 2) 糸島寛典：揺動等角加速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第7巻，第1号，45～57頁，1971

（昭和48年1月8日受付）

往復楕円カムの滑り率の研究 (第1報)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Specific Sliding of the Elliptical Cam with the Reciprocating Follower (Report 1)

Hironori ITOSHIMA

The ellipse with the center as the pivot is chosen as the profile of the cam with the reciprocating follower. The elliptical curve is expressed in xy coordinates.

The motion (displacement, velocity and acceleration) of the follower (circular arc or flat face) and the pressure angle are examined, and then the specific slidings in the cam and the follower are discussed. Consequently, the best elliptical cam for the specific sliding is chosen.

§ 1 緒 言

楕円形の輪郭をもつカムをその中心を回転軸とし、往復動あるいは揺動従動節の運動の解析については楕円を極座標により表示してなされている¹⁾。

本報告においては楕円カムを回転する直角座標で表示し、従動節のリフトを基準とし、往復動するナイフエッジ、円弧あるいは平板従動節の運動とくにその加速度、押進め角、滑り率について論ずる。円弧従動節の場合はカムの輪郭は楕円とはならぬので、輪郭を直角座標で表示する必要がある。往き行程の最大押進め角を減少させるために従動節をかたよらせたが、本報告では楕円カムの基礎としてかたよりのない場合を取扱う。

往復楕円カムとして最大加速度、最大押進め角、カム上の最大滑り率を考慮した最適の楕円カムの設計を行う。

§ 2 記 号

θ : カムの回転角	a : 楕円カムの長径
b : 楕円カムの短径	e : かたより量
h : 従動節の変位	H : 従動節のリフト
$k = \sqrt{b^2 - e^2}$	ϕ : 押進め角
ρ_M : ナイフエッジ従動節の接触点におけるカムの曲率半径	
ρ_T : 円弧あるいは平板従動節の接触点におけるカムの曲率半径	
σ_1 : カムの滑り率	σ_2 : 従動節の滑り率
ω : カムの角速度	s : 平板従動節の接触点の変位
R_0 : ナイフエッジの場合の基礎円半径	$dh/d\theta$: 従動節の速度
R : 円弧従動節の場合の基礎円半径	$d^2h/d\theta^2$: 従動節の加速度

§ 3 楕円カムのナイフエッジ従動節の運動

往復ナイフエッジ従動節をもつ楕円カムを図1に示す。楕円カムの回転中心を O とし、長軸を x 軸、短軸を y 軸とする直角座標を取り、これが O を中心に反時計回りに回転するとし、 O を原点とする紙面に固定座標 $\xi\eta$ を取り、 η 軸を従動節の行程線に平行とす。 ξ 軸と x 軸の交角を θ とすれば θ はカムの回転角となる。

ナイフエッジ従動節は e だけかたよっているとし、カムの接触点を M とし、 M を原点、行程線を Y 軸とする XY の直角座標をとる。 M 点の x, y 座標を x_M, y_M とすればカムが楕円だから、長軸の半径を a 、短軸の半径を b とすれば

$$\left(\frac{x_M}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_M}{b}\right)^2 = 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

が成立する。次に M 点の $\xi\eta$ 座標を ξ_M, η_M とすれば図から

$$\xi_M = x_M \cos \theta - y_M \sin \theta, \quad \eta_M = x_M \sin \theta + y_M \cos \theta \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる。 Y 軸と ξ 軸の交点を Q とし、従動節の最下点を N とすれば $ON = b$ となるので、 $NQ = k$ とすれば従動節の変位 h は次式ようになる。

$$h = \eta_M - k = x_M \sin \theta + y_M \cos \theta - \sqrt{b^2 - e^2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

次にかたより量 e の値は次式のようになる。

$$e = x_M \cos \theta - y_M \sin \theta \quad \dots\dots\dots(4)$$

式(4)から y_M の式を求め、式(1)に代入して x_M を求め、次に y_M を求めれば次式が得られる。

$$x_M = \frac{a^2 e \cos \theta + ab \sin \theta \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2}}{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$y_M = \frac{-b^2 e \sin \theta + ab \cos \theta \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2}}{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} \quad \dots\dots\dots(6)$$

式(5), (6)を式(3)に代入すれば

$$h = \frac{e(a^2 - b^2) \sin \theta \cos \theta + ab \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2}}{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} - \sqrt{b^2 - e^2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

となるので、式(7)を θ で微分すれば $dh/d\theta$, $d^2h/d\theta^2$ は次式のようになる。

$$\frac{dh}{d\theta} = (a^2 - b^2) \left[\frac{e(a^2 \cos^2 \theta - b^2 \sin^2 \theta) + ab \sin \theta \cos \theta \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2}}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^2} - \frac{e^2 ab \sin \theta \cos \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^2 \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2}} \right] \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2h}{d\theta^2} = & (a^2 - b^2) \left[\frac{2e \sin \theta \cos \theta (a^4 \cos^2 \theta + b^4 \sin^2 \theta - 3a^2 b^2)}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^3} \right. \\ & + ab \times \frac{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta) \{a^2 \cos^4 \theta - b^2 \sin^4 \theta - e^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\}}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^3 \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2}} \\ & + 2(a^2 - b^2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta (a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2) \\ & - e^2 ab \times \frac{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta) (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) (a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2)}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^3 (a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta - e^2)^{\frac{3}{2}}} \\ & \left. + (a^2 - b^2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \{5(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta) - 4e^2\} \right] \quad \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

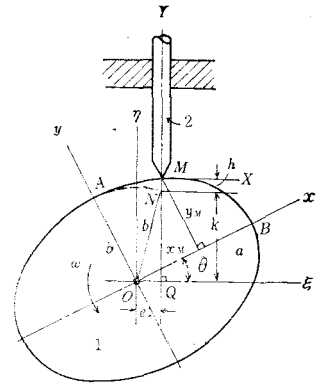


図1 往復ナイフエッジ従動節をもつ楕円カムの座標

かたより量 e がある場合、従動節の加速度はかなり複雑となるので本報告では以後 $e = 0$ のかたよりのない場合を取扱う。

かたより量 $e = 0$ の場合 式(5)~(9)は次式のようにになる。

$$x_M = \frac{ab \sin \theta}{\sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}}, \quad y_M = \frac{ab \cos \theta}{\sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}} \quad (10)$$

$$h = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}} - b \quad (11)$$

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{ab(a^2 - b^2) \sin \theta \cos \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \quad (12)$$

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{ab(a^2 - b^2)}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{5/2}} \{a^2 \cos^4 \theta - b^2 \sin^4 \theta + 2(a^2 - b^2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta\} \quad (13)$$

式(11)より $\theta = 90^\circ$ のとき $H = a - b$ となるので

$$\frac{a}{H} = 1 + \frac{b}{H} \quad (14)$$

が得られる。例えば $H = 10\text{mm}$, $a = 30\text{mm}$, $b = 20\text{mm}$, $e = 0$ を指定し, $\theta = 0 \sim 90^\circ$ の場合について式(11)~(13)を計算したものを図2に示す。従動節の速度 $v = \omega \cdot dh/d\theta$, 加速度 $a = \omega^2 \cdot d^2h/d\theta^2$ なので $dh/d\theta$, $d^2h/d\theta^2$ はそれぞれ速度, 加速度に比例する。

図から $\theta = 0 \sim 45^\circ$ までは等加速度カムで, $\theta = 60^\circ \sim 90^\circ$ は単弦カムのような性質があることがわかる。 $\theta = 0$ の行き行程の始点の加速度よりも $\theta = 90^\circ$ の終点の加速度の方が大きいことに注意されたい。

式(14)から a/H は b/H によって定まるので b/H

$= 1 \sim 4$ の場合について h/H , $(dh/d\theta)/H$, $(d^2h/d\theta^2)/H$ を $\theta = 0 \sim 90^\circ$ について求めた図3, 4, 5に示す。図3から b/H が大になる程変位の傾斜がゆるやかになる。図4から $b/H > 2$ の必要があり, 図5から b/H が大なる程始点の加速度が僅かに増すが終点の加速度は減少する。特に $b/H = 1$ の

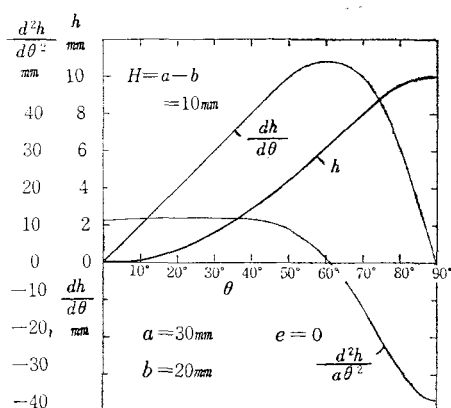


図2 $e = 0\text{mm}$, $a = 30\text{mm}$, $b = 20\text{mm}$ の場合の変位, 速度, 加速度線図

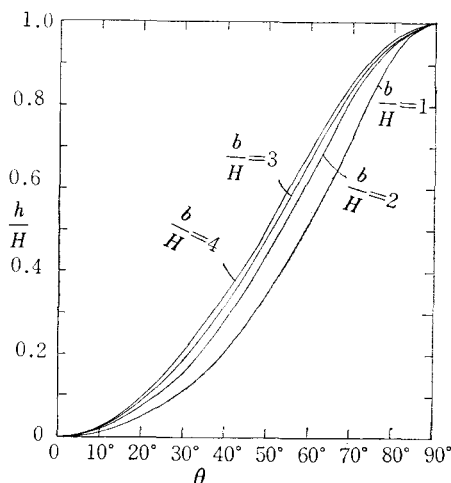


図3 楕円カムの変位

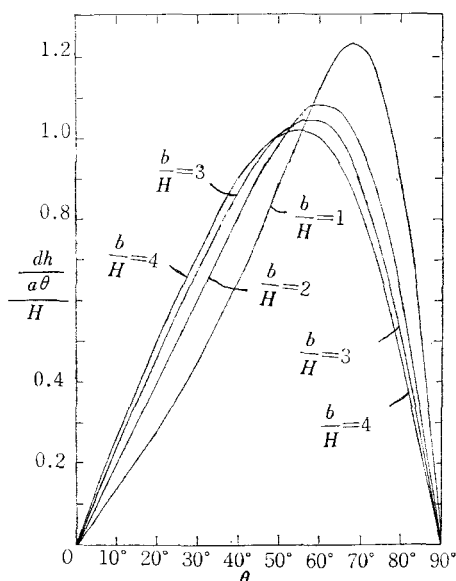


図4 楕円カムの速度

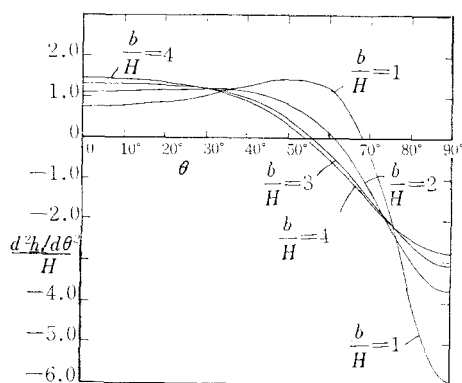


図5 楕円カムの加速度

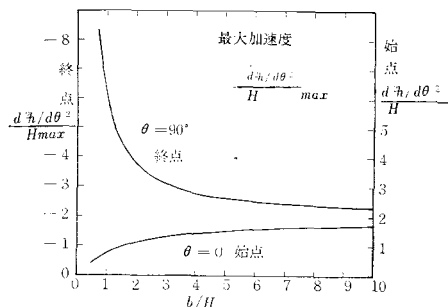


図6 始点と終点の加速度

終点の加速度は大となるので $b/H > 2$ が望ましい。

始点と終点の加速度

図5より楕円カムにおいて往き行程の始点Aと終点Bの加速度が大きいので、それらを求める。

始点Aの加速度 始点Aにおける加速度は式(13)に $\theta = 0$ を代入すれば次式が得られる。

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{b(a^2 - b^2)}{a^2}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = \frac{\frac{b}{H} \left(1 + 2 \frac{b}{H}\right)}{\left(1 + \frac{b}{H}\right)^2} \quad (15)$$

終点Bの加速度 終点Bにおける加速度は式(13)に $\theta = 90^\circ$ を代入すれば次式が得られる。

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = -\frac{a(a^2 - b^2)}{b^2}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = -\frac{\left(1 + \frac{b}{H}\right) \left(1 + 2 \frac{b}{H}\right)}{\left(\frac{b}{H}\right)^2} \quad (16)$$

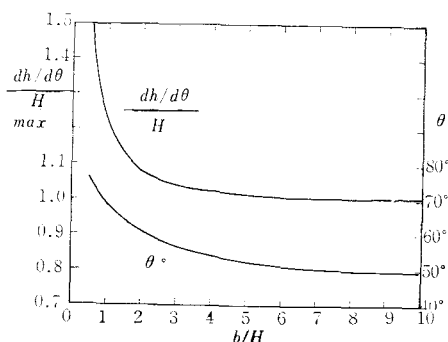
表1 $b/H = 0.5 \sim 5$ における始点と終点の加速度 $d^2h/d\theta^2/H$

b/H	0.5	1	2	3	4	5
始 点	0.4444	0.7500	1.1111	1.3125	1.4400	1.5278
終 点	-12	-6	-3.7500	-3.1111	-2.8125	-2.6400

$b/H = 0.5 \sim 5$ について式(15), (16)を計算したものを表1と図6に示す。図から明らかに終点の加速度は始点のそれよりも大で、 b/H が大になる程その差は小となるが、 $b/H < 3$ では終点の加速度が非常に大きい。

最大速度と θ の値

従動節の速度が最大となる所は加速度が零となる所だから式(13)を零とおき、 $\theta < 90^\circ$ とすれば最大速度の所の θ は次式のように得られる。

図7 最大速度とそのときの θ

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{-b^2 + \sqrt{b^4 + a^2(a^2 - b^2)}}{a^2 - b^2}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{H}\right)^4 + \left(1 + \frac{b}{H}\right)^2 \left(1 + 2 \frac{b}{H}\right)} - \left(\frac{b}{H}\right)^2}{\sqrt{1 + 2 \frac{b}{H}}} \quad (17)$$

これらの値を式(12)に代入すれば最大速度 $(dh/d\theta)_{max}$ は次式のようにになる。

$$\left(\frac{dh}{d\theta}\right)_{max} = \frac{ab\sqrt{(a^2+b^2)\sqrt{b^4+a^2(a^2-b^2)}-(a^4+b^4)}}{(a^2+b^2-\sqrt{b^4+a^2(a^2-b^2)})^{\frac{3}{2}}} \quad (18)$$

よって a の代りに $1+b/H$, b の代りに b/H を代入すれば $(dh/d\theta/H)_{max}$ が求められる。 $b/H=0.5\sim 1.0$ の場合の最大速度 $(dh/d\theta/H)_{max}$ の値を図7に示す。図から $b/H < 2$ のときは非常に大となる。

§ 4 押進め角

かたより量 $e=0$ の場合の押進め角を求めるには図8より接触点 M における接線 tt を引き、 x 軸の交角を δ とすれば M 点のカムへの法線 MP と Y 軸のなす角 ϕ が押進め角であるので、 x 軸と MP のなす角を δ' とすれば図から

$$\phi = \theta + \delta - 180^\circ = \theta + \delta' - 90^\circ \quad (19)$$

が得られる。 δ' を求めるために式(1)を y で微分すれば

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{y_M}{x_M}, \quad \frac{x_M}{y_M} = \tan\theta, \quad \tan\delta' = -\frac{dx}{dy} = \frac{a^2}{b^2} \cot\theta \quad (20)$$

となる。式(19)に式(20)を代入すれば次式が得られる。

$$\tan\phi = -\frac{1-\tan\theta\tan\delta'}{\tan\theta+\tan\delta'} = \frac{(a^2-b^2)\tan\theta}{a^2+b^2\tan^2\theta} \quad (21)$$

これから次の3式が得られる。

$$\sin\phi = \frac{(a^2-b^2)\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{a^4\cos^2\theta+b^4\sin^2\theta}}, \quad \cos\phi = \frac{a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta}{\sqrt{a^4\cos^2\theta+b^4\sin^2\theta}} \quad (22), (23)$$

$$\tan\phi = \frac{(a^2-b^2)\sin\theta\cos\theta}{a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta} \quad (24)$$

以上の3式のいずれを用いても ϕ が求められる。

式(22)と式(14)を用い、 $b/H=1\sim 3$ の場合 $\theta=0\sim 90^\circ$ について押進め角 ϕ を求めたものを図9に示す。押進め角について言えば $b/H > 2$ の場合が良い。

最大押進め角 ϕ_{max} とその位置の θ

式(22)を θ で微分し、 $d\phi/d\theta=0$ とおけば

$$\frac{d\phi}{d\theta} = (a^2-b^2) \frac{(\cos^2\theta - \sin^2\theta)(a^4\cos^2\theta + b^4\sin^2\theta) + (a^4-b^4)\sin^2\theta\cos^2\theta}{\cos\phi(a^4\cos^2\theta + b^4\sin^2\theta)^{\frac{3}{2}}} \text{ から } \tan\theta = \frac{a}{b} \text{ あるいは}$$

$$\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1+b/H}{\sqrt{(1+b/H)^2 + (b/H)^2}} \quad (25)$$

が得られ、そのときの最大押進め角 ϕ_{max} は次式のようにになる。

$$\sin\phi_{max} = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = \frac{1+2\left(\frac{b}{H}\right)}{\left(1+\frac{b}{H}\right)^2 + \left(\frac{b}{H}\right)^2} \quad (26)$$

図10は $b/H=0.5\sim 1.0$ の場合の θ と ϕ_{max} を求めたもので $\phi_{max} < 30^\circ$ にするためには $b/H > 1.4$,

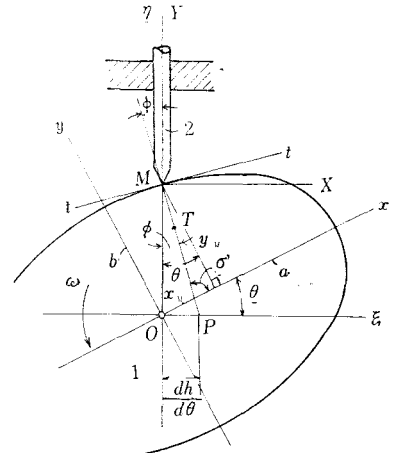


図8 押進め角

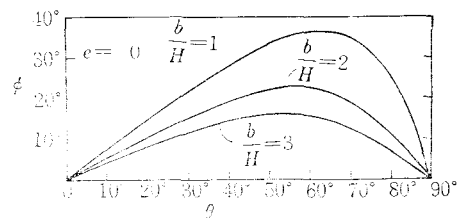


図9 押進め角

$\phi_{max} < 20^\circ$ にするためには $b/H > 2.3$ でなければならぬ。

§5 曲率半径

θ をパラメーターとした接触点 M におけるカムの曲率半径 ρ_M を求めるには

$$\rho_M = \frac{\left\{ \left(\frac{dx}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2x}{d\theta^2} \cdot \frac{dy}{d\theta} - \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{d^2y}{d\theta^2}} \quad \dots\dots\dots(27)$$

の式を用い、式(10)を θ で微分すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\theta} &= -\frac{a^2 b \cos \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{\frac{3}{2}}}, & \frac{dy}{d\theta} &= \frac{-ab^3 \sin \theta}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{d^2x}{d\theta^2} &= \frac{a^3 b \sin \theta \{2(a^2 - b^2) \cos^2 \theta - b^2\}}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{\frac{5}{2}}}, & \frac{d^2y}{d\theta^2} &= \frac{-ab^3 \cos \theta \{2(a^2 - b^2) \sin^2 \theta + a^2\}}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{\frac{5}{2}}} \end{aligned}$$

これらの式を式(27)に代入すれば ρ_M が求められる。

$$\rho_M = \frac{1}{ab} \left(\frac{a^4 \cos^2 \theta + b^4 \sin^2 \theta}{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \dots\dots\dots(28)$$

図11は 式(28)より各 θ に対し、 $b/H = 1 \sim 4$ の場合の ρ_M/H を求めたものを示す。図から $\theta = 90^\circ$ の終点における曲率半径が最小であるので、式(28)に $\theta = 90^\circ$ を入れれば

$$\rho_{Mmin} = \frac{b^2}{a}, \quad \frac{\rho_{Mmin}}{H} = \frac{(b/H)^2}{1+b/H} \quad \dots\dots\dots(29)$$

円弧従動節の場合の半径を r とすれば常に $\rho_{Mmin} > r$ でなければならぬから

$$r < \frac{b^2}{a}, \quad \frac{r}{H} < \frac{(b/H)^2}{1+b/H} \quad \dots\dots\dots(30)$$

が成立せねばならぬ。

図11より最大曲率半径 ρ_{Mmax} は始点にあり、その値は式(28)に $\theta = 0$ を代入して

$$\rho_{Mmax} = \frac{a^2}{b}, \quad \frac{\rho_{Mmax}}{H} = \frac{(1+b/H)^2}{b/H} \quad \dots\dots\dots(31)$$

となる。図12は $b/H = 1 \sim 8$ の ρ_M/H の最大と最小値を示す。

§6 r の選定と滑り率

図8において MP の長さは次式で求められる。

$$MP = \frac{OM}{\cos \phi} = \frac{h+b}{\cos \phi} = \frac{ab\sqrt{a^4 \cos^2 \theta + b^4 \sin^2 \theta}}{(a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots\dots\dots(32)$$

式(14)から

$$\frac{MP}{H} = \left(\frac{b}{H} \right) \left(1 + \frac{b}{H} \right) \frac{\{(1+b/H)^4 \cos^2 \theta + (b/H)^4 \sin^2 \theta\}^{\frac{1}{2}}}{\{(1+b/H)^2 \cos^2 \theta + (b/H)^2 \sin^2 \theta\}^{\frac{3}{2}}} \quad \dots\dots\dots(33)$$

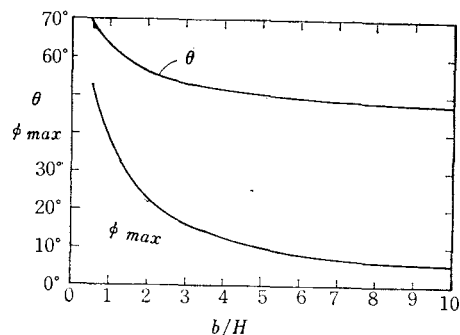


図10 最大押進め角

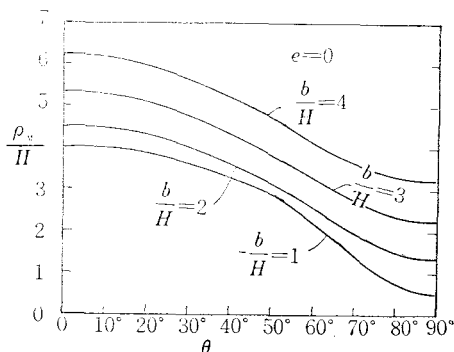


図11 楕円カムの曲率半径

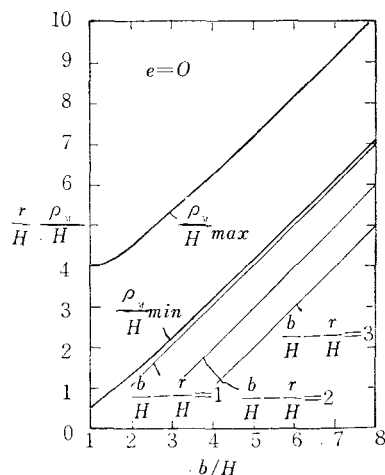


図12 ρ_{Mmax} と ρ_{Mmin}

式(28)から

$$\frac{\rho_M}{H} = \frac{1}{(b/H)(1+b/H)} \left\{ \frac{(1+b/H)^4 \cos^2 \theta + (b/H)^4 \sin^2 \theta}{(1+b/H)^2 \cos^2 \theta + (b/H)^2 \sin^2 \theta} \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (34)$$

となる。前報²⁾によりカムと従動節の滑り率 σ_1 , σ_2 は次式で求められる。

$$\sigma_1 = \frac{\rho_M}{\rho_M - r} \cdot \frac{MP - r}{MP}, \quad \sigma_2 = \frac{\rho_M}{r} \cdot \frac{MP - r}{\rho_M - MP} \quad (35), (36)$$

r の選定 図12において縦軸を r/H とし, $(b/H) - (r/H) = 1$ の直線を求めれば図のようにほぼ $(\rho_M/H)_{min}$ の曲線と重なるので $(b/H) - (r/H) > 1$ でなければならぬ。 $(b/H) - (r/H) = 2, 3$ の直線を図に示す。 $(b/H) - (r/H) > 2$ であれば r としてのカムの設計は都合よく、後で述べるように σ_{1max} は余り大にならぬように思われる。

図13は $(b/H) - (r/H) = 2$ とし $r/H = 1, 2, 3$, $b/H = 3, 4, 5$ の場合の従動節の滑り率 σ_2 を $\theta = 0 \sim 90^\circ$ にわたって求めたものである。図から始点と終点の σ_2 は一定で b/H が小さい程始点の σ_2 は大となり、いずれも行程の途中で $\sigma_2 = \infty$ となる。カムの滑り率 σ_1 は $r/H = 1$, $b/H = 3$ の場合のみ示されているが、始点で1以下から始まり漸増して終点で最大となる。

押進め角 ϕ は円弧従動節の接点の位置を示すからこれを用いて図14に $b/H = 3$, $r/H = 1$ の場合の従動節の円弧上の滑り率 σ_2 を示す。円弧上ほぼ一定であるが両端では $\sigma_2 = \infty$ である。

$\sigma_2 = \infty$ の θ の位置 式(36)より $\sigma_2 = \infty$ となるのは $\rho_M = MP$ である。それ故式(33), (34)の右辺を等しいとおけば

$(b/H)^2(1+b/H)^2 = (1+b/H)^4 \cos^2 \theta + (b/H)^4 \sin^2 \theta$
となり、これから次式が得られる。

$$\sin \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \theta = \frac{1+b/H}{\sqrt{(1+b/H)^2 + (b/H)^2}} \quad (37)$$

この式は式(25)の ϕ_{max} の場合の θ に一致するので ϕ_{max} の所で $\sigma_2 = \infty$ となる。図10を利用すればよい。

カムの最大滑り率 σ_{1max} 図13から σ_{1max} は $\theta = 90^\circ$ において生ずるのでこれを式(33), (34)に代入すれば

$$\frac{MP}{H} = 1 + \frac{b}{H}, \quad \frac{\rho_M}{H} = \frac{(b/H)^2}{1+b/H}$$

となるので、式(35)から次式が得られる。

$$\sigma_{1max} = \frac{(b/H)^2}{(b/H)^2 - (1+b/H)(r/H)} \cdot \frac{(1+b/H) - (r/H)}{1+b/H} \quad (38)$$

$$\text{今} \quad b - r = R \quad (39)$$

とおけば、 R は円弧従動節の場合の基礎円の半径であり、これを一定とすれば次式のようなになる。

$$\sigma_{1max} = \frac{(b/H)^2}{(b/H)^2 - (1+b/H)(b/H - R/H)} \times \frac{(1+b/H) - (b/H - R/H)}{1+b/H} \quad (40)$$

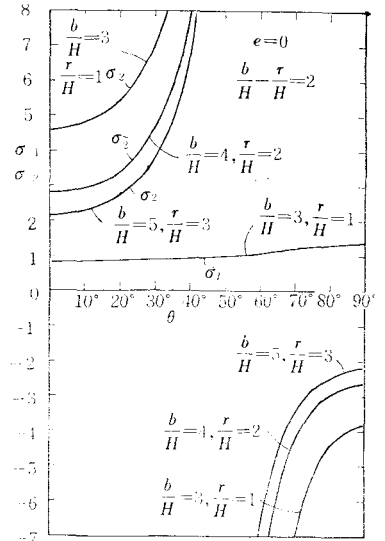


図13 $b/H - r/H = 2$ の場合の滑り率

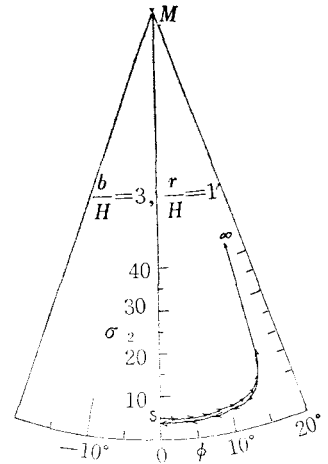


図14 円弧従動節上の滑り率 σ_2

σ_{1max} を指定して r/H を求めるには式(38)を変形すれば次式が得られる。

$$\frac{r}{H} = \frac{ab^2(\sigma_1 - 1)}{a^2\sigma_1 - b^2} = \frac{(b/H)^2(1+b/H)(\sigma_1 - 1)}{(1+b/H)^2\sigma_1 - (b/H)^2} \quad (41)$$

今式(40)に $R/H = 2 \sim 5$, $b/H = 1 \sim 10$ を代入して σ_{1max} を計算したものを図15に示す。図から $R/H \geq 1.5$ の場合 $b/H \leq 6$ ならば $\sigma_{1max} < 3$ となり, $R/H \geq 2$ の場合は $\sigma_{1max} < 2$ となるので $R/H \geq 1.5$ の必要がある。

次に式(41)に $\sigma_1 = 1.5, 2, 2.5, 3$ および $b/H = 1 \sim 10$ を代入して r/H を計算したものを図16に示す。各 b/H に対し σ_1 が小さい程 r/H が小さくなる。図に R/H の直線があるので, その図からも b/H , R/H が指定されれば r/H と σ_{1max} が決定される。

§ 7 カムの輪郭と接触点の軌跡

図8において往復円弧従動節のカムと従動節の接触点を T とし, T 点の $\xi\eta$ 座標を ξ_T, η_T とすれば $OP = dh/d\theta$, $OM = \eta_M$ だから

$$\xi_T = \frac{r \frac{dh}{d\theta}}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta}\right)^2 + \eta_M^2}}, \quad \eta_T = \eta_M - \frac{r\eta_M}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta}\right)^2 + \eta_M^2}} \quad (42)$$

となり, これは接触点の軌跡を与える。ただし η_M は式(10)より次式で与えられる。

$$\eta_M = h + b = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}} \quad (43)$$

$dh/d\theta$ は式(12)で与えられるので ξ_T, η_T は容易に計算される。 ξ_T, η_T を x, y 座標に変換すれば

$$x_T = \xi_T \cos \theta + \eta_T \sin \theta, \quad y_T = -\xi_T \sin \theta + \eta_T \cos \theta \quad (44)$$

となり, これはカムの輪郭を表す。

図17は $a/H = 4.0$, $b/H = 3.0$, $r/H = 1.0$, $e = 0$ の場合のカムの輪郭と接触点の軌跡を示す。

§ 8 往復平板従動節の運動

図18は往復平板従動節の場合を示す。楕円カムの中心を

O とし, 反時計回りに回るとし, 長軸を x 軸, 短軸を y 軸にとり, 従動節の行程線を η 軸, これと直角に ξ 軸をとり, x, ξ 軸の交角を θ , 接触点を T , 平板の中心を M とす。接触点 T におけるカムの法線が ξ 軸の交点を P とす。 T 点の x, y 座標を x_T, y_T とすれば, T 点は楕円上の点だから

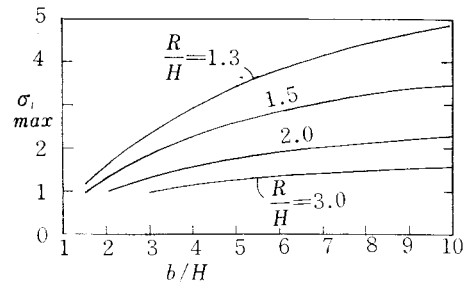


図15 R/H を指定した場合の各 b/H に対する σ_{1max}

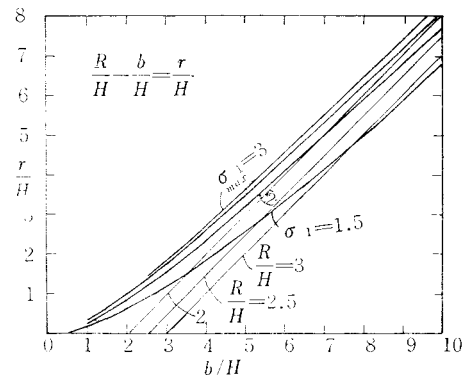


図16 σ_{1max} を指定した場合の各 b/H に対する r/H

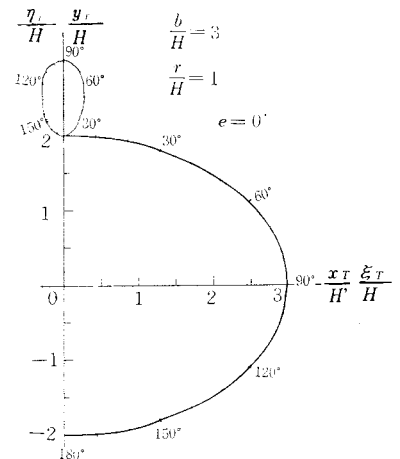


図17 カムの輪郭と接触点の軌跡

$$\left(\frac{x_T}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_T}{b}\right)^2 = 1 \quad \dots\dots\dots(45)$$

となる。平板従動節の変位を h とすれば

$$TP = h + b = x_T \sin \theta + y_T \cos \theta \quad \dots\dots\dots(46)$$

となる。式(45)を x で微分すれば

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b^2}{a^2} \frac{x_T}{y_T} = -\tan \theta, \quad x_T = \frac{a^2 \sin \theta}{b^2 \cos^2 \theta} y_T$$

これを式(45)に代入すれば x_T, y_T は次式のようにになる。

$$x_T = \frac{a^2 \sin \theta}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}}, \quad y_T = \frac{b^2 \cos \theta}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \quad \dots\dots\dots(47), (48)$$

この両式を式(46)に代入すれば

$$h = \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} - b \quad \dots\dots\dots(49)$$

となり、これを θ で微分すれば速度、加速度が次のように求められる。

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{(a^2 - b^2) \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \quad \dots\dots\dots(50)$$

$$\frac{d^2 h}{d\theta^2} = \frac{(a^2 - b^2)(b^2 \cos^4 \theta - a^2 \sin^4 \theta)}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots\dots\dots(51)$$

$a - b = H$ となるから a/H は b/H により次のように表わされる。

$$a/H = 1 + b/H \quad \dots\dots\dots(52)$$

今 $b/H = 1, 2, 6$ として $h/H, (dh/d\theta)/H, (d^2 h/d\theta^2)/H$ を計算したものをそれぞれ図19, 20, 21に示す。図21から一般に $\theta = 0$ の行程の始点の加速度は $\theta = 90^\circ$ の終点の加速度より大きな値をもち、 b/H の値が大きいく程始点の加速度が低いので、 b/H を大きくする必要がある。

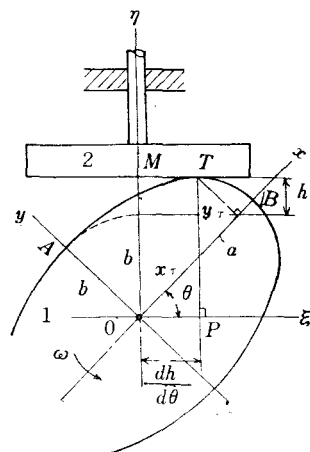


図18 平板従動節をもつ楕円カム

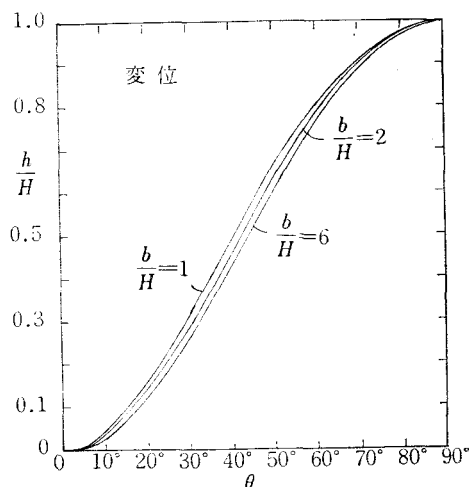


図19 楕円カムの平板従動節の変位

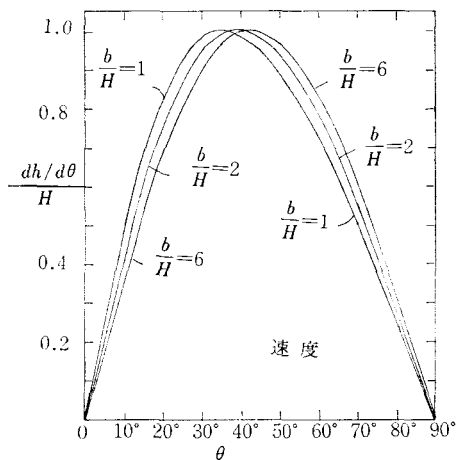


図20 速度

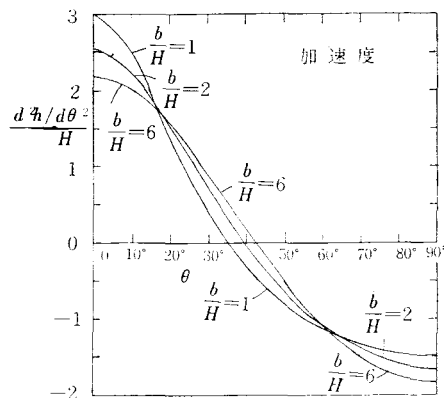


図21 加速度

始点の最大加速度

行程の始点Aの最大加速度は式(51)に $\theta = 0$ を代入すれば次式のようになる。

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{a^2 - b^2}{b}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = 2 + \frac{H}{b} \dots\dots\dots(53)$$

終点の加速度

終点Bの加速度は式(51)に $\theta = 90^\circ$ を代入すれば

$$\frac{dh}{d\theta} = -\frac{a^2 - b^2}{a}, \quad \frac{d^2h/d\theta^2}{H} = -2 + \frac{1}{1 + b/H} \dots\dots\dots(54)$$

となる。式(53), (54)に $b/H = 1 \sim 6$ を代入したものを表2と図22に示す。

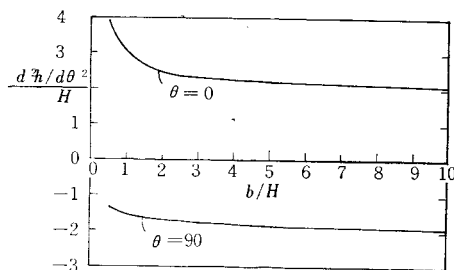


図22 始点と終点の加速度

表2 始点と終点の加速度 $(d^2h/d\theta^2)/H$

b/H	1	2	3	4	5	6
始点	3	2.5	2.3333	2.2500	2.2000	2.1667
終点	-1.5000	-1.6667	-1.7500	-1.8000	-1.8333	-1.8570

図22から始点の加速度は終点のそれより大きく、 $b/H > 2$ では殆んど変化がない。

加速度が零となる θ と最大速度

式(51)の $d^2h/d\theta^2 = 0$ とおけば

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{b}{a+b}}, \quad \sin\theta = \sqrt{\frac{b/H}{1+2b/H}} \dots\dots\dots(55)$$

となるので、そのときの最大速度は上式を式(50)に代入すれば

$$[(dh/d\theta)/H]_{max} = 1$$

となる。

§9 曲率半径

式(47), (48)を θ で微分すれば次式が得られる。

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{a^2 b^2 \cos\theta}{(a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}}, \quad \frac{dy}{d\theta} = \frac{-a^2 b^2 \sin\theta}{(a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots(56), (57)$$

$$\frac{d^2x}{d\theta^2} = a^2 b^2 \frac{-\sin\theta \sqrt{a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta} - 3(a^2 - b^2) \sin\theta \cos^2\theta}{(a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta)^2} \dots\dots\dots(58)$$

$$\frac{d^2y}{d\theta^2} = -a^2 b^2 \frac{\cos\theta \sqrt{a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta} - 3(a^2 - b^2) \sin^2\theta \cos\theta}{(a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta)^2} \dots\dots\dots(59)$$

これらの式を式(27)に代入すればT点のカムの曲率半径 ρ_T は次式のように簡単な形となる。

$$\rho_T = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta)^{\frac{3}{2}}}, \quad \frac{\rho_T}{H} = \frac{(1+b/H)^2 (b/H)^2}{\{(1+b/H)^2 \sin^2\theta + (b/H)^2 \cos^2\theta\}^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots(60)$$

例えば $b/H = 1 \sim 5$ について ρ_T/H を求めたものを図23に示す。図から最小曲率半径は $\theta = 90^\circ$ で最大曲率半径は $\theta = 0$ である。

$$\theta = 0, \quad \rho_{Tmax} = \frac{a^2}{b}, \quad \theta = 90^\circ, \quad \rho_{Tmin} = \frac{b^2}{a} \dots\dots\dots(61)$$

§ 10 平板従動節の滑り率

図18において TP と MT を計算すれば次式のようにになる。

$$TP = h + b = \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$MT = s = \frac{dh}{d\theta} = \frac{(a^2 - b^2) \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \quad \dots\dots\dots (63)$$

式(63)を θ で微分し、 $ds/d\theta = 0$ とおけば s_{max} とそのときの θ は次式のようにになる。

$$s_{max} = a - b = H, \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{b}{a+b}} \quad \dots\dots\dots (64)$$

この θ は式(55)から最大速度あるいは加速度が零となる θ である。

カムと従動節の滑り率を σ_1, σ_2 とすれば平板従動節の場合は前報²⁾より次式で与えられる。

$$\sigma_1 = \frac{TP}{\rho_T}, \quad \sigma_2 = \frac{TP}{\rho_T - TP} \quad \dots\dots\dots (65), (66)$$

$b/H = 1, 2, 5$ の場合 $\theta = 0 \sim 90^\circ$ について式(62), (60)を用いて式(65), (66)を計算したものを図24に示す。図から b/H が大きくなる程始点、終点の滑り率 σ_2 が大となり、行程の途中に $\sigma_2 = \infty$ の場所が存在する。カムの滑り率 σ_1 については始点の σ_1 は小さく、終点において大となり、 b/H が大きい程 σ_1 が小となる。

式(60)に $\theta = 90^\circ$ を代入すれば

$$\rho_{Tmin} = \frac{b^2}{a}, \quad \frac{\rho_{Tmin}}{H} = \frac{(b/H)}{1+b/H} \quad \dots\dots\dots (67)$$

となり、式(62)に $\theta = 90^\circ$ を代入すれば

$$TP = a, \quad TP/H = 1 + b/H \quad \dots\dots\dots (68)$$

となるので両式を式(65)に代入すれば

$$\sigma_{1max} = \frac{a^2}{b^2}, \quad \sigma_{1max} = \left(\frac{1+b/H}{b/H} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (69)$$

が得られる。例えば $b/H = 0.5 \sim 10$ に対し、式(67), (69)より ρ_{Tmin}/H と σ_{1max} を計算したものを図25に示す。図から $\sigma_{1max} \leq 2$ なるためには $b/H \geq 2.5$ の必要がある。

 $\sigma_2 = \infty$ の θ の値

式(66)より $\rho_T = TP$ の場合に $\sigma_2 = \infty$ となる。このときの θ の値を求めるには式(60)と(62)の右辺を等しくおけば

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{b}{a+b}} = \sqrt{\frac{b/H}{1+b/H}} \quad \dots\dots\dots (70)$$

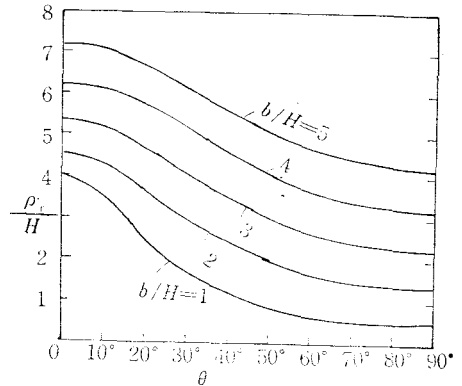
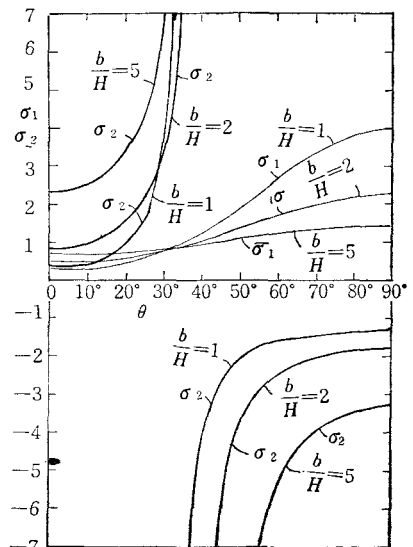
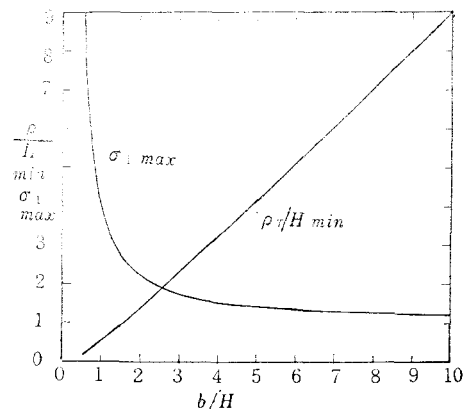
図23 各 θ に対する曲率半径 ρ_T/H 

図24 滑り率

図25 往き行程の終点における σ_{1max} と ρ_{Tmin}/H

となるので、式(64)と一致し、このときの s が最大となるので接触点が平板の端に来るとき $\sigma_2 = \infty$ となるのがわかる。図26は $b/H = 0.5 \sim 10$ の $\sigma_2 = \infty$ の θ を示す。 $b/H \geq 2$ とすればほぼ一樣になる。

始点と終点の滑り率 σ_2

始点と終点の滑り率 σ_2 は式(60), (62), (66)か

ら

$$\text{始点 } \theta = 0, \sigma_2 = \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{(b/H)^2}{1 + 2b/H} \dots (71)$$

$$\text{終点 } \theta = 90^\circ, \sigma_2 = -\frac{a^2}{a^2 - b^2} = -\frac{(1 + b/H)^2}{1 + 2b/H} \dots (72)$$

となる。 $b/H = 0.5 \sim 10$ を与えて上式より σ_2 を計算したものを図27に示す。 b/H が増せばそれに比例して σ_2 が直線的に増加する。

平板従動節上の滑り率 σ_2

式(63)と式(66)とで平板従動節の接触面上の従動節の滑り率 σ_2 を $b/H = 2, 3$ の場合について計算したものを図28, 29に示す。 b/H が大きい程 σ_2 の値が大となり、接触面の両端で $\sigma_2 = \infty$ となるが、その他はほぼ一樣である。

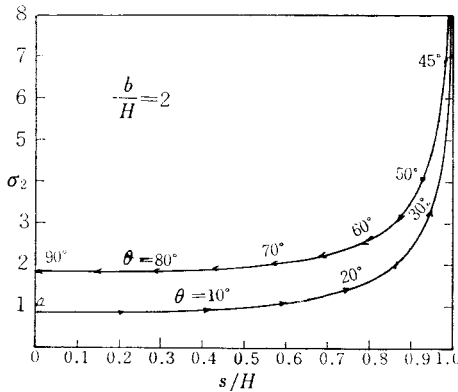


図28 平板上の σ_2

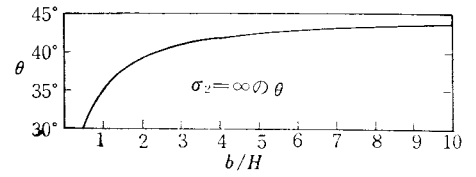


図26 $\sigma_2 = \infty$ の θ の値

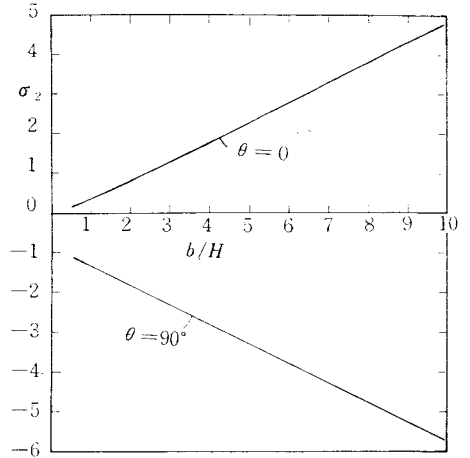


図27 始点と終点の σ_2

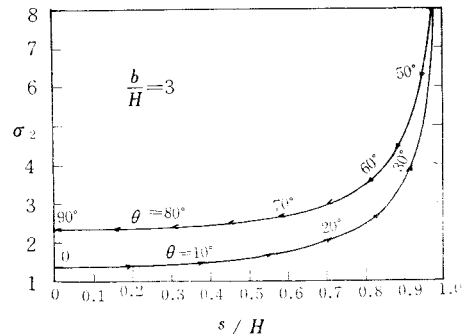


図29 平板上の σ_2

§11 カムの輪郭と接触点の軌跡

図18から接触点 T の ξ, η 座標を求めればそれが接触点の軌跡となる。

$$\xi_T = OP = MT = \frac{dh}{d\theta} = \frac{(a^2 - b^2) \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \dots (73)$$

$$\eta_T = h + b = PT = \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} \dots (74)$$

よって

$$\frac{\xi_T}{H} = \frac{\left\{ \left(1 + \frac{b}{H} \right)^2 - \left(\frac{b}{H} \right)^2 \right\} \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{\left(1 + \frac{b}{H} \right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{b}{H} \right)^2 \cos^2 \theta}}, \quad \frac{\eta_T}{H} = \sqrt{\left(1 + \frac{b}{H} \right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{b}{H} \right)^2 \cos^2 \theta} \quad (75), (76)$$

となる。カムの輪郭は式(47), (48)に求められているので次式となる。

$$\frac{x_T}{H} = \frac{\left(1 + \frac{b}{H}\right)^2 \sin \theta}{\sqrt{\left(1 + \frac{b}{H}\right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{b}{H}\right)^2 \cos^2 \theta}}, \quad \frac{y_T}{H} = \frac{\left(\frac{b}{H}\right)^2 \cos \theta}{\sqrt{\left(1 + \frac{b}{H}\right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{b}{H}\right)^2 \cos^2 \theta}} \dots (77), (78)$$

例えば $b/H = 2$, $a/H = 3$ の場合式 (75)~(78) を計算したものを図30に示す。この場合カムの輪郭は完全な楕円である。

§ 12 結 論

以上により往復円弧（あるいはナイフエッジ）従動節をもつ楕円カムにおいてかたより量の零の場合に対し次の結論を得た。(1) 最大加速度は行き行程の始点よりも終点で生じ, b/H が増せば減少するが, 3 が望ましい。それ以上にしても変化が少い。(2) 押進め角については最大押進め角を 20° 以下にするためには $b/H \geq 2.5$ が望ましい。(3) カムの最大滑り率の点で基礎円半径 $R/H \geq 2$ が望ましく, その結果従動節の円弧半径 $r/H \leq b/H - 2$ が望ましい。(4) 従動節の滑り率 σ_2 は行程の途中で無限大となり, 従動節上では接触面の両端で無限大となる。

次に往復平板従動節をもつ楕円カムにおいては次の結論が得られた。(1) 従動節の最大加速度は行き行程の終点よりも始点で生じ, $b/H < 2$ の間は非常に高いが $b/H \geq 2$ の場合はほぼ一定となる。(2) カムの最大滑り率は終点で生じ $b/H \geq 2.5$ となれば急激に減少して一定となる。(3) 従動節の滑り率 σ_2 は行程の途中で無限大となり, 従動節上では接触面の両端で無限大となる。よって $b/H \geq 2$ が望ましい。

次報においては往復円弧従動節のかたよりのある場合の滑り率について論ずる。

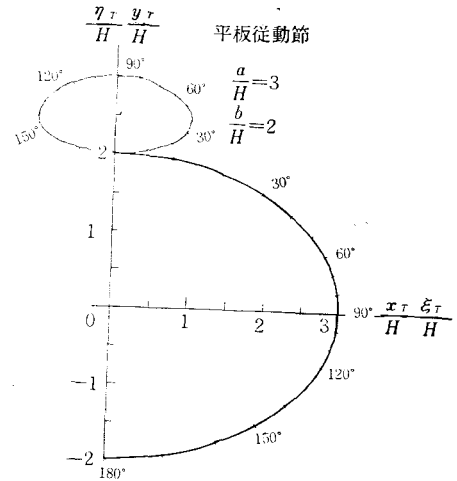


図30 カムの輪郭と接触点の軌跡

文 献

- 1) Huckert, J. : Analytical Kinematics of Plane Motion Mechanisms, 114p. Macmillan, 1958
- 2) 糸島寛典：往復等加速度カムの滑り率の研究（第1報）, 呉高専研究報告, 第6巻, 第1号, 47~59頁, 1970
- 3) " : " (第2報), 呉高専研究報告, 第6巻, 第2号, 49~59頁, 1971
- 4) " : 揺動等角加速度カムの滑り率の研究（第1報）, 呉高専研究報告, 第7巻, 第1号, 45~57頁, 1971
- 5) " : " (第2報), 呉高専研究報告, 第7巻, 第2号, 19~34頁, 1972

(昭和48年1月8日 受付)

二円筒すきまにおける粘性流れ (第3報)

(機械工学科) 京 免 進

Viscous Fluid Flow through the Clearance between Two Cylinders (3rd Report)

Susumu KYOMEN

In 1st report, the flow pattern through the clearance between two cylinders was assumed and we studied that the position of separation between two cylinders has relation to Reynolds' number.

In this report, we investigate that vary the flow pattern's degree of a polynomial and how the position of separation between two cylinders changes.

§ 1 緒 言

第1報¹⁾では、二円筒すきまにおける速度分布を4次のべき級数で仮定し、流路中心と円筒壁での境界条件を与えて係数を決めて速度分布を決定した。さらに、速度分布を用いて運動量方程式を解き、二円筒すきまにおける流れの剥離の位置とそのときの Reynolds 数との関係を導いた。

本報告においては、速度分布のべき級の次数を変えて、そのときに速度分布がどのように変わるか、さらに、流れの剥離の位置とそのときの Reynold 数との関係が、どのように変化するかを調べることを目的とする。

§ 2 速度分布および剥離の位置

図1に示すような二円筒間のすきまが小さく、かつ円筒の半径が大きい場合において、粘性流体が2次元定常流れで二円筒間を流れるとする。ただし、二つの円筒の軸は互いに平行であり、Z方向の座標は1とする。二円筒すきまの速度分布を Pohlhausen²⁾ が平板上の流れにおいて与えたように、べき級数の形で仮定する。二円筒すきまの最小すきまからの流れは、すきまが広がっているから、当然圧力上昇が生じる。したがって、この速度分布で仮定する場合に境界条件として、圧力上昇を含む項 dp/dx が必要となる。ゆえに、この速度分布のべき級数は3次から使用することができる。2次の速度分布式は、境界条件に dp/dx の項が入らないので不適当になる。

2・1 3次式

3次式の速度分布を次のように与える。

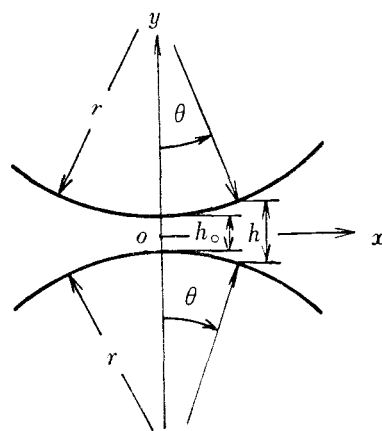


図1 二円筒すきま

$$\frac{u}{u_0} = a_1 \left(\frac{2y}{h} \right) + a_2 \left(\frac{2y}{h} \right)^2 + a_3 \left(\frac{2y}{h} \right)^3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、座標は二円筒の最小すきまの中心を原点として、水平方向に x 、垂直方向に y をとる。 u は二円筒間の任意の速度で、 u_0 は流路中心線上における速度である。 y/h は $0 \leq 2y/h \leq 1$ であるから $0 \leq y/h \leq 1$ の範囲をとる。式(1)の係数を決めるために、次の3つの境界条件を与える。

$$\left. \begin{aligned} y = \frac{h}{2} : u &= u_0 \\ y = \frac{h}{2} : \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \\ y = 0 : \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上記の関係を式(1)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{3-\lambda}{2} \\ a_3 &= -\frac{\lambda+1}{2} \\ \lambda &= a_2 = \frac{h^2}{8\mu u_0} \frac{dp}{dx} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

上式を式(1)に代入すると速度分布が決まる。

$$\frac{u}{u_0} = 3 \left(\frac{y}{h} \right) \left\{ 1 - \frac{4}{3} \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right\} - \lambda \left(\frac{y}{h} \right) \left\{ 1 - 4 \left(\frac{y}{h} \right) + 4 \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right\} = f(\eta) - \lambda g(\eta) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \left(\frac{y}{h} \right) \\ f(\eta) &= 3\eta \left(1 - \frac{4}{3} \eta^2 \right) \\ g(\eta) &= \eta(1-2\eta)^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。

次に、流れの剥離の位置と Reynolds 数との関係を導く。二円筒すきまにおける運動量方程式¹⁾は次式で表わされる。

$$\frac{d}{dx} - 2 \int_0^{\frac{h}{2}} \rho u^2 dy = -h \frac{dp}{dx} - 2\tau_0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

右辺の第1項は式(3)より

$$h \frac{dp}{dx} = \frac{8\mu u_0 \lambda}{h} \quad \dots\dots\dots (7)$$

右辺の第2項摩擦力は式(4)より

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{\mu u_0}{h} (3-\lambda) \quad \dots\dots\dots (8)$$

また、左辺の積分項は式(4)を代入して

$$2 \int_0^{\frac{h}{2}} \rho u^2 dy = \rho u_0^2 h \xi \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$\xi = \frac{17}{35} - \frac{19}{420} \lambda + \frac{1}{420} \lambda^2 \dots\dots\dots (10)$$

ゆえに、左辺は

$$-\frac{d}{dx} 2 \int_0^{\frac{h}{2}} \rho u^2 dy = \rho \xi \left(2u_0 h \frac{du_0}{dx} + u_0^2 \frac{dh}{dx} \right) \dots\dots\dots (11)$$

ところで、連続の条件 $u_0 h = \text{const}$ を上式に代入すると

$$-\frac{d}{dx} 2 \int_0^{\frac{h}{2}} \rho u^2 dy = -\rho u_0^2 \xi \frac{dh}{dx} \dots\dots\dots (12)$$

となり、運動量方程式(6)は、式(7), (8), (12)を代入することにより得られる。

$$\xi \frac{dh}{dx} = \frac{2(2\lambda+3)}{R} \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 R は Reynolds 数であり、

$$R = \frac{u_0 h}{\nu} \dots\dots\dots (14)$$

で表される。この式の左辺の dh/dx は、 h がどんな曲線でもよいことを示している。ここでは、二円筒すきまを考えているので、 h は次式で表わされる。

$$h = h_0 + 2r(1 - \cos \theta) \dots\dots\dots (15)$$

ここでは、 $x = r \sin \theta$ でであから、式(13)は

$$\xi \tan \theta = \frac{2\lambda+3}{R} \dots\dots\dots (16)$$

となる。二円筒すきまで、流れの剝離が生じるのは $\tau_0 = 0$ であるから式(8)より、 $\lambda = 3$ となり、これを式(10), (13)に代入すると、剝離の位置 (θ_c) と臨界 Reynolds 数 (R_c) の関係が求められる。すなわち

$$\tan \theta_c = \frac{24.23}{R_c} \dots\dots\dots (17)$$

上式が3次の速度分布の場合になる。第1報の4次式の場合 $\tan \theta_c = 23.55/R_c$ と比べると、定数が少し大きな値となっている。

2.2 4 次 式

4次の速度分布の場合は、すでに第1報において導き出されているが、ここでは、境界条件を変えて計算を行う。速度分布は次式で与える。

$$\frac{u}{u_0} = a_1 \left(\frac{2y}{h} \right) + a_2 \left(\frac{2y}{h} \right)^2 + a_3 \left(\frac{2y}{h} \right)^3 + a_4 \left(\frac{2y}{h} \right)^4 \dots\dots\dots (18)$$

境界条件は

$$\left. \begin{array}{ll} y = \frac{h}{2} : u = u_0 & y = 0 : \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ y = \frac{h}{2} : \frac{\partial u}{\partial y} = 0 & y = \frac{h}{2} : \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

与えられる。第1報の境界条件と異なるのは最後の項である。上記の関係を式(18)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{6-\lambda}{3} & a_3 &= -(2+\lambda) \\ \lambda &= a_2 = -\frac{h}{8\mu u_0} \frac{dp}{dx} & a_4 &= \frac{\lambda+3}{3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

となり、速度分布(18)は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_0} &= 4\left(\frac{y}{h}\right)\left\{1-4\left(\frac{y}{h}\right)^2+4\left(\frac{y}{h}\right)^3\right\}-\frac{2}{3}\lambda\left(\frac{y}{h}\right)\left\{1-6\left(\frac{y}{h}\right)\right. \\ &\quad \left.+12\left(\frac{y}{h}\right)^2-8\left(\frac{y}{h}\right)^3\right\}=f(\eta)-\lambda g(\eta) \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{h} \\ f(\eta) &= 4\eta(1-4\eta^2+4\eta^3) \\ g(\eta) &= -\frac{2}{3}\eta(1-2\eta)^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

次に、流れの剥離の位置と Reynolds 数の関係は式(6)の運動量方程式に、式(20)、(21)を代入すると得られる。途中の計算を省略すると

$$\xi \tan = \frac{4(5\lambda+6)}{3R} \dots\dots\dots (23)$$

ただし

$$\xi = \frac{367}{630} - \frac{71}{3780}\lambda + \frac{1}{2268}\lambda^2 \dots\dots\dots (24)$$

となる。剥離を生ずるのは、 $\tau_0=0$ より

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = -\frac{2\mu u_0}{3h} (6-\lambda) = 0 \quad \therefore \lambda = 6$$

となり、式(23)、(24)に代入すると、次式が得られる。

$$\tan \theta_c = \frac{49.41}{R_c} \dots\dots\dots (25)$$

この場合は、第1報と比べると定数の違いが大きくなっている。

2.3 5 次 式

速度分布の仮定で、べき級数の次数を増した場合を考える。5次式の場合も、4次式と同様に二通りの境界条件を与える。速度分布は次式で表わす。

$$\frac{u}{u_0} = a_1 \left(\frac{2y}{h} \right) + a_2 \left(\frac{2y}{h} \right)^2 + a_3 \left(\frac{2y}{h} \right)^3 + a_4 \left(\frac{2y}{h} \right)^4 + a_5 \left(\frac{2y}{h} \right)^5 \dots\dots\dots (26)$$

(1) 5つの境界条件を次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} y = -\frac{h}{2} : u &= u_0 & y = \frac{h}{2} : \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0 \\ y = -\frac{h}{2} : \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 & y = 0 : \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} &= 0 \\ y = 0 : -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

上記の関係を式(26)に代して

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{10-3\lambda}{6} & a_4 &= -\frac{3\lambda+5}{3} \\ \lambda &= a_2 = \frac{h^2}{8\mu u_0} \frac{dp}{dx} & a_5 &= \frac{\lambda+2}{2} \\ a_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

したがって、速度分布は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_0} &= \frac{10}{3} \left(\frac{y}{h} \right) \left\{ 1 - 8 \left(\frac{y}{h} \right)^3 + \frac{48}{5} \left(\frac{y}{h} \right)^4 \right\} - \lambda \left(\frac{y}{h} \right) \left\{ 1 - 4 \left(\frac{y}{h} \right)^3 \right. \\ &\quad \left. + 16 \left(\frac{y}{h} \right)^3 - 16 \left(\frac{y}{h} \right)^4 \right\} = f(\eta) - \lambda g(\eta) \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{h} \\ f(\eta) &= \frac{10}{3} \eta \left(1 - 8\eta^3 + \frac{48}{5} \eta^4 \right) \\ g(\eta) &= \eta(2\eta+1)(1-2\eta)^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

次に、剝離の位置と Reynolds 数の関係は、途中の計算を省略して

$$\xi \tan \theta = \frac{9\lambda+10}{3R} \dots\dots\dots (31)$$

ただし

$$\xi = \frac{3383}{6237} - \frac{1511}{41580} \lambda + \frac{47}{27720} \lambda^2 \dots\dots\dots (32)$$

となり、剝離を生ずるのは $\tau_0 = 0$ より

$$\tau_0 = \frac{\mu u_0}{3h} (10-3\lambda) = 0$$

$$\therefore \lambda = \frac{10}{3}$$

これを式(31), (32)に代入すると

$$\tan \theta_c = \frac{30.30}{R_c} \dots\dots\dots (33)$$

となる。

(2) 境界条件が(1)と異なるのは、式(27)の最後の項である。すなわち

$$\left. \begin{aligned} y = \frac{h}{2} : u &= u_0 & y = \frac{h}{2} : \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0 \\ y = \frac{h}{2} : \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 & y = \frac{h}{2} : \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} &= 0 \\ y = 0 : \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

で与える。上記の関係を式(26)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{10-\lambda}{4} & a_4 &= \lambda+5 \\ \lambda &= a_2 = \frac{h^2}{8\mu u_0} \frac{dp}{dx} & a_5 &= -\frac{\lambda+6}{4} \\ a_3 &= -\frac{3\lambda+10}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

したがって、速度分布は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_0} &= 5\left(\frac{y}{h}\right)\left\{1-8\left(\frac{y}{h}\right)^2+16\left(\frac{y}{h}\right)^3-\frac{48}{5}\left(\frac{y}{h}\right)^4\right\} \\ &\quad -\lambda\frac{1}{2}\left(\frac{y}{h}\right)\left\{1-8\left(\frac{y}{h}\right)+24\left(\frac{y}{h}\right)^2-32\left(\frac{y}{h}\right)^3+16\left(\frac{y}{h}\right)^4\right\}=f(\eta)-\lambda g(\eta) \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{h} \\ f(\eta) &= 5\eta\left(1-8\eta^2+16\eta^3-\frac{48}{5}\eta^4\right) \\ g(\eta) &= \frac{1}{2}\eta(2\eta-1)^4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

剥離の位置と Reynolds 数との関係は

$$\xi \tan \theta = \frac{7\lambda+10}{2R} \dots\dots\dots (38)$$

ただし

$$\xi = \frac{257}{396} - \frac{19}{1980}\lambda + \frac{1}{7920}\lambda^2 \dots\dots\dots (39)$$

剥離を生ずるのは $\tau_0=0$ であるから

$$\tau_0 = \frac{\mu u_0(10-\lambda)}{2h} = 0$$

$$\therefore \lambda = 10$$

これを式(38), (39)に代入すると求められる。

$$\tan \theta_c = \frac{70.72}{R_c} \dots\dots\dots (40)$$

2・4 6 次 式

6 次の速度分布の場合を仮定する。

$$\frac{u}{u_0} = a_1\left(\frac{2y}{h}\right) + a_2\left(\frac{2y}{h}\right)^2 + a_3\left(\frac{2y}{h}\right)^3 + a_4\left(\frac{2y}{h}\right)^4 + a_5\left(\frac{2y}{h}\right)^5 + a_6\left(\frac{2y}{h}\right)^6 \dots\dots\dots (41)$$

境界条件は次の6つを与える。

$$\left. \begin{aligned} y = -\frac{h}{2} : u &= u_0 & y = -\frac{h}{2} : \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0 \\ y = \frac{h}{2} : \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 & y = 0 : \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} &= 0 \\ y = 0 : -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} & y = \frac{h}{2} : \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

上記の関係を式(41)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{10-\lambda}{5} \\ \lambda &= a_2 = \frac{h^2}{8\mu u_0} \frac{dp}{dx} \\ a_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a_4 &= -2\lambda - 5 \\ a_5 &= 2\lambda + 6 \\ a_6 &= \frac{-3\lambda - 10}{5} \end{aligned} \dots\dots\dots (43)$$

速度分布は次式で示される。

$$\frac{u}{u_0} = 4\left(\frac{y}{h}\right)\left\{1 - 20\left(\frac{y}{h}\right)^3 + 48\left(\frac{y}{h}\right)^4 - 32\left(\frac{y}{h}\right)^5\right\} - \lambda \frac{4}{5}\left(\frac{y}{h}\right) \cdot \left\{1 - 5\left(\frac{y}{h}\right) + 40\left(\frac{y}{h}\right)^3 - 80\left(\frac{y}{h}\right)^4 + 48\left(\frac{y}{h}\right)^5\right\} = f(\eta) - \lambda g(\eta) \dots\dots\dots (44)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{h} \\ f(\eta) &= 4\eta(1 - 20\eta^3 + 48\eta^4 - 32\eta^5) \\ g(\eta) &= \frac{4}{5}\eta(3\eta + 1)(2\eta - 1)^4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

次に、剥離の位置と Reynolds 数との関係は

$$\xi \tan \theta = \frac{4(5+4\lambda)}{5R} \dots\dots\dots (46)$$

ただし

$$\xi = \frac{5450}{9009} - \frac{1906}{90090}\lambda + \frac{4}{6435}\lambda^2 \dots\dots\dots (47)$$

剥離を生ずるのは、 $\tau_0 = 0$ より

$$\tau_0 = \frac{4\mu u_0(5-\lambda)}{5h} = 0$$

$$\therefore \lambda = 5$$

これを、式(46)、(47)に代入すると

$$\tan \theta_c = \frac{38.86}{R_c} \dots\dots\dots (48)$$

が得られる。

2・5 考 察

二円筒すきまの速度分布を、Pohlhausen が平板上において与えたように、べき級数の形で仮定して、次数を3次から6次まで変えて速度分布を求め、また二円筒壁からの流れの剥離の位置を Reynolds 数との関係で示した。予想としては、第1報で求めた関係、すなわち4次の速度分布の場合の剥離の位置と Reynolds 数との関係に収束するのではないかと思われたが、結果としてはそのような傾向はなかった。4、5次の速度分布仮定するとき、境界条件が二通り考えられたが、その結果は、流路中心と壁との境界条件がいずれかにかたよりすぎた場合には、大きな違いがみられた。すなわち、2・2と2・3の(2)は流路中心の境界条件が壁の境界条件より多くとられたために、他の場合よりも大きな差異が認められ

た。また、ある次数の結果に収束しないということは、べき級数の速度分布の次数を増しても、他の適当な境界条件を与える必要があるのか、この速度分布の假定自体が正しくないのいずれかであろう。いずれにしても、このことは実験によって確める必要がある。

§ 3 Mangler の方法による速度分布の場合

前述した Pohlhausen による方法と異った計算法で、二円筒すきまにおける速度分布を求める。Mangler³⁾ が与えた速度分布は次式で表わされる。

$$\frac{u}{u_0} = F(\zeta) = 1 - (1 - \zeta)^n (1 + b_1 \zeta + b_2 \zeta^2) \dots\dots\dots (49)$$

ここで

$$\zeta = \frac{2y}{h}, \quad n: \text{整数}$$

である。流路中心での境界条件は

$$\begin{aligned} F(1) &= 1 \\ F'(1) &= F''(1) = F'''(1) = \dots = F^{(n)}(1) = 0 \end{aligned}$$

となるが、これと同じ結果が式(49)から得られる。したがって、式(49)は流路中心での境界条件は自動的に満足される性質を持っていることを表わす。式(49)の係数 b_1 , b_2 を決めるためには、円筒壁面の境界条件を用いればよいことになる。ここでは、 b_2 が0の場合と0でない場合に分けて計算を行う。

3・1 $b_2=0$ のとき

円筒壁面における境界条件は

$$\left. \begin{aligned} F(0) &= 0 \\ F''(0) &= A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

ここで、 A は dp/dx の関数で $A = f\left(\frac{dp}{dx}\right)$ である。上式を式(49)に代入すると、 $F(0)=0$ は自動的に満足されるから

$$b_1 = \frac{A + n(n-1)}{2n} \dots\dots\dots (51)$$

したがって、速度分布は次のように表わされる。

$$F(\zeta) = 1 - (1 - \zeta)^n \left(1 + \frac{A + n(n-1)}{2n} \zeta \right) \dots\dots\dots (52)$$

ここで、上式において n を与えてやれば速度分布が得られる。§2では6次式までであったので、ここでもそれに合わせ、 n を5の値まで与える。

$n=1$;

$$\frac{u}{u_0} = 2\eta - A\eta(1-2\eta) = f'(\eta) - Ag'(\eta) \dots\dots\dots (53)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{h} \\ f'(\eta) &= 2\eta \\ g'(\eta) &= \eta(1-2\eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

$n=2$;

$$\left. \begin{aligned} f'(\eta) &= 3\eta \left(1 - \frac{4}{3}\eta^2 \right) \\ g'(\eta) &= -\frac{1}{2}\eta(1-2\eta)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (55)$$

$n=3$;

$$\left. \begin{aligned} f'(\eta) &= 4\eta(1-4\eta^2+4\eta^3) \\ g'(\eta) &= -\frac{1}{3}\eta(1-2\eta)^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

$n=4$;

$$\left. \begin{aligned} f'(\eta) &= 5\eta \left(1 - 8\eta^2 + 16\eta^3 - \frac{48}{5}\eta^4 \right) \\ g'(\eta) &= -\frac{1}{4}\eta(1-2\eta)^4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

$n=5$;

$$\left. \begin{aligned} f'(\eta) &= 6\eta \left(1 - \frac{40}{3}\eta^2 + 40\eta^3 - 48\eta^4 + \frac{64}{3}\eta^5 \right) \\ g'(\eta) &= -\frac{1}{5}\eta(1-2\eta)^5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58)$$

3・2 $b_2 \neq 0$ のとき

円筒壁面における境界条件は、式(50)の関係に加えて、 $F'''(0)=0$ が必要である。したがって

$$\left. \begin{aligned} F(0) &= 0 \\ F''(0) &= A \\ F'''(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (59)$$

これを式(49)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{3A+2(n^2-1)}{3(n+1)} \\ b_2 &= \frac{3A(n-1)+n(n^2-1)}{6(n+1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

したがって、速度分布式(49)は

$$F(\zeta) = 1 - (1-\zeta)^n \left(1 + \frac{3A+2(n^2-1)}{3(n+1)} \zeta + \frac{3A(n-1)+n(n^2-1)}{6(n+1)} \zeta^2 \right) \dots\dots\dots (61)$$

となる。ここで、整数 n を適当に与える必要がある。3・1と同様に $n=1$ から $n=5$ まで与える。

$n=1$;

$$\frac{u}{u_0} = 2\eta - A\eta(1-2\eta) = f'(\eta) - Ag'(\eta) \dots\dots\dots (62)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{y}{h} \\ f'(\eta) &= 2\eta \\ g'(\eta) &= \eta(1-2\eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (63)$$

$n=2$;

$$\left. \begin{aligned} f'(\eta) &= -\frac{8}{3}\eta(1-2\eta^3) \\ g'(\eta) &= -\frac{2}{3}\eta(1-2\eta)^2(1+\eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (64)$$

$n=3$;

$$\left. \begin{aligned} f'(\eta) &= -\frac{10}{3}\eta \left(1-8\eta^3 + \frac{48}{5}\eta^4\right) \\ g'(\eta) &= -\frac{1}{2}\eta(1-2\eta)^3(1+2\eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

$n=4$;

$$\left. \begin{aligned} f'(\eta) &= 4\eta(1-20\eta^3+48\eta^4-32\eta^5) \\ g'(\eta) &= -\frac{2}{5}\eta(1+3\eta)(1-2\eta)^4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (66)$$

3.3 比較および考察

3.1, 3.2の結果からわかるように, §2での結果と非常によく類似している。ここで, $A=\lambda$ と仮定すると, §2の3次から6次の速度分布の $f(\eta)$ は, 3.1, 3.2の結果のいずれかの $f'(\eta)$ に一致し, $g(\eta)$ は $2g'(\eta)$ に等しくなっている。 $g(\eta)$, $g'(\eta)$ は, $f(\eta)$, $f'(\eta)$ に比べて非常に小さく, ほとんど無視できるように思われる。したがって, Manglerの方法は, Pohlhausenの方法を容易に計算できるようにしたものといつてよい。ただ, Pohlhausenの方法では, 2次の速度分布を求めることができなかったが, Manglerの方法ではそれができる利点がある。そこで, 次に2次の速度分布を用いて, 流れの剥離の位置と Reynolds 数との関係を求めてみる。ここでは, 速度分布式は係数 $b_2=0$ の場合と, $b_2 \neq 0$ の場合は, 同じ結果が導びかれている。

式(6)で示される二円筒すきまにおける運動量方程式に, 式(53), $A=\lambda$ として代入すると

$$\xi \tan \theta = \frac{3\lambda + 1}{R} \dots\dots\dots (67)$$

$$\xi = -\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{40}\lambda^2 \right) \dots\dots\dots (68)$$

となり, 流れの剥離が生ずるのは, $\tau_0=0$ であるから

$$\tau_0 = \frac{\mu u_0(1-\lambda)}{h}$$

$$\therefore \lambda = 1$$

これを上式に代入すると

$$\tan \theta_c = \frac{15.49}{R_c} \dots\dots\dots (69)$$

となり, これが2次の速度分布における剥離の位置と臨界 Reynolds 数の関係を表わす。

§4 結 言

二円筒すきまにおける速度分布を3次から6次まで変え, その次数によって境界条件を適宜に与え, 第1報の解析と同じように Pohlhausenの方法を用いて, 速度分布を決定し, 流れの剥離の位置とそのときの Reynolds 数との関係を導いた。さらに, 同様なことが Manglerの方法を用いてもできるのであわせて示した。ただ, 2次の速度分布のときは Pohlhausenの方法ではできないので, Manglerの方法で解析を行った。

得られた結果としては、速度分布の次数を変えても、剝離の位置とそのときの Reynolds 数との関係が収束しないということである。この原因として考えられるのは、次数を高めると、そのときの境界条件もふえるが、その境界条件にあまり変化がないということであろう。もっと異った境界条件を与えるべきであるかもしれない。これらのことについては後日、実験にて確めるつもりである。

文 献

- 1) 京免：呉工業高等専門学校研究報告，7—2（1972），73.
- 2) K. Pohlhausen：Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 1（1921），252.
- 3) W. Mangler：Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 24—5（1944），251.

（昭和48年1月8日受付）

サイリスタによるけい光ランプ用スタータ

(電気工学科) 原 田 一 彦

The Starter of Fluorescent Lamps by Thyristor

Kazuhiko HARADA

In order to satisfy the requirements of the semipermanent, economical rapid starter of the uniform characteristics for fluorescent lamps, some new-type rapid ignition devices were developed by using thyristor. And some of them for less than 15W lamps have been in a practical use.

However, as the devices become complicated, these starters have some problems for a general use for the lamps of over 15W. Then, we investigated a new electronic starter for 10W lamp, which is composed of a bi-directional diode thyristor, a condenser, two diodes and a ballast for glow switch starter.

This paper relates the principle of electronic starter and the test device.

§ 1 緒 言

安価で、よく使用されている従来のグロースタータは、けい光ランプの始動時間に2秒以上を要し、寿命も2～3年で、その働程も不確実で反復することもあり、多数のランプをいっせいに点灯することは不可能で、ときには不快感を与えることもある。さらに、周囲温度によってその特性が変化し、始動時間は高温でも低温でも長くなる。

ラピッドスタート方式では、点灯特性が良く、電源電圧や周囲温度の影響も少なくて安定しているが、専用のランプおよび大形安定器を必要とするなどの欠点がある。

半導体によるスタータ（電子スタータ）は、これらの特長を具備したものが望まれるのは当然で、既にその一部は実用化されて、回路的に従来のグロースタータと交換できる便利なものもある。この半導体のスイッチング特性を利用したスタータは、普通の安定器とその回路で瞬時点灯ができ、ラピッドスタート用の専用ランプを必要としない。スタータとしての寿命は半永久的で、特性も均一であり、けい光ランプの寿命も長くなるという長所がある。しかし、始動電圧の関係でランプの大きさによる専用となり、15W以上のランプでは、そのままの回路では点灯不能である。したがって、ランプの利用度からすれば問題があるが、現在では、実用上10W以下のランプのスタータが有利である。

そこで、新しい回路による10W用電子スタータを試作したので報告する。

§ 2 理論的考察

けい光ランプの始動にあたっては、次の三つの条件が満足されなければならない。

- (1) ランプフィラメントに適当な予熱電流を流して熱電子放射のできる温度(約900°C)に予熱する。
- (2) ランプフィラメント間に適当な電圧を加える。
- (3) ランプ始動後は、スタータ回路は動作しない。

グロー放電とバイメタルの熱応動作用を利用したグロースタータは、放電開始電圧が電源電圧よりも

低く、ランプ電圧よりも高く設計されていて、2～3秒の時間で前記(1)、(2)の動作が連続して行われ、かつ、(3)の条件も満足する。しかし、フィラメントの予熱時間は予熱状態によって決めるのが理想的であるにもかかわらず、電源電圧、周囲温度やランプおよびグロースタートの新旧などの条件で差を生じるため、(1)の温度に達しない時期に(2)の動作に移ったり、または、適当な温度となってもなお予熱が続行されたりしてランプの寿命を短縮する原因となっている。

ラピッドスタート式は、(1)と(2)の動作が同時に行われ、フィラメントの温度が適当な値になったときにランプは始動する。この場合、安定器は大形となって重量を増し、電力損も多い。このことは、高照度の部屋では冷房負荷となり問題となる。

半導体を使用した電子スタータは、(1)、(2)の動作を同時に行わせて瞬時点灯をさせ、あわせて、(3)の動作も確実に行われるようにしたもので電力損は僅少である。半導体としては、交流回路用の各種スイッチング素子ならばいずれのものでも使用可能と考えられるが、回路構成上簡単にするためには、双方向性2端子サイリスタ(SSS)を使用するのが有利である。図1は、このサイリスタの特性を示すもので、ブレイクオーバー電圧 V_{BO} までは非導通状態であるが、 V_{BO} に達すると急激に導通状態となり、次に素子を含む回路の電圧が低下するなどの外部的原因で、素子に流れる電流が、素子によって定まる保持電流 I_H 以下の電流にならないかぎり導通状態を保つ。このときのサイリスタの両端子間の電圧は、約1Vである。しかし、いったん素子に流れる電流が I_H 以下になると、素子は最初の非導通状態にもどり、再び V_{BO} 以上の電圧を加えないに導通状態とならない。この特性は、端子の逆方向についても同じで対称的である。スタータに使用するサイリスタは、前記(1)、(2)および(3)の動作を確実に行わせるために、 V_{BO} を電源電圧の最大値よりも低く、ランプ点灯中のランプ電圧の最大値よりも高い値に設定すればよい。

図2¹⁾は15Wと10Wのランプについて予熱電流と始動電圧の関係を示したもので、これからわかるように、15W未満のランプでは予熱電流が定格値程度になると、100Vの電圧、または、それ以下で始動ができる。したがって、大別すれば、15W未満のランプは電源電圧印加方式、15W以上のランプでは、始動電圧の最大値よりも高めるため、パルストランス方式と可飽和チョーク方式の三種類が電子スタータとして考えられている。

2・1 電源電圧印加方式

図3²⁾は、従来のグロースタート方式の回路に始動回路だけを電子スタータとしたもので、既に実用化されているものである。コンデンサ C_2 とダイオードDを並列に接続し、ダイオードの逆方向の極性で C_2 が充電され、その充電電圧がダイオードの順方向の極性のとき電源電圧に重畳してサイリスタQに

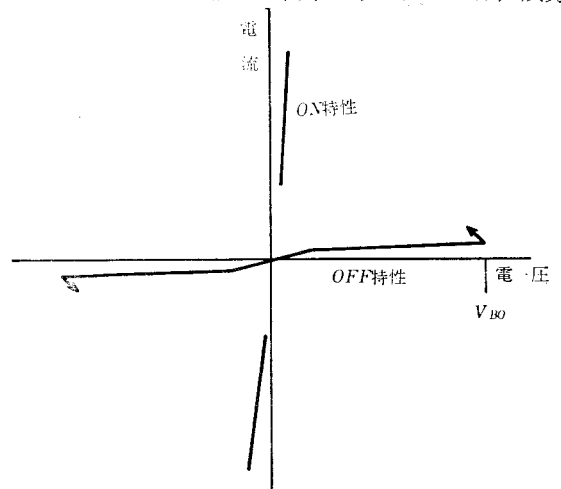


図1 双方向性2端サイリスタの静特性

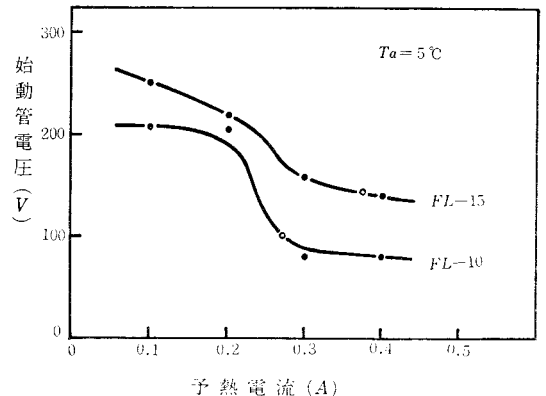


図2 予熱電流と始動管電圧の関係

印加するサイリスタが電源電圧の低い位相でブレイクオーバーし、広い通流角をもつとともに安定器CHは直流で励磁され、グロースタータの場合の2倍に近い電流で予熱される。また、 C_2 が充電されるとき、安定器のインダクタンスと共振してランプに約250 Vの電圧が加わり、始動が容易となっている。

2・2 パルストランス方式

図4³⁾は、パルストランス方式の基本回路である。電源電圧によってコンデンサCが充電され、その端子電圧がサイリスタQのブレイクオーバー電圧 V_{Bo} に達すると、サイリスタは導通状態となってコンデンサに充電された電荷は、サイリスタを通して放電される。コンデンサの端子電圧は、サイリスタに逆バイアス電圧を与えて、サイリスタは非導通状態となる。この充放電サイクルを繰り返すが、時間間隔が短くなって最後にはサイリスタは導通状態となって、充放電サイクルは消滅する。この間、放電電流によってパルストランスが励磁され、二次側に高いパルス電圧を発生しランプに印加される。また、サイリスタが導通状態になっている間、ランプの

フィラメントには、安定器CHとフィラメントの抵抗分によって決まる電流が流れるが、これが予熱電流となる。この電流は、安定器のインダクタンスのための電源電圧よりも位相が遅れ、瞬時値がサイリスタの保持電流 I_H までになると、サイリスタは非導通状態となってコンデンサには逆電圧が加わり、前述と同じ動作をくり返してランプは始動する。ランプ点灯後は、ランプ電圧が低下するのでサイリスタは動作しない。この方式では、サイリスタのターンオフタイム t_q によってパルス発生時期が変化し、そのため予熱電流も変動して始動特性に影響を与える。また、サイリスタのブレイクオーバー電圧の規制がきびしいので、このままの回路では実用とならず、そのため回路は複雑となる。

2・3 可飽和チョーク方式

可飽和チョーク方式の基本回路が図5⁴⁾である。電源電圧でコンデンサCが充電され、その電圧がサイリスタQのブレイクオーバー電圧 V_{Bo} に達すると、サイリスタは導通状態となる。このため、コンデンサの放電電流 I_c と電源からの電流 I_1 との合成電流 I_2 が可飽和チョークトランスLとサイリスタに流れる。合成電流はゆっくり増加し、可飽和チョークトランスが飽和したときに急激に増加するが、 I_1 は安定器があるのでこのような増

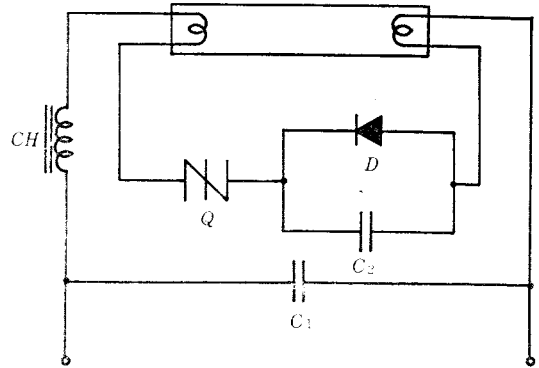


図3 グロースター用安定器を使用した電源電圧印加方式の電子スタータ回路

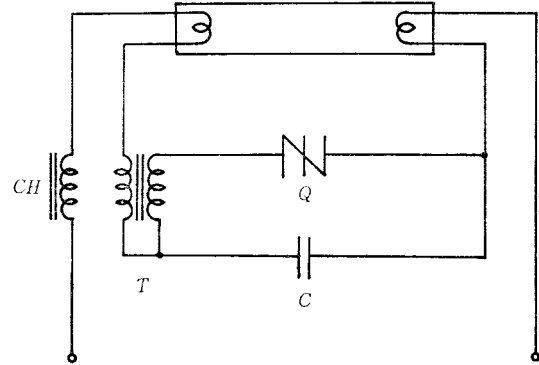


図4 パルストランス方式の基本電子スタータ回路

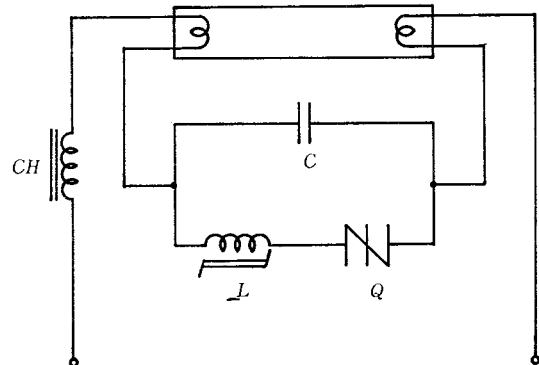


図5 可飽和チョーク方式の基本電子スタータ回路

加はなく、 I_0 の振動電流によって I_2 が減少し、サイリスタは非導通状態となりコンデンサは逆方向に充電される。同時に、可飽和チョークトランスに蓄えられたエネルギーは、これと並列の等価容量、等価抵抗を通して放出され、可飽和チョークトランスには、はねかえり電圧が発生する。コンデンサは、極性が反対になったときから充電が行われ、サイリスタにはこの充電電圧 V_c と可飽和チョーク電圧 V_L の差が加わり、これがブレイクオーバー電圧 V_{BO} になったときサイリスタは導通状態となる。このくり返しにより、コンデンサ電圧 V_c は増加し、やがて電源電圧よりも高い電圧となってランプに加わり、ランプは点灯する。この回路も実用化するとなれば、このままでは都合は悪く回路は複雑化する。

いずれにしても、15W以上のけい光ランプの場合は、始動電圧の関係で従来のグロースタータ回路を簡単に手直しするとか、新しい回路にしても簡単な実用回路を作ることには問題があり、このことが、かなりの研究発表がなされているにもかかわらず、普及しない大きな原因である。

§ 3 実験ならびに考察

図6は、実験に試作した回路である。電源電圧の半サイクルが端子左が+になるように印加されると、コンデンサCには、端子左から安定器CH→フィラメント F_1 →ダイオード D_1 →コンデンサC→フィラメント F_2 →電源端子右へと電流が流れ、図の極性にコンデンサは充電される。ここで、前述のようにサイリスタのブレイクオーバー電圧 V_{BO} を

電源電圧 $> V_{BO} >$ ランプ電圧

となるよう選定しておく。コンデンサの充電電圧は、ほぼ電源電圧の最大値となるが、次の半サイクルで電源電圧の極性が反対とな

って端子右が+になると、サイリスタにはコンデンサの充電電圧が重畳されたものが加わるので、ブレイクオーバー電圧に達してサイリスタは導通状態となり、端子右→フィラメント F_2 →ダイオード D_2 →サイリスタ→フィラメント F_1 →安定器CH→端子左へと電流が流れてフィラメントを予熱する。この予熱電流は安定器のインダクタンスによって電源電圧より位相が遅れる。このとき、コンデンサと安定器のインダクタンスを共振状態になるようコンデンサの値を選ぶと（実験により0.257 μ F程度）、約250Vの電圧が発生するのでランプの始動は確実となる。なお、安定器はグロースタータ方式のものである。

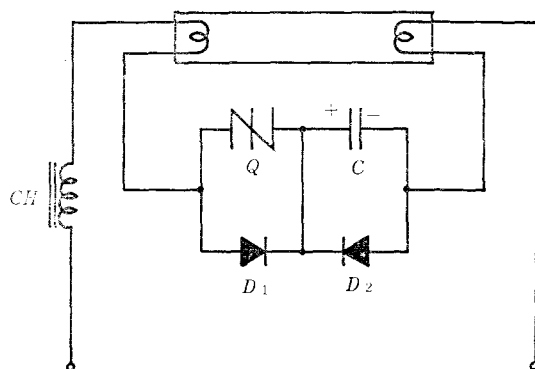


図6 供試電子スタータ回路

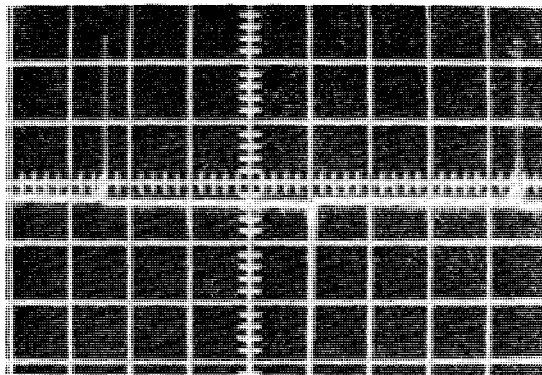


写真1 ランプ印加電圧波形

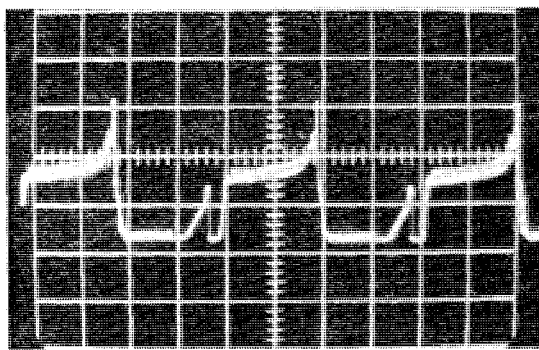


写真2 サイリスタ端子電圧波形

ランプ点灯後は、スタータ回路にランプ抵抗が並列に接続されたことになるので、サイリスタにはブレークオーバー電圧以下の電圧が加わるので、スタータ回路は動作しない。写真1は、ランプに加わる電圧波形、写真2は、サイリスタの端子電圧の波形である。

図7は、電源電圧に対する始動時間を、グロースタータ回路と試作の電子スタータ回路について比較したもので、図8は、周囲温度の変化に対する同様の比較である。これからわかるように、約0.5秒の

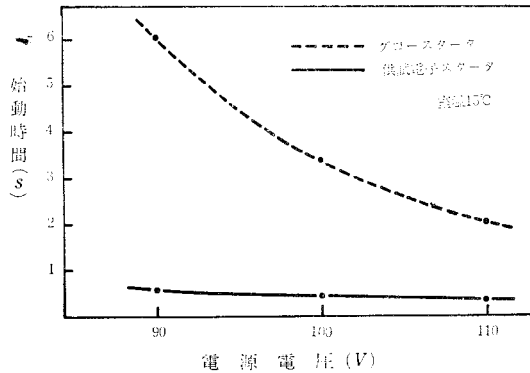


図7 グロースタと供試電子スタータによる始動時間の比較

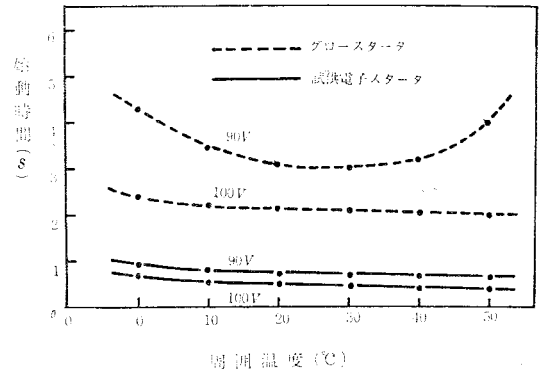


図8 温度による始動時間の変化

時間で確実にランプを点灯させる、ことができ従来の安定器で瞬時点灯の目的を達することができた。この試作スタータ回路も、グロースタータ回路その交換だけでよいので、実用的である。

§ 4 結 言

試作の電子スタータで、10Wのけい光ランプを約0.5秒程度で瞬時点灯させることに成功したが、このように、10W以下のランプについてはスタータの交換だけで簡単に電子瞬時点灯方式とすることができ、将来広く普及される可能性がある。しかし、現在のサイリスタの特性には、バラツキが多く、低温から高温まで（周囲温度の範囲）確実に動作させるためには、かなりの信頼性が要求される。また、ランプに寿命がきたときの保護対策などについては、いろいろ考えられているが、それを回路に組み込めば複雑化し、単純なグロースタータ回路とかけ離れてくる。しかも、けい光ランプとしてよく使用される20W以上のランプの場合は、始動電圧を高めるための回路が入ってくる。けれども、今後は需要の多い20W以上のランプについて、実用化される電子スタータを目標に研究されるべきであろう。

参 考 文 献

- 1), 3) 小山他：TECHNICAL REPORT VOL. 15 No. 5 1969
- 2) 小山他：昭和45年照明学会全国大会講演論文集 No. 5
- 4) 金田：新日本電気技報 VOL. 6 1971

(昭和48年1月8日受付)

教育用小形計算機システムの評価について

(電気工学科) 村 上 滋 樹

On the Evaluation of Small Computer Systems for the Education

Shigeki MURAKAMI

The selection of the high performance computer systems is an important problem to give the good education on the information processing.

In this paper, the practice of the evaluations for hardwares, softwares and total systems using the catalogues, manuals etc. is described, and the plan on the stimulus approach for FORTRAN compilers is given.

1. まえがき

情報処理教育が漸次普及するのにもない高専にも昭和45年度より逐次小形電算機システムが導入されてきて、昭和47年度にはその導入校数は国立においては15に達する。

本校には45年度末にミニコンが導入されその後増強されたが、¹⁾より多くの学生により効果的な情報処理教育を行なうためには、計算機実習(主としてプログラミング実習)の時間を増すことが必須条件であり、そのためには、処理能力のすぐれた小形計算機システムをできるだけ早く導入する必要がある。本校も数年来、導入を要請してきたのであるが上記の状況からみて近い将来に導入が実現することを期待して、電算機システムの検討をすすめることになった。

一般に、計算機の性能評価は、計算機の発達の初期段階(あるいはミニコン)では、処理能力は専らハードウェアの性能に左右されており比較的簡単であった。しかし、モニタを用いて連続処理を行なっている現在のシステムでは問題はかなり複雑となってきた、ソフトウェアがシステムに及ぼす影響は大きく、総合的に評価しなければならないようになってきている。評価するに当たっても評価のより所となるべきものを予めきめておく必要があり、導入時点ではカード方式のバッチ処理を建前とすることとして、本校の情報処理教育推進委員会で種々検討を重ねた後、機種選定の際の重点はつぎのようなものとなった。

- (1) 汎用性があること。(COBOL, FORTRANとも使用でき、アセンブラが使い易い。)
- (2) OSが優秀である。
- (3) 拡張性があること。(リアルタイム, TSSなどへの移行性など)
- (4) 教育的見地よりマークカード読取りが可能なこと。
- (5) 操作性がよくオペレータの負担が少ないこと。
- (6) サービス体制が良好なメーカーのものであること。

高専などでは技術計算のみやればよいという考え方もあるが、計算機を単なる計算道具として使うというのではなく、情報処理のために使うという広い視野にたって取り扱う態度を身につけさせるため汎用性のあるCOBOLを学習させることは極めて有意義と考える。さらに、最も多く使われている機種を選ぶこともかなり意義があると考えられ。現時点ではハードウェア、ソフトウェアとも標準化されてい

ないので、最多用機種(汎用機種)を選べば、教育的に考えて、電算機に関する標準的な教育が行なえることおよび、他のユーザとの間で共同研究・共同利用ができるなどの利点がでてくるであろう。

上記の選定にあたっての重点を考慮しながら制約された予算内で最もすぐれているシステムを選ぶため、5社より提案されたシステムについて、主としてカタログ、マニュアルに基づいて比較したものの概要と、近く実施予定の性能比較のためのテストプログラムの設計の概要とを以下に述べ、併せて私見を述べる。

2. 一般的な評価項目

2.1 ハードウェア

(1) 処理速度

CPU に関しては、命令実行時間、メモリのサイクルタイムなどがある。命令実行時間としては頻度を考慮した Instruction Mix (Gibson Mix³⁾ など) が考えられるが、種々の制御方式がとりいれているとこれだけでは不十分で、適当なテストプログラムによる必要があるようである。

(2) 信頼性

MTBF (平均故障間隔) が用いられるが、CPUは10,000時間、カード読取機は3,000時間、システム全体としては3,000~5,000時間ぐらいのオーダーのようであり、余り差異はないものと思われる。

(3) 保守性

故障した場合に、修理して再使用をはじめるまでの時間は短い方がよく、MTTR (修理に要する平均時間) がとられている。

そのほか、稼働率、利用率が考えられるが昼夜連続運転を行なわないような利用形態を前提とすると稼働率はそんなに悪くならないであろうが、利用率はアイドル時間が少なくてすむシステムを選ぶ評価項目としてかなり重要である。

記憶装置については、その利用率の尺度としては多くの要因を考慮に入れたものを考える必要がありかなり難かしくなる。

2.2 ソフトウェア

ハードウェアの場合のように定量的な尺度を求めることは困難なことが多いが、共通的に考えられる具体的な尺度は次のようになる。

(1) 処理速度

制御プログラムでは、タスクスイッチの時間、リソース割当ての時間、プログラムの転送時間が問題になる。

言語処理プログラムでは、ほん訳処理の時間と目的プログラムの実行時間が問題となる。

(2) 経済性

プログラム実行時に必要な主記憶容量や制御プログラムの主記憶に常駐する部分の大きさとか、各種リソースの使用率などを考える。

(3) 人間に関する要素

(a) プログラムに関するもの

プログラミング言語および制御言語の書き易さ、読み易さ、プログラムの誤りに対する対策、訂正の容易さなどが考えられる。

(b) オペレータに関するもの

操作性が重要で、入出力機器の取り扱い易さ、スイッチ、ランプ等の扱い易さ、見易さ、オペレータコマンドの入力の容易さ、警報や指示の見易さ、誤操作に対する対策、制御カードの挿入枚数が少なくチェックが容易であることなどが考えられる。

2・3 総合システム

(1) 処理効率

稼動時間を処理プログラムの走行時間 (T_P)、制御プログラムの走行時間 (T_C)、アイドル時間 (T_I) の三つに分けると処理効率 η は、

$$\eta = T_P / (T_P + T_C + T_I)$$

で表わされるが、教育用の場合には余り高くとれないと思う。

(2) 総合性能

運用の立場からはスループットが最重要である。

パッチ処理の利用者の立場からはターン・アラウンドタイムが最も重要となるが、教育実習用の場合には各ジョブが小さいので、入出力機器の性能に大きく左右されると考えてよいであろう。

3. ハードウェアの評価

カタログデータは最も容易に得られる資料でシステムの概要を知るうえで大いに役立つものであるが、マニュアルを利用すればさらに詳細に知ることができる。以下に述べるデータはカタログ、マニュアルおよび問合せにより得られたものである。

3・1 CPU の評価⁴⁾

データの単位を語とするかバイトとするかという問題があるが効率の点からいってバイトマシンの方がよいし、一般性があるようである。以下は主として処理速度について評価したものである。

表1 CPU比較表

システム			A	B	C	D	E
項 目							
命 令 数			86	138	39		84
ア ド レ ス 方 式			11/2	11/2, 21/2	2	1, 2	11/2
インデックスレジスタ数			2	3	6～15	4	3
デ ー タ 長			1 語16ビット	1 語24ビット	1 字 6 ビット	1 バイト 8 ビット	1 バイト 8 ビット
演 算 速 度 〔μS〕	固 定	加 減 算	1.4	3.0	10桁 60		3.0
		乗 算	6.1	24.8	10桁 555		17.2
		除 算	7.0	28.1	10桁 1360		33.0
	浮 動	加 減 算	3.5	8.3	5 桁 52.5	26.1	21.7
		乗 算	10.7	27.1			54.75
		除 算	10.7	38.1			90.75
格 納 置 数		1.4	3.0	5.75/C		3.0	
記 憶 容 量			24K語	16K語	24K字	24Kバイト	16Kバイト
サイクルタイム 〔μS〕			0.6/語	0.8/語	2.0/字	0.9/バイト	0.75/バイト
ギブソン・ミックス				4.5	4.0	27.	9.54

(1) 演算時間による評価

ミニコンなどではかなり価値があるが、しかし余りにも遅いものは具合が悪いので、一応とりあげて比較してみた。(表1)

(2) 命令ミックスによる評価

メーカーの公表値であるので、荷重のおき方をギブソン・ミックスと同なじにしているかどうかあいまいなところもあるが一つの尺度となる。

(3) サンプルプログラム法

あるプログラムの全体あるいはその中の重要部分を評価対象のCPUの機械語によりコーディングし、それとハードウェアマニュアルによる命令実行時間とから、そのプログラムを実行するのに要する時間を算出して、その実行時間を評価値とする方法である。

サンプルプログラムとしては、逆行列、ベクトル積、多元連立方程式等等があるが、平均値と標準偏差を求めるプログラムを各社に依頼してアセンブラで作成してもらい、それを利用して評価しようとしたが、各命令の実作時間が明確でないところが多かったのと、著者の力不足で比較することが相当困難であることが分かった。

そのプログラムをアセンブルして、実行時間をデータの量をいろいろかえて測定すれば一つの評価値となるであろう。

(4) 複合評価法

大型機では実測値と比較的よく一致するが、小型機では小記憶容量のためソフトウェアのつくり方の違いによる影響が大きく出て、実測値が相当悪く出ることが多いようで余り有効でない。

3・2 CPU以外のハードウェアの評価

(1) 主記憶装置

CPUと密接な関係にあり、大部分はCPUの評価に含まれてしまうので、ここではソフトウェア(とくに常駐モニタ)との関係できまってくるワークエリアの大きさについて考えてみる、実際には多

表2 CPU以外のハードウェア比較表

システム		A	B	C	D	E
主記憶装置	素子	コア	コア	コア	IC	コア
	モニタ常駐領域	7~8KW	2.2KW	1.8KC	8KB	6KB
	ワークエリア	16KW	13.8KW	22.2KC	16KB	10KB
	(バイト換算)	(32KB)	(41.4KB)	(16.7KB)		
チャネル	転送速度 [1/S]	セレクト 665KW マルチ 65.5KW	64KW	500KC	312KB	セクタ 270KB マルチ 10KB
	記憶容量	2.5MW	2.4MW	9.2KC	4.9MB	ドラム 262KB 5MB
磁気ディスク装置	転送速度 [1/S]	312KB	156KB	208KC	199KB	ドラム 270KB 156KB
	アクセスタイム[mS]	35	85	85	120	ドラム 8.4 87.5
	ワークエリア	2.3MW	1.4MW	6.2MC	2.7MB	
	(論理空間)/(実空間)	144	101	279	166	(28)
カ読 取 ド機	読取速度[枚/分]	600	400	600	310	300
	ホッパ容量[枚]	600	1000	3000	600	1000
	スタッカ容量[枚]	600	1000	3000	600	1000
行印 字機	印字速度[行/分]	220	435	420	220	
	紙送速度	500行/分	18mS			22mS
	1行の字数	132	132	132	132	136
	活字種類	128	60	109	110	109
	方式	タイプベルト	タイプベルト	ドラム	チェーン	タイプホイール

少異なるとしても、ページ式メモリが用いられて居り、ダイナミックなアドレス変換が能率的に行なわれ、一般に15〔%〕位の能率向上があるといわれている。このページ式メモリは仮想メモリとしてメモリの実空間よりも大きな論理空間を実空間的に扱っているが、(論理空間)/(実空間)の数乗の逆数に比例して能率がきまるようである。従って、主メモリのワークエリアが広いことが第一で、ついで外部メモリの転送速度、アクセス・タイムが問題となる。

(2) チャンネル

この能力は転送速度によって代表されるが、他の機器との関係で相対的に考えるべきである。

③ 外部記憶装置(ファイル)

容量差が余りないので、アクセス・タイムとデータ転送速度が能力のきめ手となる。この能力のすぐれているのはAであるが、Eは主メモリ——ドラム——ディスクの階層構造をとり、ドラムのアクセス・タイムが小さいので、特に大きなジョブでない限りEがすぐれているといえる。

(4) 入力装置(カード読取機)

読み取り速度で評価でき、高速であると共に、マークカード読み取り可能であることが要求される。ホッパ容量などは大きい方が便利である。

(5) 行印字機(ラインプリンタ)

高速が第一条件で、400〔行/分〕を標準と考えている。カナ文字が印刷できるものがよい。紙かけかえ時間が少なく扱い易いものが望ましい。

(6) 図形出力装置(カーブプロッタ)

あるにこしたことはないが、出力に相当多くの時間を消費し、ジョブの処理効率を大幅に低下させるので、導入時には考慮せず、将来の課題として残すか、既設のミニコンと組み合わせてオフライン的に使用するか、ディスク——プロッタの処理が多重的にできるシステムを採用するかなど問題点が多い。能力は速度、キザミの大きさによってきまる。

(7) その他の周辺機器

モニタ用のタイプライタ、ディスプレイ、PTR、PTP、オフラインのカードせん孔機があるがとくに問題となる点はない。

3・3 総合システムの評価

表3に各社提案の総合システムを掲げる。これから共通的な、標準的なものを取りあげて図示すると

表3 ハードウェアシステム比較表

項 目	A	B	C	D	E
主記憶装置容量(換算値)	48KB	48KB	18KB	24KB	16KB
サイクル・タイム 〔μS/2B〕	0.6	0.53	6.0	1.8	1.5
ディスク容量(換算値)	5MB	7.2MB	3.1MB	4.9MB	ドラム 262KB 5MB
磁気テープ装置	2				
カード読取機〔枚/分〕	600	400	600	310	300
P T R 〔字/秒〕	500	1000			
行 印 字 機〔行/分〕	220	435	420	220	400
タ イ プ ラ イ タ	1			1(相当)	1
X Y プ ロ ッ タ 〔ステップ/秒〕	400	400	300	400	
紙テープ出力装置 〔字/秒〕				110	
オフライン・カードせん孔機	3	2	3	2	1

図1の実線のシステムとなる。点線で囲んだものはあった方がよいものあるいは将来の拡張システムと考えているものである。

このようなシステムにおいては、入出力装置が各1台しかないで、システムの処理速度は入出力装置の性能に大きく左右されてくる。1ジョブは平均でただかカード50枚位とみているが、CPUの処理時間は10〔秒〕までで、入出力を含めての処理時間は〔1分〕以内となろう。この程度のものなら200~300ジョブは1日に消化できそうである。処理すべきジョブは日を追って飛躍的に増加するであろうから、そのようなときラインプリンタが最初にネックとなるようだから、これはできるだけ高速のものにしておきたい。

主記憶の容量増を行なう場合を考慮してICメモリの方が費用の点より有利であるとする考え方もあるが、コアも一段と安価になったし、コアからICへの移行も特に困難な問題もないので、特に重視しなくてよいであろう。

以上の比較ではA, B, Eの順にすぐれているようであるが、今一つ考慮に入れるべき事柄として次のような点がある。

それは、小形システムとして充実したものは確かに導入時点では使い易いであろうが、拡張性に問題が残る、CPUが中形の場合には当初は使い難くても、計画的に充実していけば、時を追って本来の能力を発揮できるようになるという二つの観点の何れをとるべきかということ、レンタルの場合はより上位機種への移行は容易であるが、買い取りの場合には、10年位は使用するようになるだろうから、その間の処理量の増加率を適確に推定できない時点では、後者の観点をとる方が賢明であろう。さらにオンライン・リアルタイム処理（多重処理）への移行は必至であることを考えるとなおのことである。

4. ソフトウェアの評価

処理速度、経済性および人間に関する要素が評価項目であるが、処理速度についてはテストプログラム法、シミュレーションなどを用いないと評価できないので、今後の課題として残し、ここでは、カタログデータなどにより経済性、機能などについて比較してみた。

4.1 メモリマップについて

主メモリ、補助メモリに駐在する制御プログラム（モニタ）、言語処理プログラム、サービスプログラムの大きさの概略は表2に示してあるが、主メモリ内のモニタ常駐部の大きさを除いた残りのワークエリアが大きいシステムが処理速度においてすぐれていると考えられる。モニタ常駐部の大きさはAはかなり大きく、Cはとくに小さい。Bは適当な大きさでワークエリアも大きいので経済性がよいようであり、Eはドラムとの組合せで検討しなければならないが主メモリについてだけでいえば余りよくないといえる。

しかし、常駐部の内容（とくに機能）が明確でないで、詳細に比較して評価することが困難である。

4.2 制御プログラムについて

各社の使用している用語、プログラム名が異なっていたり、包含する機能の範囲が異なるため、どの機能がすぐれているか、欠けているかはカタログ上だけの比較では困難で、ほぼ同機能と思われるも

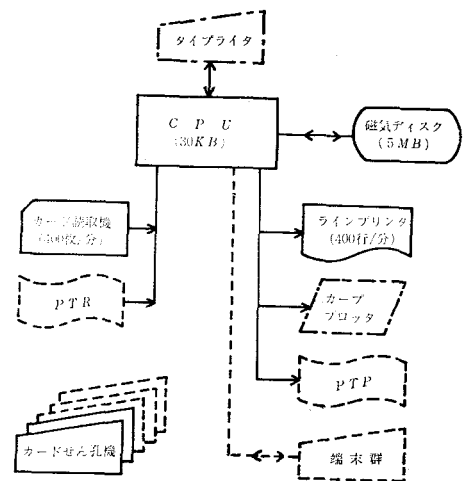


図1 標準ハードウェアシステム（実線・鎖線）および拡張システム（破線）

のを表にすると表4のようになった。

表4 ソフトウェア比較表 (I)

システム		A	B	C	D	E
項目						
制御プログラム	スーパ・バイザ	○	○	○	○	○
	データ管理	○	○	○	○	○
	ジョブ管理	○	○	○	○	○
	通信管理	△	○	○	○	○
	フレーム管理		△	○	○	○
サービスプログラム	ソート / マージ	○	○	○	○	○
	結合編集	○	○	○	○	○
	ライブラリ管理	○	○	○	○	○
	ボリューム管理	△	○	○	○	○
	デバック支援	○	○	○	○	○
	システム編集		○			○
	システム保守	○	○			○

4.3 サービスプログラムについて

制御プログラムの場合と同ような考え方で比較を試みたが、対象範囲が広いため比較が一段と困難である。通常多く用いられるものについて、同内容と思われるものを列挙したものが表4の後半である。

4.4 言語処理プログラムについて

各システムにおいて使用可能な言語の種類はまちまちで、全てについて検討するのは面倒なので、教育上の見地から汎用性のあるものを取り上げて比較した。COBOL, FORTRAN およびアセンブラは各システムとも使用可能（一部予定）であるが、ALGOL が使用できれば申し分ない。将来は PL/I の使用がとり上げられるであろう。

(1) 言語水準とエラーメッセージ

COBOL は65年版, FORTRAN は JIS 水準 7000 が標準レベルで各システムとも一応満足しているが、細い点では過不足がある。主に使用されるのは FORTRAN であるから、標準水準で、エラーメッセージ数が多いことは教育上極めて有利であり、番号だけでなく文字でも表示されることが望ましい。とくに入門レベルの学生実習においては、エラーメッセージにもとづく学生自身による学習を促進

表5 ソフトウェア比較表 (II)

システム		A	B	C	D	E
項目						
言語水準	COBOL	(65)	65 E X	65	65	68
	FORTRAN	$7000 - \alpha_1$	$7000 + \alpha_2$	$7000 - \alpha_3$	7000	$7000 + \alpha_4$
	ALGOL	—	$6050 + \alpha$	—	—	5060
	アセンブラ	○	○	○	○	○
エジ ラ数 ー メ ッ セ ー	COBOL	100/15	401/20	230/36	約 200	211/58
	FORTRAN	50/12	99/68	118/26	約 100	172/100
	アセンブラ	15	12/60	22/25	約 20	49/29
	出力形式	コード番号	コード番号 ローマ字・英語	コード番号	コード番号 英 語	コード番号

させる上で極めて有効である。

(2) FORTRAN 言語の比較

使用上問題となりそうなものを取り上げてみた。全てを網らしてはいないが、とり上げていない部分は同なじと考えてもらってよい。Bは1語が24ビットと他の1.5倍のため定数の桁数、指数値ともに大きいので数値計算を行なう際には精度がよいし OVF がおこり難い。Cは桁数の指定ができるようになっているので倍長定数はない。Eは倍長整数がある。制限事項は実用上は全く関係がないと考えてよく、Dの継続行4が気にかかる程度である。不足機能のうち、とくにCの複素数は問題である。

表6 FORTRAN 比較表

システム		A	B	C	D	E
項 目						
整 定 数 最 大 値		32767	8388607	5~20桁	11桁	32767
実数仮数 10進桁数		7	約11	2~20	7	7.2
実 数 指 数		-79~75	-130~130	-99~99	-50~49	-78~76
複 素 数		○	○	×	()	○
制 限 事 項	変 数 名 政	*	1000	制限なし	200	204
	配 列 名 数		40	制限なし		51
	継 続 行	7	19	9	4	制限なし
	D O ル ー プ 深 さ	30	20	10	10	15
	仮 引 数 の 数	19	100	58	10	20
	サブルーチン重なり	制限なし	制限なし	制限なし	5	15
項	1ジョブのプログラム 単 位 数	30	200	30		50
拡 張 機 能		ENTRY文	ENTRY文 外部関数強化 ダイレクトアクセス T, J変換			倍 長 整 数 ダイレクトアクセス プロッタサブ ルーチン USER文
不 足 機 能		G 変 換		複 素 数		

4・5 操 作 性

FORTRAN ジョブ処理の場合についてオペレーター操作と挿入すべき制御カードとを比較してみた(表7)。オペレーターが操作し易い点からいうと、D以外は略同様であるが、この他に異常通報の方式とか、他の指示のやり易さなどについても検討する必要がある。制御カードは少ない方が扱い易いが余り少ないもの、ジョブ間の区切りとかデータの識別でトラブルが生じないか心配である。

CとD以外は略同様と考えてよいであろう。

5. テストプログラムによるシステム評価計画³⁾

以上のカタログデータなどにに基づく評価はスタティックなものであって、最終的には実際にジョブを処理させたときにどのように振舞うかをみなければならない。

このためには、システムを black box として扱い、刺激としてテストプログラムをかけて、それに対するシステム応答としてのスループット、ターンアラウンドタイム、計算時間、アカウントングデータなどを分析することによってシステム性能を調べようとする、stimulus approach によらざるを

表7 FORTRAN ジョブ操作法

システム		項目		A	B	C	D	E
最初 の ジョ ブ	オペレータ 操作			スタート・コマ ンド (SET START)	イニシャルロー ダのボタン	ブートストラッ プ操作	GR MPL GR IPL S SRT 01, RO (s yy mm dd) nnn	ロータリスイッ チ (CONIN SET) STARTボタン
	制御 カード	ジョブ の前	JOB文 EXC文		\$JOB \$EXC FTC	ランコントロール オプション ジョブコントロ ール	// JOB // FILE (1) // FILE (2) // FILE (3) // RUN	¥JOB ¥FORTRAN
	ブ ード	プログ ラム間				副プログラム間 にチェインカー ド		
		デー タの前			\$EXC *GO \$DATA	END	// RUN LINKEDT	/END ¥EXC
		ジョブ の終			EOF	ENDATA EXC	/ * // JEND	/END
次 の ジョ ブ	オペレータ 操作						S SRT 01, RO S yy mm dd nnn	
	制御 カード	ジョブ の前	JOB文 EXC文		\$JOB \$EXC FTC	ランコントロール オプション ジョブコントロ ール	// JOB // ASSGN // FILE // RUN	¥FORTRAN

得ない。

テストプログラムのつくり方にはいろいろあるが、FORTRAN 処理の場合について比較したいと考えている。その概要はつぎのようである。

- (1) STOP END ジョブ
- (2) 入出力テストプログラム
- (3) エラー・メッセージ・テストプログラム
- (4) 文法テストプログラム
- (5) 計算処理速度テスト

(行列の積, 数値積分)

テストプログラムの詳細, 実施結果については適当な機会に報告したいと考えている。

6. 汎用性・信頼性について

JECC, 学術振興会, 日本経営科学研究所の資料をもとにして, 全国学校別・メーカー別設置状況を提案システムに対応するレベル以下の小, 中形機について昭和43年度分よりまとめてみると表8のようになる。これは汎用性については勿論であるが, 長期間にわたる使用実績に基づいて引き出されて来たところの信頼性評価に関するある程度客観的なデータとみなすことができる。テストプログラムによるテストを行なわないで機種選定を行なう場合にはこのような評価法によらざるを得ないであろう。

表8 小形計算機設置状況 (昭和43年～昭和47年)

区 分 \ メーカー	A	B	C	D	E
国公立大学・短大・高専	7台	7台	6台	3台	43台
私立大学・短大	0	4	2	2	45
高校・情報処理教育センター	2	1	22	3	84
職業訓練校・ 電 算 機 学 校	0	3	10	2	54
計	9	15	40	10	226
占 有 率 [%]	3.0	5.0	13.3	3.3	5.3

7. む す び

主としてカタログデータを利用することにより教育用小形計算機システムの機種選定のための評価を行なってみた。ハードウェアに関してはA, B, Eの順で、ソフトウェアについてはB, E, がよいようであり、汎用性, 信頼性, 拡張性についてはEがよいと思う。教育的見地も考慮に入れて総合的に評価することになるとEを選定すべきであろう。

終りに、心よく、各種の資料の提供、照会事項の回答をお引き受け下さった、(株)日立製作所中国営業所、沖電気工業(株)中国支店、日本電気(株)情報処理広島営業所、東京芝浦電気(株)中国支店および富士通(株)広島営業所(順序不同)の関係各位に深く感謝いたします。また、いろいろ御検討、御助言頂いた情報処理教育推進委員会の各委員に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 村上：電気工学における情報処理教育とミニコンピュータの利用について；呉高専研究報告，第7巻第2号，昭47.3.
- 2) 萩原：計算機システムの評価について；情報処理，Vol. 13, No. 11, Nov., 1972.
- 3) 井上：ハードウェアの評価法；情報処理，Vol. 13, No. 11, Nov., 1972.
- 4) 石田：ギブソンミックスの起源について；情報処理，Vol. 13, No. 5, May 1972.
- 5) 亀田・恒川：テストプログラムによるシステム評価；情報処理，Vol. 13, No. 11, Nov., 1972.

(昭和48年1月8日受付)

不静定トラスの数値計算法

(土木工学科) 久 良 喜代彦・丸 上 晴 朗

A Method of Numerical Analysis of Statically Indeterminate Trusses

Kiyohiko KURŌ and Seirō MARUGAMI

There are two methods for analysis of statically indeterminate structures, namely, force method and displacement method. We use these two methods for calculation of member forces and deflections of statically indeterminate trusses, and then compare these two methods.

§1. ま え が き

マトリックス法による不静定構造物解析法には応力法と変位法の2通りの方法がある。

本研究は不静定トラスの部材力およびたわみの数値計算にこの2つの方法を適用し、両者について比較検討しようとするものである。

§2. 応力法による不静定トラス解析の原理⁽²⁾

トラスの不静定次数を m 次とする。不静定力を適宜選定して、静定基本系を設定する。

(1) 不静定力 不静定力を X_1, X_2, \dots, X_m とすると、これらの不静定力は次の弾性方程式を解くことによって求められる。

$$\begin{cases} \delta_{12} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1m}X_m = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2m}X_m = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \delta_{m0} + \delta_{m1}X_1 + \delta_{m2}X_2 + \dots + \delta_{mm}X_m = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

但し δ_{i0} , ($i=1, 2, \dots, m$): 荷重による X_i の作用点のその方向の変位

δ_{ij} , ($i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, m$): $X_j=1$ による X_i の作用点のその方向の変位

m 元の連立方程式(2.1)をマトリックスを用いて表わすと次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \vdots \\ \delta_{m0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1m} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mm} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{Bmatrix} = 0$$

この方程式を変形すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1m} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mm} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \vdots \\ \delta_{m0} \end{Bmatrix} \quad (2.1)'$$

ここで、トラスの節点 $A, B, C \dots$ に作用する荷重を P_A, P_B, P_C, \dots のように表わすことにし、単位節点荷重 $P_A=1, P_B=1, P_C=1$ に対応する不静定力を夫々、 $X_{1a}, X_{2a}, \dots, X_{ma}; X_{1b}, X_{2b}, \dots, X_{mb}; X_{1c}, X_{2c}, \dots, X_{mc}; \dots$ のように表わすことにする。この場合、 P_A, P_B, \dots の各荷重毎に(2.1)'の形の方程式が成立する。これらの方程式は次のような一つの方程式に組立てられる。

$$\begin{bmatrix} X_{1a} & X_{1b} & \dots & X_{1h} \\ X_{2a} & X_{2b} & \dots & X_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{ma} & X_{mb} & \dots & X_{mh} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1m} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta_{1a} & \delta_{1b} & \dots & \delta_{1h} \\ \delta_{2a} & \delta_{2b} & \dots & \delta_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{ma} & \delta_{mb} & \dots & \delta_{mh} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ここで

$$[X] \equiv \begin{bmatrix} X_{1a} & X_{1b} & \dots & X_{1h} \\ X_{2a} & X_{2b} & \dots & X_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{ma} & X_{mb} & \dots & X_{mh} \end{bmatrix}, \quad [G_0] \equiv \begin{bmatrix} \delta_{1a} & \delta_{1b} & \dots & \delta_{1h} \\ \delta_{2a} & \delta_{2b} & \dots & \delta_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{ma} & \delta_{mb} & \dots & \delta_{mh} \end{bmatrix}, \quad [G_1] \equiv \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1m} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mm} \end{bmatrix}$$

とすると、(2.2)は次式のようにになる。

$$[X] = -[G_1]^{-1} \cdot [G_0] \quad (2.2)'$$

ここでマトリックス $[G_1]$ の求め方について述べる。 $[G_1]$ の一つの要素 δ_{ij} は仮想仕事の原理により、

$$\delta_{ij} = \sum_{k=1}^n S_{ki} \cdot \rho_k \cdot S_{kj} \quad (2.3)$$

$$\text{但し } \rho_k = \frac{S_k}{A_k \cdot E_k}$$

n : 部材数 (冗材も含む)

S_{ki} : $X_i = 1$ によって部材 k に生ずる部材力

A_k, E_k, S_k : 夫々部材 k の断面積, 弾性係数, 長さ

(2.3)により次の方程式が組立てられる。

$$\begin{aligned} [G_1] &\equiv \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1m} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \dots & \delta_{mm} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1m} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nm} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \rho_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1m} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nm} \end{bmatrix} \quad \dots\dots(2.4) \\ [C] &\equiv \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1m} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nm} \end{bmatrix}, \quad [f] \equiv \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \rho_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

とおくと、(2.4) は

$$[G_1] = [C]^T [f] [C] \quad (2.4)'$$

となる。

$[G_1]$ の場合と同様にして $[G_0]$ についても次の方程式が成立する。

$$\begin{aligned}
 [G_0] &\equiv \begin{pmatrix} \delta_{1a} & \delta_{1b} & \cdots & \delta_{1h} \\ \delta_{2a} & \delta_{2b} & \cdots & \delta_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{ma} & \delta_{mb} & \cdots & \delta_{mh} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1m} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nm} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{1a} & S_{1b} & \cdots & S_{1h} \\ S_{2a} & S_{2b} & \cdots & S_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{na} & S_{nb} & \cdots & S_{nh} \end{pmatrix} \quad \cdots(2.5)
 \end{aligned}$$

ここで

$$[B] \equiv \begin{pmatrix} S_{1a} & S_{1b} & \cdots & S_{1h} \\ S_{2a} & S_{2b} & \cdots & S_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{na} & S_{nb} & \cdots & S_{nh} \end{pmatrix}$$

とおくと、(2.5)は

$$[G_0] = [C]^T [f] [B] \quad (2.5)'$$

となる。したがって、(2.5)', (2.4)' で求めた $[G_0]$, $[G_1]$ を (2.2)' に代入すると $[X]$ が求まることになる。

(2) 部材力 静定基本系の部材力及び不静定力が求まると、不静定トラスの部材 i の部材力 N_{ie} (荷重 $P_e = 1$ による) は

$$N_{ie} = S_{ie} + \sum_{k=1}^m S_{ik} \cdot X_{ke} \quad (2.6)$$

但し、 S_{ie} : 荷重 $P_e = 1$ による静定基本系の部材 i の部材力

(2.6) により不静定トラスの荷重→部材力マトリックス $[A]$ に関して次の方程式が組立てられる。

$$\begin{aligned}
 [A] &\equiv \begin{pmatrix} N_{1a} & N_{1b} & \cdots & N_{1h} \\ N_{2a} & N_{2b} & \cdots & N_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{na} & N_{nb} & \cdots & N_{nh} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} S_{1a} & S_{1b} & \cdots & S_{1h} \\ S_{2a} & S_{2b} & \cdots & S_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{na} & S_{nb} & \cdots & S_{nh} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1m} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{1a} & X_{1b} & \cdots & X_{1h} \\ X_{2a} & X_{2b} & \cdots & X_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{ma} & X_{mb} & \cdots & X_{mh} \end{pmatrix} \quad \cdots(2.7)
 \end{aligned}$$

(3) 節点変位 単位節点荷重 $P_f = 1$ による節点 E の変位 ($P_e = 1$ の方向の) を U_{ef} とすると、

$$U_{ef} = \sum_{k=1}^n \bar{S}_{ke} \cdot N_{kf} \cdot \rho_k \quad (2.8)$$

ここで \bar{S}_{ke} は $P_e = 1$ に対応する不静定トラスの仮想部材力であるが、仮想部材力として静定基本系の部材力 S_{ke} を用いることができる。

$$\therefore U_{ef} = \sum_{k=1}^n \bar{S}_{ke} \cdot N_{kf} \cdot \rho_k \quad (2.8)'$$

(2.8)' により, 荷重→節点変位マトリックス $[D]$ に関して次の方程式が組立てられる。

$$\begin{aligned}
 [D] &= \begin{pmatrix} U_{aa} & U_{ab} & \cdots & U_{ah} \\ U_{ba} & U_{bb} & \cdots & U_{bh} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{ha} & U_{hb} & \cdots & U_{hh} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} S_{1a} & S_{1b} & \cdots & S_{1h} \\ S_{2a} & S_{2b} & \cdots & S_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{na} & S_{nb} & \cdots & S_{nh} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{1a} & N_{1b} & \cdots & N_{1h} \\ N_{2a} & N_{2b} & \cdots & N_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{na} & N_{nb} & \cdots & N_{nh} \end{pmatrix} \quad \cdots (2.9) \\
 \therefore [D] &= [B]^{-1} [f] [A]
 \end{aligned}$$

(4) 要約 以上をまとめると,

i $[X] = -[G_1]^{-1} \cdot [G_0] \cdots \cdots$ 不静定力マトリックス $\cdots \cdots (2.2)'$

但し, $[G_0] = [C]^T [f] [B]$ $\cdots \cdots (2.5)'$

$[G_1] = [C]^T [f] [C]$ $\cdots \cdots (2.4)'$

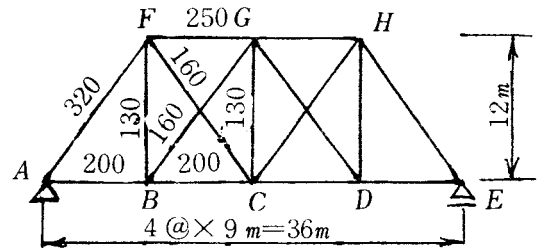
ii $[A] = [B] + [C][X] \cdots \cdots$ 荷重→部材力マトリックス $\cdots \cdots (2.7)$

iii $[D] = [B]^{-1} [f] [A] \cdots \cdots$ 荷重→節点変位マトリックス $\cdots \cdots (2.9)'$

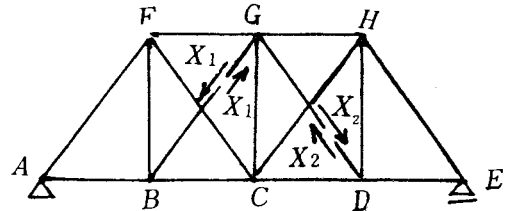
つまり, 静定基本系を解いて $[B]$, $[C]$, $[f]$ の各マトリックスが組立てられると, $[X]$, $[A]$, $[D]$ の各マトリックスは順次上記の各式によって求められることになる。

§ 3 応力法による計算例その1

図3・1に示す2次不静定トラスに鉛直方向節点荷重 $P_B = 1$ が作用する場合及び $P_C = 1$ が作用する場合の部材力を計算する。部材 BG , DG を冗材とし, これらの部材を切断し, 切断点に不静定力 X_1 , X_2 を加える静定基本系に $P_B = 1$, $P_C = 1$ を順次作用せしめ, 各々の場合に発生する各部材の部材力を計算してマトリックス $[B]$ を組立てる。この場合, S_{BG} , S_{GD} は共に0とする。次に $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ を順次作用せしめ各々の場合に発生する各部材の部材力を計算してマトリックス $[C]$ を組立てる。このとき冗材の部材力は当該不静定力が作用する時のみ1とする。 $E = 1.0$ として $\rho_i = \frac{S_i}{A_i \cdot E_i}$ を計算して, 柔性マトリックス $[f]$ を組立てる。かくして得られたマトリックス $[B]$, $[C]$, $[f]$ を表3・1に示す。



(数字は部材断面積を表わす)



静定基本系

図3-1

表 3.1

部材	[B]		[C]		[f]
	P_B	P_C	X_1	X_2	※
AB	0.5625	0.3750	0.	0.	4.5000
BC	0.5625	0.3750	-0.6	0.	4.5000
CD	0.1875	0.3750	0.	-0.6	4.5000
DE	0.1875	0.3750	0.	0.	4.5000
FG	-0.3750	-0.7500	-0.6	0.	3.6000
GH	-0.3750	-0.7500	0.	-0.6	3.6000
AF	-0.9375	-0.6250	0.	0.	4.6875
BF	1.	0.	-0.8	0.	9.2308
CF	-0.3125	0.6250	1.	0.	9.3750
CG	0.	0.	-0.8	-0.8	9.2308
CH	0.3125	0.6250	0.	1.0	9.3750
DH	0.	0.	0.	-0.8	9.2308
HE	-0.3125	-0.6250	0.	0.	4.6875
BG	0.	0.	1.0	0.	9.3750
GD	0.	0.	0.	1.	9.3750

※ 対角要素のみ記す。

これらのマトリックスを用いて、 $[G_0]$ 、 $[G_1]$ 、 $[X]$ 、 $[A]$ の各マトリックスを順次求めると、次のようになる。

$$[G_0] = [C]^T [f] [B] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} -11.0230 & 6.4669 \\ 3.2222 & 6.4669 \end{bmatrix}$$

$$[G_1] = [C]^T [f] [C] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 33.4814 & 5.9077 \\ 5.9077 & 33.4814 \end{bmatrix}$$

$$[X] = -[G_1]^{-1} \cdot [G_0] = \begin{bmatrix} -0.3572 & 0.1642 \\ 0.1592 & 0.1642 \end{bmatrix}$$

$$[A] = [B] + [C] [X] = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & P_B & P_C \\ \begin{array}{l} AB \\ BC \\ CD \\ DE \\ FG \\ GH \\ AF \\ BF \\ CF \\ CG \\ CH \\ DH \\ HE \\ BG \\ GD \end{array} & \begin{bmatrix} 0.5625 & 0.3750 \\ 0.3482 & 0.4735 \\ 0.2830 & 0.4735 \\ 0.1875 & 0.3750 \\ -0.5893 & -0.6515 \\ -0.2795 & -0.6515 \\ -0.9375 & -0.6250 \\ 0.7142 & 0.1314 \\ 0.0447 & 0.4608 \\ -0.1584 & 0.2627 \\ 0.1534 & 0.4608 \\ 0.1273 & 0.1314 \\ -0.3125 & -0.6250 \\ 0.3572 & -0.1642 \\ -0.1592 & -0.1642 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

$[A]$ の計算結果を図示すると図3・2のようになる。

§ 4 応力法による計算例その2¹⁾

図4・1(a)に示す4次不静定トラスで鉛直単位荷重が節度Fに作用する場合及び節度Gに作用する場合について計算を行なう。前節の計算例ではマトリックス[B], [C]の組立ては手計算によったが, 本計算例ではこの部分の計算も自動化し, 全計算をコンピュータで行なった。

(1) マトリックス[B]の組立て 図4・1(b)に示す基本静定系の全節点に垂直及び水平方向に荷重 $P_A, Q_A; P_B, Q_B; \dots$ を加える。鉛直外力は下向きを正とし, 水平外力は左向きものを正とする。(図4・2) 又, 支点Eの鉛直反力を V_E , 水平反力を H_E とし, 支点Hの鉛直反力を V_H とする。これらはいずれも図4.2に示すように座標軸の方向のものを正とする。節点A, B, ……の座標を $(x_A, y_A), (x_B, y_B), \dots$ とする。これらの値は表4・1のようになる。

表4・1 節点の座標

	A	B	C	D	E	F	G	H
x	0	600	1200	1800	0	600	1200	1800
y	420	420	420	420	0	0	0	0

各節点において水平方向及び鉛直方向の釣合条件式を作る。

たとえば節点Aでは

$$\sum H = 0; Q_A = S_{AB} \frac{x_{BA}}{AB} + S_{AF} \frac{x_{FA}}{AF} + S_{AE} \frac{x_{EA}}{AE}$$

$$\sum V = 0; P_A = S_{AB} \frac{y_{BA}}{AB} + S_{AF} \frac{y_{FA}}{AF} + S_{AE} \frac{y_{EA}}{AE}$$

但し $x_{BA} = x_B - x_A, x_{FA} = x_F - x_A, \dots$ である。全節点についてのこれらの方程式は次のようなマトリックス方程式に組立てられる。

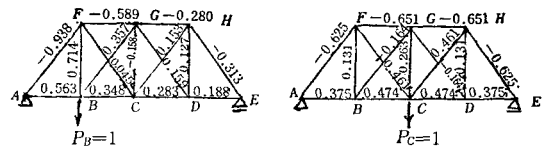


図3-2 2次不静定トラスの部材力

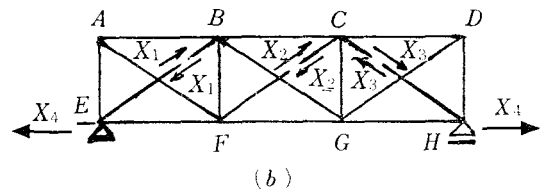
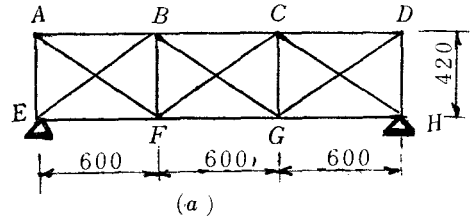


図4・1

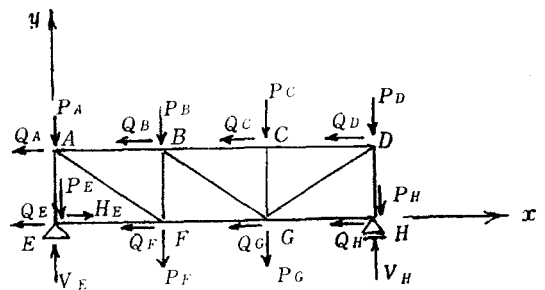


図4・2

[illegible]

(4.1) の左辺の外力ベクトルを $\{W\}$ ，右辺の部材カベクトルを $\{S\}$ ，右辺の (16×16) の正方行列を $[TSM]$ と名付けると，

$$\{W\} = [TSM] \{S\} \quad (4.1)'$$

$$\text{これより } \{S\} = [TSM]^{-1}\{W\} \quad (4.2)$$

本計算例では (4.1) の $[TSM]$ に表4・1の値を代入してその逆行列 $[TSM]^{-1}$ を求めると、表4・2のようになる。

表4・2 マトリックス $[TSM]^{-1}$

	Q_A	P_A	Q_B	P_B	Q_C	P_C	Q_D	P_D	Q_E	P_E	Q_F	P_F	Q_G	P_G	Q_H	P_H
S_{AB}	0.6667		-0.3333	-0.9524	-0.3333	-0.4762	-0.3333					-0.9524		-0.4762		
S_{BC}	0.3333		0.3333	-0.4762	-0.6667	-0.9524	-0.6666					-0.4762		-0.9524		
S_{CD}	0.3333		0.3333	-0.4762	0.3333	-0.9524	-0.6666					-0.4762		-0.9524		
S_{EF}	-1.0		-1.0		-1.0		-1.0				-1.0		-1.0			-1.0
S_{FG}	-0.6667		-0.6667	0.9524	-0.6667	0.4762	-0.6667					0.9524	-1.0	0.4762	-1.0	
S_{GH}																-1.0
S_{AE}	-0.2333	-1.0	-0.2333	-0.6667	-0.2333	-0.3333	-0.2333					-0.6667		-0.3333		
S_{BF}	-0.2333		-0.2333	-0.6667	-0.2333	-0.3333	-0.2333					0.3333		-0.3333		
S_{CG}						-1.0										
S_{DH}	0.2333		0.2333	-0.3333	0.2333	-0.6667	0.2333	-1.0				-0.3333		-0.6667		
S_{AF}	0.4069		0.4069	0.1163	0.4069	0.5813	0.4069					0.1163		0.5813		
S_{BG}	0.4069		0.4069	-0.5813	0.4069	0.5813	0.4069					-0.5813		0.5813		
S_{GD}	-0.4069		-0.4069	0.5813	-0.4069	1.1625	-0.4069					0.5813		1.1625		
V_E	0.2333	1.0	0.2333	0.6667	0.2333	0.3333	0.2333			1.0		0.6667		0.3333		
H_E	1.0		1.0		1.0		1.0		1.0	1.0			1.0			1.0
V_H	-0.2333		-0.2333	0.3333	-0.2333	0.6667	-0.2333	1.0				0.3333		0.6667		1.0

この $[TSM]^{-1}$ の14, 15, 16行の V_E, H_E, V_H を冗材部材力 S_{BE}, S_{CF}, S_{CH} と置きかえる。つまり14, 15, 16行目の要素はすべて0とする。次に本計算例の場合には载荷節点として F, G のみを考えるので, P_F の列と P_G の列のみを残す。かくして得られた (16×2) マトリックスを $[B]$ マトリックスとする。

(2) マトリックス $[C]$ の組立て まず不静定力を節点荷重に換算するマトリックス $[TPX]$ を作成する。不静定力 $X_1 = 1$ は図4・3のように次の4力 $-x_{EB}/\overline{BE} \cdot Q_B, -y_{EB}/\overline{BE} \cdot P_B, -x_{BE}/\overline{EB} \cdot Q_E, -y_{BE}/\overline{EB} \cdot P_E$ に分解される。(ここでは不静定力は外力としてあつかうので, 下向きおよび左向きの力を正とする。)

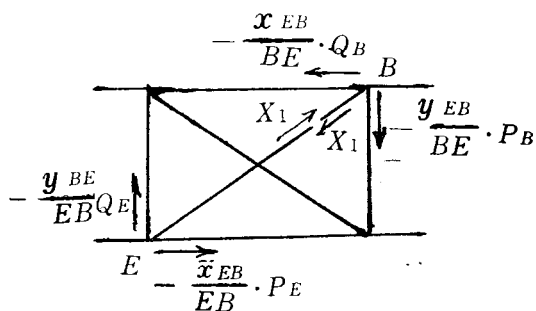


図 4・3

全不静定力 X_1, X_2, X_3, X_4 を節点荷重に換算するマトリックス $[TPX]$ を組立てると表4・3のようになる。ここで $[TC] \equiv [TSM]^{-1} \cdot [TPX]$ とする。 $[TC]$ は (16×4) マトリックスであるが, その14, 15, 16行目の V_E, H_E, V_H を S_{BE}, S_{CF}, S_{CH} と置きかえる。まず14, 15, 16行の全要素をすべて0とする。次に S_{BE} の行では X_1 の列の値を1とする。 S_{CH} の行では X_2 の列の値を, S_{CH} の行では X_3 の列の値を1とする。かくして得られたものをマトリックス $[C]$ とする。

マトリックス $[B], [C], [f]$ を表の形にまとめると表4・4のようになる。

上記の計算は有限要素法の剛性マトリックスを組立てる手法に似た方法で自動計算が可能である。

表4・3 マトリックス $[TPX]$

	X_1	X_2	X_3	X_4
Q_A				
P_A				
Q_B	$-x_{EB}/\overline{BE}$			
P_B	$-y_{EB}/\overline{BE}$			
Q_C		$-x_{FC}/\overline{CF}$	$-x_{HC}/\overline{CH}$	
P_C		$-y_{FC}/\overline{CF}$	$-y_{HC}/\overline{CH}$	
Q_D				
P_D				
Q_E	$-x_{BE}/\overline{EB}$			
P_E	$-y_{BE}/\overline{EB}$			
Q_F		$-x_{CF}/\overline{FC}$		
P_F		$-y_{CF}/\overline{FC}$		
Q_G				
P_G				
Q_H			$-x_{CH}/\overline{HC}$	-1.0
P_H			$-y_{CH}/\overline{HC}$	

表 4・4

マトリックス $[B]$, $[C]$, $[f]$

	$[B]$		$[C]$				$[f]$
	P_F	P_G	X_1	X_2	X_3	X_4	$\times \left(\frac{1}{AE} \right)$
AB	-0.9524	-0.4762	-0.8192				600.0
BC	-0.4762	-0.9524	0.7451	-0.8192			600.
CD	-0.4762	-0.9524	0.7451		-0.8192		600.
EF			-0.8192			1.0	600.
FG	0.9524	0.4762		-0.8192		1.0	600.
GH					-0.8192	1.0	600.
AE	-0.6667	-0.3333	-0.5735				420.
BF	0.3333	-0.3333	-0.5735	-0.5735			420.
CG				-0.5735	-0.5735		420.
DH	-0.3333	-0.6667			-0.5735		420.
AF	0.1163	0.5813	1.0				732.39
BG	-0.5813	0.5813		1.0			732.39
GD	0.5813	1.1625			1.0		732.39
BE			1.0				732.39
CF				1.0			732.39
CH					1.0		732.39

※ 対角要素のみ記す。

(3) マトリックス $[A]$, $[D]$ の計算結果 マトリックス $[B]$, $[C]$, $[f]$ を基にして (2.5)' (2.4)', (2.2)', (2.7), (2.9)' の各式を用いて $[A]$, $[D]$ を求めると (4.5), (4.6) のようになる。

不静定トラスの荷重一部材力マトリックス；

$$[A] = \begin{matrix} & \begin{matrix} P_F & P_G \end{matrix} \\ \begin{matrix} S_{AB} \\ S_{BC} \\ S_{CD} \\ S_{EF} \\ S_{FG} \\ S_{GH} \\ S_{AE} \\ S_{BF} \\ S_{CG} \\ S_{DH} \\ S_{AF} \\ S_{BG} \\ S_{GD} \\ S_{BF} \\ S_{CF} \\ S_{CH} \end{matrix} & \begin{pmatrix} -0.4050 & -0.1411 \\ -0.6760 & -0.6760 \\ -0.1411 & -0.4050 \\ 0.0023 & -0.2099 \\ 0.2076 & 0.2076 \\ -0.2099 & 0.0023 \\ -0.2835 & -0.9875 \\ 0.5767 & 0.0947 \\ 0.0947 & 0.5767 \\ -0.9875 & -0.2835 \\ 0.4944 & 0.1722 \\ -0.3374 & 0.2439 \\ 0.1722 & 0.4944 \\ -0.6682 & -0.4091 \\ 0.2439 & -0.3374 \\ -0.4091 & -0.6682 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (4.5)$$

不静定トラスの荷重一変位マトリックス；

$$[D] = \begin{matrix} & \begin{matrix} P_F & P_G \end{matrix} \\ \begin{matrix} U_F \\ U_G \end{matrix} & \frac{1}{EA} \cdot \begin{pmatrix} 1395.21 & 841.92 \\ 841.92 & 1395.26 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (4.6)$$

§ 5 変位法による不静定トラス解析の原理³⁾

トラスの任意部材 g を選んで図 5・1 のように座標系を定める。即ち部材 g の方向に x 軸、直角に y 軸を定める。図のように記号を定めると

$$\left. \begin{aligned} X_i &= EA\varepsilon = EA \frac{u_i - u_j}{l} \\ Y_i &= 0 \\ X_j &= EA\varepsilon' = EA \frac{u_j - u_i}{l} \\ Y_j &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.1)$$

となる。ここに、 E : 部材の弾性係数、 A : 部材の断面積である。

(5.1) をマトリックスを用いて表わすと次のようになる。

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \end{pmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5.2)$$

または簡単に、

$$\{f_g\} = [k_g] \{\delta_g\} \dots\dots\dots (5.2)'$$

となる。これを部材座標系に関する剛性方程式という。

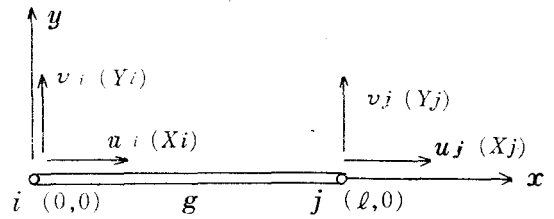
全部材について(5.2)のような剛性方程式を求める。このようにして求められた剛性方程式は、各部材座標系に関する節点力と節点変位の関係を示すものである。各節点で力のつり合い条件式を作って、未知節点変位に関する連立方程式を解き、この節点変位を使って軸力を計算する。力のつり合い条件式を機械的に作成するためには、各部材毎にその部材座標系について求めた剛性方程式を全部材に共通した唯一の座標系(全体座標系)に関する剛性方程式に変換することが必要である。

それでは全体座標系に関する部材の剛性方程式を求めよう。図 5・2 のように部材座標系を (x, y) 、全体座標系を (\bar{x}, \bar{y}) とする。全体座標系に関する変位 (\bar{u}, \bar{v}) と部材座標系に関する変位 (u, v) との関係は図 5・2 から次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} \cos \varphi + \bar{v} \sin \varphi \\ v &= -\bar{u} \sin \varphi + \bar{v} \cos \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.3)$$

全体座標系に関する節点力 (\bar{X}, \bar{Y}) と部材座標系に関する節点力 (X, Y) との関係式も上式と全く同様に次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} X &= \bar{X} \cos \varphi + \bar{Y} \sin \varphi \\ Y &= -\bar{X} \sin \varphi + \bar{Y} \cos \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.4)$$



i, j : 部材 g の両端の節点
 i : 原点
 l : 部材の長さ

(u_i, v_i) : i における節点変位の x, y 成分
 (u_j, v_j) : j における節点変位の x, y 成分
 (X_i, Y_i) : i に作用する節点力の x, y 成分
 (X_j, Y_j) : j に作用する節点力の x, y 成分

図 5・1

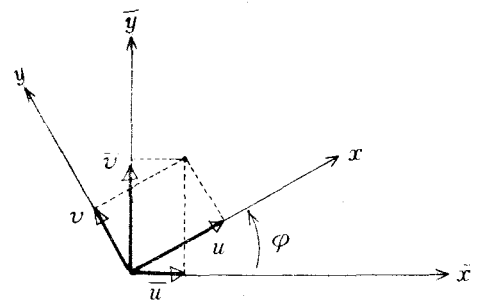


図 5・2

トラスの任意部材 g の部材座標系に関する節点変位ベクトル $\{\delta_g\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix}$ と全体座標系に関する節点変位ベクトル $\{\bar{\delta}_g\} = \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{Bmatrix}$ との関係は (5.3) から次のようになる。

$$\begin{cases} u_i = \bar{u}_i \cos \varphi + \bar{v}_i \sin \varphi \\ v_i = -\bar{u}_i \sin \varphi + \bar{v}_i \cos \varphi \\ u_j = \bar{u}_j \cos \varphi + \bar{v}_j \sin \varphi \\ v_j = -\bar{u}_j \sin \varphi + \bar{v}_j \cos \varphi \end{cases} \quad (5.5)$$

これをマトリックスを用いて表わせば、

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{Bmatrix} \quad (5.6)$$

となる。または

$$\{\delta_g\} = [T_g] \{\bar{\delta}_g\} \quad (5.6)'$$

となり、この $[T_g]$ を変換マトリックスという。

トラスの任意部材 g の部材座標系に関する節点カベクトル $\{f_g\} = \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \end{Bmatrix}$ と全体座標系に関する節点カベクトル $\{\bar{f}_g\} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_i \\ \bar{Y}_i \\ \bar{X}_j \\ \bar{Y}_j \end{Bmatrix}$ との関係は (5.4) から次のようになる。

$$\begin{cases} X_i = \bar{X}_i \cos \varphi + \bar{Y}_i \sin \varphi \\ Y_i = -\bar{X}_i \sin \varphi + \bar{Y}_i \cos \varphi \\ X_j = \bar{X}_j \cos \varphi + \bar{Y}_j \sin \varphi \\ Y_j = -\bar{X}_j \sin \varphi + \bar{Y}_j \cos \varphi \end{cases} \quad (5.7)$$

または、

$$\{f_g\} = [T_g] \{\bar{f}_g\} \quad (5.7)'$$

となる。

(5.2)' に (5.6)', (5.7)' を代入すると

$$[T_g] \{\bar{f}_g\} = [k_g] [T_g] \{\bar{\delta}_g\}$$

となり、 $[T_g]^{-1}$ を両辺にかけると

$$\{\bar{f}_g\} = [T_g]^{-1} [k_g] [T_g] \{\bar{\delta}_g\}$$

となり、 $[T_g]^{-1} = [T_g]^t$ であるから

$$\{\bar{f}_g\} = [T_g]^t [k_g] [T_g] \{\bar{\delta}_g\} \quad (5.8)$$

が成立する。

$$[\bar{k}_g] = [T_g]^t [k_g] [T_g] \quad \text{とおけば (5.8) は}$$

$$\{\bar{f}_g\} = [\bar{k}_g] \{\bar{\delta}_g\} \quad (5.8)'$$

となり、これが全体座標系に関する任意部材 g の剛性方程式であり、 $[\bar{k}_g]$ を部材 g の全体座標系に関する剛性マトリックスという。

(5.8) で任意部材 g の全体座標系に関する剛性方程式が求められたので、次に構造物 (トラス) 全体の剛性方程式を求めよう。構造物 (トラス) の支点及び全節点を考え、これらの数の合計を n とすれば、構造全体の全節点 (支点も含める) に作用する外力ベクトル $\{F\} = \begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{Bmatrix}$ と構造全体の全節点

(支点も含める) の変位ベクトル $\{d\} = \begin{Bmatrix} d_{x1} \\ d_{y1} \\ \vdots \\ d_{xn} \\ d_{yn} \end{Bmatrix}$ との間に次の関係式が成立つ。

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ \vdots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & \cdots & K_{12n} \\ K_{21} & \cdots & K_{22n} \\ \vdots & & \vdots \\ K_{2n-11} & \cdots & K_{2n-12n-1} \\ K_{2n1} & \cdots & K_{2n2n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{x1} \\ d_{y1} \\ \vdots \\ d_{xn} \\ d_{yn} \end{Bmatrix} \quad \cdots \cdots (5.9)$$

または簡単に

$$\{F\} = [K] \{d\} \quad \cdots \cdots (5.9)'$$

となる。これが構造全体の剛性方程式で $[K]$ を構造全体の剛性マトリックスという。 $\{F\}$ と $\{d\}$ とはそれぞれ成分が対応するように節点番号順に機械的にならべたものである。

$[K]$ の求め方であるが、これは $2n$ 行 $2n$ 列のマトリックスであるから先づ全成分が 0 なる $2n$ 行 $2n$ 列の正方マトリックスを定める。次に任意部材 g の剛性方程式 (5.8) が (5.9) においても成立するように $[k_g]$ の各成分の意味を考えながら $[K]$ の成分として組込む。全部材についてこの操作を行えば $[K]$ が求められたことになる。

ここで $\{F\}$ 及び $\{d\}$ の内容を考えて (5.9) を変形する。 $\{F\}$ のなかで支点反力は未知成分で支点以外の節点に作用する外力 (荷重) は既知成分である。 $\{d\}$ の成分については、未知支点反力に対応する支点変位量は支持条件からゼロとなるものは分り (既知変位成分)、外力 (荷重) に対応する節点変位量は未知成分である。(5.9) において節点 (支点) 変位量ゼロなる既知変位成分が d_{xi} , d_{yi} , \cdots , d_{xm} , d_{ym} であったとする。(5.9) の $\{d\}$ の成分の配列は節点番号順になっているが、これを既知変位成分のグループ $\{d_A\}$ と未知変位成分のグループ $\{d_B\}$ とに分ける。 $\{F\}$ の成分と $\{d\}$ の成分との対応を考えて $\{F\}$ の成分も既知外力成分のグループ $\{F_A\}$ と未知外力成分のグループ $\{F_B\}$ とに分けることができる。即ち (5.9) を次のように変形することができる。

$$\begin{Bmatrix} \rightarrow F_{x1} \\ \rightarrow F_{y1} \\ \vdots \\ \rightarrow F_{xn} \\ \rightarrow F_{yn} \\ \rightarrow F_{xi} \\ \rightarrow F_{yi} \\ \vdots \\ \rightarrow F_{xm} \\ \rightarrow F_{ym} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & \vdots & \\ K_{AA} & K_{AB} & \\ & \vdots & \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{BA} & K_{BB} & \\ & \vdots & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \leftarrow d_{x1} \\ \leftarrow d_{y1} \\ \vdots \\ \leftarrow d_{xn} \\ \leftarrow d_{yn} \\ \leftarrow d_{xi} \\ \leftarrow d_{yi} \\ \vdots \\ \leftarrow d_{xm} \\ \leftarrow d_{ym} \end{Bmatrix} \quad \cdots \cdots (5.10)$$

この剛性マトリックスは (5.9) の剛性マトリックスの成分を、 $\{d\}$, $\{F\}$ の再配列に対応するようにならべかえたものである。

(5.10) を変形すると次のようになる。

$$\{F_A\} = [K_{AA}] \{d_A\} + [K_{AB}] \{d_B\} \quad \cdots \cdots (5.11)$$

$$\{F_B\} = [K_{BA}] \{d_A\} + [K_{BB}] \{d_B\} \quad \cdots \cdots (5.12)$$

$\{d_B\}$ は成分が全てゼロであるから、上の式は次のように簡単になる。

$$\{F_A\} = [K_{AA}] \{d_A\} \dots\dots\dots (5.11)'$$

$$\{F_B\} = [K_{BA}] \{d_A\} \dots\dots\dots (5.12)'$$

(5.11)' から未知節点変位ベクトル $\{d_A\}$ が求まりつづいて (5.12)' から未知節点力 (支点反力) ベクトル $\{F_B\}$ が求まる。

(5.11)' から求まった $\{d_A\}$ は全体座標系に関する量で任意部材 g についていえば、部材両端 i, j

における節点変位ベクトル $\{\bar{\delta}_g\} = \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{Bmatrix}$ である。

部材応力は (5.2) から計算するのであるから、 $\{\bar{\delta}_g\}$ を部材座標系に関する $\{\delta_g\}$ に変換する。この計算は (5.6)' によればよい。即ち任意部材 g の部材応力 (軸力) は、 $\{f_g\} = [k_g] \{\delta_g\} = [k_g] [T_g] \{\bar{\delta}_g\}$ より求まる。

§ 6 変位法による計算例

§ 4 と同じトラスをこの計算例においても使う。§ 5 に述べた方法で計算することになるが計算過程を簡単に示す。

(1) データ 計算に必要なデータを示す。

全節点数は 8、全部材数は 16、 x 及び y 方向変位ゼロの節点総数はそれぞれ 2、 x 及び y 方向荷重節点の総数は 0 及び 1、部材端の節点番号は図 6・1 のように定め、部材の断面積及び弾性係数は全部材同一値とし、各節点の座標値、 x 及び y 方向変位ゼロの節点番号と y 方向荷重節点の番号及びその値などについては全て図 6・1 に示す通りである。

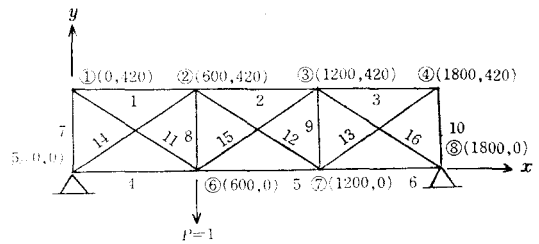


図 6・1

(2) 部材座標系における各部材の剛性マトリックスの計算

E, A はデータとして与えられており、 l はデータより求まる。従って次式で簡単に求まる。

$$[k] = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) (2) で求めた剛性マトリックスを (5.8) 式を用いて全体座標系に関する剛性マトリックスに変換する。

(4) (3) で求めた全体座標系に関する各部材の剛性マトリックスの各成分を 16 行 16 列のマトリックスに組込んで構造全体の剛性マトリックスを求めると、構造全体の剛性方程式は (6.1) 式のようなになる。なお剛性マトリックス $[K]$ は表 6・1 に示す。

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ \vdots \\ F_{x8} \\ F_{y8} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} K \begin{Bmatrix} d_{x1} \\ d_{y1} \\ \vdots \\ d_{x8} \\ d_{y8} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (6.1)$$

表 6・3 未知節点変位ベクトルの解

節点 変位	1	2	3	4	6	7
d_x	452.8	209.8	-195.8	-280.4	14.1	126.0
d_y	-119.1	-1153	-802.1	-41.5	-1395	-841.9

表 6・4 未知節点外力の解

節点 外力	5	8
F_x	0.5450	-0.5450
F_y	0.6667	0.3333

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} (0) \\ F_{y1} (0) \\ F_{x2} (0) \\ F_{y2} (0) \\ F_{x3} (0) \\ F_{y3} (0) \\ F_{x4} (0) \\ F_{y4} (0) \\ F_{x6} (0) \\ F_{y6} (-1) \\ F_{x7} (0) \\ F_{y7} (0) \\ F_{x5} \\ F_{y5} \\ F_{x8} \\ F_{y8} \end{Bmatrix} = K' \begin{Bmatrix} d_{x1} \\ d_{y1} \\ d_{x2} \\ d_{y2} \\ d_{x3} \\ d_{y3} \\ d_{x4} \\ d_{y4} \\ d_{x6} \\ d_{y6} \\ d_{x7} \\ d_{y7} \\ d_{x5}(0) \\ d_{y5}(0) \\ d_{x8}(0) \\ d_{y8}(0) \end{Bmatrix} \quad \dots (6.2)$$

(6) 最後に表 6・3 の節点変位ベクトル $\{\delta_d\}$ から $\{f_d\} = [k_d][T_d]\{\delta_d\}$ の式によって各部材毎に軸力を計算すると § 4 の (4.5) に一致する。

§ 7 あとがき

不静定トラスの解析に応力法と変位法の二つの方法を用いたわけであるが、その計算過程を通じてこの両者を比較すると次の結論を得る。

i 応力法は不静定次数が左程高くないかぎり、手計算で出来る場合が多いが、変位法は普通、手計算では面倒である。

ii しかし、部材数が多い場合、又は載荷条件数が多い場合には、手計算ではわずらわしく、自動計算が望まれる。

iii 特に変位法による計算プログラムは構造物の種類がラーメンでもトラスでも本質的な差がない事は変位法の大きな利点である。このため計算プログラムの編成は変位法の方が応力法より容易である。

参 考 文 献

- 1) 酒井忠明：“構造力学”，技報堂（1970），p.142～p.462
- 2) “ ” “ ” “ ” p.276～p.280
- 3) 三本木茂夫・吉村信敏：“有限要素法による構造解析プログラム”，培風館（1970），p.5～p.76

載荷条件からみた大阪洪積粘土の圧縮性

(土木工学科) 石 井 義 明

(土木工学科) 西 谷 康 雄

On the compressibility of Ōsaka Diluvial Clays in term of loading condition

Yoshiharu ISHII and Tsuneco NISHITANI

This report deals with some results obtained from an experiment on the influence of pressure increment ratio $\Delta p/P'$ and loading period on the coefficient of volume cocompressibility m_v , coefficient of consolidation c_v and secondary consolidation using Ōsaka Diluvial Clays.

These results are as follows,

- (1) As Fig. 1, 2 and 3 reveal that the influence of loading period is greater for m_v .
- (2) As Fig. 4 reveals that the influence of $\Delta p/P'$ is much greater for c_v .
- (3) For the stresses below preconsolidation pressure σ_y , the rate of secondary consolidation is practically negligible to the $\Delta p/P'$, but within the range of stresses exceeding the σ_y it becomes small with the decreasing $\Delta p/P'$ (Fig. 5).
- (4) Secondary consolidation arising with the primary consolidation increases with the decreasing $\Delta p/P'$.

§ 1 まえがき

土の性質は含水量、粒度組成、骨格構造あるいは堆積過程における応力履歴や試験条件などの要素に支配される。これらに関する研究はすでになされているが、洪積粘土に対するデータは多くない。

洪積粘土はチュウ積粘土より生成の時代が古く固結度が高いといわれる。このことは実験値が必ずしも真の値を反映しがたく、データのバラツク原因となったり傾向が変化する場合が生じる。しかしこれらの原因を単に器械の精度、実験条件のせいに帰せられやすい。

そこで著者の一人は大阪周辺で採取された洪積粘土の圧密、一軸圧縮強度等の特性が試験条件を変えた場合、いかに変化するかにつき調べ一部を報告した。ここではその後調べた圧密諸係数、2次圧密特性と載荷条件の関係を、他の研究者によってなされたものを含め、すでに報告したものと合せ考察した実験結果を報告する。

§ 2 従来研究

Leonard と Altschaeffe³⁾ は荷重増加比 $\Delta p/P'$ が小さくなると得られる先行圧密荷重 σ_y は大きくなり、これを疑似先行圧密荷重と呼んでいる。これについてはすでに洪積粘土でも確認している。また Crawford⁴⁾ は載荷時間の σ_y におよぼす影響を調べ、載荷時間が長くなるほど σ_y が小さくなるとしている。これについても洪積粘土では Crawford の指摘と同じ傾向にあったが、攪乱再圧密試料では載

荷時間が長いほど σ_v が大きく逆の結果を得た。

また $\Delta p/P'$ が小さくなると 1 次圧密終了時間が遅れ、三軸試験機を用い体積変化の測定と同時に間げき水圧の測定をした場合も、体積変化が示す 1 次圧密終了時間が遅れ、間げき水圧の減衰も遅れることを確認している。

しかし圧縮指数については荷重載荷条件に支配されなかった。

§ 3 試 料

試料は大阪泉大津周辺で地表面下 36 m ~ 150 m の深さより採取した不攪乱洪積粘土である。その代表的なものの採取深さと物理的特性、圧密特性を表—1 に表わす。図は省略するが、活性度の平均値は 1.25 で普通粘土と活性粘土の境界に属する粘性土が多かった。

表—1 不攪乱試料の物理圧密特性

番 号	採 取 深 さ m	液 性 界 限	塑性指数	含水比%	比 重	先行圧密荷重 kg/cm^2	圧縮指数
No. 1	37.2 ~ 39.1	36.3	18.8	19.6	2.67	8.5	0.196
2	43.7 ~ 45.3	69.0	44.9	39.0	2.65	7.0	0.600
3	54.0 ~ 55.7	74.1	45.5	48.5	2.62	7.7	0.774
4	75.1 ~ 76.7	76.8	51.5	47.5	2.68	10.8	0.804
5	93.5 ~ 95.1	60.9	38.6	36.0	2.68	13.0	0.400
6	95.1 ~ 96.6	79.1	51.9	44.5	2.65	14.8	0.641
7	101.0 ~ 102.2	110.2	76.1	55.0	2.65	13.1	1.831
8	112.0 ~ 112.8	103.0	68.2	55.4	2.68	15.0	1.140
9	126.6 ~ 128.3	94.3	65.5	56.1	2.58	17.0	0.754
10	139.9 ~ 140.6	101.0	66.9	50.5	2.65	21.3	1.170

また今回は試料の数が限られていたことと、考察を助けるため一部に攪乱再圧密試料も用いた。これは攪乱した泥状試料を大型圧密リングに入れ、所定の先行圧密圧力を与え圧密終了後、除荷し取り出したものを標準圧密試験機あるいは三軸試験機にセットした。

§ 4 実験結果と考察

(a) 体積圧縮係数 m_v について

粘土の圧縮性に関する実験によれば有効圧密圧力 σ' と圧縮ひずみ ϵ は直線関係になく $\log \sigma'$ と ϵ の関係が直線に近いという実験事実がある。しかし Terzaghi の理論では σ' の変化量がわずかであれば $\sigma' - \epsilon$ が比例すると仮定し論議が進められているが、沈下量の大きい地盤では m_v 一定という仮定には問題がある。

そこで σ' と ϵ の直線性をみるとともに荷重増加比 $\Delta p/P'$ の影響をもみるため同一試料から取り出した 2 個の供試体を別々の圧密リングにセットし 1 個は標準圧密試験法により、他は $\Delta p/P' = 0.1$ の条件により圧密試験を行なった。

No. 7 の試料を用い得られた $m_v - \sigma'$ の関係を示せば図—1 となる。A 曲線が標準圧密による結果を、B 曲線は $\Delta p/P' = 0.1$ の結果を表わしている。なお同一試料から取り出したものであるが、 $\Delta p/P'$ が異なり A 曲線の先行圧密圧力 σ_v は $13.1 kg/cm^2$ 、B 曲線の σ_v は $16.0 kg/cm^2$ である。また m_v は平均

圧密圧力 $\sigma'_n = \frac{1}{2}(\sigma'_{n-1} + \sigma'_n)$ に対してプロットされている。

図は圧密圧力 σ' が σ_y 以下の範囲では圧力の増大とともに m_v は減少し、 σ_y 以上では一たん増大した後、再び減少している。これは σ_y に近くなると土の骨格構造や、粒子間のセメンテーション的な結合力が破壊され、急速に圧縮が進行するためと思われる。

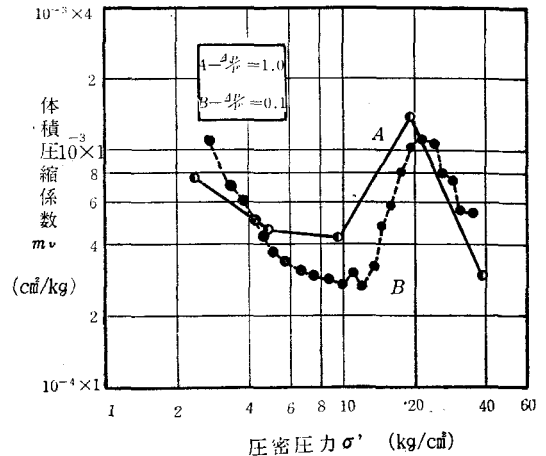
この試料の液性限界 w_L は 110% で塑性の高い試料であるが、塑性の低い w_L 36% の No. 1 の試料を用いた場合が図一・二である。C 曲線は標準圧密試験法により、D 曲線は $\Delta p/P' = 0.1$ の条件によるものである。A B 曲線のように σ_y 前後 (C 曲線 $\sigma_y = 8.5 \text{ kg/cm}^2$, D 曲線 $\sigma_y = 10.0 \text{ kg/cm}^2$) で m_v が増大せず、圧力の増大とともに両 log 上でほぼ直線的に減少している。

図一・二において $\Delta p/P'$ が大きい A, C 曲線は $\sigma' < \sigma_y$ では B, D 曲線より m_v が大きく、 $\sigma' < \sigma_y$ では特に塑性が高く構造等が発達していると思われる試料は $\Delta p/P'$ の影響が大きい。 $\Delta p/P'$ が大きいほうが m_v が大きくなることは実験室での $\Delta p/P'$ が実際現場のそれより大きいので、計算による沈下量が実際現場の沈下量より大きく見積ることになる。しかし実測沈下量のデータによれば、洪積粘土のものではないが、正規圧密粘土の場合は実測値のほうが大きく、過圧密粘土の場合は逆に計算値のほうが過大になり、この比は 0.7~1.5 の範囲にある。⁵⁾

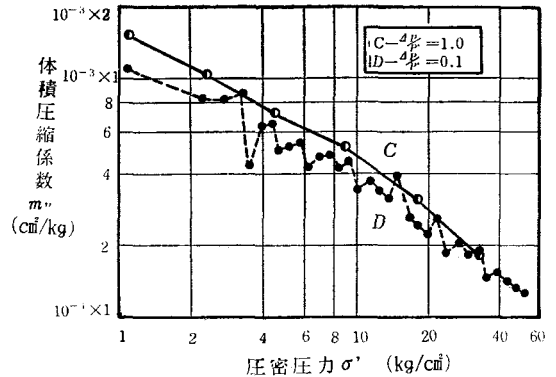
これは実験室における $\Delta p/P'$ は実際現場のものより大きい荷重載荷時間が 24 時間という短かさであり、載荷時間の影響も合せ考えなければならない。そこで No. 4 の試料を用い $\Delta p/P' = 1.0$ 荷重載荷時間 t_i を 24 時間、72 時間 (3 日)、168 時間 (7 日) の 3 種について行ない得られた結果が図一・三である。

この試料の σ_y は 10.8 kg/cm^2 であるので $\sigma' < \sigma_y$ の小さいところでは t_i による影響は比較的小さいが、 $\sigma' > \sigma_y$ 前後では標準圧密試験法による C 曲線より t_i が 72 時間、168 時間の A, B 曲線の m_v が大きくなっている。 t_i が長いと 2 次圧密量が大きくなるため m_v も大きくなるが $\sigma' < \sigma_y$ ではその差が小さく Terzaghi の m_v 一定という仮定を適要しても誤差は比較的小さいと思われる。

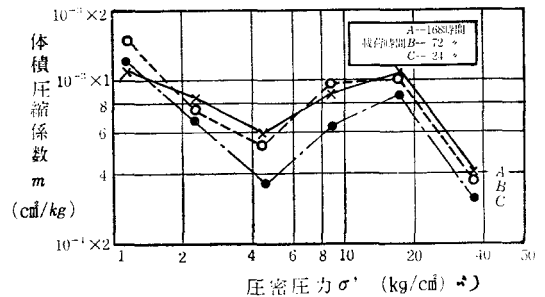
図一・二、三を合せみた場合、実験室における $\Delta p/P'$ が大きく m_v が実際現場のものより大きく推定沈下量は大きくなるはずであるが、 t_i が実際現場のものに比し短く、2 次圧密量を過小評価し沈



図一 体積圧縮係数におよぼす荷重増加比の影響



図二 体積圧縮係数におよぼす荷重増加比の影響



図三 体積圧縮係数におよぼす載荷時間の影響

下量が小さくなり、両者が相殺され沈下量の計算値と実測値に大差ないものと考えられる。

小川⁶⁾は種々な不攪乱試料について $\Delta p/p'$ を一定にした標準圧密試験と、1次圧密終了後、直ちに載荷を行なう急速圧密試験の結果を比較した場合、正規圧密状態における m_v や圧密係数 c_v には実用上の相違がないとしている。しかしここでは図-3にみられるように比較的塑性の高い粘土では過圧密状態ではあまり載荷時間の影響はみられないようであるが、正規圧密状態では2次圧密の影響は無視できず約20%の差がある。

(b) 圧密係数 C_v について

圧密係数 $C_v = \frac{T_v H^2}{t_{50}}$ T_v : 時間係数, H : 排水距離, t : 時間, により表わされ, t は荷重や $\Delta p/p'$ にあまり変化がないといわれる。その理由は有効応力の増加とともに透水係数や m_v も小さくなるからである。

しかし洪積粘土のように堆積年数が長くセメンテーション的な結合方が存在し、骨格構造が発達している場合は、 σ_y 以上の荷重を受けると結合力や構造等が破壊されるため σ_y 前後の応力では圧縮性の挙動に差があると考えられる。

図-3で得たデータより C_v を $\log t$ 法より求め平均圧密圧力との関係を両 \log で示すと図-4となる。A曲線が標準圧密試験法より得られたもので $\sigma' < \sigma_y$ では σ' の増大とともに C_v はやや大きくなる傾向にあるが、 $\sigma' > \sigma_y$ では $\sigma' < \sigma_y$ の値と大きな差がある。尚 σ_y 前後の荷重では時間沈下曲線で1次圧密終了時間が明確でないためプロットは省略した。

D曲線は $\Delta p/p' = 0.5$ の結果であり $\Delta p/p'$ の影響をみるためにプロットした。これは $\Delta p/p' = 0.1$ のように小さいと1次圧密終了が遅れ $t_s = 24$ 時間では圧密度100%の点が得られないため $\Delta p/p' = 0.5$ の結果を用いた。

A曲線同様 $\sigma' < \sigma_y$ では σ' に伴う C_v の変化は小さいが σ' の増大とともに減少している。しかしA曲線より C_v は小さく、 $\Delta p/p'$ が小さいと圧密が遅れることになる。一方実験室の $\Delta p/p'$ より小さい実際現場の圧密終了時間は、計算による推定時間より一般的に早く終了するといわれる。図4の結果は現場の載荷条件に近くなるほど、現場とは逆の結果を与えるという矛盾を生ずるが、これは間びき水圧の消散と2次圧密などにも関連すると思われるので次節2次圧密の考察と一諸に述べる。

(c) 2次圧密について

2次圧密について1log cycle 中の沈下量 ρ_s が初期間びき比 e_0 のみの関数であって $\Delta \sigma'$ や $\Delta p/p'$ に無関係というデータが Wahls 等によって示され、一方 Barden 等は $\Delta p/p'$ や供試体の厚さ H が減少すると2次圧密が増大するデータを示している。⁵⁾

そこで $\Delta p/p'$ が2次圧密速度、すなわち $\log t$ に対しプロットした2次圧密直線のこう配 $d\rho_s/d \log t$ におよぼす影響をみるため No. 4 の試料を用い得られた結果の $\log \sigma'$ との関係が図5のA, B曲線である。なお ρ_s は2次圧密による沈下量 (縦軸 A, B $\times 10^{-2}$, C, D $\times 10^{-3}$)。

図において両曲線は圧密圧力が $\sigma' < \sigma_y$ では $\Delta p/p'$ とは無関係にほぼ一致しているが、 $\sigma' > \sigma_y$ では $\Delta p/p'$ が小さいB曲線のほうが $d\rho_s/d \log t$ は大きくなっている。

柴田⁷⁾ は $\sigma' < \sigma_y$ では $d\rho_s/d \log t$ は σ' の算術目盛に比例し、 $\sigma' > \sigma_y$ では σ' の対数 $\log \sigma' / \sigma_y$ に比例するとして、レオロジー的観点より過圧密状態の場合

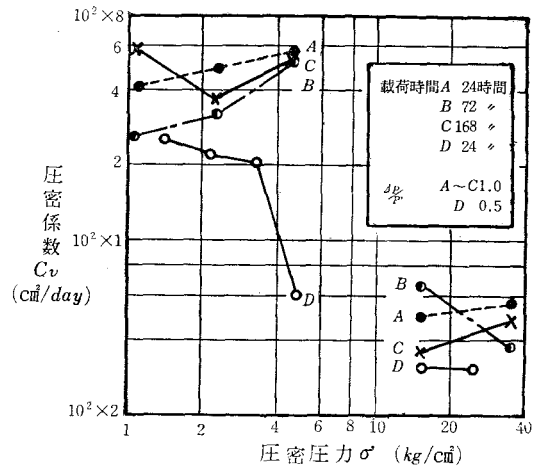


図-4 圧密係数におよぼす荷重増加比の影響

$$d\rho_s/d\log t = \sigma' / BE \dots\dots\dots (1)$$

正規圧密状態のものに対しては

$$d\rho_s/d\log t = \sigma' / BE + 1/BE' \log \sigma' / \sigma_y \dots\dots (2)$$

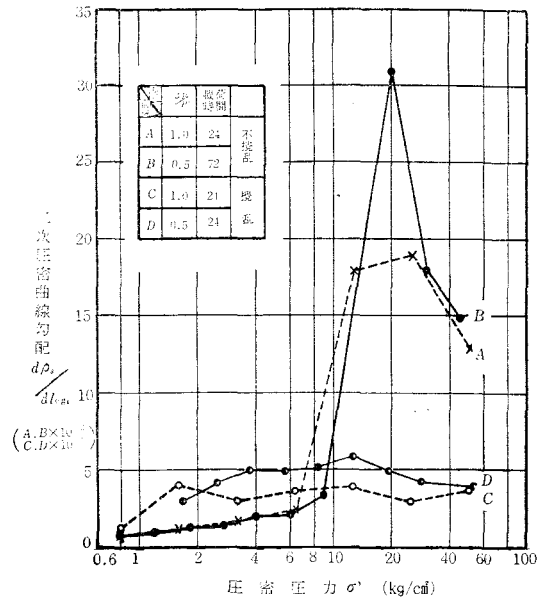
を提案している。ここに B , E , E' は粘土の力学モデルにおけるレオロジー定数と弾性定数。

しかし図5において $\sigma' < \sigma_y$ では対数目盛の σ' に $d\rho_s/d\log t$ は比例し、 $\sigma' > \sigma_y$ でも ($\sigma' = 30 \sim 40 \text{ kg/cm}^2$) 減少しており柴田が指適するような $\log \sigma'$ に比例して増大するとはいえない。したがって当該洪積粘土については柴田のモデルが必ずしもあてはまらないようであり、沈下量は柴田の式より算定されるより小さくなる。

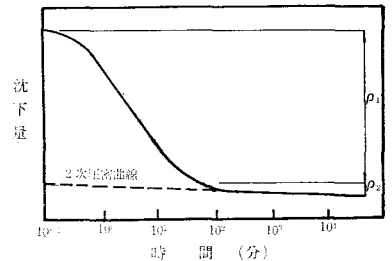
図5のC, D曲線は $\sigma_y = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ をもつ攪乱再圧密試料を用いた場合の結果で参考のため付した。ただしAB曲線とは $d\rho_s/d\log t$ の単位が oneorder 異なっている。 $\Delta p/P' = 0.5$ のD曲線は $\sigma' < \sigma_y$ では2次圧密曲線の点がバラツキ、明確な勾配が得られなかったため、この点は省略した。 $\Delta p/P'$ の影響は不攪乱試料同様に勾配は $\log \sigma'$ にはほぼ比例している範囲もあるが、 $\sigma' = 10 \text{ kg/cm}^2$ 以上では減少或いは一定値に漸近するような傾向にある。しかし攪乱粘土の場合も柴田のいうような傾向にないといえる。2次圧密は1次圧密と平行して生ずると考えられるので1次圧密量から、その間に生じた2次圧密量を差し引いた値が純粋1次圧密量になる。

$\Delta p/P'$ による1, 2次圧密量の影響をみるため図6に示す時間、沈下曲線の2次圧密曲線部を破線のように延長し0.1分と交わる点を求め、この点と最終圧密量 ρ との差を2次圧密量 ρ_2 とみなし、そして $\rho_1 = \rho - \rho_2$ を便宜的に1次圧密量とする。そして1シリーズの圧密試験(載荷のみ)において、全荷重段階の $\sigma' < \sigma_y$ における ρ_1 と ρ_2 の総和の比 $\Sigma \rho_1 / \Sigma \rho_2$ と、 $\sigma' > \sigma_y$ における ρ_1 と ρ_2 の総和の比 $\Sigma \rho_1 / \Sigma \rho_2$ を液性限界 w_L との関係に $\Delta p/P'$ をパラメータとしてプロットすれば図7となる。ばらついてはいるが w_L が大きい試料は $\Sigma \rho_1 / \Sigma \rho_2$ は小さく2次圧密量が大きい。

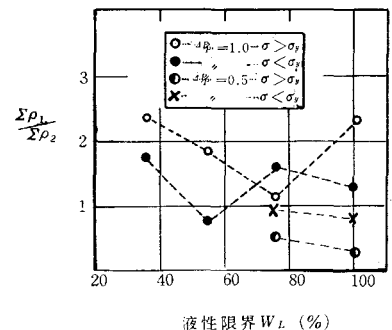
またプロットの数はいくつか少ないが $\Delta p/P' = 1.0$ と $\Delta p/P' = 0.5$ を比較すると $\Delta p/P'$ の大きいほうが $\Sigma \rho_1 / \Sigma \rho_2$ が大きく、全圧密量に占める1次圧密量が大きくなることを物語っている。これは載荷時間を標準圧密の24時間より短くしても m_v , c_v の差が小さく実用上差し支えないとする前述の小川の考え方には問題がある。すなわち同一粘土で、同一圧密圧力にある場合、 $\Delta p/P'$ が大きいと1次圧密量が大きく、 $\Delta p/P'$ が小さいと全圧密量に占める2次圧密量が大きくなり、 m_v , c_v の物理的意味合いが異なる。例えば図



図一5 2次圧密曲線の勾配と荷重増加比の関係



図一6 1次, 2次圧密量を示す模式図



図一7 1次, 2次圧密比と液性限界の関係

1において σ' が 5 kg/cm^2 以下、或いは 20 kg/cm^2 以上では $\Delta p/P'$ が m_0 におよぼす影響は比較的小さいが、これと同一試料である図4のA、D曲線の c_0 は σ' が 5 kg/cm^2 以下、或いは 20 kg/cm^2 以上においても $\Delta p/P'$ の影響が大である。

$\Delta p/P'$ が小さいと $\Sigma \rho_1/\Sigma \rho_2$ が小さくなる理由は2次圧密が主応力差により生ずるとする観点よりみれば次のように考えられる。

同一試料から取り出した2個の供試体を $\Delta p/P'$ が大きいものと小さいもので圧密を行なった場合、圧密進行にともなう静止土圧係数 K_0 の変化 $K_0 < 1$ なる条件を考えると、同一圧密圧力状態では1次圧密終了後の主応力差は同一である。しかし1次圧密中に含まれる2次圧密量は $\Delta p/P'$ が小さいほうが大きい。なぜなら前段階圧密圧力 σ_{n-1} は $\Delta p/P'$ が小さいほうが大きく、 Δp が小さいので1次圧密終了までの $\sigma_3 = \Delta p K_0$ が小さい。一方 $\Delta p/P'$ の大きいほうの σ'_{n-1} は $\Delta p/P'$ が小さいものより小さいこのため Δp は大きく1次圧密終了までの $\sigma_3 = \Delta p K_0$ は大きい。これらのことは同一圧密圧力でも1次圧密終了までの主応力差は $\Delta p/P'$ が小さいほうが大きく、1次圧密に含まれる2次圧密が大きくなる。このため時間、沈下曲線の形は2次圧密曲線に類似するようになり、1次圧密曲線と2次圧密曲線の区別が $\Delta p/P'$ の減少とともに明確でなくなるか、もしくは圧密度100%の時間 t_{100} が遅れるような時間沈下曲線になると考えられる。

以上のことは図4とも関連し、 $\Delta p/P'$ が小さいと1次圧密に含まれる2次圧密が大きくなり t_{100} が遅れ、得られる c_0 も小さくなったと考えられる。

$\Delta p/P'$ が小さくなると t_{100} が遅れるというデータは著者の一人がすでに文献1)に報告している。それによれば標準圧密試験により不攪乱洪積粘土を用いた場合も攪乱再圧密試料を用いた場合も t_{100} が遅れた。しかし標準圧密試験では供試体とリング間の摩擦の影響、供試体がリングにこう束されることによる供試体内の応力の異方性の影響などが考えられる。そこで三軸圧縮試験器に $\sigma_y = 0.5 \text{ kg/cm}^2$ をもつ攪乱再圧密試料をセットし、等方圧密試験を行なったところやはり t_{100} が遅れた。このことは等方圧密状態では主応力差が生じていないはずであるから、上記「 $\Delta p/P'$ が小さくなると t_{100} が遅れる理由を、1次圧密終了までの主応力差が大きいことによる」とする考え方に問題があるので、今後さらにこれらの点について調べるつもりである。

(d) 変形係数 E_{50}

土の圧縮強さと変形の関係を知るため変形係数 E_{50} を求める場合があり、これは土の含水量、圧縮膨張の履歴などにより異なる。当実験に使用した試料の含水比 w の変化は19~55%の範囲にあるが、特に土質が粘土と判定された試料については $w = 40 \sim 60\%$ の範囲で比較的变化の範囲が小さく、 w の影響は少ないものとみなし、応力履歴について調べた。

先行圧密圧力 σ_y と E_{50} の関係を粘土と判定されたものについてのみ図8に示した。

図はばらついているが、特に $\sigma_y = 20 \text{ kg/cm}^2$ 前後の2点のばらつきが大きい。この2点の試料の採取深さは特に深く、一軸圧縮試験の破壊状況を見ると破壊面が縦方向に入っておりやや信頼性に欠けると思われる。このためこの2点を除くとばらつきが小さく σ_y の増大とともに E_{50} も増加する傾向にある。これらのことは洪積粘土の一軸圧縮強度 q_u は履歴荷重の大きいものでは正確なものが得がたいことを示すとともに E_{50} は明らかに応力の

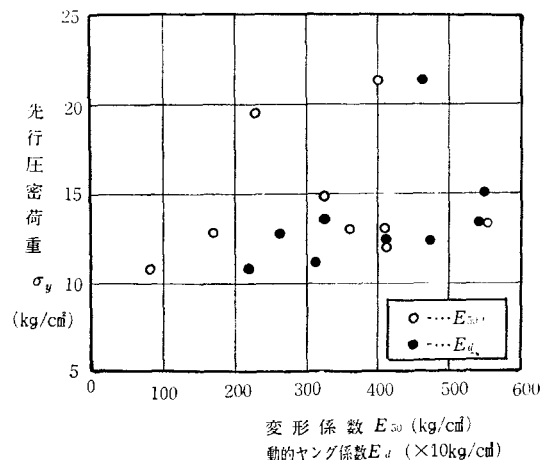


図-8 変形係数におよぼす応力履歴の影響

履歴の影響を受けるといえる。

図中には動的ヤング係数 E_d についてもプロットした。 E_d は E_{50} とは one order 異なっているが σ_v の増加に対する E_{50} の増加の割合がほぼ同程度である。

§ 5 む す び

洪積粘土を主に用い載荷条件からみた圧縮性に関する実験的研究の結果を要約すると次のようである。

(1) 体積圧縮係数 m_v は塑性の高い試料では先行圧密圧力 σ_v 以下の圧密圧力 σ' が載荷された場合は圧力の増大とともに減少し、 σ_v 前後あるいはそれ以上の σ' では骨格構造の影響のため一旦増加後、再び σ' の増加とともに減少する。しかし塑性の低いものについては σ' の増加とともに両対数上ではほぼ直線的に減少する。

(2) m_v は荷重増加比 $\Delta p/P'$ が小さくなるほど小さく、特に塑性の高い試料の σ_v 前後ではその影響が大きい。

(3) m_v に対する載荷時間の影響は σ_v よりかなり小さい σ' では比較的小さいが、 σ_v 前後では載荷時間が長くなるほど m_v は大きい。

m_v の $\Delta p/P'$ と載荷時間による影響は載荷時間のほうが大きく影響をおよぼす。

(4) 圧密係数 c_v は $\Delta p/P'$ が小さいほど小さくなる。

(5) 載荷時間が長いほど c_v は小さくなる。

c_v に対する $\Delta p/P'$ と載荷時間の影響を合せてみた場合 $\Delta p/P'$ のほうが大きく影響をおよぼす。これについては文献 5) において網干が $\Delta p/P'$ が小さいとほとんど間げき水圧が発生せず、また発生した間げき水圧も沈下曲線より早く減衰し、沈下はクリープ的となり、Terzaghi 理論に基づく curve-fitting によって c_v を求めることの無意味なことを指摘している。

(6) $\Delta p/P'$ が小さいと全圧密量に占める 2 次圧密量が増加する。

(7) 2 次圧密速度 $dp_s/d \log t$ は σ' が $\sigma' < \sigma_v$ では $\Delta p/P'$ とは無関係に $\log \sigma'$ に比例して増加する。しかし $\sigma' > \sigma_v$ では σ' の増大とともに減少する。

(8) 2 次圧密が主応力差によって生ずると考えるならば、 $\Delta p/P'$ が小さくなるほど c_v も小さくなる。理由は 1 次圧密終了までの主応力差は $\Delta p/P'$ が小さいほうが大きく、1 次圧密に含まれる 2 次圧密量が大きくなるためである。

m_v が c_v より $\Delta p/P'$ の影響を大きく受けるなど載荷条件の影響の度合いが係数によって異なり、特に洪積粘土のように固結度が大きく、骨格構造が発達しているものではその影響が大きく、これがデータのバラツキの一因となったり現場の実測値と異なる一因となったりすると考えられる。しかし今回の実験ではデーターも限られていたこともあるので、今後さらに種々の粘土についても実験を続け、 $\Delta p/P'$ の減少にともなう t_{100} の遅れる理由などを調べたい。

最後に本実験遂行にあたり御助言を載いた八木則男金沢大学助教授に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 石井義明：大阪洪積粘土の圧密特性について。京都大学防災研年報 第14号 B, 昭46.4, PP.603—610.
- 2) 石井義明：大阪泉州地区洪積粘土の二・三の力学特性について。呉工業高専研究報告 第7巻 第2号, 昭47.3, pp.129—138.
- 3) Leonards, G.A. and Altschaeffe, A.G. : Compressibility of Clay, Proc, ASCE, 90—SM, 1964, pp. 133—155.
- 4) Crawford, C.B. : Interpretation of the Consolidation Test, Proc, ASCE, 90—SM, 1964, pp. 5—87.
- 5) 最上武雄：土質力学。技報堂, 昭44, PP.331—478.
- 6) 小川富美子：載荷時間の圧密諸係数に及ぼす影響。港湾技研報告, Vol.8, No.2, 1969.
- 7) 柴田徹：粘土の圧密に関するレオロジー的考察。土木学会論文集第69号, 昭35.7, PP.29—37.

超早強ポルトランドセメントを用いたかた練り コンクリートに関する基礎的研究 (その1)

(土木工学科) 竹 村 和 夫

Some Experimental Investigations of Dry Concrete Using Super High-Early Strength Portland Cement (Part 1)

Kazuo TAKEMURA

This paper presents some results obtained from an experiment concerning dry concrete using super high-early strength portland cement. Followings are examined, the strength development at early ages, and effects of factors, such as fine aggregate percentage, cement content and water content, upon the workability or the strengths of those concretes. In addition, other strength characteristics, a comparison between river gravel concrete and crushed stone one, and so on, are discussed.

§ 1 緒 言

近年, わが国においても, 土木, 建設工事にコンクリート製品が盛んに使用されるようになってきたが, 工期の短縮, 工費の低減, 安全性の向上などの利点があり今後その需要はますます増大するものと考えられる。昭和47年の統計¹⁾ではわが国全セメント生産高約6,200万tのうち国内需要の15.5%がセメント製品に使用されている。コンクリート製品の生産性を高めるためには脱型時期や出荷時期を早める工程の短縮がきわめて重要である。このため従来より即時脱型工法や蒸気養生, オートクレーブなどの促進養生が採用されているが, 即時脱型を行なうと製品に重要な面が見劣りするし, 促進養生を行なうと初期強度は高くなるが長期材令への強度増進率が低下するなどの欠点がある。この点約3年前にわが国で開発²⁾された超早強ポルトランドセメント(以下, 超早強セメントあるいは単に超早強と略称)は初期材令でかなりの高強度が得られ, 早期脱型, 早期出荷を必要とされるコンクリート製品に適していると考えられ今後製品への利用について十分に研究する必要がある。

著者はこのセメントの発売当時から製品を対象としたかた練りコンクリートについて実験研究を行なう機会に恵まれたのでその結果をとりまとめ2回に分けて報告する。

§ 2 予備実験の結果について

2.1 まえがき

超早強セメントのコンクリートについて予備知識を得るため, メーカーの異なる2種の超早強セメントと比較のため早強セメントや普通セメントも用いて小型のコンクリート製品を対象としスランプ5センチメートル前後のかた練りコンクリートの圧縮強度, とくに, ごく初期材令における強度発現, 動弾性係数などを調べた。

2.2 実験の概要

2.2.1 使用材料およびコンクリートの配合

セメントはメーカーの異なる2種の超早強セメント, 早強セメントおよび普通セメントの合計4種のものを使用した。セメントの試験結果は表-1に示すとおりである。粗骨材は徳島県吉野川産の最大寸法20mmの川砂利(FM=6.63), 細骨材は吉野川産の川砂(FM=2.84)を用いた。

表-1 セメントの試験結果

セメント の種類	強熱 減量 ig. loss	不溶 残分 insol.	シリカ SiO ₂	アルミ ナ Al ₂ O ₃	酸化 第二鉄 Fe ₂ O ₃	酸化カル シウム CaO	マグネ シウム MgO	無水 硫酸 SO ₃	合計 total	比重	粉末度 ブレン ($\frac{cm^3}{g}$)
超早強(A)	0.9	0.1	19.3	5.2	2.7	64.7	1.1	3.4	97.4	3.14	5200
超早強(B)	0.9	0.1	19.7	5.1	2.7	64.7	2.0	2.6	97.8	3.14	5950
早強(H)	0.9	0.2	20.4	4.7	2.8	65.6	1.4	3.1	99.0	3.14	3990
普通(N)	0.9	0.1	22.3	5.3	3.1	65.1	1.2	1.8	99.5	3.15	3210

セメント の種類	凝 結		フロー値	曲 げ 強 さ ($\frac{kg}{cm^2}$)				圧 縮 強 さ ($\frac{kg}{cm^2}$)			
	始 発 (時一分)	終 結 (時一分)		1 日	3 日	7 日	28 日	1 日	3 日	7 日	28 日
超早強(A)	1-50	3-00	—	42.1	53.8	65.6	70.5	200	341	404	455
超早強(B)	1-15	1-55	244	51.9	65.1	75.3	82.1	220	311	372	480
早強(H)	2-24	3-32	237	26.9	51.2	64.1	76.2	102	220	347	468
普通(N)	2-38	3-45	255	—	30.6	46.3	70.0	—	128	221	412

超早強セメントの化学成分はシリカ質が幾分少ない傾向はあるが, 上記の表からは早強セメントや普通セメントの成分と大差ない。しかし超早強性を得るための微量成分が添加されているといわれている³⁾, 物理的には比表面積を著しく大きくすることによって早強性を具現している。

コンクリートの配合は製品を対象としているので目標スランプを5cmとし, 単位セメント量を300kgとした(表-2参照)。

表-2 実験に用いたコンクリートの配合

Mix No.	Ms (mm)	Sl (cm)	W/C (%)	s/a (%)	W (kg)	C (kg)	S (kg)		G (kg)			成形 温度 (°C)
							5~1.2mm	1.2mm 以下	20~15mm	15~10mm	10~5mm	
N-5	20	5	53.5	43	160	300	245	572	270	378	432	11.0
A-5	20	5	56.3	40	169	300	225	525	280	392	448	11.0
H-5	20	5	57.7	41	173	300	229	535	657		438	22.5
A-5	20	5	59.3	40	178	300	222	518	664		442	22.5
B-5	20	5	58.3	40	175	300	223	521	666		444	22.5

2.2.2 供試体の成形と試験

強制練りミキサを用いてコンクリートを練りまぜスランプおよび空気量の測定後 $\phi 10 \times 20$ cmの小型の円柱形型わくにコンクリートを一層につめ振動台に鋼板とボルトで固定し最適振動締め固め条件⁴⁾に近いと考えられる振動数5000vpm(この時の加速度約9g, 全振幅0.64mm), 振動時間30秒で締め固めを行なった(写真-1参照)。成形後ただちに供試体を20°C \pm 1deg.の恒温室に移した。一部の供試体は蒸気養生そう(写真-2)を用い, 前養生1時間(20°C), 温度上昇2時間(20deg./hr), 等温養生1時間(60°C), 冷却1.5時間の養生条件で蒸気養生も行なった。18時間以内の強度測定用の供試体は石こう

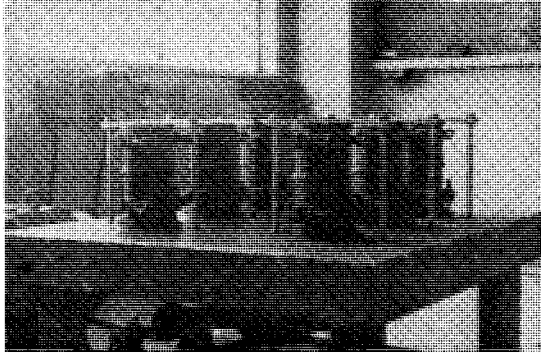


写真-1 振動台と振動締め込みの状況

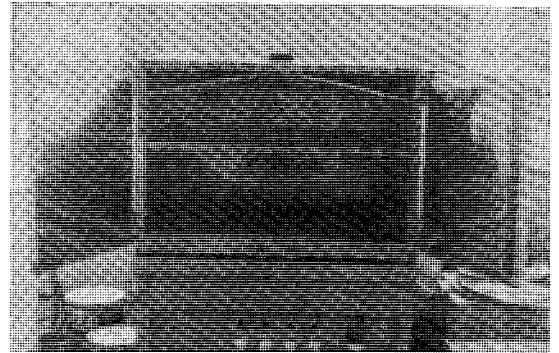


写真-2 蒸気養生そう

を用い、材令1日以上のは超早強セメントでキャッピングを行ない材令1日からは所定材令まで20°C水中養生を行ない供試体の重量、圧縮強度、動弾性係数などを測定した。

2.3 実験結果とその考察

図-1は2種の超早強セメントおよび比較のための早強セメントを用いたコンクリートの材令6時間から7日までの圧縮強度試験結果を示したものである。この図にみられるように超早強セメントを用いたコンクリートの初期材令における強度発現は著しく、材令1日で約150 kg/cm²と従来の早強セメントの場合の約2倍の値を示している。材令18時間ですでに100 kg/cm²以上を発現し小型の製品などでは脱型可能な強度といえる。材令12時間以内の強度は超早強(A)よりも(B)のほうが大きい。また、材令3日、7日となるにつれて早強セメントコンクリート(H)の強度が伸びてくる。これらは主としてセメントの粉末度(表-1参照)に起因しているものと考えられる。

図-2は普通セメント(N)と超早強セメント(A)を用いて標準養生および養生時間5.5時間の比較的短時間の蒸気養生を行なった場合の材令1日から91日までの圧縮強度試験結果である。図にみられるように、水中養生した場合、超早強セメントを用いたコンクリート(AW)

は普通セメントを用いたもの(NW)に比べて材令3日までの強度発現が著しく、材令1日で150 kg/cm²、3日で300 kg/cm²程度の強度が得られている。長期材令(28~91日)になると両者に大差はみられない。この傾向は材令1年でも同様であるとの報告³⁾もある。一方、蒸気養生を行なった場合は、普通セメントのコンクリート(NS)の1日強度は168 kg/cm²であるのに対し、超早強セメントコンクリート(AS)では287 kg/cm²ときわめて大きく材令3日で普通セメントを用いて水中養生を行なった場合のほぼ28日強度を発現する。しかもアルミナセメントのコンクリートのような⁵⁾長期材令での強度低下はみられない。普通セメントを用いて蒸気養生を行なったコンクリート(NS)と超早強で蒸気養生を行なわずに水中養生したもの(AW)とを比較すると、材令1日では若干前者(NS)が大きい3日、7日強度は後者(AW)が大きく、長期材令では両者に大差はみられない。

結局、超早強セメントを用いると材令7日までの強度発現が著しく、水中養生した場合でも、普通セメントを用いて蒸気養生を行なったものより材令3日で圧縮強度はまさり、蒸気養生を行なうと短期材

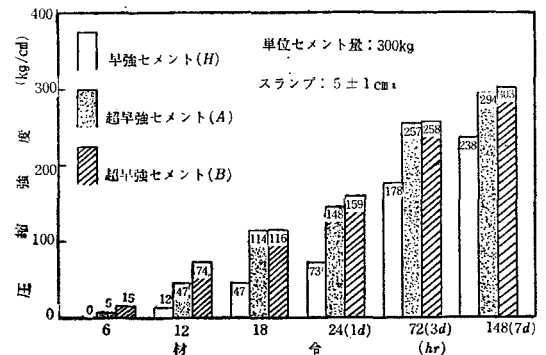


図-1 2種の超早強セメントおよび早強セメントを用いたコンクリートの初期材令における圧縮強度

令での強度発現がさらに促進され、しかも長期材令での強度低下はみられず、早期に強度を発現するためにはきわめて有効なセメントであると考えられる。

図-3は材令と動弾性係数との関係を示したものであるが全体的には図-2の強度の場合とほぼ同様な傾向を示しているが、超早強セメントのコンクリートは初期材令で圧縮強度の高い割には動弾性係数はさほど大きくないといえる。圧縮強度と動弾性係数との関係については次節で述べる。

2.4 まとめ

超早強セメントを用いたコンクリートの強度発現について早強セメントや普通セメントの場合と比較して予備的に調査した結果をまとめると、

(1) 超早強セメントを用いたコンクリートの初期材令における強度発現はきわめて顕著であり、単位セメント量 300kg の配合で、材令1日で早強セメントを用いたコンクリートの約2倍の $150\text{kg}/\text{cm}^2$ の圧縮強度が得られる。

(2) 超早強セメントのコンクリートを最高温度 60°C で蒸気養生すると、5.5時間の短時間養生で、材令1日で $300\text{kg}/\text{cm}^2$ 程度の圧縮強度が得られ、材令3日では普通セメントを用いたコンクリートの28日強度が得られており、蒸気養生期間の短縮にもきわめて有利である。

(3) 長期材令になると、超早強セメントを用いたコンクリートと普通セメントを用いたものとに圧縮強度の大差はなくなる。強度の増進率は早強セメントより劣るが長期材令にわたって強度は伸びており、コンクリート製品の脱型時期を早め、早期出荷にきわめて効果的であると考えられる。

§ 3 配合と強度との関係について

3.1 まえがき

コンクリートの品質に影響する要因には、使用材料、コンクリートの配合、成形施工方法など種々考えられるがなかでも配合の影響は基本的な問題であり超早強セメントのコンクリートについてもセメント水比、単位セメント量と強度、単位水量とワーカビリティとの関係などについて十分に調査しておく必要がある。

したがって本節では、メーカーの異なる2種の超早強セメントおよび比較のため普通セメントおよび早強セメントを用いて、スランブ数センチメートルのかた練りコンクリートについて、スランブやセメント量をかえ、主としてセメント水比や単位セメント量などの配合と強度との関係について検討し、ま

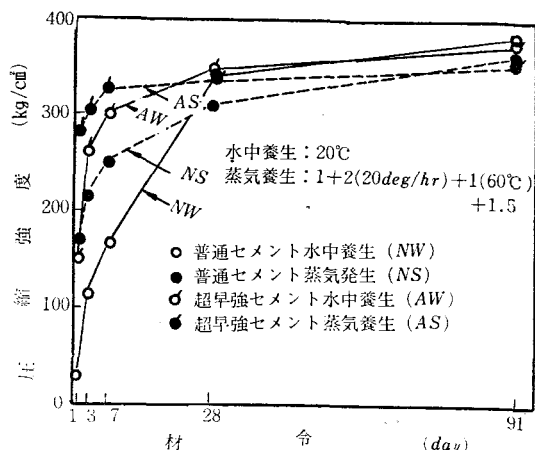


図-2 超早強セメントおよび普通セメントを用いたコンクリートの材令と圧縮強度。

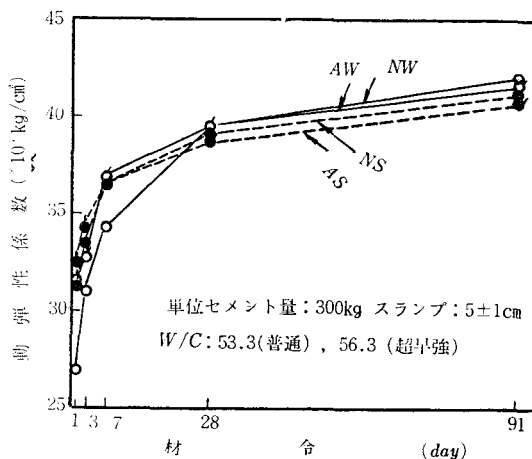


図-3 超早強セメントおよび普通セメントを用いたコンクリートの材令と動弾性係数。

た、まだ固まらないコンクリートについては、ワーカビリティー、ブリージングなどを調べた。

3.2 実験の概要

3.2.1 使用材料およびコンクリートの配合

セメントはメーカーの異なる2種の超早強ポルトランドセメント（記号AおよびB）、早強セメント（記号H）および普通セメント（記号N）の合計4種のものを使用した。なお、使用セメントの化学分析試験結果、物理試験結果は表—1（P114）のものと大差ないので省略する。粗骨材は最大寸法20mmの吉野川産の川砂利を20～10mmおよび10～5mmの2粒度区分にふるい分けて表乾状態にして使用した。細骨材は吉野川産の川砂を5～1.2mmおよび1.2mm以下の2粒度区分にふるい分け気乾状態で有効吸水量を練りまぜ水に補正して用いた。骨材の試験結果を表—3に示す。

表—3 骨材の試験結果

骨材の種類	粗粒率 (FM)	比重	吸水量 (%)	単位重量 (kg/m^3)	有機不純物 試験
粗骨材	6.74	2.62	1.13	1650	—
細骨材	2.79	2.62	1.16	1700	合格

一般に、コンクリート製品にはスランプ数センチメートル以下のかた練りコンクリートが用いられる傾向にあるので、本実験では主として目標スランプを2cmおよび6cmとし、単位セメント量を300、350および400kgの3種にかえた表—4に示す配合を用い、ワーカビリティーについて検討する場合には、単位セメント量350kgの一定で目標スランプを1、3、5、7および10cmの5種にかえたものを使用した。なお、細骨材率は、セメントの粉末度を考慮し、単位セメント量300kgの配合で超早強セメントを用いる場合42%、早強セメントでは43%、普通セメントでは45%とし、単位セメント量が50kg増すごとにおのの2%ずつ減じた⁶⁾。

表—4 コンクリートの配合

使用セメント の種類	目標ス ランプ Sl.(cm)	単位水量 W (kg)	単位セメント C (kg)	細骨材率 (%)
超早強 (A)	2* 6*	168, 169*, 174 180, 185*, 190	300, 350*, 400	42, 40*, 38
超早強 (B)	2* 6*	165, 168*, 171 175, 178*, 186	300, 350*, 400	42, 40*, 38
早強 (H)	2* 6*	164, 160*, 161 173, 175*, 174	300, 350*, 400	43, 41*, 39
普通 (N)	2* 6*	160, 161*, 162 171, 174*, 173	300, 350*, 400	45, 43*, 41

注) *ブリージング試験にも使用、成形温度：23～28°C

3.2.2 コンクリートの練りまぜおよびまだ固まらないコンクリートの試験

コンクリートの練りまぜには強製練りミキサを用いた。1バッチ量は35～50ℓの範囲で供試体数に応じて変え、注水直後から1分間でモルタルを練り、ミキサを止めて粗骨材を投入したのちさらに1分間練りまぜを行なった。

かた練りコンクリートのコンシステンシーの測定方法には種々の方法があるが、本実験には普通用いられているスランプ試験のほかにかた練りコンクリートのコンシステンシーの測定にはスランプ試験よりも正確かつ敏感であるといわれている^{7) 6)} VB試験および締固め係数試験（CF試験ともいう）を併用した。また、空気室圧力法による空気量の試験を行なった。一部の配合についてはブリージング試験も行なった。

3.2.3 供試体の成形および硬化コンクリートの試験

圧縮強度および引張強度試験用の供試体の成形には $\phi 10 \times 20$ cmの円柱形型わくを、曲げ強度試験用には $10 \times 10 \times 40$ cmのはり型わくを使用し、それぞれにコンクリートを一層につめ型わくを振動台にとりつけ振動数 5000 vpm, 振動時間 30秒で締め固め、締め固め終了と同時に養生室に移し翌日脱型し、 $21^\circ \text{C} \pm 1 \text{ deg.}$ の水中で材令 7日および28日まで養生した。なお、圧縮強度試験を行なう供試体は成形約 6時間後にセメントペーストでキャッピングを行なった。

供試体数は、各配合、各試験、各材令についてそれぞれ 3本とした。

- 所定材令に達した供試体は、圧縮強度試験 (JIS A 1108), 引張強度試験 (JIS A 1113) および曲げ強度試験 (JIS A 1106) を行なった。また、曲げ試験をおえたはり供試体は JIS A 1114 のはり折片によるコンクリートの圧縮強度試験方法に準じ圧縮試験を行なった。

なお、円柱供試体は強度試験を行なう前に重量と一次共振周波数を測定し、コンクリートの動弾性係数を算出した。

3.3 実験結果とその考察

3.3.1 まだ固まらないコンクリートの特性

(1) スランプの経時変化について

コンクリートを練りまぜ後放置しておく、水分の蒸発、気泡の逸散などによってスランプは低下するが、スランプの減少率は当初スランプの大きいほど小さいといわれている⁹⁾。

図-4は超早強 (B), 早強 (H) および普通 (N) の3種のセメントのコンクリートの練りまぜ後の経過時間とスランプとの関係を示したものであるが、単位セメント量 300kg および 400kg の場合とも、超早強セメントコンクリートの初期のスランプ低下は早強セメントや普通セメントの場合より速く、練りまぜ後数分で 1~2 cm の値となっている。しかし、4~10分間の低下率は少なくなる傾向を示している。

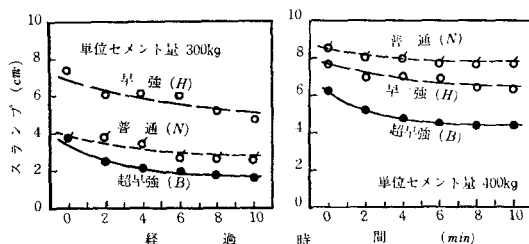


図-4 各種セメントコンクリートのスランプの経時変化

(2) 単位水量とワーカビリティについて

コンクリートのワーカビリティに影響を与える要因は多く、その主なものは、セメント、単位水量、細粗骨材、混和材料などが考えられるが、図-5は4種のセメントを用いたコンクリートについてスランプを 1~10cm の範囲で5種にかえ、スランプ試験、VB試験およびCF試験を行なった結果である。図の(1)に示すように、所定のスランプを得るための超早強セメントコンクリートの単位水量は普通セメントあるいは早強セメントの場合と異なり、普通セメントよりおよそ 10~20kg 多い。これは超早強セメントの粉末度がきわめて高くペーストの粘稠性が増すことが主な原因と考えられるが、そのほかセメントのけい酸三石灰 (C_3S) が多いので水和速度の速いことも影響していると思われる。単位水量の増加に伴うスランプの増加割合も普通セメントコンクリートに比較して少なく、この傾向はスランプ 4cm 以下の場合が著しいことがわかる。なお、普通セメントのコンクリートではスランプ 1cm の変化に対し単位水量は 2 kg 前後増減すればよいが¹⁰⁾、超早強セメントの場合にはおよそ 3.5 kg となっている。

図-5の(2)にみられるように、単位水量とともにVB値は減少するが、単位水量の少ないかた練りの場合の減少率が大きく、Cusens¹¹⁾ や ACI Committee¹²⁾ の報告にもみられるようにスランプ 3cm 以下のいわゆるごくかた練りコンクリートでは超早強セメントを用いた場合でもVB試験がより正確であるといえる。図-5の(3)に示すように、CF値は単位水量とともに増加するが、かた練り部分の増加割

合が大きく、4種のセメントでその傾向に大差はみられない。また、超早強セメント2種のC F値はほぼ同様であるといえよう。

(3) ブリージングについて

コンクリートのブリージングに影響を及ぼす因子は多いが、セメントの粉末度は特に重要な要因であると考えられ、一般に粉末度が高いと保水性がよくブリージングは少なくなるといわれている¹³⁾。スランブを2種にかえて行なった試験結果を示した図-6にみられるように、超早強セメントコンクリートのブリージング速度および量は普通セメントコンクリート、早強セメントコンクリートに比べて著しく少なく普通セメントコンクリートの約20%で密実なコンクリートをつくる上に有利であるといえる。

(4) 水セメント比と単位水量との関係

同じ骨材を用いたコンクリートでは単位水量が同じであればコンクリートのコンシステンシーは単位セメント量にかかわらずほぼ一定であるとするいわゆる一定単位水量の法則が適用されている。本実験の場合スランブ別に水セメント比と単位水量との関係を示すと図-7のようである。普通セメントや早強セメントのコンクリートでは両スランブの場合とも水セメント比にかかわらず単位水量はほぼ一定であることがわかる。コンクリート専門委員会報告¹⁴⁾にも水セメント比が40%以上の部分については同様の結果が報告されている。一方、超早強セメントコンクリートにおいては、水セメント比を下げると単位水量は増加し、この傾向はスランブ6cmの場合が著しく水セメント比40~60%の範囲では一定単位水量の法則を適用するのはやや困難な傾向になっている。これは前にも述べたように富配合になるとセメントペーストの粘稠性が増し一定スランブを得るために単位水量を増加する必要が顕著になるためと思われる。

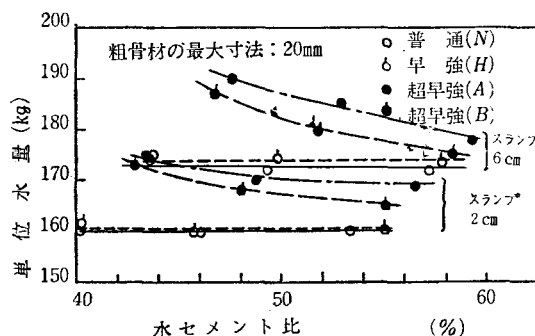


図-7 水セメント比と単位水量との関係

3.3.2 セメント水比と圧縮、引張強度との関係

(1) セメント水比と圧縮強度との関係

品質がよくしかも経済的なコンクリートをつくるためには最適なセメント量を選び、使用するコンク

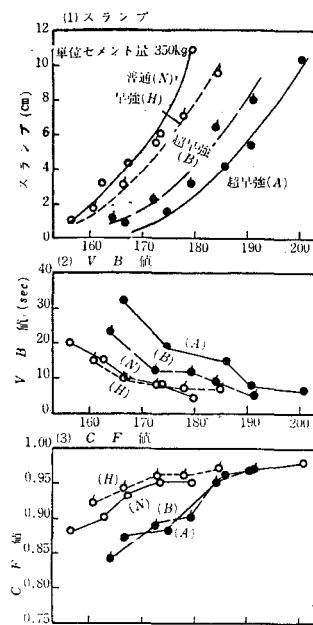


図-5 コンクリートの単位水量 (kg) 単位水量とスランブ、V B および C F 値との関係

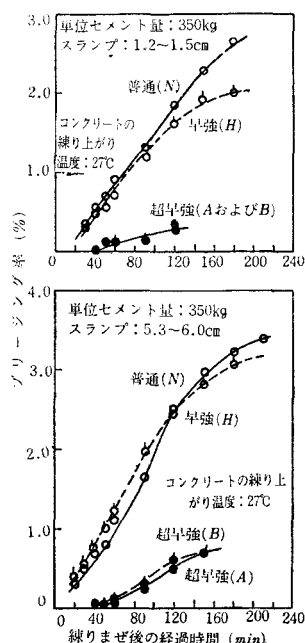


図-6 ブリージング試験結果

リーの水セメント比と強度との関係を求め
所用の品質に応じた適正配合を選定しなければ
ならない。

コンクリートの配合と強度との関係につい
ては従来より種々の説があるが、Lyse¹⁵⁾がセ
メント水比と強度とが直線関係になることに
着目し、いわゆるセメント水比説 (Cement-
Water ratio theory) を提唱していろいろ簡
便であるので良く用いられている。

本実験の場合目標スランブ 2 cm および 6 cm
の 2 種について得られた材令 28 日の結果を示
すと図-8 のようである。図にみられるよう
にセメント水比 1.70~2.40 の範囲では両者の
関係を直線式で示すことが可能であるが、セ
メント水比 2.10 (水セメント比約 45%) から
いくぶん直線からずれる傾向がみられる。し
たがって、セメント水比が広範囲にわたる場
合には葛城¹⁶⁾ら¹⁴⁾の報告にみられるように二
つの直線あるいは二次式で示すのが適当と考
えられる。

水セメント比 40~70% (セメント水比 1.43
~2.50) の範囲ではコンクリートのコンシ
ステンシーがことなっても同一水セメント比で
の圧縮強度は大差がないと報告¹⁷⁾されている
ように超早強セメント (B) 以外は、図に示
されているように、スランブがことなっても
セメント水比が同じであれば圧縮強度に大差
はない。

したがって、セメントの種類別に材令 7 日
と 28 日についてセメント水比と圧縮強度との
関係を求め図-9 に示す。材令 7 日では 4 種
のコンクリートの傾向はほぼ同様であり同
一水セメント比における圧縮強度は超早強
(B)、超早強 (A)、早強 (H)、普通 (N)
の順で使用するセメントの粉末度と相関性がみ
られるが、前 3 者のセメントコンクリートは
普通セメントのコンクリートに比べて圧縮強
度は約 100 kg/cm 大きく初期材令の強度発現
に有利であることを示している。

一方材令 28 日になると超早強 2 種の直線の
勾配は早強および普通セメントの場合より小
さくなる傾向がみられる。超早強 (B)、早

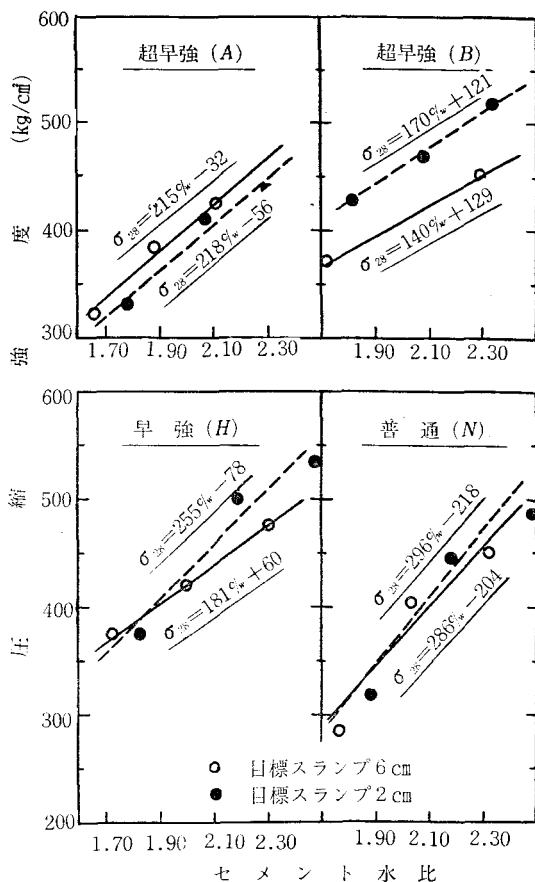


図-8 セメント水比と圧縮強度との関係
—スランブ別の場合—

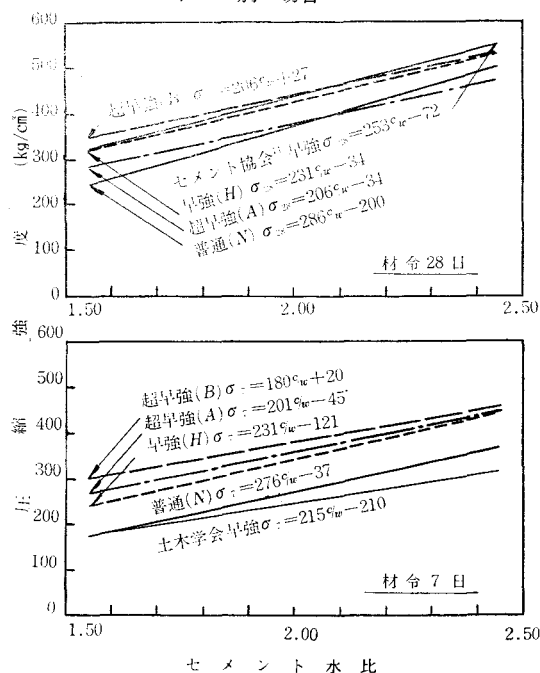


図-9 セメント水比と圧縮強度との関係

強（H）はセメント協会¹⁴⁾の式と大差なくこの式を用いることが可能であると考えられるが、超早強（A）はセメント水比が2.05以上では普通（N）より小さくなっている。また、セメント協会の早強セメントに関する式よりも同一セメント水比における圧縮強度は約50kg/cm²小さくなるので注意を要する。

（2）セメント水比と引張強度との関係

超早強セメントコンクリートのセメント水比と引張強度との関係を示すと図-10のようである。多少結果の変動が大きく両者の関係式を求めることは省略したが、超早強（B）ではスランブによる相違はほとんどなくセメント協会¹⁴⁾が二つの直線で示している早強セメントに関する式と大差ない。一方、超早強（A）は、材令7日ではセメント協会の式と大差ないが、28日ではいくぶん低い値となっている。

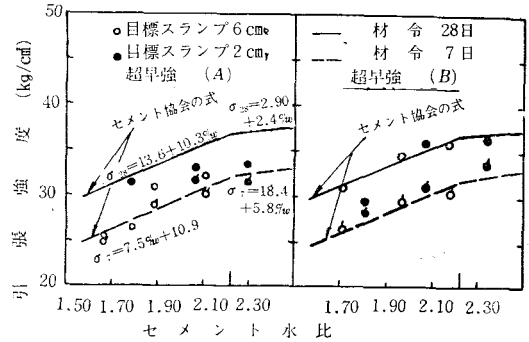


図-10 超早強セメントコンクリートのセメント水比と引張強度との関係

3.3.3 単位セメント量と圧縮、引張、曲げ強度との関係

単位セメント量と強度との関係を明らかにすることは経済的な配合を決定するためにも重要なことである。表-5は単位セメント量が300kgから400kgに50kgずつ2段階に増加した場合の各強度の増加量をコンクリートの種類別に示したものである。

単位セメント量 100 kgの増量に伴う圧縮強度の増加量は両スランブの場合を平均すると、材令7日では、超早強（A）は102kg/cm²、（B）は97kg/cm²、早強（H）は133kg/cm²、普通（N）は151kg/cm²、材令28日ではそれぞれ103, 69, 133, 169 kg/cm²となっており超早強（B）以外は両材令の差はほとんどみられない。超早強セメントを用いたコンクリートの単位セメント量の増量による圧縮強度の増加は普通セメント、早強セメントを用いた場合に比較して少ないといえる。この傾向は富配合になるほど、すなわち、単位セメント量が350kgから400kgに増加した場合に顕著になっている。一方、曲げ強度と引張強度については多少試験値の変動が大きかったが（試験値48個の変動係数の平均値は曲げ強度で5.2%、引張強度で7.2%）、単位セメント量 350kgから400kgの間の超早強セメントコンクリートの強度の増加量は普通あるいは早強セメントコンクリートに比較し少ない傾向を示している。

表-5 単位セメント量50kgの差によるコンクリートの強度差 (kg/cm²)

コンクリートの種類	単位セメント量 300~350kg						単位セメント量 350~400kg					
	スランブ 2cm			スランブ 6cm			スランブ 2cm			スランブ 6cm		
	圧縮	曲げ	引張	圧縮	曲げ	引張	圧縮	曲げ	引張	圧縮	曲げ	引張
超早強(A)	82 (76)	3.2 (7.4)	0.6 (4.4)	62 (64)	4.8 (5.4)	5.4 (4.4)	28 (48)	2.7 (0.6)	0.6 (1.1)	33 (31)	5.1 (4.5)	1.4 (0.9)
超早強(B)	42 (52)	7.7 (9.8)	2.7 (2.9)	24 (54)	4.5 (5.4)	3.8 (3.2)	30 (33)	0.6 (0.5)	2.4 (0.3)	41 (21)	0.6 (0.1)	1.2 (0.6)
早強(H)	127 (122)	3.4 (2.6)	8.3 (3.4)	41 (54)	2.5 (4.1)	1.8 (2.1)	36 (55)	7.4 (3.6)	0.4 (4.8)	62 (49)	2.6 (2.0)	2.0 (6.9)
普通(N)	130 (104)	4.2 (8.7)	0.1 (0.7)	128 (63)	1.6 (4.7)	2.6 (0.3)	39 (87)	1.1 (9.4)	8.8 (1.0)	40 (128)	7.6 (3.8)	2.6 (0.2)

注) () 内は材令7日の値を示す。

以上のように、超早強セメントコンクリートの強度は富配合になっても普通あるいは早強セメントの場合に比べて増加が少なく、とくに、単位セメント量が400kgにもなると材令28日の強度は早強セメントあるいは普通セメントのコンクリートの強度以下になることが多く同様の報告¹⁸⁾もみられる。これは前にも述べたように同一スランブを得るための超早強セメントコンクリートの単位水量は、普通あるいは早強セメントのコンクリートよりも多く、富配合になるととくにその傾向が著しく、水セメント比が増すこと、また、富配合になるとセメントの粉末度が高いために初期材令の水和は進むが長期への伸びが劣ること、ペーストの粘稠性がきわめて大きくなりコンクリートの締固めが多少困難になる傾向があることなどがその原因と考えられる。したがって、超早強セメントを用いる場合は単位セメント量を350kg程度以下とし、水セメント比を小さくするのが有利といえる。

3.3.4 圧縮強度と曲げ、引張強度との関係

コンクリートの曲げ強度や引張強度は圧縮強度と関係があり、これらの強度の概略値を圧縮強度から推定できることが知られており、関係式も報告^{19)~21)}されている。

図-11は、はり折片圧縮強度と曲げ強度との関係を一次式で求めた関係式とともに示したものである。超早強セメントコンクリートで得られた両者の関係は実験誤差の範囲内で普通および早強セメントの場合と一致していると考えられ、Gonnermanら²⁰⁾の報告とほぼ同様である。これらの結果から曲げ圧縮比を求めるとおおよそ片であり従来の報告^{19)~21)}とほぼ同じ値となっている。

図-12は、円柱供試体による圧縮強度と引張強度との関係を示したものであるが、両者の関係は、引張強度にやや変動が多いことを考慮すれば、超早強セメントを用いた場合も普通あるいは早強セメントのコンクリートと大差ないと考えられ、既報の結果²⁰⁾²¹⁾ともほぼ同様な傾向を示し、引張圧縮比は $1/11 \sim 1/12$ で既報²²⁾の値と同様な結果が得られている。

表-6は、円柱供試体の圧縮強度とはり折片による圧縮強度との比を示したものであるが、両者の比は使用セメントの粉末度が高いほど、単位セメント量が増すほど大きくなる傾向がみられペーストの粘稠性による締固め効果の低下が円柱供試体よりはり供試体のほうが大きいのではないと思われる。なお、普通セメントを用いたコンクリートの平均値は従来の報告²³⁾とほぼ等しくなっている。

3.3.5 圧縮強度と動弾性係数との関係

コンクリートの強度と動弾性係数とは密接な関係があると認められ多くの研究者によってその関係式が提案されているが^{24)~26)}、多くは指数式あるいは3次式で示されてい

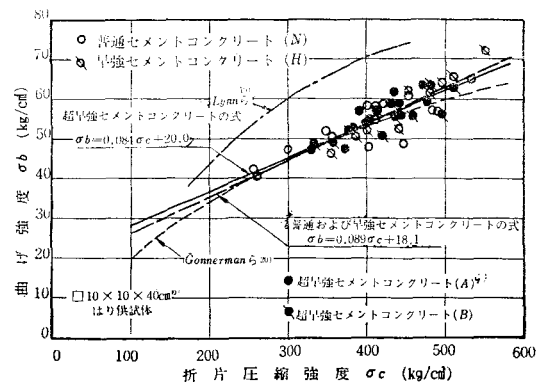


図-11 はり供試体の折片圧縮強度と曲げ強度との関係

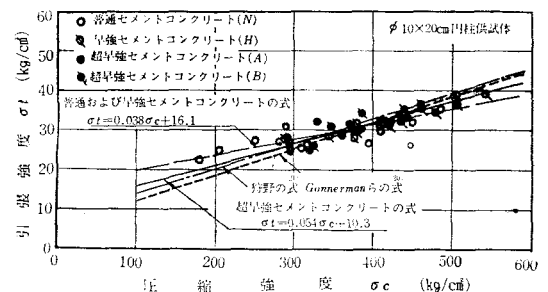


図-12 圧縮強度と引張強度との関係

表-6 円柱供試体の圧縮強度とはり折片の圧縮強度との比(円柱/はり)

コンクリートの種類	単位セメント量 (kg)			平均
	300	350	400	
超 早 強(B)	0.94	0.94	0.95	0.943
超 早 強(A)	0.92	0.94	0.95	0.936
早 強(H)	0.90	0.94	0.95	0.930
普 通(N)	0.87	0.91	0.91	0.896

る。本節と前節の実験において $\phi 10 \times 20 \text{ cm}$ の円柱供試体で得られた圧縮強度 (σ_c : kg/cm^2) と動弾性係数 (E_D : kg/cm^2) との関係を指数式で求めた関係式とともに図-13に示す。圧縮強度 300 kg/cm^2 付近を境にして、それ以下では超早強セメントを用いたコンクリートの動弾性係数が、普通セメント、早強セメントのコンクリートより多少大きく、この値以上では小さくなる傾向があるが、実用上大差ないといえよう。

3.4 まとめ

- (1) 超早強セメントを用いたコンクリートのスランプの経時変化は普通セメントおよび早強セメントの場合より多少速く、練りまぜ2分後で1～2 cm低下する。
- (2) 超早強セメントのコンクリートのワーカビリティの判定はスランプ試験、V B試験、C F試験のいずれによっても可能であるが、ごくかた練りになるとスランプ試験よりもV B試験やC F試験のほうが敏感である。
- (3) 同一のスランプを得るのに、超早強セメントのコンクリートの単位水量は普通セメントのコンクリートより10～20 kg多くする必要があるが、コンクリートがワーカブルになると差が大きくなる傾向がある。また、水セメント比40～60%の範囲ではセメント量を増すとペーストの粘稠性が増し一定単位水量の法則は適用するのが困難になる。
- (4) 水セメント比40～60%の範囲では、超早強セメントのコンクリートの場合にもセメント水比と圧縮強度との関係は直線式で示すことが可能である。しかし、セメント水比2.0以上でしかも材令28日では従来の早強セメントのコンクリートについて報告されている式よりも強度が低い場合があるので注意を要する。
- (5) 超早強セメントを用いたコンクリートでは富配合になると同一スランプを得るための水量増加が大となるので普通セメントあるいは早強セメントを用いた場合に比較してセメントの増量による強度増加の割合は小さくなる。
- (6) 超早強セメントを用いたコンクリートの圧縮強度と曲げ強度、引張強度および動弾性係数との関係は普通セメントや早強セメントのコンクリートの場合と大差ない。

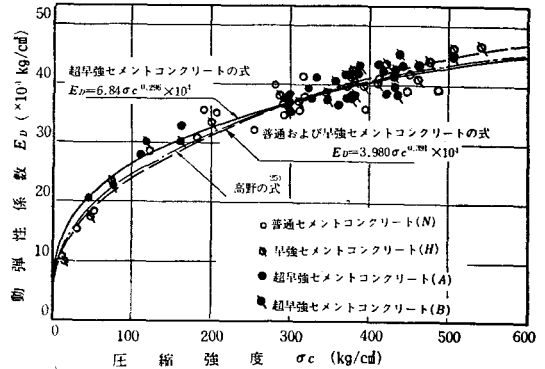


図-13 圧縮強度と動弾性係数との関係

§ 4 ワーカビリティ、強度に及ぼす配合の影響

4.1 まえがき

コンクリートの配合がコンクリートの品質に及ぼす影響の重要性については前節で述べたが、一方最近の骨材問題に目をやると、コンクリート工事の急増に伴ない天然河川砂利は年々増々不足し、碎石や人工軽量骨材の使用が余儀なくされつつある。使用骨材が変わると配合が及ぼす影響も異なると考えられるので本節では、前述の超早強セメント2種、早強セメントおよび普通セメントの合計4種のセメントを用いて粗骨材に碎石と川砂利を用いたコンクリートのワーカビリティ、圧縮強度に及ぼす細骨材率、単位セメント量、単位水量の影響を調べた。

4.2 実験の概要

セメントはメーカーの異なる2種の超早強セメントを含め4種のものを使用した(P 114表-1 参照)、粗骨材は最大寸法20mmの徳島県産の碎石(硬砂岩)と吉野川産の川砂利を使用した。細骨材は吉野川

産の川砂を用いた。川砂利と川砂の使用方法は前節で述べたとおりであるが、碎石は粒度管理が難しいので20~15mm, 15~10mmおよび10~5mmの3粒度区分にふるい分けて使用した。骨材の試験結果を表一7に示す。

表一7

骨材の物理試験結果

骨 材 の 種 類		ふるいを通るものの重量百分率									粗粒率 (F M)	比重	吸水量 (%)	単 位 量 (kg/m³)	有 機 物 不 純 物 試 験
		20mm	15mm	10mm	5mm	2.5mm	1.2mm	0.6mm	0.3mm	0.15mm					
粗骨材	砕 石	100	79	30	1	0	0	0	0	0	6.90	2.60	1.72	1550	—
	川砂利	100	85	45	2	0	0	0	0	0	6.53	2.61	1.54	1770	—
細骨材	川 砂	—	—	—	100	88	72	48	14	3	2.75	2.60	1.22	1690	合格

注) 川砂利 (20~10mm) : (10~5mm) = 65 : 35 川砂 (5~1.2mm) : (1.2mm以下) = 30 : 70
 碎石 (20~15mm) : (15~10mm) : (10~5mm) = 20 : 50 : 30

コンクリートの配合は、細骨材率の影響を検討する場合(実験Ⅰ)には単位セメント量を280kgおよび370kgの2種にかえ、スランブを5cmの一定をし細骨材率を3%等間隔で5種にかえた。単位セメント量の影響を検討する場合(実験Ⅱ)にはスランブを5cmの一定とし、単位セメント量を250, 280, 310, 340および370kgの5種とした。単位水量の影響を検討する場合(実験Ⅲ)には単位セメント量を280kgおよび370kgの2種とし、単位水量を5kgの等間隔にかえ中間のもののスランブが5cmとなるようにした。なお、実験Ⅱおよび実験Ⅲの細骨材率は実験Ⅰの結果を参考にして決定した。

コンクリートの練りまぜ、供試体の成形、試験方法などは前節と同様である。

4.3 実験結果とその考察

4.3.1 ワーカビリチー、コンシステンシーに及ぼす配合の影響

(1) 細骨材率の影響

一般に細骨材率が高くなると骨材の比表面積が増加し一定のスランブを得るためのコンクリートの単位水量を増加する必要があるが、従来より普通セメントのコンクリートについては細骨材率1%の変化に対し単位水量を約1%増減すればよいとされている²⁷⁾。表一8はスランブを一定とした場合の細骨材率の10%の変化に対する単位水量の変化量を示したものであるが、細骨材率を増すといずれも単位水量を増す必要があり、単位セメント量の多少による傾向の差はほとんどみられない。粗骨材に川砂利を用いた場合は、普通セメントのコンクリートでは平均14kgとなっており、これは単位水量の9%に相当し従来の報告²⁷⁾とはほぼ同様である。一方、超早強セメントの場合は水量差は7kgでこれは単位水量の4%で普通セメントコンクリートの場合の約 $\frac{1}{2}$ の値となっている。これは、超早強セメントは粒子がきわめて微粉砕されているためペーストの粘稠性が増し普通セメントや早強セメントに比し所定のコンシステンシーを得るための単位水量が多くなっており細骨材率の増加に伴う比表面積の増加以上にセメントの粉末度が単位水量に影響したためと思われる。また、碎石コンクリートは川砂利コンクリートに比し細骨材率の

表一8 細骨材率10%の変化に対する単位水量の変化量 (kg)

セメントの種類	碎石コンクリート			川砂利コンクリート		
	C=280kg	C=370kg	平均	C=280kg	C=370kg	平均
超早強(A)	5	5	5	7	6	7
超早強(B)	5	5	5	7	7	7
早強(H)	8	7	8	10	11	11
普通(N)	8	7	8	15	13	14

注) スランブ : 5 cm

変化に伴う水量差は少なく、セメントの種類による影響も少なくなっている。なお、伊東ら²⁸⁾山本²⁹⁾らは、単位セメント量と単位水量を一定とした場合、VB値の最小となる細骨材率がありこれが最適細骨材率であると報告しており、とくに、砕石コンクリートやかた練りコンクリートではVB試験により最適細骨材率を決定するのが便利であると述べている²⁹⁾、したがって超早強セメントのコンクリートについてもVB値と細骨材率との関係について検討する必要があるといえる。

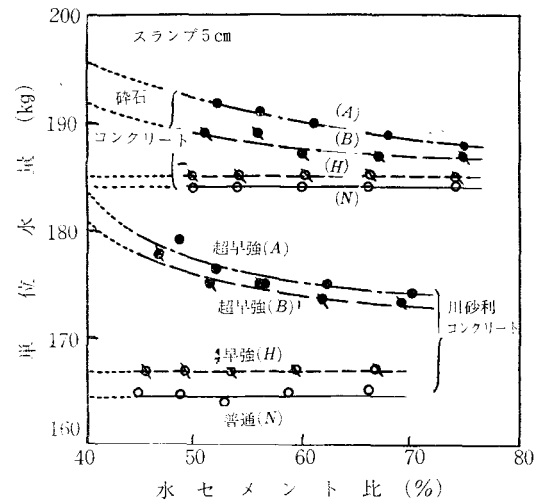
(2) 単位セメント量の影響

図—14は4種のセメントコンクリートの水セメント比と単位水量との関係を示したものであるが、前節で述べたように、両骨材の場合とも普通セメントや早強セメントのコンクリートでは水セメント比にかかわらず水量は一定となっているが超早強セメントのコンクリートでは一定単位水量の法則の適用は困難といえる。しかし、川砂利コンクリートに比べて砕石を用いた場合は水セメント比の低下すなわちセメント量の増加に伴う水量の増加がやや少なくなる傾向が見られる。また、砕石コンクリートと川砂利コンクリートとの単位水量差を示した表—9にみられるように水セメント比が50～70%の範囲では使用セメントが同じであれば両者の水量差はほぼ一定で普通セメントのコンクリートで19kgとなっており横道ら³⁰⁾の報告と同様であるが超早強セメントのコンクリートでは13～15kgの値となっており多少少なくなる傾向がみられる。なお、図—14の曲線の勾配から水セメント比40%での両者の水量差を推定すると表の()の値のようであり、超早強セメントのコンクリートでは富配合になると砕石コンクリートと川砂利コンクリートとの水量差は多少少ない目になると思われる。

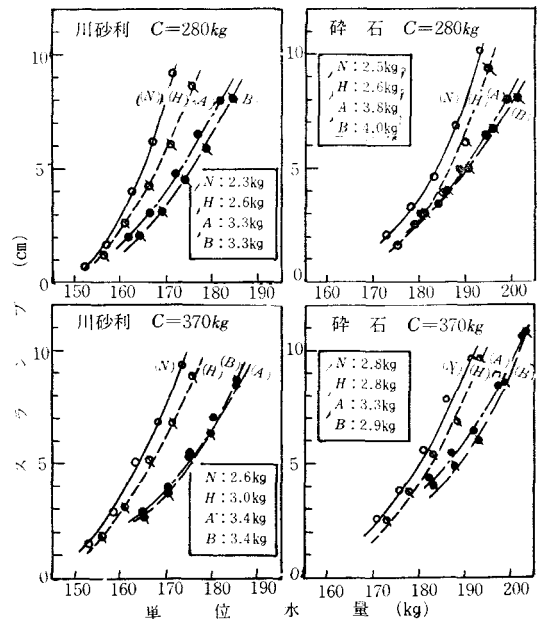
表—9 砕石コンクリートと川砂利コンクリートとの単位水量差 (kg)

セメントの種類	水セメント比 (%)			
	(40)	50	60	70
超 早 強(A)	(12)	15	15	15
超 早 強(B)	(10)	13	13	14
早 強(H)	(18)	18	18	18
普 通(N)	(19)	19	19	19

注) () 内は図—14の曲線の勾配からの推定値



図—14 水セメント比と単位水量との関係



注) 口はスランプ1cmに対する単位水量の変化量

図—15 単位水量とスランプとの関係

(3) 水量の影響

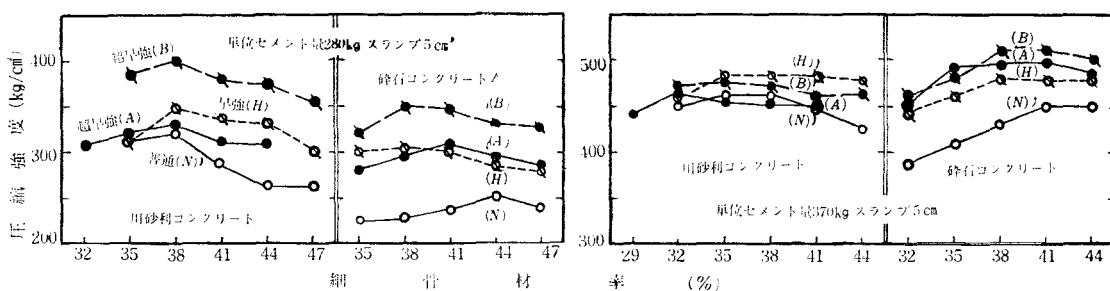
図—15は単位水量とスランプとの関係を示したものであるが前節でも述べたように所定のスランプを得るための超早強セメントコンクリートの単位水量は普通セメントや早強セメントの場合より多くその値はスランプが大きくなるほど、また、富配合になるほど大きくなっている (図—14参照)。また、碎石コンクリートは川砂利コンクリートより差が少なくなる傾向が見られる。スランプ 4～8 cm 程度のコンクリートではスランプ 1 cm の変化に対する単位水量の変化量は、普通セメントコンクリートでは約 2.5 kg で単位水量の 1.5% に相当するが、超早強セメントのコンクリートでは 3～4 kg で単位水量の 1.7～2.1% と幾分多く増減する必要がある。

4.3.2 圧縮強度に及ぼす配合の影響

(1) 細骨材率の影響

細骨材率が低すぎるとコンクリートは荒々しくなり硬化したコンクリートの表面が豆板状になったりする。また高すぎると所定のワーカビリティを得るための単位水量が多くなり水セメント比の増加やモルタルの空気量が多くなり強度低下が生じると考えられる。理論的には粗骨材の空げきを十分に満たしかつ粗骨材の表面をつつむだけのモルタル量が必要であるが、Hughes ら³¹⁾はコンクリートの圧縮強度が急激に低下する細骨材セメント比の上限と下限があるがこの範囲内で圧縮強度がどう変化するか検討する必要があると述べている。

細骨材率が圧縮強度に及ぼす影響を示した図—16にみられるように、圧縮強度が最大になる細骨材がありその値は、単位セメント量 280 kg の場合は、川砂利コンクリートではいずれのセメントコンクリートとも 38% であるが、碎石コンクリートでは、普通セメントの場合は 44%，超早強では 38～41%，富配合の単位セメント量 370 kg の場合には、川砂利の普通セメントコンクリートでは 35～38%，超早強では 32～35%，碎石の普通セメントの場合は 41～44%，超早強は 38～41% となっている。したがって、超早強セメントを用いる場合には強度面よりみて普通セメントの場合より細骨材率を 3% 程度低くしてよいと思われる。また、碎石を用いる場合には川砂利の場合よりいずれのセメントコンクリートとも細骨材率を 3% 程度高くする必要があるといえる。なお、富配合になるといずれの場合とも細骨材率を多少低目にするのがよいと考えられる。



図—16

圧縮強度に及ぼす細骨材率の影響

(2) セメント量の影響

水セメント比と強度との関係については前節で詳しく述べたのでここでは碎石コンクリートと川砂利コンクリートとの相異に注目すると、図—17にみられるように、材令 7 日では両骨材の場合とも超早強セメントのコンクリートの強度は大となっているが、28 日になると、川砂利コンクリートでは早強セメントのコンクリートより強度が低くなるものがある。これは前節の結果 (図—9 参照) と同様である。一方、碎石コンクリートの場合は超早強 2 種の強度が大でセメント水比の増加に伴う強度の伸びも大となっている。これは図—14 (P125) や表—9 (P125) に示したように、超早強セメントのコンクリートは

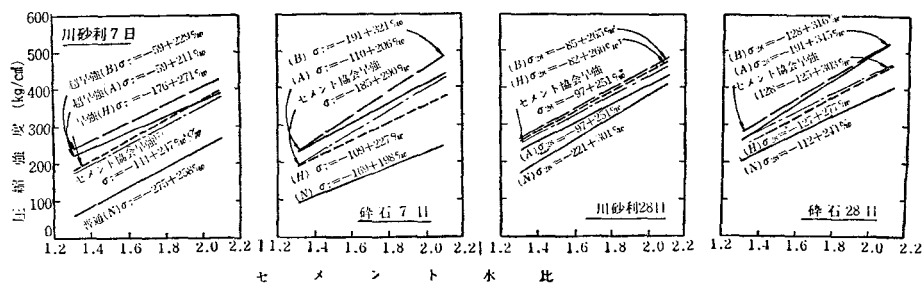


図-17

セメント水比と圧縮強度との関係

砕石コンクリートと川砂利コンクリートとの水量差が普通セメントや早強セメントのコンクリートより少ないこと、富配合にしても単位水量の増加が川砂利より砕石の場合が多少少ないこと、砕石の表面とセメント粒子の付着が他種セメントの場合よりよいことなどのためと考えられる。

したがって、図-18にもみられるように超早強セメントを用いる場合には強度的には砕石の使用が比較的に有利で単位セメント量が300kgをこえる場合には川砂利コンクリートより圧縮強度は大となるといえる。

(3) 水量の影響

コンクリートの配合を選定する場合の水セメント比は、強度、耐久性、水密性より決定するが骨材の含水状態（とくに現場では湿潤状態で使用することが多い）によってコンクリートの水セメント比が変化し所望の品質が得られない場合がある。表-10は単位水量が20kg変化した場合の圧縮強度の変化を示したものであるが、平均値をみると普通セメントのコンクリートでは100kg/cm²であるのに対し超早強セメントのコンクリートは77, 81kg/cm²でわずかに少なくなる傾向がある。

(4) 7日強度と28日強度との関係

セメントの水和はある限度までは材令とともに進行しコンクリートの強度は高くなる。現在設計基準強度はほとんど材令28日強度を用いているが、7日強度より28日強度

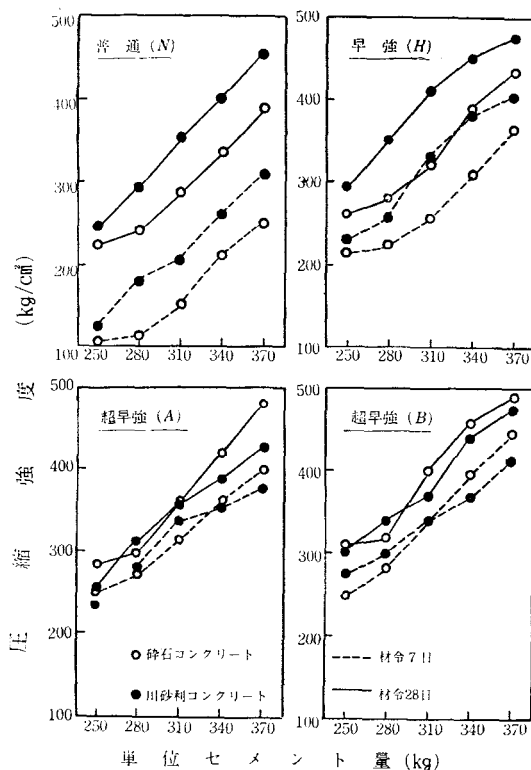


図-18 圧縮強度に及ぼす単位セメント量の影響

表-10 単位水量20kgの差によるコンクリートの強度差 (kg/cm²)

セメントの種類	材 令 7 日		材 令 28 日		平 均
	川 砂 利	砕 石	川 砂 利	砕 石	
超 早 強(A)	57 (52)	85 (79)	83 (42)	125 (89)	77
超 早 強(B)	86 (58)	61 (73)	101 (80)	71 (97)	81
早 強(H)	94 (81)	72 (84)	109 (73)	105 (68)	86
普 通(N)	77 (115)	50 (86)	101 (173)	77 (117)	100

注) 単位セメント量は280kgと370kgで()内は370kgの場合

を推定する試みもなされその関係式も報告¹⁴⁾³²⁾されている。表一11は7日強度と28日強度との関係式およびそれらの式による28日強度の推定値をセメントの種類別に比較したものであるが、超早強セメントのコンクリートは初期材令で高強度が得られるため材令7日より28日への強度の伸びは普通セメントや早強セメントの場合より少なくなっている。

表一11 7日強度より28日強度の推定値の比較

セメントの種類	関係式	28日強度の推定値(kg/cm ²)		
		$\sigma_7=200$	$\sigma_7=300$	$\sigma_7=400$
超 早 強 (A)	$\sigma_{28}=1.19\sigma_7-16$	222	341	460
超 早 強 (B)	$\sigma_{28}=1.01\sigma_7+53$	255	356	457
早 強 (H)	$\sigma_{28}=1.03\sigma_7+68$	274	378	480
普 通 (N)	$\sigma_{28}=1.21\sigma_7+96$	338	459	580
日本建築学会 ³¹⁾ 早強	$\sigma_{28}=1.00\sigma_7+80$	280	380	480
セメント協会 ¹⁴⁾¹⁷⁾ 普通	$\sigma_{28}=1.35\sigma_7+30$	300	435	570
	$\sigma_{28}=1.24\sigma_7+66$	314	438	562

注) 試験個数は各セメントコンクリートとも50個

4.4 ま と め

本節の結果をまとめるとつぎのようである。

(1) 超早強セメントを用いたコンクリートでは細骨材率の増減に伴う単位水量の増減は普通セメントや早強セメントのコンクリートの場合より少なく、川砂利コンクリートでは普通セメントの場合の約半分で細骨材率1%に対し約0.5%となっている。

(4) 碎石コンクリート、川砂利コンクリートとも超早強セメントのコンクリートでは富配合になるにつれて単位水量を増加する必要があり一定単位水量の法則は適用しにくい。一方、碎石コンクリートと川砂利コンクリートとの単位水量差は普通セメントや早強セメントの場合に比べて小さくなる傾向がある。

(3) スランブ4~8cmのコンクリートではスランブ1cmの増減に対し普通セメントのコンクリートでは単位水量を約1.5%増減すればよいが超早強セメントの場合は1.7~2.1%と幾分多く変化さす必要がある。

(4) 超早強セメントのコンクリートでは粗骨材の最大寸法が20mmの場合、細骨材率が、川砂利コンクリートで35~38%，碎石コンクリートで38~41%で強度が高くなる傾向があり普通セメントコンクリートの場合より細骨材率を3%程度少なくできる。

(5) 超早強セメントを用いる場合、川砂利コンクリートではセメント水比の増加による強度の増進率が普通セメントや早強セメントのコンクリートより小さくなる傾向があるので富配合にする場合は碎石の使用が有利であると考えられる。

(6) 超早強セメントコンクリートは7日強度(σ_7)より28日強度(σ_{28})への増進率は普通セメントや早強セメントの場合より低く、両者の関係はセメントの種類により次式で示される。

超早強セメントコンクリート(A)

$$\sigma_{28}=1.19\sigma_7-16$$

超早強セメントコンクリート(B)

$$\sigma_{28}=1.01\sigma_7+53$$

次回は強度や動弾性係数などに及ぼす低温養生、蒸気養生などの養生条件の影響、AE剤、減水剤、ボゾランなどの各種混和材料の影響および結論を述べる。

参 考 文 献

- 1) セメント協会：セメントコンクリート，No.307，pp.62—63（1972.9）
- 2) 門司 唱：コンクリート製品，No.202，pp.6—13（1970.3）
- 3) 新材料工法委員会：コンクリートジャーナル，Vol.8，No.5，pp.91—106（1970.5）
- 4) 河野・水口・竹村：第21回土木学会中国四国支部学術講演集，pp.53—54（1969.7）
- 5) 塚山隆一：コンクリートジャーナル，Vol.6，No.12，pp.35—38（1968.12）
- 6) 斉藤・植田・加藤・土岐：セメント技術年報，XXV，pp.187—192（1970）
- 7) 狩野春一（監修）：コンクリート技術事典，pp.319（1968）
- 8) 彰国社（刊）：コンクリート工学（Ⅰ）施工10，pp.224—226
- 9) 近藤・坂：コンクリート工学ハンドブック，pp.218（朝倉書店）
- 10) 国民科学社：土木材料学，pp.178—179
- 11) A.R. Cusens：Mag of Conc. Research，No. 22，pp. 23—30（1956）
- 12) P. Klieger：Jour. of Am. Conc. Inst. Vol. 62，No. 1，pp. 1—21（1965）
- 13) 森 茂二郎：セメント技術年報Ⅷ，pp.265—269（1954）
- 14) セメント協会：コンクリート専門委員会報告F—19（1965.5）
- 15) I. Lyse：Proc. ASTM. Vol. 32，Part III（1925）
- 16) 葛城浩三：セメントコンクリート，No.234，pp.15—19（1966.8）
- 17) セメント協会：コンクリート専門委員会報告F—16（1966.9）
- 18) 福島・御所窪：セメント工業，No.105，pp.6—10（1970.6）
- 19) I.L. Lynn，K.E. Plamer：Proc. ASTM 61，pp. 1180（1961）
- 20) H.F. Gonnerman，E.C. Shuman：Proc. ASTM 28 Part II pp. 527（1928）
- 21) 狩野春一：建築学会論文集第9号pp.17（1938.4）
- 22) たとえば9)と同じ，pp.304
- 23) セメント協会：コンクリート専門委員会報告F—6（1958.5），F—7（1959.5）
- 24) 丸安・水野：コンクリート工学（コロナ社）
- 25) 高野俊介：セメント技術年報Ⅲ，pp.363—371（1951）
- 26) 奥島・小阪：日本建築学会研究報告31号，pp.37—40（1955）
- 27) 近藤泰夫（訳）：コンクリートマニュアル（オーム社），pp.127（1966）
- 28) 伊東・磯崎・養王田：セメントコンクリート，No.232，pp.2—7（1966）
- 29) 山本泰彦：コンクリートジャーナル，Vol.7：No.11，pp.11—21（1969.11）
- 30) 横道・林・田口：セメント技術年報，Ⅶ，pp.238—241（1953）
- 31) B.P. Hughes：Mag. of Conc. Reserch. Vol. 19，No. 60，pp. 165—172（1967）
- 32) 日本建築学会：JASS 5，pp.528—538（1963）

構 造 耐 力 試 験 に つ い て

(1930年に竣工した建築物について)

(建築学科) 高 井 芳 治 ・ 清 和 四 士
西 村 光 正 ・ 福 原 安 洋
正野崎 昭 二

On the Examination of Structural Strength

(On the Structure which was Completed on 1930)

Yoshiji TAKAI,
Kazuyoshi SEI,
Mitumasa NISHIMURA,
Yasuhiro FUKUHARA
and Shoji SHONOZAKI

In this report, we investigated and examined the possibility of the extension of the building which was built on 1930.

§ 1. 序

この報告は、現在のような建築学の発達していない昭和5年3月に竣工された呉共済病院看護婦宿舎（鉄筋コンクリート造3階建て）が、4階を増築するに際し、その増築が可能かどうかをいろいろな角度から調査、検討したもので、ここに調査別に検討しながら報告する。

§ 2. 建築物概要

建物用途：看護婦宿舎

構 造：鉄筋コンクリート造3階建て

床 面 積：1階 $571.363m^2$ 2階 $564.813m^2$ 3階 $564.813m^2$

塔屋 $37.100m^2$ 延床面積 $1738.089m^2$

階 高：1階 $4.10m$ 2階 $3.03m$ 3階 $3.03m$

軒 高： $11.11m$

屋 根：アスファルト防水層施工の上クリンカータイル貼り

外 壁：ドイツリシン仕上げ

内 壁：漆喰塗り仕上げ

設 計 者：池田忠司氏（当時海軍 死去）

施 工 者：旗手組（神戸市）

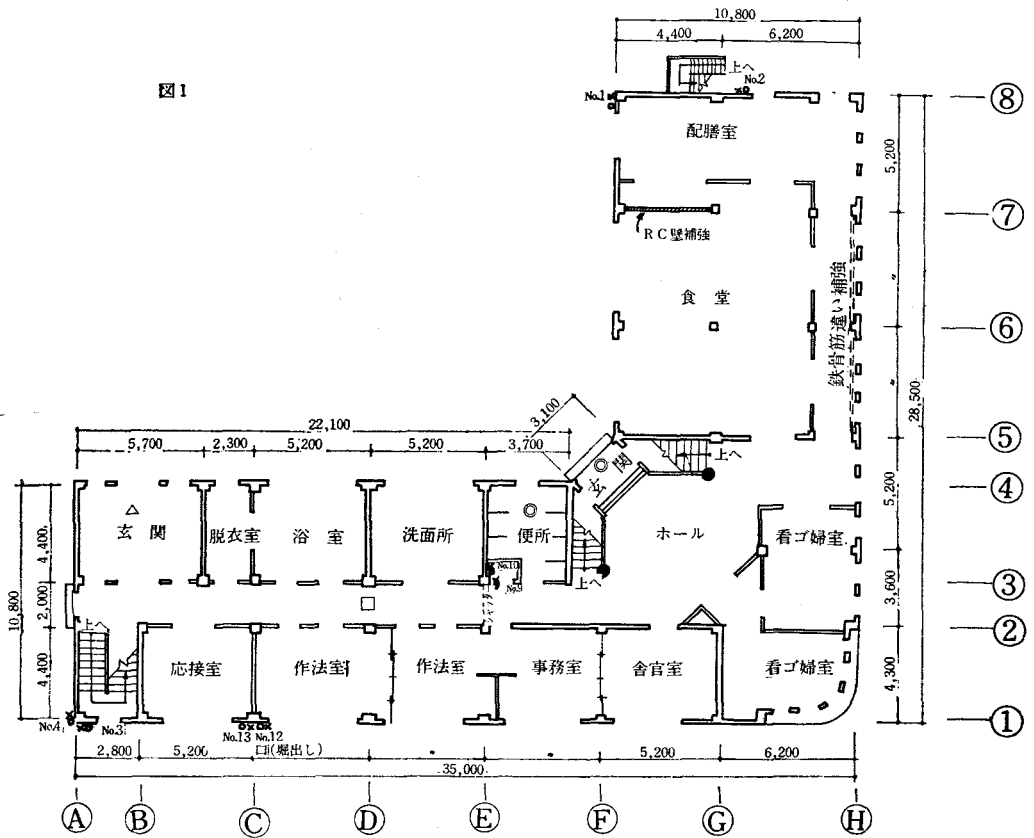
竣 工：昭和5年3月

経過年数：42年余

被 災：空襲による火災延焼は道路反対側までで、直接火害を受けていない。

改 修：小規模の模様がえが行なわれているが、詳細については明らかでない。

図1～図4は各階平面図を示している。



1階平面図

凡 例

中性化試験：○印

シュミットハンマー：×印

梁の載荷試験：△印

基礎形式測定：□印

不同沈下測定：●印

振動試験測定：◎印

〃 荷重落下点：◎印

図2

2階平面図

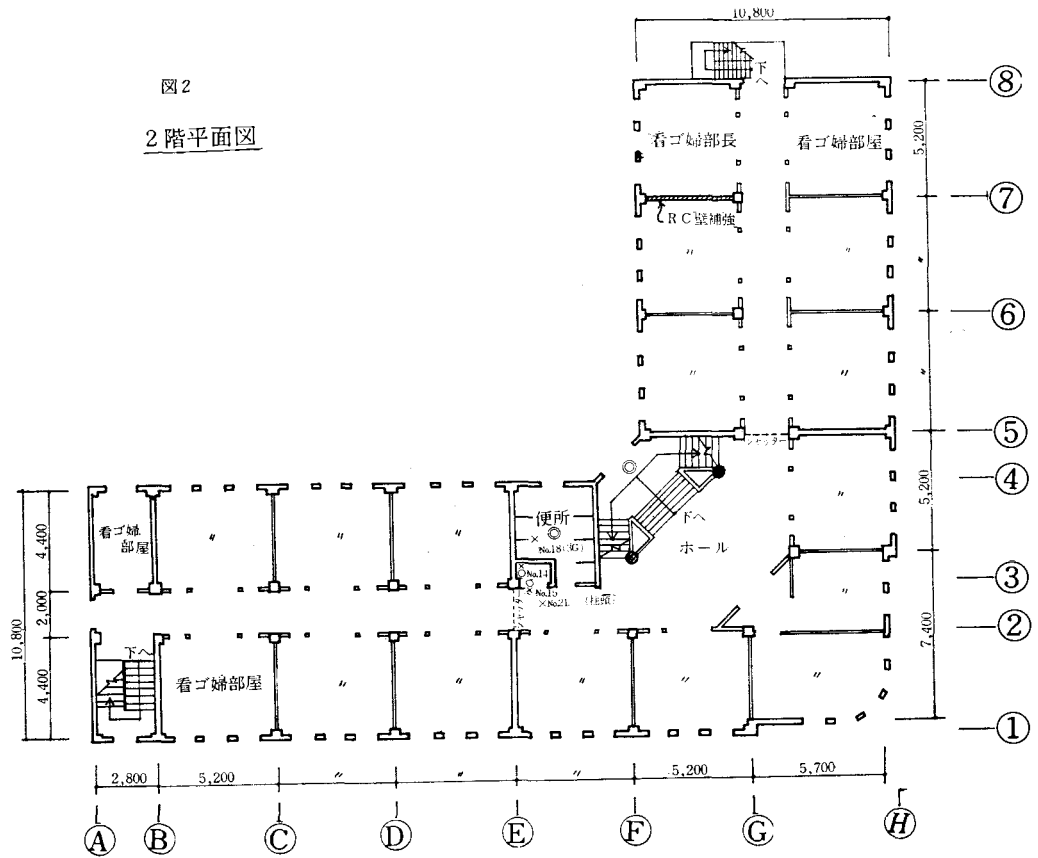
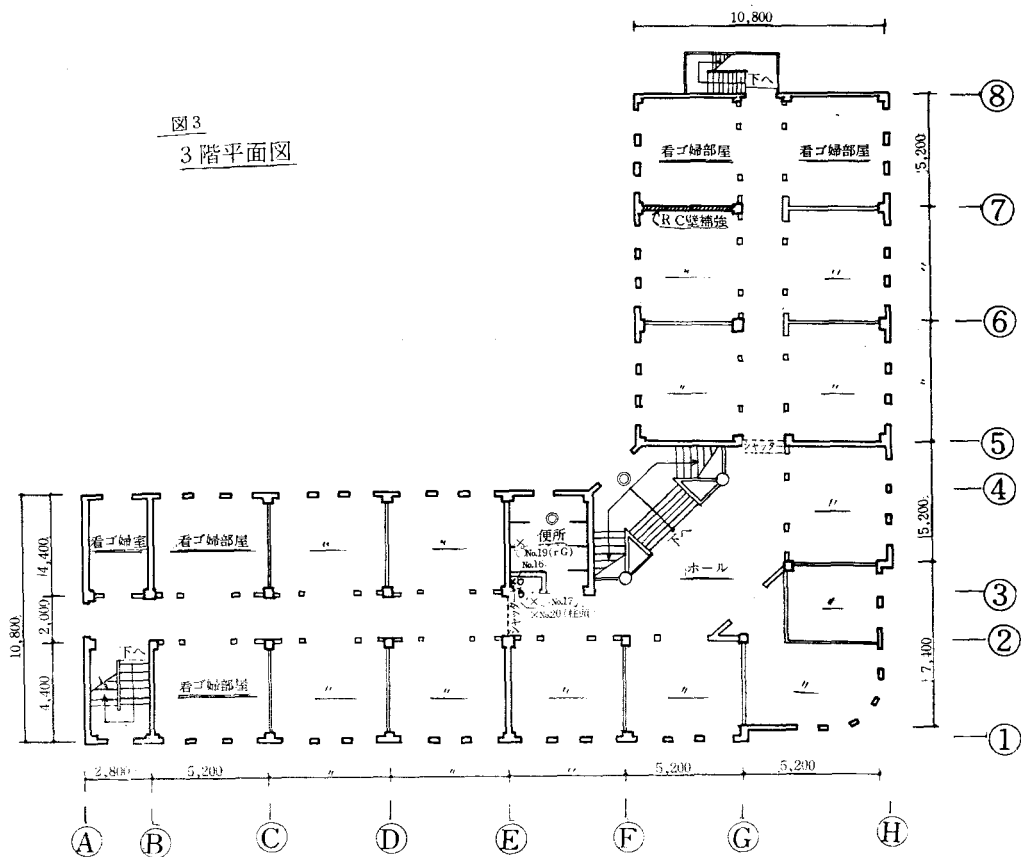
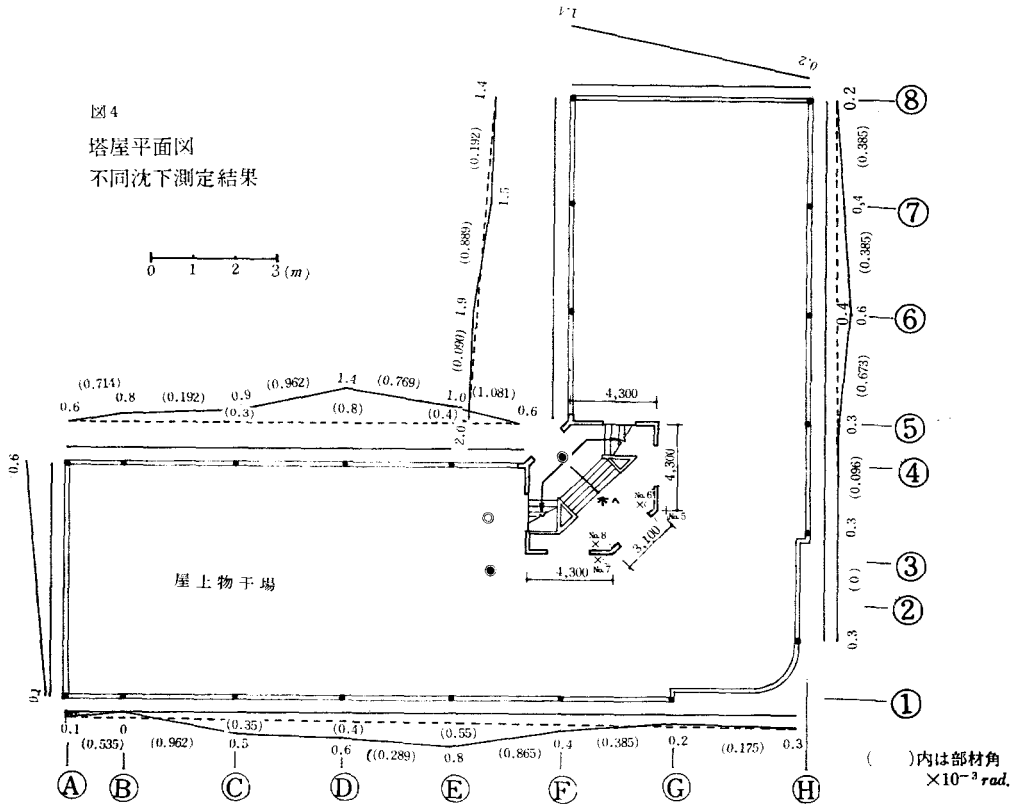


図3

3階平面図



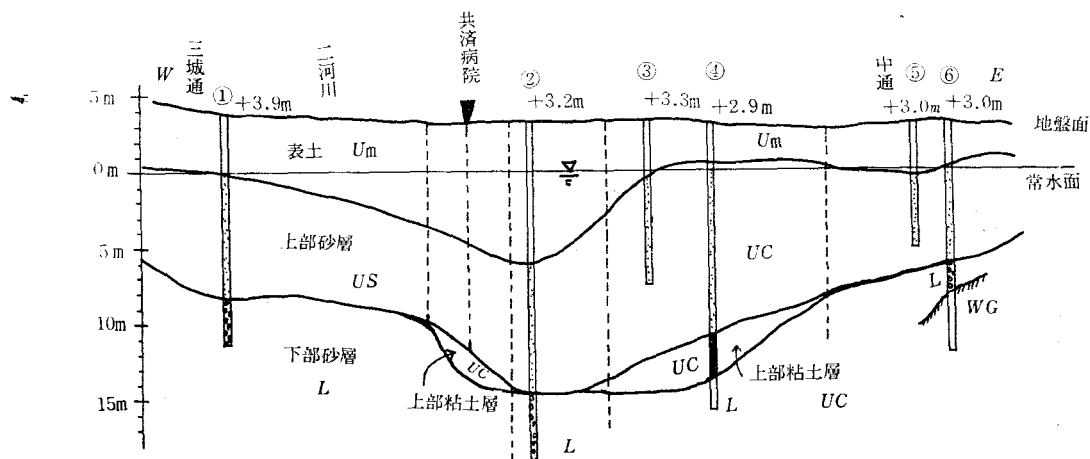


§3. 地盤概況

当地点において直接地盤状況を知る資料はないので、日本建築学会中国支部基礎地盤委員会より発行された呉市地盤図より概略図を推定した。そのボーリング柱状図および等深線を基にして地層断面図を描いたものが図5および図6である。当該地点における地層は、これより、6～8 mの表土および上部砂層の下部に、厚さ1 m程度の上部粘土層が予想される。付近のボーリング柱状図から推定されるN値は表土層で7～15、上部砂層で10～20位に分布しており、過去40年間に当建物が不同沈下を生じていないことや、付近の地盤を乱すほどの工事も行なわれていないことを考慮すると、かなり安定した地盤であるといえる。

図5

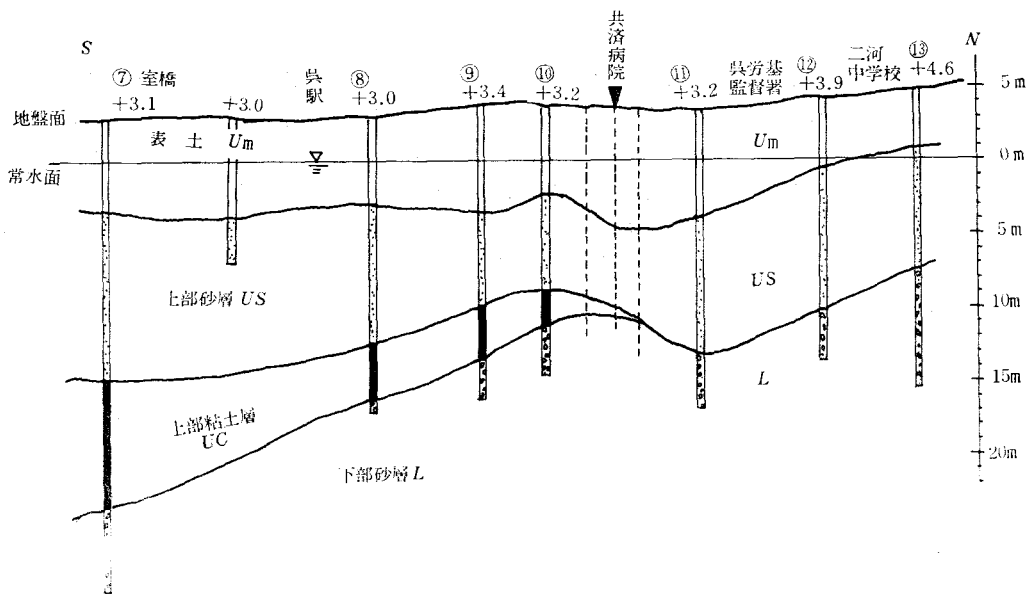
地層断面図



推定に用いたボーリング地点及び名称

- | | |
|---------------------|------------------------|
| ① 三城3丁目15-18 厚井商店 | ④ 中央3丁目9 朝日新聞呉通信局 (修正) |
| ② 中央3丁目10-6 呉市水道局庁舎 | ⑤ 中央4丁目 井上一誠堂ビル |
| ③ 中央3丁目5-8 瀬山ビル | ⑥ 同上 |

図6



- | | | |
|--------------|--------------|--------------------|
| ⑦ 船園町 | 中央棧橋待合所 (修正) | ⑪ 西中央3丁目5 呉市二河改良住宅 |
| ⑧ 中央1丁目1-25 | 増岡組駅前ビル (修正) | ⑫ 西中央4丁目10 二河中学校 |
| ⑨ 西中央1丁目6-27 | 日本専売公社呉出張所 | ⑬ 同上 二河小学校 |
| ⑩ 西中央2丁目1-25 | 呉税務所 | |

§4. コンクリート強度及び鉄筋配筋について

コンクリート強度は表1に示すように、シュミットハンマーを使った水平打撃で梁5，柱8，壁8計21か所の反発硬度を，各か所について15箇以上求め，仮平均値から採用範囲を定めて，適正值のみ採用し，グラフからシリンダー強度に換算したものである。中性化の項でも述べるが， ${}_1C_{A1}$ 柱脚において不良部分“す。”を見出した以外は各測定点共外見上良好な施工で，寸法精度は地中梁でもそろっている。換算強度の総平均は 387kg/cm^2 と非常に高く，梁・柱・壁の平均値は410，372， 387kg/cm^2 となって大差のないことを示している。最大偏差は 182kg/cm^2 が柱にあらわれており， ${}_1C_{C1}$ 柱脚でコンクリート強度は 205kg/cm^2 が見出されているが，これが測定中の最低値であり，鉄筋コンクリート常用設計における F_c と比較してなんらそんな色がない。標準偏差 87.4kg/cm^2 も当時のコンクリート工事としてみれば致し方ないことで，既存部分の検討に際しても $F_c=210\text{kg/cm}^2$ を採用してよいと判断できる。

鉄筋配筋の実状については，柱筋が ${}_1C_{A1}$ 柱脚において中性化測定時に明らかになり，梁配筋については ${}_2G_{FG-6}$ の端部上端においてコンクリートをはつて確認し，その他についてはテーバ・パコメーターにより配筋状態を推定したが，測定した範囲では配筋は規則的で良好であると判断できる。

表1

コンクリート強度一覧表 1の1

1. コンクリート強度判定方法：シュミットハンマー法
2. 測定年月日：昭和47年7月20日～7月24日
3. 打撃方法：主として水平方向

番 号	位置・記号	換算強度 kg/cm^2											仮 n m, v	範 囲	n m, v
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1 (No. 1)	地 中 梁 側 面 FG_{F1-8}	380	34	39	38				40		37	39	20	34～	14
			36	36	37		38		40	35	35	38	37.05	40	37.2
2 (No.13)	地 中 梁 側 面 FG_{C-P1}	243	29	31	33	30	33	31	29	28	33	29	15	27.5～	15
			33	31	29	30	28						30.47	33.5	30.5
4 (No.18)	梁 ${}_3GE_{3-4}$ 側面 2階掃除具入	475	45	43	39	43	40	45		40	39	41	18	38.3～	17
			43	40	42	45	44	39	43	40			41.83	45.3	41.6
4 (No.19)	梁 ${}_3GE_{3-4}$ 側面	445	41	40	38	37	39	37	42	43	44	42	15	36.6～	15
			42	39	38	38	42						40.13	43.6	40.1
5 (No.11)	梁 ${}_2GG-H_6$ 下 向 打 撃	505	38		39	40	37	36	39	39	39	42	18	36.2～	16
			43	39	41	43		39	39	43			39.72	43.2	39.7
6 (No. 4)	柱 ${}_1C_{A1}$	237	29	32			32		29	30	28	27	20	27～	10
					33		33			28			30	33	30.1
7 (No. 3)	柱 ${}_1C_{A1}$	315				37	36	31	35	37	35	32	20	31.3～	17
			31	35	36	33	33	35	33	31	35	36	34.35	37.3	34.2
8 (No.12)	柱 ${}_1C_{C1}$	205			28	29	31	28	28	29	28	28	16	25.7～	14
			27	26	29	26	28	29					28.75	31.7	28.1
9 (No.15)	柱 ${}_2CE_3$	437	41	39	41	40	38	39	28	39	40	42	16	36.4～	16
			43	38	38	40	41	42					39.94	43.4	39.9
10 (No.21)	柱 ${}_2CE_3$ No. 15 の 柱 頭	455	38	42	38	41	43	40	42	39	40	39	17	37.1～	17
			41	38	43	39	42	43	43				40.65	44.1	40.6
11 (No.17)	柱 ${}_3CE_3$	477				40	40	41	42	42	41		18	36.8～	14
			40	42	43	43	44	43	40	43			40.33	43.8	41.7
12 (No.20)	柱 ${}_3CE_3$ No. 17 の 柱 頭	437	40	41	42	38	39	37	42	40	40	38	15	36.4～	15
			40	40	42	42	38						39.93	43.4	39.9
13 (No. 9)	柱 ${}_1CE_3$	412	36	40			39		36	40	40	39	21	35～	18
			9E 37	36	40	40	38	37	39	42	40	40	38.48	42	38.8

14 (No.10)	壁 $1W_{E3-4}$	450	38 41 39	42 41 39	42 40 39	39 42 39	39 40 39	38 41 39	38 42 39	41 43 39	41 43 39	37 39 37	21 40.24 20	36.7~ 43.7 31.5~	21 40.2 16
15 (No.2)	壁 $1W_{GH-3}$	315	32 32	33 37	33 33	31 34	36 31	37 36	37 37	31 37	37 37	20 34.5	31.5~ 37.5	16 34.2	
16 (No.14)	壁 $2W_{E3-4}$	445	39 38	42 44	43 39	42 38	39 43	38 39	42 43	43 38	38 38	16 40.75	37.2~ 44.2	15 40.4	
17 (No.16)	壁 $3W_{E3-4}$	392	39 37	40 38	38 37	39 41	39 36	37 36	39 37	36 37	36 37	18 38	34.5~ 41.5	17 37.8	
18 (No.5)	壁 pW	340	37 37 37	32 37 37	35 37 32	37 38 38	37 33 33	37 33 33	32 33 33	32 38 38	22 35.14 35.14	32.1~ 38.1 38.1	16 35.2 35.2		
19 (No.7)	壁 pW	400	35 38 39	38 40 39	39 36 37	39 40 39	40 37 38	39 36 39	38 36 39	40 37 37	26 37.77 37.77	34.3~ 41.2 41.2	23 38.1 38.1		
20 (No.6)	壁 pW	298	30 34 31	36 33 36	30 35 33	36 33 31	36 31 31	31 35 35	31 35 35	30 34 34	33 33.18 33.18	22 36.2 36.2	30.2~ 33.1 33.1	18 33.1 33.1	
21 (No.8)	壁 pW	458	39 44 37	39 41 40	41 38 43	40 38 44	39 43 44	40 42 44	40 42 44	42 41 41	39 40.54 40.54	26 44 44	37~ 40.7 40.7	23 40.7 40.7	

測定値全平均	$n = 21$	$\Sigma = 8121$	$mv = 387kg/cm^2$
最大偏差			$182kg/cm^2$
梁 平均	$n = 5$	$\Sigma = 2048$	$mv = 410kg/cm^2$
柱 平均	$n = 8$	$\Sigma = 2975$	$mv = 372kg/cm^2$
壁 平均	$n = 8$	$\Sigma = 3098$	$mv = 387kg/cm^2$
標準偏差			$87.4kg/cm^2$

§5. 中性化測定

コンクリートの中性化を調べる為に、薬液としてフェノールフタレイン1%溶液を使用した。この建物については表2のように19か所において実施したが、はつりはコンクリートドリル及びはつりのみによってコンクリートに穴をあけ、直後にフェノールフタレインを塗布または吹付け、穴周囲の中性化深度平均をノギスで測定した。中性化深度測定値の最大はA-1柱 柱脚にみられた“す”の位置で6.5cmが測定され、はつりを大きくしたところ、柱主筋は錆が顕著であった。ちょうどこの位置はコンクリートの充てん不良に加えて、たて樋からの漏水が外装タイル裏面に廻って流れ、コンクリートの中性化を促進したものと思われる。また、最小値は中性化なしのもので19測点中4点を数え、外部・内部ともに見出された。内・外部の平均値の差は0.33cmで、外部がわずかに中性化進行が速い。部位別では柱2.13cm、壁1.59cm、梁0.56cmの順となっている。測定位置が限定されているので同列の比較はできないが、柱、壁に対し施工容易な梁の中性化が少ないこともうなづける。またコンクリートの打設完了後満42年を経過しているが、浜田教授の中性化式

$$t = 7.3x^2 \quad (W/C : 65\%, t : \text{経過年数})$$

に代入すると $x = 2.4cm$ となり、この程度には平均して進行しているものと予想されたが、測定19か所の平均では1.49cmで、逆に前述の式に代入すれば、まだ16.2年しか経過していないようになる。従って中性化に関しては特定のA-1柱1階柱脚部の補強だけで、他には支障がない。

表2

コンクリートの中酸化深度

	番号	位 置	中性化 深 度	内外	仕 上 げ	備 考
No. 1	1	地中梁 FGF_{7-8}	0cm	外	タイル	No. 1
No. 13	2	" $FGC-D_1$	0"	外	な し	埋戻し土 No.13
No. 11	3	梁 $_2GG-H_6$	0.6"	内	フロー リング	鉄筋はつり出し全面にて実施 No.11
No. 4	4	柱 $_1CA_1$	6.5"	外	タイル	充てん不良, 鉄筋の錆顕著, たて樋 より外装タイル下に浸水 No. 4
No. 3	5	柱 $_1CA_1$	0.3"	外	タイル	東側は健全, No. 4 と同一柱 No. 3
No. 12	6	" $_1CC_1$	0"	外	な し	埋戻し土 No.12
No. 15	7	" $_2CE_3$	3.4"	内	漆 喰	2階掃除具入れ内 No.15
No. 17	8	" $_3CE_3$	1.3"	内	"	3階 " No.17
No. 9	9	" $_1CE_3$	1.3"	内	"	1階 " No. 9
No. 10	10	壁 $_1WE_{3-4}$	2.4"	内	"	" " No.10
No. 2	11	" $_1WE_{3-4}$	2.9"	外	リン	1階窓上, 配管による剥離部分 No. 2
No. 14	12	" $_2WE_{3-4}$	1.7"	内	漆 喰	2階掃具入れ内 No.14
No. 16	13	" $_3WE_{3-4}$	1.8"	内	"	3階 " No.16
No. 5	14	" pW	1.3"	外	リン	階段室出入口付近 No. 5
No. 7	15	" pW	2.4"	外	"	" 窓下 No. 7
No. 6	16	" pW	0"	内	漆 喰	No. 5 の裏面 No. 6
No. 8	17	" pW	0.2"	内	"	No. 7 の裏面 No. 8
No. 18	18	梁 $_3GE_{3-4}$	1.4"	内	な し	2階掃具入れ天井裏 No.18
No. 19	19	" rGE_{3-4}	0.8"	内	"	3階 " No.19

 Σ 28.3cm

平 均 1.49cm

梁5カ所平均 0.56cm

柱6カ所平均 2.13cm

壁8カ所平均 1.59cm

外部8カ所平均 1.68cm

内部11カ所平均 1.41cm

(コンクリート打設完了: 昭和4年11月25日, 満42年経過)

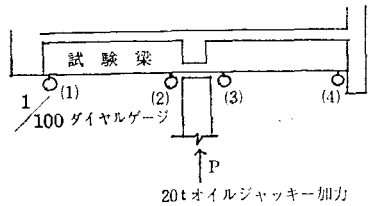
§ 6. 梁の直接載荷試験について

JASS5のB法により, 支柱 12×12 cmひのき4丁合せボルトじめとし, 20tオイルジャッキで加力した。試験位置を玄関として実施したが後日の壁体調査の時梁上部にR・C壁体があることが判明した為, 表3および図7, 図8に示すものは単なる参考にしかならないが図7は中央撓みから両端の変位を差引いた相対撓みを描いたもので, 図8は中央撓みの平均値のみを記したものである。念のため求めた残留撓み率は第1回17.9%, 第2回19.7%, 第3回1.2%であった。

表3

梁の載荷試験

		Pit	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
載荷第1回	(2)	1	3.8	6.1	8.2	10.9	12.7	14.8	16.2	18.0	20.4								
	(3)	1.5	5.1	8.5	11.7	15.0	17.8	20.5	22.7	25.6	29.0								
	m.v.	1.2	4.4	7.3	10.4	13.0	15.2	17.6	19.4	21.8	24.7								
	(1)	0	0.6	0.9	0.7	0.4	0.9	2.0	3.5	5.5	7.5								
	(4)	0	2.0	5.5	8.5	12.1	15.4	18.2	21.3	27.0	34.2								
	m.v.	0	1.3	3.2	4.6	5.8	7.2	8.1	8.9	10.8	13.4								
	撓み	1.2	3.1	4.1	5.4	7.2	8.0	9.5	10.5	11.0	11.3								
	(2)	3.7	6.6	9.4	12.0	16.0													
	(3)	7.0	10.9	14.3	17.2	22.3													
	m.v.	5.4	8.8	11.8	14.6	19.2													
	(1)	-2.0	-3.5	-4.0	-4.2	-3.8													
	(4)	8.4	13.1	11.8	19.9	25.0													
載荷第2回	m.v.	3.2	4.8	6.4	7.8	10.6													
	撓み	2.2	4.0	5.4	6.8	8.6													
	(2)	3.7	5.8	8.2	11.3	13.4	15.8	17.9	19.5	21.2	21.8	21.5	21.0	20.5	20.9	20.3			
	(3)	7.0	9.5	12.9	16.3	18.9	21.9	24.4	26.9	29.3	30.9	33.2	35.9	37.8	39.7	41.2			
	m.v.	5.4	7.6	10.6	13.8	16.2	18.8	21.2	23.2	25.2	26.4	27.4	28.4	29.2	30.3	30.8			
	(1)	-2.0	-0.7	-0.9	-0.9	-1.0	-1.2	-2.1	-3.0	-4.1	-5.5	-8.6	-12.9	-16.0	-20.0	-24.5			
	(4)	8.4	13.0	18.1	20.5	22.2	25.2	30.1	32.1	35.4	39.1	47.0	55.8	63.1	71.0	78.2			
	m.v.	3.2	6.2	8.6	9.8	10.6	12.0	14.0	14.6	15.6	16.8	19.2	21.4	23.6	25.5	26.8			
	撓み	2.2	1.4	2.0	4.0	5.6	6.8	7.2	8.6	9.6	9.6	8.2	7.0	5.6	4.8	4.0			
	(2)	6.1	6.1	6.2	7.0	8.5	10.4	12.1	14.1	14.8	16.2	17.9	19.5	19.5	20.0				
	(3)	14.7	17.8	20.0	23.2	25.5	28.1	30.6	33.2	34.3	36.6	38.8	40.8	40.9	41.3				
	m.v.	10.4	12.0	13.1	15.1	17.0	19.2	21.4	23.6	24.6	26.4	28.4	30.2	30.2	30.6				
	(1)	-5.8	-10.2	-12.2	-16.3	-18.7	-20.0	-21.0	-21.7	-23.7	-23.4	-23.7	-23.1	-24.0	-24.5				
載荷第3回	(4)	30.1	39.8	46.0	52.2	55.8	59.6	62.7	66.3	70.6	70.3	72.9	75.4	76.9	78.3				
	m.v.	12.2	14.8	16.9	18.0	18.6	19.8	20.8	22.3	23.8	23.4	24.6	26.2	26.4	26.9				
	撓み	-1.8	-2.8	-3.8	-2.9	-1.6	-0.6	0.6	1.3	0.8	3.0	3.8	4.0	3.8	3.7				
	(2)	7.9	8.3	8.3	8.0	8.5	9.5	10.8	12.1	13.8	15.0	16.2	17.6	18.6	20.2	22.7	27.5	31.3	38.5
	(3)	14.9	16.4	20.5	22.6	24.9	27.3	29.6	31.8	34.1	36.4	38.3	39.9	41.7	43.5	45.3	48.8	51.4	52.7
	m.v.	11.4	12.4	14.4	15.3	16.7	18.4	20.2	22.0	24.0	25.7	27.2	28.8	30.2	31.8	34.0	38.2	41.4	45.6
	(1)	-3.3	-3.8	-4.9	-6.9	-7.9	-9.3	-10.6	-12.2	-13.9	-15.4	-16.5	-17.6	-18.3	-18.7	-17.5	-12.2	-8.5	4.2
	(4)	30.7	36.8	41.1	46.2	50.3	54.2	57.9	62.1	65.7	68.8	72.4	76.3	78.8	80.5	81.6	79.2	75.3	66.4
	m.v.	13.7	16.5	18.1	19.6	21.2	22.0	23.6	25.0	25.9	26.7	28.0	29.4	30.2	30.9	32.0	33.5	33.4	35.3
	撓み	-2.3	-4.1	-3.7	-4.3	-4.5	-3.6	-3.4	-3.0	-1.9	-1.0	-0.8	-0.6	0	0.9	2.0	4.7	8.0	10.3
	(2)	13.2	15.8	18.3	19.8	21.4	23.2	25.5	27.0	30.0	31.7	33.3	35.8	87.9	39.5	41.3	42.2	42.5	
	(3)	10.3	14.5	17.5	20.4	23.3	26.2	28.8	30.9	34.5	37.1	39.3	42.1	44.4	46.8	49.1	49.9	50.3	
	m.v.	11.8	15.2	17.9	20.1	22.4	24.7	27.2	29.0	32.2	34.4	36.3	39.0	41.2	43.2	45.2	46.0	46.4	
	(1)	32.8	29.5	27.7	24.8	22.5	21.0	20.0	18.8	17.6	17.4	17.5	18.0	18.0	19.0	19.0	19.0	19.0	
	(4)	-9.1	-0.3	7.2	13.0	18.7	23.1	27.3	30.4	34.1	37.2	39.7	42.1	44.7	47.8	50.4	51.1	52.0	
	m.v.	11.8	14.6	17.4	18.9	20.6	22.0	23.6	24.6	25.8	27.3	28.6	30.0	31.4	33.4	34.7	35.0	35.5	
	撓み	0	0.6	0.5	1.2	1.8	2.7	3.6	4.4	6.4	7.1	7.7	9.0	9.8	9.8	10.5	11.0	10.9	



(残留撓み率: 中央撓み平均値による。(初期荷重1tをかけた値)
 (第1回 4.2/23.5=17.9%, 第2回 5.0/25.4=19.7%, 第3回 0.4/34.2=1.2%)

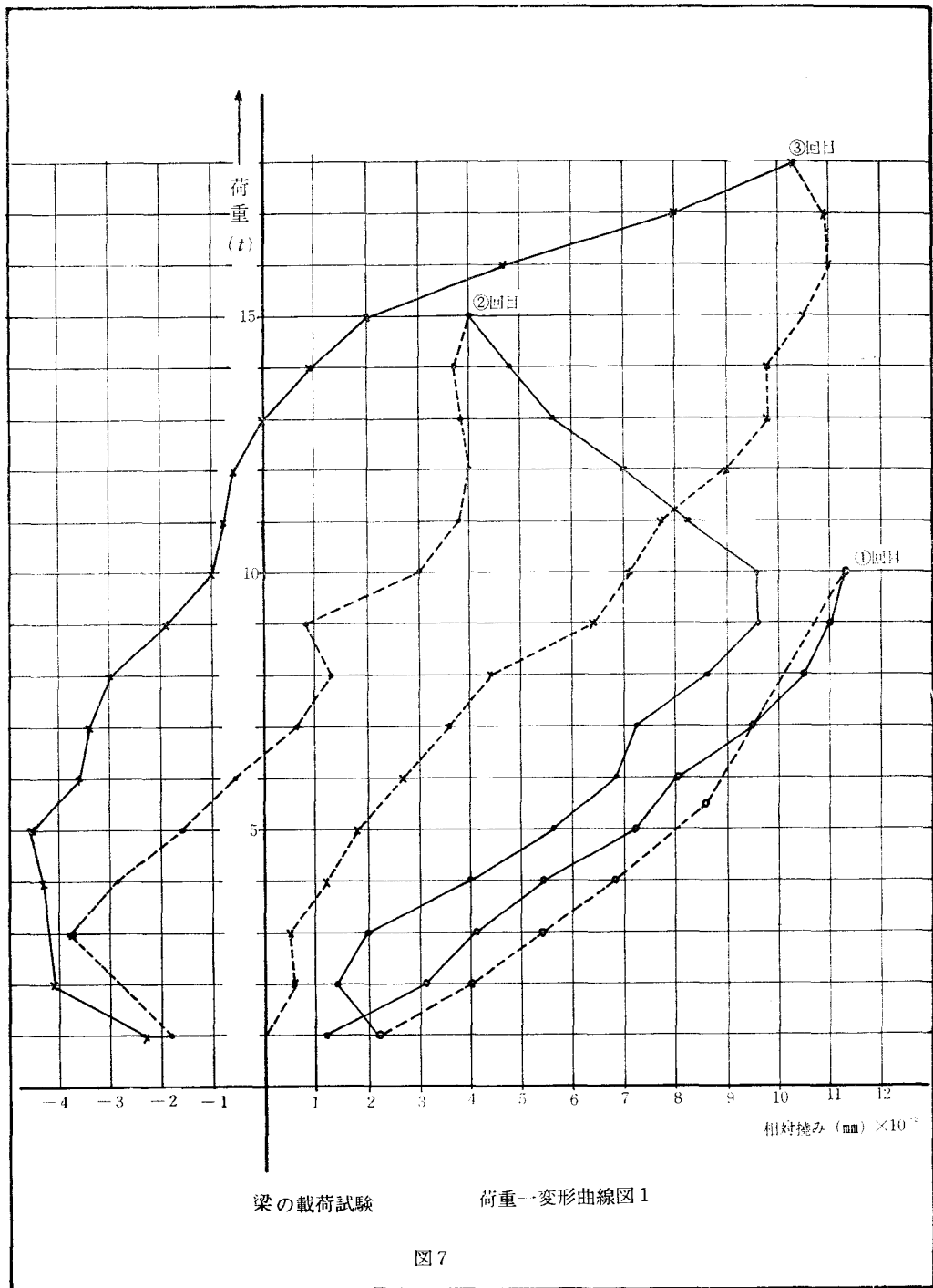
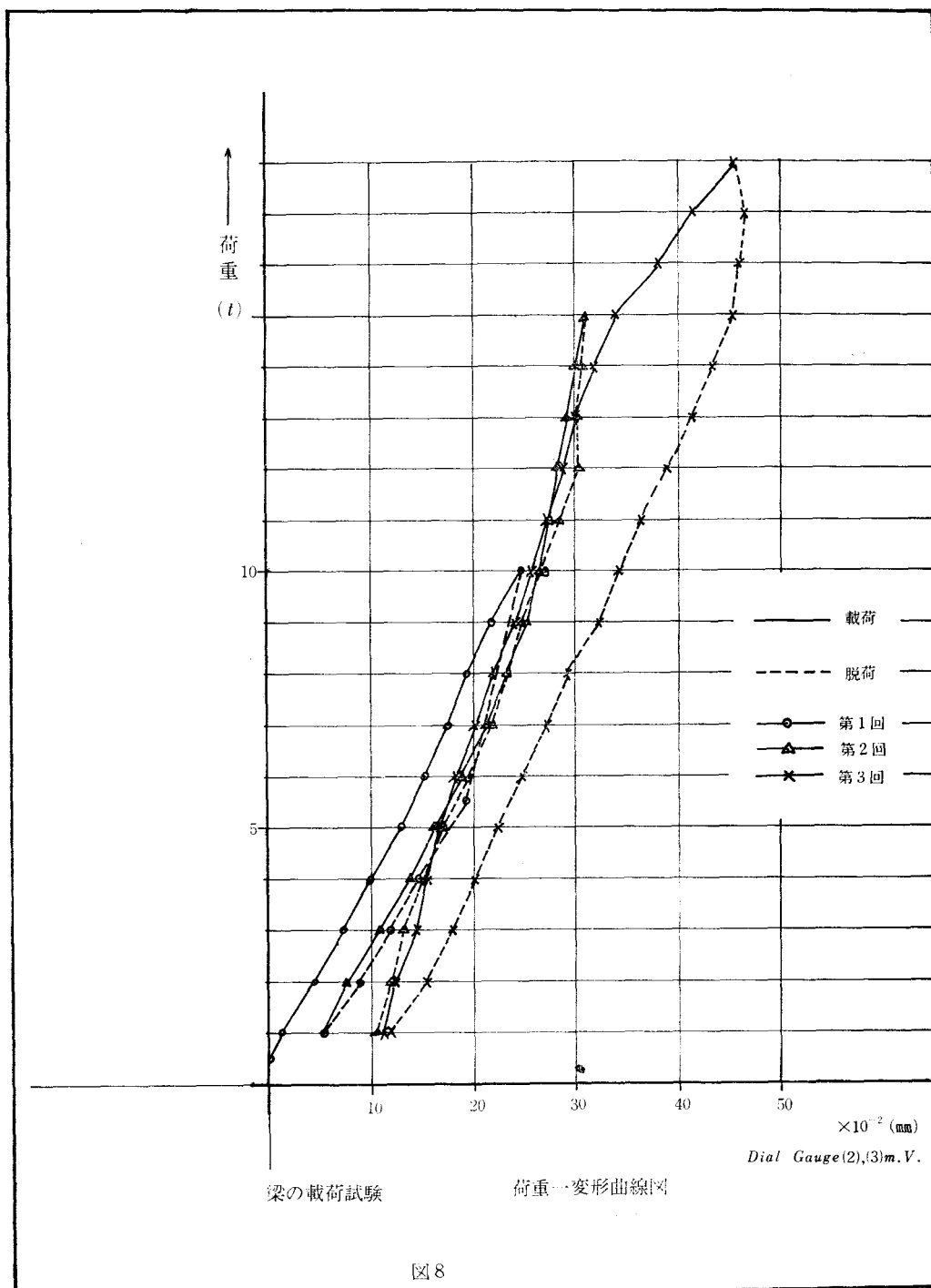


図7



§7. 振動試験及び地盤の常時微動について

振動試験は、高さ約1.4mより40kgの砂袋を落下させ、各階スラブの鉛直方向自由振動の性状を測定した。この落下点、測定点については図1～図4に示す。測定器機として、ピックアップには±5Gのストレインゲージタイプ加速度計を用い、電磁オシログラフに記録させた。それらの器機の定数を表4に示す。また1例としてR階スラブ上で測定した記録を図9に示す。これらの記録より固有周期及び減

表4 器機の定数

階		R	3	2	1
加速度計	容 量	±5 G	±5 G	±5 G	±5 G
	strain/5G	3085×10^{-6}	3353×10^{-6}	3071×10^{-6}	2925×10^{-6}
動歪計	キャリブレーション	2000×10^{-6}	2000×10^{-6}	2000×10^{-6}	2000×10^{-6}
電磁オシログラフ	測 定 No. 1 No. 2	37/12 mm	40/12 mm	41.5/12 mm	40.5/12 mm
	測 定 No. 3	39.0/9 mm	39.5/9 mm	40.0/9 mm	42.5/9 mm
	テープ速度	50cm/sec			
	タイマー	0.01 sec			

表5 固有周期

落下点 測定点	No. 1 廊下 スパン上	No. 2 スラブ中央	No. 1 No. 2	No. 1 No. 2	No. 3 階段室		
	実験値		理論値	実験/理論	実験値	理論値	実験/理論
R 階	0.019 ^{sec}	0.021 ^{sec}	0.021 ^{sec}	1.00	0.013 ^{sec}	0.010 ^{sec}	1.3
3 階	0.030	0.032	0.028	1.11	0.014		1.4
2 階	0.030	0.030		1.07	0.015		1.5
1 階	0.030	0.032		1.11	0.013		1.3
平均				1.08			1.38

表6 減衰定数 (No. 1 廊下スパン上落下の場合)

各階スラブ		上下スラブ間		計算式 減衰定数: h
階	減衰定数	階	減衰定数	
R	0.030	R~3	0.030	$h = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi}{\log ed}\right)^2}}$
3	0.030	3~2	0.025	
2	0.033	2~1	0.020	
1	0.020			
平均	0.026	平均	0.025	$d = X_n / X_{n+1}$

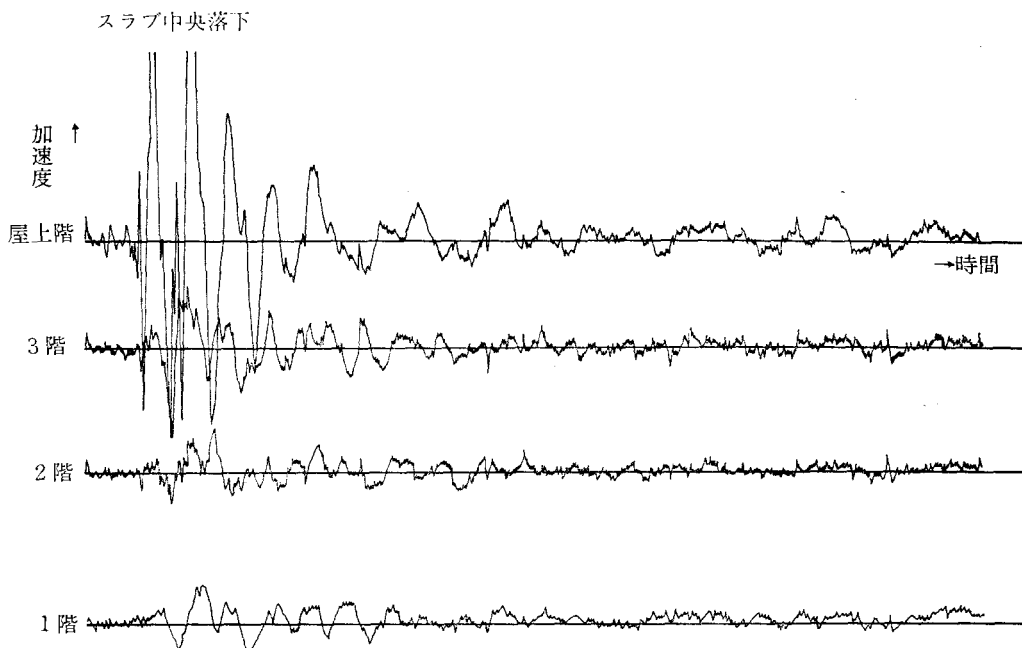


図9

衰定数を求めて表5・6に示す。なお表5における理論値は周辺固定の計算理論値であり、床仕上げは無視している。以上の結果より、固有周期は理論値に比しR階で0.91～1.00倍、一般階で平均1.08倍、階段室で平均1.38倍である。R階では床仕上げの影響を、また階段室においてはスラブの一边が自由端に近いことをおのおの考慮すれば、理論値と実験値の差は小さい。このことは、スラブ剛性が十分剛であることを示している。次に減衰定数に関しては、スラブ自体においても、層間の減衰性でも2～3.3%と小さいが、これはコンクリート部材に亀裂等の損傷が残んどなく、十分な剛性を有することを意味する。

§8. 亀裂について

調査建物について外壁表面の亀裂観察を行ったが、開口部直下及び隅角部の一部に生じているヘアークラックを除いては、構造亀裂の発生は認められなかった。これは前節振動試験の結果と一致している。室内に見受けられる漆喰面の亀裂はコンクリート構造体と木造骨組の境界に生じたもので、耐力には関係ないものである。なお、外装タイルにみられる亀裂は、調査範囲ではコンクリートとの付着不良が原因で構造体には異常がなく、外装ドイツリシンの部分補修は、位置の関係で調査できなかったが、構造体には影響しないと推定できる。

§9. 不同沈下測定及び沈下量の検討

不同沈下の測定は建設当初水平であったと推定されるパラペット天端の柱を延長した位置において、屋上に設置したテレスコープレベルにより測定した。測定結果は図4の如くなり、測定値、部材変形角、相対沈下量も併記している。測定された最大相対沈下量は0.8cm、最大部材変形角 $\theta_{max} = 0.962 \times 10^{-3} rad$ であり、建築学会規準における許容変形角 $(2 \sim 3.3) \times 10^{-3} rad$ よりはるかに小さい。また Skempton, Macdonald の関係式 $\delta_{max} = 2500 \cdot \theta_{max}$ について適用してみると $\delta_{max} = 2500 \times 0.962 \times$

$10^{-3}=2.405\text{cm}$ となり建築学会規準における許容沈下量の標準値 (5cm) 及び最大値 (10cm) を大きく下廻っている。従って現時点における基礎構造には支障はないと思われる。なお増築後に関しては推定の方法はないが、地耐力その他の点については後節で検討する。沈下量については、増築による沈下量は下部地盤の粘土層厚が薄く問題にならないと思われるが、増築による増加荷重を 0.46t/m^2 、粘土層の深さ 16m 、層厚 2m 、地下水位 3.0m 、土の単位体積重量を表土 $\gamma=1.6\text{t/m}^3$ 、 $\gamma'=0.6\text{t/m}^3$ 、上部砂層 $\gamma'=0.6\text{t/m}^3$ 、上部粘土層 $\gamma'=0.6\text{t/m}^3$ 、土質常数 $e_0=2.0$ 、 $C_e=2.0$ 粘土層中央部における有効上載圧力 12.8t/m^2 と仮定すると、建物中央部における沈下量の増加は 0.49cm となり殆んど問題はない。

§ 10. 構造耐力及び地耐力の検討

構造耐力の判定に当っては建築基準法・同施行令及び日本建築学会規準に準じて略算法により安全性の概要を知ることとした。外壁の有壁ラーメンについては柱脇及び窓上下に耐震壁の多いことから安全性が高いのでその部分を省略し、最も危険性の高いと思われる C 及び D の無壁ラーメンについて地震時の安全性を確かめた。まず第一段階においては現況における耐震性を確かめるため『鉄筋コンクリート建物の耐力診断法』により、壁量を算出したところ、壁量はほぼ満足されるが、3階において一部にわずかながら 7cm/m^2 を下廻る点があり、平面全体にやや剛心が偏る感があるので、この点を耐震壁により補強することとして、水平力の30%をラーメンに負担させることとして計算した。また、第2段階においては第1段階の資料を準用して増築後の耐震性について検討した結果、いずれも相当の余裕をもつ安全性が認められた。なお計算に際しては $f_c=140\text{kg/cm}^2$ 、 $f_t=2400\text{kg/cm}^2$ として計算した。

当建物の基礎形式は F_{c1} の掘出し、 $F_{D.2}$ 、 $F_{D.3}$ の探りにより独立基礎と推定したが、地盤性状等の詳細は不明である。呉市地盤図における近辺のボーリング柱状図を参考にし、くいの配置・本数等が不明であるので、独立フーチングとして検討すると、増築後の荷重増を考慮しても、地耐力の負担増は期待できると思われる。

§ 11. 結 論

以上各資料を検討した結果次の通りの措置が適切と判断した。

1. 増築は特に精密な構造計算により安全が立証されない限り、ラーメンの計算の荷重が 460kg/m^2 の程度とする。
2. 1階食堂・調理室 (7 ラーメン F～G 間) の位置に 1階から 3階まで各階に耐震壁を設けること。(図1～図4記入)
3. 1階食堂 H ラーメン 5～6～7 スパン (図1記入) を鉄骨筋違等で耐震補強すること。

§ 12. む す び

竣工後42年余りたつ建物であった為、当時の資料が集まらず、かなり困難な調査であったができるかぎりの角度から検討したと思っている。がしかし、建築学の発達していない当時の人が42年余りたった現在、掘り起こされたり、はつられたりするというような予想をして施工、設計したかどうかと思うと、我々も常に責任ある設計、施工にあたらなければならないと痛感した。

最後に本調査にあたり、多大な協力を頂いた本学技官大東晃三氏に厚く感謝します。

(昭和49年1月8日受付)

昭和47年度中本校教官による他誌発表論文

著 者	題 目	発 表 誌	発 表 場 所
澄 田 宏	ヘラクレイトスの自己探究	西洋古典学研究XX	岩波書店
今 井 勲 富 田 政夫 小 池 政夫	2個以上の非線形要素およびむだ時間要素を含む制御系の安定性に関する一解析法	日本機械学会講演論文集 No.725—2	中四国、九州支部合同企画 倉敷地方講演会
堀 武 夫	陸上競技の決勝線における順位判定と計時に関する研究(第3報)	日本体育学会 第23回大会号 (P.339)	昭和47年10月
	広島県における体育史研究の動向	日本体育学会広島県支部研究会	昭和47年2月 (広島女子大学)
	広島県中等学校における運動部成立の事情	広島県体育史研究会	昭和47年7月 (広島大学)
	広島県における陸上競技史の研究	広島県体育史研究会	昭和47年10月 (広島大学)
増 本 貫 一	MnAs _x Sb _{1-x} の磁性	広島大学教養部紀要	
増 本 貫 一 笠 松 義 隆	CoCr ₂ Se ₄ の磁性		日本物理学会第28回年会 講演会
茶 木 正 吉	ゼフィラミンによる微量白金の吸光光度定量法	広島大学教養部紀要 III 自然科学第5巻1~9頁 (昭和47年3月)	
久 保 田 勲	ボッシュ排気濃度についての理論的考察	日本機械学会講演論文集	日本機械学会九州支部
	ディーゼル機関の燃費特性について	〃 〃	日本機械学会関西支部
大 下 隆 章	超塑性Zn—Al合金の深絞り	日本金属学会誌 36 (1972) 1081	
	超塑性の金属加工への応用		日本金属学会シンポジウム 昭和47年11月
里 信 敏 行 片 島 三 朗 (広大工学部)	鋳鉄の金型鋳造 —基礎・事例研究と問題点—	Shell mold news No.183 (1972) 34	鋳造技術普及協会
灘 野 宏 正	“摩擦の際に発生する移動熱源による熱応力について”	“潤滑” Vol.17, No.5 (昭47—5) P.306~315	
	“凝着に及ぼす雰囲気及び材料のかたさの影響について”	潤滑学会九州大学前刷 P.89~92	全国大会 長崎
村 上 滋 樹	“回路網設計・解析への線形計画法の適用とその効果について”	電子通信学会論文誌A, Vol.55—A, No.11 1972年11月	
久 良 喜代彦	打撃応力波によるポアソン効果について		プレストレス技術協会PCKい施工小委員会 (47年2月1日)
石 井 義 明	大阪洪積粘土の物理・力学的性質について	土木学会中・四国支部 年次学術講演概要	土木学会中国、四国支部 (昭和47年5月)
石 井 義 明 西 谷 庸 雄	洪積粘土の異方性に関する二・三の実験結果	土木学会全国大会 年次学術講演概要	土木学会 (昭和47年10月)
竹 村 和 夫	超早強ポルトランドセメントを用いたコンクリートに対する混和材料の影響	セメント技術年報XXVI	第26回セメント技術大会 (東京 昭和47年5月)
	超早強ポルトランドセメントを用いたコンクリートの強度に及ぼす配合の影響	土木学会中国四国支部年次学術講演概要集	土木学会中国四国支部 (高松 昭和47年5月)

著 者	題 目	発 表 誌	発 表 場 所
竹 村 和 夫	ジェットセメントを用いたモルタルの強さおよび乾燥収縮について	土木学会中国四国支部年次学術講演概要集	土木学会中国四国支部 (高松 昭和47年5月)
	超かに練りコンクリートに対する混和材料の影響	コンクリートジャーナル Vol.10 No.7	
	土木用即時脱型ブロックに用いるコンクリートの締固め条件と適正配合について	セメントコンクリート No. 305	
	超早強セメントコンクリートの配合とワーカビリティおよび強度	土木学会全国大会年次学術講演概要集	土木学会 (福岡昭和47年10月)
清 和四士	「木造建築の耐力診断について」	日本建築学会中国・九州支部研究報告 第2号	日本建築学会中国・九州支部合同発表会 (昭和47年3月広島)
	「アスファルトタイル床の剥離試験」	日本建築学会中国支部研究報告	日本建築学会中国支部研究発表会 (昭和47年9月 広島)
藤 井 健	木工関係工場の騒音防止に関する研究(その1 製材工場周辺の塀の必要高さについて)	日本建築学会研究報告 (中国・九州支部) 第2号・2	中国・九州支部合同発表会 (昭和47年3月広島)
	木工関係工場の騒音防止に関する研究(その3 家具木材加工工場について)	〃	〃
	西広島バイパスにおける交通騒音の現状について	日本建築学会中国支部研究報告	中国支部発表会 (昭和47年9月 広島)
	自動車騒音の距離減衰における代表車線について	日本建築学会大会学術講演梗概集	大会講演会 (昭和47年10月 福岡)
藤 井 健 緒 方 信一郎	自動車交通騒音の周波数特性について	〃	〃

編 集 委 員

糸	島	寛	典
太	田	垣	博
石	井	義	明
藤	井		健
広	瀬	英	一
今	井		勲

呉工業高等専門学校
研究報告
第8巻 第2号(1973)
(通巻第12号)

昭和48年6月印刷
昭和48年6月発行

編集兼
発行者 呉工業高等専門学校
〒737 呉市豊栄2丁目2ノ1
電話 呉(0823) 71-9121

印刷所 柳盛社印刷所
〒730 広島市東白島8-23
電話 (21) 2148・2149

MEMOIRS OF THE KURE TECHNICAL COLLEGE

1. A Study on the Evaluation of Athletic Skills (Report 1) ...50-meter Dash, Long Jump and Jump...	Tokushi ISHIJIMA..... 1
2. Studies on Improved Electric Magnet, Power Supply and Magnetic Balance Mizuho FUJITA and Yoshitaka KASAMATSU.....	9
3. On the Fuel Consumption Characteristics of Diesel Engine (No. 3).....	Isao KUBOTA..... 17
4. Studies on the Specific Sliding of the Cycloidal Cam with the Reciprocating Follower (Report 1)	Hironori ITOSHIMA and Minoru NOHARA..... 25
5. Studies on the Specific Sliding of the Constant Second-Acceleration Cam with the Oscillating Follower (Report 1)	Hironori ITOSHIMA..... 35
6. Studies on the Specific Sliding of the Elliptical Cam with the Reciprocating Follower (Report 1)	Hironori ITOSHIMA..... 47
7. Viscous Fluid Flow through the Clearance between Two Cylinders (3rd Report)	Susumu KYOMEN..... 61
8. The Starter of Fluorescent Lamps by Thyristor	Kazuhiko HARADA..... 73
9. On the Evaluation of Small Computer Systems for the Education...	Shigeki MURAKAMI..... 79
10. A Method of Numerical Analysis of Statically Indeterminate Trusses	Kiyohiko KURŌ and Seirō MARUGAMI..... 89
11. On the compressibility of Osaka Diluvial Clays in term of loading condition	Yoshiharu ISHII and Tsuneo NISHITANI.....105
12. Some Experimental Investigations of Dry Concrete Using Super High-Early Strength Portland Cement (Part 1).....	Kazuo TAKEMURA.....113
13. On the Examination of Structural Strength (On the Structure which was Completed on 1930).....	Yoshiji TAKAI, Kazuyoshi SEI, Mitumasa NISHIMURA, Yasuhiro FUKUHARA and Shoji SHONOZAKI.....131