

具工業高等専門学校

研 究 報 告

第7巻 第2号 (通巻第10号)

昭和47年3月 (1972)

目 次

1. modified chalcogenide spinels, $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ の磁氣的性質	増笠 本松 貫義 一隆	1
2. チェーン歯車機構の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	7
3. 揺動等角加速度カムの滑り率の研究 (第2報) (揺動平板従動節)	糸方 島岡 寛 典	19
4. 揺動等角速度カムの滑り率の研究 (第1報)	糸野 島岡 寛 典	35
5. ティーゼル機関の燃費特性について	久保田 勲	47
6. ティーゼル機関の排気濃度特性曲線について	久保田 勲	53
7. 超塑性 Zn—Al 合金の内部摩擦	大山 下根 隆光 章夫	61
8. 移動熱源による温度上昇について	灘 野 宏 正	67
9. 二円筒すきまにおける粘性流れ (第1報)	京 免 進	73
10. FETコンダクタンス除算器	黒田 潮 能 圭博	18
11. メタルハライドランプの調光による色温度の変化	原 田 一 彦	87
12. 還流ダイオードを有する单相半波整流回路の アナログシミュレーション (第1報) (定常状態)	脇 所 広 司	93
13. 電気工学科における情報処理教育とミニ・コンピュータの利用について	村 上 滋 樹	99
14. 衝撃電圧発生器を利用した開閉インパルス発生器の回路計算	若 宮 正 明	109
15. 電子計算機による楕円型境界値問題の数値解析 (第2報)	松山 公義 一 広	117
16. 大阪泉州地区洪積粘土の二・三の力学特性について	石 井 義 明	129
17. 腰壁付柱の弾塑性性状について (第1報, 変形, 破壊性状について)	正野崎 昭 二	139

modified chalcogenide spinels, $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$

の 磁 気 的 性 質

(機械工学科) 増 本 貫 一

(物 理) 笠 松 義 隆

Magnetic Properties of Modified Chalcogenide Spinel, $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$

Kan-ichi MASUMOTO and Yoshitaka KASAMATU

The crystallographic and magnetic properties of the series of compounds $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ have been studied.

The crystal structures for $0 \leq x \leq 1.5$ show a single phase of spinel, for $2.5 \leq x \leq 4$ monoclinic Fe_3Se_4 type and for intermediate composition, $1.5 \leq x \leq 2.5$ two phases of the structures. The magnetic property of CoCr_2S_4 is a ferrimagnetic with $T_C = 236$ K and of CoCr_2Se_4 antiferromagnetic with $T_N = 269$ K, $\theta_p = -697$ K and $P_{\text{eff}} = 9.9 \mu_B/\text{mol}$. And that of the series $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ between the ferrimagnetic compounds of $x=0$ and the antiferromagnetic one of $x=4$ were investigated.

§ 1. 結 言

鉄族遷移金属や稀土類金属の化合物の磁性と電導性およびそれらの関連について知見を得るために筆者らは、それらの化合物の合成を試み、結晶構造の解析と磁気的性質に関する測定を行なった。

これらの化合物の中には化学式 $\text{MM}'_2\text{X}_4$ で示される spinel 型の結晶構造をもつものがある。ここに M は 2 価の磁性または非磁性金属イオン、 M' は 3 価の磁性金属であり、 X は酸素、硫黄、セレンなどの VI b 族の非金属イオンである。とくに X が酸素の場合には ferrite とよばれる重要な磁性材料が含まれている。

spinel 構造は図 1 に示すように、単位胞には $8M^{2+}$, $16M'^{3+}$, $32X^{2-}$ のイオンが含まれている。

一般に金属イオンは非金属イオンに比して小さいため非金属イオンの稠密面心立方格子の間に金属イオンは挿入的に入っている。そのさいの金属イオンの入り方には、二種類の位置 (sites) がある。すなわち、四つの非金属イオンに囲まれた

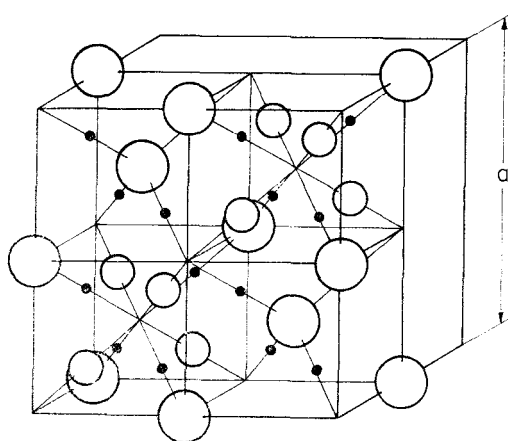


図 1 スピネル型構造の単位胞

黒点は陰イオンを示し、そして大円は A 格子位置を、小円は B 格子位置を表わす。

tetrahedral site (A 格子点) と八つの 非金属イオンに囲まれた octahedral sites (B 格子点) である。 A 格子点に 2 個の X イオンが, B 格子点に 3 個の Y イオンが入った場合を normal spinel, A 格子点に 3 個の Y イオンが入り, 残りの Y イオンと 2 個の X イオンが B 格子点に入った構造を inverse spinel とよんでいる。

これらの格子点は高い対称性を持っているので各種の交換相互作用について考察が比較的容易である。また化学結合論的に置換が容易で金属イオンの置換や組成の変化のみならず, 酸素を硫黄, セレンおよびテルルなどの chalcogen に変えても同じ結晶格子を示すものが多い。

しかし, 酸化物では大多数が spinel 型, またはその Jahn—Teller 変形であるが硫化物, セレン化物となるに従って Fe_3Se_4 型構造を示すものが多くなる。

Fe_3Se_4 構造は六方晶系の $NiAs$ 型構造の変形とみなされるもので, 斜方晶系に近いが非金属イオンがさらに少し移動して monoclinic にまで対称性が下がっている。

本研究で取り扱う $CoCr_2S_4$ はすでに Lotgering¹⁾ によって normal spinel で Curie 点が $240 \pm 5^\circ K$ のフェリ磁性体であること, および半導体的電導性を示すということが報告されている。しかし, $CoCr_2Se_4$ についてはその結晶構造が Fe_3Se_4 型で電導性は金属的であることが報告²⁾ されているのみで, その磁性に関する詳細な研究は見当たらない。

それゆえ, 本論文は $CoCr_2Se_4$ の磁気的性質解明とともに, $CoCr_2S_4$ — $CoCr_2Se_4$ の固溶系について, 立方格子から monoclinic 格子への対称性の低下の機構と, それに関連した磁性の変遷についての知見を得ようとしたものである。

§2. 試料の作成

本研究に使用した測定用試料は全て粉末冶金法により人工的に合成したものである。すなわち, 成分元素あるいは化合物の混合粉末を適当な温度で加熱し, 固相相反応させる方法で, その反応は拡散によるものである。

modified chalcogenide spinel, $CoCr_2Se_xS_{4-x}$ は $X=0, 0.5, 1.0, \dots, 4$ のように 0.5 おきに作

成した。各 element の純度は 99.99% 以上の Co, Cr, S および Se を粉末にし, それらを直径 10mm, 長さ 10cm の石英管中に化学量論的比率で真空封入し, 第一段階の素反応として温度 $750 \sim 850^\circ C$ の電気炉中で約 10 日間加熱した。このようにして得た試料は未だ完全に均一でないので, 再び粉末にして石英管中に真空封入した後, 温度 $450 \sim 500^\circ C$ の電気炉中で約 15 日間熱処理を行なった。

これらの試料は全て X-ray 粉末法で結晶構造の解析を行うとともに, 各部分の均一性をも確認した。

§3. 結晶解析

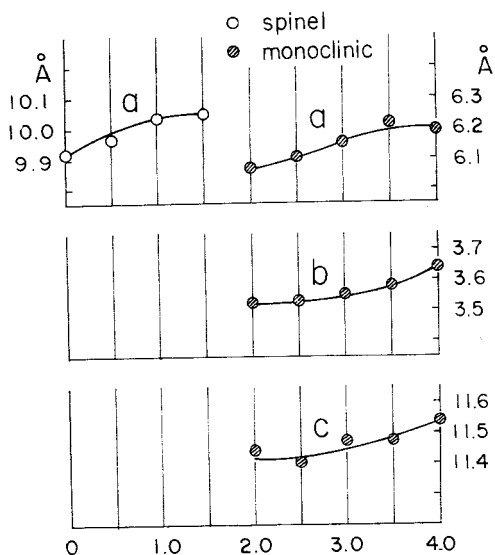
各試料の結晶構造の決定は $Cu K\alpha$ を用いた粉末法で, 東芝製 ADG—301 型自動記録 X 線回折装置を用いて行なった。

一例として $CoCr_2S_4$ の結晶構造解析結果を表 1 に示す。

表 1 室温における $CoCr_2S_4$ の X-ray による結晶解析

I	θ		d (Å)	(hkl)
W	7°	42'	5.749	111
m	12	38	3.545	220
V S	14	54	2.996	311
V S	18	05	2.476	400
VW	20	30	2.199	421
m	22	21	2.026	422
S	23	18	1.947	511
V S	26	05	1.750	440
VW	27	19	1.680	531

表 1 からわかるように spinel 構造で完全に指数付けができ, 格子定数 (a) は H. Hahn³⁾ や P. Gilbert et. al.⁴⁾ の 9.91 Å および L. K. Shick⁵⁾ の 9.9158 Å と殆んど同じ値 9.919 Å を得た。 $CoCr_2Se_xS_{4-x}$ の各試料の X 線解析の結果は図 2 と表 2 に示す。

図2 $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ の格子定数

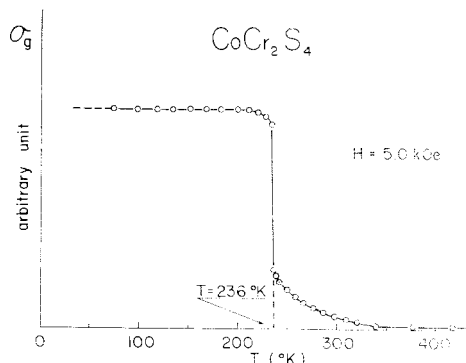
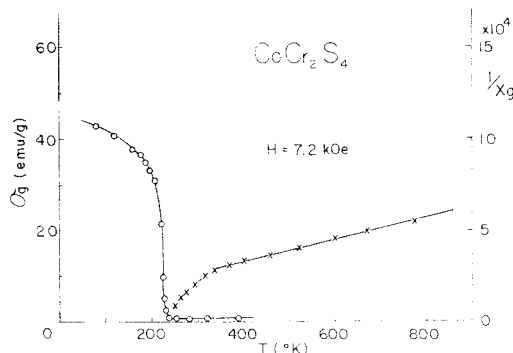
それらからわかるように, $X=0, 0.5, 1.0$ の試料は spinel 構造を示し, 格子定数が X の増加とともに次第に増大しているが S がさらに Se で置換された試料 $X \geq 2$ ではもはや立方格子は取り得ず前述のような Fe_3Se_4 型構造に対称性をさげている。そのさい, X の増加とともに monoclinic の格子定数 a, b, c は増大している。 X の増加にともなう X 線回折線の強度は次第に小さくなり, $X \approx 2$ 付近では二相が共存しているものと思われる。したがって spinel から monoclinic への転移の組成は明確に $X=2$ と断定することはできない。

§4. 磁気測定

各々の試料の磁気的性質の研究には磁気天秤⁶⁾を用いて, 液体窒素温度から 300°C までの温度領域での磁化率の温度変化と磁化の強さの磁場依存についての測定を行った。

図3は CoCr_2S_4 の定磁場 5.0 KOe 中の瓦当りの磁化の強さ (σ_g) の温度変化を示している。横軸には絶対温度, 縦軸には瓦当りの磁化の強さを任意の単位で示している。

σ_g の値は 236°K で急激に減少し, この温度で相転移することを示している。このことからこの物質は 236°K に Curie 点を持つことが判明する。

図3 CoCr_2S_4 の磁化の強さ (σ_g) の温度依存図4 CoCr_2S_4 の瓦当りの磁化の強さ (σ_g) とその逆数 (χ_g^{-1}) の温度依存

この Curie 点 236°K は Lotgering によって報告された値 $240 \pm 5^\circ\text{K}$ とよく一致している。

図4は CoCr_2S_4 の定磁場 7.2 KOe 中の瓦当りの磁化の強さ (σ_g) および磁化率 (χ_g) の逆数の温度変化を示している。横軸には絶対温度, 縦軸には瓦当りの磁化の強さ, または磁化率の逆数をあらわしている。

図4の $\chi_g^{-1}-T$ 曲線に見られるように, フェリ磁性的振舞いを示し, Curie 点附近での曲線は温度の降下とともに急激に減少している。また $\chi_g^{-1}-T$ 曲線から求めた常磁性 Curie 温度 (θ_p) は -143°K である。

図5は $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ のそれぞれの X の組成の物質の液体窒素温度における磁化の強さの磁場依存を示したものである。 CoCr_2S_4 の液体窒素温度における瓦当りの磁化の強さは 45 e.m.u. g^{-1} の値を得た。

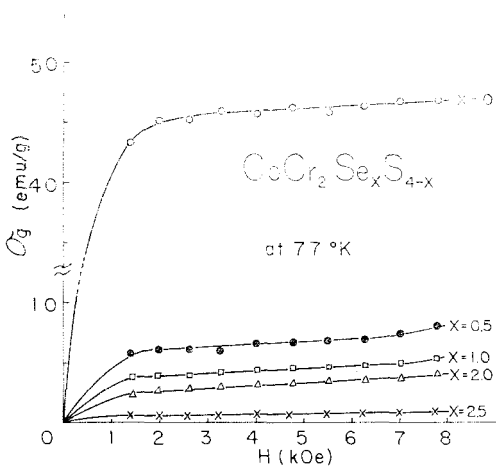


図5 $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ の瓦当りの磁化の強さ (σ_g) の磁場依存

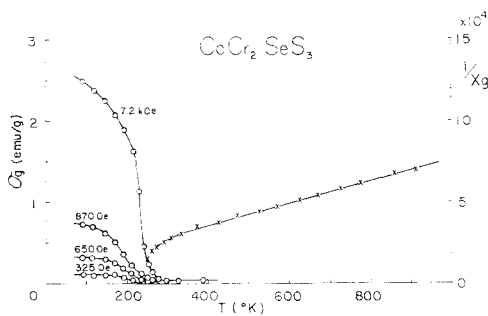


図6 $\text{CoCr}_2\text{Se}_{0.5}\text{S}_{3.5}$ の瓦当りの磁化の強さ (σ_g) とその逆数 (χ_g^{-1}) の温度依存

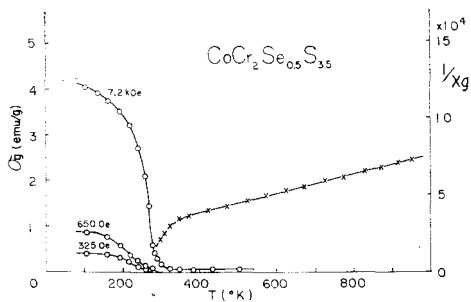


図7 $\text{CoCr}_2\text{SeS}_3$ の瓦当りの磁化の強さ (σ_g) とその逆数 (χ_g^{-1}) の温度依存

筆者らは $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ の X が $0.5 \leq X < 2$ の範囲の試料についても CoCr_2S_4 と同様な測定を行なった。図6、図7は $X=0.5$, $X=1.0$ の試料 $\text{CoCr}_2\text{Se}_{0.5}\text{S}_{3.5}$ および $\text{CoCr}_2\text{SeS}_3$ の瓦

当りの磁化の強さと磁化率の逆数の温度変化を示している。

なお本実験に用いた試料は全く均質なものとはいえないので不均質物質の Curie 温度の決定のさいには K. Miyatani⁷⁾ の B 型転移に対する相転移点の決定方法を用いた。この方法は低磁場中での磁化の強さの温度変化の測定から相転移点を求める方法である。一般に、不均質磁性体の相転移点は ΔT_c の幅をもつので、この場合近似的に ΔT_c の中間温度としてあたえられる。

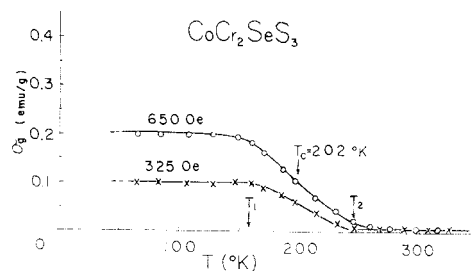


図8 $\text{CoCr}_2\text{SeS}_3$ の低磁場における瓦当りの磁化の強さ (σ_g) と Curie 温度 (T_c)

図8は $\text{CoCr}_2\text{SeS}_3$ の Curie 温度の決定法を示す。すなわち低磁場 650 Oe および 325 Oe の定磁場中の磁化の強さの温度変化を示す二つの曲線から $T_1=158^\circ\text{K}$, $T_2=246^\circ\text{K}$ を得、 $T_c=\frac{1}{2}(T_1+T_2)$ よりこの物質の Curie 温度を 202°K とした。この値は 7.2 KOe の強い磁場から求められる 236°K よりも 32°K 低温を示した。

図6、図7および図8からわかるように両者は Curie 点をそれぞれ 207°K , 202°K にもつフェリ磁性体で常磁性 Curie 温度は -209°K , -199°K の値を示した。

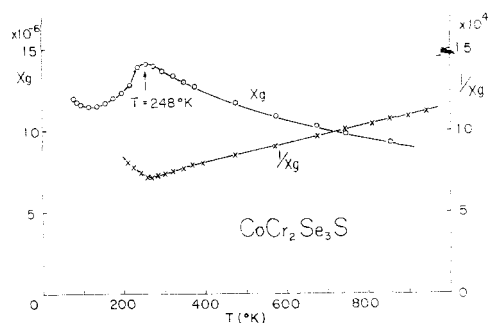


図9 $\text{CoCr}_2\text{Se}_3\text{S}$ の瓦当りの磁化率 (χ_g) とその逆数 (χ_g^{-1}) の温度依存

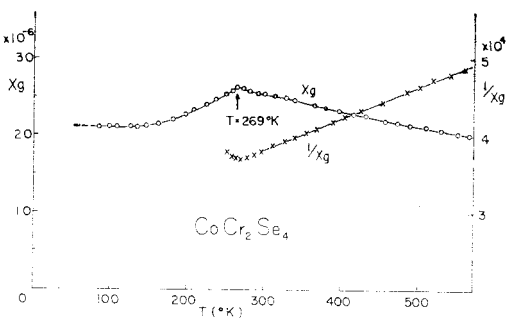


図10 CoCr_2Se_4 の瓦当りの磁化率 (χ_g) とその逆数 (χ_g^{-1}) の温度依存

図9, 図10 は X が3および4の試料, すなわち Se rich の $\text{CoCr}_2\text{Se}_3\text{S}$ と CoCr_2Se_4 の定磁場 7.2 KOe 中での瓦当りの磁化率 (χ_g) とその逆数

の温度依存を示している。

この両図の χ_g-T 曲線は典型的反強磁性の磁化曲線を示し, -248°K , -269°K にそれぞれ Néel 点をもつ反強磁性体であることが判明する。また χ_g^{-1} の値は常磁性領域での測定範囲では, よく Curie—Weiss の法則に従い, $\chi_g^{-1}-T$ 曲線から求めた常磁性 Curie 温度は負を示し, それぞれ -1031°K , -698°K の値を得た。

なお, $\text{CoCr}_2\text{Se}_3\text{S}$ は液体空素温度附近で磁化率の大きさは温度降下にもなつてやや増大する傾向を示す。このことは, この物質は液体空素温度以下の低温で強磁性の出現が予想される。しかし, 筆者らは, 本研究では液体空素温度以下の磁化率の測定を行っていないので確定的な決定は出来ない。

表2 $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ の結晶構造と磁氣的性質

compound	crystal structure	lattice parameter	magnetic property	T_C or T_N ($^\circ\text{K}$)	$\sigma_s(77^\circ\text{K})$ emu/g	θ_p ($^\circ\text{K}$)	$P_{eff}(\mu_B)$
CoCr_2S_4	spinel	9.919	ferri.	236	19	- 143	6.27
$\text{CoCr}_2\text{Se}_{0.5}\text{S}_{3.5}$	"	9.966	"	207	2.9	- 209	6.41
$\text{CoCr}_2\text{SeS}_3$	"	10.033	"	202	1.7	- 199	5.56
$\text{CoCr}_2\text{Se}_{1.5}\text{S}_{2.5}$	"	10.050	"	187	1.5	- 174	6.33
$\text{CoCr}_2\text{Se}_2\text{S}_2$	spinel monoclinic	$a=6.072$ $b=3.524$ $c=11.448$ $\beta=90^\circ 49'$	"	190	1.1	- 460	6.43
$\text{CoCr}_2\text{Se}_{2.5}\text{S}_{1.5}$	"	$a=6.106$ $b=3.531$ $c=11.404$ $\beta=90^\circ 49'$	"	207	0.2	- 797	6.96
$\text{CoCr}_2\text{Se}_3\text{S}$	monoclinic	$a=6.151$ $b=3.558$ $c=11.477$ $\beta=90^\circ 49'$	antiferro.	248	—	- 988	7.73
$\text{CoCr}_2\text{Se}_{3.5}\text{S}_{0.5}$	"	$a=6.214$ $b=3.585$ $c=11.477$ $\beta=90^\circ 49'$	"	253	—	- 787	7.43
CoCr_2Se_4	"	$a=6.194$ $b=3.644$ $c=11.538$ $\beta=90^\circ 49'$	"	269	—	- 697	9.9

表2は $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ の結晶構造と磁氣的性質の測定結果を総括している。

すなわち $X=0, 0.5, 1.0, \dots, 4$ の値をもつ試料の Curie 点 (T_C), Néel 点 (T_N), 常磁性

Curie 温度 (θ_p), 有効 Bohr 磁子数 (P_{eff}) と格子定数 (a, b, c, β) を示している。また図11は、表2をグラフで表わし、それぞれの値の関連性を示している。 X の値が $0 \leq X < 1$ の範囲の物質は全て spinel 型結晶構造をもち、 X の増加するにつれてその格子定数は増大している。また磁気的にはそれぞれ 液体窒素温度以上に Curie 点をもつフェリ磁性体で X の増加とともに低温側に移行する。

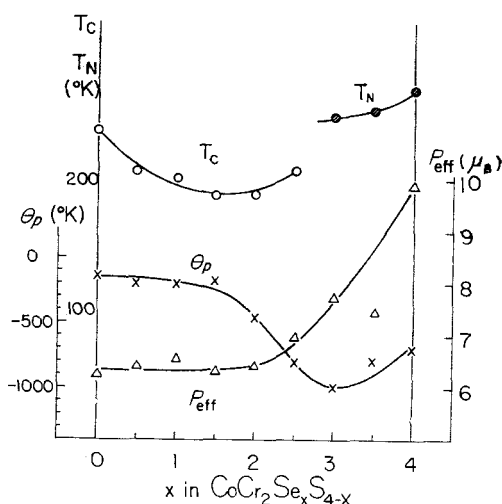


図11 $\text{CoCr}_2\text{Se}_x\text{S}_{4-x}$ の Curie 温度 (T_c), Néel 温度 (T_N), 常磁性 Curie 温度 (θ_p) および有効 Bohr 磁子数 (P_{eff})

X が $3 < X \leq 4$ の範囲の試料は monoclinic の結晶格子をもち、その格子定数の a の値は X の増加とともに増大する。磁気的には全て反強磁性を示し、その Néel 点は X の増加にしたがって高温側に移行する。またこれら二領域の中間に存在する領域、すなわち X が $1.5 < X < 2.5$ の範囲の試料は磁気的にはフェリ磁性を示しその Curie 点は X の増加にしたがって高温側に移行する傾向を示す。

この領域は熱処理の条件により磁気的性質にいちじるしい変化が生じ二相が共存していることを示している。すなわち X 線的には monoclinic pattern を示す試料でも $T_c \approx 236^\circ\text{K}$ のフェリ磁性を示すものがあり、結晶構造は spinel と monoclinic の両者が存在しているものと思われる。

§5. 考 察

以上の測定結果に基づいて、つぎのように考察した。

CoCr_2S_4 は spinel 構造で Curie 点 $T_c = 236^\circ\text{K}$, 常磁性 Curie 温度 $\theta_p = -143^\circ\text{K}$, 有効 Bohr 磁子数 $P_{eff} = 6.27 \mu_B \cdot \text{mol}^{-1}$ のフェリ磁性体で Lotgering の結果と Curie 点に関しては殆んど一致しているが、 θ_p , P_{eff} では若干の相異が認められた。

CoCr_2Se_4 は結晶構造が $a = 6.194 \text{ \AA}$, $b = 3.644 \text{ \AA}$, $c = 11.538 \text{ \AA}$, $\beta = 90^\circ 49'$ の monoclinic で Chevreton らの結果と同様であるが、磁性に関しては、この物質は 269°K が Néel 点で $\theta_p = -697^\circ\text{K}$, $P_{eff} = 9.9 \mu_B \cdot \text{mol}^{-1}$ の反強磁性体である。

また、 X の増加するにつれて cubic から monoclinic へと対称性を低下させることに関しては、この物質はイオン半径の大きい非金属イオンによる distortion がその原因となっているために両者間の移行が連続的に生ずるのは不可能である。そのため $X \leq 1.5$ では spinel 型、 $X \geq 2.5$ では monoclinic 構造の一相を取り得るが、その中間領域においては二相が混在する。

有効 Bohr 磁子数については、 X の $0 \sim 3.5$ までの物質では1分子当り $6.27 \sim 7.43 \mu_B$ となり、 Cr^{3+} , Co^{2+} から期待されるものとかなり異なった値となるが、 $X = 4$ の物質では $9.9 \mu_B \cdot \text{mol}^{-1}$ となり spin 角運動量のみから期待される値には近い値を示した。

謝 辞

本研究をすすめるにあたり、始終ご指導をいただいた広島大学教養部物理教室 上垣内孝彦教授、岡本哲彦教授に厚くお礼申し上げます。

参考文献

- 1) Lotgering, F.K. : Philips Rep. **11** (1956)218.
- 2) M. Chevreton, G. Berodias and A. Sapet : Acta. Cryst. 21 Suppl. A (1966) 46.
- 3) H. Hahn : Z. anorg. Chem. **264** (1951) 184.
- 4) P. Gilbert, J.L. Dormann and Y. Pellerin : Physica Status Solidi **36** (1969) 187.
- 5) L.K. Chick and A.R. Von Neida : J. Crys. Growth **5** (1969) 313.
- 6) 増本 貫一 : 呉高専研究報告 第1巻 第1号
- 7) K. Miyatani : J. Phys. Soc. Japan **28** (1970)259.

チェーン歯車機構の研究 (第1報)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Chain Mechanism with the Eccentric Sprocket (Report 1)

Hironori ITOSHIMA

The motion of the driven sprocket on the chain mechanism with a sprocket mounted eccentrically on the driving shaft is discussed analytically in this paper.

If the eccentricity is made equal to the radius of the driving sprocket, the driven sprocket dwells for an instant and then the angular acceleration of the driven sprocket becomes zero.

In order to decrease the maximum angular acceleration of the driven sprocket, the center distance and the size of sprocket are examined.

§ 1 緒 言

前報^{1,2)}の3歯車リンク機構により偏心して回転する駆動歯車の運動を中間歯車を介し、軸間距離を選定することにより被動歯車の回転を一時停止させることができた。なおその場合の被動歯車の出発と停止においてその角加速度が零であることがわかった。被動歯車の角加速度を小にするためには中間歯車を大にする必要があるが、そうすると構造が不安定となる。

そこで中間歯車としてラックと同じ働きをするチェーンを用いる機構を考えた。ローラチェーンを使用する場合その運動は平ベルトを正多角形の車に巻掛けたものになるので、計算が複雑だから、歯のついたゴムベルトかサイレントチェーンの場合を考える。もっともスプロケットの歯数が多ければ近似される。

写真1はローラチェーンを用いた歯車機構を示すが駆動歯車が偏心して等速回転する場合の被動歯車の運動を解析し、3歯車リンク機構と同様な効果があるかを調べる。

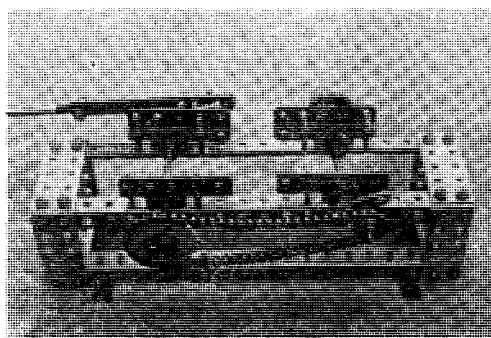


写真1 チェーン歯車機構

§ 2 記 号

r_2, r_4 : 歯車 2, 4 のピッチ円半径 d : 両歯車の軸間距離 e : 駆動歯車 2 の偏心量
 k : O_1O_4 の距離 θ_{21}, θ_{41} : 駆動歯車 2 と被動歯車 4 の回転角 $\alpha = \angle O_2O_4O_1$,
 $\beta = \angle O_2O_4C'$, $\beta_0 = \angle CO_4O_1$ L, L' : AD, AD' の距離, l : チェーン (ベルト) の長さ
 s : チェーン (ベルト) の弛み

§ 3 チェーン歯車機構

図1に示すように駆動歯車2は中心 O_2 から e だけ偏心した O_1 を中心として時計回りに回転し、チェーン(あるいはベルト)3は O_4 を回転中心とする被動歯車4を回転さす。

図1(a)に示すように歯車2の中心 O_2 が O_4O_1 の延長上に来た場合を出発点とし、 O_1O_2 の延長線が歯車2のピッチ円の交点を A 、 O_1O_4 が歯車4のピッチ円の交点を D とし、チェーンの中心線が歯車2と4のピッチ円に接する点をそれぞれ B 、 C とし、歯車2、4のピッチ円半径を r_2 、 r_4 とし、 $r_4 > r_2$ とす。 $\angle CO_4O_1 = \angle BO_2A = \beta_0$ とし、 AD の長さを L とすれば次式が得られる。

$$L = \widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} = r_2 \beta_0 \frac{\pi}{180^\circ} +$$

$$\sqrt{(d+e)^2 - (r_4 - r_2)^2} + r_4 \left(\pi - \beta_0 \frac{\pi}{180^\circ} \right) \dots\dots (1)$$

$$\text{ただし} \quad \cos \beta_0 = \frac{r_4 - r_2}{d+e} \dots\dots (2)$$

図1(b)は歯車2が回転中心 O_1 の回りに角 θ_{21} 回転した場合を示し、 O_4O_1 と歯車2のピッチ円の交点を E とすれば $\angle AO_1E = \theta_{21}$ 、 O_1O_4 と歯車4のピッチ円の交点を D' とし、チェーンの中心線が歯車2、4のピッチ円との接点をそれぞれ B' 、 C' とし、 $\angle O_1O_4O_2 = \alpha$ 、 $\angle C'O_4O_2 = \beta$ 、 $O_2O_4 = k$ 、 $AD' = L'$ とすれば $\angle AO_2B' = \beta - \alpha + \theta_{21}$ だから L' は次式のように求められる。

$$L' = \widehat{AB'} + \widehat{B'C'} + \widehat{C'D'} = r_2 (\beta - \alpha + \theta_{21}) \frac{\pi}{180^\circ} + \sqrt{k^2 - (r_4 - r_2)^2} + r_4 \left\{ \pi - (\beta - \alpha) \frac{\pi}{180^\circ} \right\} \dots\dots (3)$$

$$\cos \beta = \frac{r_4 - r_2}{k}, \quad \sin \alpha = \frac{e \sin \theta_{21}}{k}, \quad k = \sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}} \dots\dots (4)$$

今 L' と L の差を作れば $L' - L = AD' - AD$ となり、歯車4のピッチ円周上の D 点の移動距離となり、歯車4の回転角を θ_{41} とすれば $\theta_{41} = (L' - L)/r_4$ となるので θ_{41} を度で示せば

$$\theta_{41} = \frac{L' - L}{r_4} \times \frac{180^\circ}{\pi} \dots\dots (5)$$

となる。この式に式(1)、(3)を代入すれば次式を得る。

$$\theta_{41} = \frac{r_2}{r_4} \theta_{21} + \left(1 - \frac{r_2}{r_4} \right) (\alpha + \beta_0 - \beta) + \frac{180^\circ}{\pi r_4} \times \left\{ \sqrt{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de \cos \theta_{21}} - \sqrt{(d+e)^2 - (r_4 - r_2)^2} \right\} \dots\dots (6)$$

この式により駆動歯車2の回転角から被動歯車の回転角が計算される。

§ 4 被動歯車の角速度と角加速度

式(6)を時間について微分すれば次式が得られる。

(1) 角速度

$$\dot{\theta}_{41} = \frac{r_2}{r_4} \dot{\theta}_{21} + \left(1 - \frac{r_2}{r_4} \right) (\dot{\alpha} - \dot{\beta}) - \frac{de \sin \theta_{21} (\dot{\theta}_{21})}{r_4 \sqrt{k^2 - (r_4 - r_2)^2}} \dots\dots (7)$$

しかるに式(4)を時間で微分し α 、 β 、 dk/dt を求めれば次式が得られる。

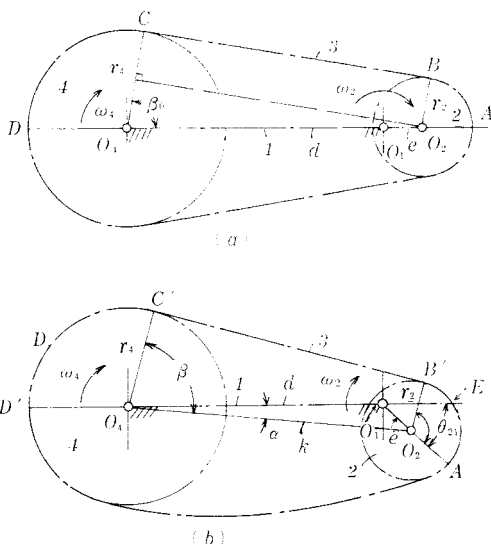


図1 チェーン歯車機構の略図

$$\dot{\alpha} = \frac{ke\dot{\theta}_{21}\cos\theta_{21} - (dk/dt)e\sin\theta_{21}}{k^2 \cos\alpha}, \quad \dot{\beta} = \frac{(r_4 - r_2)(dk/dt)}{k^2 \sin\beta} \dots\dots\dots (8), (9)$$

$$\frac{dk}{dt} = -\frac{de\dot{\theta}_{21}\sin\theta_{21}}{k} \dots\dots\dots (10)$$

式(8), (9), (10)を式(7)に代入して整理すれば次式が得られる。

$$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{r_4 e^2 + d^2 r_2 + de(r_4 + r_2)\cos\theta_{21} - de\sin\theta_{21}\{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de\cos\theta_{21}\}^{\frac{1}{2}}}{r_4(d^2 + e^2 + 2de\cos\theta_{21})} \dots\dots\dots (11)$$

今 $e = r_2$ とおけば式(11)は次のようになる。

$$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}} = r_2 \times \frac{r_2 r_4 + d^2 + d(r_2 + r_4)\cos\theta_{21} - d\sin\theta_{21}\{d^2 - r_4^2 + 2r_2 r_4 + 2dr_2\cos\theta_{21}\}^{\frac{1}{2}}}{r_4(d^2 + r_2^2 + 2dr_2\cos\theta_{21})} \dots\dots\dots (12)$$

(2) 角速度の別法

図2において固定リンク1に対し O_2 , O_4 はそれぞれ歯車の2, 4の瞬間中心 I_{21} , I_{41} である。チェーン3の歯車2, 4のピッチ円の接点 B' , C' はチェーンがころがり接触するものとすれば、それぞれ瞬間中心 I_{23} , I_{34} であるので、 $O_1 O_4$ と $B' C'$ の交点 F は瞬間中心 I_{24} となる。よって F 点において歯車2, 4は同じ速度をもつので、 $O_1 F \dot{\theta}_{21} = O_4 F \dot{\theta}_{41}$ となるから、 O_1 より $O_4 C'$ への垂線の足を G とすれば次式が得られる。

$$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{O_1 F}{O_4 F} = \frac{GC'}{O_4 C'} = \frac{r_4 - d\cos(\beta - \alpha)}{r_4} \dots\dots\dots (13)$$

α , β を θ_{21} で表わすために式(4)を変形すれば

$$\sin\beta = \frac{\sqrt{k^2 - (r_4 - r_2)^2}}{k}, \quad \cos\alpha = \frac{d + e\cos\theta_{21}}{k} \dots\dots\dots (14)$$

であるので、式(4), (14)より式(13)の $\cos(\beta - \alpha)$ は次のようになる。

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha = \frac{(r_4 - r_2)(d + e\cos\theta_{21}) + e\sin\theta_{21}\sqrt{k^2 - (r_4 - r_2)^2}}{d^2 + e^2 + 2de\cos\theta_{21}}$$

これを式(13)に代入すれば

$$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{r_4 e^2 + d^2 r_2 + de(r_4 + r_2)\cos\theta_{21} - de\sin\theta_{21}\{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de\cos\theta_{21}\}^{\frac{1}{2}}}{r_4(d^2 + e^2 + 2de\cos\theta_{21})} \dots\dots\dots (15)$$

となり、式(11)に全く一致するので、式(6)および式(11)の正しいことがわかる。

図2において歯車2の回転につれて F 点は移動するため歯車4の角速度は一定とならぬ。今もし $e = r_2$ で B' 点が O_1 点に重なれば F 点すなわち I_{24} が O_1 点に重なる。

図3の場合式(13)から明らかに $\dot{\theta}_{41} = 0$ すなわち歯車4の回転は停止する。このときの θ_{21} は図3から

$$e = r_2, \quad \cos\theta_{21} = -\frac{r_4}{d}, \quad \sin\theta_{21} = \frac{\sqrt{d^2 - r_4^2}}{d} \dots\dots\dots (16)$$

となる。そこでこの式を式(12)に代入すれば

$\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ となるので、 $e = r_2$ が一時停止の必要条件となる。

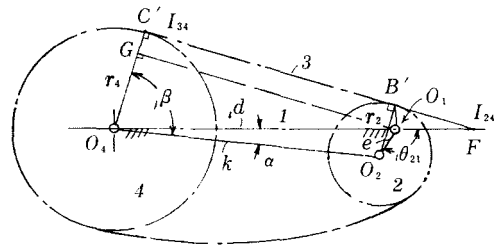


図2 チェーン歯車機構

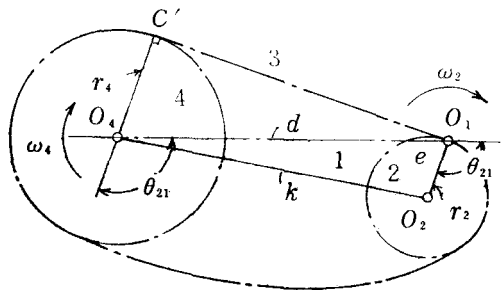


図3 一時停止の位置

(3) 角加速度

被動歯車4の角加速度を求めるには式(11)を時間で微分すればよいのであるが複雑なので、式(13)を時間で微分する。ただし駆動歯車2は等速回転しているので $\ddot{\theta}_{21}=0$ である。

$$\frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = \frac{d}{r_4} \sin(\beta - \alpha) \left(\frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}} - \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\theta}_{21}} \right) \dots\dots\dots (17)$$

図2から

$$d + e \cos \theta_{21} = k \cos \alpha = \cos \alpha \sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}} \dots\dots\dots (18)$$

が得られるので、式(8)~(10)より次式が得られる。

$$\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{de^2 \sin^2 \theta_{21} + e \cos \theta_{21} (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})}{(d + e \cos \theta_{21})(d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})} \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}} = - \frac{de(r_4 - r_2) \sin \theta_{21}}{(d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}) \{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de \cos \theta_{21}\}^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (20)$$

式(4)、(14)を式(17)に代入すれば次式のような角加速度を示す式が得られる。

$$\frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = \frac{d}{r_4} \cdot \frac{(d + e \cos \theta_{21}) \{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de \cos \theta_{21}\}^{\frac{1}{2}} - e(r_4 - r_2) \sin \theta_{21}}{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}} \left(\frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}} - \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\theta}_{21}} \right) \dots\dots\dots (21)$$

今一時停止点における角加速度を求めるために $e=r_2$, $\cos \theta_{21} = -r_4/d$ を式(19)、(20)に代入すれば

$$\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\theta}_{21}} = - \frac{r_2(r_4 - r_2)}{d^2 + r_2^2 - 2r_2 r_4}, \quad \frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}} = - \frac{r_2(r_4 - r_2)}{d^2 + r_2^2 - 2r_2 r_4} = \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\theta}_{21}} \dots\dots\dots (22), (23)$$

となるので、式(21)から $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2 = 0$ となり、被動歯車が一時停止する場合は角速度、角加速度共に零になることがわかる。

式(6)、(4)より駆動歯車2を1回転させれば被動歯車4は r_2/r_4 回転するので、被動歯車を $1/2$ 回転させるためには $r_2:r_4=1:2$ にする必要がある。次の3つの計算例で被動歯車の角変位、角速度、角加速度を求める。

例(1) $r_2=9\text{mm}$, $r_4=18\text{mm}$, $d=88.9\text{mm}$, $e=r_2=9\text{mm}$ の場合、式(2)より $\beta_0=84.72532^\circ$ 、式(4)より α, β, k を求め、式(19)、(20)より $\dot{\alpha}/\dot{\theta}_{21}$, $\dot{\beta}/\dot{\theta}_{21}$ を求め、式(21)より $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ を求めたものを表1と図4に示す。式(16)より一時停止の駆動歯車の回転角 $\theta_{21} \div 101.682^\circ$ でその前後約 30° 間はほぼ θ_{41} が一定であるので歯車4は約 60° の間停止する。

角速度 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ は $\theta_{21}=101.682^\circ$ で最小値零となり、 $\theta_{21}=270^\circ$ で最大値1となる。角加速度の最大値は $\theta_{21}=185.8104^\circ$ で $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2 \div 0.56$ となる。

図5は図4の場合の d を大きく、 $d=114.3\text{mm}$ とした場合で $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2_{\max} \div 0.54$ 。

図6は図4より d を小さくした場合で $d=63.5\text{mm}$, $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2_{\max} \div 0.58$ 。

以上の3例により $r_2/r_4=1/2$ のとき駆動歯車の1回転に対し被動歯車4は $1/2$ 回転し、一時停止が必ず行われる。歯車の誤差のため一時停止の期間が少し長くなるので、それを短くするためには e を r_2 より僅かに小さくすればよい。軸間距離 d を長くする程最大角加速度が小さくなる。

図7は $r_2=r_4=e=18\text{mm}$, $d=88.9\text{mm}$ の場合の被動歯車4の運動を示す。歯車2の1回転に対し歯車

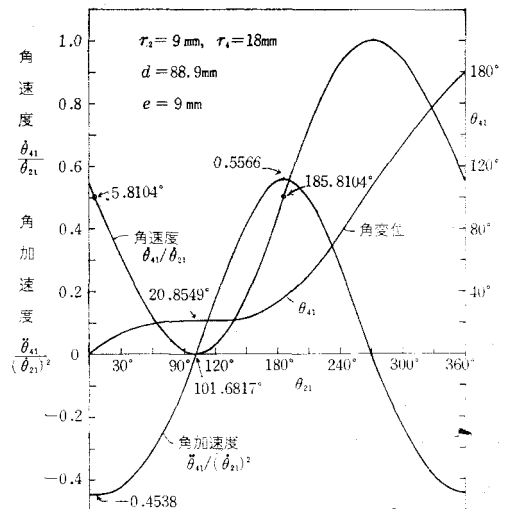


図4 チェーン歯車機構の運動例 (1)

表1 チェーン歯車機構の計算例 (1)

$$e=r_2=r_4/2=9\text{mm}, d=88.9\text{mm}$$

θ_{21}°	θ_{41}°	$\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$	θ_{21}°	θ_{41}°	$\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$
0	0	0.5460	-0.4521	195	40.7468	0.5887	0.5467
15	7.2997	0.4275	-0.4494	210	50.6225	0.7256	0.4906
30	12.8423	0.3127	-0.4235	225	62.4114	0.8421	0.3938
45	16.7295	0.2077	-0.3745	240	75.7379	0.9294	0.2702
60	19.1534	0.1186	-0.3031	255	90.1215	0.9825	0.1347
75	20.3940	0.0509	-0.2103	270	105.0344	1.0000	0.0000
90	20.8151	0.0101	-0.0982	285	119.9506	0.9834	-0.1246
105	20.8558	0.0008	0.0292	300	134.3831	0.9362	-0.2329
120	21.0141	0.0262	0.1652	315	147.9077	0.8632	-0.3213
135	21.8204	0.0872	0.2995	330	160.1778	0.7699	-0.3878
150	23.7981	0.1817	0.4188	345	170.9325	0.6621	-0.4316
165	27.4103	0.3038	0.5076	360	180.0000	0.5460	-0.4521
180	33.0017	0.4437	0.5528				

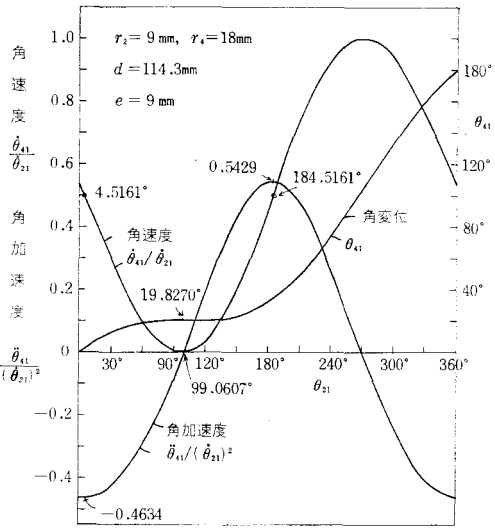


図5 チェーン歯車機構の運動例 (2)

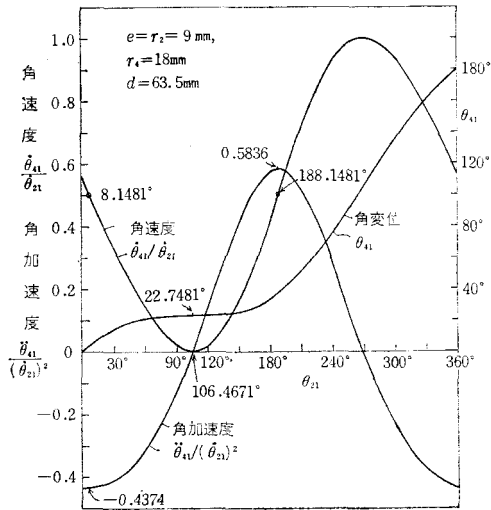
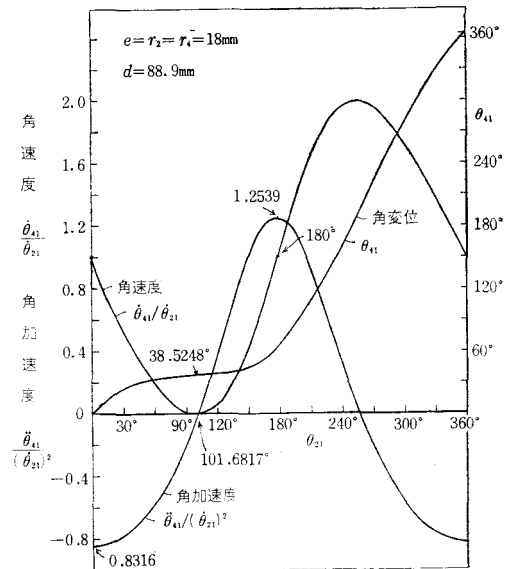


図6 チェーン歯車機構の運動例 (3)

図7 チェーン歯車機構の運動例 $r_2=r_4=e$

4は1回転し、歯車4の最大角速度 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}=2$ となり、最大角加速度は $\theta_{21} \doteq 180^\circ$ で $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2_{max} \doteq 1.25$ となる。

§5 被動歯車の最大角加速度

被動歯車4の最大角加速度およびその θ_{21} の値を求めるためには式(21)を時間で微分し零とおかなければならぬが計算が非常に複雑なので、図4～7を参照すれば $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2_{max}$ の所は $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}=r_2/r_4$ であるので式(11)から

$$\frac{r_4 e^2 + d^2 r_2 + d e (r_2 + r_4) \cos \theta_{21} - d e \sin \theta_{21} \{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2 d e \cos \theta_{21}\}^{\frac{1}{2}}}{r_4 (d^2 + e^2 + 2 d e \cos \theta_{21})} = \frac{r_2}{r_4} \quad (24)$$

となる。これを展開し $\cos \theta_{21}$ の項で整理すれば

$2d^3e\cos^3\theta_{21}+d^2(d^2+e^2)\cos^2\theta_{21}+2de\{(r_4-r_2)^2-d^2\}\cos\theta_{21}+(d^2+e^2)\{(r_4-r_2)^2-d^2\}=0\cdots\cdots(25)$
となる。これを因数分解すれば

$$(d^2+e^2+2de\cos\theta_{21})\{d^2\cos^2\theta_{21}+(r_4-r_2)^2-d^2\}=0\text{となるが, } d^2+e^2+2de\cos\theta_{21}=k^2\neq 0 \text{ なので}$$

$$d^2\cos^2\theta_{21}=d^2-(r_4-r_2)^2\cdots\cdots(26)$$

となる。これから θ_{21} が 180° より小さい場合と大きい場合を考えれば次式で最大角加速度の θ_{21} が求められる。

$$\theta_{21}<180^\circ, \cos\theta_{21}=\sqrt{1-\left(\frac{r_4-r_2}{d}\right)^2}, \sin\theta_{21}=\frac{r_4-r_2}{d}\cdots\cdots(27)$$

$$\theta_{21}>180^\circ, \cos\theta_{21}=-\sqrt{1-\left(\frac{r_4-r_2}{d}\right)^2}, \sin\theta_{21}=-\frac{r_4-r_2}{d}\cdots\cdots(28)$$

式(27)は $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ の極小値すなわち負の最大角加速度の位置の θ_{21} を、式(28)は極大値すなわち正の最大角加速度の位置の θ_{21} を表わす。

図4～7から $|\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2|_{max}$ は $\theta_{21}>180^\circ$ であるので、式(28)を式(19)～(21)に代入して $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2_{max}$ を求めればよいのであるが $r_2\neq r_4$ の場合計算が繁雑なので、式(27)、(28)から θ_{21} を求めて計算する。

例えば $r_2=e=9mm$, $r_4=18mm$ の図4～6の場合の最大角加速度の θ_{21} と $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2_{max}$ の値を式(28)、(27)と式(19)～(21)から求めたものを表2に示す。

これから d が大きくなる程正の最大角加速度は減少するが負のそれは増し次第に等しくなる。

表2 $r_2=e=9mm$, $r_4=18mm$

軸間距離 dmm	負の最大角加速度		正の最大角加速度	
	θ_{21}	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$	θ_{21}	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$
88.9	5.81041	-0.45382	185.81041	0.55664
114.3	4.51614	-0.46340	184.51614	0.54288
63.5	8.14809	-0.43738	188.14809	0.58355

今もし $r_2=r_4$ の場合は式(27)、(28)から $\theta_{21}=0$, 180° となる。

$\theta_{21}=0$ の場合 式(19)～(21)より次式が得られる。

$$\frac{\alpha}{\dot{\theta}_{21}}=\frac{e}{d+e}, \frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}}=0, \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2}=-\frac{de}{r_2(d+e)}\cdots\cdots(29)$$

$\theta_{21}=180^\circ$ の場合

$$\frac{\alpha}{\dot{\theta}_{21}}=-\frac{e}{d-e}, \frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}}=0, \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2}=\frac{d}{r_2(d-e)}\cdots\cdots(30)$$

もし $e=r_2$ の場合式(29)、(30)から

$$\theta_{21}=0, \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2}=-\frac{d}{d+r_2}, \theta_{21}=180^\circ, \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2}=\frac{d}{d-r_2}\cdots\cdots(31), (32)$$

例えば $r_2=r_4=e=18mm$, $d=88.9mm$ のとき、

$$\theta_{21}=0, \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2}=-0.831618, \theta_{21}=180^\circ, \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2}=1.253879$$

図8は $r_2=r_4=e=18mm$ の場合の $d=40\sim 150mm$ に変化した場合の $\theta_{21}=0$ と 180° の $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ の値を示す。これから $\theta_{21}=180^\circ$ の方が $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ の値が大きく、 d の増加と共に減少するが、 d を余り大にしても効果が少ない。 $r_4=2r_2$ の場合についても同様なことが考えられる。

近似最大角加速度

$r_2\neq r_4$ の場合、 $\theta_{21}=0$, 180° の被動歯車の角加速度は最大角加速度より僅かに小さいので近似最大角加速度とすれば次式のように計算式が簡単になる。

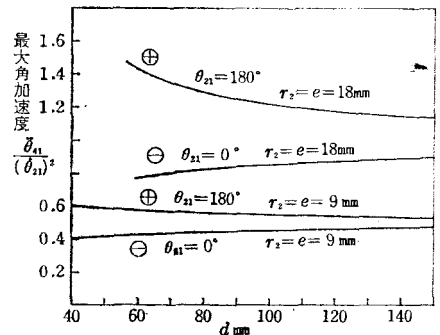


図8 $r_2=r_4=e=18mm$ の場合の $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2_{max}$

$$\theta_{21}=0, \quad \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = -\frac{de\sqrt{(d+e)^2-(r_4-r_2)^2}}{r_4(d+e)^2} \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$\theta_{21}=180^\circ, \quad \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = \frac{de\sqrt{(d-e)^2-(r_4-r_2)^2}}{r_4(d-e)^2} \quad \dots\dots\dots(34)$$

となるので、前例のように $e=r_2=9\text{mm}$, $r_4=18\text{mm}$, $d=40\sim 150\text{mm}$ について $\theta_{21}=0$ と 180° について $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ の値を求めたものを図8の下の実線で示す。正の角加速度の方が負のそれよりも大きく、 d が増加するにつれて減少するが非常に僅かにほぼ一定と見なされる。角加速度は d の影響を余り受けないので $e=r_2=r_4/2=12\text{mm}$ にして計算すれば正の角加速度が僅かに大きくなる。

§ 6 被動歯車の停止位置の θ_{21} と θ_{41}

前述したように被動歯車4が一時停止するときの駆動歯車の回転角 θ_{21} は式(16)から

$$\sin\theta_{21} = \sqrt{d^2 - r_4^2}/d, \quad \theta_{21} > 30^\circ \quad \dots\dots\dots(35)$$

で求められ、そのときの θ_{41} を求めるには式(2), (14)より β_0 , α , β を次式から求める。

$$\sin\beta_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{r_4 - r_2}{d+e}\right)^2}, \quad \sin\alpha = \frac{e\sqrt{d^2 - r_4^2}}{d\sqrt{d^2 + e^2 - 2er_4}},$$

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{(r_4 - r_2)^2}{d^2 + e^2 - 2er_4}} \quad \dots\dots\dots(36), (37), (38)$$

これらの値を式(6)より得られた次式に代入すれば被動歯車4の回転角 θ_{41} は求められる。

$$\theta_{41} = \frac{r_2}{r_4}\theta_{21} + \left(1 - \frac{r_2}{r_4}\right)(\alpha + \beta_0 - \beta) + \frac{180^\circ}{\pi r_4} \left\{ \sqrt{d^2 + e^2 - 2er_4} - (r_4 - r_2)^2 - \sqrt{(d+e)^2 - (r_4 - r_2)^2} \right\} \quad \dots\dots\dots(39)$$

図9は横軸に θ_{21} , 縦軸に θ_{41} を示す $e=r_2=r_4/2=9, 12\text{mm}$ の場合で線上の値は d の値である。これから d が増すにつれて θ_{21} , θ_{41} の値が減少する。両方共にほぼ同一直線で d の値の位置が異なる。

図10は $e=r_2=r_4=18\text{mm}$ の場合を示す。

§ 7 最大角速度の位置とその値

被動歯車4の角加速度 $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2=0$ とおけば角速度は最小値と最大値をとる。そのときの θ_{21} の値と最大角速度を求める。

式(21)より $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2=0$ とおけば $\alpha = \beta$ となり、これに式(19), (20)を代入して整理すれば

$$\begin{aligned} & \{de(1+\cos^2\theta) + (d^2+e^2)\cos\theta_{21}\}^2 \times \\ & \{d^2+e^2+2de\cos\theta_{21} - (r_4-r_2)^2\} \\ & = d^2(r_4-r_2)^2(d+e\cos\theta_{21})^2(1-\cos^2\theta_{21}) \quad \dots\dots\dots(40) \end{aligned}$$

となる。この式を更に因数分解すれば

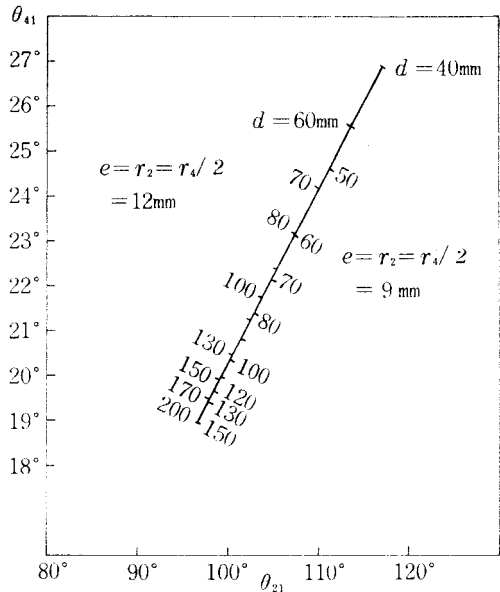


図9 停止位置の θ_{21} と θ_{41} ($e=r_2=r_4/2$)

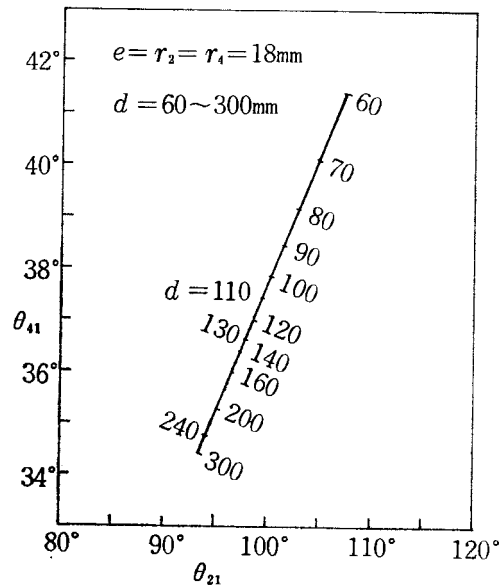


図10 停止位置の θ_{21} と θ_{41} ($e=r_2=r_4$)

$$(d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})(d + e \cos \theta_{21})^2 \{ (d \cos \theta_{21} + e)^2 - (r_4 - r_2)^2 \} = 0$$

となる。しかるに $d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21} = k^2 \neq 0$ であり、また $d > e$ から $d + e \cos \theta_{21} \neq 0$ となるので式(40)は結局

$$\cos \theta_{21} = \frac{-e \pm (r_4 - r_2)}{d} \dots \dots \dots (41)$$

となる。

(1) $r_2 = r_4$ の場合 式(41)から最大角速度を与える θ_{21} の値は

$$\cos \theta_{21} = -\frac{e}{d}, \quad \sin \theta_{21} = -\frac{\sqrt{d^2 - e^2}}{d} \dots \dots \dots (42)$$

となる。この式と $r_2 = r_4$ を式(11)に代入すれば最大角速度は

$$(\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21})_{max} = (r_2 + e)/r_2 \dots \dots \dots (43)$$

となるので $e = r_2 = r_4$ の場合は $\cos \theta_{21} = -r_2/d$, $(\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21})_{max} = 2$ となる。最小角速度の位置は $\cos \theta_{21} = -r_2/d$ で $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ となる。

(2) $e = r_2 = r_4/2$ の場合 式(41)から

$\cos \theta_{21} = 0$ あるいは $-2r_2/d$ となる。図4～6を参照すれば最大角速度の位置は $\theta_{21} = 270^\circ$ で、

$(\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21})_{max} = 1$ であることがわかるので、 $\cos \theta_{21} = 0$ 最大角速度の位置で $\theta_{21} = 270^\circ$, $\sin \theta_{21} = -1$ を式(11)に代入すれば $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 1$ となる。次に $\cos \theta_{21} = -2r_2/d$ は最小角速度の位置で $\sin \theta_{21} = \sqrt{d^2 - 4r_2^2}/d$ とすれば $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ となる。表4を参照されたい。

最小角速度の位置は角速度が零すなわち一時停止の位置で上式は式(35)に一致する。

§8 チェーンあるいはベルトの全長

図2に示すように両歯車の中心距離 $O_2O_4 = k$ とし、チェーン(ベルト)の長さを l とすれば l は k の長さに応じて変化する。 $\angle C'O_4O_2 = \beta$ とすれば

$$\frac{l}{2} = r_2 \frac{\pi}{180^\circ} \beta + \sqrt{k^2 - (r_4 - r_2)^2} + r_4 \left(\pi - \frac{\pi}{180^\circ} \beta \right)$$

となり、式(4)の β , k を上式に代入すれば次式を得る。

$$l = 2r_4\pi - 2(r_4 - r_2) \frac{\pi}{180^\circ} \cos^{-1} \frac{r_4 - r_2}{\sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}}} + 2\sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}} - (r_4 - r_2)^2 \dots \dots \dots (44)$$

図11は例えば $e = r_2 = r_4/2 = 9\text{mm}$, $d = 88.9\text{mm}$ の場合の $\theta_{21} = 0 \sim 360^\circ$ の l の変化を示す。図から $\theta_{21} = 0$ のとき l_{max} で、 $\theta_{21} = 180^\circ$ のとき l_{min} であることがわかる。式(44)を θ_{21} で微分し $dl/d\theta_{21} = 0$ とおけば $\sin \theta_{21} = 0$ となり、このことが確かめられる。 $\theta_{21} = 0$ の場合 l_{max} は式(1)の L の2倍であることがわかる。

$$l_{max} = 2L = 2r_4\pi - 2(r_4 - r_2) \frac{\pi}{180^\circ} \cos^{-1} \frac{r_4 - r_2}{d+e} + 2\sqrt{(d+e)^2 - (r_4 - r_2)^2} \dots \dots \dots (45)$$

$\theta_{21} = 180^\circ$ の場合

$$l_{min} = 2r_4\pi - 2(r_4 - r_2) \frac{\pi}{180^\circ} \cos^{-1} \frac{r_4 - r_2}{d-e} + 2\sqrt{(d-e)^2 - (r_4 - r_2)^2} \dots \dots \dots (46)$$

チェーン(ベルト)の弛みを s とすれば

$$s = l_{max} - l_{min} = 2(r_4 - r_2) \frac{\pi}{180^\circ} \left\{ \cos^{-1} \frac{r_4 - r_2}{d-e} - \cos^{-1} \frac{r_4 - r_2}{d+e} \right\}$$

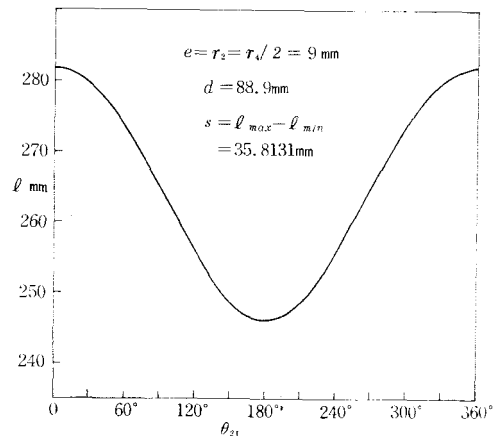


図11 チェーン(ベルト)の全長の変化

$$+2\sqrt{(d+e)^2-(r_4-r_2)^2}-2\sqrt{(d-e)^2-(r_4-r_2)^2}\dots\dots\dots(47)$$

となる。今 $r_2=r_4$ とすれば

$$s=2(d+e)-(d-e)=4e\dots\dots\dots(48)$$

となり、これからチェーン(ベルト)の弛みは $r_2=r_4$ の場合 e のみに関係し、 d に無関係であることがわかる。 $r_2=r_4$ の場合 d の影響を調べるため例えば $e=r_2=r_4/2=9, 12\text{mm}$ の場合を図12に示した。 d が小さい間は弛み量 s は小さいが、 d が増すにつれて s は微増し $4e$ に近づくので d の影響は小さいと考えてよい。

§ 9 $e=r_2$ の場合の運動

チェーン歯車機構においてこれまで $e=r_2$ の場合を論じた。これは被動歯車を一時停止させるためであった。そこで $e \neq r_2$ の場合を考える。

(1) $r_2=r_4/2$ の場合

$r_2=r_4/2$ で $e \neq r_2$ の場合、例えば $r_2=r_4/2=9\text{mm}$ 、 $d=88.9\text{mm}$ で $e=5\sim 11\text{mm}$ の場合の被動歯車の角変位 θ_{41} を図13に、角速度 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ を図14に、角加速度 $\ddot{\theta}_{41}/(\ddot{\theta}_{21})^2$ を図15に示し、 e の変化によるその影響を調べた。

$e < r_2$ の場合、例えば $r_2=9\text{mm}$ で $e=5\text{mm}$ の場合図13から被動歯車4は一時停止せず図14において最大角速度は $e=9\text{mm}$ の場合に比して低くなり、図15において最大角加速度も低くなる。

$e > r_2$ の場合、例えば $e=11\text{mm}$ のとき図13において θ_{21} が $65^\circ \sim 170^\circ$ の間は θ_{41} が小さくなり、図14からも被動歯車が逆転するように見えるが、これはチェーンあるいはベルトが撓むため被動歯車はフリーとなるので実際には例えばラチェット等を用いて休止させなければならない。すなわちラチェットを用いれば被動歯車は上記の期間休止するので、間欠運動機構が得られる。よってこの期間の最大角速度、角加速度は問題にならないが、この期間を過ぎれば被動歯車の回転がスタートするのでその時の角加速度は問題となる。

以上のような意味でチェーンあるいはベルトが弛まないと仮定した場合の被動歯車の角変位、角速度、角加速度が図に引かれている。

図13, 14において θ_{21} が 170° を過ぎると角速度は増大し、 $\theta_{21}=270^\circ$ で最大となり、そのときの $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} \div 1.111$ となり、 $e=9\text{mm}$ の場合より高くなる。

図15において角加速度 $\ddot{\theta}_{41}/(\ddot{\theta}_{21})^2=0$ になる θ_{21} の

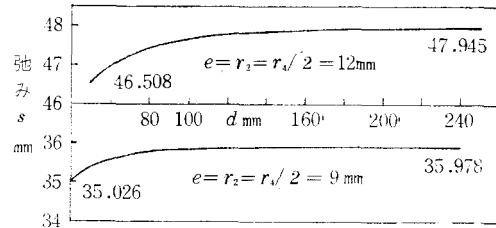


図12 チェーン(ベルト)の弛み

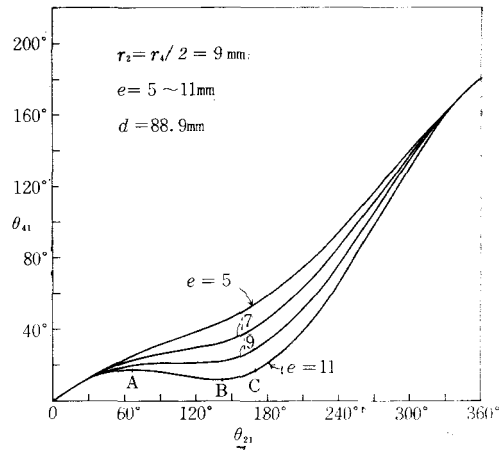


図13 $r_2=r_4/2$, $e \neq r_2$ の場合の θ_{41}

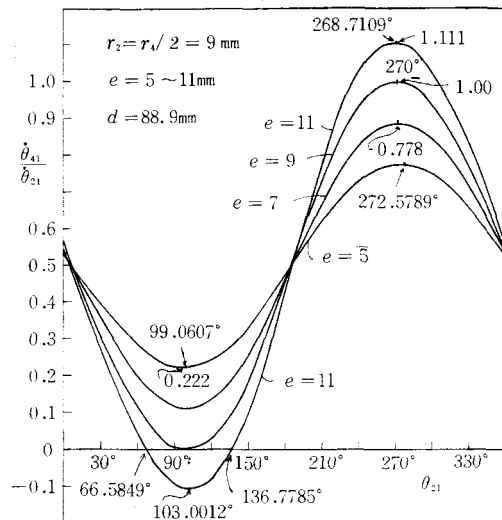
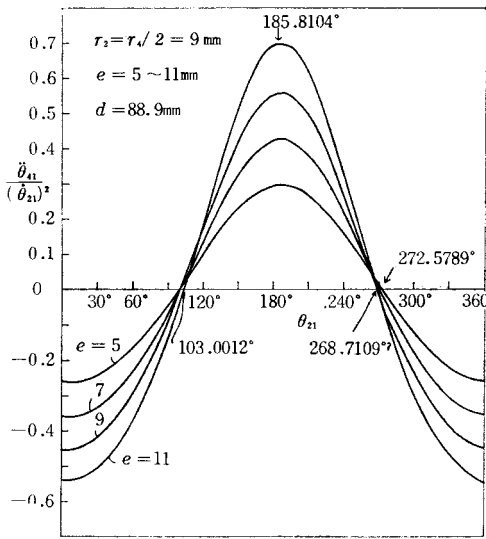
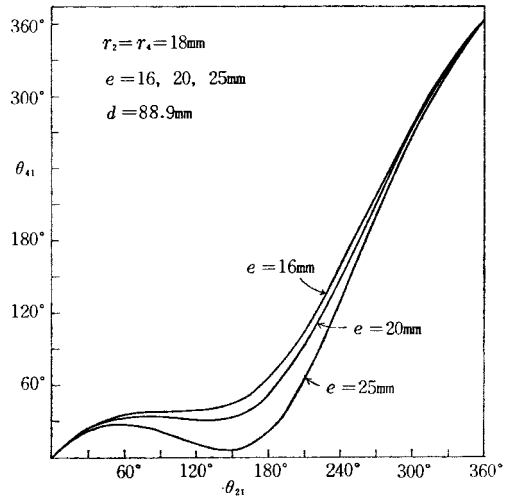
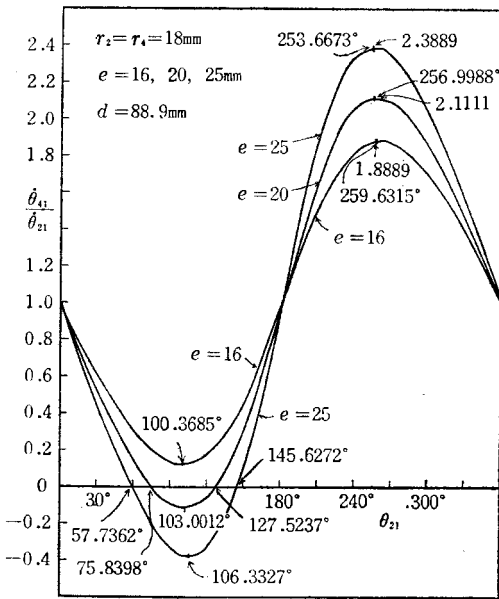
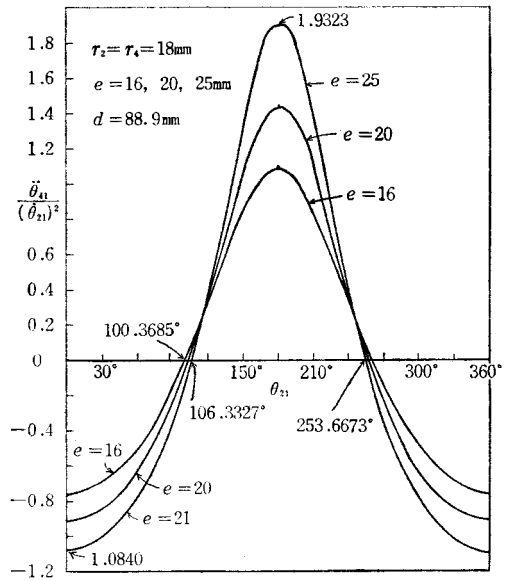


図14 $r_2=r_4/2$, $e \neq r_2$ の場合の $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$

図15 $r_2 = r_4/2$, $e \approx r_2$ の場合の $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ 図16 $r_2 = r_4$, $e \approx r_2$ の場合の θ_{41} 図17 $r_2 = r_4$, $e \approx r_2$ の場合の $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ 図18 $r_2 = r_4$, $e \approx r_2$ の場合の $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$

値は e によって異なることがわかり、最大角加速度は $e = r_2 = 9\text{mm}$ の場合より大となるがその θ_{21} の値は 6° と 182° の附近と思われる。図14の角速度曲線において各 e に対する曲線が $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0.5$ の線上の $\theta_{21} \div 6^\circ$ あるいは 186° の点を通ることに注意されたい。

(2) $r_2 = r_4$ の場合

例えば $r_2 = r_4 = 18\text{mm}$, $d = 8.89\text{mm}$, $e = 16 \sim 25\text{mm}$ の場合の各 θ_{21} に対する被動歯車の角変位 θ_{41} を図16に、角速度 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ を図17に、角加速度 $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ を図18に示す。 $r_2 = r_4/2$ の場合と同様なことがわかる。図17においてすべての e に対する角速度曲線が $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 1$ の線上の $\theta_{21} \div 0$ あるいは 180° の点を通ることに注意されたい。

§10 被動歯車の停止 ($e > r_2$)

$e = r_2$ の場合式(16)より一時停止の θ_{21} の値は

$$\cos \theta_{21} = -\frac{r_4}{d} \text{ あるいは } \sin \theta_{21} = \frac{\sqrt{d^2 - r_4^2}}{d} \quad (49)$$

であったが、 $e < r_2$ の場合は図13, 16より明らかに連続回転する。

$e > r_2$ の場合 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ とおけば被動歯車の最初の停止位置がわかる。例えば図13の $e = 11\text{mm}$ の場合において、 θ_{21} が約 65° の A 点を過ぎると θ_{41} は減少し始めるので被動歯車はその位置で停止するとし、 θ_{21} が約 140° の B 点を過ぎて θ_{21} が約 170° の C 点で初めて A 点の θ_{41} と同じ値となり、これを過ぎれば θ_{41} は増加するので θ_{21} の AC 間は被動歯車は停止したままである。しかるに図14の角速度線図においては A, B の両点において曲線が $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ の横軸と交わるので C 点の θ_{21} を求めることはできない。

被動歯車の停止期間を求めるには A 点における θ_{41} と同じ値をもつ C 点の θ_{21} を求めねばならない。そのためには A 点の θ_{21} を求め、次にこの点の θ_{41} を求め、それと同じ値をもつ C 点の θ_{21} を求めればよい。式(11)より $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ とおけば

$$r_4 e^2 + d^2 r_2 + d e (r_2 + r_4) \cos \theta_{21} = d e \sin \theta_{21} \sqrt{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2} + 2 d e \cos \theta_{21} \quad (50)$$

が得られる。これは $\cos \theta_{21}$ の次のような3次式となる。

$$\cos^3 \theta_{21} + A \cos^2 \theta_{21} + B \cos \theta_{21} + C = 0$$

$$\text{ただし } A = (d^2 + e^2 + 4r_2 r_4) / 2 d e$$

$$B = \{r_2 r_4 (d^2 + e^2) + d^2 r_2^2 + e^2 r_4^2 - d^2 e^2\} / d^2 e^2$$

$$C = (d^2 + e^2)(d^2 r_2^2 + e^2 r_4^2 - d^2 e^2) / 2 d^3 e^3$$

$$\left. \begin{array}{l} A = (d^2 + e^2 + 4r_2 r_4) / 2 d e \\ B = \{r_2 r_4 (d^2 + e^2) + d^2 r_2^2 + e^2 r_4^2 - d^2 e^2\} / d^2 e^2 \\ C = (d^2 + e^2)(d^2 r_2^2 + e^2 r_4^2 - d^2 e^2) / 2 d^3 e^3 \end{array} \right\} \quad (51)$$

例えば図13の $r_2 = r_4 / 2 = 9\text{mm}$, $d = 88.9\text{mm}$, $e = 11\text{mm}$ の場合式(51)に代入して計算すれば

$A = 4.434098578$, $B = 1.069758463$, $C = -1.188092283$ となり、3次式を解けば次の3根が得られる。

$$\cos \theta_{21} = 0.397389611, -0.728711832, 4.10277635$$

第1根より A 点の $\theta_{21} = 66.5849^\circ = 66^\circ 35'$, 第2根より B 点の $\theta_{21} = 136.7785^\circ = 136^\circ 47'$, 第3根は採用できぬ。 A 点の $\theta_{41} = 17.0984^\circ = 17^\circ 6'$ である。しかし C 点の θ_{21} を求めるためには式(6)に θ_{41} を与えて θ_{21} を求めなければならぬから非常に困難であるので図13, 16から求めるほかはない。

$e > r_2$ の場合の $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ の θ_{21} の値を表3に示す。

表3 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21} = 0$ の θ_{21} の値 $d = 88.9\text{mm}$

$r_2 = r_4 / 2 = 9\text{mm}$			$r_2 = r_4 = 18\text{mm}$		
$e\text{mm}$	A 点の θ_{21}°	B 点の θ_{21}°	$e\text{mm}$	A 点の θ_{21}°	B 点の θ_{21}°
9	101.68171	101.68171	18	101.68171	101.68171
10	104.16023	127.52366	19	83.00999	120.35344
11	66.58490	136.77852	20	75.83977	127.52366
12	60.27208	143.09134	21	70.67899	132.68444
13	55.49476	147.86866	22	66.58490	136.77852
15	48.55159	154.81183	23	63.18175	140.18167
17	43.64742	159.71601	25	57.73618	145.62724
20	38.42538	164.93804	30	48.55159	154.81183

表3から e の増加に伴ない A 点の θ_{21} は減少し、 B 点の θ_{21} は増加し、停止期間が長くなることがわかる。

角加速度零の位置 θ_{21} ($e \neq r_2$)

$e \neq r_2$ の場合の角速度 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ の曲線が最小と最大となる θ_{21} の値は式(41)から得られ、それを式(11)

に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \text{最小角速度 } \cos\theta_{21} &= -\frac{e+(r_4-r_2)}{d}, \quad \sin\theta_{21} = \sqrt{1-\left(\frac{e+(r_4-r_2)}{d}\right)^2}, \quad \left(\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}}\right)_{\min} = \frac{r_2-e}{r_4} \\ \text{最大角速度 } \cos\theta_{21} &= -\frac{e-(r_4-r_2)}{d}, \quad \sin\theta_{21} = -\sqrt{1-\left(\frac{e-(r_4-r_2)}{d}\right)^2}, \quad \left(\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}}\right)_{\max} = \frac{r_2+e}{r_4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

となるので, $r_2=r_4/2=9\text{mm}$, $r_2=r_4=18\text{mm}$ の各 e に対する θ_{21} と $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ は表4で示される。

表4 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ の最小値と最大値と θ_{21} の値 $d=88.9\text{mm}$

$r_2=r_4/2=9\text{mm}$					$r_2=r_4=18\text{mm}$				
$e\text{ mm}$	最 小 値		最 大 値		$e\text{ mm}$	最 小 値		最 大 値	
	θ_{21}	$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}}$	θ_{21}	$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}}$		θ_{21}	$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}}$	θ_{21}	$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}}$
4	98.4086	0.27	273.2242	0.72	15	99.7139	0.16	260.2861	1.83
5	99.0607	0.22	272.5789	0.77	16	100.3685	0.11	259.6315	1.88
6	99.7139	0.16	271.9337	0.83	17	101.0244	0.05	258.9756	1.94
7	100.3685	0.11	271.2891	0.88	18	101.6817	0.00	258.3183	2.00
8	101.0244	0.05	270.6445	0.94	19	102.3406	-0.05	257.6594	2.05
9	101.6817	0.00	270.0000	1.00	20	103.0012	-0.11	256.9988	2.11
10	102.3406	-0.05	269.3555	1.05	22	102.3406	-0.22	255.6720	2.22
11	103.0012	-0.11	268.7109	1.11	25	106.3327	-0.38	253.6673	2.38

§11 結 論

以上によりチェーン(ベルト)歯車機構の被動歯車の運動を調べ, その角変位, 角速度, 角加速度を求める計算式を導いた。主として歯数比 1:1 と 1:2 の場合について述べたがその結果次のような結論を得た。

(1) 駆動歯車をそのピッチ円半径だけ偏心して回転させれば軸間距離に無関係に被動歯車は一時停止する。(2) 一時停止のときの被動歯車の角加速度は零となる。(3) 駆動歯車が1回転すれば被動歯車はその歯数比だけ回転する。(4) 歯数比 1:2 の場合スライダクランク機構を併用することにより停止時のスライダの加速度を零にできる。(5) 駆動歯車の偏心量がそのピッチ円半径に比して大きい場合は被動歯車は長期間停止するので間欠機構として利用できる。

次報において駆動歯車の偏心量を大きくし, チェーン歯車機構を間欠機構として利用する場合について論ずる。

文 献

- 糸島 寛典: 3 歯車リンク機構の研究(第1報) 呉高専研究報告, 第6巻, 第1号, 25~36頁, 1970.
- 糸島 寛典: 3 歯車リンク機構の研究(第2報) 呉高専研究報告, 第7巻, 第1号, 31~43頁, 1971.

(昭和47年1月8日 受付)

揺動等角加速度カムの滑り率の研究（第2報）

（揺動平板従動節）

（機械工学科） 糸 島 寛 典・方 岡 弁 司

Studies on the Specific Sliding of the Constant Angular Acceleration Cam with the Oscillating Follower (Report 2)

(Oscillating Flat Follower)

Hironori ITOSHIMA and Benji KATAOKA

In Report 1, we examined the specific sliding of the cam with the oscillating circular arc follower and designed the cam mechanism in which the cam and the follower have each the minimum specific sliding.

In this report, the specific sliding of the cam with the oscillating flat follower is discussed and the cam mechanism with the minimum specific sliding is designed.

In the oscillating flat follower, the selection of the best rotating angle of the cam on the each stroke is difficult.

§ 1 緒 言

前報¹⁾において揺動円弧従動節をもつ等角加速度カムの滑り率を考慮した設計について述べ、従動節の滑り率を一定値内にすることができた。

本報において円弧従動節の代りに平板従動節を用いた等角加速度カムを得るために滑り率を考慮して設計を行う。カムの滑り率をある限度内例えば3以内とし、従動節の滑り率を無限大としないである限度内例えば6以内におさまるようにする。

§ 2 記 号

θ_0 : 往き行程のカムの回転角	ψ : 揺動従動節の最大揺動角
θ_r : 戻り行程のカムの回転角	θ : カムの回転角
φ : 従動節の角変位	ϕ : 押進め角
φ_0 : 従動節が基礎円に接するとき従動節が中心線 AB となす角	
φ_1 : 従動節の中心線となす角	d : 軸間距離
R_0 : 基礎円半径	f : 平板従動節のかたより量
ρ_T : カムの曲率半径	s : 従動節上の接触点の距離
PT : 接触点から瞬間中心迄の距離	x_T, y_T : カムの輪郭の座標
X, Y : 従動節上の座標	ξ_T, η_T : 接触点の軌跡の座標

§ 3 揺動平板従動節

図1は揺動平板従動節をもつ板カムを示す。カムはAを中心に反時計回りに、揺動従動節はB点を中心として往き行程においては時計回りに回転するものとする。基礎円半径を R_0 とす。

A点を原点とする xy 座標をカムに固定し、 x 軸がABとなす角を θ とし、平板従動節が運動を始める点における θ を零とす。B点を原点とする XY 座標を従動節に図のように固定し、 Y 軸がABとなす角を φ_1 とす。A点を原点としABを ξ 軸とする直角座標 $\xi\eta$ を取る。

平板従動節の接触面のかたより量を f とし、図の場合を+とす。カムの接触点を T とし、従動節が中心線ABとなす揺動角を φ_1 とす。接触点 T における法線がABと交わる点を P とすれば P 点はカム1と従動節2の瞬間中心 I_{12} であるので $AP \cdot \dot{\theta} = BP \cdot \dot{\varphi}_1$ となり、 $AP/BP = d\varphi_1/d\theta$ となる。更に $AP + BP = d$ から

$$AP = d \cdot \frac{d\varphi_1}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}}, \quad BP = \frac{d}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。接触点 T の XY 座標を X_T, Y_T とすれば次のようになる。

$$X_T = -f, \quad Y_T = \frac{d \cos \varphi_1}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

A点の XY 座標を X_A, Y_A とすれば次のようになる。

$$X_A = -d \sin \varphi_1, \quad Y_A = d \cos \varphi_1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(1) カムの輪郭 XY 座標の T 点を xy 座標に変換すれば

$$\left. \begin{aligned} x_T &= (X_T - X_A) \sin(\theta + \varphi_1) - (Y_T - Y_A) \cos(\theta + \varphi_1) \\ y_T &= (X_T - X_A) \cos(\theta + \varphi_1) + (Y_T - Y_A) \sin(\theta + \varphi_1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。これに式(2), (3)を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} x_T &= (d \sin \varphi_1 - f) \sin(\theta + \varphi_1) + d \frac{\frac{d\varphi_1}{d\theta}}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \cos \varphi_1 \cos(\theta + \varphi_1) \\ y_T &= (d \sin \varphi_1 - f) \cos(\theta + \varphi_1) - d \frac{\frac{d\varphi_1}{d\theta}}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \cos \varphi_1 \sin(\theta + \varphi_1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。これはカムの輪郭を示す式である。

(2) 接触点の軌跡 接触点 T の座標 X_T, Y_T を $\xi\eta$ 座標に変換すれば

$$\xi_T = (X_T - X_A) \sin \varphi_1 - (Y_T - Y_A) \cos \varphi_1, \quad \eta_T = (X_T - X_A) \cos \varphi_1 + (Y_T - Y_A) \sin \varphi_1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

が得られるので、これに式(2), (3)を代入すれば次式のように接触点の軌跡が得られを。

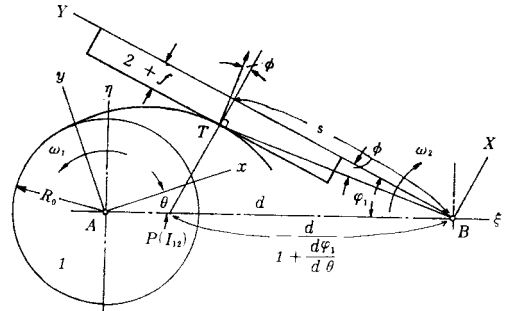


図1 揺動平板従動節をもつカム

$$\left. \begin{aligned} \xi_r &= (d \sin \varphi_1 - f) \sin \varphi_1 + d \frac{\frac{d\varphi_1}{d\theta}}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \cos^2 \varphi_1 \\ \eta_r &= (d \sin \varphi_1 - f) \cos \varphi_1 - d \frac{\frac{d\varphi_1}{d\theta}}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \cos \varphi_1 \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(3) カムの曲率半径と PT の長さ 揺動平板従動節の場合の板カムの輪郭の曲率半径 ρ_r と PT は前報²⁾により次式のように示される。

$$\frac{\rho_r}{d} = \frac{\left(\sin \varphi_1 - \frac{f}{d} \right) \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^3 - \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \left(\frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 \sin \varphi_1 + \frac{d^2 \varphi_1}{d\theta^2} \cos \varphi_1}{\left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^3} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{PT}{d} = \frac{\sin \varphi_1 - \frac{f}{d} \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \dots\dots\dots (9)$$

(4) 従動節上の接触点の位置 図1において従動節の中心 B から接触点 T までの水平距離を s とすれば、 s は図から次のようになる。

$$\frac{s}{d} = \frac{\cos \varphi_1}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \dots\dots\dots (10)$$

この値は従動節上の点の滑り率を求めるに必要である。

(5) 押進め角 図1において従動節上の接触点 T の速度の方向すなわち T 点における BT の垂線と T 点のカムへの法線 TP の交角 ϕ が押進め角であり、これは $\angle TBY$ に等しいので

$$\tan \phi = \frac{f}{s} = \frac{f \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)}{\cos \varphi_1} \dots\dots\dots (11)$$

となり、 $f=0$ の場合は $\phi=0$ であることがわかる。 f が一定の場合、 s が最小のとき ϕ が最大となることがわかる。普通 f は小さく、 d は大きいから、 ϕ は小さく問題にはならぬ。

(6) 滑り率 カムと従動節の滑り率を σ_1 、 σ_2 とすれば、前報²⁾より平板従動節の場合次式が得られる。

$$\sigma_1 = \frac{PT}{\rho_r}, \quad \sigma_2 = \frac{PT}{\rho_r - PT} \dots\dots\dots (12)$$

§ 4 等角加速度カムの従動節の角変位、角速度、角加速度

図1において従動節が半径 R_0 の基礎円に接触するときの従動節が中心線 AB のなす角を φ_0 とし、従動節の角変位を φ とすれば次式が得られる。 φ は等角加速度に変化する。

$$\varphi_1 = \varphi + \varphi_0, \quad \varphi_0 = \sin^{-1} \left(\frac{R_0 + f}{d} \right) \dots\dots\dots (13)$$

φ_0 の値は計算にしばしば必要とされるので表1に示す。

図2は等角加速度カムのカム線図を示す。最大の揺動角を Ψ とし、往き行程のカムの回転角を θ_0 、戻

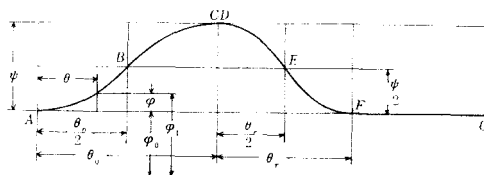


図2 等角加速度カムのカム線図

り行程のカムの回転角を θ_r とす。

等角加速度カムの場合このカム線図の曲線が放物線であることはよく知られている。この線図より φ が与えられる。前報¹⁾と同様にその運動は次式で示される。

(1) **AB間の運動** ($0 \leq \theta \leq \theta_0/2$)

$$\varphi = \frac{2\Psi}{\theta_0^2} \theta^2, \quad \varphi_1 = \varphi + \varphi_0, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = \frac{4\Psi}{\theta_0^2} \theta, \\ \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{4\Psi}{\theta_0^2} \dots\dots\dots (14)$$

(2) **BC間の運動** ($\theta_0/2 \leq \theta \leq \theta_0$)

$$\varphi = \Psi \left\{ 1 - 2 \left(\frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} \right)^2 \right\}, \quad \varphi_1 = \varphi + \varphi_0, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = \frac{4\Psi}{\theta_0^2} (\theta_0 - \theta), \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = -\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{4\Psi}{\theta_0^2} \dots\dots\dots (15)$$

(3) **DE間の運動** ($\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0 + \theta_r/2$)

$$\varphi = \Psi \left\{ 1 - 2 \left(\frac{\theta - \theta_0}{\theta_r} \right)^2 \right\}, \quad \varphi_1 = \varphi + \varphi_0, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = -\frac{4\Psi}{\theta_r^2} (\theta - \theta_0), \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = -\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{4\Psi}{\theta_r^2} \dots\dots\dots (16)$$

(4) **EF間の運動** ($\theta_0 + \theta_r/2 \leq \theta \leq \theta_0 + \theta_r$)

$$\varphi = \frac{2\Psi}{\theta_r^2} \{ (\theta - \theta_0) - \theta_r \}^2, \quad \varphi_1 = \varphi + \varphi_0, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = \frac{4\Psi}{\theta_r^2} \{ (\theta - \theta_0) - \theta_r \}, \quad \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{4\Psi}{\theta_r^2} \dots\dots\dots (17)$$

§ 5 曲率半径と滑り率の計算例

R_0/d , f/d が指定されれば式(13)か表1より φ_0 が求まり, Ψ , θ_0 , θ_r が指定されれば式(14)~(17)より φ , φ_1 , $d\varphi_1/d\theta$, $d^2\varphi_1/d\theta^2$ が求まるので式(8), (9)に代入して ρ_T , PT を求め, これを式(12)に代入すれば滑り率 σ_1 , σ_2 が求められる。

カムの曲率半径 ρ_T が負のときすなわち $\rho_T < 0$ のときあるいは $\rho_T = \infty$ のときには平板従動節は用いられない。また ρ_T が零に非常に近い値のときはカムの滑り率が非常に大きくなるので前報¹⁾のような適当な値を指定して ρ_T/d , σ_1 , σ_2 がどのように変化するかを調べる。

図3は計算例(1)として, $R_0/d=0.7$, $f/d=0.1$, $\theta_0=\theta_r=120^\circ$, $\Psi=20^\circ$ の場合の ρ_T/d , σ_1 , σ_2 の曲線を示す。表1から $\varphi_0=53.13009^\circ$ である。この図から曲率半径 ρ_T は戻り行程の中央E点で最小値を取ることがわかり, その他の点ではほぼ一様で $\rho_T=\infty$ の所は存在しない。カムの滑り率 σ_1 もE点で特に大となるが他の点では1以下で問題にならぬ。従動節の滑り率 σ_2 は往き行程の後半と戻り行程の後

表1 ($R_0+f)/d$ による φ_0 の値

$(R_0+f)/d$	φ_0 (度)	$(R_0+f)/d$	φ_0 (度)
0.10	5.73916	0.55	33.36700
0.15	8.62692	0.60	36.86989
0.20	11.53695	0.65	40.54159
0.25	14.47750	0.70	44.42699
0.30	17.45759	0.75	48.59036
0.35	20.48730	0.80	53.13009
0.40	23.57816	0.85	58.21166
0.45	26.74367	0.90	64.15806
0.50	30.00000	0.95	71.80512

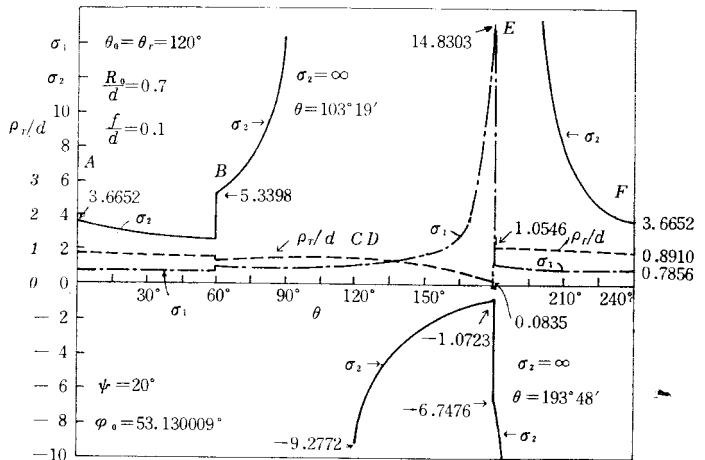


図3 等角加速度カムの ρ_T と σ_1 , σ_2 の例 (1)

半で $\sigma_2 = \infty$ の所があるので、この位置の θ を求める必要がある。

図4は上記のデータを式(10)に代入して s/d を求め、従動節上の接触点上の σ_2 を表示したもので、接触面上の両端において $\sigma_2 = \infty$ になることがわかり途中はほぼ一様である。

$\sigma_2 = \infty$ のときは式(12)より $\rho_T = PT$ であるので式(8)、(9)の右辺を等しいとおいて計算すれば

$$\sin \varphi_1 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \left(\frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) + \frac{d^2 \varphi_1}{d\theta^2} \cos \varphi_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

が得られる。これに式(15)あるいは式(17)を代入して θ を求めればよいのだが、その計算が非常に複雑なので逐次近似法で求める。図3の場合 $\sigma_2 = \infty$ となる θ は BC 間で $\theta = 103.322^\circ = 103^\circ 19'$ 、 EF 間で $\theta = 193.795^\circ = 193^\circ 48'$ となる。

次に従動節上の接触点の位置 s の最大最小位置を求めるため式(10)を θ で微分すれば

$$\frac{ds}{d\theta} = d \times \frac{-\sin \varphi_1 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \left(\frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) - \frac{d^2 \varphi_1}{d\theta^2} \cos \varphi_1}{\left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2} \quad \dots\dots\dots (19)$$

となり、 $ds/d\theta = 0$ とおけば、右辺は式(18)に一致するので、式(18)で得られた θ の値の所で s が最大、最小になることがわかる。 $\theta = 103^\circ 19'$ で $(s/d)_{min} = 0.2774$ 、 $\rho_T/d = 0.7722$ 、 $\theta = 193^\circ 48'$ で $(s/d)_{max} = 0.6317$ 、 $\rho_T/d = 1.0539$ が得られる。

戻り行程の中央 E 点の ρ_T を大きくし、 σ_1 を小さくするために $R_0/d = 0.6$ 、 $f/d = 0.1$ 、 $\theta_0 = 90^\circ$ 、 $\theta_r = 150^\circ$ 、 $\psi = 20^\circ$ の場合の ρ_T/d 、 σ_1 、 σ_2 の曲線を図5に示す。 $\varphi_0 = 44.42699^\circ$ である。

戻り行程の θ_r を大にすることにより ρ_T を大にし、 σ_1 を小さくすることができたが図3の例(1)と同様 ρ_T は E 点で最小となり、 σ_1 も E 点で最大で、 σ_2 は往き行程の後半と戻り行程の後半で無限大となる位置が存在する。

図6は平板従動節上の σ_2 を示す。接触面の両端で $\sigma_2 = \infty$ となる。

$\sigma_2 = \infty$ で s/d の最大最小の位置は $\theta = 64.88^\circ = 64^\circ 53'$ で $(s/d)_{min} = 0.3846$ 、 $\rho_T/d = 0.6028$ 、 $\theta = 180.555^\circ = 180^\circ 33'$ で $(s/d)_{max} = 0.8030$ 、 $\rho_T/d = 0.8814$ である。

前報¹⁾の円弧従動節の場合も E 点で曲率半径は最小値を取り、また無限大の所もあったが $\sigma_2 = \infty$ はないので、その場合も指定値を変えることにより、各行程の後半の $\sigma_2 = \infty$ をなくすることができる。

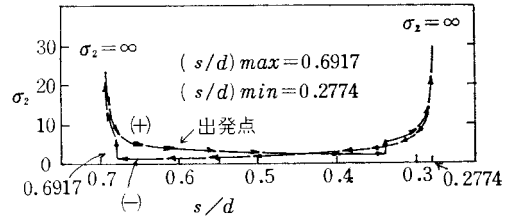


図4 計算例(1)の従動節上の σ_2

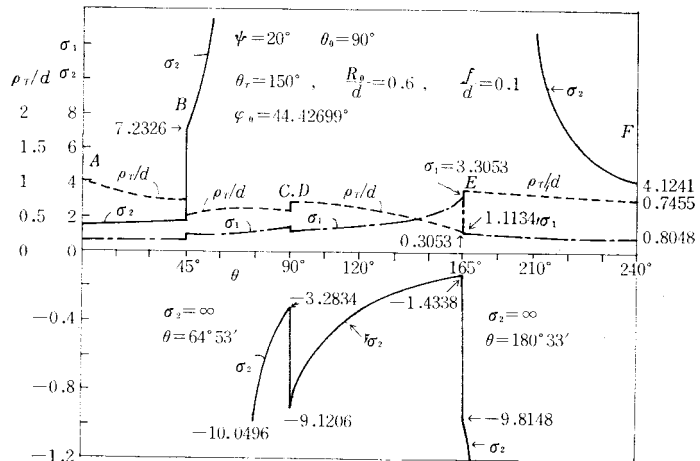


図5 曲率半径 ρ_T と滑り率 σ_1 、 σ_2 の計算例(2)

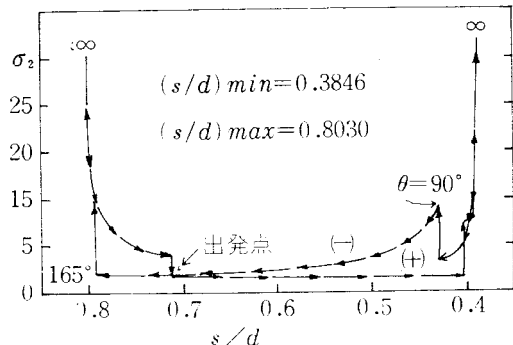


図6 例(2)の従動節の σ_2

§ 6 戻り行程 DE の終点 E の最小曲率半径と滑り率 σ_1

図3, 5から最小曲率半径 $\rho_{r \min}$ の位置は戻り行程の中央 E 点であるので, E 点の $\theta = \theta_0 + \theta_r/2$, $\varphi_1 = \varphi_0 + \Psi/2$, $d\varphi_1/d\theta = -2\Psi/\theta_r$, $d^2\varphi_1/d\theta^2 = -720^\circ\Psi/\pi\theta_r^2$ を式(8), (9)に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{\rho_{r \min}}{d} = \frac{\left(\sin \varphi_1 - \frac{f}{d}\right) \left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right)^3 - \left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right) \left(\frac{2\Psi}{\theta_r}\right)^2 \sin \varphi_1 - \frac{720^\circ}{\pi} \cdot \frac{\Psi}{\theta_r^2} \cos \varphi_1}{\left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right)^3} \quad (20)$$

$$\frac{PT}{d} = \frac{\sin \varphi_1 - \frac{f}{d} \left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right)}{1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}}, \quad \varphi_1 = \varphi_0 + \frac{\Psi}{2} \quad (21)$$

$$\sigma_1 = \frac{PT}{\rho_r} \quad (22)$$

例えば $\theta_r = 120^\circ$, $f/d = -0.1 \sim 0.1$ の場合の各 R_0/d に対する ρ_r/d と σ_1 を求めたものを図7に示す。図から R_0 が大きい程, f が正で大きい程 ρ_r が大きく, σ_1 が小さくなる。 σ_1 は R_0 の僅かの変化で激減するから図3の場合 $R_0/d \geq 0.8$ とすればよいことがわかる。

E 点の $\rho_{r \min}$ を指定して戻り行程の回転角 θ_r を求めるためには式(20)を変形して θ_r を求めれば次式が得られる。

$$\left(\sin \varphi_1 - \frac{\rho_{r \min} + f}{d}\right) \theta_r^3 - 6\Psi \left(\sin \varphi_1 - \frac{\rho_{r \min} + f}{d}\right) \theta_r^2 + \Psi \left(8\Psi \sin \varphi_1 - 12\Psi \frac{\rho_{r \min} + f}{d} - \frac{720^\circ}{\pi} \cos \varphi_1\right) \theta_r + 8\Psi^3 \frac{\rho_{r \min} + f}{d} = 0 \quad (23)$$

いま $(\rho_{r \min} + f)/d = 0$ の場合は式(23)の3次式は

$$\theta_r^3 - 6\Psi \theta_r + 8\Psi^2 - \frac{720^\circ}{\pi} \Psi \cot \varphi_1 = 0 \quad (24)$$

となるので

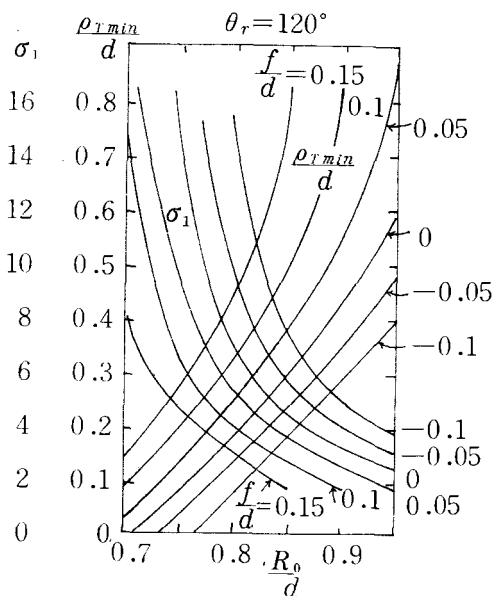


図7 E 点の $\rho_{r \min}/d$

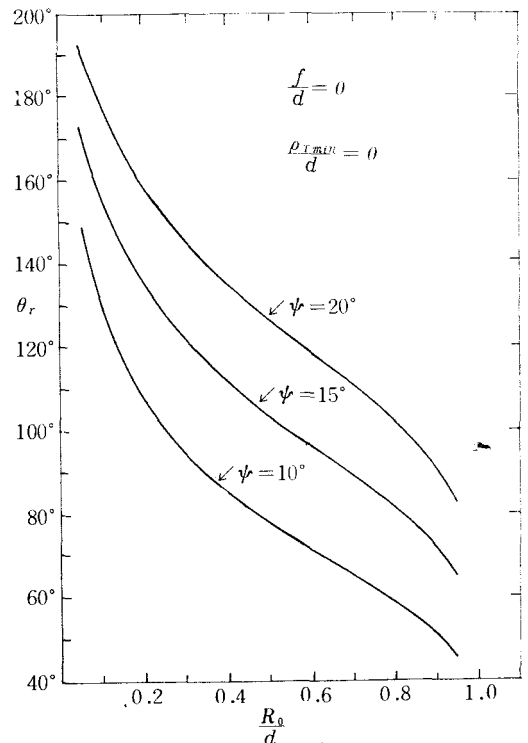


図8 $\rho_{r \min} = 0$ の場合の θ_r

$$\theta_r = \Psi + \sqrt{\Psi^2 + \frac{720^\circ}{\pi} \Psi \cot \varphi_1} \dots\dots\dots (25)$$

$$\cot \varphi_1 = \cot \left(\frac{\Psi}{2} + \varphi_0 \right) = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{R_0}{d} \right)^2} \cos \frac{\Psi}{2} - \frac{R_0}{d} \sin \frac{\Psi}{2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_0}{d} \right)^2} \sin \frac{\Psi}{2} + \frac{R_0}{d} \cos \frac{\Psi}{2}} \dots\dots\dots (26)$$

となる。

図8は式(25), (26)を用い $f=0$ の場合の $\rho_{Tmin}=0$ とする。 $\Psi=10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ に対する $R_0/d=0.1 \sim 0.9$ の場合の θ_r を求めたもので、図から例えば R_0/d が小さい場合は θ_r を大きくとらねばならぬ。すなわち $\Psi=20^\circ$ で $\theta_r=120^\circ$ のときは $R_0/d > 0.71$, $\theta_r=150^\circ$ のとき $R_0/d > 0.36$ となる。それ故 $\theta_r=90^\circ$ とするためには $\Psi < 15^\circ$ とせねばならぬことがわかる。

曲率半径としては $\rho_{Tmin}/d > 0.2$ が望ましいので、 $\rho_{Tmin}/d=0.2$ のときの $f/d=0.1, 0, -0.1$ の場合の θ_r を式(23), (25)によって求めたものを図9に示す。図から $R_0/d > 0.5$ の場合は $f/d=0.1$ の方が θ_r を小さく取ることができる。

曲率半径として $R_0/d < 0.5$ の場合は θ_r をできるだけ大きく、 $f/d > 0$, $\Psi < 20^\circ$ にすればよい。

カムの最大滑り率 σ_{1max} は一般に E 点に生ずるので式(20), (21)を式(22)に代入し、 σ_1 を指定して θ_r を求める式は次式のように導かれる。

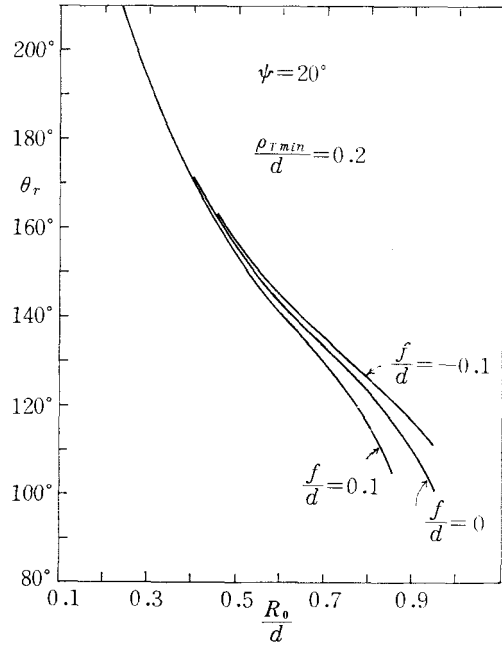


図9 $\rho_{Tmin}/d=0.2$ の場合の θ_r

$$\begin{aligned} & (\sigma_1 - 1) \left\{ \frac{f}{d} - \sin \varphi_1 \right\} \theta_r^3 + \Psi \left\{ (6\sigma_1 - 4) \sin \varphi_1 - 6(\sigma_1 - 1) \frac{f}{d} \right\} \theta_r^2 \\ & + \Psi \left\{ 12\Psi(\sigma_1 - 1) \frac{f}{d} + 4\Psi(1 - 2\sigma_1) \sin \varphi_1 + \frac{720^\circ}{\pi} \sigma_1 \cos \Psi_1 \right\} \theta_r - 8\Psi^3(\sigma_1 - 1) \frac{f}{d} = 0 \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

いま $f/d=0$ の場合は式(27)は次の2次式となる。

$$(1 - \sigma_1) \theta_r^2 + 2\Psi(3\sigma_1 - 2) \theta_r + \Psi \left\{ 4\Psi(1 - 2\sigma_1) + \frac{720^\circ}{\pi} \sigma_1 \cot \varphi_1 \right\} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

$$\theta_r = \frac{\Psi(3\sigma_1 - 2) + \sqrt{\Psi^2 \sigma_1^2 + \Psi \sigma_1 (\sigma_1 - 1) \frac{720^\circ}{\pi} \cot \varphi_1}}{\sigma_1 - 1} \dots\dots\dots (29)$$

$\Psi=20^\circ$, $f/d=0$, $\sigma_1=1.5 \sim 6$ の場合の θ_r を式(29)で求めたものを図10に示す。カムの滑り率としては3以下が望ましい。 R_0/d の増加により θ_r は激減する。 $\theta_r=180^\circ$ で $f/d=0$ のときは $R_0/d > 0.35$, $\theta_r=120^\circ$ で $f/d=0$ のときは $\Psi < 20^\circ$ とせねばならぬ。

図11, 12は $f/d=0.1, -0.1$ の場合を示す。同じ R_0/d に対し、 f/d を大きくとった方が θ_r を小さくできる。

次に式(20), (21)を式(22)に代入し、 $\Psi=20^\circ$, $R_0/d=0.3, 0.5, 0.7$ について各 f/d に対する σ_1 を求めたものを図13, 14, 15に示す。図から一般に θ_r が大きくなる程 σ_1 が小となり、 R_0/d が大きいときは f/d が正で大きい方が σ_1 が小さく、 R_0/d が小さい場合は逆になることがあるが、 θ_r が大きければ σ_1 は f/d の影響を受けなくなることがわかる。

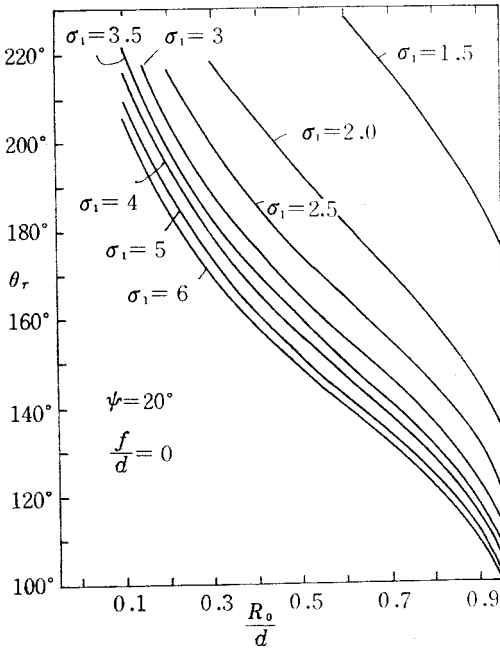


図10 E点の σ_1 を指定した θ_r ($f/d=0$)

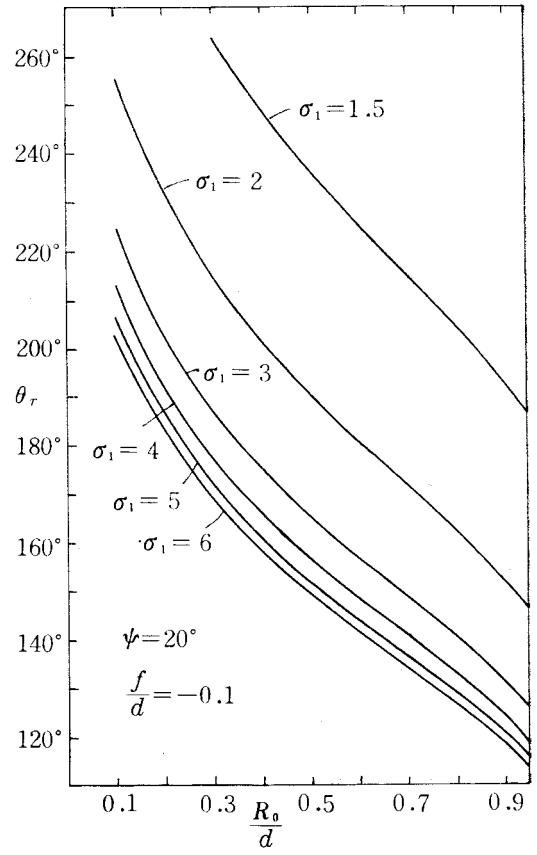


図12 E点の σ_1 を指定した θ_r ($f/d=-0.1$)

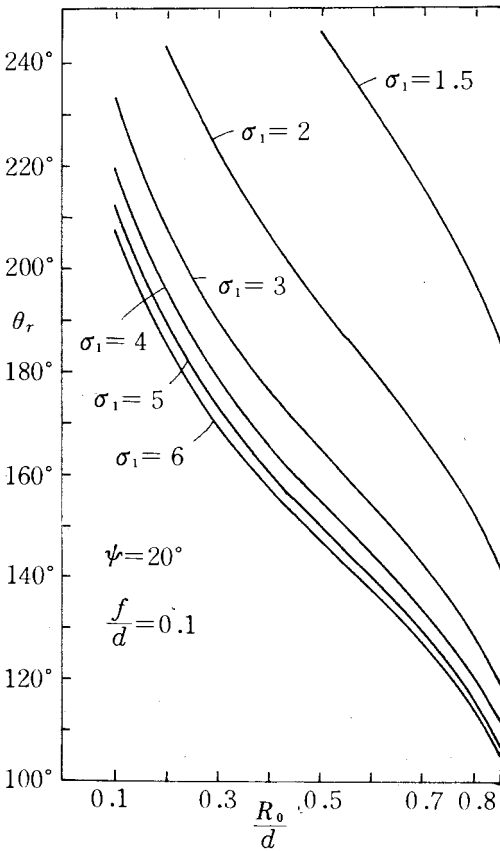


図11 E点の σ_1 を指定した θ_r ($f/d=0.1$)

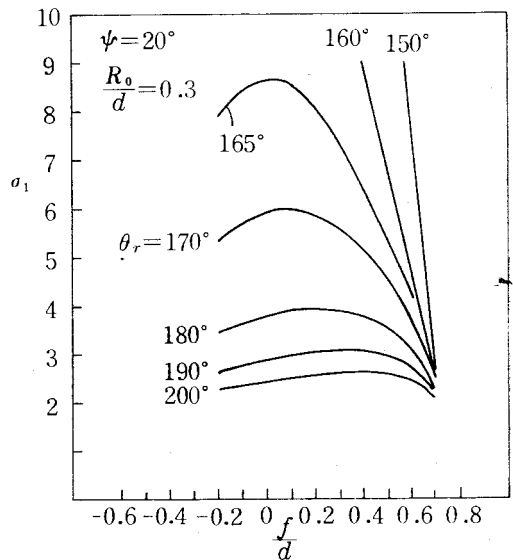
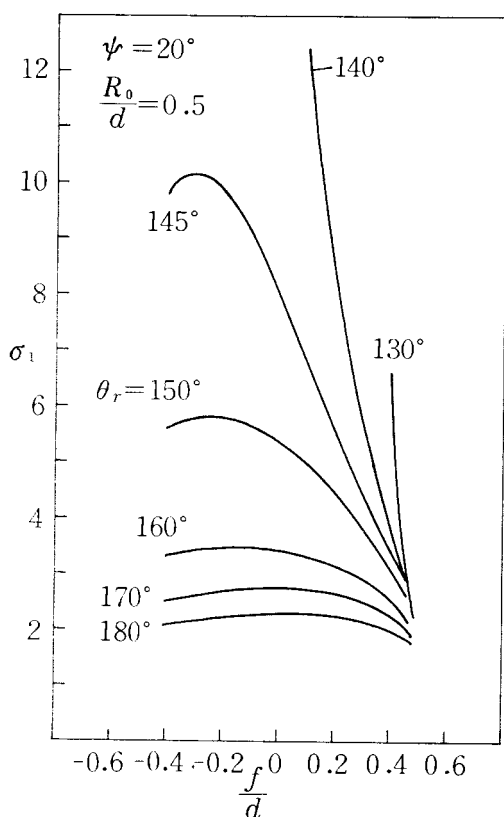
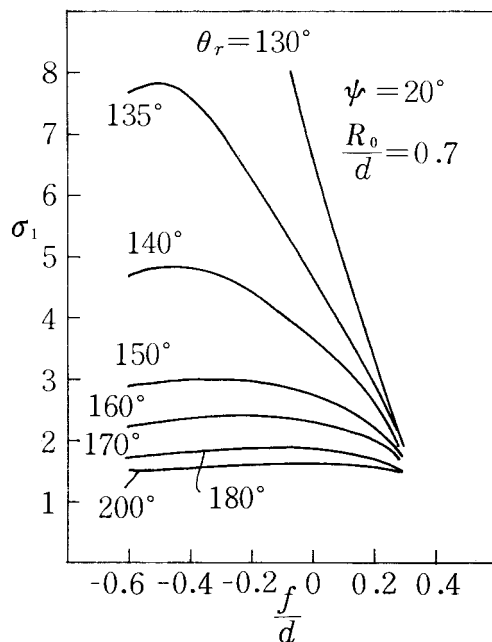


図13 E点の各 f/d に対する σ_1 ($R_0/d=0.3$)

図14 E点の各 f/d に対する σ_1 ($R_0/d=0.5$)図15 E点の各 f/d に対する σ_1 ($R_0/d=0.7$)

§ 7 往き行程の中央B点の滑り率

図3, 5において往き行程BCの始点Bにおける滑り率 σ_2 はいずれも正であるため, BC間において $\sigma_2 = \infty$ を生ずるので σ_2 を負になるようにすればよい。B点において $\theta = \theta_0/2$, $\varphi = \Psi/2$, $\varphi_1 = \varphi_0 + \Psi/2$, $d\varphi_1/d\theta = 2\Psi/\theta_0$, $d^2\varphi_1/d\theta^2 = -720^\circ\Psi/\pi\theta_0^2$ であるので, これを式(8), (9)に代入すれば

$$\frac{\rho_T}{d} = \frac{\left(\sin \varphi_1 - \frac{f}{d} \right) \left(1 + \frac{2\Psi}{\theta_0} \right)^3 - \left(1 + \frac{2\Psi}{\theta_0} \right) \left(\frac{2\Psi}{\theta_0} \right)^2 \sin \varphi_1 - \frac{720^\circ}{\pi} \cdot \frac{\Psi}{\theta_0^2} \cos \varphi_1}{\left(1 + \frac{2\Psi}{\theta_0} \right)^3} \quad (30)$$

$$\frac{PT}{d} = \frac{\sin \varphi_1 - \frac{f}{d} \left(1 + \frac{2\Psi}{\theta_0} \right)}{1 + \frac{2\Psi}{\theta_0}}, \quad \sigma_2 = \frac{PT}{\rho_T - PT} \quad (31), (32)$$

となるので, 式(30), (31)を式(32)に代入し, σ_2 を指定して θ_0 を求めれば次の3次式が得られる。

$$\left(\frac{f}{d} - \sin \varphi_1 \right) \theta_0^3 + \Psi \{ 6f/d + 2(\sigma_2 - 2) \sin \varphi_1 \} \theta_0^2 + \Psi \left\{ 12\Psi \frac{f}{d} + 4\Psi(\sigma_2 - 1) \sin \varphi_1 - \frac{720^\circ}{\pi} \sigma_2 \cos \varphi_1 \right\} \theta_0 + 8\Psi^3 \frac{f}{d} = 0 \quad (33)$$

$f/d=0$ の場合は θ_0 は次式のようにになる。

$$\theta_0^2 - 2\Psi(\sigma_2 - 2)\theta_0 - 4\Psi^2(\sigma_2 - 1) + \frac{720^\circ}{\pi} \Psi \sigma_2 \cot \varphi_1 = 0 \quad (34)$$

$$\theta_0 = \Psi(\sigma_2 - 2) + \sqrt{\Psi \sigma_2 (\Psi \sigma_2 - 720^\circ \cot \varphi_1 / \pi)} \quad (35)$$

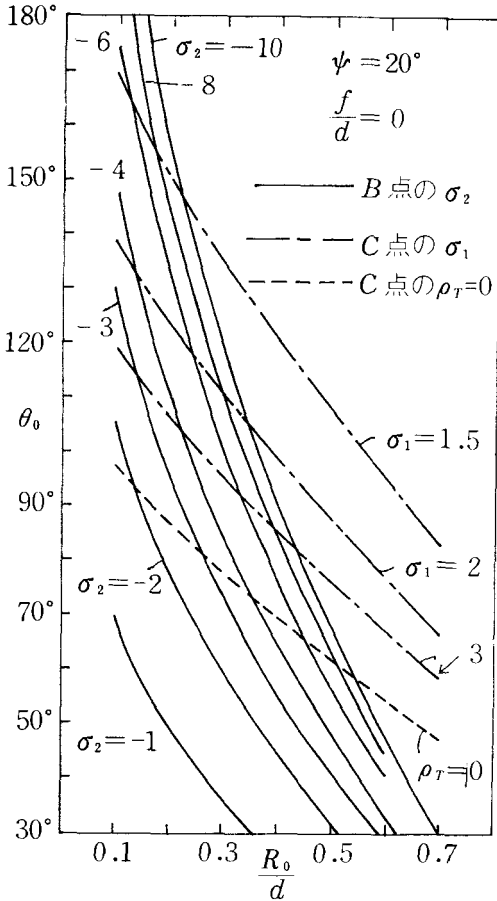


図16 BCの始点Bの σ_2 とC点の σ_1 を指定した θ_0 ($f/d=0$)

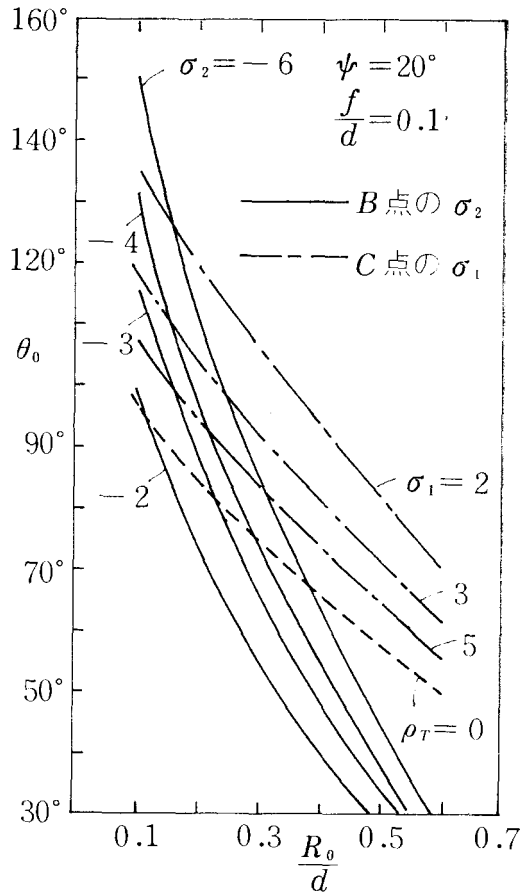


図17 B点の σ_2 とC点の σ_1 を指定した θ_0 ($f/d=0.1$)

例えば $\Psi=20^\circ$, $f/d=0$, $\sigma_2=-10 \sim -1$ について θ_0 を求めたものを図16に示す。 $\theta_0=100^\circ$ で $R_0/d=0.3$ の場合 $\sigma_2 \div -6$ となるので R_0/d を指定し, σ_2 を小さくすくためには θ_0 をかなり小さい値とせねばならぬ。 $f/d=0.1$, -0.1 の場合を図17, 18に示す。図から θ_0 を大きくするためには図18の方がよく, f/d を負にすればよい。

§ 8 往き行程の終点Cの滑り率 σ_1

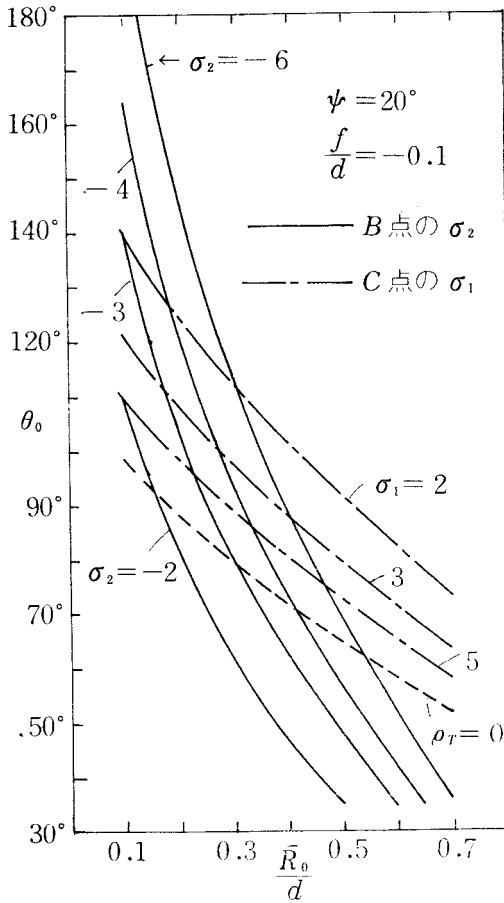
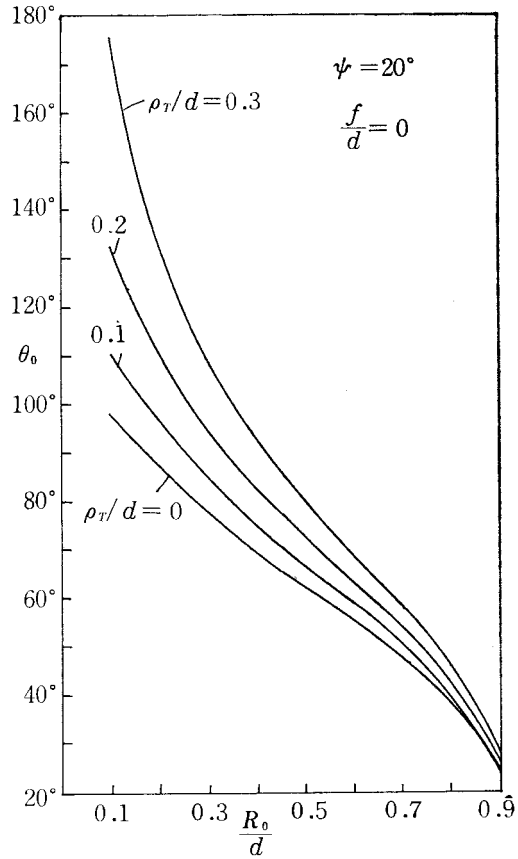
B点の σ_2 を小さくするため θ_0 を小さくすると図5から明らかなように終点Cのcamsの滑り率 σ_1 が増加する。 σ_1 が増加することは好しくない。

C点において $\theta=\theta_0$, $\varphi=\Psi$, $\varphi_1=\Psi+\varphi_0$, $d\varphi_1/d\theta=0$, $d^2\varphi_1/d\theta^2=-720^\circ\Psi/\pi\theta_0^2$ を式(8), (9)に代入すれば

$$\frac{\rho_r}{d} = \sin \varphi_1 - \frac{f}{d} - \frac{720^\circ}{\pi} \cdot \frac{\Psi}{\theta_0^2} \cos \varphi_1 \quad (36)$$

$$\frac{PT}{d} = \sin \varphi_1 - \frac{f}{d}, \quad \sigma_1 = \frac{PT}{\rho_r} \quad (37), (38)$$

となるので, 式(36), (37)を式(38)に代入して, ρ_r あるいは σ_1 を指定して θ_0 を求めればよい。

図18 B点の σ_2 とC点の σ_1 を指定した θ_0 ($f/d = -0.1$)図19 往き行程の終点Cの ρ_T と θ_0 ($f/d = 0$)

$$\theta_0 = \left\{ \frac{720^\circ}{\pi} \frac{\psi \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1 - \frac{\rho_T + f}{d}} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad \theta_0 = \left\{ \frac{\sigma_1 \frac{720^\circ}{\pi} \psi \cos \varphi_1}{(\sigma_1 - 1) \left(\sin \varphi_1 - \frac{f}{d} \right)} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (39), (40)$$

図19は $\psi = 20^\circ$, $f/d = 0$ の場合の往き行程の終点Cのカムの曲率半径 ρ_T/d を指定して θ_0 を求めたものである。 $R_0/d = 0.3$ のとき $\rho_T/d > 0$ のためには $\theta_0 > 76^\circ$ でなければならぬ。これが θ_0 の最小限の値なので図16に破線で示す。BCの始点Bの σ_2 を小さくするために θ_0 を余り小さくするとC点の σ_1 が非常に大きくなる。

$\psi = 20^\circ$, $f/d = 0, 0.1, -0.1$ の場合の $\sigma_1 = 2 \sim 5$ を指定して式(40)より θ_0 を求めたものを図16, 17, 18に一点鎖線で示す。図16において例えば $\psi = 20^\circ$, $f/d = 0$ の場合 $R_0/d = 0.3$ とすれば $\theta_0 \doteq 100^\circ$, 図17において $f/d = 0.1$ の場合 $R_0/d = 0.25$ で $\theta_0 \doteq 100^\circ$, 図18において $f/d = -0.1$ の場合 $R_0/d = 0.4$ で $\theta_0 \doteq 90^\circ$ となり、この値より θ_0 を大にするか、 R_0/d を小にすればよい。ただし $|\sigma_2| < 6$, $\sigma_1 < 3$ とす。 f/d が負の場合 θ_0 を小さくとれるので適用範囲が広い。

§ 9 戻り行程EFの始点Eの σ_2

図3, 5において戻り行程EFの始点Eの従動節の滑り率 σ_2 が負の場合はEF間において $\sigma_2 = \infty$ の場合が存在するので σ_2 は正の値にせねばならぬ。

E点の $\theta = \theta_0 + \theta_r/2$, $\varphi = \Psi/2$, $\varphi_1 = \varphi_0 + \Psi/2$, $d\varphi_1/d\theta = -\Psi/\theta_r$, $d^2\varphi_1/d\theta^2 = 720^\circ\Psi/\pi\theta_r^2$ を式(8), (9) に代入すれば

$$\frac{\rho_r}{d} = \frac{\left(\sin\varphi_1 - \frac{f}{d}\right)\left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right)^3 - \left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right)\left(-\frac{2\Psi}{\theta_r}\right)^2 \sin\varphi_1 + \frac{720^\circ}{\pi} \cdot \frac{\Psi}{\theta_r^2} \cos\varphi_1}{\left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right)^3} \quad (41)$$

$$\frac{PT}{d} = \frac{\sin\varphi_1 - \frac{f}{d}\left(1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}\right)}{1 - \frac{2\Psi}{\theta_r}}, \quad \sigma_2 = \frac{PT}{\rho_r - PT} \quad (42), (43)$$

式(41), (42)を式(43)に代入し, θ_r を求めれば複雑な計算の後に次の3次式が得られる。

$$\left(\frac{f}{d} - \sin\varphi_1\right)\theta_r^3 + 2\Psi\left\{(2 - \sigma_2)\sin\varphi_1 - 3\frac{f}{d}\right\}\theta_r^2 + \Psi\left\{12\Psi\frac{f}{d} + 4\Psi(\sigma_2 - 1)\sin\varphi_1 + \frac{720^\circ}{\pi}\sigma_2\cos\varphi_1\right\}\theta_r - 8\Psi^3\frac{f}{d} = 0 \quad (44)$$

いま $f/d=0$ の場合は次の2次式となる。

$$\theta_r^2 + 2\Psi(\sigma_2 - 2)\theta_r + 4\Psi^2(1 - \sigma_2) - \frac{720^\circ}{\pi}\Psi\sigma_2\cot\varphi_1 = 0 \quad (45)$$

$$\theta_r = 2\Psi - \Psi\sigma_2 + \sqrt{\Psi\sigma_2(\Psi\sigma_2 + 720^\circ\cot\varphi_1/\pi)} \quad (46)$$

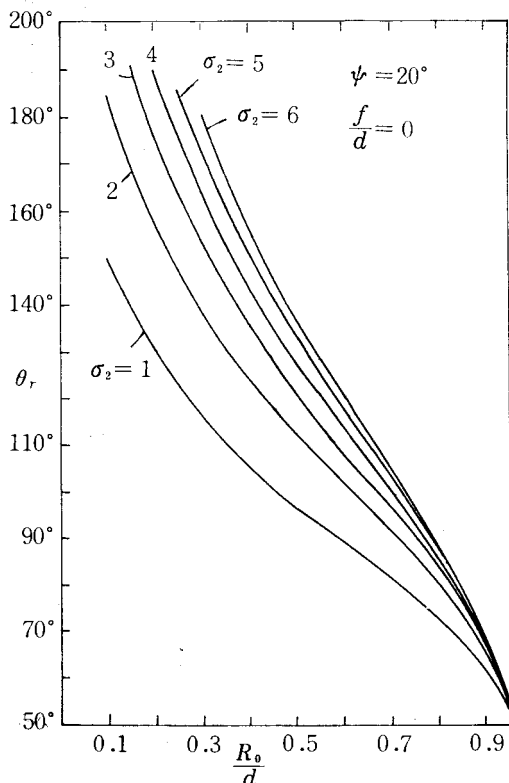


図20 E点の σ_2 を指定した $\theta_r(f/d=0)$

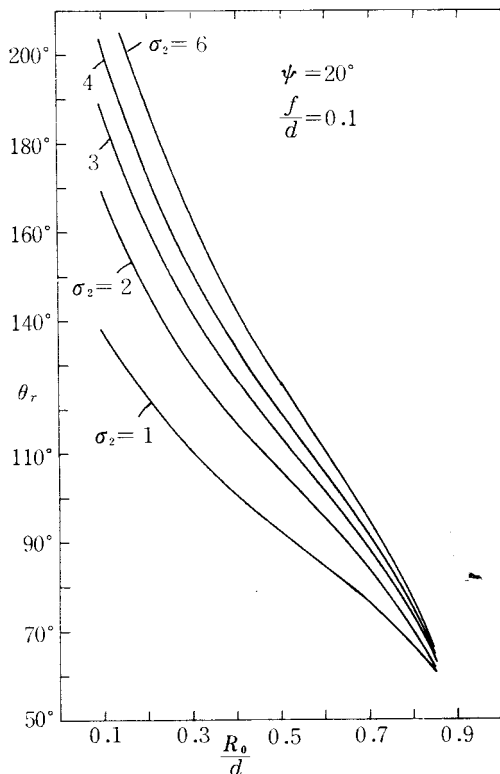


図21 E点の σ_2 を指定した場合($f/d=0.1$)

例えば $\Psi=20^\circ$, $f/d=0$, $\sigma_1=1\sim6$ を指定し, 各 R_0/d に対する θ_r を求めたものを図20に示す。図から θ_r を与えて σ_2 を小さくするためには R_0/d を小さくとらねばならず, R_0/d を指定した場合 σ_2 を小

小さくするには θ_r を小さくせねばならぬ。 σ_2 が大きくなり過ぎると負の値になる。

$f/d=0.1$, -0.1 とした場合を図21, 22に示す。 σ_2 が図20で負になる場合は f/d を負にすれば正とすることができる。

§ 10 等角加速度カムの行程の選択と

カムの輪郭

(1) $\Psi=20^\circ$, $R_0/d=0.3$ の場合

$f/d=0$ のとき図8より $\theta_r > 160^\circ$, 図9より $\theta_r > 190^\circ$, 図10より $\sigma_1 < 3$ となるためには $\theta_r > 198^\circ$, 図20より $\sigma_2 < 6$ のためには $\theta_r < 180^\circ$, 図16より $\sigma_2 < 6$ のためには $\theta_0 < 100^\circ$, $\sigma_1 < 3$ のためには $\theta_0 > 95^\circ$

$f/d=0.1$ のとき図11より $\sigma_1 < 3$ で $\theta_r > 190^\circ$, 図21より $\sigma_2 < 6$ で $\theta_r < 163^\circ$, 図17より $\sigma_2 < 6$ のためには $\theta_0 < 72^\circ$, $\sigma_1 < 3$ で $\theta_0 > 92^\circ$

$f/d=-0.1$ のとき図12より $\sigma_1 < 3$ のためには $\theta_r > 187^\circ$, 図22より $\sigma_2 < 6$ で $\theta_r < 200^\circ$, 図18より $\sigma_2 < 6$ で $\theta_0 < 114^\circ$, $\sigma_1 < 3$ で $\theta_0 > 97^\circ$ となる。以上を総合すれば

$f/d=0$ の場合 $95^\circ < \theta_0 < 100^\circ$, $188^\circ < \theta_r < 180^\circ$

$f/d=0.1$ の場合 $92^\circ < \theta_0 < 72^\circ$, $190^\circ < \theta_r < 163^\circ$

$f/d=-0.1$ の場合 $97^\circ < \theta_0 < 114^\circ$, $187^\circ < \theta_r < 200^\circ$

以上の結果から $R_0/d=0.3$ の場合最良の組合せは $f/d=0$, $\theta_0=100^\circ$, $\theta_r=180^\circ$ である。 $f/d=-0.1$ の場合 θ_0 の選定範囲は広いが, θ_r の値が大きくなる。

図23はこの場合の曲率半径と滑り率を示す。図から曲率半径はE点で最小で $\rho_{Tmin}/d=0.1566$, その結果 σ_1 はE点で最大で $\sigma_{1max}=3.7846$, σ_2 はB点とE点で $\sigma_{2max}=\pm 6.0849$ となり, 滑り率は満足できる結果となった。

図24は平板従動節上の接触点とその位置における σ_2 を示す。往き行程では約1以下で均一である。戻り行程は少々起伏があるが図4, 6に比して均一である。 $\theta=50^\circ$ で $(s/d)_{min}=0.6338$, $\theta=190^\circ$ で $(s/d)_{max}=1.1409$ となる。

以上のデータを式(5), (7)に代入して x_T/d , y_T/d , ξ_T/d , η_T/d を求めた結果を用いてカムの輪

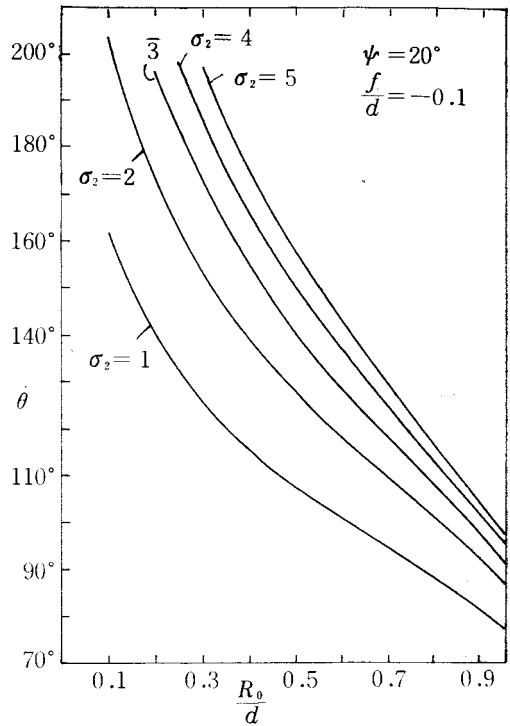


図22 E点の σ を指定した場合 ($f/d=-0.1$)

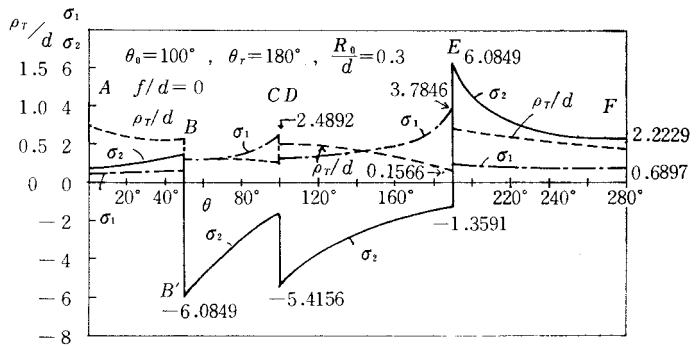


図23 $\Psi=20^\circ$, $\theta_0=100^\circ$, $\theta_r=180^\circ$, $R_0/d=0.3$, $f/d=0$ の ρ_T と σ_2

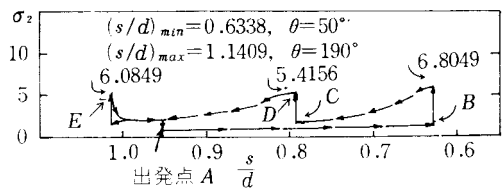


図24 従動節上の滑り率 σ_2

郭と接触点の軌跡を求めたものを図25に示す。

(2) $\Psi = 20^\circ$, $R_0/d = 0.4$ の場合

次に $R_0/d = 0.4$ の場合の θ_0 , θ_r の範囲を表の形で表2に示す。

$R_0/d = 0.2, 0.5, 0.6$ の場合を表3, 4, 5に示す。

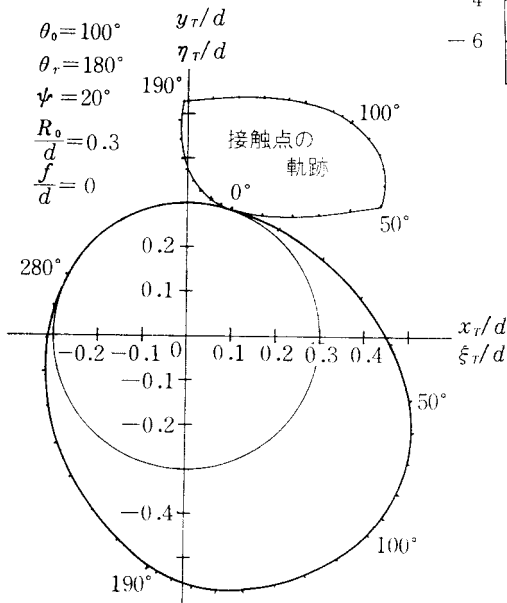


図25 カムの輪郭と接触点の軌跡 (図23)

表2 $\Psi = 20^\circ$, $R_0/d = 0.4$

図	f/d	σ_1, σ_2	θ_0, θ_r
8	0		$\theta_r > 145^\circ$
9	0		$\theta_r > 165^\circ$
10	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_r > 176^\circ$
11	0.1	"	$\theta_r > 176^\circ$
12	-0.1	"	$\theta_r > 175^\circ$
20	0	$\sigma_2 < 6$	$\theta_r < 153^\circ$
21	0.1	"	$\theta_r < 143^\circ$
22	-0.1	"	$\theta_r < 175^\circ$
16	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 84^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 76^\circ$
17	0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 82^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 63^\circ$
18	-0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 87^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 > 89^\circ$

表3 $\Psi = 20^\circ$, $R_0/d = 0.2$

図	f/d	σ_1, σ_2	θ_0, θ_r
8	0		$\theta_r > 170^\circ$
9	0		$\theta_r > 225^\circ$
10	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_r > 205^\circ$
11	0.1	"	$\theta_r > 208^\circ$
12	-0.1	"	$\theta_r > 202^\circ$
20	0	$\sigma_2 < 6$	$\theta_r < 250^\circ$
21	0.1	"	$\theta_r < 190^\circ$
22	-0.1	$\sigma_2 < 5$	$\theta_r < 228^\circ$
16	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 106^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 130^\circ$
17	0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 103^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 112^\circ$
18	-0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 107^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 148^\circ$

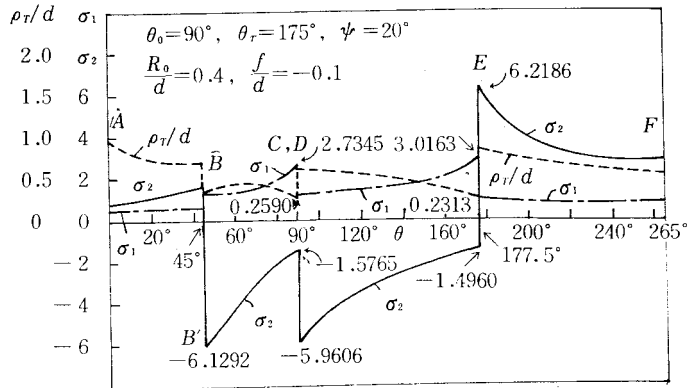


図26 $\Psi = 20^\circ$, $\theta_0 = 90^\circ$, $\theta_r = 175^\circ$, $R_0/d = 0.4$, $f/d = -0.1$ の ρ_r と σ_1, σ_2

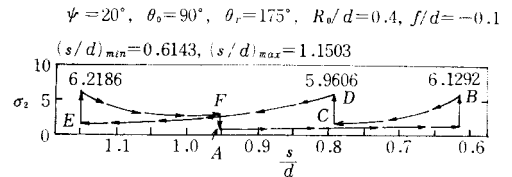


図27 従動節上の滑り率 σ_2

表2の結果より

$f/d=0$ の場合 $84^\circ < \theta_0 < 76^\circ$, $176^\circ < \theta_r < 153^\circ$

$f/d=0.1$ の場合 $82^\circ < \theta_0 < 63^\circ$, $176^\circ < \theta_r < 143^\circ$

$f/d=-0.1$ の場合 $87^\circ < \theta_0 < 89^\circ$, $175^\circ < \theta_r < 175^\circ$

であるので、最良のものは $\theta_0=90^\circ$, $\theta_r=175^\circ$, $R_0/d=0.4$, $f/d=-0.1$ である。この場合の ρ_T と σ_1 , σ_2 を求めたものを図26に示す。 $\sigma_{1max}=3.0163$, $\sigma_{2max}=6.2186$ 共に E 点に生ずる。図27は従動節の接触面上の σ_2 を示す。 $\theta=45^\circ$ で $(s/d)_{min}=0.6143$, $\theta=177.5^\circ$ で $(s/d)_{max}=1.1503$ となり、接触面上ほぼ均一な滑り率 σ_2 をもつことがわかる。図28はこの例のカムの輪郭と接触点の軌跡を描いたもので良好である。

表3の結果

$f/d=0$, $106^\circ < \theta_0 < 130^\circ$, $225^\circ < \theta_r < 250^\circ$

$f/d=0.1$, $103^\circ < \theta_0 < 112^\circ$, $208^\circ < \theta_r < 190^\circ$

$f/d=-0.1$, $107^\circ < \theta_0 < 148^\circ$, $202^\circ < \theta_r < 228^\circ$

となるので $R_0/d=0.2$ の場合はいずれの場合も採用され得るが θ_r がやや大き過ぎる。

表4 $\Psi=20^\circ$, $R_0/d=0.5$

図	f/d	σ_1, σ_2	θ_0, θ_r
8	0		$\theta_r > 136^\circ$
9	0		$\theta_r > 155^\circ$
10	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_r > 165^\circ$
11	0.1	"	$\theta_r > 165^\circ$
12	-0.1	"	$\theta_r > 165^\circ$
20	0	$\sigma_2 < 6$	$\theta_r < 137^\circ$
21	0.1	"	$\theta_r < 126^\circ$
22	-0.1	"	$\theta_r < 160^\circ$
16	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 76^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 57^\circ$
17	0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 71^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 45^\circ$
18	-0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 79^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 69^\circ$

$\Psi=20^\circ$, $R_0/d=0.5$ の場合表4より

$f/d=0$, $76^\circ < \theta_0 < 57^\circ$, $165^\circ < \theta_r < 137^\circ$

$f/d=0.1$, $71^\circ < \theta_0 < 45^\circ$, $165^\circ < \theta_r < 126^\circ$

$f/d=-0.1$, $79^\circ < \theta_0 < 69^\circ$, $165^\circ < \theta_r < 160^\circ$

となるので $f/d=-0.1$ の場合が適合する。

$\Psi=20^\circ$, $R_0/d=0.6$ の場合表5より適合するものがないが $f/d=-0.2$ とすれば適合するものがあると思う。

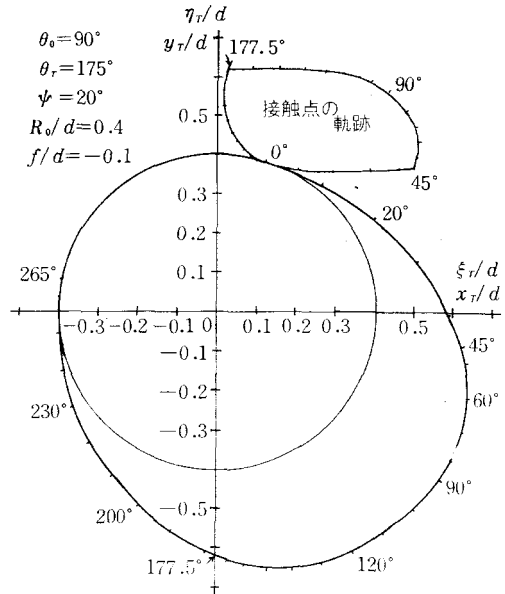


図28 カムの輪郭と接触点の軌跡（図26）

表5 $\Psi=20^\circ$, $R_0/d=0.6$

図	f/d	σ_1, σ_2	θ_0, θ_r
8	0		$\theta_r > 128^\circ$
9	0		$\theta_r > 145^\circ$
10	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_r > 155^\circ$
11	0.1	"	$\theta_r > 154^\circ$
12	-0.1	"	$\theta_r > 157^\circ$
20	0	$\sigma_2 < 6$	$\theta_r < 120^\circ$
21	0.1	"	$\theta_r < 110^\circ$
22	-0.1	"	$\theta_r < 145^\circ$
16	0	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 67^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 41^\circ$
17	0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 61^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 28^\circ$
18	-0.1	$\sigma_1 < 3$	$\theta_0 > 72^\circ$
		$\sigma_2 < 6$	$\theta_0 < 52^\circ$

§11 結 論

以上の結果等角加速度カムの揺動平板従動節においては $\psi=20^\circ$ の場合 $\sigma_1 < 3$, $\sigma_2 < 6$ にすると各行程のカムの回転角がかなり制限されて使用範囲がきわめて小さいが ψ を 20° 以下にすればもう少し使用範囲が広くなるように思われる。また σ_1 の方は3以上にはとれないが σ_2 を10以下にすれば使用範囲が拡大される。基礎円半径を大きくするためかたより量 f を負にせねばならぬ。すなわち $(R_0 + f)/d \div 3$ 位のところが $\psi=20^\circ$ の場合適切である。従動節の接触平面上に $\sigma_2 = \infty$ とせぬカムの設計を行うことができた。次報において揺動凹面円弧従動節をもつ等角加速度カムについて論ずる。

文 献

- 1) 糸島寛典：揺動等角加速度カムの滑り率の研究 (第1報), 呉高専研究報告, 第7巻, 第1号, 45~57頁, 1971.
- 2) 糸島寛典・野原稔：単弦運動カムの滑り率の研究 (第1報), 呉高専研究報告, 第7巻, 第1号, 59~70頁, 1971.

(昭和47年1月8日 受付)

揺動等角速度カムの滑り率の研究（第1報）

（機械工学科） 糸 島 寛 典・野 原 稔

Studies on the Specific Sliding of the Constant Angular Velocity Cam with Oscillating Follower (Report 1)

Hironori ITOSHIMA and Minoru NOHARA

The profile of the constant angular velocity cam with the oscillating circular arc follower is expressed with xy coordinate and the radius of curvature on the cam profile is obtained, and then the specific sliding of the cam and follower is examined.

When the radius of the base circle in the cam, the radius of the arc in the follower and the pressure angle of cam are varied, the cam and follower with the minimum specific sliding is designed.

§ 1 緒 言

前報¹⁾において往復円弧従動節をもつかたより等速度カムにおける滑り率を調べ、滑り率を考慮したカムの設計を行った。また他報²⁾において揺動円弧従動節をもつ等角加速度カムの滑り率を論じた。

本報告においては等角速度運動する揺動従動節とくに円弧をもつものについて、前報²⁾の理論を引用しつつ等角速度カムの輪郭と接触度軌跡を直角座標で求め、カムの輪郭の曲率半径とくに最小曲率半径を求め、従動節の円弧半径をそれにより考慮し、カムと従動節の両滑り率を計算し、最大押進め角と最大滑り率を考慮して基礎円の大きさ、従動節の長さ等を決定し、ローラを用いない従動節の摩耗の少ないカムの設計を行う。

§ 2 記 号

θ : カムの回転角	d : カムと従動節の中心距離
θ_0 : 行き行程のカムの回転角	R_0 : カムのナイフエッジ従動節の場合の基礎円半径
θ_r : 戻り行程のカムの回転角	r : 従動節の円弧半径
θ_d : 従動節の上昇点の休止期間のカムの回転角	l : 従動節の長さ
Ψ : 従動節の最大揺動角	ϕ : カムの押進め角
φ : 従動節の揺動角	$\lambda = l/d, \mu = R_0/d$
φ_1 : 従動節と固定リンクのなす角	φ_0 : 従動節が基礎円に接するとき固定リンクとなす角
ω_1 : カムの角速度	ω_2 : 従動節の角速度
σ_1 : カムの滑り率	σ_2 : 従動節の滑り率
ρ_M : ナイフエッジ従動節の場合のカムの曲率半径	ρ_T : 円弧従動節の場合のカムの曲率半径
$d\varphi_1/d\theta$: カムの角速度に対する従動節の角速度	

§ 3 揺動従動節をもつカムの理論

図1においてカム1はAを中心に反時計回りに回転し、従動節2はB点を中心に揺動しているものと

す。中心距離 AB の長さを d ，従動節の円弧の中心を M ，従動節の長さ MB を l ，カムの基礎円半径を R_0 ，従動節の円弧半径を r ，従動節の揺動角 $\angle MBA$ を φ_1 とし， BM を Y 軸，これと直角に X 軸を取り，カム上に直角座標 xAy を固定し， x 軸が AB をなす角を θ とす。

接触点 T における法線 nn は M 点を通り， AB との交点を P とす。 M より BM を垂線を立て PM とす角を ϕ とすればこれが押進め角となる。 P 点は瞬間中心 I_{12} であるので，カムと従動節の角速度を ω_1 ， ω_2 とすれば

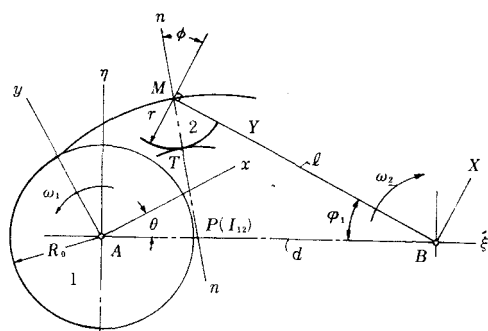


図1 カムの輪郭の解析

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{AP}{BP} = \frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\theta}} = \frac{d\varphi_1}{d\theta}, \quad AP + BP = d \quad (1)$$

となるので，これから AP ， BP は次式のようになる。

$$AP = \frac{d \times \frac{d\varphi_1}{d\theta}}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}}, \quad BP = \frac{d}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \quad (2)$$

(1) ナイフエッジ従動節の場合

従動節の円弧半径 $r=0$ の場合で， M 点は接触点 T に重なるので， M 点の座標を回転座標 xy に変換すれば前報²⁾ より次式のようにカムの輪郭が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x/d &= \lambda \sin \varphi_1 \sin \theta + (1 - \lambda \cos \varphi_1) \cos \theta \\ y/d &= \lambda \sin \varphi_1 \cos \theta - (1 - \lambda \cos \varphi_1) \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし $\lambda = l/d$

$\theta=0$ のとき M 点が Y 軸と基礎円の交点にあるものとし，このときの φ_1 を φ_0 とすれば従動節の揺動角 φ は次式のようになる。

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_0, \quad \cos \varphi_0 = \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda}, \quad \mu = \frac{R_0}{d} \quad (4)$$

次に MP の長さは $\triangle BMP$ と式(2)より次式のようになる。

$$\frac{MP}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta}} \quad (5)$$

直角座標 xy で表示されたカムの輪郭上の曲率半径 ρ は数学的に次式で表示される。

$$\rho = \frac{\left\{ \left(\frac{dx}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2x}{d\theta^2} \cdot \frac{dy}{d\theta} - \frac{d^2y}{d\theta^2} \cdot \frac{dx}{d\theta}} \quad (6)$$

式(3)を θ で微分し式(6)に代入すればナイフエッジ従動節の場合のカムの曲率半径 ρ_M は次式のように得られる。

$$\frac{\rho_M}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{3}{2}}}{1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right)^3 - \lambda \frac{d^2\varphi_1}{d\theta^2} \sin \varphi_1 - \lambda \left(1 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \left(2 + \frac{d\varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1} \quad (7)$$

(2) 円弧従動節の場合

図1において接触点 T の XY 座標 X_T, Y_T をカム上の固定座標 x_T, y_T に座標変換すればカムの輪郭が得られ、前報²⁾により

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_T}{d} &= \left(\frac{X_T}{d} + \sin \varphi_1 \right) \sin(\theta + \varphi_1) - \left(\frac{Y_T}{d} - \cos \varphi_1 \right) \cos(\theta + \varphi_1) \\ \frac{y_T}{d} &= \left(\frac{X_T}{d} + \sin \varphi_1 \right) \cos(\theta + \varphi_1) + \left(\frac{Y_T}{d} - \cos \varphi_1 \right) \sin(\theta + \varphi_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。次に P 点の XY 座標 X_P, Y_P は式(2)より

$$X_P = -\frac{d \sin \varphi_1}{1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta}}, \quad Y_P = \frac{d \cos \varphi_1}{1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta}} \dots\dots\dots (9)$$

となり、 X_T, Y_T はそれぞれ

$$X_T = \frac{r X_P}{\sqrt{X_P^2 + (l - Y_P)^2}}, \quad Y_T = l - \frac{r(l - Y_P)}{\sqrt{X_P^2 + (l - Y_P)^2}} \dots\dots\dots (10)$$

であるので、式(9)より

$$\frac{X_T}{d} = \frac{-\frac{r}{d} \sin \varphi_1}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}}, \quad \frac{Y_T}{d} = \lambda - \frac{\frac{r}{d} \left\{ \lambda \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right) - \cos \varphi_1 \right\}}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (11)$$

となり、これから式(8)より x_T, y_T を求めることができる。 TP の長さは図1より次式で与えられる。

$$TP = \sqrt{(X_T - X_P)^2 + (Y_T - Y_P)^2} \dots\dots\dots (12)$$

円弧従動節の場合のカムの輪郭の曲率半径 ρ_T は式(8)と式(6)より求められるはずであるが計算が複雑なので次式を利用する。

$$\frac{\rho_T}{d} = \frac{\rho_M}{d} - \frac{r}{d} \dots\dots\dots (13)$$

(3) 接触点の軌跡

図1において A を原点、 AB を ξ 軸とする直角座標 $\xi\eta$ を考え T 点の XY 座標を $\xi\eta$ 座標に変換すれば

$$\frac{\xi_T}{d} = 1 + \frac{X_T}{d} \sin \varphi_1 - \frac{Y_T}{d} \cos \varphi_1, \quad \frac{\eta_T}{d} = \frac{X_T}{d} \cos \varphi_1 + \frac{Y_T}{d} \sin \varphi_1 \dots\dots\dots (14)$$

となる。 X_T, Y_T は式(11)を用いる。

(4) 押進め角

押進め角は揺動従動節の場合 45° 以下とされている。図1の $\angle PMB$ と式(2)より

$$\tan \phi = \frac{\lambda \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right) - \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1} \dots\dots\dots (15)$$

が得られるので、これから

$$\cos \phi = \frac{\sin \varphi_1}{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{d \varphi_1}{d\theta} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (16)$$

となり、 ϕ により従動節の円弧上の接触点の位置が定まる。

(5) 滑り率

カムと従動節の滑り率をそれぞれ σ_1, σ_2 とすればその値は前報²⁾より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\rho_r + r}{\rho_r} \cdot \frac{TP}{r + TP} = \frac{\rho_M}{\rho_M - r} \cdot \frac{MP - r}{MP} \\ \sigma_2 &= \frac{\rho_r + r}{r} \cdot \frac{TP}{\rho_r - TP} = \frac{\rho_M}{r} \cdot \frac{MP - r}{\rho_M - MP} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

で与えられる。 r は指定され、 MP 、 ρ_M は式(5)、(7)で与えられるので滑り率は決定される。カムにおいては常に $\rho_M > r$ であるので σ_1 は無限大にならぬが、 $\rho_M = MP$ のとき σ_2 は無限大の値を取ることがわかる。

§ 4 等角速度カムの従動節の運動と曲率半径

図2は等角速度カムのカム線図を示す。従動節の最大揺動角を Ψ とし、往き行程 AB のカムの回転角を θ_0 、上昇点における休止期間 BC の回転角を θ_d 、戻り行程 CD の回転角を θ_r とする。

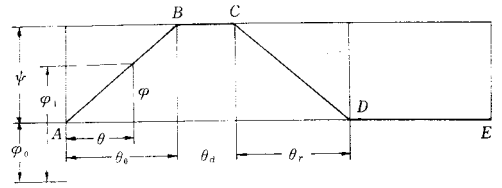


図2 等角速度カムのカム線図

円弧従動節の場合前報¹⁾の往復等速度カムにおいて必ず最小限の休止期間を必要とするので、揺動円弧従動節の場合もこれを考慮せねばならぬ。

(1) 往き行程 (AB) の角変位と角速度

$$\varphi_1 = \frac{\Psi}{\theta_0} \theta + \varphi_0, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = \frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\Psi}{\theta_0} \quad (18)$$

(2) 戻り行程 (CD) の角変位と角速度

$$\varphi_1 = \frac{\Psi}{\theta_r} (\theta_0 + \theta_d + \theta_r - \theta) + \varphi_0, \quad \frac{d\varphi_1}{d\theta} = \frac{d\varphi}{d\theta} = -\frac{\Psi}{\theta_r} \quad (19)$$

ただし角加速度 $d^2\varphi_1/d\theta^2 = 0$ である。

従動節の円弧半径 r より滑り率を求めるためにはナイフエッジ従動節すなわち $r=0$ の場合のカムの曲率半径 ρ_M を求める必要がある。

(3) 往き行程 (AB) の曲率半径

式(7)、(5)に式(18)を代入すれば次式が得られる。

$$\frac{\rho_M}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0} \right) \cos \left(\frac{\Psi}{\theta_0} \theta + \varphi_0 \right) \right\}^{\frac{3}{2}}}{1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0} \right)^3 - \lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0} \right) \left(2 + \frac{\Psi}{\theta_0} \right) \cos \left(\frac{\Psi}{\theta_0} \theta + \varphi_0 \right)} \quad (20)$$

$$\frac{MP}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0} \right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0} \right) \cos \left(\frac{\Psi}{\theta_0} \theta + \varphi_0 \right) \right\}^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\Psi}{\theta_0}} \quad (21)$$

(4) 戻り行程 (CD) の曲率半径

式(7)、(5)に式(19)を代入すれば次式が得られる。

$$\frac{\rho_M}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right)^2 - 2\lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right) \cos \varphi_1 \right\}^{\frac{3}{2}}}{1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right)^3 - \lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right) \left(2 - \frac{\Psi}{\theta_r} \right) \cos \varphi_1} \quad (22)$$

$$\frac{MP}{d} = \frac{\left\{1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right)^2 - 2\lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right) \cos \varphi_1\right\}^{\frac{1}{2}}}{1 - \frac{\Psi}{\theta_r}} \quad (23)$$

ただし $\varphi_1 = \frac{\Psi}{\theta_r}(\theta_0 + \theta_d + \theta_r - \theta) + \varphi_0$

§ 5 最大押進め角と基礎円半径

押進め角 ϕ は往き行程において問題となり、最大押進め角 ϕ_{max} は基礎円半径 R_0 に関係する。

往き行程における ϕ の変化を求めるために、式(18)を式(15)に代入し、式(4)を用いれば次式が得られる。

$$\tan \phi = \frac{\lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) - \cos \left\{ \frac{\Psi}{\theta_0} \theta + \cos^{-1} \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} \right\}}{\sin \left\{ \frac{\Psi}{\theta_0} \theta + \cos^{-1} \frac{1 + \lambda^2 - \mu^2}{2\lambda} \right\}} \quad (24)$$

今数値計算のため例えば $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\theta_d = 0$, $\Psi = 20^\circ$, $\lambda = l/d = 0.7 \sim 0.9$, $\mu = R_0/d = 0.5 \sim 0.7$ で ϕ を計算したものを図3に示す。

図3から往き行程において押進め角は始点Aで最小で漸次増加し、終点Bで最大になることがわかる。同じ基礎円半径のときは λ が大きい程押進め角が大きいことがわかり、戻り行程においては式(19)を式(15)に代入し、式(4)を用いて計算すれば図3のようになり、戻り行程において正より負に転じ、 $\phi = 0$ の場合が存在するので、押進め角についてのみ言えば戻り行程を往き行程にする、すなわち図1のカムを時計回りにした方が良好と思われる。

(1) 往き行程の始点Aの押進め角 ϕ_A と終点Bの最大押進め角 ϕ_{max}

A点とB点ではそれぞれ $\theta = 0$, $\theta = \theta_0$ であるので式(15)より

$$\tan \phi_A = \frac{\lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) - \cos \varphi_0}{\sin \varphi_0}, \quad \tan \phi_{max} = \frac{\lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) - \cos(\Psi + \varphi_0)}{\sin(\Psi + \varphi_0)} \quad (25), (26)$$

が得られ、 φ_0 は式(4)より求める。

これに前例のデータ $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\theta_d = 0$, $\Psi = 20^\circ$, $\lambda = 0.5 \sim 1.0$, $\mu = 0.3 \sim 1.0$ を用い、横軸に μ , 縦軸に ϕ_A , ϕ_{max} を示したものを図4に示す。

図から同じ基礎円半径すなわち μ が一定のときは λ が大きい程 ϕ_{max} の値は大となり、 λ が一定のときは μ の増加と共に ϕ_{max} は増加することがわかる。

(2) ϕ_{max} の指定による基礎円半径 R_0

往き行程の終点Bの ϕ_{max} を指定して、 μ すなわち R_0 を求めるには式(26)から

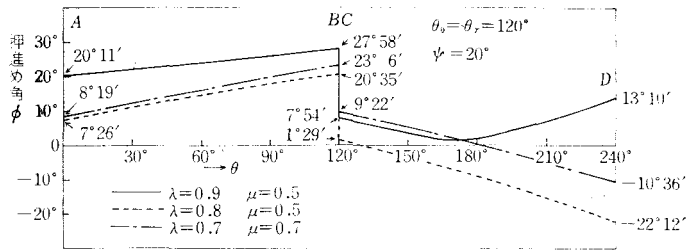


図3 押進め角

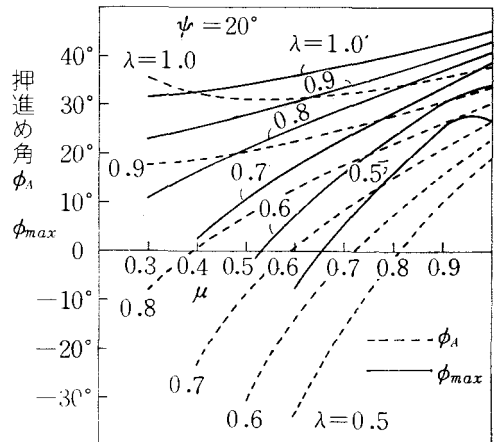


図4 ϕ_A と ϕ_{max}

$$\cos(\Psi + \varphi_0 - \phi_{max}) = \lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) \cos \phi_{max} \dots (27)$$

$$\frac{R_0}{d} = \mu = \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \varphi_0} \dots (28)$$

が得られるので、これらの式を用いる。前例より $\theta_0 = 120^\circ$, $\Psi = 20^\circ$, $\phi_{max} = 15^\circ \sim 40^\circ$ と 5° 間隔に ϕ_{max} を指定したときの λ, μ の関係を図5に示す。

λ の値が大きくても小さくても R_0 の値が増加するので、中間において R_0 の最小値が存在する。 ϕ_{max} が大きい程 μ すなわち R_0 の値は大となる。図から ϕ_{max} を小にするためには λ を1より小にした方がよい。

§ 6 揺動等角速度カムの曲率半径

ナイフエッジ従動節の場合のカムの最小曲率半径 ρ_{min} により円弧従動節の半径が制限されるばかりでなく、カムのその位置において滑り率が非常に高くなる危険があるので、その位置を知る必要がある。そこでカムの全行程におけるカムの曲率半径を Ψ , θ_r , λ , μ を指定して求める。

往き行程 AB 間の曲率半径は式(20)により、戻り行程 CD 間の曲率半径は式(22)より求められるので $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\Psi = 20^\circ$, $\lambda = 1$, $\mu = 0.3 \sim 0.7$ の場合について求めたものを図6に示す。

図から曲率半径 ρ_M は往き行程と戻り行程においてほぼ直線的で、往き行程の始めと戻り行程の終りで曲率半径は最小になる。 $\theta_0 = \theta_r$ で $\lambda = 1$ のときは終点 D の曲率半径が小さく、 $\lambda < 1$ のときは始点 A の曲率半径が小さい。 λ が同じ場合は μ が大きくなる程同一の θ に対し曲率半径は大となり、 μ が同じ場合には λ が小さければその傾斜は小さい。

始点 A および終点 D の曲率半径が基礎円半径よりも小さいことはカムの輪郭が基礎円より滑らかに創成されていないことを意味するので、往復従動節の場合と同様に揺動従動節においても緩和曲線を用いる必要のあることを示す。

(1) 往き行程の始点の曲率半径

往き行程においては始点の曲率半径が最小であるのでこれを求めるために $\theta = 0$ と式(4)を式(20)に代入すれば

$$\frac{\rho_{min}}{d} = \frac{\left\{1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right)^2 - (1 + \lambda^2 - \mu^2) \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right)\right\}^{\frac{3}{2}}}{1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right)^3 - \frac{1}{2} (1 + \lambda^2 - \mu^2) \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) \left(2 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right)} \dots (29)$$

となるので、例えば $\lambda = 1$, $\Psi = 20^\circ$, $\mu = 0.1 \sim 0.4$, $\theta_0 = 60^\circ \sim 150^\circ$ の場合について計算したものを図7に示す。

図7の破線は $\mu = \rho_M/d$ の場合を示す。図から μ が大きい場合は θ_0 に関係なく $\rho_M/d < \mu$ であるので基礎円から滑らかにカム輪郭が形成されない。 θ_0 が小さく μ が小さいときは $\rho_M/d > \mu$ となって良好になる。

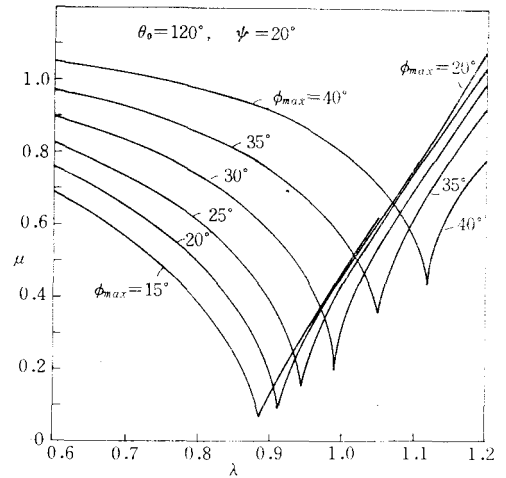


図5 B点の ϕ_{max} を指定したときの λ と μ の関係

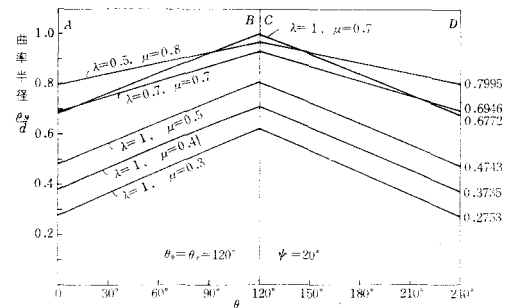
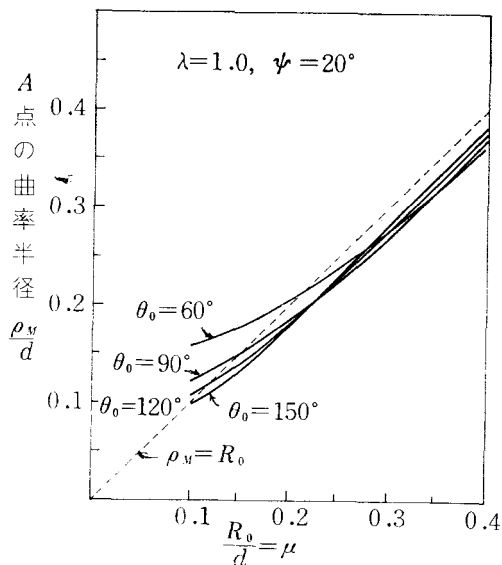
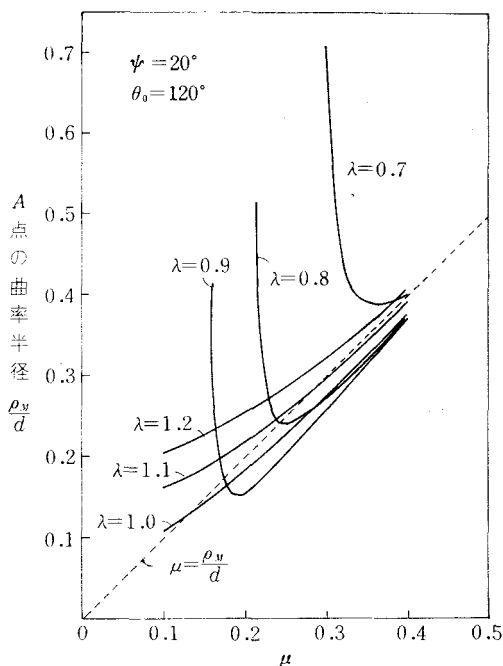


図6 カムの曲率半径


 図7 往き行程の始点Aの曲率半径($\lambda=1$)

 図8 往き行程の始点Aの曲率半径 $\theta_0=120^\circ$ の場合

$\theta_0=120^\circ$, $\psi=20^\circ$, $\mu=0.1\sim0.4$, $\lambda=0.7\sim1.2$ の μ に対する ρ_M/d を求めたものを図8に示す。破線は $\rho_M/d=\mu$ の場合である。図から $\lambda=1.0\sim1.1$ の場合は ρ_M/d が μ より小さいかほぼ等しくなるので $\lambda=1.2$ 程度が最も良好と思われるが戻り行程の終点Dにおいてかえって悪くなる。

(2) 戻り行程の終点の曲率半径

戻り行程では終点Dの曲率半径が最小となるので、これを求めるために $\theta=\theta_0+\theta_d+\theta_r$ と式(4)を式(22)に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{\rho_{Mmin}}{d} = \frac{\left\{ 1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\psi}{\theta_r} \right)^2 - (1 + \lambda^2 - \mu^2) \left(1 - \frac{\psi}{\theta_r} \right) \right\}^{\frac{3}{2}}}{1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\psi}{\theta_r} \right)^3 - \frac{1}{2} (1 + \lambda^2 - \mu^2) \left(1 - \frac{\psi}{\theta_r} \right) \left(2 - \frac{\psi}{\theta_r} \right)} \quad \dots\dots\dots(30)$$

今例えば $\theta_r=120^\circ$, $\mu=0.05\sim0.7$, $\lambda=0.7\sim1.2$ について式(30)より最小曲率半径を求めたものを図9に示す。 $\lambda \geq 1.0$ の場合はすべての μ に対し $\rho_M/d > \mu$ である。 $\lambda < 1.0$ の場合 $\lambda + \mu > 1.0$ でなければならないのでその条件を破線で示す。この破線と $\rho_M/d=\mu$ の線にはさまれた $\lambda + \mu$ ができるだけ大きい λ, μ の値と図8の $\rho_M/d > \mu$ を考えると例えば $\lambda=0.7$, $\mu=0.4$ は両図を満足す。この場合に対する $\theta=0\sim240^\circ$ の曲率半径の線図を図6に示す。

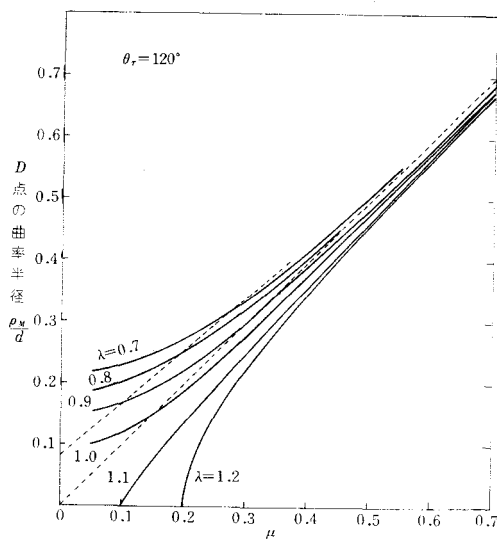


図9 戻り行程の終点Dの曲率半径

§ 7 揺動等角速度カムの滑り率

カムの最大滑り率を求めるためにカムの全行程の滑り率を求める。 θ_0 , θ_d , θ_r , ψ , λ , μ , r/d

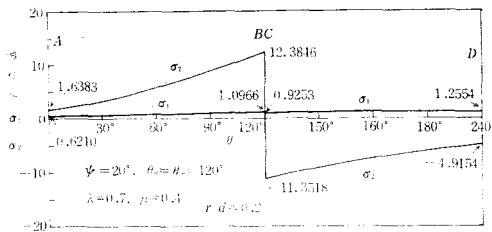


図10 $\lambda=0.7, \mu=0.4, r/d=0.1$ のカムの滑り率

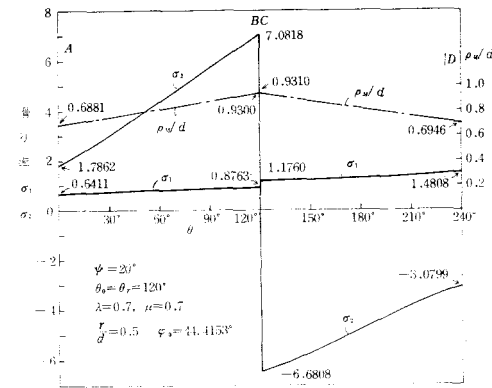


図11 $\lambda=0.7, \mu=0.7, r/d=0.5$ の滑り率 σ_1, σ_2

を指定し、式(4)から φ_0 、式(18)、(19)より φ_1 、式(20)、(22)から ρ_M/d 、式(21)、(23)から MP/d 、式(17)からカムと従動節の滑り率 σ_1, σ_2 を求める。

前例の場合の $\theta_0=\theta_r=120^\circ$ 、 $\theta_d=0$ 、 $\Psi=20^\circ$ 、 $\lambda=0.7$ 、 $\mu=0.4$ 、 $r/d=0.1$ を指定し、 σ_1, σ_2 を求めたものを図10に示す。図から往き行程では終点Bで、戻り行程では始点Cで σ_2 が最大となり、 σ_1 はほぼ1で変化が非常に小さい。B点の $\sigma_{2max} \div 12$ であるので大きすぎるため r/d をもっと大きくとらねばならぬ。 r/d を大にすると基礎円半径が減少するので μ も大にせねばならぬ。

そこで $\lambda=0.7$ 、 $\mu=0.7$ 、 $r/d=0.5$ とした場合を図11に示す。前と同様従動節の最大滑り率はB点に生じ、 $\sigma_{2max} \div 7$ となり、かなり小さい値となったが、 σ_1 の方はD点で最大で $\sigma_{1max} \div 1.5$ となった。

以上によりカムの滑り率 σ_1 には余り問題なく主として従動節の滑り率 σ_2 の最大値を小さくするような工夫が必要である。

(1) 往き行程の最大滑り率 σ_{2max}

往き行程の終点Bにおける σ_{2max} を求めるために、B点では $\theta=\theta_0$ だから式(18)より $\varphi_1=\Psi+\varphi_0$ 、式(20)、(21)、(17)を用い、 $\theta_0=120^\circ$ 、 $\Psi=20^\circ$ 、 $\lambda=0.5\sim 0.9$ 、 $\mu=0.35\sim 0.9$ の場合の σ_{2max} を図12に

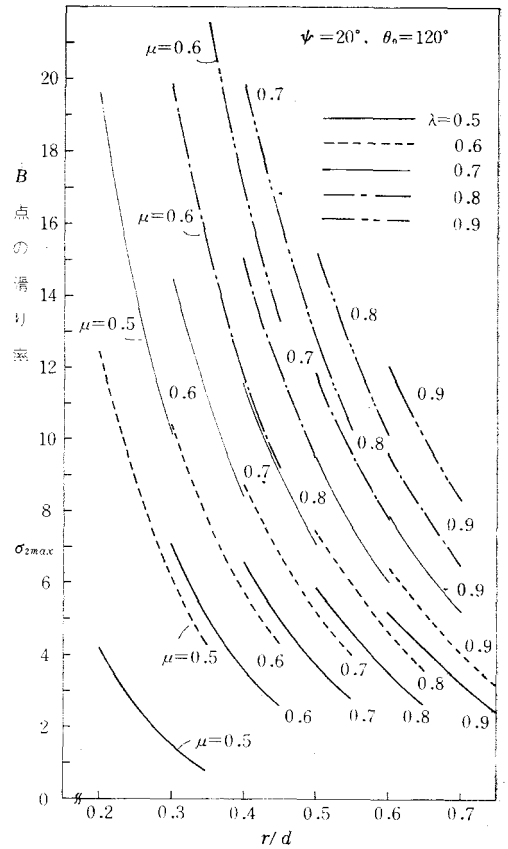


図12 往き行程の終点Bの σ_{2max}

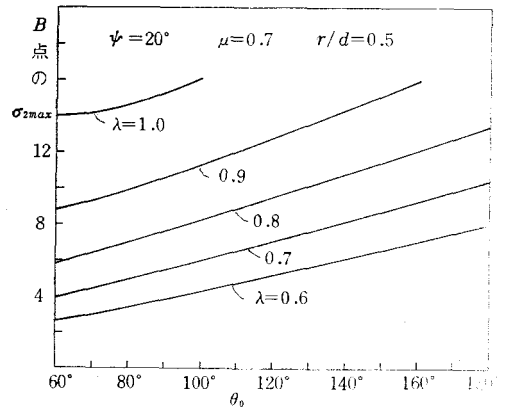


図13 B点の σ_{2max} に対する θ_0 の影響

示す。 λ , μ が小さい程, r/d が大きい程 σ_{2max} の値が低下することがわかる。

θ_0 の影響を調べるために $\Psi=20^\circ$, $\mu=0.7$, $r/d=0.5$ として, $\lambda=0.6\sim 1.0$, $\theta_0=60^\circ\sim 180^\circ$ の場合の B 点の σ_{2max} を求めたものを図13に示す。図から θ_0 の増加と共に σ_{2max} は漸増し, $\lambda>0.9$ の場合は σ_{2max} が大きすぎる。 λ を大きく取るためには θ_0 を小さくせねばならぬ。

(2) 戻り行程の最大滑り率 σ_{2max}

戻り行程の始点 C における σ_{2max} を求めるために $\theta=\theta_0+\theta_d$ と式(19)より $\varphi_1=\Psi+\varphi_0$, 式(22), (23), (17)を用い, $\theta_0=\theta_r=120^\circ$, $\Psi=20^\circ$, $\lambda=0.5\sim 0.9$, $\mu=0.5\sim 0.9$ の場合の σ_{2max} を図14に示す。 λ, μ が小さい程, r/d が大きい程 σ_{2max} の値が小となる。

θ_r の影響を調べるために $\Psi=20^\circ$, $\mu=0.7$, $r/d=0.5$ とし, $\lambda=0.6\sim 1.0$, $\theta_r=60^\circ\sim 180^\circ$ の場合の C 点の σ_{2max} を求めたものを図15に示す。図から θ_r の増加と共に σ_{2max} は漸増するが図13と比較すれば $\lambda=0.7$ の場合は σ_{2max} は各 θ_0 に対し僅かに小さいが, $\lambda=0.6$ の場合は C 点の σ_{2max} の方が僅かに大きい。さらに $\lambda>0.9$ の場合も σ_{2max} が余りに大にならぬ。故に σ_{2max} を指定すると θ_r が θ_0 より大きく取れる。

一般には行き行程でカムは仕事をするので, 戻り行程は早戻りさせたいので, $\theta_0>\theta_r$ にするから以上の結果はカムの回転方向を逆にした方がよいと考えられる。

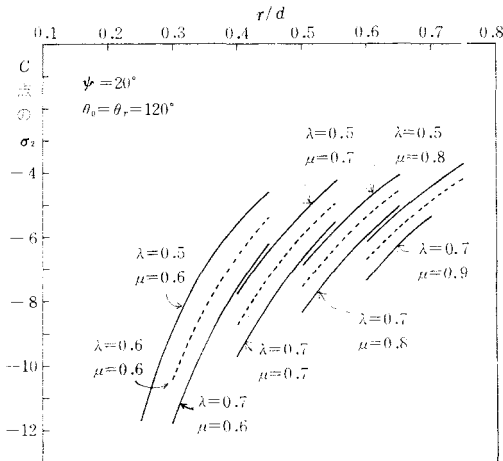


図14 戻り行程の始点 C の σ_{2max}

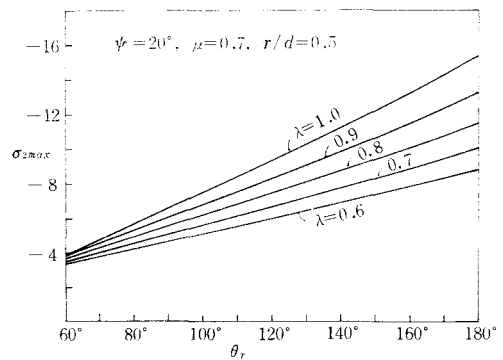


図15 C 点の σ_{2max} に対する θ_r の影響

§ 8 カムの輪郭と接触点の軌跡

θ_0 , θ_r , θ_d , λ , μ , r/d を指定してカムの輪郭を求めるためには式(18), (19)を式(11)に代入し X_T/d , Y_T/d を求め, 式(8)に代入すれば x_T/d , y_T/d が求められ, また X_T/d , Y_T/d を式(14)に代入すれば接触点の軌跡が得られる。

図16は $\theta_0=\theta_r=120^\circ$, $\theta_d=60^\circ$, $\Psi=20^\circ$, $\lambda=0.7$, $\mu=0.7$, $r/d=0.5$ の場合のカムの輪郭と接触点の軌跡を示す。曲率半径 ρ_M/d と滑り率 σ_1 , σ_2 は図11に示されている。図において $\theta=0$ (あるいは 300°) のとき出発点 (あるいは終点) がカムの基礎円上にないことを示している。 $r=0$ の場合は基礎円上にある。

休止期間 BC はカムの回転中心 A を中心とする円弧であるが $\angle BAC < \theta_d = 60^\circ$ となる。 B, C が重なるとき $\theta_d > 0$ であるので θ_{dmin} が存在する。次に接触点の軌跡は閉曲線とならないで図のような線になることに注意されたい。

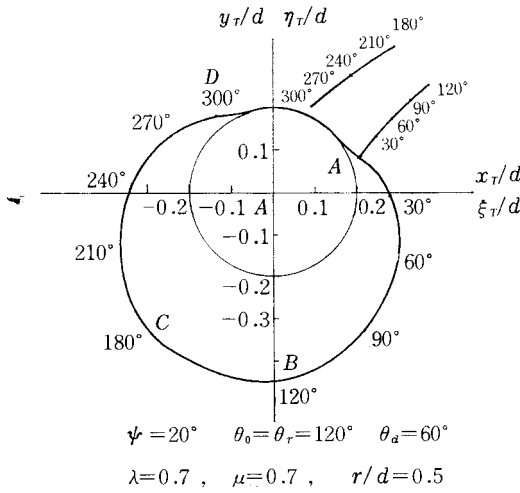


図16 等角速度カムの輪郭

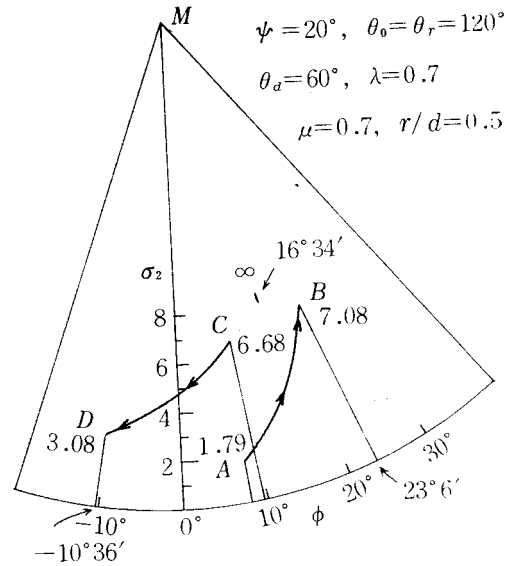


図17 円弧従動節上の滑り率

図17は従動節の円弧上の接触点における従動節の滑り率 σ_2 を示す。A点を出発点としB点で σ_2 は最大となり行き行程が終り、C点を戻り行程の始点としD点で戻り行程が終る。BC間は従動節の休止期間でこのときの押進め角 $\phi_a = 16^\circ 34'$ で、その位置においては σ_2 は無限大となる。そこでB,C点を重ねれば σ_2 は無限大とならぬ。この場合の θ_a がカムの最小休止期間である。

§ 9 従動節の上昇点における最小休止期間

前報¹⁾の往復等速度カムと同様に揺動従動節の場合も最小休止期間が必要で、 $\theta_a = 0$ の場合はC点がB点より前方に来るためカムが製作できない。

カムの回転角 θ が θ_0 になったときすなわちB点の座標 x_T/d , y_T/d を求め、半径線ABが横軸となす角を δ_1 とすればこの点では $\varphi_1 = \Psi + \varphi_0$, $d\varphi_1/d\theta = \Psi/\theta_0$ だから式(11)と式(8)より次式が得られる。

$$\frac{X_T}{d} = \frac{-\frac{r}{d} \sin(\Psi + \varphi_0)}{\left\{1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) \cos(\Psi + \varphi_0)\right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (31)$$

$$\frac{Y_T}{d} = \lambda - \frac{\frac{r}{d} \left\{ \lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) - \cos(\Psi + \varphi_0) \right\}}{\left\{1 + \lambda^2 \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right)^2 - 2\lambda \left(1 + \frac{\Psi}{\theta_0}\right) \cos(\Psi + \varphi_0)\right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (32)$$

$$\frac{x_T}{d} = \frac{X_T}{d} \sin(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) - \frac{Y_T}{d} \cos(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) + \cos \theta_0 \quad (33)$$

$$\frac{y_T}{d} = \frac{X_T}{d} \cos(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) + \frac{Y_T}{d} \sin(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) - \sin \theta_0 \quad (34)$$

$$\tan \delta_1 = y_T/x_T \quad (35)$$

次に θ が θ_0 となるとき $\theta_a = 0$ としたC点の座標 x'_T/d , y'_T/d と半径線ACが横軸となす角 δ_2 を求めるには $\varphi_1 = \Psi + \varphi_0$, $d\varphi_1/d\theta = -\Psi/\theta_r$ から式(11)と式(8)から次式が得られる。

$$\frac{X'_T}{d} = \frac{-\frac{r}{d} \sin(\Psi + \varphi_0)}{\left\{1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right)^2 - 2\lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right) \cos(\Psi + \varphi_0)\right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (36)$$

$$\frac{Y'_T}{d} = \lambda - \frac{\frac{r}{d} \left\{ \lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right) - \cos(\Psi + \varphi_0) \right\}}{\left\{1 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right)^2 - 2\lambda \left(1 - \frac{\Psi}{\theta_r}\right) \cos(\Psi + \varphi_0)\right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (37)$$

$$\frac{x'_T}{d} = \frac{X'_T}{d} \sin(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) - \frac{Y'_T}{d} \cos(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) + \cos \theta_0 \quad (38)$$

$$\frac{y'_T}{d} = \frac{X'_T}{d} \cos(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) + \frac{Y'_T}{d} \sin(\theta_0 + \varphi_0 + \Psi) - \sin \theta_0 \quad (39)$$

$$\tan \delta_2 = y'_T / x'_T \quad (40)$$

$\theta_d = 0$ の場合 $\delta_2 < \delta_1$ となるので最小休止期間 $\theta_{d \min}$ は次式で表わされる。

$$\theta_{d \min} = \delta_2 - \delta_1 \quad (41)$$

例えば図16の $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\Psi = 20^\circ$, $\lambda = 0.7$, $\mu = 0.7$, $r/d = 0.5$ の場合式(31)~(41)より $x_T/d = 0.0376344$, $y_T/d = -0.4462834$, $\tan \delta_1 = -11.8395214$, $\delta_1 = -85.1720276^\circ$, $x'_T/d = 0.1533108$, $y'_T/d = -0.4219092$, $\tan \delta_2 = -2.7519801$, $\delta_2 = -70.0301469^\circ$, $\theta_{d \min} = 15.14188^\circ = 15^\circ 8.5'$

次に $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$, $\Psi = 20^\circ$, $\lambda = 0.7$, $\mu = 0.4$, $r/d = 0.2$ とすれば $x_T/d = 0.0664939$, $y_T/d = -0.4242337$, $\tan \delta_1 = -6.3801116$, $\delta_1 = -81.0921959^\circ$, $x'_T/d = 0.1371309$, $y'_T/d = -0.4064187$, $\tan \delta_2 = -2.9637283$, $\delta_2 = -71.3548304^\circ$, $\theta_{d \min} = 9.73732^\circ = 9^\circ 44'$

図18はこの例の場合 $\theta_d = 9^\circ 44'$ のカムの輪郭を示す。 B, C 两点が重なっていることから前期の式の正確なことがわかる。図19は図18の場合の従動節の円弧上の各点の滑り率 σ_2 を示す。接触は A 点から始まり B 点で行き行程が終り、休止期間は E 点 ($\phi = -7^\circ 54'$) で接触し、戻り行程は C 点から D 点迄である。 A 点 ($\phi = -23^\circ 7'$) と C 点 ($\phi = -18^\circ 9'$) の間は滑りが往復するため摩擦が大となる。

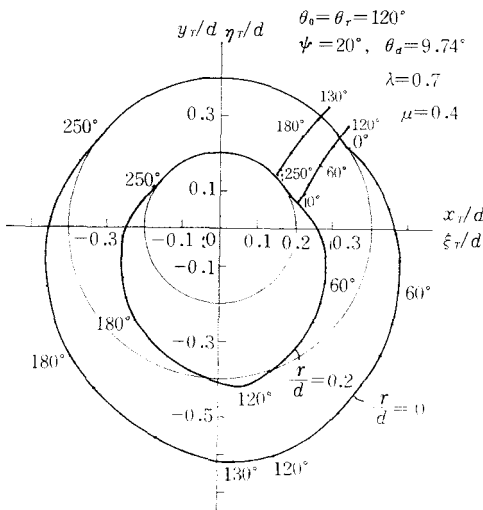


図18 等角速度カムの輪郭

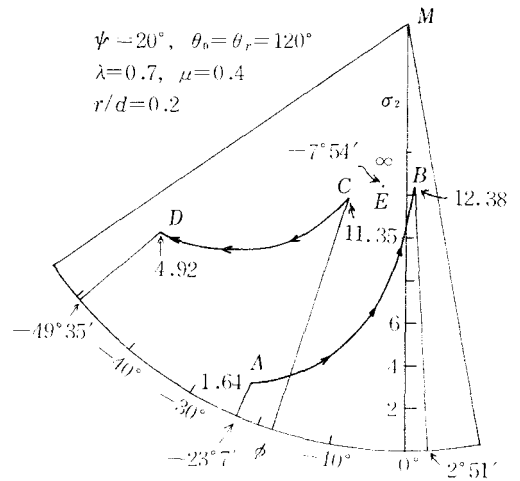


図19 円弧従動節上の滑り率

§ 10 結 論

以上により滑り率を考慮してローラをもたぬ揺動等角速度カムを調べた結果次のような結論を得た。

- (1) 一般に戻り行程に比し往き行程のカムの回転角が大であるすなわち $\theta_0 > \theta_r$ の場合は滑り率の点からカムは往き行程において従動節と同方向に回転する方がよい。
 - (2) 従動節の長さ l/d は 0.7~0.8 の範囲が良好で 0.9 以上の場合特に $\theta_0 > \theta_r$ とし、同方向に回さねばならぬ。
 - ✓(3) カムの滑り率は全面ほぼ 1 前後なので余り問題にならぬ。
 - (4) 最小曲率半径は比較的大きいので従動節の円弧半径 r を特に大きく取らねば問題はない。
 - (5) ナイフエッジの場合の基礎円半径 μ を小さくすると最大押進め角が大となりすぎる。
 - (6) 従動節の上昇点における最小休止期間のあることに注意しなければならぬ。
 - (7) 休止期間が長いとローラ付でない従動節の摩耗は大となり、ローラが必要である。
 - (8) 休止期間が非常に短いときは拋物線の緩和曲線が往き行程の終りと戻り行程の始めに必要なになる。これはまた従動節の角加速度にも好都合である。
- 次報において揺動平板あるいは凹面円弧従動節について論ずる。

文 献

- 1) 糸島寛典：往復等速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第6巻，第2号，61~73頁，1971.
- 2) 糸島寛典：揺動等角速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第7巻，第1号，45~57頁，1971.

（昭和47年1月8日 受付）

ディーゼル機関の燃費特性について

(機械工学科) 久保田

勲

On the Fuel-Consumption Characteristics of Diesel Engine

Isao KUBOTA

The correlation between fuel consumption and net power can be shown with an equation, as we already reported in another paper.

Here developing the theoretical equation, we attempt to find the various characteristics of fuel consumption based on the experimental data.

§ 1 緒 言

ディーゼル機関の燃料消費量と出力との関係については、既に実験的な調査結果を報告すると共に、一つの理論式を誘導したが⁽¹⁾、今回はその基礎理論式を展開して、種々の面から燃費特性を検討してみることにする。

§ 2 無負荷出力における燃費特性

G_{fn} : n r.p.m. における噴射量

G_{fthn} : " " " 完全燃焼量

G_{an} : " " " 吸入空気量

とし、燃焼率 dG_{fthn}/dG_{fn} がそのときの空燃比 G_{an}/G_{fn} に比例すると仮定すれば、次式を得る⁽²⁾：

$$\frac{dG_{fthn}}{dG_{fn}} = k_3 \frac{G_{an}}{G_{fn}} \dots\dots\dots (1)$$

ただし k_3 は燃焼室形式とか空気の流動状態等によって定まる定数である。

(1)式を解くと次式が得られる⁽³⁾：

$$G_{fn} = G_{fon} e^{k_{1n} N_{en}} \dots\dots\dots (2)$$

ただし

G_{fon} : n r.p.m. における無負荷時の燃費

N_{en} : n r.p.m. における発生軸馬力

k_{1n} : n r.p.m. における図示馬力を N_{in} とし、 $dG_{fthn}/dN_{in} = k_4$ とすれば、 k_{1n} は次式で表わされる定数である⁽⁴⁾：

$$k_{1n} = \frac{k_4}{k_3 G_{an}} \dots\dots\dots (3)$$

無負荷時の燃費 G_{fon} が回転数 n によってどう変化するかを検討してみると次のようになる。

(1)式は無負荷運転時にも適用できる筈であるから、0の添字を付して書きかえると、

$$\frac{dG_{fth0n}}{dG_{f0n}} = k_3 \frac{G_{a0n}}{G_{f0n}} \dots\dots\dots (4)$$

無負荷時の損失馬力が回転数に比例すると仮定し、容積効率を η_{vn} とすれば

$$G_{f_{thon}} = k_5 \cdot n \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$G_{xon} = k_6 \cdot \eta_{vn} \cdot n \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし k_5, k_6 は比例定数とする。したがって(4)式は

$$\frac{dG_{fon}}{G_{fon}} = K \cdot \frac{1}{\eta_{vn}} \cdot \frac{dn}{n} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{ただし} \quad K = \frac{k_5}{k_3 k_6} \quad \dots\dots\dots (8)$$

(7)式の両辺を $n=n_0$ から $n=n$ まで積分すれば次式が得られる：

$$\ln \frac{G_{fon}}{G_{fon_0}} = K \int_{n_0}^n \frac{dn}{\eta_{vn} \cdot n} = \frac{K}{\eta_{vm}} \ln \frac{n}{n_0} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{あるいは} \quad G_{fon} = G_{fon_0} \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\frac{K}{\eta_{vm}}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし $\eta_{vm} = n_0$ r.p.m. から n r.p.m. まで平均容積効率

もし $\eta_{vn} = 100\%$ とおくことができれば、(10)式は次のように簡単になる：

$$G_{fon} = G_{fon_0} \left(\frac{n}{n_0} \right)^K \quad \dots\dots\dots (11)$$

無負荷時の噴射燃料の殆どすべてが完全燃焼すると考えることができる場合は

$$G_{fon} = G_{f_{thon}} = k_5 \cdot n$$

$$G_{fon_0} = G_{f_{thon_0}} = k_5 \cdot n_0$$

$$\therefore G_{fon} = G_{fon_0} \cdot \frac{n}{n_0} \quad \dots\dots\dots (12)$$

すなわち、この場合は(8)(11)(12)式より次の関係が成立する：

$$K=1 \quad \text{あるいは} \quad k_3 = \frac{k_5}{k_6} \quad \dots\dots\dots (13)$$

要するに、無負荷時の燃費は(10)(11)(12)式のいずれかにしたがって変化することになる。

§ 3 最小燃費率曲線の誘導

さて(3)式に $G_{xon} = k_6 \cdot \eta_{vn} \cdot n$ を代入すると

$$k_{1n} = \frac{k_4}{k_3 \cdot k_6 \eta_{vn}} \cdot \frac{1}{n} = \frac{k}{n \cdot \eta_{vn}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{ただし} \quad k = \frac{k_4}{k_3 \cdot k_6}$$

$\eta_{vn} = 100\%$ の場合を考えると、(11)(14)式を(2)式に代入すれば

$$G_{fn} = G_{fon_0} \left(\frac{n}{n_0} \right)^K e^{\frac{k}{n} N_{en}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

(15)式を n で偏微分すると

$$K \cdot n = k \cdot N_{en} \quad \dots\dots\dots (16)$$

(15)(16)式より n を消去すれば包絡線の方程式が得られる。すなわち

$$G_{fn} = G_{fon_0} \cdot \left(\frac{k}{K n_0} \right)^K \cdot e^K \cdot (N_{en})^K \quad \dots\dots\dots (17)$$

これを図で示せば図1のような形となる。

もし $K=1$ とおける場合は、包絡線は $x-y$ 座標では直線となる。

さて、この包絡線上の点がどういう性質を持つかを調べてみると、(14)(16)式より

$$N_{en} = K \cdot \frac{n}{k} = \frac{K}{k_{1n}} \dots\dots\dots (18)$$

しかるに 既報のごとく⁽⁵⁾、 $1/k_{1n}$ は燃料消費率 b_e が最小となる出力を表わしており、換言すれば包絡線は効率最大の性能曲線から K に相当するだけずれた曲線を表わしていることになる。すな

わちこの包絡線を基準として回転数と出力とを制御するメカニズムを考えれば、常に最高の効率で機関を運転することができるわけである。 $K=1$ の場合は、包絡線は完全に最小燃費率曲線と一致する。

更に(17)式より

$$b_e = \frac{G_{fn}}{N_{en}} = G_{fon_0} \cdot \left(\frac{k}{K n_0} \right)^K \cdot e^K \cdot (N_{en})^{K-1} \dots\dots\dots (19)$$

$K=1$ の場合は

$$b_e = G_{fon_0} \cdot \frac{k}{n_0} \cdot e = \text{const.} = b_{e\min} \dots\dots\dots (20)$$

つまり、 $\eta_o=100\%$ とすれば、 $K=1$ の場合は回転数とは無関係に最小燃費率 $b_{e(\min)} = \text{const.}$ で機関を運転し得ることになる。

§ 4 定格出力と回転数との関係

機関の定格出力の決定は、最小燃費率を示す点が基準となると考えられるが、試みに実験に用いたヤンマー1LEL 機関の場合について検討してみると、本機関は 10PS/900 r.p.m. が定格出力としてカタログに記載されている。一方、実験データ 図 2 から 900 r.p.m. 時の k_1 をもとめると

$$k_1 = 0.096$$

したがって燃費率最小の出力 $N_{e(\min)}$ は

$$N_{e(\min)} = 1/k_1 = 10.42\text{PS} \approx 10\text{PS}$$

実験誤差もあるので、本機関では 燃費率最小を示す出力を定格出力と定めてであると判断してよいであろう。すなわち次式は定格出力を決定する式と考えてよい。

$$N_{en} = \frac{1}{k_{1n}} \dots\dots\dots (21)$$

したがって 図 2 から各回転数に対する k_1 をもとめて、定格出力を算出すると、

$$500 \text{ r.p.m. の場合} \quad k_1 = 0.185 \quad \therefore N_{e500} = 5.41\text{PS} \dots\dots\dots (a)$$

$$700 \text{ " " } \quad k_1 = 0.131 \quad \therefore N_{e700} = 7.63\text{PS} \dots\dots\dots (b)$$

という結果になる。

§ 5 燃費と負荷率との関係について

上記のように、各回転数に対する 定格出力 (100%負荷) が、常に(21)式によって決定されるものと

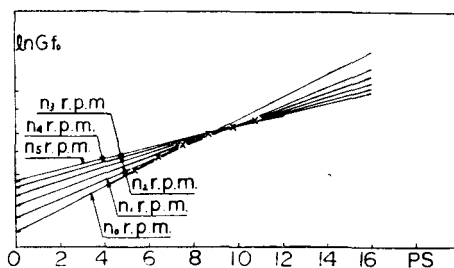


図 1

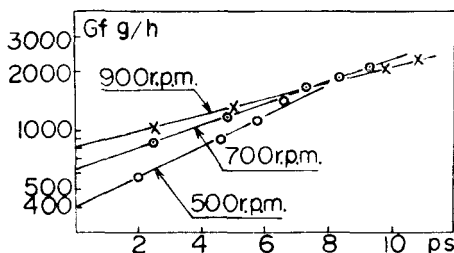


図 2

すれば、軸馬力に対する燃費特性の代りに、より普遍的な無次元の負荷率に対する燃費特性が得られることとなる。

負荷率 x % のときの燃費を G_{fx} 、出力を N_{ex} とすれば、一定回転のもとでは次の関係が得られる：

$$N_{e100} \cdot k_1 = 1$$

$$\therefore (2) \text{式より} \quad G_{f100} = G_{f0} \cdot e \quad \dots\dots\dots (22)$$

また $N_{ex} = x \cdot N_{e100}$ なるゆえ

$$G_{fx} = G_{f0} \cdot e^x \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\text{あるいは} \quad \ln G_{fx} = \ln G_{f0} + x \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\text{したがって} \quad \frac{d(\ln G_{fx})}{dx} = 1 \quad \dots\dots\dots (25)$$

すなわち次の結論が得られる：

- ① 片対数座標上では、燃費と負荷率との関係は、回転数に関係なく常に(25)式で示される一定の傾きを持った直線(24)で表わされる。
- ② (22)式に示すように、全負荷時と無負荷時との燃費の比は、回転数と関係なく常に一定値 e である。

これを図示すれば図3のようになる。

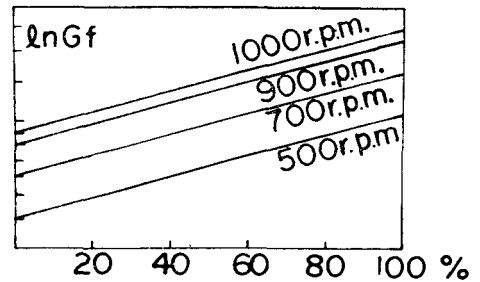


図 3

§ 6 定数 k_3 についての検討

n r.p.m. における100%負荷の出力を $(N_{en})_{100}$ で表わし、かつ各定数にもそれぞれ n の添字をつけることにすれば(14)(21)式より次式を得る：

$$(N_{en})_{100} = \frac{1}{k_{1n}} = \frac{k_{3n} \cdot k_{6n}}{k_{4n}} \eta_{vn} \cdot n \quad \dots\dots\dots (26)$$

したがって n_1, n_2 の2種類の回転数の間では次の関係が得られる：

$$(N_{en_2})_{100} = \frac{k_{3n_2} \cdot k_{6n_2} / k_{4n_2}}{k_{3n_1} \cdot k_{6n_1} / k_{4n_1}} \cdot \frac{\eta_{vn_2}}{\eta_{vn_1}} \cdot \frac{n_2}{n_1} (N_{en_1})_{100} \quad \dots\dots\dots (27)$$

前述のように $n_1 = 900$ r.p.m. のとき $(N_{e900})_{100} = 10.42 PS$ として、(27)式より 500 r.p.m. および 700 r.p.m. の定格出力をもとめると、

$$(N_{e500})_{100} = \frac{500}{900} \times 10.42 \cdot \frac{\eta_{v500}}{\eta_{v900}} = 5.79 \cdot \frac{\eta_{v500}}{\eta_{v900}} \quad \dots\dots\dots (c)$$

$$(N_{e700})_{100} = \frac{700}{900} \times 10.42 \cdot \frac{\eta_{v700}}{\eta_{v900}} = 8.1 \cdot \frac{\eta_{v700}}{\eta_{v900}} \quad \dots\dots\dots (d)$$

ただし

$$k_{3n_1} = k_{3n_2} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$k_{6n_1} = k_{6n_2} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$k_{4n_1} = k_{4n_2} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (30)$$

とする。

上記(c)(d)の値は、それぞれ前記(a)(b)の値と一致すべき筈のものが正確には一致せず、しかも η_{v500}/η_{v900} , η_{v700}/η_{v900} はいずれも1より大きいことが実験でも確認されているので、(c)(d)共に(a)(b)よりも大きい値となっていることがわかる。

この原因を考えてみると、(28)~(30)の条件のうち、(29)(30)は疑いもなく成立するが、(28)の条件は精密には必ずしも成立するとは言い難いためと考えられる。すなわち、 k_3 は前述したように、燃焼室

の形状および燃焼室内での空気の流動によって決定される定数と考えてよいが、空気の流動、就中みだれの状況は回転数によって影響をうけ、回転数が高くなる程みだれが激しくなり、(1)式の燃焼率が、したがって k_3 が大きくなると推定される。

したがって(27)式は

$$(N_{en2})_{100} = \frac{k_{3n2}}{k_{3n1}} \cdot \frac{\eta_{vn2}}{\eta_{vn1}} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot (N_{en1})_{100} \dots\dots\dots(31)$$

で表わされることとなり、かつ $n_2 < n_1$ ならば

$$\frac{k_{3n2}}{k_{3n1}} < 1 \dots\dots\dots(32)$$

$$\text{さらに} \quad \frac{k_{3n2}}{k_{3n1}} \cdot \frac{\eta_{vn2}}{\eta_{vn1}} < 1 \dots\dots\dots(33)$$

となり、実際には k_1 の実測値にもとづく推定値(a)(b)の値をとるものと思われる。

k_3 について上記の推定を実験的に確認することは今のところ困難なので、別の面から更に検討してみよう。

(7)式と(8)式より

$$\frac{dG_{fon}}{G_{fon}} = \frac{k_5}{k_6} \cdot \frac{1}{k_{3n} \cdot \eta_{vn}} \cdot \frac{dn}{n}$$

これを n_0 から n まで積分すれば

$$\ln \frac{G_{fon}}{G_{fon0}} = K' \int_{n_0}^n \frac{dn}{k_{3n} \cdot \eta_{vn} \cdot n} = \frac{K'}{(k_3 \cdot \eta_v)_m} \ln \frac{n}{n_0}$$

ただし $K' = k_5/k_6$

$(k_3 \eta_v)_m = n_0$ から n までの $(k_{3n} \cdot \eta_{vn})$ の平均値

$$\therefore (k_3 \eta_v)_m = K' \frac{\ln \frac{n}{n_0}}{\ln \frac{G_{fon}}{G_{fon0}}} \dots\dots\dots(34)$$

$n_0 = 500$ r.p.m. に対して、 $n = 700$ r.p.m. および $n = 900$ r.p.m. の場合を考えると、無負荷時の実験値として $G_{fo500} = 0.4 \text{ kg/hr}$, $G_{fo700} = 0.625 \text{ kg/hr}$, $G_{fo900} = 0.84 \text{ kg/hr}$ が得られているから

$$(k_3 \eta_v)_{m=500 \sim 700} = K' \frac{\ln \frac{700}{500}}{\ln \frac{0.625}{0.4}} = 0.765 K'$$

$$(k_3 \eta_v)_{m=500 \sim 900} = K' \frac{\ln \frac{900}{500}}{\ln \frac{0.84}{0.4}} = 0.842 K'$$

すなわち、無負荷特性においても(33)式の傾向は認められ、上記の推定は間違いないと考えられる。

§ 7 結 言

ディーゼル機関の燃焼に関し、燃焼率が空燃比に比例するとの仮定を設けて、燃料消費量の特性式を組み立て、これをもとにして燃費と出力、負荷との関係特性を誘導したところ、実験値ともほぼ一致する結果を得ると共に、次の各項目が明らかとなった。

- ① 無負荷時の燃料消費量は、回転数と共に一定の特性式にしたがって変化する。
- ② 最小燃比率曲線が誘導され、機関の効率的な運転設計が示唆される。
- ③ 任意の回転数に対する定格出力の決定方法が公式化された。

- ④ 燃費と負荷率との関係は、片対数座標上では、回転数と無関係に、傾斜一定の直線で表わされる。
- ⑤ 全負荷時と無負荷時の燃費の比は、回転数と無関係に、常に一定値 e の値をとる。
- ⑥ 回転数の上昇と共に燃焼率は可成り大幅に増加すると推定される。

また以上のように燃費特性が把握されると、それを基にして発生カーボン量、したがって排気濃度特性が、定性的ならびに定量的に誘導できるのではないかと予想されるが、これについては稿を改めて論じてみたい。

参 考 文 献

(1)(2)(3)(4)(5) 久保田勲：ディーゼル機械の排気濃度特性，内燃機関 Vol.9, No.4, p.19~20

(昭和47年1月8日 受付)

ディーゼル機関の排気濃度特性曲線について

(機械工学科) 久保田

勲

On Smoke-density Characteristic Curve of Diesel Engine

Isao KUBOTA

The smoke value S measured with the Bosch-type smoke meter for the exhaust gas of a diesel engine varies regularly as a function of the absolute density x of carbon particles, and on the other hand the actual correlation between S and x is different from this theoretical one, especially in the value $\frac{dS}{dx}$, on which we reported in detail in another paper.

Here we attempt to find the equations for the above-mentioned correlations and moreover to apply them to the permeability of carbon particles through the paper filter.

§ 1 緒 言

ディーゼル機関の排気濃度をボッシュ型スモークメータで測定したとき、そのスモーク値 S と、排気ガス中に含まれるカーボン粒子の重量濃度 x との関係は、確率論的に規則正しい曲線をえがくこと、ならびに S と x との実測値の関係は、この理論曲線とは些か形状を異にし、特に $\frac{dS}{dx}$ の値が大きくなることを別報⁽¹⁾ で詳述したが、本報では更に両曲線を実験式に当てはめると共に、その応用の一例として沱紙の透過率⁽²⁾ を再考してみたい。

§ 2 特性曲線の数式化

(1) 理論曲線の検討

既に述べたように⁽³⁾、スモーク値 S は、柁目で構成されると考えた沱紙上に、カーボン粒子をランダムに次々と投入する場合の、沱紙面上における粒子の投影面積の総和で表わされるものとすれば、投入回数 n と S との関係は図1のような曲線となる。ただし、カーボン粒子は、その中心が柁目の中心と一致するように落下すると仮定したばかりである。

これに n と S の値を当てはめ、両者の関係をもとめると、各曲線は次の特性式の表わす曲線と殆ど完全に一致することがわかる：

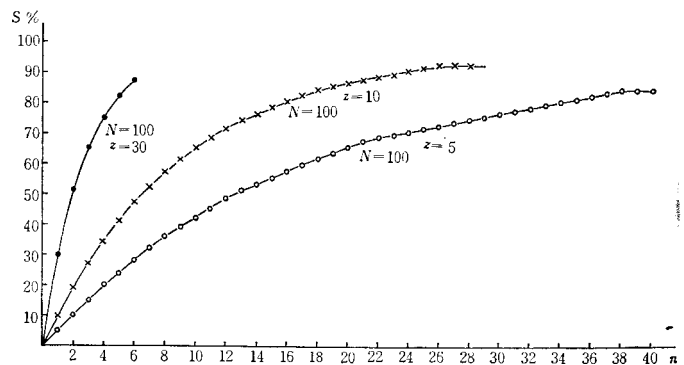


図 1

$$z=30 \quad \text{に対しては} \quad S=10(1-e^{-0.03466n}) \dots\dots\dots(1)$$

$$z=10 \quad \quad \quad \quad \quad S=10(1-e^{-0.01078n}) \dots\dots\dots(2)$$

$$z=5 \quad \quad \quad \quad \quad S=10(1-e^{-0.00539n}) \dots\dots\dots(3)$$

すなわちボッシュ濃度 S と重量濃度に相当する値 n とは、常に次式で表わされる：

$$S=10(1-e^{-k'n}) \dots\dots\dots(4)$$

k' は N および z によって、すなわち N を一定とすれば z によって決まる常数である。ただし、 N は沱紙を構成する柁目の総数、 z は排気ガスの単位容積中に含まれるカーボン粒子の個数とする。

いまこの k' の値を (1)(2)(3) 式より眺めてみると、ほぼ z に比例している。(1) 式で若干のずれがあるが、これは図 1 の曲線をえがく場合の、最大確率 $P_{max}^{(4)}$ を求める際の計算の誤差が入っているためと考えられる。

したがって (4) 式で、 n の代わりに $nz=x \equiv$ 重量濃度を用い、 S と x との関係になおすと、次式を得る：

$$S=10(1-e^{-kx}) \dots\dots\dots(5)$$

ただし $k \equiv n, z$ と関係のない定数

要するに、図 2 において、横軸を $nz(=x)$ にとれば、常に一つの曲線 (5) に集約されるということである。面白いことに、(5) 式は半透明体の光の吸収曲線と同じ形の特性式であると共に、かつ、カーボン粒子の重なりを無視した場合の、従来のボッシュ濃度特性曲線とも一致しているが、解析過程は全く異なり、また実際の特性曲線とも、傾きにおいて著しく異なることは、既に述べたとおりである。

(2) 実験曲線の検討

前記の曲線は、最初に述べたように「カーボン粒子の中心が、沱紙を構成する柁目の中心と同心的に沱紙に付着する」という仮定のもとに導かれたもので、実際の特性曲線とは一致しないが、これに、個々のカーボン粒子の重なり方は、非同心的なものも無視し得ない、という考え方を持ち込んで修正を加えると、実際とよく一致する特性線が得られることは、別報⁽⁵⁾で詳述した。

実験結果をもう一度掲げると図 2 に示すとおりで、図中 \times 印が実測点を示す。ただし、横軸は対数目盛で表わしてある。

そこでこの実測点によって構成される特性曲線の実験式をもとめてみることにする。

図 2 の S と n との関係から、次の条件：

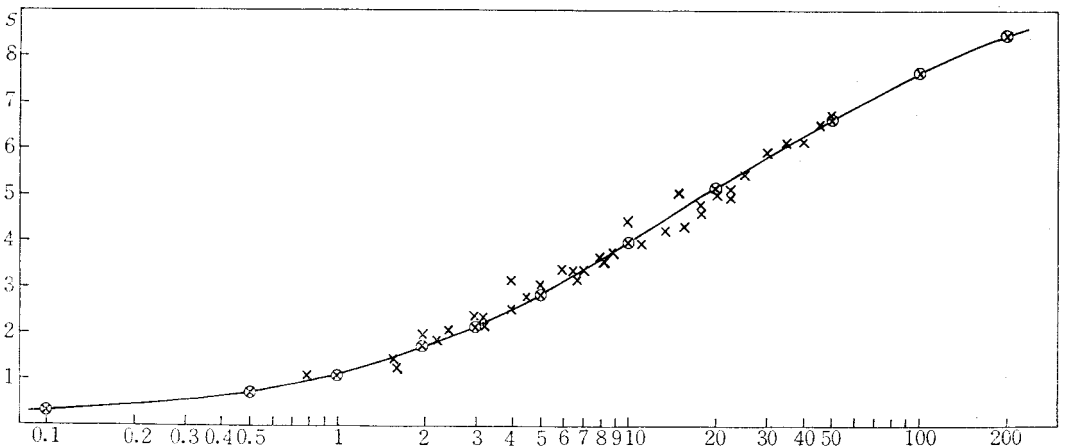


図 2

(1) $\ln n \rightarrow \infty$ すなわち $n \rightarrow 0$ のとき $S \rightarrow 0$

(2) $\ln n \rightarrow \infty$ すなわち $n \rightarrow +\infty$ のとき $S \rightarrow 10$

を考へて、次の実験式を設定してみる：

$$S = \frac{10}{1 + \frac{1}{Kn^m}} \dots\dots\dots (6)$$

これに図2の実測点群の中の2点

↙ $n=50$ のとき $S=6.7$

$n=3$ // $S=2.2$

を代入して K および m を決定すると

$$\frac{1}{K} = 7.664$$

$$m = 0.702$$

となり、したがって(6)式は次の形となる：

$$S = \frac{10}{1 + \frac{7.664}{n^{0.702}}} \dots\dots\dots (7)$$

(7)式を用いて、 n と S との関係をもとめると表1が得られ、これをプロットしたものが図2中の⊗で示す諸点で、これを結んだ曲線は実測点とよく一致していることがわかる。

表 1

n	0.1	0.5	1	2	3	4	5	10	20	50	100	200
S	0.25	0.74	1.15	1.75	2.20	2.57	2.88	3.97	5.17	6.70	7.68	8.43

S と x との関係は、 k'' を比例定数とすれば、 $n = k''x$ を用いて、(7)式より

$$S = \frac{10}{1 + \frac{7.664}{(k''x)^{0.702}}} \dots\dots\dots (8)$$

で示されるわけであるが、重量濃度 x の測定が今のところ不可能なので、 k'' の数値は決定できない。

いづれにせよ、(7)あるいは(8)の実験式によって、重量濃度比とボッシュ濃度との関係が示され、片対数座標上では図2のような曲線で表わされることになる。

§ 3 実験式による汙紙透過率の再検討

従来の排気のスモーク値 S の理論計算式は、何れもカーボン粒子はすべて汙紙面に吸着され、汙紙を通過して散逸する粒子は皆無であるとの仮定のもとに組立てられているが、実際には汙紙を透過して測定に乗らない粒子が多く、これについては既の実験による調査結果を報告した⁶⁾。そのデータを再録すると表2および図3に示すとおりであるが、これは実測値 S に対する重量濃度比 kx を、従来式(5)を用いて算出作成したものであり、前述のごとく実情とは可成り違っていると考えるべきである。

そこで実験式(8)を適用して S と $k''x$ との関係を再検討してみると次のようになる。すなわち(8)式を書きかえると

$$k''x = \left(\frac{7.664}{\frac{10}{S} - 1} \right)^{1.425} \dots\dots\dots (9)$$

表2の S の値を(9)式に代入して $k''x$ をもとめた結果は同じく表2に示すとおりで、図3と同じ要領でこれをプロットしたものが図4である。

表 2

項目 条件 枚目	S 測定値					kx						$k''x$					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	計	1	2	3	4	5	計
$900 \times \frac{4}{4}$	2.5	1.25	0.7	0.4	0.3	0.2852 (51)	0.1310 (24)	0.0719 (13)	0.0392 (7)	0.0296 (5)	0.5569 (100)	3.806 (66.5)	1.138 (19.9)	0.4578 (7.98)	0.19 (3.43)	0.129 (2.25)	5.727 (100)
$900 \times \frac{3}{4}$	2.0	1.00	0.6	0.4	0.3	0.2231 (50)	0.0953 (21)	0.0610 (14)	0.0392 (9)	0.0296 (7)	0.4482 (100)	2.526 (63.0)	0.796 (19.86)	0.361 (9.00)	0.197 (4.91)	0.129 (3.22)	4.009 (100)
$900 \times \frac{2}{4}$	1.0	0.50	0.3	0.2	0.1	0.0953 (46)	0.0517 (25)	0.0296 (14)	0.0198 (10)	0.0100 (5)	0.2064 (100)	0.796 (61.42)	0.274 (21.14)	0.129 (9.95)	0.0711 (5.48)	0.026 (2.00)	1.296 (100)
$900 \times \frac{1}{4}$	1.1	0.50	0.3	0.1	0.1	0.3361 (54)	0.1394 (22)	0.0864 (14)	0.0404 (6)	0.0237 (4)	0.6260 (100)	0.926 (67.05)	0.274 (18.84)	0.129 (9.34)	0.026 (1.88)	0.026 (1.88)	1.381 (100)
$900 \times \frac{1}{8}$	1.2	0.70	0.4	0.3	0.2	0.2523 (44)	0.1329 (23)	0.0813 (14)	0.0590 (10)	0.0445 (8)	0.5700 (100)	1.065 (55.50)	0.457 (23.81)	0.197 (10.27)	0.129 (6.72)	0.071 (3.70)	1.919 (100)
900×0	1.3	0.90	0.6	0.4	0.35	0.2796 (38)	0.1787 (25)	0.1220 (17)	0.0784 (11)	0.0708 (10)	0.7295 (100)	1.213 (46.55)	0.674 (25.86)	0.361 (13.85)	0.197 (7.56)	0.161 (6.18)	2.606 (100)
$1000 \times \frac{4}{4}$	2.5	0.80	0.4	0.2	0.2	1.1621 (64)	1.3393 (19)	0.1661 (9)	0.0915 (5)	0.0692 (4)	1.8282 (100)	3.806 (80.88)	0.561 (11.92)	0.187 (4.19)	0.071 (1.51)	0.071 (1.51)	4.706 (100)
$1000 \times \frac{3}{4}$	2.2	1.35	0.8	0.6	0.5	0.2484 (42)	0.1458 (25)	0.0834 (14)	0.0610 (10)	0.0517 (9)	0.5899 (100)	3.000 (54.67)	1.291 (23.53)	0.561 (10.22)	0.361 (6.58)	0.274 (4.99)	5.487 (100)
$1000 \times \frac{2}{4}$	1.8	1.10	0.7	0.5	0.5	0.1989 (40)	0.1178 (24)	0.0719 (15)	1.0517 (11)	0.0517 (11)	0.4920 (100)	2.099 (52.08)	0.926 (22.98)	0.457 (11.34)	0.274 (6.80)	0.274 (6.80)	4.030 (100)
$1000 \times \frac{1}{4}$	1.6	1.00	0.6	0.4	0.3	0.1740 (44)	0.0953 (24)	0.0610 (15)	0.0392 (10)	0.0296 (7)	0.3991 (100)	1.715 (53.63)	0.796 (24.89)	0.361 (11.29)	0.197 (6.16)	0.129 (4.03)	3.198 (100)
$1000 \times \frac{1}{8}$	1.4	0.90	0.60	0.45	0.35	0.2948 (38)	0.1951 (25)	0.1220 (16)	0.0842 (11)	0.0804 (10)	0.7765 (100)	1.370 (48.93)	0.674 (24.07)	0.361 (12.89)	0.234 (8.36)	0.161 (5.75)	2.800 (100)
1000×0	1.4	1.00	0.60	0.45	0.4	0.2887 (39)	1.1723 (24)	0.1194 (16)	0.0842 (12)	0.0688 (9)	0.7334 (100)	1.370 (46.32)	0.796 (26.91)	0.361 (12.20)	0.234 (7.91)	0.197 (6.66)	2.958 (100)

(注) 1. 「条件」の数字は「回転数×負荷」を示す。

2. () 内の数字は%を示す。

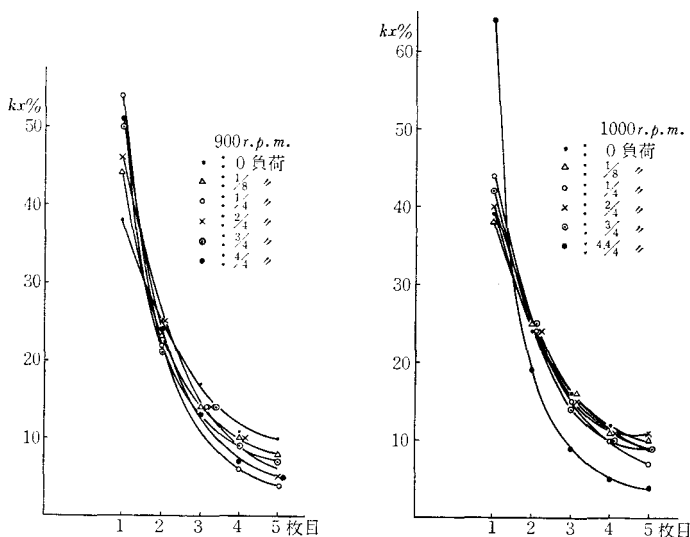


表 3

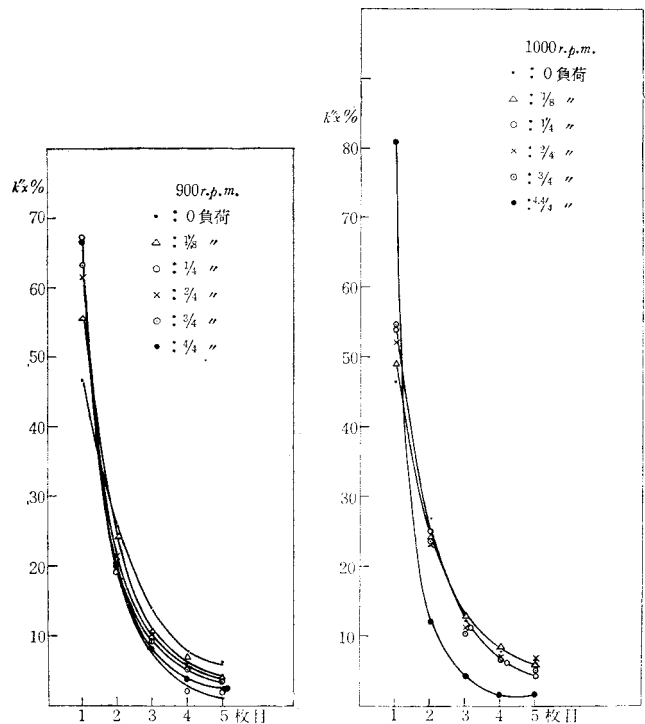
項目 条件 枚目	$kx \times 10$					$k''x$					1枚目の 透過回数
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
900×1/4	1.222	0.392	0.198	0.120	0.100	0.990	0.197	0.071	0.034	0.026	1
	2.045	0.306	0.130	0.100	0.050	2.200	0.129	0.038	0.026	0.010	2
	3.008	0.306	0.100	0.080	0.050	4.100	0.129	0.026	0.019	0.010	3
	3.570	0.198	0.100	0.050	0.020	5.445	0.071	0.026	0.010	0.003	4
	4.154	0.178	0.100	0.050	0.000	7.080	0.061	0.026	0.010	0.000	5
900×4/4	3.293	0.779	0.354	0.198	0.149	4.740	0.580	0.161	0.071	0.047	1
	4.781	0.392	0.198	0.100	0.100	9.063	0.197	0.071	0.026	0.026	2
	5.800	0.198	0.100	0.050	0.000	12.920	0.071	0.026	0.010	0.000	3
	6.637	0.198	0.100	0.080	0.020	16.720	0.071	0.026	0.019	0.003	4
	2.338	0.149	0.100	0.050	0.050	20.410	0.047	0.026	0.010	0.010	5
1000×1/4	1.628	0.516	0.208	0.198	0.100	1.538	0.274	0.080	0.071	0.026	1
	3.008	0.516	0.208	0.198	0.100	4.100	0.274	0.080	0.070	0.026	2
	3.927	0.198	0.080	0.020	0.020	6.430	0.071	0.019	0.003	0.003	3
	4.618	0.198	0.080	0.050	0.050	8.530	0.071	0.019	0.010	0.010	4
	5.277	0.010	0.000	0.000	0.000	10.840	0.026	0.000	0.000	0.000	5
1000×3/4	1.989	0.516	0.257	0.100	0.050	2.099	0.274	0.100	0.026	0.010	1
	3.213	0.306	0.100	0.050	0.000	4.575	0.129	0.026	0.010	0.000	2
	4.154	0.178	0.080	0.000	0.000	7.080	0.061	0.019	0.000	0.000	3
	5.110	0.198	0.100	0.050	0.050	10.220	0.071	0.026	0.010	0.010	4
	5.800	0.100	0.000	0.000	0.000	12.920	0.026	0.000	0.000	0.000	5
1000×4.4/4	2.875	0.620	0.354	0.100	0.100	3.806	0.361	0.161	0.026	0.026	1
	4.781	0.392	0.198	0.100	0.080	9.063	0.182	0.071	0.026	0.019	2
	6.162	0.226	0.100	0.080	0.080	14.480	0.080	0.026	0.019	0.019	3
	7.134	0.100	0.050	0.020	0.030	19.280	0.026	0.010	0.003	0.005	4
	8.095	0.120	0.080	0.040	0.040	24.950	0.034	0.019	0.007	0.007	5

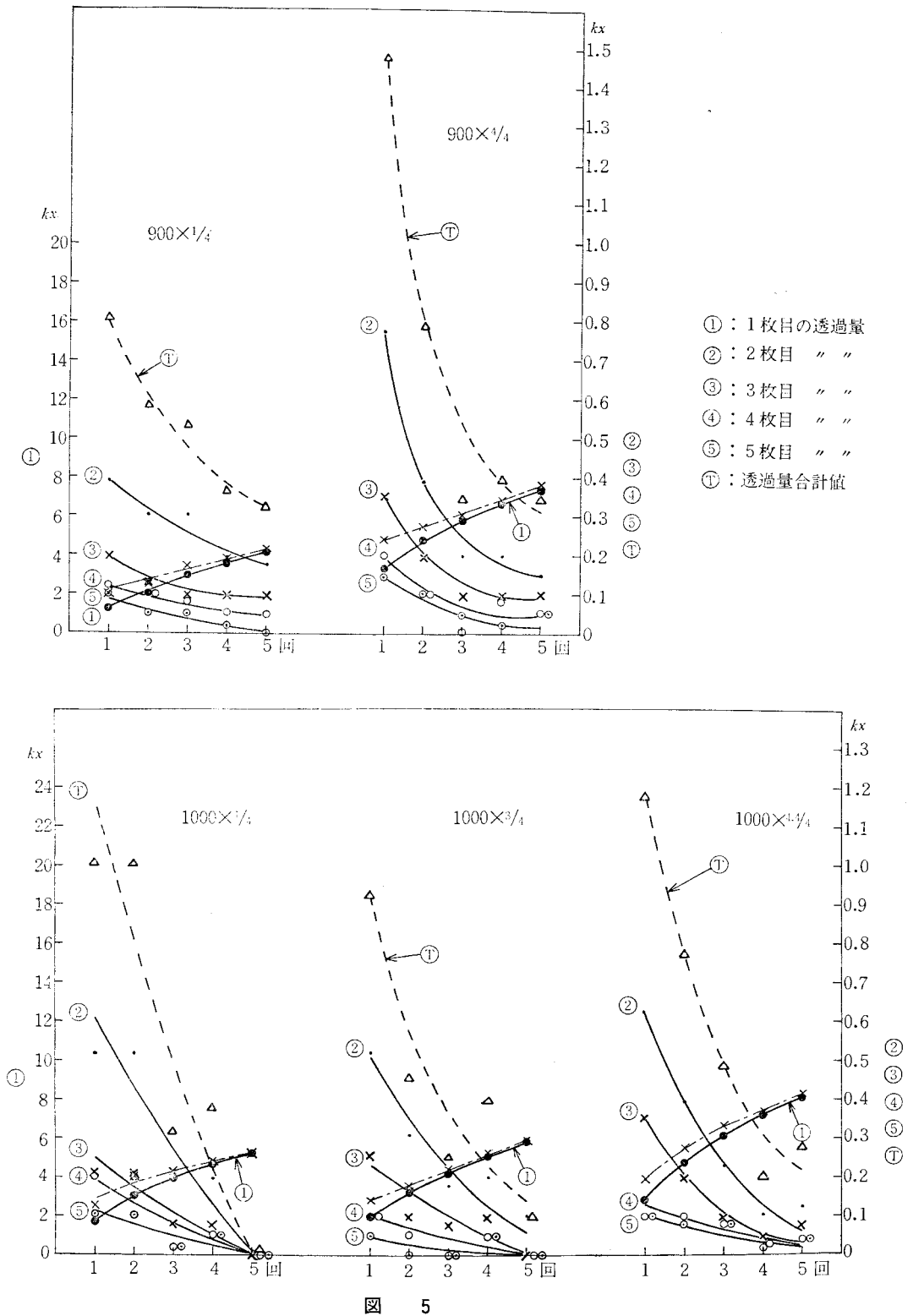
図3と図4とを比較してみると、1枚目の汚紙に把握されるカーボン粒子の量は図4の方が大きく、この方が実状を表わしていると考えらるべきであろう。

表3は同じく前報⁽⁷⁾で「カーボン蓄積試験」としてとったデータであるが、1枚目の汚紙のみは固定し、2枚目から5枚目までの汚紙を1回採取毎に新品と交換した場合の数値で、 S の実測値と、(5)および(8)式を用いて計算した kx および $k''x$ の値を示したものである。ただし両者の傾向の比較を便利にするため、 kxi は10倍した値を示してある。

表3の kx および $k''x$ をプロットしたものが図5および図6である。図6の鎖線は、1枚目汚紙の $k''x$ に2枚目以下の $k''x$ を加算したもので、カーボン粒子の全量に相当する $(k''x)_{Total}$ の値である。 $(k''x)_{Total}$

図 4





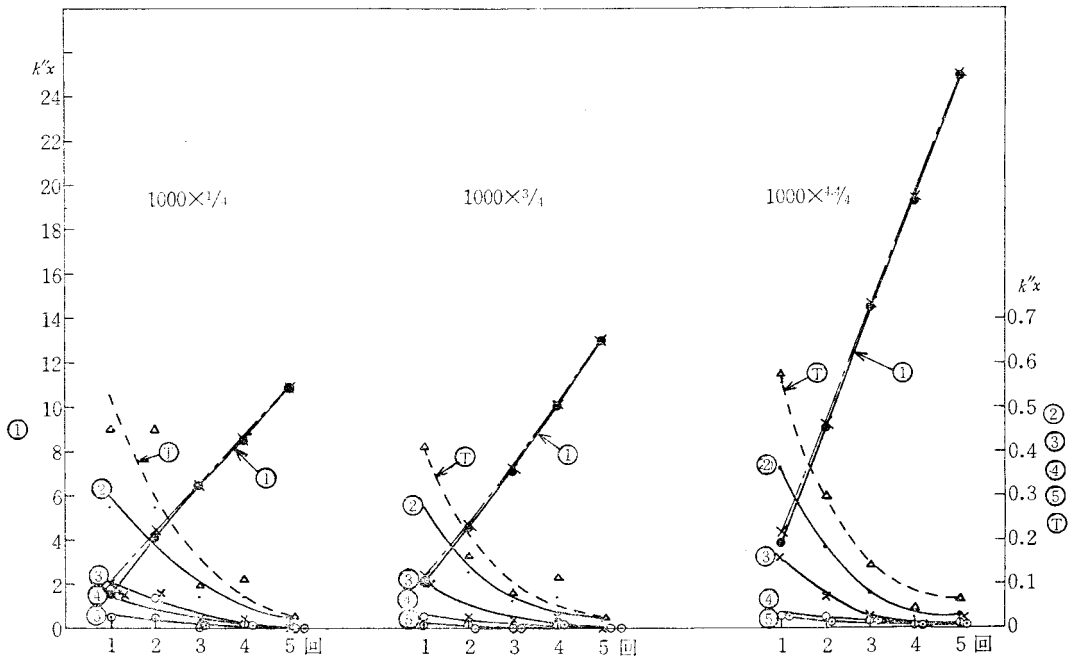
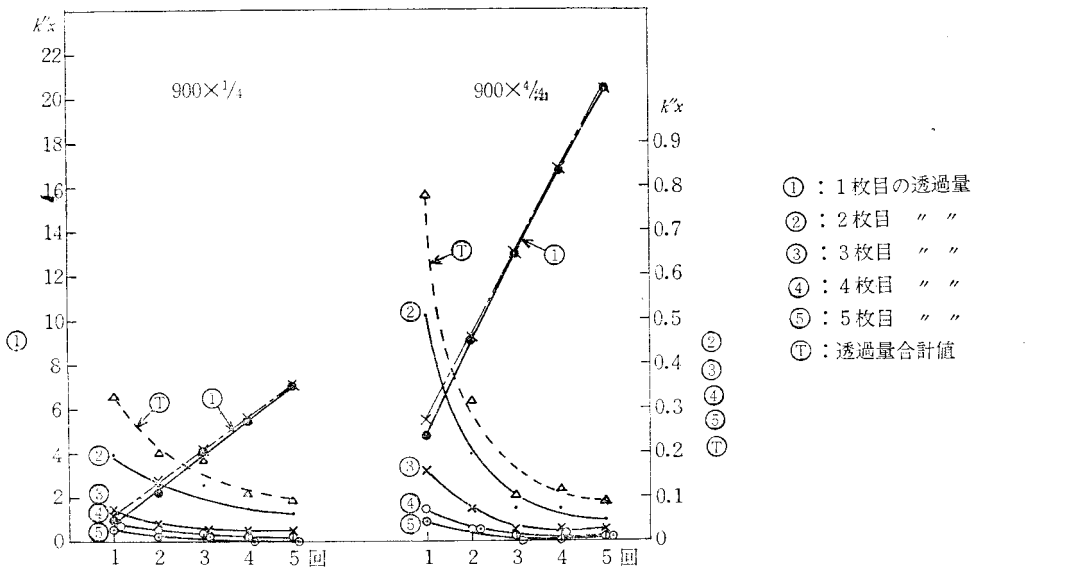


図 6

は採取回数と共に直線的に増加すべきものであるが、図6ではほぼこの特性に従っているのに対し、図5では $(kx)_{total}$ は必ずしも直線性を示していない。また kx と $k''x$ の採取回数に対する変化の状況も全く異なっている。

§ 4 結 言

実験値をもとにして、ボッシュ濃度 S とカーボン重量濃度との関係を、重量濃度比を用いて数式化を試みたが、ボッシュ濃度なるものの特性の理解の一助になるかと思う。すなわち、旧来の理論式を用いて濃度特性を論ずると、例示した汙紙の透過率などでもわかるように、汙紙を透過するカーボン量の算定でも実状から可成り離れた値がでることになり、明らかに不合理と考えられる。 S の計算の場合は、殊に実体から遠ざかってゆく。

カーボンの重量濃度 x の測定が簡単にできれば、重量濃度比 $k''x$ の代りに、直接 x と S との関係式が決定されるわけであるが、機会があれば試みてみたいと考えている。

参 考 文 献

- (1)(3)(4)(5)(6)(7) 久保田勲：ボッシュ排気濃度についての理論的考察，呉高専研究報告，第7巻，第1号
- (2) 久保田勲：ボッシュ排気濃度と汙紙透過率との関係について，呉高専研究報告，第6巻，第1号

(昭和47年1月8日 受付)

超塑性 Zn—Al 合金の内部摩擦

(機械工学科) 大 下 隆 章・山 根 光 夫

Internal Friction of Superplastic Zn-Al Alloy

Takaaki OSHITA and Mituo YAMANE

The following results are obtained after studies of the internal friction of the superplastic Zn-Al alloy, water quenched from 380°C and tempered at 180°~220°C for 1 hr.

- 1) The smaller the grain size of the crystal is, the greater the peak of the stress relaxation.
- 2) The value of Q^{-1} is smallest at 250°~275°C, therefore, the grain boundary sliding becomes easy at that temperatures.

§ 1 結 言

P_b-S_n , B_i-S_n 共晶合金の低歪速度下におけるくびれを示さない異常に大きい延性は, Pearson によって発見された¹⁾。以来, Zn—Al, Al—Cu 合金などについて, この現象が超塑性として研究されている。なかでも α' 相から急冷された微細な粒状組織 (粒径0.5~5 μ) の共析 Zn—Al 合金は, 歪速度, 温度を適当に選べば 2000%にもおよぶ伸び率を示すことが知られている。著者達も, この合金を 0~300°C 範囲において押出加工して, 加工条件を適当に選べば変形抵抗が極めて小さいことを知った²⁾。

超塑性の機構に関与するものとして, 粒界すべり・粒界移動・転位の上昇運動などが考えられているが, なお詳でない。Zn—Al 合金の場合には, 超塑性状態のもとでは, 全伸びの 60%以上が粒界すべりによるとされている³⁾。

この粒界すべりの挙動を研究する一助として, 粒度の異なる 3 種の共析 Zn—Al 合金の内部摩擦について検討した。

§ 2 試 料

共析組織の 78% Zn—22% Al 合金を電気炉で溶解し, 脱酸剤 (硼砂 45%, フッ化カルシウム 40%, 塩化カリ 15%) を重量割合で 0.5% 添加して 720°C で金型に鋳込み, 21 $mm\phi$ としたのち旋削して 20 $mm\phi$ × 20 とする。これを 380°C で 1 時間加熱後, 5 個の孔を有するダイスを通して 250°C で押し出し 1.2 $mm\phi$ の針金とする。押し出されたものは加工中に結晶の粗大化を生じるので, 380°C で 1 時間溶体化処理をおこなったのち, 水焼入れし, さらに, 180°・200°・および 220°C の各温度で 5 時間焼戻して, 粒度の異なる 3 種の試料とした。

写真 1 は試料の顕微鏡組織を示す。いずれも微細な粒状組織であり, 徐冷の際にみられるような層状組織は含まれない。焼戻温度が高いものの方がわずかに粗粒となっている。なお, この試料が超塑性を示すことは別に実測されている²⁾。

§ 3 内部摩擦の測定

内部摩擦の測定には, 図 1 に示すように, Kê の振り振動法を用いた。実験は, グリップ間の長さ 300

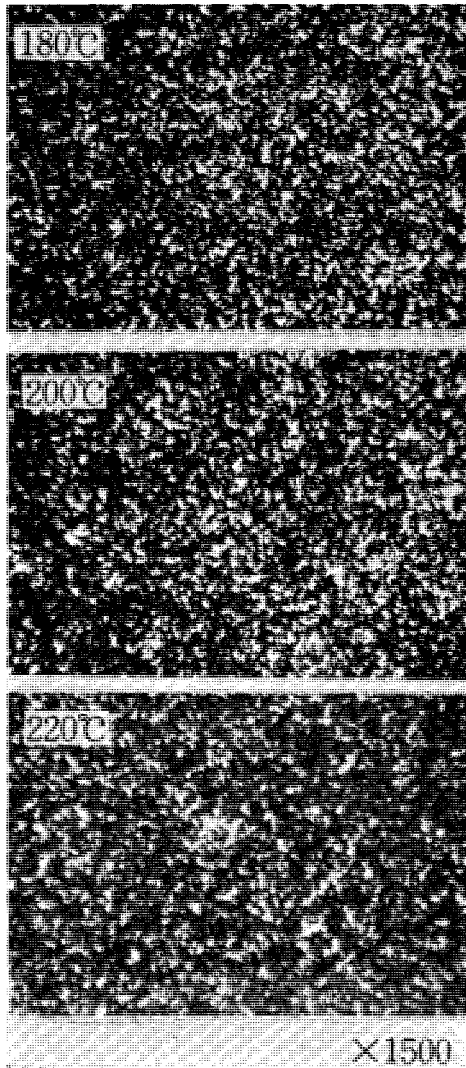


写真1 試料の顕微鏡組織

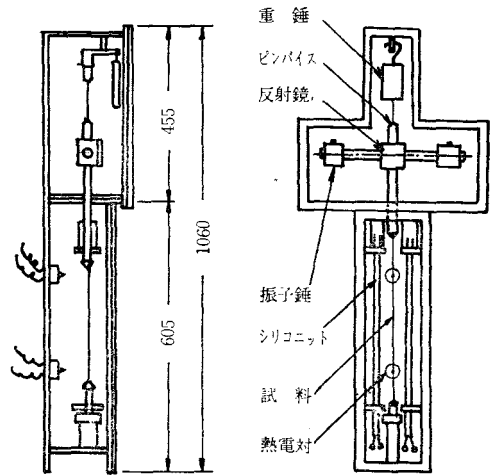


図1 内部摩擦測定装置の概略

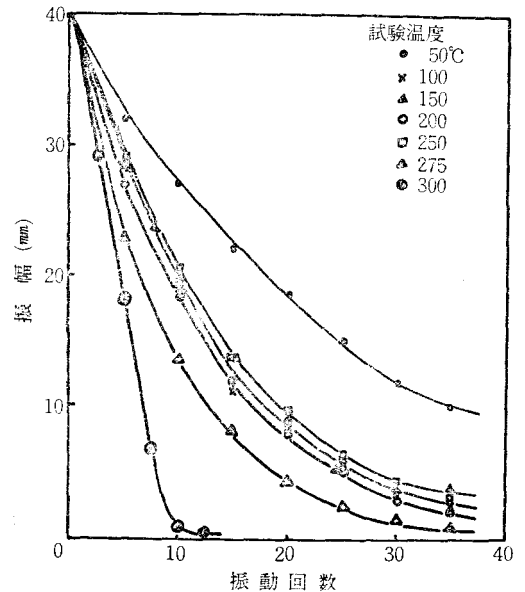


図2 減衰曲線

mmの試料を表面酸化が比較的少ないものとして大気中でおこなった。上部に吊した針金 (SK5・1.2^{mm}φ) の振動数は0.8Hzおよび0.58Hzの2種である。測定は0~300°Cの範囲でおこない温度の調整は自動的にして±2°Cの範囲である。振巾の減衰を振動部にもうけた鏡からの反射光を2m離れた位置のランブスケール上の読みによって求めれば、内部摩擦 Q^{-1} は次のようにしてあたえられる。

$$Q^{-1} = -\frac{A}{\pi} = -\frac{1}{\pi n} \ln \frac{A_0}{A_n} = \frac{1}{\pi n} \ln \frac{\theta_0}{\theta_n} \dots \dots \dots (1)$$

ここで A_0 , θ_0 はそれぞれ最初の振巾および振れ角, A_n , θ_n は n 回振り振動したときのそれらである。

図2は180°Cで焼戻したときの振巾の減衰曲線である。この図にみられるように、減衰曲線は部分的に直線とみなしてよいから

$$Q^{-1} = -\frac{1}{\pi n} \ln \frac{\theta_2}{\theta_2 - n \Delta\theta_2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$n=1$ とすれば

$$Q^{-1} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{K\theta_{12}}{K(\theta_{12} - \Delta\theta_2) + \Delta\theta_2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここで、 θ_{12} は上部の針金と試料を同時に吊したときの捩れ角、 θ_2 および $\Delta\theta_2$ はそれぞれ試料のみを吊したと考えられるときの、捩れ角および振動数1回当りの減衰角である。

また K , $\Delta\theta_2$ を式(4)に示す。

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{\theta_1}{\theta_{12}} \\ \Delta\theta_2 &= \frac{K\Delta\theta_{12} - \Delta\theta_1}{K-1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

あらかじめ求めておいた、上部の針金のみを吊したときの振巾の減衰曲線から θ_1 を求め、さらに、上下の針金および試料を吊したときの減衰曲線を描けば、式(3)により Q^{-1} を求めうる。

§ 4 実験結果および考察

図3・4および5はそれぞれ、 $180^\circ \cdot 200^\circ$ および 220°C で5時間焼戻したものの温度と Q^{-1} の関係を示す。いずれの場合にも、 150°C 附近の温度において、結晶粒界での変形にともなう内部摩擦であろうと考えられているところの、粒界応力緩和とピークが現われている。しかもこのときの Q^{-1} は、焼戻温度が低いものが高値を示しており、結晶粒径の小さいものが高値ピークを示して内部摩擦が大きいことになる。

Köster⁴⁾ や Leak⁵⁾ などによると結晶粒径が小さいほどピークが高くなるとされており、本実験結果と一致する。しかしピークの現われる温度が結晶粒径が大きいほど高温側に移るとしていることは一致しない。

温度—内部摩擦の関係を示す曲線は、粒界ピークと、温度上昇にともない単調に増加する background の重複効果と考えられるが、background の効果を考慮すれば、結晶粒界での変形にともなう内部摩擦は、 $250 \sim 275^\circ \text{C}$ 附近で最小値を示すことになる。これはこの合金の共析変態点附近となり、ここで変形が容易であることを示している。

粒界ピークの機構として結晶粒界の粘性的挙動によるということが多くの実験者によって、唱えられている。結晶粒界の粘性的挙動とは、粒界がある厚さの、大きな粘性をもった流体の層と考えられるような性質をもつことを意味し

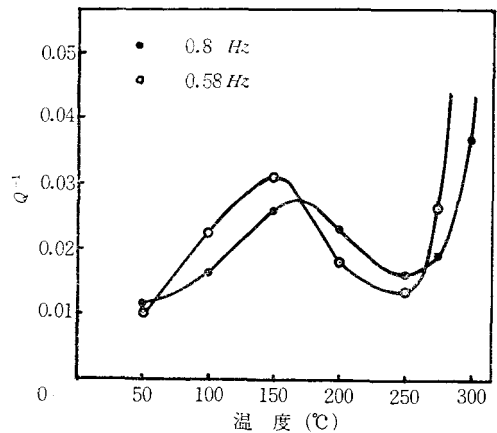


図3 180°C/5h 焼戻材の内部摩擦

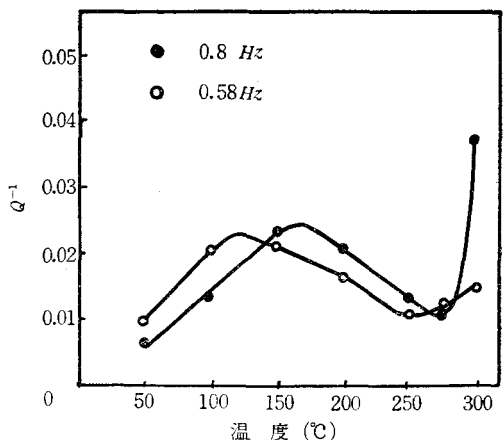


図4 200°C/5h 焼戻材の内部摩擦

ている。その結果、結晶同志が slide する場合流体層の粘性抵抗を受け、この抵抗力による仕事が内部摩擦で、結晶粒界における移動距離と、移動に要する剪断力の積として観察される。

Nuttall⁶⁾ は本実験と同一組成の合金の振巾の減少を求めて、急冷材が徐冷材よりも振巾の減少が大きく内部摩擦が大きいことを示している。急冷材は微細な粒状組織であり、徐冷材は層状組織である。粒状組織のものが、層状組織のものに比べて、伸び率が大きく、変形抵抗が小さいことはよく知られている事実である。このことから微細粒状組織のものが小さな変形抵抗で大きな移動量をもつものと思われる。

図6は種々の歪速度に対する 0~300°C の温度範囲での引張強さ σ_B を示す。 σ_B は温度の上昇とともに低下して275°Cで最小値を示したのち α' 相に変態して再び増加する。流動応力 σ_f と歪速度の間には、一般に、次式が成立するものとされている。

$$\sigma_f = K \dot{\epsilon}^m \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで K は定数、 $\dot{\epsilon}$ は歪速度、 m は歪速度感受性指数で、温度、および歪速度によって 変る値で、Zn-A1 合金では 0.7以下の値である。

図6から求められる歪速度と引張強さの間にも式(5)と同一の関係が成立する(指数は m ではない)。

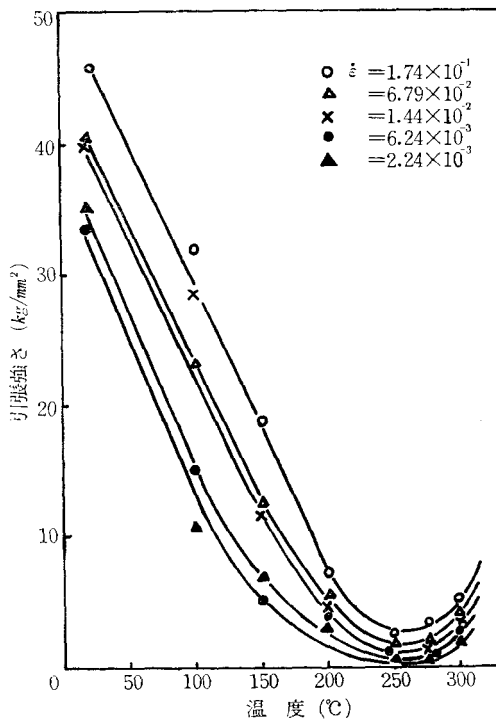


図6 200°C/5h 焼戻材の引張強さ

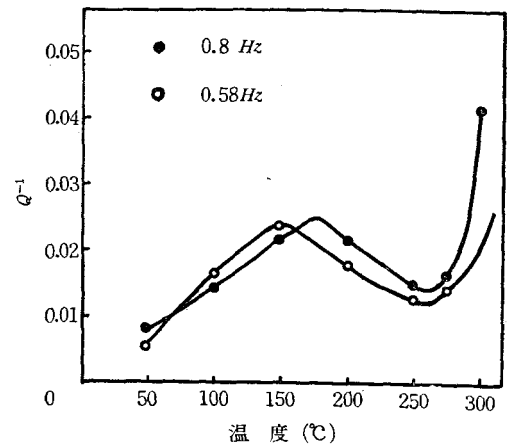


図5 220°C/5h 焼戻材の内部摩擦

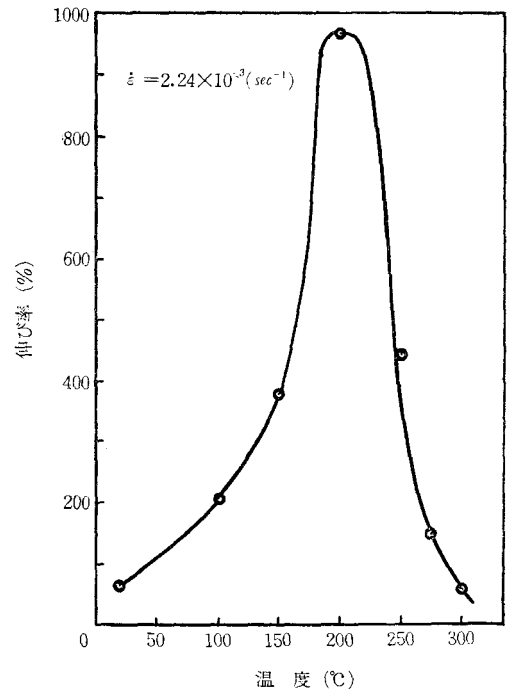


図7 200°C/5h 焼戻材の伸び率

図 7 は 200°C で 5 時間焼戻したものの 0~300°C の温度範囲での伸び率を示している。伸び率は引張強さとは逆に、温度上昇とともに増加し、200°C で最大値を示したのち減少する。

超塑性 Zn—Al 合金の全変形のうち、粒界すべりによるものが 60% 以上をしめ、超塑性的変形をした結晶中には Sub-boundary が認められない事実からも、図 6 に示す σ_B は粒界の剪断応力にほぼ比例すると考えられる。したがって、粒界移動量は 250~275°C 附近でいちじるしく大きくなる反面、剪断応力が極度に減少して、この温度附近の内部摩擦が減少すると思われる。

§ 5 結 言

以上の結果から次の結論を得た。

- 1) 応力緩和ピークは結晶粒の小さいものほど大きい。
- 2) Q^{-1} は 250~275°C で最小値を示し、この温度で粒界すべりが容易になる。

文 献

- 1) C.E. Pearson : J. Inst. Metals, 54 (1934), 11.
- 2) 大下・武井 : 日本金属学会誌, 35 (1971), 1120.
- 3) D.L. Holt : Trans. AIME, 242 (1968), 25.
- 4) W. Köster, L. Bangert und W. Lan : Z. Metalk, 46 (1955), 84.
- 5) G.M. Leak : Proc. Phys. SOC, 78 (1961), 1520.
- 6) K. Nuttall : J. Inst. Metals, 99 (1971), 226.

(昭和41年1月7日 受付)

移動熱源による温度上昇について

(機械工学科) 灘 野 宏 正

On the Temperature Rise due to a Moving Heat Source

Hiromasa NADANO

Under the condition which the speed of the moving heat source is very much greater than the ratio of the thermal diffusivity and the length of the heat source, the gradient of heat flux in the direction of motion is negligible compared to the gradient of the heat flux in the transverse direction.

In this report, the temperature rise of the contact bodies due to a moving heat source was calculated under an assumption of a one-dimensional heat flow.

The experimental result by means of the application of the sun beam as the pulsed heat source is discussed.

§ 1 は し が き

最近高負荷、高速度で運転される機械要素が多くなり、スコーリングによる歯面の損傷が潤滑の重要な問題となっている。また低速で運転される場合には摩耗あるいは摩擦面に作用する圧縮応力、摩擦力および熱応力等の疲れによってピッチングを発生して、歯車の伝達精度は著しく悪化し、さらには歯の破損を起してしばしば危険な状態になる。

したがってこれらの損傷の原因を研究するためには、表面下の温度分布を正確に知る必要がある。いま、すべりを伴う機械要素の摩擦面などの表面温度上昇については第1⁽¹⁾、2報⁽²⁾に述べたが、この論文では負荷をうけて接触する表面のすべりによって生ずる摩擦熱にもとづく内部温度を計算するために、一次元熱流と考えた場合の放物線状に分布した移動熱源による温度上昇を計算した。

また温度を測定する場合、一般には熱電対が使用されるが、特に摺動面の摩擦による表面温度上昇を測定する場合には、熱電対の測子を表面上に置けば接触体同志の摺動にともない熱電対が損傷し、温度の測定が不能となる。したがって表面下近傍に熱電対の測子が置かれるため正確な表面温度の検出ができない。ここでは太陽光源を利用して表面および内部の温度上昇を測定し、表面と内部の温度勾配を求めた。

§ 2 記 号

T : 温度 $^{\circ}\text{C}$ q_0 : 単位時間に発生する熱流の密度 $\text{cal}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$
 K : 熱伝導率 $\text{cal}/(\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s})$ κ : 温度伝導率 cm^2/s
 V : 熱源の移動速度 cm/s $2l_0$: 接触面の幅, すなわち熱源の幅 cm
 l : 温度を計算しようとする点の表面からの距離 cm
 P_n : 単位長さ当りの法線荷重 Kg/cm μ : 摩擦係数 J : 熱の仕事当量
 無次元量 $P = \pi KVT/(2\kappa q_0)$, $\beta = \tau V/l_0$, $L = Vl_0/(2\kappa)$, $Z = l/l_0$

§ 3 移動熱源による温度上昇

歯面，ローラなどのように表面上を摩擦による熱源が等速度で移動する場合の内部温度について考える。いま接触面積が物体の大きさに比してかなり小さい場合，歯面，ローラなどを半無限体と考え，瞬間線熱源による温度を時間および熱源の領域について積分することにより内部温度を計算した。ここで境界条件，初期条件についてつぎの仮定を行なった。

- (1) 熱源が高速で移動する場合については，熱は表面に垂直方向にのみ流れる一次元熱流と仮定することができる。
- (2) 乾燥状態での固体接触において，表面で温度のくい違いが起らないものと考え，発生熱がそれぞれの固体に流入する割合は厳密に言えば接触面上で一様でないが，それほど違いが起らないので，ここでは流入割合は一定とする⁽³⁾。
- (3) 熱伝導率，温度伝導率，密度，比熱は温度に関して一定である。

半無限体の表面上で熱源の移動方向を x 軸，それに直角方向に y 軸，深さ方向に z 軸をとると，いま表面上の一点 $(x', 0, 0)$ を通り， y 軸に平行な単位時間当りの Q の瞬間線熱源が時間 $t=0$ で発生したとすると温度上昇は

$$dT = \frac{\kappa dq}{K\sqrt{\pi\kappa t}} \exp\left(-\frac{l^2}{4\kappa t}\right) \dots\dots\dots(1)$$

で与えられる。

したがって図1に示すように，表面を $q(x')$ の分布をもつ幅 $2l_0$ の放物線上分布熱源が速度 V で移動する場合，微小熱源は

$$dq = q d\varepsilon = q_0 \left\{ 1 - \frac{(\varepsilon V - l_0)^2}{l_0^2} \right\} d\varepsilon \dots\dots\dots(2)$$

で与えられる。

したがって式(2)を式(1)に代入すると温度は

$$dT = \frac{\kappa q_0}{K\sqrt{\pi\kappa}} \left\{ 1 - \frac{(\varepsilon V - l_0)^2}{l_0^2} \right\} \frac{1}{\sqrt{\tau - \varepsilon}} \exp\left\{-\frac{l^2}{4\kappa(\tau - \varepsilon)}\right\} d\varepsilon \dots\dots\dots(3)$$

となる。

いま放物線状分布熱源が点 P を通過するまでの温度上昇 T は

$$\begin{aligned} T &= \int_0^{\sqrt{\tau}} \frac{\kappa q_0}{K\sqrt{\pi\kappa}} \left\{ 1 - \frac{(\varepsilon V - l_0)^2}{l_0^2} \right\} \frac{1}{\sqrt{\tau - \varepsilon}} \exp\left\{-\frac{l^2}{4\kappa(\tau - \varepsilon)}\right\} d\varepsilon \\ &= \frac{\sqrt{\kappa\tau}}{K\sqrt{\pi}} q_0 \left[\left\{ \beta \left(\frac{8}{3} - \frac{16\beta}{15} \right) + \left(\frac{8}{3} - \frac{12\beta}{5} \right) \frac{L}{2} Z^2 - \frac{2}{15} L^2 Z^4 \right\} \exp\left(-\frac{LZ^2}{2\beta}\right) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta Z}{2L}} \left\{ \left(\frac{2L}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} Z \beta (2 - \beta) + \frac{1}{3} (1 - \beta) \left(\frac{2L}{\beta} Z^2 \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{60} \beta^2 \left(\frac{2L}{\beta} Z^2 \right)^{\frac{5}{2}} \right\} \right] \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

となる。ただし $0 \leq \beta \leq 2$ とする。

また熱源が点 P を通過した後の温度上昇は $\sqrt{\tau}$ から $\sqrt{\tau - \frac{2l_0}{V}}$ まで積分すれば

$$T = \frac{\sqrt{\kappa\tau}}{K\sqrt{\pi}} q_0 (I_1 + I_2 + I_3) \dots\dots\dots(5)$$

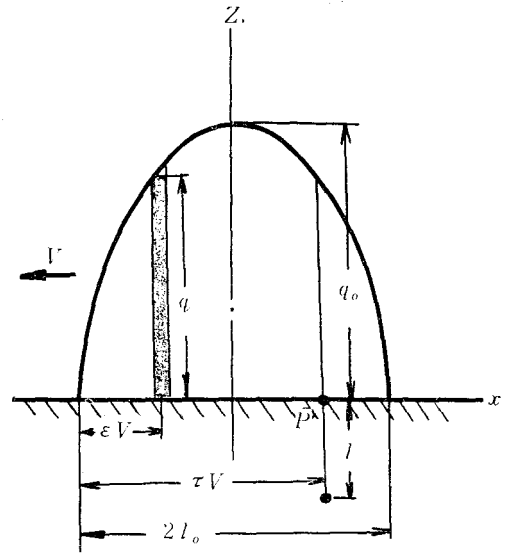


図1 熱源と座標系

$$I_1 = \frac{1}{16} \left(\frac{V l_0}{\kappa} \right)^{\frac{5}{2}} Z^5 \frac{1}{\sqrt{\beta}} \left\{ \frac{1}{15} \exp(-A^2) \left(-\frac{3}{A^5} + \frac{2}{A^3} - \frac{4}{A} \right) + \frac{1}{15} \exp(-B^2) \times \right. \\ \left. \left(\frac{3}{B^5} - \frac{2}{B^3} + \frac{4}{B} \right) - \frac{4}{15} \sqrt{\pi} (\operatorname{erf} A - \operatorname{erf} B) \right\}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{V l_0}{\kappa} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1-\beta}{\sqrt{\beta}} Z^3 \left\{ \frac{1}{3} \exp(-A^2) \left(-\frac{1}{A^3} + \frac{2}{A} \right) + \frac{1}{3} \exp(-B^2) \times \right. \\ \left. \left(\frac{1}{B^3} - \frac{2}{B} \right) + \frac{2}{3} \sqrt{\pi} (\operatorname{erf} A - \operatorname{erf} B) \right\}$$

$$I_3 = \left(\frac{V l_0}{\kappa} \right)^{\frac{1}{2}} Z \frac{\beta}{\sqrt{\beta}} (\beta - 2) \left\{ \frac{1}{A} \exp(-A^2) + \frac{1}{B} \exp(-B^2) - \sqrt{\pi} (\operatorname{erf} A - \operatorname{erf} B) \right\}$$

$$A = \left(\frac{V l_0}{\kappa} \right)^{\frac{1}{2}} Z \frac{1}{2\sqrt{\beta}}, \quad B = \left(\frac{V l_0}{\kappa} \right)^{\frac{1}{2}} Z \frac{1}{2\sqrt{\beta-2}}$$

となる。ただし $\beta \geq 2$, $\operatorname{erfc} X = 1 - \operatorname{erf} X = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_X^\infty e^{-p^2} dp$ とする。

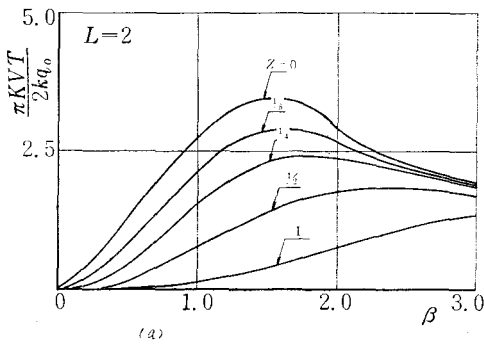
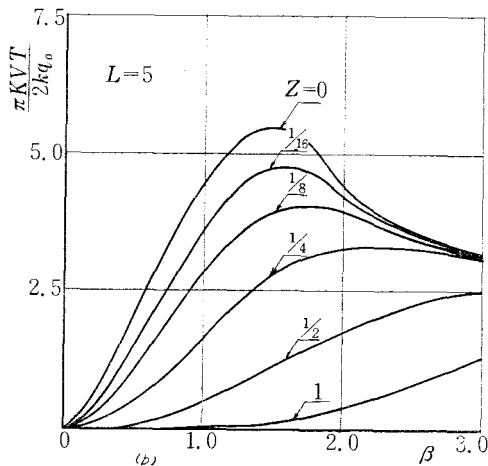
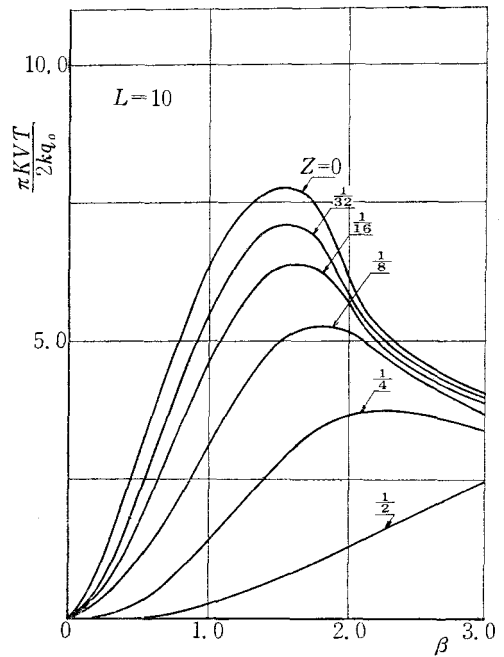


図2 (a) β と温度の関係



(b) β と温度の関係



(c) β と温度の関係

図2(a)~(c)に放物線状分布熱源の温度の計算値を示す。横軸に温度を計算した位値(x 座標)を無次元量 β , 縦軸に温度を無次元量 $\pi KVT/(2\kappa q_0)$ で示したもので, 熱源の中心が β の正の位置から $\beta=1$ まで進んだ状態を表わしている。比較的低速の $L=2$ から高速の $L=10$ までの計算値を示す。表面温度の最高値を示す位置は熱源の移動速度の増加にともない $\beta=1.4$ から $\beta=1.6$ へと変化する。

さらに図3(a)~(c)は物体内部の等温曲線を示す。

いま物体1, 2がそれぞれ V_1, V_2 で廻っている場合の表面温度および内部温度の計算では, q_0 の値は熱源を放物線状分布と考えているので, $\mu P_n(V_2 - V_1)/J = (8/3)q_0 l_0$ となる。接触点において物体1, 2に流入する熱量を $\alpha q_0, (2-\alpha)q_0$ とおくと, 接触面上では近似的には物体1, 2の表面温度の最高値は等しくなるため

$\alpha = 2\sqrt{V_1}/(\sqrt{V_1} + \sqrt{V_2})$ となる。

§4 太陽光源による 温度の測定について

摩擦面上の温度にくらべて物体内部の温度は著しく低くなることが明らかになった。ここでは太陽光源を使って実験的に表面および内部温度を測定し, 計算結果と比較検討を行なった。

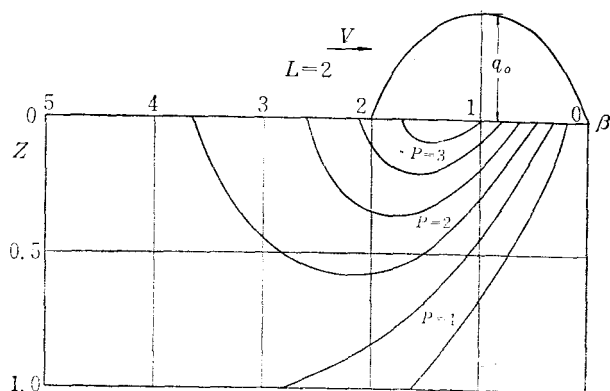
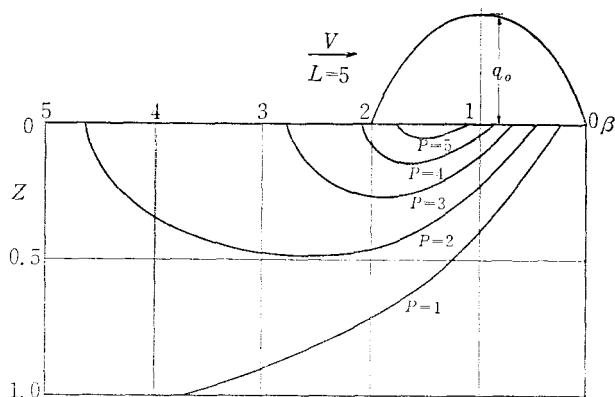
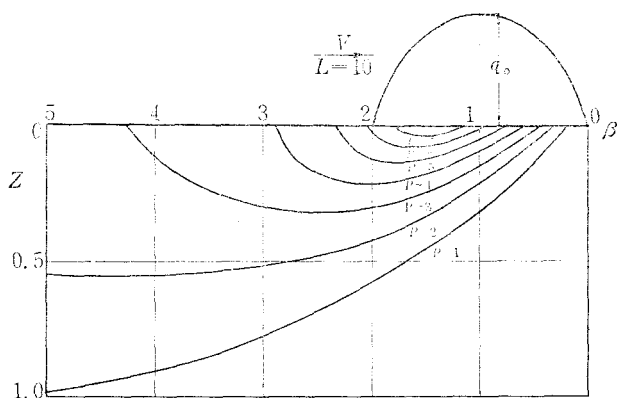


図3 (a) 等温曲線



(b) 等温曲線



(c) 等温曲線

4.1 実験装置および実験方法

図4に示す装置を使用して、太陽光源をレンズ②で円板④にあげられたスリットを通して、熱電対がうめこまれた試料①の表面上に焦点を合わせ、円板④をモーター⑤で回させることにより、瞬間的に熱源を与えた。

試料としてはトムソン効果を起さない、しかも熱電対の植え込みの作業が容易な鉛を使用した。熱電対の測子の表面からの深さの調節は試料の表面を研削することにより行なった。

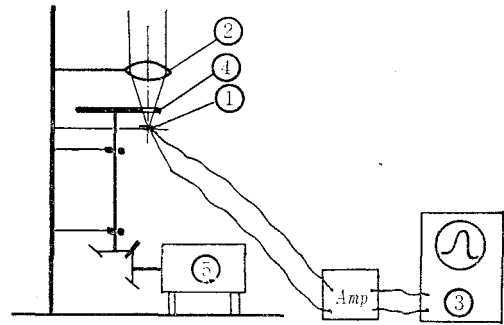
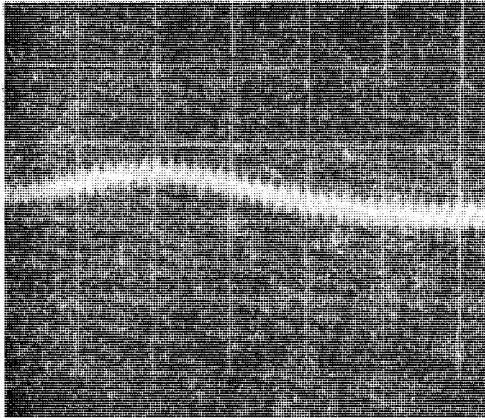
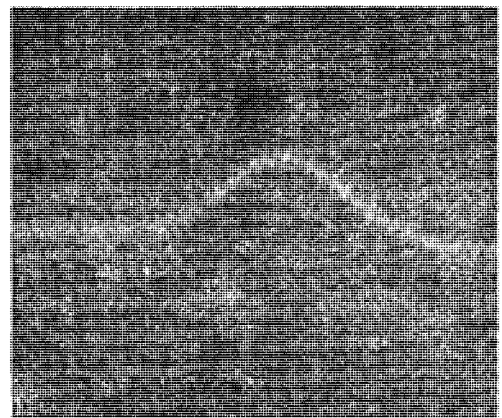


図4 実験装置

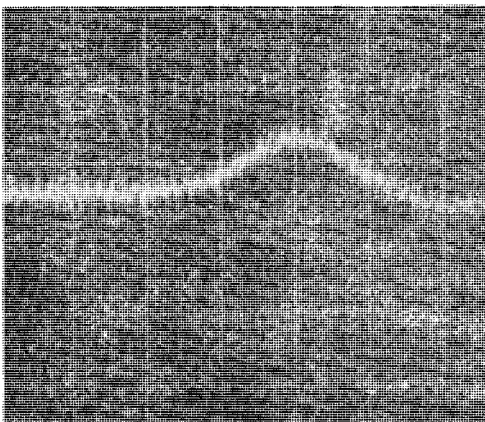
図5 熱電対の位置と最高温度 T_{max} の状態



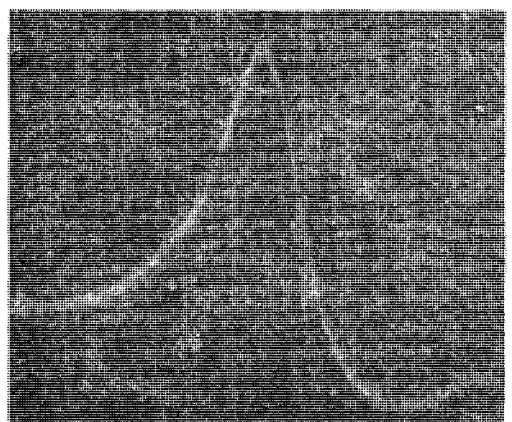
(a) 深さ 1.65mm, $T_{max}=0.29^{\circ}\text{C}$



(b) 深さ 0.68mm, $T_{max}=0.45^{\circ}\text{C}$



(c) 深さ 0.43mm, $T_{max}=0.60^{\circ}\text{C}$



(d) 表面 $T_{max}=1.87^{\circ}\text{C}$

4. 2 実験結果

図5(a)~(d)に熱源の移動速度が $L=2$ の場合に相当する物体内部および表面の温度の測定結果を示す。表面上ではかなり大きな温度の波形が現われるが表面から1mmの深さの温度は表面温度の $\frac{1}{2}$ となる。通常、摩擦面の温度を測定する場合、熱電対の測子の位置は表面から熱源の幅の1~2倍の深さが限界であるために、植込み式の熱電対では正確な表面温度の実測は不可能である。

つぎに実測による温度の波形の最高値と放物線状分布熱源の場合の温度上昇の最高値の関係を図6に示す。実験値は計算値と比べ内部温度勾配が表面近傍では僅かに大きくなっている。本実験のように熱源の移動速度がかなり遅い場合、熱流は深さ方向への流れと熱源の移動方向への流れによる二次元熱流となる。したがって一次元熱流とした計算は熱の拡散が著しい実測値と比較し、内部温度勾配はかなり小さくなるものと推定される。また熱源として太陽光線を使用しているために厳密には放物線状分布熱源の計算値と比較はできないが、近似的には放物線状分布熱源と太陽光源のような矩形状分布熱源の場合の温度の最高値は一致する。

§ 5 結 言

歯面あるいはローラ面上の摩擦による表面の温度上昇を植込みの熱電対では測定することは不可能であり、接触面上の温度と内部の温度との差異はかなり大きくなる。

今後さらに焼入れ、滲炭あるいは表面をメッキした場合のように表面層の熱伝導率が内部のそれと異なる場合の表面温度を計算する必要がある。

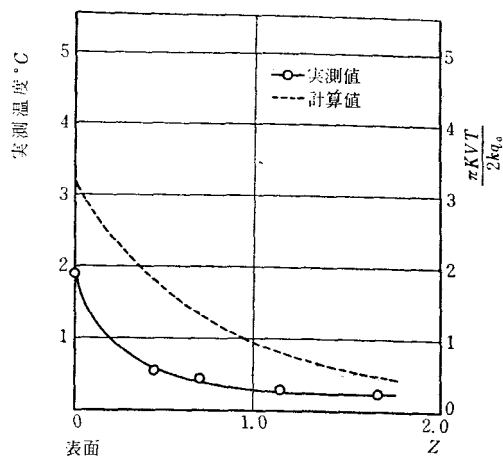


図6 深さと最高温度との関係

文 献

- (1) 灘野：呉工業高等専門学校研究報告，3—1 (1967)，127.
- (2) 灘野：呉工業高等専門学校研究報告，4—1 (1968)，99.
- (3) 寺内，浜本：潤滑，15—3 (1970)，133.

(昭和46年12月16日 受付)

二円筒すきまにおける粘性流れ (第1報)

(機械工学科) 京 免 進

Viscous Fluid Flow through the Clearance between Two Cylinders (1st Report)

Susumu KYOMEN

Oil leakage through the clearance between two gears of no contact gear pump has an effect on the characteristics of the pump. In this report, two gears of no contact gear pump are assumed to be two cylinders and the flow pattern to be viscous fluid flow, which is analyzed.

As a result of our investigation, the position of separation of the viscous fluid flow moves forward in proportion to Reynolds number.

§ 1 緒 言

非接触歯車ポンプの特性を論ずる場合、その特性に大きな影響を与えるものは、ケーシングとポンプ歯車のすきまからの油の漏れ、およびポンプ歯車が互に接触しない歯間部からの漏れが考えられる。前者は一般の歯車ポンプの歯側面すきまと歯先すきまの漏れ¹⁾が適用される。そのため本報では、後者を二円筒すきまにおきかえて、そこにおける油の流れについての解析結果を報告する。ここでは、二円筒が静止し、すきまが小さい場合について、流れを粘性流体の2次元定常流として、速度分布を4次のべき級数で仮定し、境界条件を決め、さらに二円筒すきまの最小部からは拡大流れになるから、流れにおいて圧力上昇が起り、そのために壁から剝離を生ずるので、運動量方程式を解いて流れの剝離の位置について調べることを目的とする。

その結果、二円筒すきまにおける剝離点は、レイノルズ数に関係し、レイノルズ数が大きくなるにしたがって、剝離の位置が流れの前方に移動することがわかった。さらに本報では、二円筒間におけるすきまを近似した場合と、しない場合との比較も報告する。

§ 2 速度分布

図1に示すような二円筒間のすきまが小さく、かつ円筒の半径が大きい場合において、粘性流体が2次元定常流れで、二円筒間を流れるとする。ただし、二つの円筒の軸は互に平行で

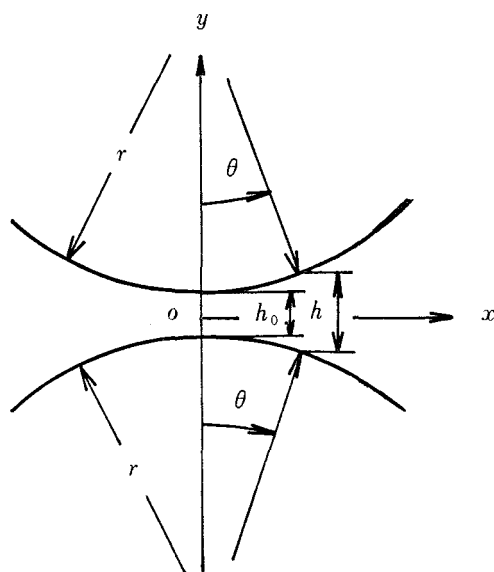


図1 二円筒すきま

あり、 z 方向は1とする。二円筒すきまの速度分布を、Pohlhausen²⁾が平板面上の流れにおいて与えたように、4次のべき級数の形で変化するように仮定し、次式で与える。

$$\frac{u}{u_0} = a_1 \left(\frac{2y}{h} \right) + a_2 \left(\frac{2y}{h} \right)^2 + a_3 \left(\frac{2y}{h} \right)^3 + a_4 \left(\frac{2y}{h} \right)^4 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、座標は二円筒の最小すきまの中心を原点として、水平方向に x 、垂直方向に y をとる。 u は二円筒間の任意の速度で、 u_0 は流路中心線上における速度である。 y/h は $0 \leq 2y/h \leq 1$ であるから、 $0 \leq y/h \leq 1/2$ の範囲をとることになる。式(1)の係数 a_1, a_2, a_3, a_4 を決めるために、次に述べるような境界条件を考える。まず、流路中心における境界条件は次のようになる。

$$y = \frac{h}{2} \quad \text{において} \quad u = u_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$y = \frac{h}{2} \quad \text{において} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、Navier-Stokes の運動方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。ここで適当な省略を行うことにより、次式が得られる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

この場合、流れは定常流であるから $\partial u / \partial t = 0$ 、また、円筒表面においては、 $u = v = 0$ であるから、これらを式(6)に代入すると、円筒壁面における境界条件が得られる。

$$y = 0 \quad \text{において} \quad \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ところで、式(7)において y で微分すると

$$\nu \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{dp}{dx} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{d}{dx} \left(-\frac{\partial p}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

となるが、この場合 y 方向の圧力勾配 $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ であるので、式(8)から境界条件が求められる。

$$y = 0 \quad \text{において} \quad \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

以上に述べた4つの境界条件から、式(1)の係数が決定される。式(1)を y について微分を行い、式(2)、(3)、(7)、(9)を代入すると

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$a_2 = \frac{h^2}{8\mu u_0} \frac{dp}{dx} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$a_3 = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

となり、 $a_2 = \lambda$ として、 a_1, a_2, a_3, a_4 を求めると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{4-2\lambda}{3} \\ a_2 &= \lambda = \frac{h^2}{8\mu u_0} \frac{dp}{dx} \\ a_3 &= 0 \\ a_4 &= -\frac{1+\lambda}{3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

となる。式(14)を式(1)に代入すると、二円筒すきまの速度分布 u/u_0 が求められる。

$$\frac{u}{u_0} = \frac{4-2\lambda}{3} \left(\frac{2y}{h}\right) + \lambda \left(\frac{2y}{h}\right)^2 - \frac{1+\lambda}{3} \left(\frac{2y}{h}\right)^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{y}{h}\right) \left\{1 - 2\left(\frac{y}{h}\right)^3\right\} - \frac{4}{3} \lambda \left(\frac{y}{h}\right) \left\{1 - 3\left(\frac{y}{h}\right) + 4\left(\frac{y}{h}\right)^3\right\} \dots (15)$$

式(15)は、 λ をパラメータとしてグラフに示すと図2のようになる。

これからわかるように、 u/u_0 は物理的に考えてみて、1 をこえることはないから、 λ のとる範囲は-2 から 2 の間であることがわかる。

式(15)は次式におきかえられる。

$$\frac{u}{u_0} = \frac{8}{3} \left(\frac{y}{h}\right) \left\{1 - 2\left(\frac{y}{h}\right)^3\right\} - \frac{4}{3} \lambda \left(\frac{y}{h}\right) \left\{1 - 3\left(\frac{y}{h}\right) + 4\left(\frac{y}{h}\right)^3\right\} = f(\eta) - \lambda g(\eta) \dots\dots\dots (16)$$

すなわち

$$f(\eta) = \frac{8}{3} \eta (1 - 2\eta^3) \dots\dots\dots (17)$$

$$g(\eta) = \frac{4}{3} \eta (1 - 3\eta + 4\eta^3) = \frac{4}{3} \eta (\eta + 1) (2\eta - 1)^2 \dots (18)$$

ここで、 $\eta = \frac{y}{h}$ である。 $f(\eta)$ 、 $g(\eta)$ の関係は図3、

図4に示す。

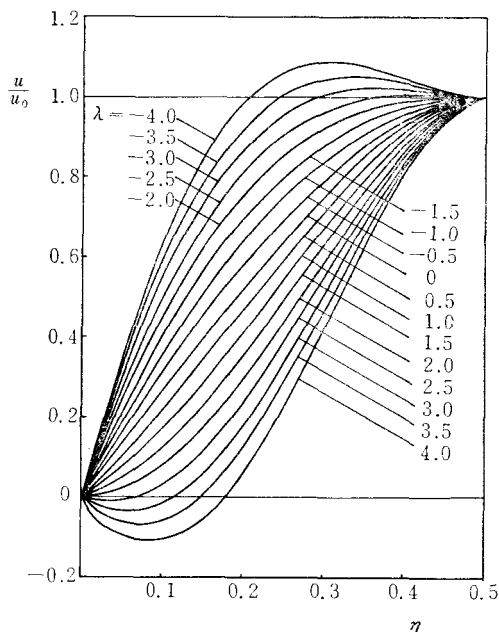


図2 λ をパラメータとした速度分布

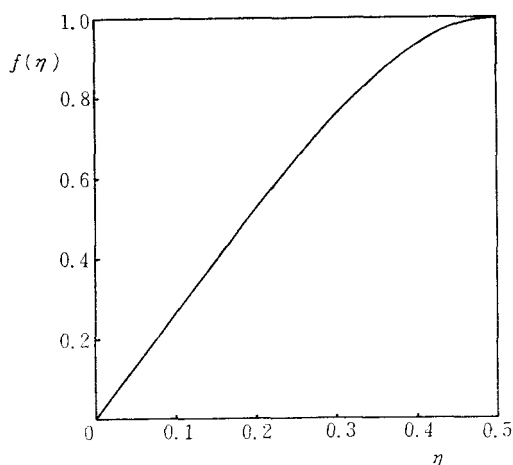


図3 $f(\eta)$

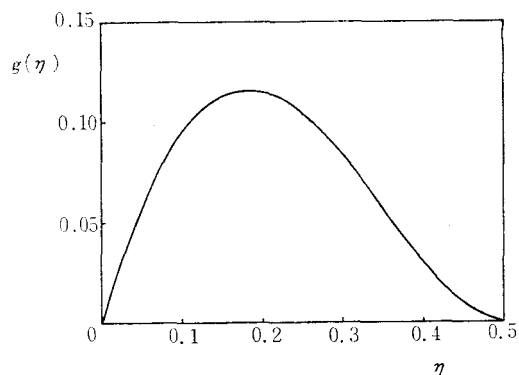


図4 $g(\eta)$

§ 3 流路中心速度と剝離の位置

次に、二円筒すきまを粘性流体が流れるとき、 x が正のところでは、断面積が拡大しているから、 x 方向の圧力勾配が上昇し、流れが円筒壁面で剝離を起こす。このときのレイノルズ数と剝離点の関係を導く。

図1において、 x 座標を下の円筒の表面上にとり、 y 座標を垂直方向にとり、 z 方向は1として、以下考察することにする。

ここで、 $x=x$, $x+dx$ における幅 h , $h+dx$ と二円筒で囲まれた粘性流体の微小断面積に作用する力について考えると、幅 h の断面において、圧力 p によって x の正方向に微小流体に対して働く力を ph とすると、 $h+dh$ の断面に負方向に働く力は、 $(p+dp)(h+dh)$ となる。 dx の二円筒壁面の圧力 p が微小流体に対して働く力は

$$p\{(h+dh)-h\}=pdh \quad \cdots \cdots (19)$$

となる。また、 τ_0 を壁面の摩擦応力とすると、摩擦力は負方向に働き、 $-2\tau_0 dx$ となる。以上のことから、外部から微小流体に正方向に作用する力は

$$ph-(p+dp)(h+dh)+pdh-2\tau_0 dx \quad \text{すなわち} \\ -hdp-2\tau_0 dx \quad \cdots \cdots (20)$$

となる。

ところで、幅 h の断面を通しての単位時間に流れる粘性流体の運動量は $2\int_0^h \rho u^2 dy$ であり、 $x+dx$ 断面においては

$$2\int_0^h \rho u^2 dy + \frac{d}{dx} \left(2\int_0^h \rho u^2 dy \right) dx$$

であるから、単位時間における微小流体の運動量の増加は次のようになる。

$$\frac{d}{dx} \left(2\int_0^h \rho u^2 dy \right) dx \quad \cdots \cdots (21)$$

運動量の法則から、式(20)、(21)とは等しいから

$$\frac{d}{dx} 2\int_0^h \rho u^2 dy = -h \frac{dp}{dx} - 2\tau_0 \quad \cdots \cdots (22)$$

となる。

運動量方程式(22)を解くために、まず左辺の $2\int_0^h \rho u^2 dy$ は、式(15)を代入して求める。

$$2\int_0^h \rho u^2 dy = 2\rho u_0^2 \int_0^h \left[\frac{8}{3} \left(\frac{y}{h} \right) \left\{ 1 - 2 \left(\frac{y}{h} \right)^3 \right\} - \frac{4}{3} \lambda \left(\frac{y}{h} \right) \left\{ 1 - 3 \left(\frac{y}{h} \right) + 4 \left(\frac{y}{h} \right)^3 \right\} \right]^2 dy \\ = \rho u_0^2 h \left(\frac{31}{81} - \frac{40}{567} \lambda + \frac{17}{2835} \lambda^2 \right) = \rho u_0^2 h \xi \quad \cdots \cdots (23)$$

ただし

$$\xi = \frac{37}{81} - \frac{40}{567} \lambda + \frac{17}{2835} \lambda^2 \quad \cdots \cdots (24)$$

次に、式(22)の右辺第1項は、式(14)より

$$\frac{dp}{dx} = \frac{8\mu u_0 \lambda}{h^2} \quad \cdots \cdots (25)$$

また、第2項は式(15)から

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{4\mu u_0}{3h} (2-\lambda) \quad \cdots \cdots (26)$$

となる。したがって、式(22)に式(23), (25), (26)を代入すると

$$\frac{d}{dx}(\rho u_0^2 h \xi) = -\frac{16\mu u_0(\lambda+1)}{3h} \quad \dots\dots\dots(27)$$

となる。ここで、 $x \approx r\theta$ と近似できるから

$$h \approx h_0 + r\theta^2 = h_0 + \frac{x^2}{r} \quad \dots\dots\dots(28)$$

となり、式(27)の左辺に式(28)を代入すると

$$\frac{d}{dx}(\rho u_0^2 h \xi) = \frac{d}{dx}\left(\rho u_0^2 \xi \left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)\right) = 2\rho u_0 \xi \left(h_0 \frac{du_0}{dx} + \frac{x^2}{r} \frac{du_0}{dx} + \frac{u_0 x}{r}\right) \quad \dots\dots\dots(29)$$

となる。

ところで、連続の条件より

$$u_0 h = \text{const.}$$

x で微分し、式(28)を代入すると

$$\frac{d}{dx}(u_0 h) = \frac{d}{dx}u_0 \left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right) = \frac{du_0}{dx} \left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right) + \frac{2u_0 x}{r} = 0$$

であるから

$$\frac{du_0}{dx} = -\frac{2u_0 x}{r \left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)} \quad \dots\dots\dots(30)$$

となる。ここで、 u_0 の変化を調べる。 $x \approx r\theta$ であるから、 $dx = r d\theta$ となり、式(30)に代入して積分すると

$$\int \frac{du_0}{u_0} = -\int \frac{2r\theta}{h_0 + r\theta^2} d\theta + c$$

$$\therefore \log u_0 = -\log\left(\theta^2 + \frac{h_0}{r}\right) + c \quad \dots\dots\dots(31)$$

積分定数 c を決めるために、境界条件として

$$\theta=0 \text{ のとき } u_0 = u_{0\max}$$

とすると、 c は

$$c = \log u_{0\max} + \log \frac{h_0}{r} \quad \dots\dots\dots(32)$$

したがって、式(31)は

$$\log \frac{u_0}{u_{0\max}} = \log \frac{\frac{h_0}{r}}{\theta^2 + \frac{h_0}{r}}$$

$$\therefore \frac{u_0}{u_{0\max}} = \frac{1}{1 + \theta^2 \frac{r}{h_0}} \quad \dots\dots\dots(33)$$

となる。これは流路中心速度の変化を示すもので、図5の破線とその関係を表わす。

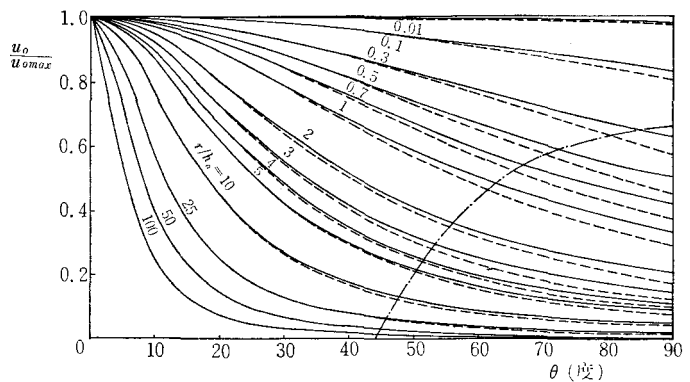


図5 $u_0/u_{0\max}$

ところで、式(30)を式(29)に代入すると

$$\frac{d}{dx}(\rho u_0^2 h \xi) = 2\rho u_0 \xi \left(h_0 \frac{du_0}{dx} + \frac{x^2}{r} \frac{du_0}{dx} + \frac{u_0 x}{r}\right) = -2\rho u_0^2 \xi \frac{x}{r} \quad \dots\dots\dots(34)$$

式(34)を式(27)に代入すると

$$2\rho u_0^2 \xi \frac{x}{r} = \frac{16\mu u_0(\lambda+1)}{3h} \dots\dots\dots (35)$$

となる。 $x=r\theta$ より, 式(35)は

$$\xi\theta = \frac{8\mu(\lambda+1)}{3h\rho u_0} \dots\dots\dots (36)$$

ここで

$$R = \frac{hu_0}{\nu} \dots\dots\dots (37)$$

として, レイノルズ数 R を与えると, 式(36)は次のようになる。

$$\xi\theta = \frac{8(\lambda+1)}{3R} \dots\dots\dots (38)$$

この関係を, λ をパラメータとして図6の破線で示す。

ところで, 二円筒すきまにおける粘性流体が剝離を起こすのは

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0$$

であるから, 式(26)から

$$\lambda = 2$$

となる。これを式(38), (24)に代入する。このときの R を R_c , θ を θ_c とすると

$$\theta_c = \frac{23.55}{R_c} \dots\dots\dots (39)$$

となる。これはレイノルズ数が与えられると剝離の位置が定まることを示し, 図6において, $\lambda=2$ の場合に相当する。

式(39)は, レイノルズ数と剝離点の関係を示し, その点の速度分布は, $\lambda=2$ を式(15)に代入すれば得られる。同じレイノルズ数のときの, θ_c より小さいところでの速度分布は, 式(38)に θ が θ_c より小さい任意の値を代入すると, λ が求まり, この λ の値を速度分布式(1)に代入すれば得られる。 $R=30$ のときの任意の θ における速度分布を図7に示す。ただし, θ が θ_c より大きくなると, 剝離による後流うずが生じ, 逆流ができて層流とならないから上記の関係は適用できない。

§4 二円筒間のすきまを近似しない場合

式(38), (39)の関係を導くのに, 式(22)の運動量方程式を解いたが, ここでは二円筒のすきまを $h \doteq h_0 + r\theta^2$ として用いたが, この式は近似式であるので, θ が大きくなると誤差が大きくなる。それゆえ, すきまを近似しない場合, すなわち

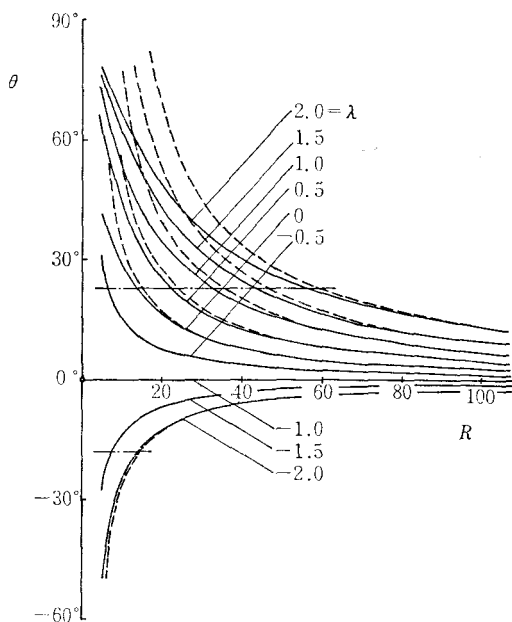


図 6

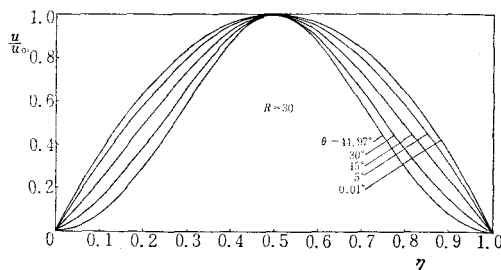


図7 $R=30$ の二円筒すきまの速度分布

$$h = h_0 + 2r(1 - \cos\theta) \dots\dots\dots(40)$$

を用いれば、 θ が大きくなっても誤差は生じない。したがって、式(22)を解くために式(40)を代入して、レイノルズ数と剥離点の関係、および流路中心速度の変化を導くことにし、また $h \approx h_0 + r\theta^2$ の場合の精度も調べる。

式(27)の左辺に式(40)を代入すると

$$\frac{d}{dx}(\rho u_0^2 h \xi) = \rho \xi \frac{d}{dx}(u_0^2 h_0 + 2u_0^2 r - 2u_0^2 r \cos\theta)$$

ところで、 $x = r \sin\theta$ であるから上式は

$$\frac{d}{dx}(\rho u_0^2 h \xi) = \rho \xi \left\{ 2u_0(h_0 + 2r - 2\sqrt{r^2 - x^2}) \frac{du_0}{dx} + \frac{2u_0^2 x}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

ここで、連続の条件を x で微分し、式(40)を代入すると

$$\frac{d}{dx}(u_0 h) = (h_0 + 2r - 2\sqrt{r^2 - x^2}) \frac{du_0}{dx} + \frac{2u_0 x}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 0$$

であるから

$$\frac{du_0}{dx} = - \frac{2u_0 x}{(h_0 + 2r - 2\sqrt{r^2 - x^2})\sqrt{r^2 - x^2}} \dots\dots\dots(42)$$

となる。上式から、粘性流体の流れ方向における中心流速 u_0 の変化を調べる。 $x = r \sin\theta$ の関係を式(42)に代入すると

$$\frac{du_0}{d\theta} = - \frac{2r u_0 \sin\theta}{h_0 + 2r(1 - \cos\theta)} \dots\dots\dots(43)$$

上式を積分すると

$$\int \frac{du_0}{u_0} = -2r \int \frac{\sin\theta d\theta}{h_0 + 2r(1 - \cos\theta)} + c$$

$$\therefore \log u_0 = -\log \{h_0 + 2r(1 - \cos\theta)\} + c \dots\dots\dots(44)$$

式(44)の積分定数 c を決めるために、前と同様な条件を与えると、次式が得られる。

$$\frac{u}{u_{0 \max}} = \frac{1}{1 + 2(1 - \cos\theta) - \frac{r}{h_0}} \dots\dots\dots(45)$$

この関係は図5の実線で示される。図中の一点鎖線は、二円筒すきまの近似した場合を式(45)と比較し、5%の誤差の限界を示したものである。これをみると、 θ が大きくなっても、 r/h_0 が小さくなるほど誤差は少なくなっている。

ところで、式(42)を式(41)に代入すると

$$\frac{d}{dx}(\rho u_0^2 h \xi) = - \frac{2\rho \xi u_0^2 x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

これを式(27)に代入すると

$$\frac{2\rho \xi u_0^2 x}{\sqrt{r^2 - x^2}} = \frac{16\mu u_0(\lambda + 1)}{3h} \dots\dots\dots(46)$$

上式に $x = r \sin\theta$ の関係を代入すると次が得られる。

$$\xi \tan\theta = \frac{8\mu(\lambda + 1)}{3\rho u_0 h} = \frac{8(\lambda + 1)}{3R} \dots\dots\dots(47)$$

ただし $R = \frac{u_0 h}{\nu}$ で、レイノルズ数を表わす。ところで、二円筒壁から流れの剥離を起こすのは

$\tau_0=0$ で $\lambda=2$ となるのは前に計算した。これを式(24), (47)に代入し, このときの R を R_c , θ を θ_c とすると

$$\tan\theta_c = \frac{23.55}{R_c} \dots\dots\dots (48)$$

となり, 二円筒のすきまを近似しない場合のレイノルズ数と剥離点の関係を示す。図6の実線が, 式(47), (48)の関係を表わす。図中の一点鎖線は近似した場合の誤差が5%の限界を示す。ここで, θ が小さいときは, $\tan\theta \approx \theta$ であるから, 式(47), (48)の関係は, 近似した場合, すなわち式(38), (39)の関係と全く一致することでもわかる。

§ 5 結 言

以上の解析結果から得られる結論は次に示す通りである。

1. 二円筒すきまの速度分布を4次のべき級数で仮定し, 境界条件を与えて係数を決め, そして, 任意のレイノルズ数における速度分布をパラメータ λ で表わした。また, 流路中心速度が流れに沿って, どのように変化するかも調べた。
2. さらに, 運動量方程式を解いて円筒表面から粘性流体が剥離を生ずる位置とレイノルズ数との関係を導いた。その結果, レイノルズ数が大きくなるにしたがい, 剥離点が流れの前方に移動することがわかった。
3. 二円筒すきまの任意の位置を, 近似して与えた場合と与えない場合との解析の比較を示し, その誤差範囲も調べた。

文 献

- 1) 板谷・市川: 機械学会論文集, 17巻, 60号, 162~167頁, 昭和26年.
- 2) K. Pohlhausen: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 1, p. 252~268, 1921.

(昭和47年1月8日 受付)

FET コンダクタンス除算器

黒瀬 能 幸*・太田 垣 博

FET Conductance Divider

Yoshinobu KUROSE and Hiroshi OTAGAKI

It is well known that FET conductance is controlled by gate voltage. This paper describes the FET conductance divider, in which FET conductance can be made a linear function of gate voltage by placing the substrate of twin FET in the feedback loop of an operational amplifier.

As the result of experiment in which N channel twin FET μ PA34A (NEC) and IC operational amplifiers μ PC55A (NEC) are used, the accuracy within $\pm 1\%$ and the output variation within $\pm 0.4\%$ at $10\sim 60^\circ\text{C}$ are obtained.

§ 1 緒 言

FET の可変抵抗特性を応用した乗算器については既に種々報告されているが^{1)~2)}、除算器については僅かしか報告されていない^{9)~13)}。これは除算器が乗算器に比較して使用頻度が少ない理由にもよるが、乗算器を応用すれば除算器が簡単に得られる事にもよる。しかし構成面から考えると、演算増幅器が増え、それだけ精度が悪くなり、発振の危険性、ドリフト増加等の欠点がある。

筆者等は先に Laws の乗算器²⁾ を応用した除算器を検討し、以上述べた欠点について指摘し¹⁴⁾、ついで直接除算を行う 杉山等の報告による除算器¹²⁾ の温度補償法について報告した^{15) 16)}。その後も補償回路の簡素化と高精度化を中心に検討してきた。ここでは FET を演算増幅器の帰還ループに入れる事により、FET コンダクタンスがゲート電圧の線形関数となる Crawford の乗算器⁷⁾ について検討し、ツイン FET の基板、即ちサブストレートを共通ゲートとした除算器を構成し、良好な結果を得た¹⁷⁾。

この方法は演算増幅器 2 台と、2 つの対になる FET としてツイン FET を使用したので静的誤差は減少し、温度の影響も補償され、小型化できるのが利点である。

本文は、除算器の原理、誤差を検討し、ツイン FET μ PA34A (NEC)、IC 化演算増幅器 μ PC55A (NEC) を用い構成した除算器の実験結果の報告である。

§ 2 除算器の原理

除算器の原理図を図 1 に示す。図 1 で演算増幅器 A_1 の出力電圧 V_0 は、増幅器が理想的なら次式が成立する。

$$V_0 \simeq -\frac{1}{R_1} \cdot \frac{V_1}{G_1} \dots\dots\dots (1)$$

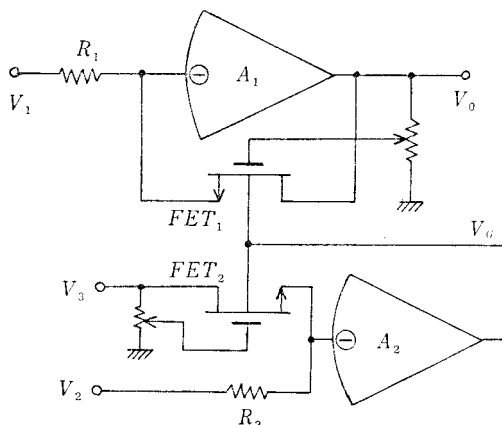


図 1 除算器の原理

ここで G_1 は FET₁ のコンダクタンスであり, ゲート電圧 V_G の関数である。接合形 FET については既に岩浪等により詳しい解析がなされているが⁶⁾, それによるとドレイン電圧 V_D の $\frac{1}{2}$ をゲートに帰還する事により, 次式に示す様に FET コンダクタンス G は V_G の高次関数で表わされる。

$$G \simeq \alpha_0 + \alpha_1 V_G + \alpha_2 V_G^2 + \alpha_3 V_G^3 + \dots \quad (2)$$

ここで $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \dots$ は FET によって決まる定数である。

ここで, 筆者等の提案する除算器の FET ゲートは基板を使用するので FET としては接合形 FET として扱わなければならない。そこで G_1 を V_G の 2 次関数で近似するなら

$$G_1 \simeq a_0 + a_1 V_G + a_2 V_G^2 \quad (3)$$

と表わされる。ここで a_0, a_1, a_2 も FET₁ によって決まる定数である。

一方 V_G は演算増幅器 A_2 の出力電圧で与えられる。増幅器の入力インピーダンスが無限大とすると次式が成立する。

$$\frac{V_2}{R_2} + G_2 V_3 = 0 \quad (4)$$

ここで G_2 は FET₂ のコンダクタンスであるから G_1 同様 V_G の 2 次関数で近似すれば(4)式は

$$V_2 + (a'_0 + a'_1 V_G + a'_2 V_G^2) R_2 V_3 \simeq 0 \quad (5)$$

V_3 は一定のバイアス電圧であるから

$$V_2 + b_0 + b_1 V_G + b_2 V_G^2 \simeq 0 \quad (6)$$

と表わす事ができる。ここで a'_0, a'_1, a'_2 は FET₂ によって決まる定数である。

従って V_G は(6)式より

$$V_G \simeq \frac{1}{2b_2} [-b_1 + \{b_1^2 - 4b_2(b_0 + V_2)\}^{\frac{1}{2}}] \quad (7)$$

となるから, G_1 は(7)式を(3)式に代入して

$$G_1 \simeq -\frac{a_2}{b_2} V_2 + \frac{1}{2b_2} \left(a_1 - \frac{a_2}{b_2} b_1 \right) \{b_1^2 - 4b_2(b_0 + V_2)\}^{\frac{1}{2}} + \left(a_0 - \frac{a_2}{b_2} b_0 \right) - \frac{b_1}{2b_2} \left(a_1 - \frac{a_2}{b_2} b_1 \right) \quad (8)$$

となる。

もし 2 つの FET が同特性なら $a_0 = a'_0, a_1 = a'_1, a_2 = a'_2$ となり(8)式の右辺第 2 項以下が零となり次式を得る。

$$G_1 \simeq -\frac{a_2}{b_2} V_2 = -\frac{1}{R_2 V_3} V_2 \quad (9)$$

(9)式, (1)式より出力は

$$V_0 \simeq \frac{R_2 V_3}{R_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} \quad (10)$$

となり除算器とする事ができる。しかも(10)式には FET のパラメータが含まれていないから 温度特性が良く, 高精度のものとなる。

§ 3 実験結果及びその検討

以下の実験に用いた FET μ PA34A の G_1 対 V_G の特性曲線を図 2 に示す。実線は(3)式による計算値であるが, V_G の 2 次関数で近似してもかなり良く一致していることがわかる。尚(3)式の定数は

$$\left. \begin{aligned} a_0 &\simeq 1.1122 & (m\bar{O}) \\ a_1 &\simeq 0.3317 & (m\bar{O}/V) \\ a_2 &\simeq 0.0250 & (m\bar{O}/V^2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

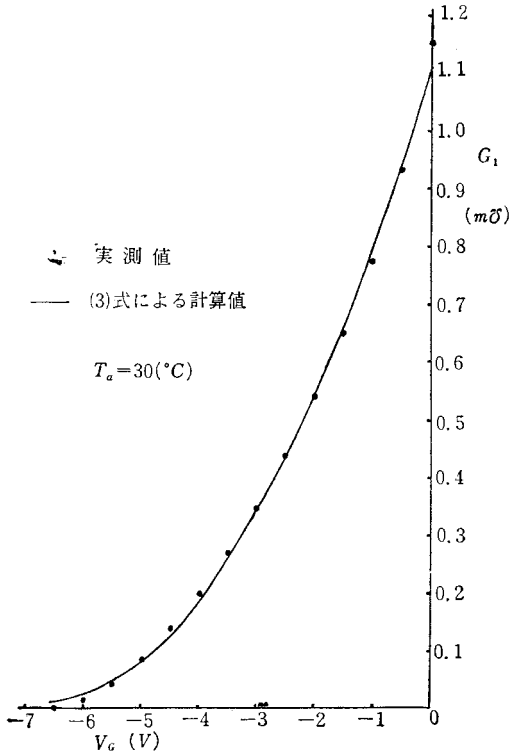


図2 V_g-G_1 特性

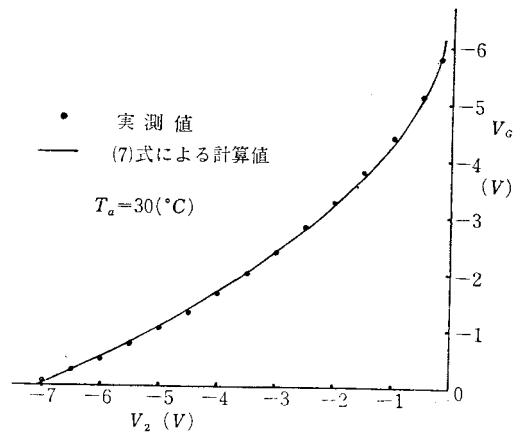


図4 V_2-V_g 特性

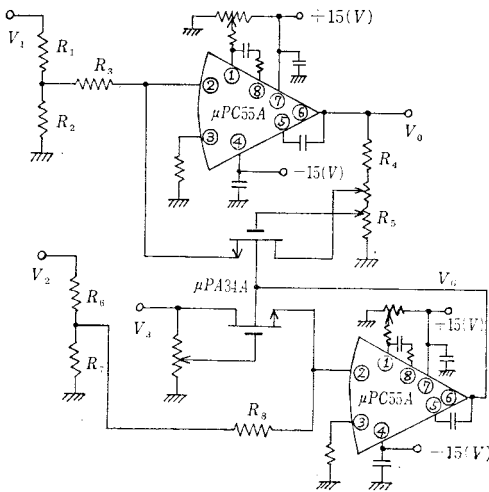


図3 除算器

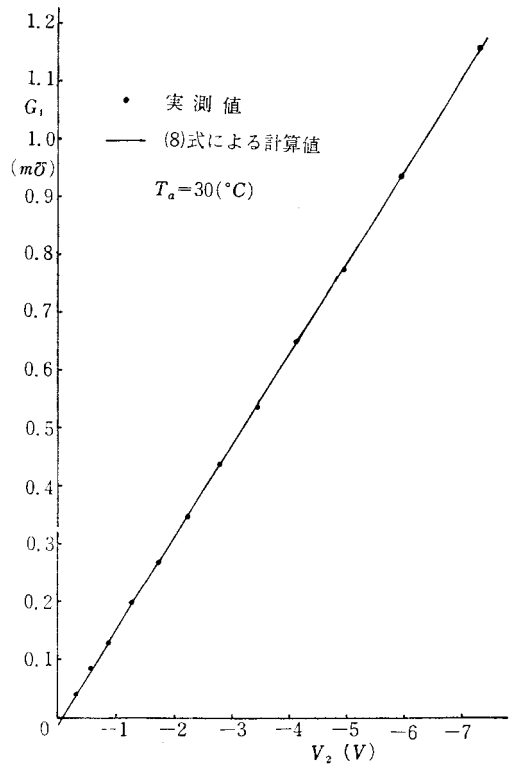


図5 V_2-G_1 特性

を用いた。

FETの動作範囲を V_D は $\pm 0.1\text{V}$ 、 V_G は $0\sim 5\text{V}$ となる様に設計し、製作したのが図3の除算器である。入力側の分圧回路は、増幅器のスルーレイトを大きく取る為と、オフセット電流による誤差出力をできるだけ小さくという配慮からであり、出力側の分圧回路は出力 V_0 が $\pm 5\text{V}$ のとき V_D が $\pm 0.1\text{V}$ 以内に入る様にする為である。

図3で $V_0 \gg R_1 \gg R_2$, $R_3 \gg R_2$, $R_4 \gg R_5$, $1/G_1 \gg R_5$ の条件で次式となる。

$$V_0 \approx -\frac{R_2(R_4+R_5)}{(R_1+R_2)R_3R_5} \cdot \frac{V_1}{G_1} \quad \dots\dots(12)$$

一方 V_G は(7)式で与えられるが, (7)式の定数は, 図3の回路では, $R_6 \gg R_7$, $R_8 \gg R_7$ の条件で

$$\left. \begin{aligned} b_0 &\approx \frac{R_8}{R_7}(R_6+R_7)V_3a'_0 \approx 7.0674 \text{ (V)} \\ b_1 &\approx \frac{R_8}{R_7}(R_6+R_7)V_3a'_1 \approx 2.1133 \\ b_2 &\approx \frac{R_8}{R_7}(R_6+R_7)V_3a'_2 \approx 0.1616 \text{ (1/V)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

となる。

図4は V_2-V_G 特性で, 実線は(7)式に(13)式の値を代入して計算した計算値である。

更に図2, 図4から図5が得られる。実線は(8)式による計算値であるが, 図3の回路で G_1 は V_2 に比例する様に動作している事がわかる。即ち2つのFETが同特性なら(9)式, (13)式より

$$G_1 \approx -\frac{R_7}{(R_6+R_7)R_8V_3} \cdot V_2 \quad \dots\dots(14)$$

となり, (12)式に代入して最終的に V_0 は次式となる。

$$V_0 \approx \frac{R_2(R_4+R_5)(R_6+R_7)R_8V_3}{(R_1+R_2)R_3R_5R_7} \cdot \frac{V_1}{V_2} \quad \dots\dots(15)$$

ここで除算係数は1となる様に設計した。

以上FETが理想的な場合について述べたが, 2つのFETに若干の特性相異があるので, それによる誤差を計算する。その誤差は(8)式の第2項以下であり, これを ε で表わすと

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2b_2} \left(a_1 - \frac{a_2}{b_2} b_1 \right) (b_1^2 - 4b_2(b_0 + V_2))^{1/2} \\ &\quad + \left(a_0 - \frac{a_2}{b_2} b_0 \right) - \frac{b_1}{2b_2} \left(a_1 - \frac{a_2}{b_2} b_1 \right) \quad \dots\dots(16) \end{aligned}$$

となり, (11)式, (13)式の値を代入すると図6となる。この誤差の絶対量は小さいが, V_2 の小さい範囲では誤差の割合は大きく, 図5の実線で V_2 の $-1V$ 以下で直線からのずれが大きい事をそれが示している。

次に実験結果について述べる。

図7は除算器としての静特性で, V_2 の $-1 \sim -5V$ の範囲で精度は $\pm 1\%$ である。特に $-1V$ 以下ではFETの抵抗が大きくなり, 演算増幅器の正

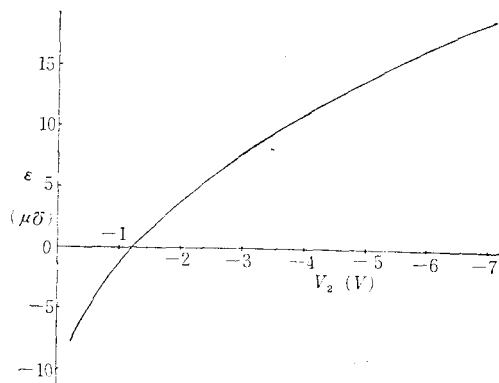


図6 $V_2-\varepsilon$ 特性

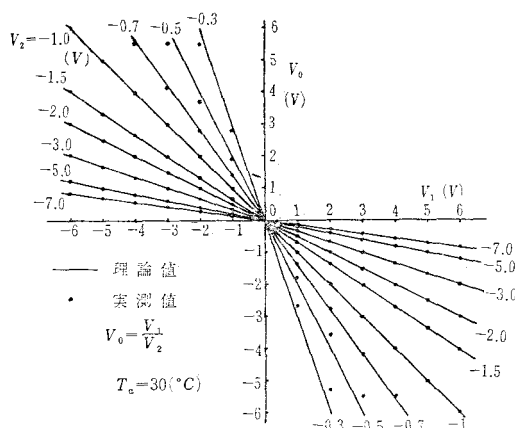


図7 静特性

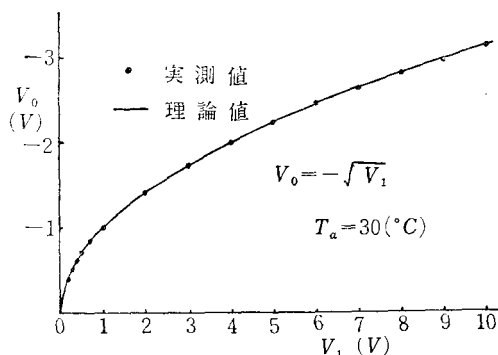


図8 開平器としての静特性

負入力端子のインピーダンスが不平衡となってオフセット電流による誤差と、(16)式による誤差が重なり精度を悪くしている。

図8は V_2 を V_0 に接続した時、即ち開平器とした場合の特性である。当然の事ながら V_1 は正の信号に限られる。 V_1 の0.7~6Vの範囲で $\pm 1\%$ の精度となっている。

図9は温度特性で 30°C における値を基準にとった。(イ)はFETのみに温度変化を与え、その他は 30°C 一定に保った時の出力変動を調べたもので、 $10\sim 60^\circ\text{C}$ の温度変化で $\pm 0.4\%$ 以内に収まっている。(ロ)は装置全体の特性で同じ温度変化で $\pm 2\%$ 以内の変動であった。

周波数特性は図10であり、 200KHz で -0.5dB の出力偏差であった。

§ 4 結 言

ツイン FET の基板を共通ゲートとした FET コンダクタンス除算器について原理、構成法、誤差等について述べ、実験結果について報告した。

ツイン FET の使用で精度は $\pm 1\%$ 、温度特性は FET だけに $10\sim 60^\circ\text{C}$ の温度変化を与えた場合出力変動は $\pm 0.4\%$ 以内、装置全体でも $\pm 2\%$ 以内という結果を得た。しかし更に高精度化を計るには、FET を選択し、高入力抵抗、低ドリフト、高利得の演算増幅器を使用する必要がある。

更に高精度化への実験を進めており、後日報告する。

最後に、平素いろいろとご指導、ご鞭撻頂く広島大学工学部浜村司郎教授、呉工業高等専門学校教務主事村正三教授、広島商船高等専門学校航海学科主任岡田正明教授に深く感謝する。

文

献

- 1) W.H. Highleyman *et al.* : IRE Trans. **CS** [10] 311 ('62)
- 2) P. Laws : Electronics letters **3** [11] 503 ('67)
- 3) 八木, 黒川 : アナログ技研資料 **8** [1] 1 ('68)
- 4) U. Tietze : Elektronik **17** [8] 233 ('68)
- 5) R. Drechsler : Messtechnik **7** [8] 186 ('69)
- 6) 岩浪・垣田他 : アナログ技研資料 **9** [7] 13 ('69)
- 7) F.H. Crawford 他 : Inst. & Cont. Systems **4** [9] 117 ('70)
- 8) S.G. Furmage : Proc. IREE 357 ('70)
- 9) I.C. Hutcheon *et al.* : Proc. IEE **112** [8] 1523 ('65)

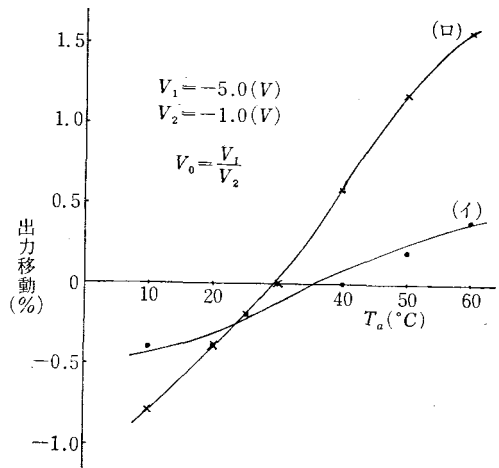


図9 温度特性

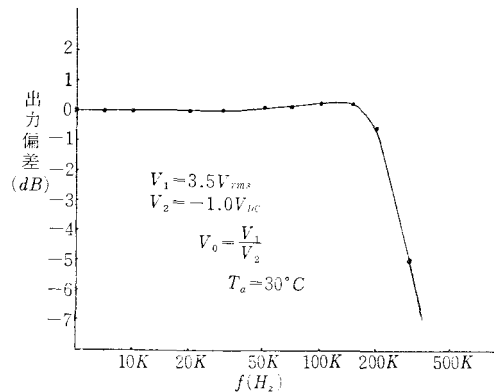


図10 周波数特性

- 10) B. Shore : Electronics **40** 66 ('69)
- 11) M.M. Abu-zeid *et al.* : Electronics letters **4** [16] 324 ('68)
- 12) 杉山・内海 : アナログ技研資料 **7** [1] 25 ('67)
- 13) 葛西・白倉他 : 千葉大学工学部研究報告 **20** [37] 71 ('69)
- 15) 太田垣・黒瀬 : 吳工業高等専門学校研究報告 **5** [2] 63 ('70)
- 15) 太田垣・黒瀬 : 電気四学会中国支部大会講演論文集 No.22310 ('70)
- 16) 太田垣・黒瀬 : 吳工業高等専門学校研究報告 **6** [2] 93 ('71)
- 17) 太田垣・黒瀬 : 電気四学会中国支部大会講演論文集 No.22309 ('71)

(昭和47年1月8日 受付)

メタルハライドランプの調光による色温度の変化

(電気工学科) 原 田 一 彦

The Colour Temperature Change in the Metal Halide Lamp Dimming

Kazuhiko HARADA

Recently, as the metal halide lamp has many advantages, it is more often used for lighting. However, this lamp has a few faults, one of which, is the change of the colour temperature caused by the use of the dimming devices.

The most practical method of controlling light output for nearly every purpose is to control the electrical input to the light source. Therefore, in this study, we measured the colour temperature by using the Slidac and the semi-conductor system.

The following results have been obtained ;

- (1) As the lamp dims, the colour temperature increases and the max. value is 8,100K. (Normally, 5,000K)
- (2) As this lamp produces much change of the colour temperature, it is insured for dimming.

§ 1 諸 言

現在、一般照明用としてよく使用される光源は、白熱電球、けい光ランプおよび高圧水銀ランプの三種類に大別できる。なかでも、高圧水銀ランプの一種であるメタルハライドランプは、ランプ効率が高く、演色性の優秀なことから最近特によく利用されるようになり、昭和45年に開催された日本万国博でも、駐車場、外環状道路、中央口下、場内道路等に多量に使用されて好評を博した。

しかし、このメタルハライドランプにも若干の問題点があり、そのいくつかは実用的に解決されているが、電圧の変化や、調光による色温度の変化等は未解決のままである。そこで、最近市販された色温度計を使用して、これらのある種のランプについて、調光時の色温度の変化を測定したので報告する。

§ 2 メタルハライドランプ

従来の高圧水銀ランプは、放射エネルギーのうち、可視領域にあるものは約26%程度であるからランプ効率が悪く約50lm/W位で、また、可視部のエネルギーは4本の輝線に集中するので、その発光色は特色のある青白色で演色性も悪い。しかし、金属ヨウ化物を添加したメタルハライドランプは、アーク中心部の5,000Kに近い高温で、金属とハロゲンに解離し高気圧の金属蒸気を生ずる。管壁附近で、金属とハロゲンはヨウ素電球と同じように再結合してもとの金属ヨウ化物になるが、再び蒸発してハロゲンサイクルを反復する。ここで、添加された金属は特有の発光をするので、メタルハライドランプは色々な光源色をもつランプとなる。一般照明用ランプとしては、光色が黒体放射軌跡に近く、白色であること、および効率、演色性がよく寿命の長いものが要求される。

表1¹⁾は、メタルハライドランプの添加物として考えられる金属およびヨウ化物の表であるが、現在

では、一般照明用として限定された数種類のものが利用されているようである。

表1 金属および化合物のデータ

金属	主スペクトル		利用率 $\int E\lambda V_{\lambda}d\lambda / \int E\lambda d\lambda$	化合物の特性	
	波長 (nm)	励起電圧 (V)		分子式	沸点 (°C)
Na	589.5 588.9	2.1	60.1	NaI	1,300
Tl	535.0	3.3	29.3	TlI	828
In	451.1 410.1	3.0	2.0	InI	711
Li	670.7 610.3	1.8 3.9	13.8	LiI	1,711
Zn	636.2	7.7	4.9	ZnI ₂	624
Sc	多くの波長	3.1	36.0	ScI ₃	909
Th	"	3.1	27.8	ThI ₄	837
Dy	"	2.9	1.6	DyI ₃	1,317
K	769.8/6.4 404.7/4.4	1.6 3.1	2.1	KI	1,330
Rb	780.0 794.7 421.5/0.1	1.6 2.9	5.9	RbI	1,304

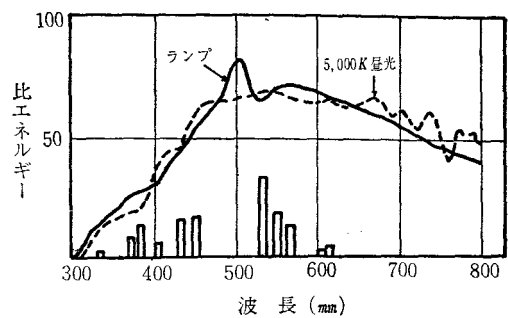


図1 メタルハライドランプ（ハロゲン化スズ添加）と平均天然昼光（5,000K）の分光エネルギー

表2 各種光源のCIE演色評価数

ランプの 種 類	色 温 度 (K)	平均演色 評 価 数 (R_a)	特 殊 演 色 評 価 数							
			赤(R_9)	黄(R_{10})	緑(R_{11})	青(R_{12})	肌 色 (R_{13})	木の葉 (R_{14})	日本人 の肌色(R_{15})	
メタルハラ イドランプ	ハロゲン 化スズ入	5,000	92	64	82	88	88	90	98	91
	普 通	5,500	62	－ 174	20	70	23	70	81	30
水銀ランプ	け い 光	3,800	52	6	－ 5	17	－ 13	38	80	48
	普 通	5,800	25	－ 300	－ 42	－ 12	－ 24	4	85	－ 28
け い 光 ラ ン プ	白 色	4,500	69	－ 75	53	51	61	65	95	50
	真天 純正 然色	5,000	92	95	82	95	81	96	91	99

表2²⁾は、各種光源の演色性を示すもので、ハロゲン化スズを封入したメタルハライドランプは、高圧水銀ランプよりも飛躍的に進歩していることがわかる。このランプは、図1³⁾に示すように分光エネルギーの大部分が連続スペクトルで構成されていて、点灯した初期はアルゴン放電による青白い光白であり、発光管の温度が上昇すると水銀が蒸発して水銀特有の線スペクトルが放射され、そのうちに、蒸気圧の低いハロゲン化スズの白色光がでてくる。光色が安定するまでには約4分を要する。

§ 3 色温度の測定

色温度の物理的な測定法としては、光の色の三刺激値から求めた色度座標を完全黒体のそれと対照し

て、最も近似の色温度を等色差色度図上で推定するのがよいとされている⁴⁾。実際の測定にあたっては、精密に測定する方法、あるいは簡便法等が各種発表されているが^{5) 6) 7) 8) 9) 10) 11) 12)}、最近、受光素子にシリコンフォトダイオードを採用した三色式の色温度計がM社から市販された。これによると、測定範囲はB/R比で2,500K～12,500K(400～80MIRED)、G/R比は3,330K～10,000K(300～100MIRED)となっており、測定精度は±5MIREDである。また、照度依存性がなく瞬時計測が可能等の特長があって簡便に使用できる。

§ 4 実験方法

§ 2で述べたように、メタルハライドランプは添加物によって演色性、効率および寿命等の特性がかなり違って来る。そこで、本実験は、T社のハロゲン化スズを封入した演色性の極めて優秀なランプ(400W)のみを対象として測定を行なった。色温度の測定には、前記M社の三色式色温度計を採用した。実験は、室温を20°Cと5°Cの二種類にして行ない、点灯方向は、水平にすると上下で色むらを生ずるので、垂直方向が標準方向であるが、水平と垂直の二方向で測定をし、水平点灯では水平方向(中央)と、上下方45°の方向の値を測定した。

調光は、従来から使用されているスライダックを使用する方法や、近頃研究されている放電灯の点灯回路を電子固体で構成し、あわせて調光も行なう方法等があるが、スライダックで入力電圧を加減する方法と、トライアックとダイアックの半導体を使用して入力電圧を加減して調光する方法とで測定した。後者の調光回路は、図2に示すように白熱電球用として使用される回路と同一である。これらの方法は、ランプ点灯はランプ安定器に適正電圧を加えて使用するということからすれば、必ずしもよい方法ではないが、入力電圧を加減することは調光の基本的方法の一つでもあり、今回の実験は、色温度の変化を測定するのが目的なので、あえて、上記の方法を採用した。

なお、供試ランプの安定器は、単巻もれ変圧器形で、電源電圧変動±10%に対し、ランプ電圧は±20%、ランプ電流は±15%程度変動し、また、±5%の電圧変動に対しては、ランプ電圧は±10%、ランプ電流は±8%変動する³⁾。

前記のように、ランプ点灯から光色安定まで約4分を要するが、測定は定格電圧で点灯して20分を経たから開始し、条件が変化するとに10分を経過したときの色温度を測定した。

調光の範囲は、スライダックの場合は105Vから点灯不能までの電圧とし、半導体調光回路では、調光用ボリウムを100%回転から点灯不能までの回転角とした。

§ 5 結果と吟味

室温20°Cにおいて、供試ランプの点灯時の外管温度は、最高220°C、最低点で90°Cとかなりの高温となる。したがって、室温20°Cと5°Cの差ではランプへの影響は少なく、測定値の差はほとんど認められず、図3および図4のグラフは室温20°Cで測定した結果である。

5・1 スライダック使用の場合

図3からわかるように、電圧が90Vから105Vまでの間は色温度の変化は割合に少ないが、それ以下になると急激に変化し、色温度は上昇する。これは、ハロゲン化スズの白色光が減少し、水銀の線スペクトルが強調されてくるためである。更に電圧を下げればアルゴンの放電による青白い光色の影響も考

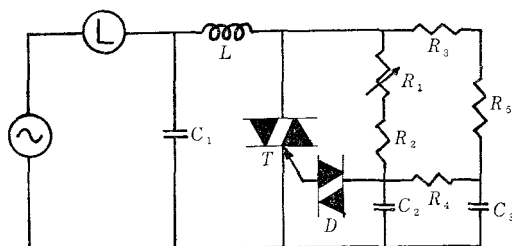
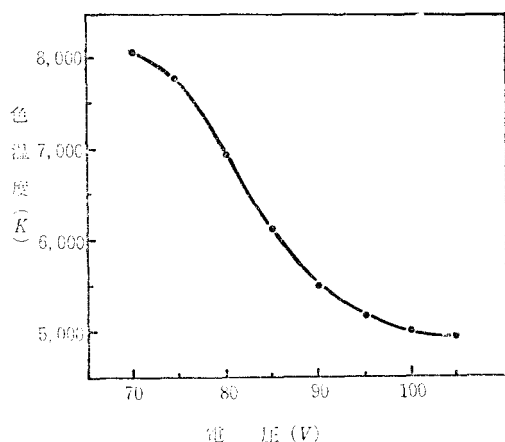
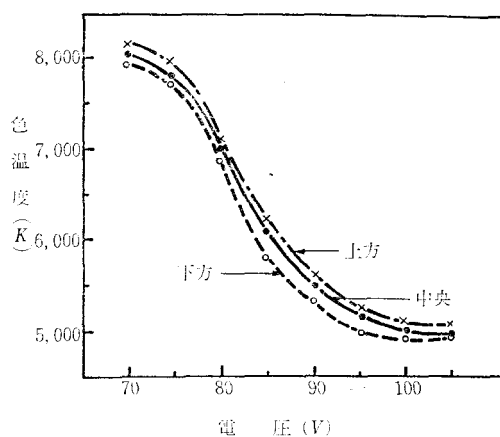


図2 トライアックとダイアックを使用した調光回路



(a) 垂直点灯



(b) 水平点灯

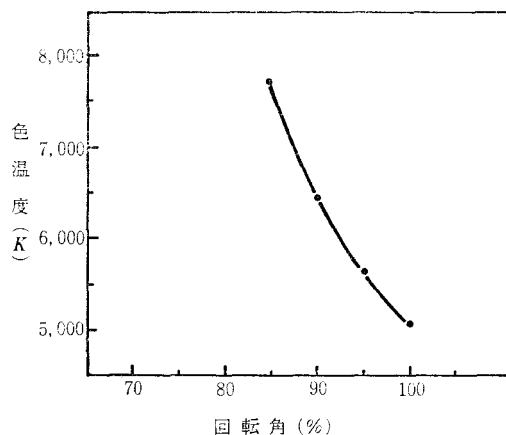
図3 スライダックを使用したメタルハライドランプの調光による色温度の変化

えられ、この変化の過程は、ちょうど、ランプを点灯して安定な光色になるのと反対の現象となっている。定格点灯では 5,000K のものが、70 V では 8,100K に変化しているので、演色性の優秀な特長も失われている。

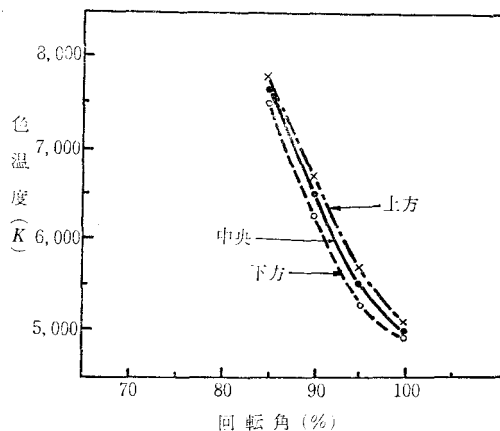
水平点灯をすると、発光管内のガスの対流で、アークが上方に押し上げられ、ランプ軸の断面の温度分布とハロゲン化スズの発光が円対称でなくなり、下方が赤成分の光が多くなる。軸方向（中央方向）の色温度の変化は、垂直点灯の場合とほぼ同様である。上方と下方との色温度の差が大きいのは、85～95 V 附近で約 350K であった。

5・2 半導体調光回路使用の場合

図2の調光回路では、調光用バリウムの R_1 をいっぱい回して出力を最大（ランプ入力を最大）にしても、定格電圧をやや下回るので、そのときの色温度は 5,050K と 50K 上昇していた。この調光回路



(a) 垂直点灯



(b) 水平点灯

図4 半導体回路を使用したメタルハライドランプの調光による色温度の変化

は白熱電球調光用であるため、放電管の調光には不適當で、わずか15%の回転角で点灯不能となり、色温度の変化も図4に示すように急激で、調整が困難であった。しかし、調光用安定器を使用して、放電管用調光回路で広範囲に調光しても、スライダックの結果からして、色温度はかなり変化するものと考えられる。

§ 6 結 言

今回の実験は、演色性のきわめて優秀なハロゲン化スズを添加したメタルハライドランプについて調光による色温度の変化を測定したが、調光すると、ハロゲン化スズの蒸発が悪くなるため、その特長の光色が減少し、水銀スペクトルによる光色が目立つようになるため色温度は上昇し、最高 8,100Kとなり、演色性も著しく悪化する。このような現象は、他種のメタルハライドランプでも同様と考えられる。したがって、現在のところ、ランプそのものを調光することはその特長を悪くすることになるので、ランプの前面にフィルターを置くなどして調光するより方法がない。

参 考 文 献

- 1) 犬飼他：メタルハライドランプの最近の進歩 National Technical Report 14, 39 (1968)
- 2) 東, 野村：東芝陽光ランプ東芝レビュー, 22, 1, 207 (1967)
- 3) 東芝商事：陽光ランプの手引き (1967)
- 4) 色彩科学協会編：色彩科学ハンドブック, 162 (1968)
- 5) 岡松：電試彙, 15, 795 (1951)
- 6) 岡松：“照明のデータブック”, 35 (1953)
- 7) 岡田他：電試彙, 16, 365 (1952)
- 8) 森, 高岡：応用物理, 26, 443 (1957)
- 9) King, E.J., Snider, A.E. & F. Hamburger: J. Opt. Soc. Am., 42, 17 (1952)
- 10) 野中, 三島：応用物理, 25, 366 (1956)
- 11) “写真技術便覧”, 155, コロナ社 (1956)
- 12) Harding, H.G.W.: J. Sci. Int., 29, 146 (1952)

(昭和47年1月8日 受付)

還流ダイオードを有する単相半波整流回路の アナログシミュレーション (第1報)

(定 常 状 態)

(電気工学科) 脇 所 広 司

Analog Computer Simulation of a Single-Phase Half-Wave Rectifier with Free Wheeling Diode (1) (Steady-State Operation)

Hiroshi WAKISHO

The analyzation of a single-phase half-wave rectifier circuit *without* a free wheeling diode is rather easy. But the characteristics of a single-phase half-wave rectifier circuit *with* a free wheeling diode, which is commonly used in the rectifier circuit, are very different from those of the former. Therefore, analysis of the latter is generally not so easy as that of the former.

It is possible to simulate the conditions of the voltages and the currents of the latter with the analog computer and analyze the characteristics of the circuit.

This paper shows the analog computer simulation of the voltages and the currents of the latter in the steady-state operation.

<1> はじめに

先に¹⁾ブリッジ回路による単相全波整流回路のアナログシミュレーションについて述べた。

本論文では、直流側、交流側のいずれにもインダクタンスを含む単相半波整流回路(還流ダイオードを有する整流回路)について、アナログ計算機によりシミュレーションを行ない、定常状態の場合について解析を行なったので報告する。なお、本論文では整流器は理想的なものと仮定した。

<2> 還流ダイオードを有する単相半波整流回路のアナログシミュレーション

<2・1> 基本方程式

図1に示すような、還流ダイオード D_2 を有する単相半波整流回路の通電状態としては、図2に示すように、整流状態(モード1)と転流状態(モード2~4)の存在が知られている。ただし、直流側回路の時定数によってはモード4は存在しない場合もある。

これらの各期間中、図1の回路は図3のような等価回路におくことができる。そして、これら二つの期間中の回路の微分方程式は、文献1におい

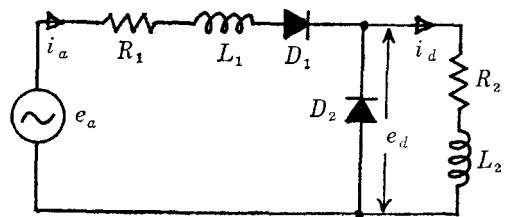


図1 還流ダイオードを有する単相半波整流回路

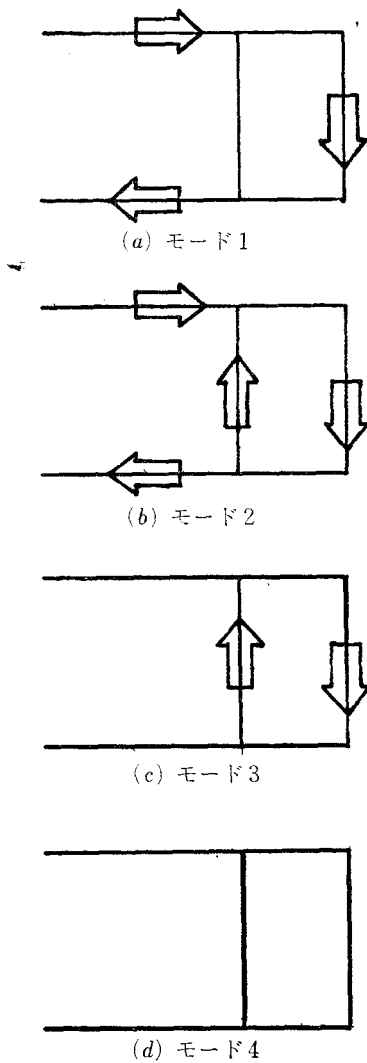


図2 整流状態の分類

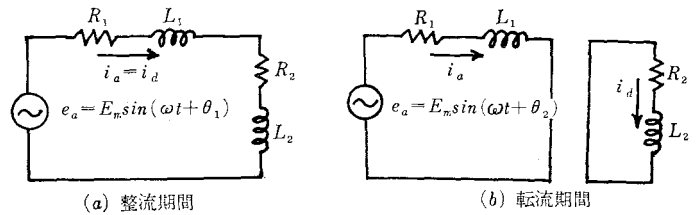


図3 等価回路

て示したものとほとんど等しく、つぎの5式で示される。

整流期間 (モード1)

$$i_d = i_a \dots\dots\dots(1)$$

$$(L_1 + L_2) \frac{di_a}{dt} + (R_1 + R_2) i_a = E_m \sin(\omega t + \theta_1) \dots\dots\dots(2)$$

$$e_a = L_2 \frac{di_a}{dt} + R_2 i_a \dots\dots\dots(3)$$

転流期間 (モード2 ~ 4)

$$L_1 \frac{di_a}{dt} + R_1 i_a = E_m \sin(\omega t + \theta_2) \dots\dots\dots(4)$$

$$L_2 \frac{di_d}{dt} + R_2 i_d = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ただし、 θ_1 はモード1に入る時の電源電圧の位相

θ_2 はモード2に入る時の電源電圧の位相

また、2つの期間の移行条件も文献1において示したものと全く同じ（整流期間： $i_a = i_d$ ，転流期間： $e_d = 0$ ）である。

<2・2> シミュレーション回路

アナログ計算機のシミュレーション回路は図4に示すとおりである。

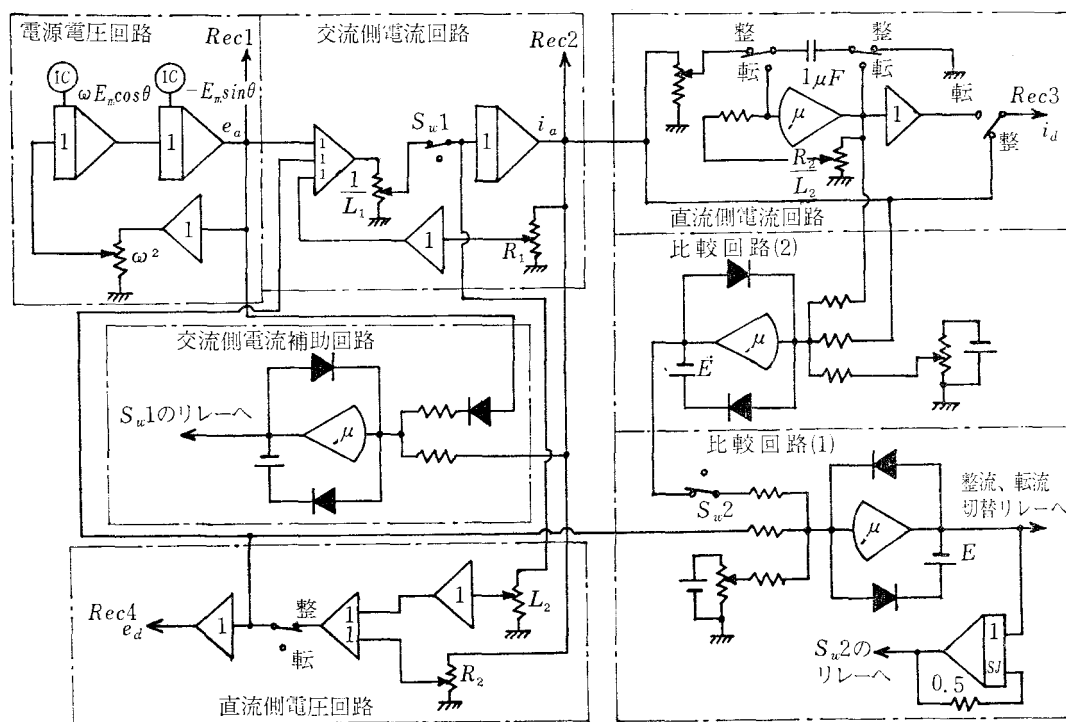


図4 図1のアナログシミュレーション回路

以下、個々のシミュレーション回路について述べる。（ただし、電源電圧回路については省略する。）

(1) 交流側電流回路

式(2)，(3)より

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_1} \{E_m \sin(\omega t + \theta_1) - e_d - R_1 i_a\} \dots\dots\dots (6)$$

が求まり、これから交流側電流 i_a が求まる。ただし、転流期間中は $e_d = 0$ となる。

S_{w1} は $i_a > 0$ の期間以外の時に積分器に入力を与えるのを防止するためのもので、交流側電流補助回路によって、電源電圧 $e_a > 0$ の瞬間から $i_a = 0$ になる瞬間までポテンショメータ側に接続される。

(2) 直流側電圧回路

前(1)項で求めた di_a/dt ， i_a より(5)式にしたがって e_d を求めればよい。なお、転流期間中は $e_d = 0$ である。

(3) 直流側電流回路

直流側電流 i_d は、整流期間（モード1）中は(1)式に示されるように交流側電流 i_a に等しく、転流期間（モード2～3）中は(5)式に示されるように一次遅れで減衰する電流となる。この時の初期値は図4に示す方法でコンデンサに充電する。

(4) 比較回路

比較回路は、整流期間（モード1）と転流期間（モード2～4）との間の移行条件を判別し、その条件に従って、リレーを動作させるための回路である。

整流期間から転流期間へ移行する時点は、 $e_d=0$ となる瞬間であり、これは比較回路(1)によって判別し、その出力によってリレーを動作させる。また、転流期間から整流期間へ移行する時点は $i_a=i_d$ となる瞬間で、この判別は比較回路(2)によって行ない、その出力によってリレーを動作させる。（文献1参照）

モード1とモード2～4との間の切替は基本的には上述のようにすればよいのであるが、ただ転流期間中に $i_a=i_d=0$ （モード4）の状態が生じるとリレーの動作が不安定になることがある。これを防ぐために、 S_{w2} を通して比較回路(2)の出力を比較回路(1)へ入れるようにした。そして、 S_{w2} は比較回路(1)の出力より適当に時間遅れをとって、モード1になるより前に ONにし、モード1になった後、 e_d が零になるより前に OFF になるようにした。これによって、モード間の切替動作は安定したものになった。

<2・3> アナログシミュレーション回路の演算過程

図4に示すシミュレーション回路の演算過程を図5に示す。

(1) まず、スイッチ状態は図4に示す位置で演算を開始する。そして電源電圧が正になると直ちにモード1の状態になる。

(2) 直流側電圧 $e_d=0$ になるとモード2の状態になり、 i_d は一次遅れで減衰する。

(3) $i_a=0$ になるとモード3の状態になり、交流側には電流は流れないで、直流側のみ電流 i_d が流れる。

(4) $i_d=0$ になればモード4の状態になるのであるが、直流側回路の時定数が大であると、 i_d が零にならない間に電源電圧が正になって交流側電流 i_a が流れ始め、 $i_a=i_d$ になるとモード1の状態になる。この場合にはモード4の状態は存在しない。

以上の動作が繰り返されて演算が連続的に行なわれる。

<3> 計算例

以上に述べたシミュレーション回路を用いて、各種の回路定数について計算を行ない、ブラウン管オシログラフによる実験結果と比較した。その一例を図6～9に示す。

図8と図9の e_d の波形に若干の差異が認められるが、その他については実験値とほぼ等しく一応満

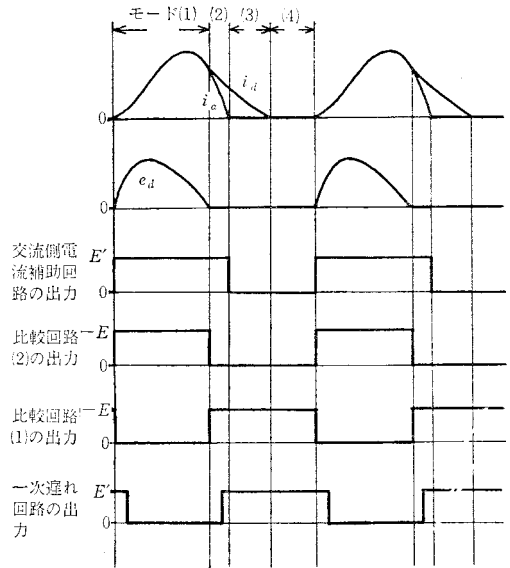
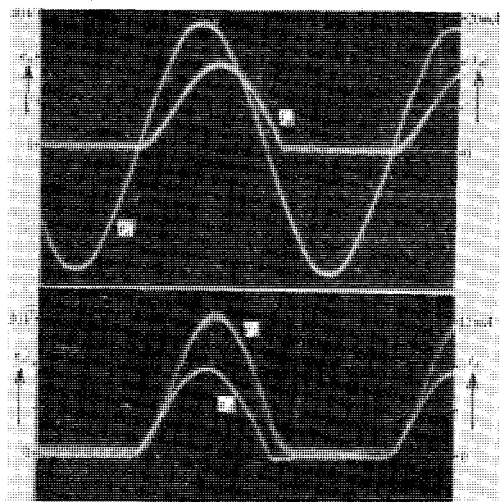


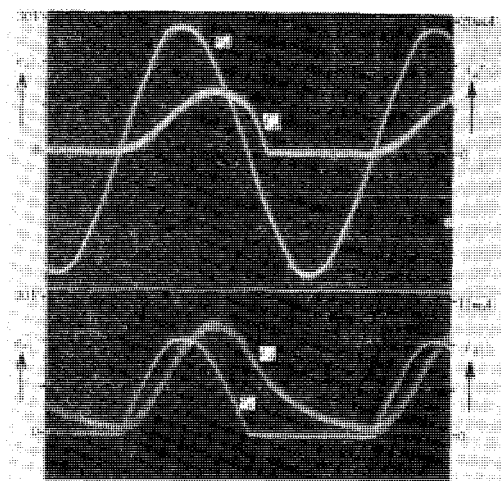
図5 演算過程（図4の場合）

足できるものと思われる。なお，時間変換係数は 600にとった。



$E_a=20$ [V], $R_1=460$ [Ω], $L_1=1.6$ [H]
 $R_2=1510$ [Ω], $L_2=1$ [H]

図6 実験値



$E_a=20$ [V], $R_1=460$ [Ω], $L_1=1.6$ [H]
 $R_2=1510$ [Ω], $L_2=5$ [H]

図8 実験値

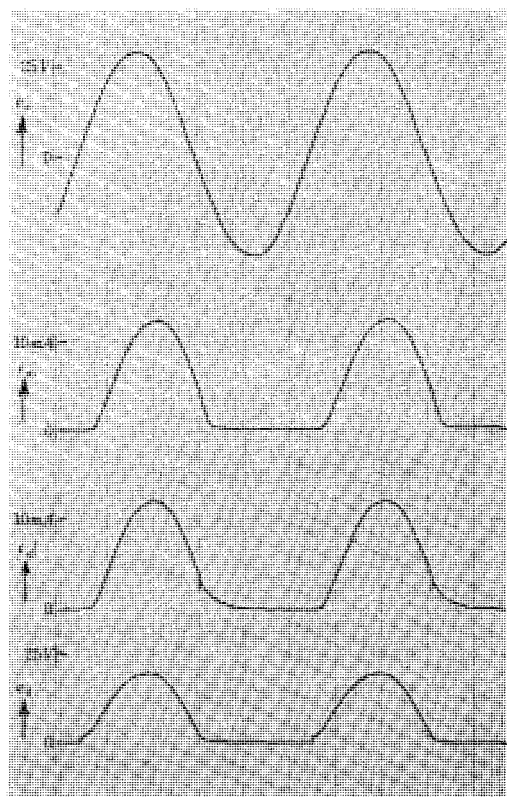


図7 図6のシミュレート

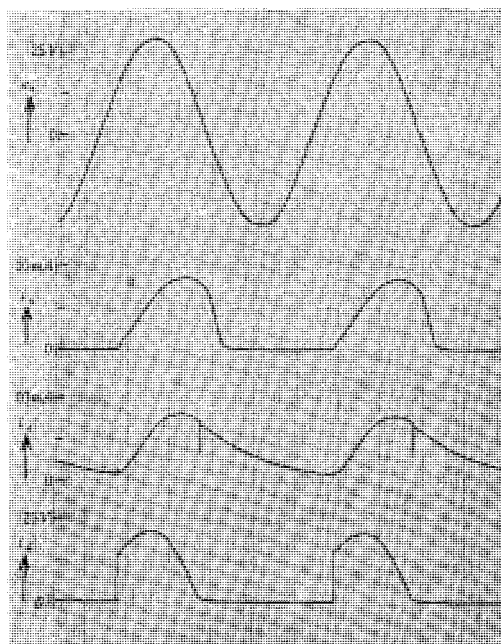


図9 図8のシミュレート

<4> おわりに

本論文では、還流ダイオードを有する単相半波整流回路の定常状態における電圧・電流についてシミュレーションを行なった。引き続いて、過渡時の検討、非線形素子を回路に含む場合の検討を進めて行く考えである。

なお、デジタル計算機の方が精度が高いので、線形回路の場合のデジタルシミュレーションも行う考えである。

終りに、本校の卒業研究として、多大のご協力をいただいた島谷涼一君に謝意を表する。

文 献

- 1) 脇所・山下：単相全波整流回路のアナログシミュレーション，呉高専研究報告，第6巻，第1号，昭45—10，93頁，101頁

(昭和47年1月8日 受付)

電気工学科における情報処理教育と ミニ・コンピュータの利用について

(電気工学科) 村 上 滋 樹

A Study on the Information processing Education in the School
of Electrical Engineering and the Use of Mini-Computer.

Shigeki MURAKAMI

Recently, the information processing education became very important task to us.

In this paper, the course of the information processing education in the school of electrical engineering of technical college is examined learning from some experiences, and the use of mini-computer is studied using example FORTRAN programmes. Furthermore, the mini-computer system for many students training is discussed.

1. 緒 言

数年来、情報処理 (Information Processing) とか情報処理教育 (Information Processing Education (IPE)) ということが盛んに使われるようになり、学校教育も新しい流れに沿って変革を行なってきつつある。

JIS の規定によると、「情報」は「一定の約束に基づいて人間がデータに与えた意味」であり、「情報処理」は「与えられた情報から目的に沿った情報をうること」でデータ処理はもとより翻訳、図形、文字、音声の識別などを含んでいる。⁽¹⁾

一方、文部省情報処理教育会議第2次中間報告⁽²⁾によると、学校における情報処理教育 (IPEと略記する) は一般的 IPE と専門的 IPE に分けられ、その目標は一般的 IPE においては、「電子計算機を理解し、これを積極的に利用しようとする態度や能力の基礎を養うこと」として利用者側技術者の養成を目指し、専門的 IPE においては、「電子計算機を開発したり、これを十分使いこなしたりするのに必要な人材を養成すること」とし開発者側技術者の養成を目指している。

高等専門学校における IPE は、各学科共通に一般的 IPE を行なうとともに、電気工学科などにおいては履習科目の関連性を生かして専門的 IPE にある程度近寄ったものを目指すのがより好ましいあり方であり、可能性は十分あると考えられる。

具体的には、まず利用者側技術者としての能力を養成し、次により進んだハードウェア、ソフトウェアに関する技術を習得させ、将来、会社内などにおけるより専門的教育を受けた後に S.E. などとして活躍できる素地を与えておくべきであろう。

また、IPE において、コンピュータ実習は欠かせないものであり、実験実習教育を特徴の一つとする高専教育においては特に大切であるが、現時点では、各高専で利用できるコンピュータの多くはミニ・コンピュータで、その能力はかなり低い。これをどのようにして効果的に使用するか、IPE をすすめていく上での大きな課題となっている。

本報告は、高専電気工学科におけるIPE計画について検討し、ついでミニ・コンピュータ（以下ミニコンと略記する）を利用した教育のすすめ方を例題研究のかたちで考究したものである。

2. 本校電気工学科におけるIPEの実績と計画

過去3回卒業生を送り出し、今春第4回生を送ることになるが、これら卒業生のうち明らかに電子計算機（EDP）関連部門に進出したものは表1のようになっており、45年度全国平均⁽³⁾の7[%]と比べてみて略平均的である。

本校におけるIPEは、43年度に「電子計算機（35時間）」の科目がとり入れられたときに始まり、45年度よりソフトウェア教育にかなりの重点を置く必要を痛感し、70時間に増強された。さらに45年度末にはミニコン（HITAC 10）の基本システムが導入され、本年度よりEDP実習が本格的に実施され、IPEに関する科目は「電子計算機概論（35時間）」、「電子計算機（70時間）」と大幅に増加された。来年度以降については、表2のような教育課程が計画されており、当分の間はこの計画通り実施される予定である。

表1 本校電気工学科卒業生のEDP部門進出状況

卒業年度	43	44	45	46	計
卒業生数	39	36	39	39	153
進出者数	5	2	4	2	13
進出率[%]	12.8	5.5	10.3	5.1	8.5

表2 電気工学科における情報処理教育計画

学 年	科 目	時 間	内 容
3	電子計算機概論	35	EDPシステム概論, FORTRAN (PL/I, BASIC)
4	電気計算工学(仮称)	35	プログラミング技術, 数値計算法とその応用
5	電子計算機工学	70	論理設計, EDP装置各論, ソフトウェア各論
	情報工学	70	情報理論, 応用情報処理技術

実習については後述するが、3学年における「電子計算機概論（35時間）」は、47年度より各学科共通に同一担当教官により実施することを校内の「情報処理教育推進委員会」より具申し、決定されている。

46年度における他高専のIPE関係科目の標準的な時間配分は⁽⁴⁾、「電子計算機概論」70時間、「電子計算機」70時間、「情報理論」35時間となっておりこれらに比べて情報工学の時間数が多いが、これはこの中でオートマトン、言語文法、パターン認識などについて触れておきたいと考えているためである⁽⁵⁾。また、「電子計算機概論」と「電気計算工学」をあわせたものが、他校における「電子計算機概論」に相当すると考えている。

各科目間の関係は図1のようになり、このような流れの妥当性については、コンピュータを使ってある問題を解く過程を考えてみればよい。その過程は「問題を分析し定式化されたモデルを選定する」→「数値計算手法を検討する」→「プログラムを作成する」とすすみ、教育の順序としてはプログラミングの知識を与え、これに並行または

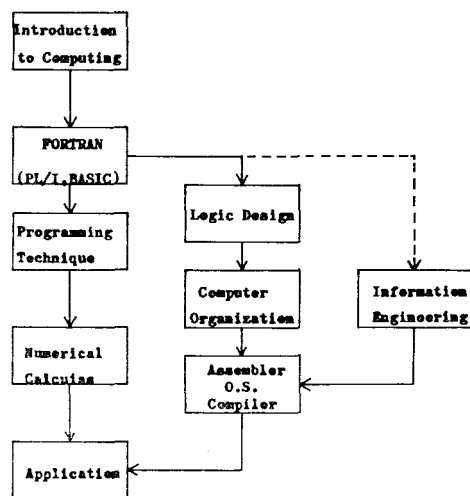


図1 電気工学科における情報処理教育課程

後続して数値計算法を与えるのがふつうであろう。数値計算法は、とくにとり上げなくても、数学教育の中で相当力をいれて取り扱われるので²⁾ よさそうであるが、ここではどのような問題にどのような手法を適用するかといった面に力を入れるようにしたいと考えている。

情報処理教育会議定量部会の報告によると、一般的 IPE に必要な学習時間の標準は講義 180 時間、演習 180 時間、宿題 100 時間、せん孔時間 100 時間、機械時間 6 時間、問題数 60 題となっているが、高専ではこんなに多くの時間をとることは、現行教育課程、設備などより考えてかなり困難である。前述した課程において一般的 IPE の講義は 70 時間と約 40 [%] にすぎないが、各教科内で積極的にコンピュータを活用するよう工夫していけば、実質的に報告書なみの効果はあげうらと思われる。

コンパイラ言語については、現在 FORTRAN が主流であるが、TSS の普及を考慮して BASIC の学習を行なわせたいと考えている。

3. ミニコンの教育への利用

コンピュータが広く使われるようになったのはつぎの 4 特性のためである。

- (1) 高速である。
- (2) 正確である。
- (3) 大量の情報を迅速に呼び出したり、ストアできる。
- (4) 演算を逐次自動的に行なう。

また、コンピュータの得意とする問題は、

- (1) 同一種類の問題について多数回の復用 (repetition) が必要である場合
 - (2) 近似値計算などのように多数回の繰り返し (iteration) を必要とする場合
- などである。

これらの特徴をよく把握して教育をすすめるわけであるが、具体的な利用法はつぎのように三大別で

- (1) コンピュータ実習
- (2) 講義内容の補足手段
- (3) 応用技術計算

(1) はコンピュータのための教育であり、(2) と (3) はコンピュータによる教育の部類に属する。以下、4K 語程度のミニコンにより、どの程度のことがやれるかのめやすを示す意味で、FORTRAN によるいくつかの例題をあげて述べてみる。これらの例題のいくつかは文末にあげた文献を参考にした。⁽⁶⁾⁽⁷⁾

3・1 コンピュータ実習

FORTRAN 実習においては、一応つぎの事項が習得できればよいと思う。

- (1) 入出力文；READ, WRITE, FORMAT, /, I 変換, E 変換, X 変換, H 変換
- (2) 算術文；=, +, -, ., ()
- (3) 制御文；GO TO, IF, DO, CONTINUE, STOP, END
- (4) 配列；DIMENSION

たいていのミニコンは上記の仕様を実質的に満足している。⁽⁸⁾

プログラミング実習でとり上げる問題の類型はつぎのようになる。(図 2)

- (1) 簡単な入出力と処理 (STRAIGHT-LINE)
- (2) 分岐 (BRANCHING)
- (3) 繰り返し (LOOPING)
- (4) 配列を用いた処理

電気工学科の学生を対象とした場合の例題を図 3～7 に示す。

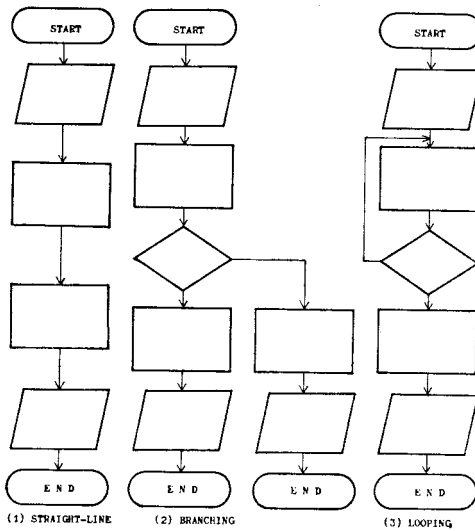


図2 プログラムの類型

```

C : CURRENT OF AC RLC CIRCUIT.
  READ (1, 10) R, EL, C, E, F
10 : FORMAT (5E)
    R2=R**2
    OMG=2.0*3.14159*F
    ANTH=180.0/3.14159
    X=OMG*EL-1.0/(OMG*C)
    X2=X*X
    Z=SQRT (R2+X2)
    CURT=E/Z
  WRITE (1, 15) R, EL, C, E, F
15 : FORMAT (/, "R=",E," L=",E/,"C=",E/,"
    /,"E=",E," F=",E)
  WRITE (1,20) CURT
20 : FORMAT (/, /, "CURRENT=", E)
  IF (X) 1, 2, 3
  1 : ANGL=ATAN (-X/R) *ANTH
    WRITE (1, 21) ANGL
  21 : FORMAT (/, "PHASE =",E," (DEGREE)
    "LEAD")
  STOP
  2 : WRITE (1, 22)
  22 : FORMAT (/, "SERIES RESONANCE")
  STOP
  3 : ANGL=ATAN (X/R) *ANTH
    WRITE (1, 23) ANGL
  23 : FORMAT (/, "PHASE =",E," (DEGREE)
    "LAG")
  STOP
  END

```

```

R= 0.100000000E+04 L= 0.100000000E+01
C= 0.100000000E-06
E= 0.100000000E+03 F= 0.400000000E+03
CURRENT = 0.563615312E-01
PHASE = 0.556938569E+02 (DEGREE) LEAD

```

図4 RLC直列回路の電流 (分岐)

```

C : CALCULATION OF COMPLEX NUMBERS.
C : CV1=A1+ (B1) J
C : CV2=A2+ (B2) J
  READ (1, 100) A1, B1, A2, B2, IOP
100 : FORMAT (4E, I)
  WRITE (1, 105) A1, B1, A2, B2
105 : FORMAT (/, "CV1=",E," + (",E,") J",/,"
    "CV2=",E," + (",E,") J")
  GO TO (10, 20, 30, 40), IOP
10 : ASUM=A1+A2
  BSUM=B1+B2
  WRITE (1, 110) ASUM, BSUM
110 : FORMAT (/, /, "CV1+CV2=",E," + (",E,") J")
  STOP
20 : ASUB=A1-A2
  BSUB=B1-B2
  WRITE (1,120) ASUB, BSUB
120 : FORMAT (/, /, "CV1-CV2=",E," + (",E,") J")
  STOP
30 : APRO=A1*A2-B1*B2
  BPRO=A1*B2+B1*A2
  WRITE (1, 130) APRO, BPRO
130 : FORMAT (/, /, "CV1*CV2=",E," + (",E,") J")
  STOP
40 : D=A2*A2+B2*B2
  ADIV= (A1*A2+B1*B2) /D
  BDIV= (B1*A2-A1*B2) /D
  WRITE (1, 140) ADIV, BDIV
140 : FORMAT (/, /, "CV1/CV2=",E," + (",E,") J")
  STOP
  END

```

```

CV1= 0.100000000E+01 + ( 0.200000000E+01) J
CV2= 0.300000000E+01 + ( 0.400000000E+01) J
CV1*CV2= -0.500000000E+01 + ( 0.100000000E+02) J

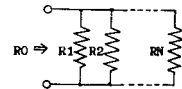
```

図3 複素数の計算 (入出力・四則演算)

```

C: PARALLEL RESISTANCE.
  N=0
  R=0.0
  1: READ(1,100)R
100: FORMAT(4E)
  1: (CR)10,10,20
  20: R1=R1+1.0/R
  N=N+1
  WRITE(1,110)N,R
110: FORMAT(/, "R (",I," )=",E)
  GO TO 1
10: R0=1.0/R1
  WRITE(1,120)N,R0
120: FORMAT(/, /, "PARALLEL RESISTANCE OF",
  "I," RESISTANCES",/," R0=",E)
  STOP
  END

```



```

R ( 1 ) = 0.100000000E+02
R ( 2 ) = 0.200000000E+02
R ( 3 ) = 0.200000000E+02
R ( 4 ) = 0.400000000E+02

PARALLEL RESISTANCE OF 4 RESISTANCES
R0 = 0.444444444E+01

```

図5 任意の個数の並列接続された抵抗の合成抵抗 (GO TO文によるくり返し)

図3は計算形GO TO文を含んだ四則演算で応用性を考えて複素数を選んだ。

図4はリアクタンス分の正、負、零により分岐させた例で一般には二次方程式の根を求める問題が例題としてよく使われている。

図5はGO TO文によるくり返しの例で、入力データの終了を非正值としたものである。

図6はDO文によるくり返しの例で、定義にもとずき簡明な方法で平均値、実効値を求めるプログラムである。

```

C : AVERAGE-VALUE AND EFFECTIVE-VALUE
C : OF SINUSOIDAL WAVE.
  READ (1, 50) E0
50: FORMAT (E)
  VSUM=0.0
  V2SM=0.0
  DIV=3.14159/20.0
  DO 10 I=1, 20
    AI=I
    ADV=AI*DIV
    VS=E0*SIN (ADV)
    VS2=VS*VS
    VSUM=VSUM+VS
    V2SM=V2SM+VS2
10: CONTINUE
  AVER=VSUM/20.0
  EFFV=SQRT (V2SM/20.0)
  WRITE (1, 60) E0
60: FORMAT (/, "MAX VALUE=", E, /, /)
  WRITE (1, 70) AVER, EFFV
70: FORMAT ("AVERAGE-VALUE =", E, /
  /, "EFFECTIVE-VALUE=", E)
  STOP
  END

MAX VALUE= 0.100000000E+03
AVERAGE-VALUE = 0.63510843E+02
EFFECTIVE-VALUE= 0.707107078E+02
    
```

図6 正弦波の平均値と実効値
(DO文によるくり返し)

```

I =      8      R2= 0.400000000E+04
V (      1) = 0.521696361E+01
V (      2) = 0.450649033E+01
V (      3) = 0.977293896E+01

I =      9      R2= 0.449999999E+04
V (      1) = 0.554835228E+01
V (      2) = 0.483687981E+01
V (      3) = 0.961024240E+01

I =     10      R2= 0.500000001E+04
V (      1) = 0.584539836E+01
V (      2) = 0.513303023E+01
V (      3) = 0.946440612E+01

I =     20      R2= 0.100000000E+05
V (      1) = 0.770063261E+01
V (      2) = 0.698267057E+01
V (      3) = 0.855357145E+01
    
```

図7(2) 節点電位解法
(結果の1部)

```

C) NODE VOLTAGES CALCULATION
  DIMENSION A(5, 6)
  READ(1, 100) R1, R2, R3, R4, R5, R6, BETA, E1, E3, E6
100: FORMAT(E, E, E, E, E, E, E, E, E, E)
  N=3
  M=4
  Y1=1.0/R1
  Y3=1.0/R3
  Y3=BETA*Y3
  Y4=1.0/R4
  Y5=1.0/R5
  Y6=1.0/R6
  IV=1
70: AIU=IV
  R2V=(0.1*AIU)*R2
  Y2=1.0/R2V
  WRITE(1, 300) IV, R2V
300: FORMAT(/, /, "I=", I, "
  A(1, 1)=Y1+Y2+Y3
  A(1, 2)=-Y3
  A(1, 3)=0.
  A(1, 4)=Y1*E1-Y3*E3
  A(2, 1)=-Y3-BY3
  A(2, 2)=Y3+BY3+Y4+Y5
  A(2, 3)=-Y5
  A(2, 4)=Y3*E3+BY3*E3
  A(3, 1)=BY3
  A(3, 2)=-BY3-Y5
  A(3, 3)=Y5+Y6
  A(3, 4)=Y6*E6-BY3*E3
  DO 40 K=1, N
    P=A(K, K)
    DO 10 J=K, M
      A(K, J)=A(K, J)/P
10: CONTINUE
  DO 20 I=1, N
    IF (I-K) 21, 20, 21
21: AIK=A(I, K)
    DO 30 J=K, M
      A(I, J)=A(I, J)-AIK*A(K, J)
30: CONTINUE
20: CONTINUE
40: CONTINUE
  DO 7 I=1, N
    WRITE(1, 200) I, A(I, M)
200: FORMAT(/, "V(", I, ")=", E)
  7: CONTINUE
  IF (IV-10) 61, 62, 63
61: IV=IV+1
  GO TO 70
62: IV=10
  GO TO 64
63: IF (IV-100) 64, 65, 65
64: IV=IV+10
  GO TO 70
65: STOP
  END
    
```

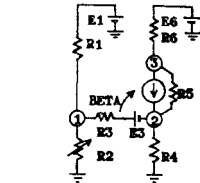


図7(1) 節点電位解法
(配列, くり返し, 連立方程式)

配列については行列に関する計算とか, 連立方程式を解く問題とかが例題としてとり上げられるが, ここではキルヒホッフの法則と連立方程式解法を組み合わせ, さらにバイパス用抵抗を変化させて各点電位の変化をみるようにした例を図7にあげておく。

数値計算手法上より分類したとき,

- (1) 連立方程式・逆行列
- (2) 代数方程式
- (3) 微分方程式
- (4) 数値積分

が含まれるように考慮することが望ましい。

46年度の実習は時間・設備の都合で3題目に終わったが, せん孔時間が実習時間の大部分を占めるので, コーディングは宿題の形でやってこさせなくてはならない。問題も同程度で各人異なったものをやらせると, お互に得るところが多くなる。47年度以降についてはできるだけ多くの問題を実習させたいと検討している。将来 EDP 部門へ進むものについては, 卒業研究の題目選定の際とくに配慮すべきである。

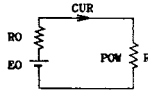
3・2 講義の補足手段としての利用

低学年などにおいて数学の知識が不十分な場合に、数式による証明により理解させることが困難な問

```

C : MAX POWER WHEN R/R0 IS VARIABLE.
WRITE(1,120)
120:FORMAT(/,"      R/R0      " , "      CURRENT      " , "      POWER      ")
      "      CURRENT      "      POWER")
READ(1,130)E0,R0
130:FORMAT(2E)
PM=0.0
DO 10 I=5,15
  FI=1
  D0=1*FI
  R=D*R0
  CUR=E0/(R+R0)
  POW=CUR*CUR*R
  IF (PM-POW) 20,25,25
20:DM=D
  PM=POW
25:WRITE(1,200)D,CUR,POW
200:FORMAT(/,"      D      " , "      CUR      " , "      POW      ")
101:CONTINUE
WRITE(1,300)PM,DM
300:FORMAT(/,"      MAX POWER=      " , "      WHEN R/R0=      ")
      "      WHEN R/R0=      ")
STOP
END

```



R/R0	CURRENT	POWER
0.500000001E+00	0.666666667E+00	0.222222222E+00
0.600000003E+00	0.428571429E+00	0.234375000E+00
0.700000001E+00	0.588235294E+00	0.242814533E+00
0.800000001E+00	0.555555557E+00	0.247313590E+00
0.900000002E+00	0.523815791E+00	0.249307477E+00
1.000000000E+01	0.500000001E+00	0.250000000E+00
0.110000000E+01	0.476190477E+00	0.249433106E+00
0.120000000E+01	0.454545455E+00	0.247933894E+00
0.130000000E+01	0.434782607E+00	0.245746692E+00
0.140000000E+01	0.416666667E+00	0.243055555E+00
0.150000000E+01	0.400000000E+00	0.240000000E+00

MAX POWER= 0.250000000E+00
WHEN R/R0= 0.100000000E+01

図8 最大負荷条件

```

C : EXAMPLE OF BOOLEAN SIMULATION.
C : SIMULATION OF A FULL-ADDER.
      DIMENSION K(3)
WRITE(1,200)
200:FORMAT(/,"      C      A      B      " , "      SUM      CARRY      ")
      "      SUM      CARRY")
C : INITIALIZE THE INPUT TRUTH TABLE
C : TO ZERO.
DO 10 I=1,3
  K(I)=0
10:CONTINUE
C : DRIVE THE TRUTH TABLE FOR THE SUM &
C : AND THE CARRY L.
DO 120 I=1,8
  L=K(1)*K(2)+K(1)*K(3)+K(2)*K(3)
  IF(L) 20,30,20
20:L=1
30:LT=K(1)*K(2)+K(1)*K(3)+K(2)*K(3)
  IF(LT) 40,50,40
40:L1=1
50:M=(1-L)*LT+K(1)*K(2)+K(1)*K(3)
  IF(M) 60,70,60
60:M=1
70:WRITE(1,210)K(3),K(2),K(1),M,L
210:FORMAT(/,3I,"      " , "      ")
C : GENERATE THE NEXT INPUT COMBINATION.
  K(3)=K(1)*K(2)+K(1)*K(3)+K(2)*K(3)
  IF(K(3)) 80,90,80
80:K(3)=1
90:K(2)=K(1)*K(2)+K(1)*K(3)+K(2)*K(3)
  IF(K(2)) 100,110,100
100:K(2)=1
110:K(1)=1-K(1)
120:CONTINUE
STOP
END

```

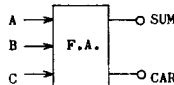


図10 2進数全加算器のシミュレーション

```

C : PLOT A CURVE.
C : CURRENT OF RLC-CIRCUIT.
      DIMENSION NX(50), Y(50)
      READ(1,100) N0, NMAX, IH
100:FORMAT(3I)
      READ(1,110) R, EL, C, V
110:FORMAT(4E)
      L=0
      IHD=IH-1
      N01=N0-1
      R2=R*R
      DO 10 I=N0, NMAX, IH
        F=1
        W=3.14159*2.0*F
        XL=W*EL
        XC=1.0/(W*C)
        X0=(XL-XC)*(XL-XC)
        Z=SQRT(R2+X0)
        K=I-N01-L*IHD
        Y(K)=V/Z
        NX(K)=I
        L=L+1
10:CONTINUE
      WRITE(1,190)
190:FORMAT(/,"      FREQUENCY      " , "      CURRENT      ")
      KM=(NMAX-N0)/IH+1
      DO 20 I=1, KM
        A0=Y(I)
        IA=10.0*A0
        AI=IA
        A0I=0.1*AI
        IA0=IA
        AIA=IA0
        AU=AIA+0.5
        IF (A0I-AU) 11,12,12
11:NORV=IA0
        GO TO 13
12:NORV=IA0+1
13:WRITE(1,200) NX(I)
200:FORMAT(/,I,"      I      ")
      DO 30 K=1, 50
        IF (NORV-K-1) 15,15,15
15:WRITE(1,210)
210:FORMAT("      ")
30:CONTINUE
      WRITE(1,220)
220:FORMAT("OVER")
      GO TO 20
15:WRITE(1,230)
230:FORMAT(" * ")
20:CONTINUE
      STOP
      END

```

図9(1) 周波数対電流のグラフ

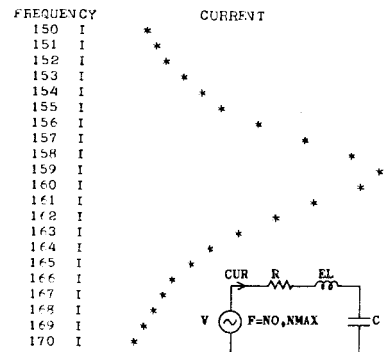


図9(2) 周波数対電流のグラフ(結果)

題について、数値例を示してやれば実証的に理解させることができる。例えば、図6はその一例であり、また図8のように最大負荷条件を求める場合で作図等による説明ではやや不十分であるのを数値で明確に示してやることができる。

図9は周波数の変化に対する電流変化の様子を図示させたもので、直観的に事象をつかませることができる。プログラムの後半は4捨5入の計算とグラフをかかせるルーチンで、正規化ルーチンを付加して一般化すれば応用範囲が拡大できる。

図10は2進数全加算器のシミュレーションの例である⁽⁹⁾。これらの例を通じて、授業効果を高めると共にコンピュータ利用法についての学生の関心と理解を深めさせることができると思う。

3・3 応用技術計算

これは各科目において多くの適用できる問題があり、担当教官の創意工夫をまつことになるが、私に關係のある2例をあげて参考に供したい。

図11は実験式(直線)を求めるもので、2次曲線に適用できる。図12は伝達関数が既知のとき、特定入力に対する出力を計算できる⁽⁷⁾。グラフをかかせて、アナコンで得られる解と比較すると面白いと思う。このような問題を宿題として与えて、コンピュータを自発的に利用させるようにしたらよいと思う。

```

C:LEAST MEAN SQUARE METHOD.
DIMENSION X(50), Y(50), HAT(2), V(2,2)
READ(1,100) N, SIGM
100: FORMAT(I,E)
DO 5 I=1,N
  READ(1,110) X(I), Y(I)
110: FORMAT(F,E)
5: CONTINUE
SIGM=SIGM**2
FY=Y
A=0.0
B=0.0
C=0.0
D=0.0
DO 20 I=1,N
  A=A*X(I)
  B=B*X(I)**2
  C=C*X(I)*Y(I)
  D=D*Y(I)
20: CONTINUE
E=FY*B-A
HAT(1)=(B*D-A*C)/E
HAT(2)=(-A*D+FN*C)/E
V(1,1)=B*SIGM/E
V(2,1)=(-A*SIGM)/E
V(1,2)=V(2,1)
V(2,2)=FN*SIGM/E
RSQ=-(HAT(1)*D+HAT(2)*C)
DO 30 I=1,N
  RSQ=RSQ+Y(I)**2
30: CONTINUE
WRITE(1,200)
200: FORMAT(/,"FITTING A STRAIGHT LINE")
WRITE(1,210) N
210: FORMAT(/,"N=",I,/,/, "ESTIMATION OF H")
WRITE(1,220) HAT(1), HAT(2)
220: FORMAT(/,"HAT(1)=",E,/, " HAT(2)=",E)
WRITE(1,230) V(1,1), V(2,1)
230: FORMAT(/,/, "COVARIANCES",/, "V(1,1)=",E,/,
  " V(2,1)=",E)
WRITE(1,240) V(1,2), V(2,2)
240: FORMAT(/,/, "V(1,2)=",E,/, " V(2,2)=",E)
STOP
END

FITTING A STRAIGHT LINE
N= 5

ESTIMATION OF H
HAT(1)= 0.313565630E+01  HAT(2)= 0.513685493E+01

COVARIANCES
V(1,1)= 0.720036890E-01  V(2,1)= -0.145237703E-01
V(1,2)= -0.145237703E-01  V(2,2)= 0.597540978E-02

```

図11 実験式を求めるプログラム

```

C : TRANSFER FUNCTION.
C : G(S) =S/(S**2+1).
C : X(T) =A*T**2+B*T+C
DIMENSION Y(2), Y1(2), A1(2), A2(2),
  A3(2), A4(2), F(2)
READ(1,100) A, B, C, Y(1), Y(2), H, T0, TMAX
100: FORMAT(8E)
N=0
T=T0
X=A*T**2+B*T+C
WRITE(1,105)
105: FORMAT(/," T Y(1) Y(2) X'
  Y(1) Y(2)")
1: WRITE(1,110) T, X, Y(1), Y(2)
110: FORMAT(/,/,E,/, "E,/, "E,/, "E)
M=0
DO 11 I=1, 2
  Y1(I)=Y(I)
11: CONTINUE
GO TO 24
12: DO 13 I=1, 2
  A1(I)=H*F(I)
13: CONTINUE
X=A*((T+H/2.0)**2)+B*(T+H/2.0)+C
DO 14 I=1, 2
  Y1(I)=Y(I)+A1(I)/2.0
14: CONTINUE
GO TO 24
15: DO 16 I=1, 2
  A2(I)=H*F(I)
16: CONTINUE
X=A*((T+H/2.0)**2)+B*(T+H/2.0)+C
DO 17 I=1, 2
  Y1(I)=Y(I)+A2(I)/2.0
17: CONTINUE
GO TO 24
18: DO 19 I=1, 2
  A3(I)=H*F(I)
19: CONTINUE
X=A*((T+H)**2)+B*(T+H)+C
DO 20 I=1, 2
  Y1(I)=Y(I)+A3(I)
20: CONTINUE
GO TO 24
21: DO 22 I=1, 2
  A4(I)=H*F(I)
22: CONTINUE
DO 23 I=1, 2
  Y(I)=Y(I)+(A1(I)+2.0*(A2(I)+A3(I)+A4(I)))/6.0
23: CONTINUE
N=N+1
TI=N
T=T0+TI*H
X=A*(T**2)+B*T+C
IF (TMAX-T) 25, 25, 1
24: F(1)=Y1(2)
F(2)=X-Y1(1)
M=M+1
GO TO (12, 15, 18, 21), M
25: STOP
END

```

図12 伝達関数

3・4 ミニコン使用の実状

現在のシステムは4 K語の CPU とデータライタの基本構成で、電気5年に毎週6時間の実習(1班4名編成)と卒業研究を行なわせており、機械5年、建築5年は卒業研究に利用している。その他の時間は教官研究に利用されている。設置以来の延べ使用時間は、12月末で約1400時間、夏休みを含めての平均利用率は1日6時間として1月当たり、23日となっており、かなり利用しているといえる。

使用言語は殆んど FORTRAN で、その使用モードは2パスであり、ユーザエリアは約1 K語、連立方程式は17元まで解ける。

なお、このシステムは今年度内に、記憶装置4 K語、高速テープ読取機、オフライン用せん孔タイプライタが増設されることになっており、増設後は処理能力は3倍位になると想定している。言語仕様もレベルアップされ JIS 水準 3000の FORTRAN, BASIC, マクロアセンブラが使えるようになる。

3・5 ミニコンによる多人数教育システムについて

多人数教育における第一の問題点は入力をどうするかということである。費用の点からいくと紙テープ式の方が安上りである。1班4名編成とすると少なくとも4台のせん孔機が必要で、40名の学級を対象とすると2名に1台の割合として20台は必要であろう。このための経費は400万円(20万円×20)位で、実習に力をいれる高専教育のために是非とも実現して欲しいものである。ミニコンによるシステムの一例をあげると図13のようになるが、欲をいえばライン・プリンタが欲しい。

第2の問題点は、コンパイラの性能でつぎの条件を満たしていることが望ましい。

- (1) 常駐でありコンパイル・アンド・ゴーを行なうことができる。
- (2) JIS 水準 3000に近いこと。
- (3) A変換が使えること。
- (4) エラーメッセージが親切にできていること。

これらの条件を殆んど満たしたものとして武市・米沢の「4K Resident FORTRAN」⁴⁰がある。これには水準7000を上回るものも含まれており実用上の便利さがよく考慮されている。エラーメッセージもコンパイル時19種類、実行時8種類でかなり親切である。ユーザエリアは約800語、連立方程式は15元まで解けるようで、2パスモードのものと余り差はなく優秀さがうかがえる。

エラーメッセージが親切で明確にできていればコンピュータ実習における教師の負担をかなり軽減させてくれるし、CAI への道も近くなってくる。より優秀なコンパイラが多く出てくることを期待したい。

4. 結 言

呉高専電気工学科における情報処理教育の実績と今後の計画、ミニコンを利用した教育のあり方について考察し、例題プログラムのいくつかを紹介した。コンピュータ要員の問題には言及しなかったが、IPE 充実のため早急に定員化して欲しいものである。浅見のため、思わぬ誤りもあるかと思うが、IPE 発展のための一矢となれば幸である。

終りに、いろいろご検討、ご助言頂いた電気工学科教官各位に感謝する。

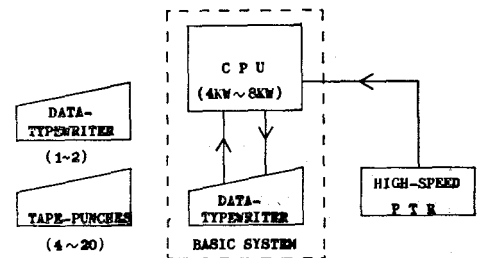


図13 多人数教育用ミニコンピュータ・システム
(紙テープ式, 750~1,300万円)

参 考 文 献

- (1) JIS C-6230 (1970)：情報処理用語.
- (2) 情報処理教育に関する会議：情報処理教育の振興について（第二次中間報告）；昭和46年5月. または
角井 宏：「情報処理教育の振興について」の概要；情報処理, Vol. 12, No.12, 1971, pp.785~786.
- (3) 角井 宏：高等専門学校におけるコンピュータ教育；情報処理, Vol. 12, No.11, 1971, pp.705~708.
- (4) 国立高等専門学校協会教育課程等委員会：情報処理教育資料, 昭和46年3月.
- (5) 田中幸吉：情報工学；朝倉書店, 昭和44年9月. (46年度「情報工学」使用教科書)
- (6) 国井ほか：FORTRAN 数値計算とプログラミング；共立出版, 昭和45年11月.
- (7) 電気学会通信教育会：電子演算工学概論；電気学会, 昭和45年6月.
- (8) 原 哲夫：ミニコンのソフトウェア；電子技術；第13巻, 第5号 (1971), pp.18~22.
- (9) M.M. Mano：SIMULATION OF BOOLEAN FUNCTIONS IN A DECIMAL COMPUTER；
Communications of the ACM, Vol. 3, No. 1, 1965.
- (10) 日本経営情報開発協会コンパイラ開発コンクール審査委員会：「ミニコンピュータにおける FORTRAN コンパイラ開発コンクール」報告書；昭和46年12月.

(昭和47年1月8日 受付)

衝撃電圧発生器を利用した開閉インパルス 発生器の回路計算

(電気工学科) 若 宮 正 明

Culcation of Switching Impulse Voltage Generator
Circuit utilized Standardwave Impulse Generator

Masaaki WAKAMIYA

Today, power transmisson voltage adopted in supplying electricity tends to becone higher and higher. With its high intension there are raised some questions. One of them is a question as to how the transmisson system should be protected against external abnormal voltage.

It is not so much lightning impulse as abnormal voltage caused by suwitching transmisson system—switching surge. That has been thought much of as a measure against external abnormal voltage.

In this report we have made the calculation of circuit in the suwitching impulse voltage generator in which a standard wave impulse voltase generaton is made use of, and given examples applied on the above culcation, adding some comments.

§ 1. 緒 言

我国の送電々圧は最高 275kVであったが、次段の送電々圧として 500kVが国内的に決定され、10年後にはさらに UHV として 1000kV程度が考えられている。

送電々圧が高くなるにつれ、経済性を考慮して高度の低減絶縁を採用することになり、系統に発生する開閉サージが BIL に近くなる。反面、雷サージによる放電特性は放電間隙長とほぼ比例するが、開閉サージによるそれは間隙長が大きくなっても飽和する傾向にあるため、超高圧系では開閉インパルスによる試験がきわめて重要となってくる。

開閉インパルス耐電圧値は、従来 BIL の 83% を採用している例が多いが、上記の意味で $1/1.1=91\%$ くらい考える場合もあり、絶縁設計は雷サージより開閉サージを対称として考えねばならなくなる。

標準開閉インパルスの波形は、国内・国外とも正式に決定していないが、(1) 外部絶縁試験用としては、波頭長が $100\sim 500\mu s$ 波尾長が $2500\mu s$ の非振動性インパルスを、(2) 内部絶縁試験用としては波高値が 30% 以上の継続時間が $200\mu s$ 、といった波形を考えているようである。

このように開閉インパルスの波形の決め方として、① 0~100% になる時間=波頭時間、② 10~90% 法による波頭長、③ IMP の場合と同様 30~90% 法による波頭長、④ 90~90% 波による波高値継続時間、等があるが、⑤ 波尾長は波高値の 50% になる迄の時間、として一定している。

この論文では、上記任意の開閉インパルス波形を得るための発生回路定数を求める方法、及び逆に、回路定数が決められていて、発生波形を求める計算、等をミニコン (HITAC-10) を使用して計算した結果である。

§2. 開閉インパルスの基本発生回路

開閉インパルス電圧の発生法は、衝撃電圧発生器 (IG と略) を利用した方法、及びその他数種の方法があるが、通常 IG を利用した第1図の方法が最も多く用いられる。

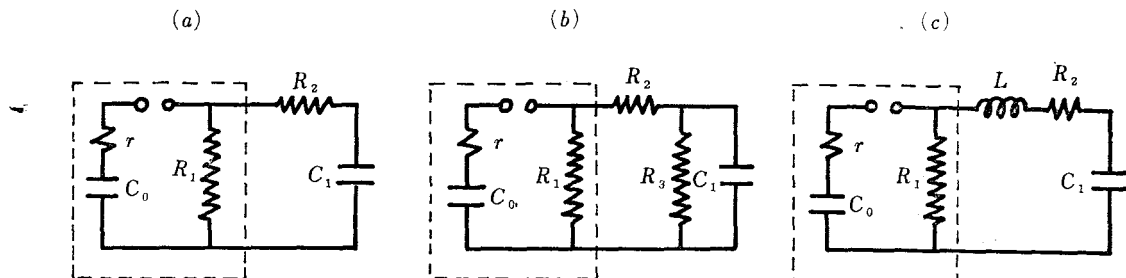


図1 開閉インパルスの基本発生回路

第1図(a)は、IG の充電抵抗をそのまま利用して R_1 とし、それに高抵抗 R_2 及び結合コンデンサ C_1 を用いる。図(b)は、図(a)に加えて波尾調整用として R_3 を加えたもの、図(c)は、図(b)の R_2 の代りに直線上昇開閉インパルスを得るために L を加えたもので、波頭部分に振動が重なるので、 R_2 の直列抵抗を加えて振動を少なくする。 r は IG の制動抵抗である。

§3. 開閉インパルス波形の定義

第2図に於て、次の様に定義する。

- 1) 原点から波高値に達する迄の時間 $T_{cr} \equiv t_1$
- 2) 30~90%法による波頭長 $\equiv t_2$
- 3) 10~90%法による波頭長 $\equiv t_3$
- 4) 90%以上の継続時間 $T_d \equiv t_4$
- 5) 原点と半高値点との時間 $T_h \equiv t_5$

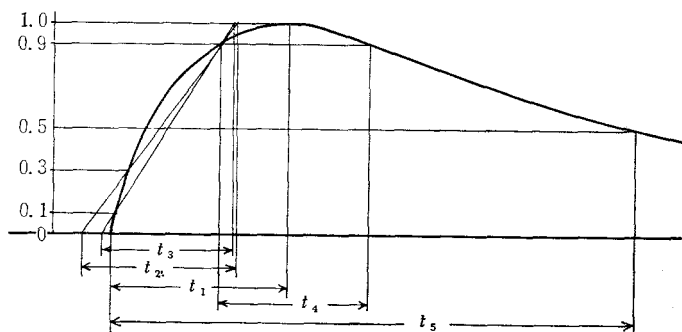


図2 波形の定

§4. 回路解析

4.1 第3図について一般的回路解析。

第1図(b)について、第3図の如く各部の電流をとると

$$R_3 i_2 = \frac{q_1}{c_1}$$

$$R_2(i_1 + i_2) + R_3 i_2 = R_1 i_3$$

$$r(i_1 + i_2 + i_3) + R_1 i_3 + \frac{q_0}{c_0} = 0$$

これを整理して、 i_2 について微分方程式を求めると

$$R_3 C_0 C_1 (r R_1 + r R_2 + R_1 R_2) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \{R_3 C_1 (R_1 + R_2) + r C_0 (R_1 + R_2 + R_3) + R_1 C_0 (R_2 + R_3)\} \frac{di_2}{dt} + (R_1 + R_2 + R_3) i_2 = 0$$

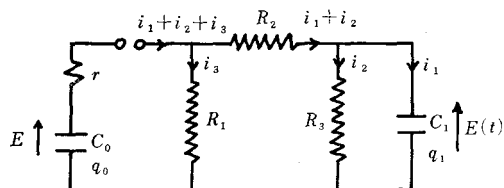


図3

これより i_2 を求め、初期条件として

$$t = 0 \text{ で, } i_2 = 0 \quad i_1 = \frac{E}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 E}{r R_1 + r R_2 + R_1 R_2}$$

を代入して、 $e_{(t)}$ を求めると

$$e_{(t)} = KE(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$$

但し

$$\alpha = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad \beta = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$A = R_3(r R_1 + r R_2 + R_1 R_2) C_0 C_1$$

$$B = R_3(R_1 + R_2) C_1 + r(R_1 + R_2 + R_3) C_0 + R_1(R_2 + R_3) C_0$$

$$C = R_1 + R_2 + R_3$$

$$K = \frac{R_1}{(r R + r R_2 + R_1 R_2) C_1 (\beta - \alpha)}$$

4.2 回路定数が与えられたときの波形計算

$e_{(t)}$ の計算を簡略化するため

$$\left. \begin{array}{l} \alpha t = T \\ \frac{\beta}{\alpha} = k \quad (k \geq 1) \end{array} \right\} \text{とおき } E = 1 \text{ とすると,}$$

$$e_{(t)} = e_{(T)} = K(e^{-T} - e^{-kT})$$

となり、図4の如くとなり k の値により波形は決定される。

与えられた回路定数から α , β , k を計算し、

図4から、①原点から波高値に達する迄の時間 $= T_1$, ②30~90%法による波頭長 $= T_2$, ③10~90%法による波頭長 $= T_3$, ④90%以上の継続時間 $= T_4$, ⑤原点と半波高値との時間 $= T_5$, が得られると $t_1 \sim t_5$ は

$$t_1 = \frac{T_1}{\alpha} \quad t_2 = \frac{T_2}{\alpha} \quad t_3 = \frac{T_3}{\alpha}$$

$$t_4 = \frac{T_4}{\alpha} \quad t_5 = \frac{T_5}{\alpha}$$

として求められる。

しかし図4では正確に読取れないので、 $T_1 \sim T_5$

を求めるには図5、及び図6を使用すると良い。

計 算 例

$$C_0 = \frac{0.5}{20} \mu F \quad C_1 = 2000 \mu F \quad r = 10 \times 20 \Omega \quad R_1 = 500 k \Omega \quad R_2 = 2 k \Omega \quad R_3 = 20 k \Omega$$

とすると、 $\alpha = 1.765 \times 10^3$ $\beta = 2.688 \times 10^5$ $k = \frac{\beta}{\alpha} = 152$ であるから 図5、図6より

$T_1 = 0.035$ $T_2 = 0.019$ $T_3 = 0.0165$ $T_4 = 0.14$ $T_5 = 0.73$ となるから $t_1 = 19.8 \mu s$ $t_2 = 10.8 \mu s$ $t_3 = 9.35 \mu s$ $t_4 = 79.3 \mu s$ $t_5 = 414 \mu s$ として求められる。

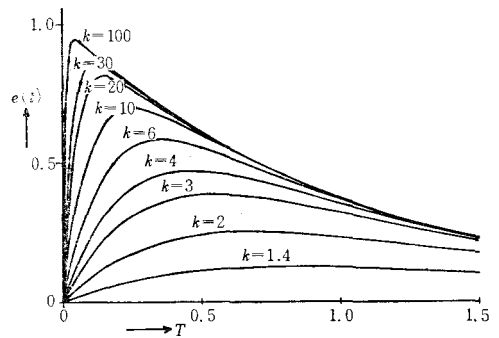
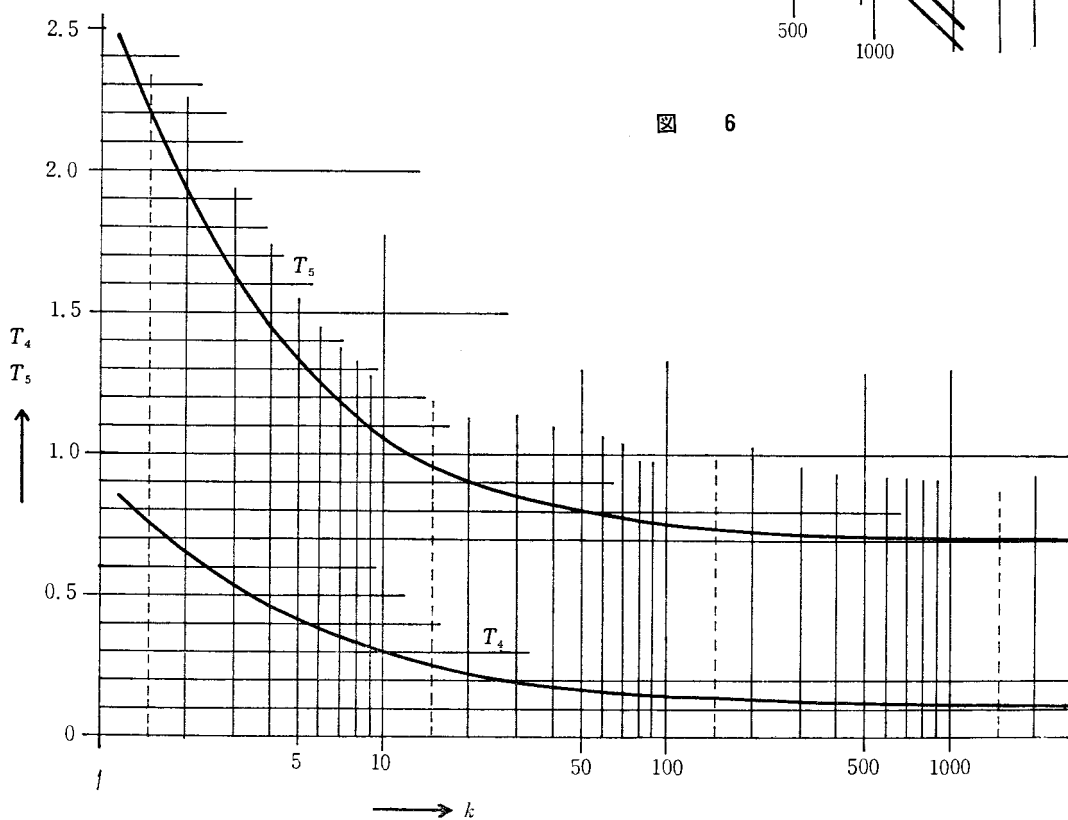
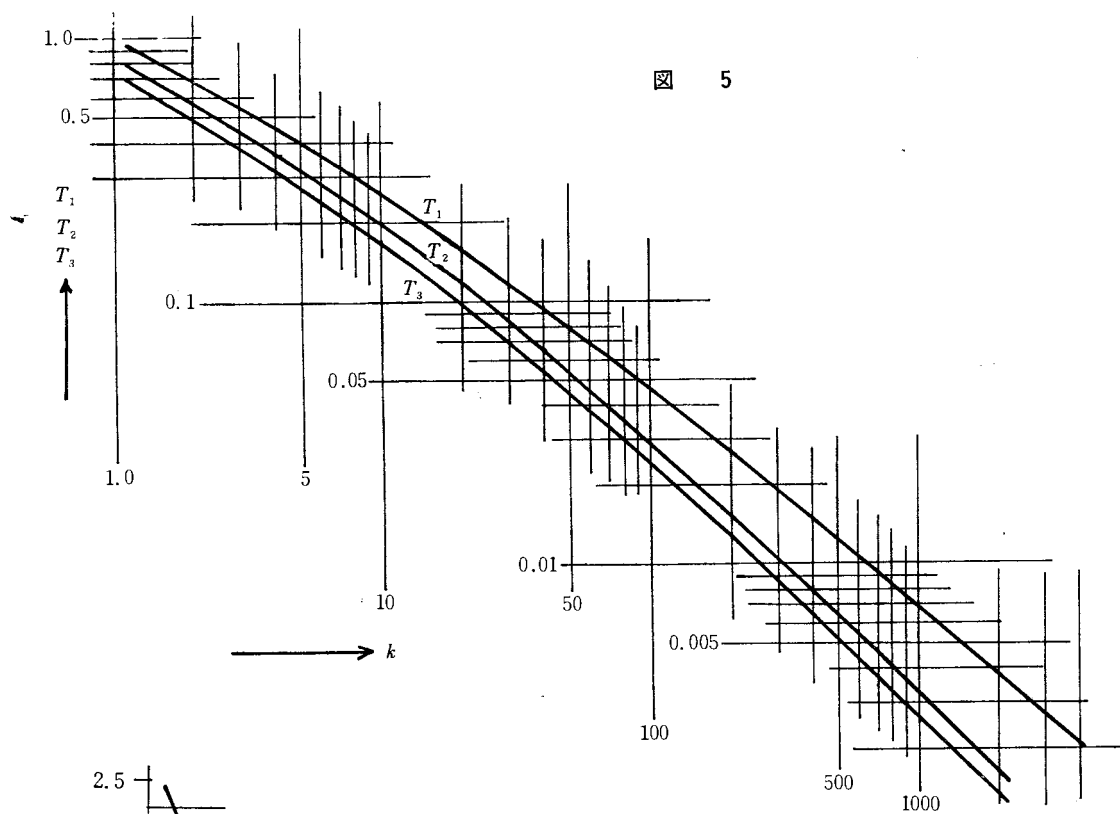


図 4



4.3 波形が与えられた場合の回路定数の計算

概設の衝撃電圧発生器を利用して開閉インパルス発生器を設計しようとする場合、図3に於て C_0 , r , R_1 , は与えられている。又諸事情により C_1 もきまってくるので、これら C_0 , C_1 , r , R_1 より任意の波形（この場合は t_1 及び t_5 が与えられたとする）を得るための R_2 , R_3 の計算は次のように行なう。

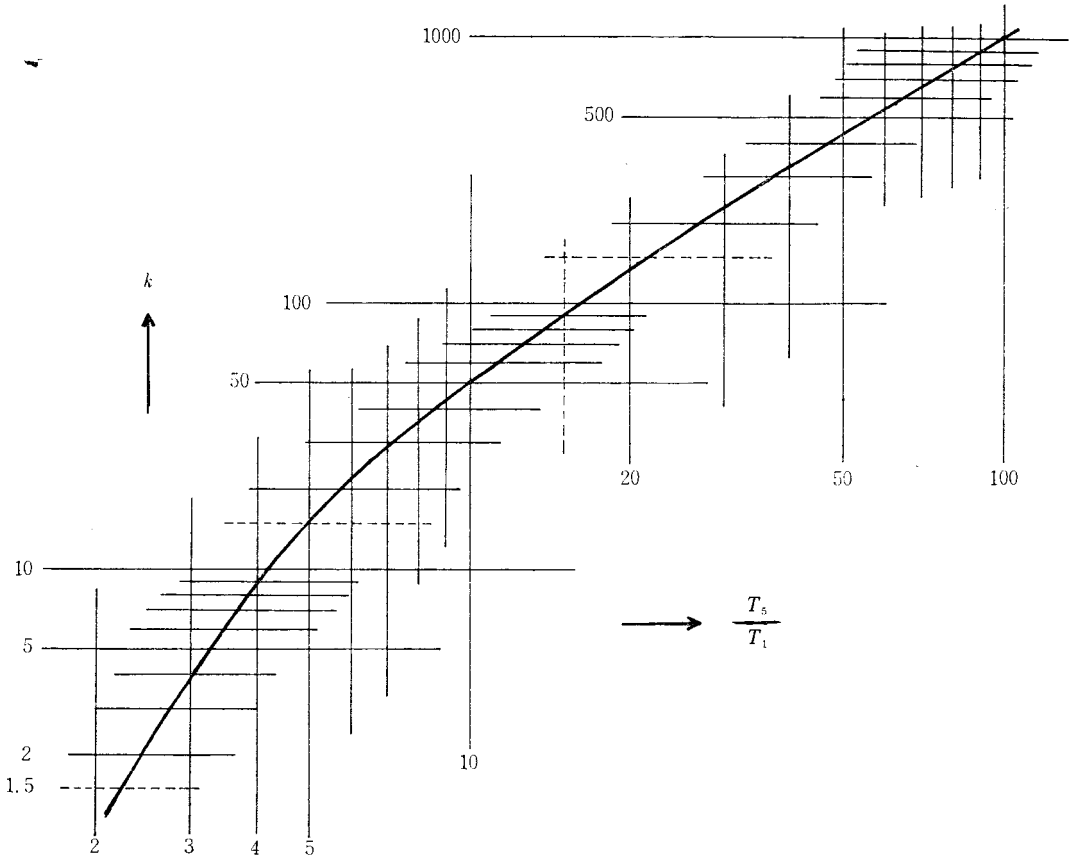


図 7

- (1) $\frac{t_5}{t_1} = \frac{T_5}{T_1}$ を計算し図7より k を求める。
- (2) 図5又は図6より k に対応する T_1 及び T_5 を求める。
- (3) $\alpha = \frac{T_1}{t_1}$ 及び $\alpha = \frac{T_5}{t_5}$ により α を計算する。
- (4) $\beta = k\alpha$ により β を計算する。

$$\alpha + \beta = \frac{R_3(R_1 R_2 + 2)C_1 + r(R_1 + R_2 + R_3)C_0 + R_1(R_2 + R_3)C_0}{R_3(rR_1 + rR_2 + R_1 R_2)C_0 C_1}$$

$$\alpha \beta = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3(rR_1 + rR_2 + R_1 R_2)C_0 C_1}$$

であるから、両式より R_2 , R_3 を求めればよい。

$$R_2 \text{ は } aR_2^2 + bR_2 + c = 0$$

$$\begin{aligned} \text{但し, } a &= C_1 \{ (R_1 + r)^2 C_0^2 \alpha \beta - (\alpha + \beta)(R_1 + r) + 1 \} \\ b &= 2\alpha \beta (R_1 + r) R_1 r C_0^2 + 2R_1 C_1 - (\alpha + \beta) R_1 (R_1 + 2r) C_0 C_1 \\ c &= \alpha \beta R_1^2 r^2 C_0^2 C_1 - (\alpha + \beta) R_1^2 r C_0 C_1 + R_1^2 (C_0 + C_1) \end{aligned}$$

を解いて求める。 R_3' は次式で求める。

$$R_3 = \frac{R_1 + R_2}{\alpha \beta \{ R_1 R_2 + r(R_2 - R_1) \} C_0 C_1 - 1}$$

計算例

当校の衝撃電圧発生器について考えてみると、等価回路図は図8であるから L 、及び R_0 を取除き図3の R_2 、 R_3 、 C_1 を取付けるものとする。 C_1 として $2030PF$ の結合コンデンサを使用し、波形として $t_1 = 100, 250, 500 \mu s$ 、 $t_2 = 2500 \mu s$ を得ようとして計算すると

$$\begin{aligned} t_1 = 100 \mu s \text{ のとき } & \begin{cases} R_2 = 9.34 k\Omega \\ R_3 = -155 k\Omega \end{cases} \quad \text{又は} \quad \begin{cases} R_2' = -147 k\Omega \\ R_3' = 9.12 k\Omega \end{cases} \\ t_1 = 250 \mu s \text{ のとき } & \begin{cases} R_2 = 28.4 k\Omega \\ R_3 = -269 k\Omega \end{cases} \quad \text{又は} \quad \begin{cases} R_2' = -232 k\Omega \\ R_3' = 27.2 k\Omega \end{cases} \\ t_1 = 500 \mu s \text{ のとき } & \begin{cases} R_2 = 96.8 k\Omega \\ R_3 = 816 k\Omega \end{cases} \quad \text{又は} \quad \begin{cases} R_2' = 2100 k\Omega \\ R_3' = -88.3 k\Omega \end{cases} \end{aligned}$$

となる。 t_1 を変化して R_2 、 R_3 及び R_2' 、 R_3' を求めてみると図9となり、 R_2 、 R_3 が正数として存在するのは $t_1 = 460 \sim 550 \mu s$ の範囲内で、従ってこの範囲の波形しか発生出来ないことになる。この原因は R_1 の値が小さすぎるためで、従って対策として R_1 を大きくすればよいが充電時間の問題もあり、任意の波形を得るためにはこの他 R_2 、 R_3 も取替えねばならないので、上記の例のような場合には図1(a)の回路を採用した方が得策となる。

4.4 図1(a)の回路解析

図1(a)について解くには4.1で計算した式に $R_3 = \infty$ を代入すれば得られる即ち

$$e_i = \frac{R_1 E}{\{ r(R_1 + R_2) + R_1 R_2 \} C_1 (\beta - \alpha)} (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$$

但し

$$\alpha = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4A}}{2A} \quad \beta = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4A}}{2A}$$

$$A = \{ r(R_1 + R_2) + R_1 R_2 \} C_0 C_1$$

$$B = C_0(r + R_1) + C_1(R_1 + R_2)$$

回路定数が与えられて波形を計算する方法は、§4.2と同様である。

次に波形が与えられて回路定数を求める方法は、 C_0 、 C_1 、 r 、 t_1 、 t_2 が与えられて、 R_2 、 R_3 を求めれ

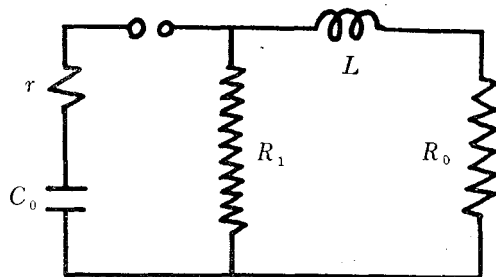


図 8

$$C_0 = \frac{0.5}{6} \mu F$$

$$r = 65 \Omega$$

$$R_1 = 31.9 k\Omega$$

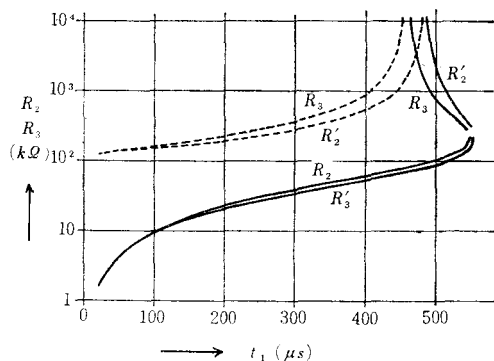


図 9

ばよい。手順は § 4.3 と同様にして α, β を計算する。

$$R_1 \text{ は } R_1 = \frac{C_0(\alpha + \beta) - 2\alpha\beta C_0^2 r \pm \sqrt{\{C_0(\alpha + \beta) - 2\alpha\beta C_0^2 r\}^2 - 4\alpha\beta C_0(C_0 + C_1)\{1 - C_0 r(\alpha + \beta) + C_0^2 r^2 \alpha\beta\}}}{1\alpha\beta C_0(C_0 + C_1)}$$

$$R_2 \text{ は } R_2 = \frac{\alpha + \beta}{C_1 \alpha \beta} - \frac{C_0}{C_1}(r + R_1) - R_1$$

計 算 例

上記の例として $c_0 = \frac{0.5}{6} \times 10^{-6}$ $c_1 = 2000 \times 10^{-12}$ $r = 65$ について、波尾長 $t_2 = 2500 \mu s$ と

して波頭長 t_1 を変化したときの R_1, R_2 を求めてみると図10となり、能率を良くするために、 R_1', R_2' では不適なので R_1, R_2 を採用すればよい。

実際には、波頭長が変化しても、 R_1 の変化はあまり大きくないので、波頭長 $t_1 = 100 \sim 500 \mu s$ 程度では、 $R_1 = 30 \sim 40 k\Omega$ として、 R_2 を変化すればよいことになる。

5. 結 言

上記計算は、本校 I.G. を使用し開閉インパルス発生器を作ろうとしたとき、電中研の原田氏の資料（S45電気学会連合大会）に基づいて計算すると一部資料不足となり、折良く本校にミニコンHITAC10が設置されたので、これを利用して演習をかねて計算を行なったものである。

現在、この開閉インパルス発生器を利用して SF_6 ガスによる小ギャップのコロナ及び放電特性を検討中である。

（昭和47年1月8日 受付）

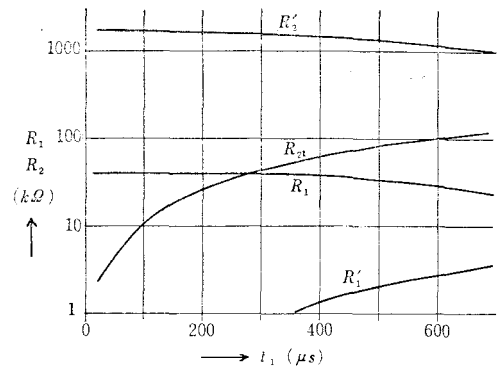


図 10

電子計算機による楕円型境界値問題の 数値解析 (第2報)

(熊本大学) 松 山 公 一
(電気工学科) 森 本 義 広

On the Numerical Analysis of Elliptic Boundary Value Problems by Digital Computer (Report 2)

Kimikadu MATSUYAMA, Yoshihiro MORIMOTO,

In general, solutions of boundary value problems cannot be given in close form, so that the various methods available for approximating solutions have been considered.

In this paper, Dirichlet problems for the two dimensional Poisson's and Laplace's equations are analyzed by digital computer.

We drew up an all-round program to search for equipotential surfaces. Some examples for Dirichlet problems are given.

§ 1 緒 言

電気工学の分野における境界値問題解析の手法として、古から図式解法、電解液槽法、抵抗網法、抵抗紙法等があるが、これらはいずれも極めて煩雑であり、又得られた結果に対する信頼度が不明であるうえ、問題によっては適用できないもの、あるいは大規模な装置を必要とするものもあり実際問題として非常に不便である。これに反して前回報告⁽¹⁾した電子計算機による格子点法はその精度を容易に算出することができ、有限な透磁率あるいは誘電率を有する物質が介在する場合や、複雑な境界条件に対しても容易に適用できる。

前回に引き続き、二次元のラプラスおよびポアソン方程式のディリクレ問題を直角座標系および円筒座標系を用いて解析し、その等ポテンシャル面の汎用プログラムを開発した。

§ 2 ラプラスおよびポアソン方程式の差分近似式と *S.O.R.*

二次元のラプラスおよびポアソン方程式のディリクレ問題において、

直角座標系 $(x-y)$ $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}=0 \text{ の場}\right)$

$$\frac{\partial^2 \phi(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(x,y)}{\partial y^2} + K(x,y) = 0, (x,y) \in R \dots\dots\dots (2-1)$$

$$\text{境界条件: } \phi(x,y) = f(x,y), (x,y) \in S, f(x,y) \in C^0(S) \dots\dots\dots (2-2)$$

円筒座標系 $(r-\theta)$ $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}=0 \text{ の場}\right)$

$$\frac{\partial^2 \phi(r,\theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi(r,\theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi(r,\theta)}{\partial \theta^2} + K(r,\theta) = 0, (r,\theta) \in R \dots\dots\dots (2-1)'$$

境界条件: $\phi(r, \theta) \equiv f(r, \theta)$, $(r, \theta) \in S$, $f(r, \theta) \in C^0(S)$ (2-2)'

ここに S は単連結な集合 G の境界であり, R はその内部である。 $G = S \cup R$

これらの差分近似式は各々次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} + K_0 \simeq & -2 \left(\frac{1}{h_1 h_3} + \frac{1}{h_2 h_4} \right) \phi_0 + \frac{2}{h_1(h_1 + h_3)} \phi_1 \\ & + \frac{2}{h_2(h_2 + h_4)} \phi_2 + \frac{2}{h_3(h_1 + h_3)} \phi_3 + \frac{2}{h_4(h_2 + h_4)} \phi_4 + K_0 \quad \text{.....(2-3) 付(1)} \end{aligned}$$

$$\phi_0 \simeq \frac{h_1 h_2 h_3 h_4}{h_1 h_3 + h_2 h_4} \left\{ \frac{1}{h_1(h_1 + h_3)} \phi_1 + \frac{1}{h_2(h_2 + h_4)} \phi_2 + \frac{1}{h_3(h_1 + h_3)} \phi_3 + \frac{1}{h_4(h_2 + h_4)} \phi_4 + \frac{1}{2} K_0 \right\} \quad \text{.....(2-4)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial \theta^2} + K_0 = & -\frac{2l_1 l_2 + \beta_1 \beta_2 r(l_1 - l_2 + 2r)}{\beta_1 \beta_2 r^2 l_1 l_2} \phi_0 + \frac{2}{r^2(\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_1 \\ & + \frac{l_2 + 2r}{r(l_1 l_2 + l_1^2)} \phi_2 + \frac{2}{r^2(\beta_2^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_3 + \frac{2r - l_1}{r(l_1 l_2 + l_2^2)} \phi_4 + K_0 \quad \text{.....(2-3)' 付(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_0 \simeq & \frac{\beta_1 \beta_2 r^2 l_1 l_2}{2l_1 l_2 + \beta_1 \beta_2 r(l_2 - l_1 + 2r)} \left\{ \frac{2}{r^2(\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_1 + \frac{l_1 + 2r}{r(l_1 l_2 + l_1^2)} \phi_2 + \frac{2}{r^2(\beta_2^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_3 \right. \\ & \left. + \frac{2r - l_1}{r(l_1 l_2 + l_2^2)} \phi_4 + K_0 \right\} \quad \text{.....(2-4)'} \end{aligned}$$

ここに $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ は図 (2-1), (2-1)' に示すように補正の対象となる格子点 R_g 上の, あるいは境界上のポテンシャル値であり, $h_1, h_2, h_3, h_4, l_1, l_2, \beta_1, \beta_2$ はそれぞれ, 0 点から各格子点あるいは境界上までの変位 (距離又は角度) である。

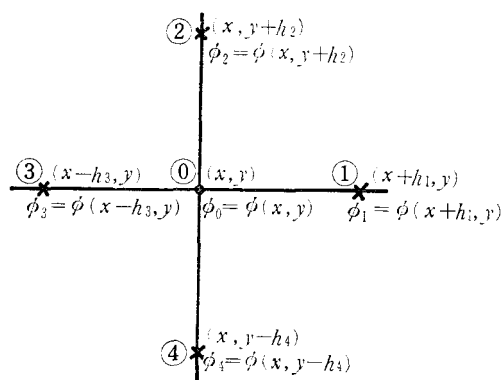


図 (2-1) 格子点法

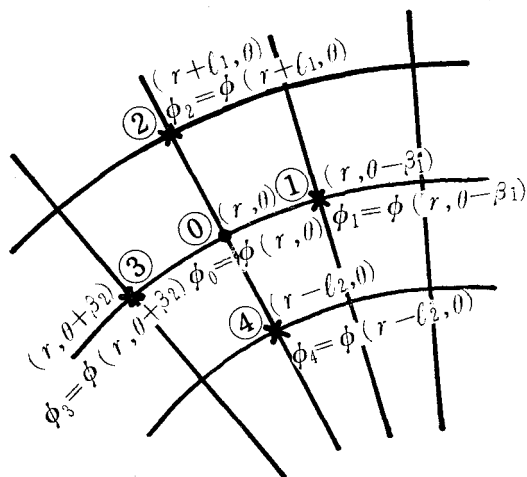


図 (2-1)' 格子点法

R 内の格子点 R_g の数を M 個とすれば, M 個の未知数 ϕ_m ($m: 1, 2, \dots, M$) と M 個の一次方程式が成立する。これを $S.O.R.$ を用いて解析する。(図 (2-2), (2-2)' 参照)

今, 反復順序として, R_g の最下段から行方向に計算を進めるものとするれば,

$S.O.R.$ の反復式は

直角座標系では

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{(k+1)} = & \phi_{i,j}^{(k)} + \omega \left\{ \frac{h_1 h_2 h_3 h_4}{h_1 h_3 + h_2 h_4} \left(\frac{1}{h_1 (h_1 + h_3)} \phi_{i+1,j}^{(k)} + \frac{1}{h_2 (h_2 + h_4)} \phi_{i,j+1}^{(k)} + \frac{1}{h_3 (h_1 + h_3)} \phi_{i-1,j}^{(k+1)} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{h_4 (h_2 + h_4)} \phi_{i,j-1}^{(k+1)} + \frac{1}{2} K_{i,j} \right) - \phi_{i,j}^{(k)} \right\} \dots \dots \dots (2-5) \end{aligned}$$

$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h \text{ のとき}$$

$$\phi_{i,j}^{(k+1)} = \phi_{i,j}^{(k)} + \omega \left\{ (\phi_{i+1,j}^{(k)} + \phi_{i,j+1}^{(k)} + \phi_{i-1,j}^{(k+1)} + \phi_{i,j-1}^{(k+1)} + h^2 K_{i,j}) / 4 - \phi_{i,j}^{(k)} \right\} \dots\dots\dots (2-6)$$

円筒座標系では

$$\phi_{i,j}^{(k+1)} = \phi_{i,j}^{(k)} + \omega \left\{ \frac{\beta_1 \beta_2 (jl)^2 l_1 l_2}{2l_1 l_2 + \beta_1 \beta_2 jl(l_2 - l_1 + 2jl)} - \left(\frac{2}{(jl)^2 (\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2)} \right) \phi_{i-1,j}^{(k+1)} \right. \\ \left. + \frac{l_1 + 2jl}{jl(l_1 l_2 + l_1^2)} \phi_{i,j+1}^{(k)} + \frac{2}{(jl)^2 (\beta_2^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_{i+1,j}^{(k)} + \frac{2jl - l_1}{2l(l_1 l_2 + l_2^2)} \phi_{i,j-1}^{(k+1)} + K_{i,j} \right\} - \phi_{i,j}^{(k)} \quad (2-5)'$$

 $\beta_1 = \beta_2 = \beta, l_1 = l_2 = l$ のとき

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{(k+1)} = & \phi_{i,j}^{(k)} + \omega \left\{ \frac{1}{2(1+1/\beta^2 j^2)} \left(\frac{1}{j^2 \beta^2} \phi_{i-1,j}^{(k+1)} + \left(\frac{1}{2j} + 1\right) \phi_{i,j+1}^{(k)} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{j^2 \beta^2} \phi_{i+1,j}^{(k)} + \left(1 - \frac{1}{2j}\right) \phi_{i,j-1}^{(k+1)} + l^2 K_{i,j} \right) - \phi_{i,j}^{(k)} \right\} \dots (2-6)' \end{aligned}$$

$r=jl=0$ のときは $\phi \equiv f$ で与えられているものとする。

ここに k : 反復回数

ω : 加速係数

ラプラス方程式の差分近似式は上式で $K=0$ と置くことによって得られる。

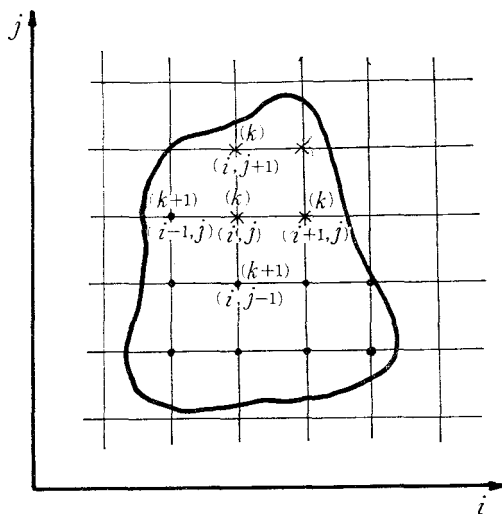


図 (2-2) $S \cdot O \cdot R \cdot$ の反復順序

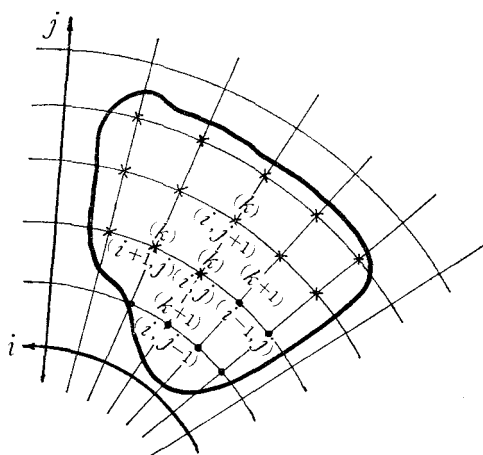


図 (2-2)' $S \cdot O \cdot R \cdot$ の反復順序

ただし・印 $(k+1)$ 回反復， \times 印 (k) 回反復終了

§ 3 境界値問題に対する仮定

(1): 領域は, その境界が直線分によって折れ線近似される (円筒座標系 $(r-\theta)$ では円弧および直線分

によって近似される) 単速連結な領域とする。

- (2): 境界上のポテンシャル値は折れ線近似される関数 $\phi(x, y) \equiv f(x, y)$, $(x, y) \in S$, $f(x, y) \in C^0(S)$, $\phi(r, \theta) \equiv f(r, \theta)$, $(r, \theta) \in S$, $f(r, \theta) \in C^0(S)$ とする。
- (3): 楕円形偏微分方程式は二次元のラプラスあるいはポアソン方程式とする。

§ 4 R 内の格子点 R_θ の識別

境界値問題を格子点法を用いて電子計算機で解析する場合、最も煩雑なことは、ポテンシャル補正の対象となる格子点、すなわち R_θ をどのようにして識別し記憶させるかということである。これについては前報¹⁾ に見ることが出来る。

§ 5 入力様式

§ 3 の仮定に従う境界値問題 (図 (5-1), (5-1)') で n 個の等ポテンシャル面

$$\phi_k = \phi_1 + (k-1) \Delta \phi \quad k: 1, 2, \dots, n \dots \dots \dots (5-1)$$

を求める場合、表 (5-1), (5-1)' のように入力する。

表(5-1)

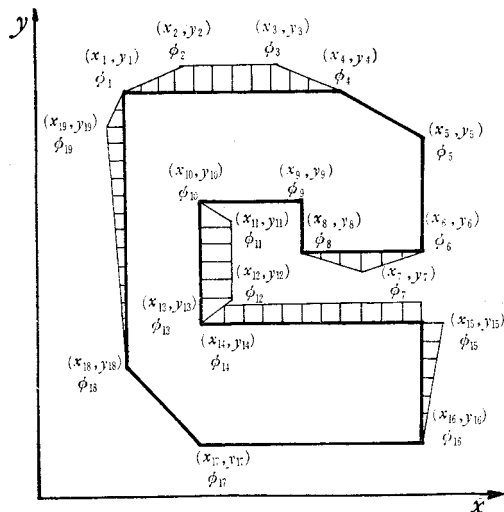
入力データ

$N=19$		
x_1	y_1	ϕ_1
x_2	y_2	ϕ_2
x_3	y_3	ϕ_3
x_4	y_4	ϕ_4
x_5	y_5	ϕ_5
x_6	y_6	ϕ_6
x_7	y_7	ϕ_7
x_8	y_8	ϕ_8
x_9	y_9	ϕ_9
x_{10}	y_{10}	ϕ_{10}
x_{11}	y_{11}	ϕ_{11}
x_{12}	y_{12}	ϕ_{12}
x_{13}	y_{13}	ϕ_{13}
x_{14}	y_{14}	ϕ_{14}
x_{15}	y_{15}	ϕ_{15}
x_{16}	y_{16}	ϕ_{16}
x_{17}	y_{17}	ϕ_{17}
x_{18}	y_{18}	ϕ_{18}
x_{19}	y_{19}	ϕ_{19}
n		
ϕ_1	$\Delta \phi$	

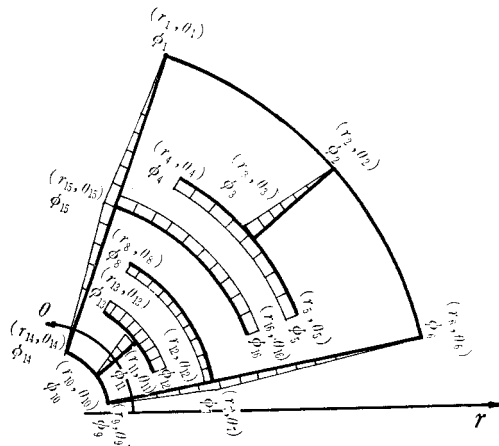
表(5-1)'

入力データ

$N=22$			$\Delta \theta$
r_1	θ_1	ϕ_1	
r_2	θ_2	ϕ_2	
r_3	θ_3	ϕ_3	
r_4	θ_4	ϕ_4	
r_5	θ_5	ϕ_5	
r_6	θ_6	ϕ_6	
r_7	θ_7	ϕ_7	
r_8	θ_8	ϕ_8	
r_9	θ_9	ϕ_9	
r_{10}	θ_{10}	ϕ_{10}	
r_{11}	θ_{11}	ϕ_{11}	
r_{12}	θ_{12}	ϕ_{12}	
r_{13}	θ_{13}	ϕ_{13}	
r_{14}	θ_{14}	ϕ_{14}	
r_{15}	θ_{15}	ϕ_{15}	
r_{16}	θ_{16}	ϕ_{16}	
r_{17}	θ_{17}	ϕ_{17}	
r_{18}	θ_{18}	ϕ_{18}	
r_{19}	θ_{19}	ϕ_{19}	
r_{20}	θ_{20}	ϕ_{20}	
r_{21}	θ_{21}	ϕ_{21}	
r_{22}	θ_{22}	ϕ_{22}	
n			
ϕ_1	$\Delta \phi$		



図(5-1) § 3 の仮定に従う境界値問題



図(5-1)' § 3 の仮定に従う境界値問題

図(5-1), (5-1)'の斜線部分は折れ線近似された境界値ポテンシャル分布を示す。

ここに, N は境界値ポテンシャル分布の折れ線の個数, $\Delta\theta$ はキザミ角, (x, y, ϕ) および (r, θ, ϕ) は各点の座標と境界値ポテンシャルを一組にして, これらを任意の点から右廻りあるいは左廻りに入力したものの, $(n, \phi_1, \Delta\phi)$ は等ポテンシャル面 $\phi_k = \phi_1 + (k-1)\Delta\phi$ を定める定数。

§ 6 フローチャート

プログラムに含まれる主要なサブルーチンとその機能は次のごとくである。

Read Input : 入力 $(N, x, y, \phi, n, \phi_1, \Delta\phi)$ あるいは $(N, \Delta\theta, r, \theta, \phi, n, \phi_1, \Delta\phi)$ を読み込む。

Set of Initial Value : 初期値設定用サブルーチン。

Read Boundary : 境界をアレイ形式でリスト・アップするサブルーチン。

Judge Inside Grid Point : 格子点 R_g の識別用サブルーチン。

Set : 格子間隔以内に境界に近接した格子点に対して, ポテンシャル補正に必要なデータを, アレイ形式でリスト・アップするサブルーチン。²⁾

Relaxation : ポテンシャル補正計算 (S.O.R.) 用サブルーチン。

Judge Convergence : ポテンシャル補正項を

$$\omega \left\{ \frac{h_1 h_2 h_3 h_4}{h_1 h_3 + h_2 h_4} \left(\frac{1}{h_1(h_1 + h_3)} \phi_{i+1,j}^{(k)} + \frac{1}{h_2(h_2 + h_4)} \phi_{i,j+1}^{(k)} + \frac{1}{h_3(h_1 + h_3)} \phi_{i-1,j}^{(k+1)} + \frac{1}{h_4(h_2 + h_4)} \phi_{i,j-1}^{(k+1)} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} K_{i,j} \right) - \phi_{i,j}^{(k)} \right\} \equiv \omega R_{i,j}$$

あるいは

$$\omega \left\{ \frac{\beta_1 \beta_2 (jl)^2 l_1 l_2}{2 l_1 l_2 + \beta_1 \beta_2 jl(l_2 - l_1 + 2jl)} \left(\frac{2}{(jl)^2 (\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_{i-1,j}^{(k+1)} + \frac{l_1 + 2jl}{jl(l_1 l_2 + l_1^2)} \phi_{i,j+1}^{(k)} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{(jl)^2 (\beta_2^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_{i+1,j}^{(k)} + \frac{2jl - l_1}{jl(l_1 l_2 + l_2^2)} \phi_{i,j-1}^{(k+1)} \right. \right. \\ \left. \left. + K_{i,j} \right) - \phi_{i,j}^{(k)} \right\} \equiv \omega R_{i,j}$$

と置き, すべての格子点 R_g につき

$$\left| \frac{\omega R_{i,j}}{\phi_{i,j}^{(k+1)}} \right| \leq \varepsilon_1 \quad (\phi_{i,j}^{(k+1)} \neq 0), \text{ あるいは}$$

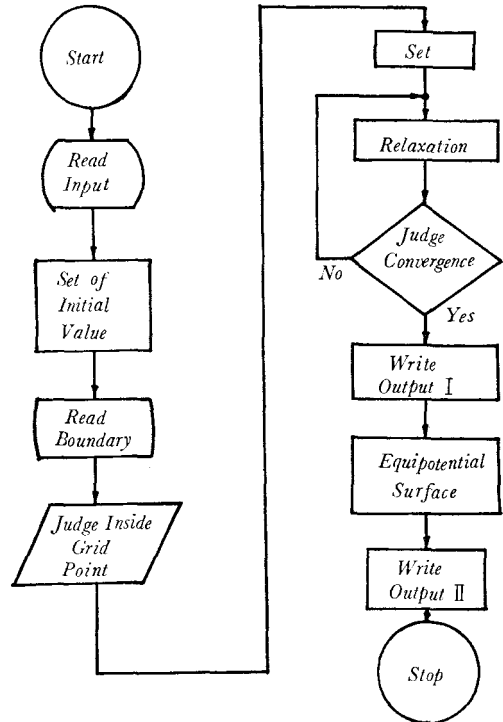
$$\left| \omega R_{i,j} \right| \leq \varepsilon_2 \quad (\phi_{i,j}^{(k+1)} = 0)$$

が成立するとき緩和終了する。

Write Output I : 各格子点のポテンシャル値を打ち出す印刷命令サブルーチン。

Equipotential surface : 等ポテンシャル面を求めるサブルーチン。

Write Output II : 等ポテンシャル面 $\phi_k (k: 1, 2, \dots, n)$ と, その座標 (x, y) あるいは (r, θ) を打ち出す印刷命令サブルーチン。



図(6-1) フローチャート

§ 7 例 題

境界値問題（ラプラス方程式）についての簡単な例題を示す。これらの問題では、加速係 ω は直角座標系では1.45、円筒座標系では0.45とし、イニシャル・ベクトル ϕ はいずれも0.0とした。その結果を図(7-1)～(7-4)に示す。なおランニング・タイムはいずれも10数秒程度であった。

例 題 1

表(7-1)

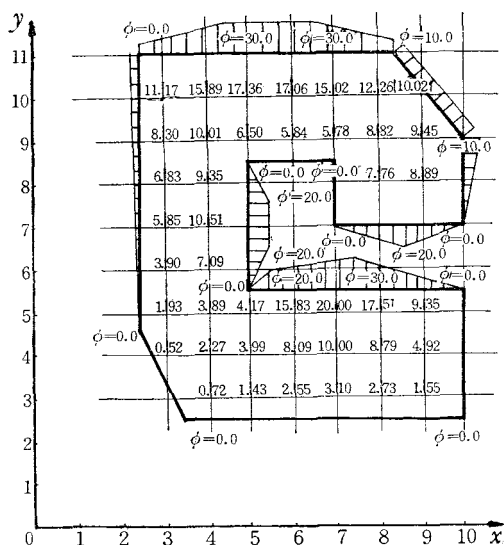
入力データ

19		
2.5	11.0	10.0
4.5	11.0	30.0
6.5	11.0	30.0
8.5	11.0	10.0
10.0	9.0	10.0
10.0	7.0	0.0
8.5	7.0	20.0
7.0	7.0	0.0
7.0	8.5	0.0
5.0	8.5	0.0
5.0	7.5	20.0
5.0	6.5	20.0
5.0	5.5	0.0
5.5	5.5	20.0
7.5	5.5	30.0
10.0	5.5	0.0
10.0	2.5	0.0
3.5	2.5	0.0
2.5	4.5	0.0
14		
2.0	2.0	

初期値 $\phi = 0.0$ 加速係数 $\omega = 1.45$ 反復回数 $m = 13$ 回

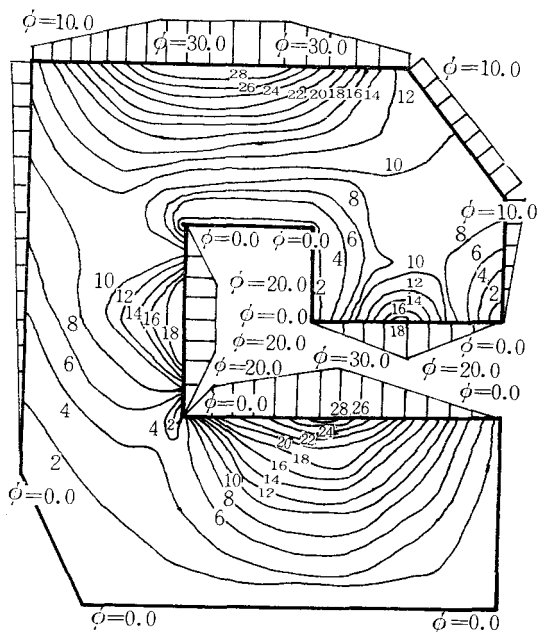
補正量の総和

$$\sum_i \sum_j R_{ij} = 0.054$$



図(7-1) 例題(1)とその結果

(格子点上のポテンシャル)



図(7-1)' 例題(1)の結果 (等ポテンシャル面)

$$\phi_k = 2.0 + (k-1) \times 2.0$$

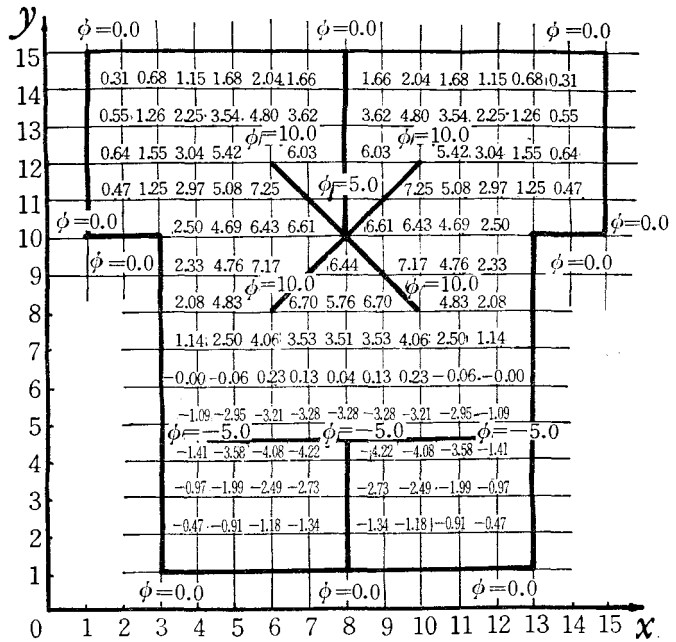
$$k = (1, 2, \dots, 14)$$

例 題 2

表(7-2)

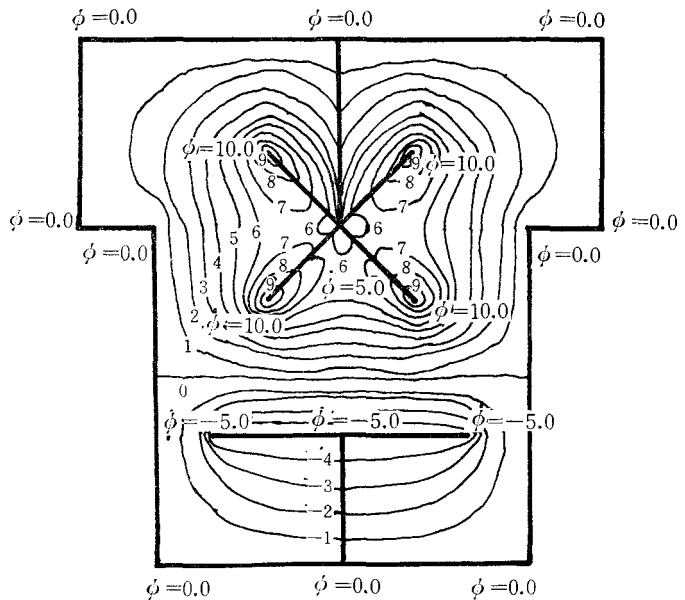
入力データ

25		
1.0	15.0	0.0
8.0	15.0	0.0
8.0	10.0	5.0
6.0	12.0	10.0
8.0	10.0	5.0
6.0	8.0	10.0
8.0	10.0	5.0
10.0	8.0	10.0
8.0	10.0	5.0
10.0	12.0	10.0
8.0	10.0	5.0
8.0	15.0	0.0
15.0	15.0	0.0
15.0	10.0	0.0
13.0	10.0	0.0
13.0	1.0	0.0
8.0	1.0	0.0
8.0	4.5	-5.0
11.5	4.5	-5.0
4.5	4.5	-5.0
8.0	4.5	-5.0
8.0	1.0	0.0
3.0	1.0	0.0
3.0	10.0	0.0
1.0	10.0	0.0
14		
-4.0	1.0	


 初期値 $\phi = 0.0$ 加速係数 $\omega = 1.45$ 反復回数 $m = 25$ 回

 補正量の総和 $\sum_i \sum_j R_{ij} = 0.001$

図(7-2) 例題(2)とその結果(格子点上のポテンシャル)



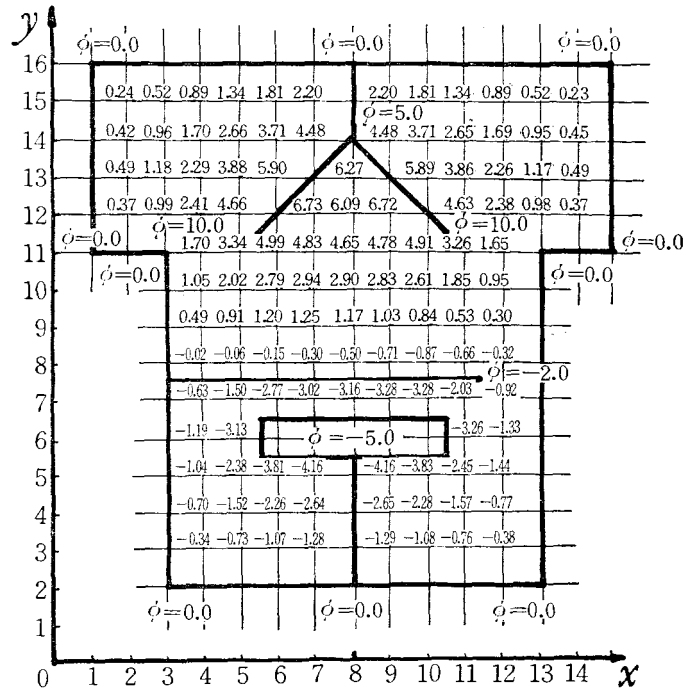
$$\phi_k = -4.0 + (k-1) \times 1.0 \quad (k=1, 2, \dots, 14)$$

図(7-2)' 例題(2)の結果(等ポテンシャル面)

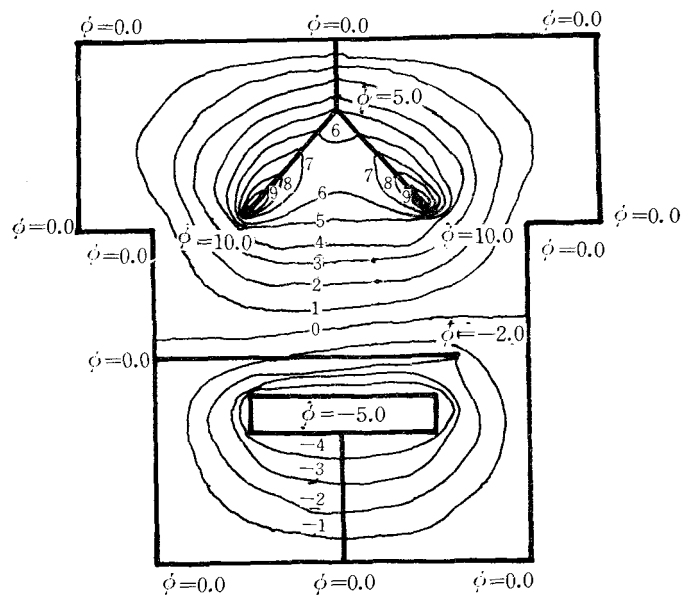
例 題 3

表(7-3)
入力データ

26		
1.0	16.0	0.0
8.0	16.0	0.0
8.0	14.0	5.0
5.5	11.5	10.0
8.0	14.0	5.0
10.5	11.5	10.0
8.0	14.0	5.0
8.0	16.0	0.0
15.0	16.0	0.0
15.0	11.0	0.0
13.0	11.0	0.0
13.0	2.0	0.0
8.0	2.0	0.0
8.0	5.5	- 5.0
10.5	5.5	- 5.0
10.5	6.5	- 5.0
5.5	6.5	- 5.0
5.5	5.5	- 5.0
8.0	5.5	- 5.0
8.0	2.0	0.0
3.0	2.0	0.0
3.0	7.5	0.0
10.5	7.5	- 2.0
3.0	7.5	0.0
3.0	11.0	0.0
1.0	11.0	0.0
14		
- 4.0	1.0	

初期値 $\phi = 0.0$ 加速係数 $\omega = 1.45$ 反復回数 $m = 16$ 回補正量の総和 $\sum_i \sum_j R_{ij} = 0.004$

図(7-3) 例題(3)とその結果(格子点上のポテンシャル)

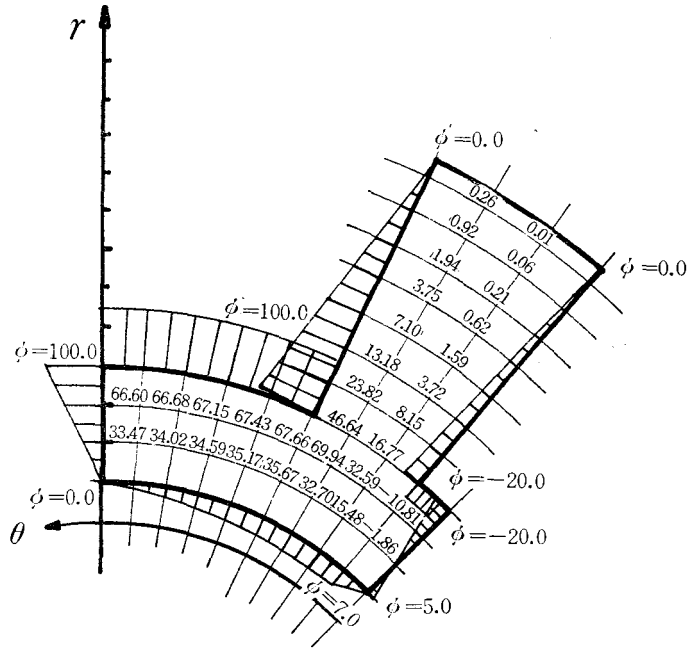
 $\phi_k = -4.0 + (k-1) \times 1.0 \quad (k=1, 2, \dots, 14)$

図(7-3)' 例題(3)の結果(等ポテンシャル面)

例 題 4

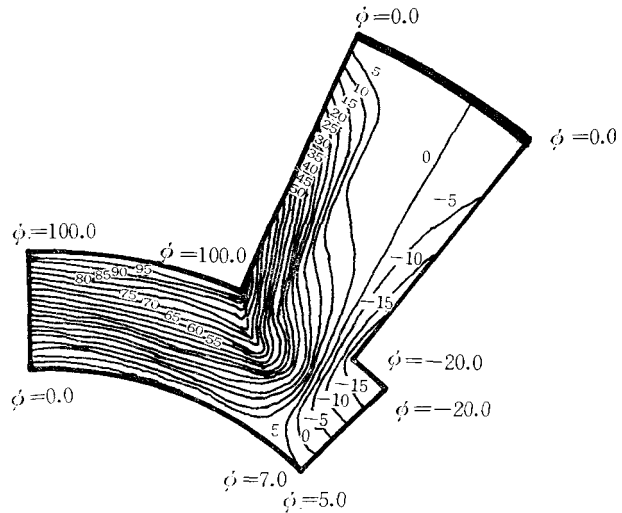
 表(7-4)
入力データ

9		5.0
13.0	45.0	-20.0
13.0	50.0	-20.0
20.5	50.0	0.0
20.5	65.0	0.0
13.0	65.0	100.0
13.0	90.0	100.0
10.0	90.0	0.0
10.0	50.0	7.0
10.0	45.0	5.0
23		
-15.0		5.0



初期値 $\phi = 0.0$ 加速係数 $\omega = 0.45$ 反復回数 $m = 15$ 回
 補正量の総和 $\sum_i \sum_j R_{ij} = 63.599$

図(7-4) 例題(4)とその結果（格子点上のポテンシャル）



$$\phi_k = -15.0 + (k-1) \times 5.0 \quad (k=1, 2, \dots, 23)$$

図(7-4)' 例題(4)の結果（等ポテンシャル面）

例題 5 円筒座標系 (r, z) への応用 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0\right)$ の場合

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + K(r, z) = 0, \quad (x, z) \in R \quad \dots\dots\dots (6-1)$$

$$\text{境界条件: } \phi(r, z) \equiv f(r, z), \quad (x, z) \in S, \quad f(x, z) \in C^0(S) \quad \dots\dots\dots (6-2)$$

の差分近似式は次式で与えられる。

$$\phi_0 = \frac{1}{\frac{(h_3 - h_1)/r + 2}{h_1 h_3} + \frac{2}{h_2 h_4}} \left\{ \frac{h_3/r + 2}{h_1(h_1 + h_3)} \phi_1 + \frac{2}{h_2(h_2 + h_4)} \phi_2 \right. \\ \left. + \frac{2 - h_1/r}{h_3(h_1 + h_3)} \phi_3 + \frac{2}{h_4(h_2 + h_4)} \phi_4 + K_0 \right\} \quad \dots\dots\dots (6-3) \text{付(3)}$$

$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h$ のとき

$$\phi_0 = \frac{1}{4} \{ (h/2r + 1) \phi_1 + \phi_2 + (1 - h/2r) \phi_3 + \phi_4 + h^2 K_0 \} \quad \dots\dots\dots (6-4)$$

このように、円筒座標系 (r, z) で境界値問題を解析する場合、ポテンシャル補正式を入れ変えるだけで、直角座標系 (x, y) のプログラムを円筒座標系 (r, z) のプログラムとして、そのまま使用できる。

§ 8 結 言

二次元のラプラスおよびポアソン方程式に対するディリクレ問題を直角座標系と円筒座標系を用い、格子点法で解析し、それらの等ポテンシャル面を求めた。その結果、直角座標系ではかなり良い精度が得られたが、円筒座標系では加速係数 ω の選定が適当でなかったため良好な精度が得られなかった。今後、この加速係数については、直角座標系、円筒座標系の種々の領域について、それぞれの領域に最も適した係数を考究する予定である。

このプログラムは § 3 の仮定に従うものであったが、次に示す境界値問題

- (1) 他の楕円型偏微分方程式
 - (2) 境界上のポテンシャル分布が他の関数、例えば正弦関数等
- にも、プログラムの一部を修正するだけで容易に解析できる。

実際問題の応用として、例えばある機器の改良を試みようとする場合、その都度試作品を作製して、実測により、電界あるいは磁界を求めなくても、上記プログラムによって解析を行ない、最適の境界形状、境界値ポテンシャルを決定できる。

このプログラムは九州大学大型計算機 FACOM230-60 FORTRAN を用いて作成した。

文 献

- (1) 森本：呉工業高等専門学校研究報告，第7巻第1号 (1971)
- (2) 森本・松山：電気学会電磁界理論研究会，EMT-71-19 (1971)

(昭和47年1月8日 受付)

付 録

楕円型偏微分方程式の差分表示

(1) : $\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial y^2} + K_0 \equiv \sum_{i=0}^4 \alpha_i \phi_i + K_0$ とおき, $\alpha_i (i=0, 1, 2, 3, 4)$ を決定する。

$$\alpha_0 = -2 \left(\frac{1}{h_1 h_3} + \frac{1}{h_2 h_4} \right), \quad \alpha_1 = \frac{2}{h_1 (h_1 + h_3)}$$

$$\alpha_2 = \frac{2}{h_2 (h_2 + h_4)}, \quad \alpha_3 = \frac{2}{h_3 (h_1 + h_3)}, \quad \alpha_4 = \frac{2}{h_4 (h_2 + h_4)}$$

(2) : $\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial \theta^2} + K_0 \equiv \sum_{i=0}^4 \alpha_i \phi_i + K_0$

$$\alpha_0 = - \left(\frac{2}{r^2 \beta_1 \beta_2} + \frac{(l_2 - l_1)/r + 2}{l_1 l_2} \right)$$

$$\alpha_1 = \frac{2}{r^2} \cdot \frac{1}{\beta_1 (\beta_1 + \beta_2)}, \quad \alpha_2 = \frac{l_2/r + 2}{l_1 (l_1 + l_2)}$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{r^2} \cdot \frac{1}{\beta_2 (\beta_1 + \beta_2)}, \quad \alpha_4 = \frac{2 - l_1/r}{l_2 (l_1 + l_2)}$$

(3) : $\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_0}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} + K_0 \equiv \sum_{i=0}^4 \alpha_i \phi_i + K_0$

$$\alpha_0 = - \frac{h_2 h_4 (h_3 - h_1)/r + 2 h_1 h_3}{h_1 h_2 h_3 h_4}$$

$$\alpha_1 = \frac{h_3/r + 2}{h_1 (h_1 + h_3)}, \quad \alpha_2 = \frac{2}{h_2 (h_2 + h_4)}$$

$$\alpha_3 = \frac{2 - h_1/r}{h_3 (h_1 + h_3)}, \quad \alpha_4 = \frac{2}{h_4 (h_2 + h_4)}$$

これらの結果からただちに, (2-3), (2-3)', (6-3) 式が得られる。

大阪泉州地区洪積粘土の二・三の力学特性について

(土木工学科) 石 井 義 明

Mechanical Properties of Diluvial Clay at Osaka-Senshu District

by Yoshiharu ISHII

This paper is a report of some experimental researches and the discussion on the mechanical properties of Diluvial clay at Osaka-Senshu district.

The uniaxial compression test, consolidation test and ultrasonic propagation measurement were performed on two kind samples trimmed vertically and horizontally from the undisturbed samples.

Main results obtained here are as follows:

1. As for vertical samples unconfined compression strength q_u is greater than horizontal one.
2. The q_u of high plasticity samples is larger than that of lower ones because the former primarily depends on the cementation over a period of centuries and the latter depends on the capillary pressure (Fig. 2).
3. Quasi-preconsolidation pressure increases with decreasing pressure increment ratio.
4. As for horizontal samples the ultrasonic velocities in the clay is faster than that of the vertical ones.

§ 1 ま え が き

大阪泉州地区洪積粘土層の地盤調査がなされ、物理、力学試験結果がすでに報告されている¹⁾。それによればこの地盤の先行圧密荷重 P_c は現在の推定有効上載圧 P' より大きく、いわゆる過圧密状態 $P_c > P'$ を示している。

粘土の P_c は従来その粘土が過去に受けた最大有効荷重であるとされているが、粘土には粒子構造に全然変化がなくとも時間の経過とともに生ずるセメンテーション的な結合力が存在し、これが P_c に影響を与えることが考えられる。しかし $P_c > P'$ となる理由としてはセメンテーション等の効果以外に圧密の試験条件、すなわち荷重増加比、荷重載荷時間等の影響も考えられ、これについては結果の一部をすでに報告した²⁾。

地盤が過圧密状態にあるか否かは構造物基礎の支持力、沈下量を考える場合に欠くことのできない問題である。

本文はすでに報告したものと同一試料を用い圧縮強度特性、圧密特性を調べるとともに超音波伝播速度の測定を行ない、すでになされた研究結果と比較し、 $P_c > P'$ なる理由の微視的な考察を助けるために行なった実験的研究の結果である。

§ 2 試料と実験装置の概要

試料は大阪泉大津市周辺で地表面下 36 m ~ 150 m の深さより、直径 15 cm のサンプリングチューブを用いて採取した不攪乱試料である。これら試料の物性は液性限界 36% ~ 110%、塑性限界 10% ~ 39%、比

重2.6~2.7の範囲にあった。図1はこの地盤の深さ D と自然含水比 w の関係を示したものである。図中破線で囲ったものは土質が粘土と判定された試料である。 w は深さ50m以深の粘土については40%~60%の範囲にあり、シルティな試料については20%~40%の範囲にあるが、両者とも深さに関係なくほぼ一定といえる。なおこの周辺の地下水位は地表より3mの深さにある。

供試体成形にあたりこれら試料が層を有するものが多く、成形中に層に沿うクラックが入りやすく、層間が分離するものもあった。そのため一定の高さにすることがむづかしく、一軸圧縮試験用供試体は直径3.5cm、高さ4cm~7cmのものを用いた。また異方性について調べるために供試体は軸が堆積時の鉛直方向に一致したもの（以下V供試体と呼ぶ）と、軸が堆積時の水平方向に一致したもの（以下H供試体と呼ぶ）を試料より切り出し用いた。これは圧密の異方性を調べる場合も同様な方法で切り出した試料を圧密リングにセットし実験を行なった。

一軸圧縮試験のヒズミ速度は1%/minである。超音波伝播速度測定器は振動子は送受が一組となったもので、両者ともチタン酸バリウムが振動子として用いられている。これを供試体両端に密着

させ、送信用は電気的衝撃を機械的振動に変換し試料の一端に与え、他端にその透過した弾性波を受信用振動子により再び電気信号に変換してこれを充分に増幅しブラウン管に映像する。

また振動子は縦波を発生するものと、ねじれによる横波、すなわちせん断波を発生するものを用い、周波数は前者が50kc/sec、後者が25kc/secである。

これら伝播速度の測定は一軸圧縮試験を行なう前に、一軸圧縮用供試体を用い行なったが、伝播波の減衰の著しいものについては別に短かい供試体を作成し測定した。

§ 3 実験結果と考察

3・1 一軸圧縮強度と含水比の関係

土の強さは含水量に左右され、含水比 w と一軸圧縮強度 q_u の間には半対数紙上で直線となることは多くの文献にみられる³⁾。それによれば w の増加とともに q_u は減少している。ここで用いた試料の w は変化の範囲が小さいので、これらの関係を普通目盛にプロットし図2に示した。

粘性土の強度特性には土質材料の相違の他、密度、飽和度、構造骨格の相違が関係するため、 w と q_u のみからこれらの関係をみるとバラツクことが考えられる。そこで塑性指数 PI をパラメータとしてプロットしたが、同一の PI を多く得られないので PI を0~20, 21~30, 31~40, 41~50, 51~60, 61~70, 71~80の7段階に分類した。

PI をパラメータとしてみると同一の q_u に対し PI の大きなものほど w が大きく、 PI が71~80のものは w が大きくなるにしたがい q_u も大きくなっている。しかしそれ以下の PI については w がほとんど変

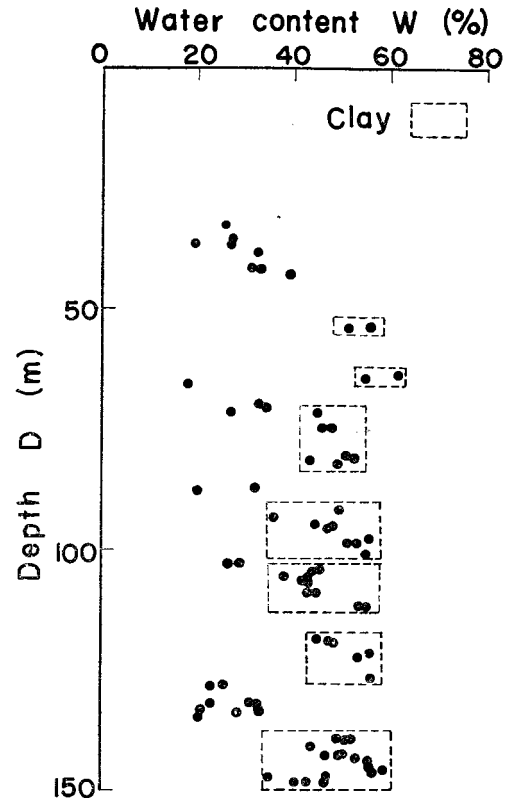


図1 採取深さと含水比の関係

化しないにもかかわらず q_u は増加している。これは堆積履歴年数の長短による粒子間力の差が、同一 w であっても q_u に差を生じたと思われる。

これを実証するため試料の採取深さが堆積履歴年数の長短を表わすものと考え、 PI をパラメータとして深さと q_u の関係について調べた。その結果は深さの増大とともに q_u が増加するよい傾向を示した。この関係は PI が小さいものはバラツキは小さかったが、 PI が大きいものはバラツキが大きかったもので、さらにデータを集積して別の機会に発表したい。

図2においてプロット全体をみると w が大きくなるにしたがい q_u も大きくなる傾向にある。これは図1からも分るように w が大きいものほど粘土成分が多い試料といえ、このため構造骨格やセメンテーション等の影響が考えられる。すなわち粘土成分の少ない粒径の比較的大きい試料は単粒状の構造を有しやすく、含水比は粘土成分の多いものより少なくかつ粒子間力の多くは毛管圧力による。

これに対し粒径が小さく比表面が大きい試料は電気化学的な性質のため、大きな間げきの構造を形成し w は大きくなるが、堆積は地質学的な年代にわたるためセメンテーション等による結合力が大きく図のような傾向を得られたと考えられる。これに関して Skempton は正規荷重粘土のせん断強度 C_u と先行圧密荷重 P_e の比を PI の関数として

$$C_u/P_e = 0.11 + 0.0037(PI) \quad \dots\dots\dots(1)$$

のような関係を示した⁴⁾。したがって同じ有効荷重によって圧密されても、 C_u は PI の大きいものほど大きいという結果になる。図2の点は P_e がそれぞれ異なるが、Skempton の提案したものの妥当性を示すといえる。

3・2 一軸圧縮強度の異方性

実際の地盤内で生ずるせん断破壊はせん断面の傾きが連続的に変化しており、主応力方向が鉛直方向に対して変化する。また正規圧密状態にある粘土地盤では静止土圧係数 K_0 の値は0.5程度といわれ、圧密が異方性圧力のもとで行なわれると推定されるので、土のせん断特性にも異方性の影響が生ずると考えられる。

異方性粘土に関する研究はすでになされており、異方性存在の確認とともに V 供試体の圧縮強度が H 供試体のそれより大きく、また非排水せん断強度 C_u の圧密による増加割合 C_u/P は H 供試体のものが V 供試体の75%である等が明らかにされている⁵⁾。

V 供試体の一軸圧縮強度を q_{uv} 、 H 供試体のそれを q_{uh} とし、洪積粘土の異方性をみたものが図3である。図より q_{uh}/q_{uv} は q_{uv} が大

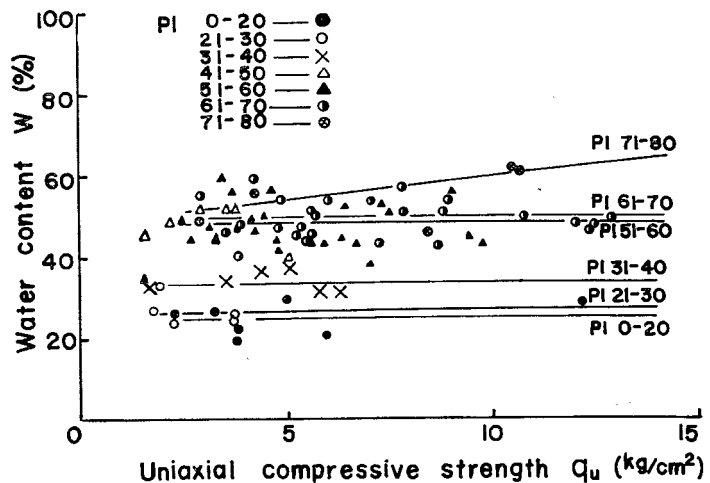


図2 含水比の変化にともなう一軸圧縮強度の変化

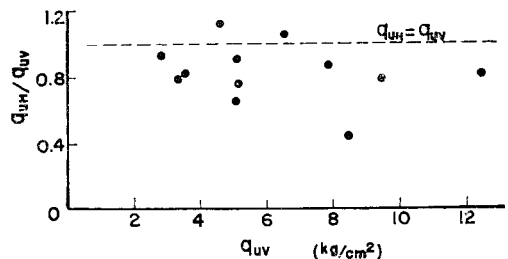


図3 一軸圧縮強度の異方性

きくなるにしたがい減少する傾向にあり，異方性が大きいといえる。

応力—ヒズミ曲線から得られる破壊時軸ヒズミ ε_f と q_u の関係を示せば図4となる。V, H 両供試体の結果を合わせみた場合は q_u が大きくなるにしたがい ε_f は小さくなっている。また V 供試体の ε_{fV} については q_u に関係なくほぼ3%以下で破壊を生じているが，H 供試体の ε_{fH} については，プロットの点も少なく明確にはいえないが q_u の大きいもののほど ε_{fH} が小さい。 q_u が $2 \text{ kg/cm}^2 \sim 8 \text{ kg/cm}^2$ の範囲について

は $\varepsilon_{fH} > \varepsilon_{fV}$ の関係にあり，破壊時軸ヒズミにも異方性が存在する。 $\varepsilon_{fH} > \varepsilon_{fV}$ の関係は斜面，特にゆるい斜面勾配を有する場合の安定を考える場合に，斜面頂部で破壊状態に達しているにもかかわらず，法尻部では強さの全部が発揮されていないことになり無視できない現象である。

土の応力と変形の関係を知るためには一軸圧縮試験から求めた応力—ヒズミ曲線の勾配，すなわち変形係数 E_{50} が一般に用いられる。しかしここで用いた試料は洪積粘土であり，応力，ヒズミ関係の初期勾配は比較的直線を示すものが多い。そこで静的ヤング係数 E_s を用い，ヤング係数の異方性について調べた結果は図5である。

プロットの数は少ないが E_s の大きいところでは，V 供試体の E_{sV} は H 供試体の E_{sH} に比較して小さい。しかし E_s が小さいところでは $E_{sV} > E_{sH}$ の傾向を示している。

図3, 4, 5より，同一応力のもとではV供試体はH供試体より変形量が小さく，いわゆるもろい性質を示すといえる。

ヒズミの異方性について Duncan⁵⁾ らは San Francisco Bay mud を用いて $\varepsilon_{fH} > \varepsilon_{fV}$ の結果を得，その比 $\varepsilon_{fH}/\varepsilon_{fV}$ は約2.8である。一方カオリン粘土を用い最大主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ におけるヒズミでは正規，過圧密両状態ともに $\varepsilon_{fH} < \varepsilon_{fV}$ なる報告もある⁶⁾。ここでは一軸圧縮試験の結果ではあるが，Duncan らが得たと同じ傾向にあった。

土粒子の構造骨格は多くの研究者により提案されており，主に綿毛化，ランダム，配位構造の3種に分類されている。そして綿毛化，ランダム構造は自然堆積粘土に多くみられ，配位構造は主に圧密効果により生成されるといわれる⁷⁾。土粒子一つ一つは異方性を示すであろうが，全く任意の方向を向いた多数の土粒子から成る土塊では，それぞれ粒子の異方性は打ち消しあうため，ある大きさの土塊を考える場合は，すべての方向に対して力学的に一樣であり等方性といえる。そのため綿毛化，ランダム構造については等方性として，また配位構造については異方性を示すとして取扱うことが許されるならば，上記異方性の結果は以下のように考えられる。自然堆積粘土は綿毛化構造を有する場合が多く，ここで用いた洪積粘土についても同様な構造を有していると考えられる。しかし上載圧による地質年代的な圧密のため，幾分か配位構造を有するようになり異方性が生じた。

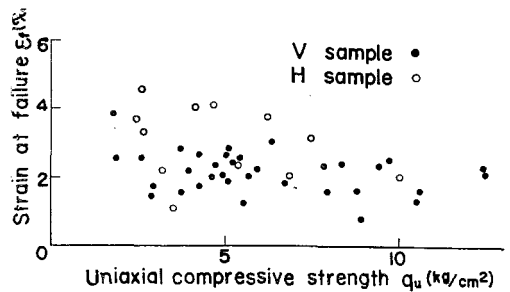


図4 破壊時軸ヒズミと一軸圧縮強度の関係

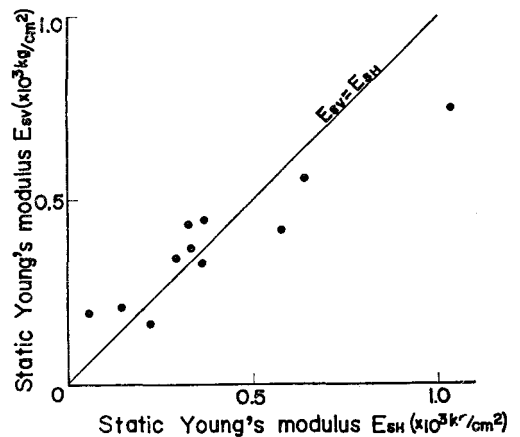


図5 静的ヤング係数の異方性

3・3 設計 C_u 値について

地盤内の非排水せん断強さ C_u 値は深さとともに変化し、またこれは異方的であり、正規圧密地盤において鉛直方向に圧縮した場合に最大の圧縮強さを示す。このため種々の傾きを有する実際のせん断破壊面で考えるべき平均強さは V 供試体で測定した値より小さいことが考えられる。ところが測定 C_u 値が試料採取による乱れの影響で過小評価されているものと考え、 C_u の最大値を安定計算に用いるとする考え方がある。一方試料の異方性を考慮して、適用すべき C_u は平均的深度分布によるべきとする考え方もある⁹⁾。

C_u と q_u の間には $C_u = q_u/2$ の関係があるので、 C_u の平均的深度分布をみるため、深さ D と q_u の関係を図6に示した。なお当実験で得た $D-q_u$ 関係の点が少ないため、図の多くの点は当試験に用いたと同一試料について村山¹⁾ らがすでに報告したものも用いている。

$D-q_u$ は試料の乱れ、粘土組成の相違の影響等もありバラツキ、深さとともに q_u が必ずしも増加しているとはいえない。しかしこれら q_u の平均的深度分布を回帰線が表わすものと仮定して、 q_u の D にもとづく直線回帰係数 b_{qD} を求めると

$$b_{qD} = \frac{\sum dq}{\sum d^2} = 0.0126 \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。但し $d = D - \bar{D}$, $q = q_u - \bar{q}_u$, \bar{D} : D の平均, \bar{q} : q_u の平均。これらより D , q_u の間には

$$q_u = 0.0126D + 2.31 \quad \dots\dots\dots (3)$$

の関係がある。

図中の実線は(3)式にもとづく回帰線であり、掛印は H 供試体の q_u である。この図より H 供試体の q_u は回帰線が示す値にほぼ近く、設計 C_u 値を平均的深度分布によるものとする考え方の妥当性を示している。しかし図は D の増加とともに q_u のバラツキが大きくなっている。これは深い所で採取される供試体ほど大きな圧力で圧縮されているため、潜在的なスベリ面などが影響したことと、3.1 で述べたように q_u が PI の関数であり、深さ、すなわち堆積年数が大きいほど PI の影響が大きいためであろう。

3・4 圧密特性について

3・4・1 荷重増加比 $\Delta p/P'$ と先行圧密荷重 P_c の関係

標準圧密試験法において荷重は24時間ごとに前段階荷重の倍、すなわち等比級数的に増加される。しかし Leonard⁹⁾ や Crawford¹⁰⁾ の研究によれば、これら圧密載荷条件により P_c が異なった値を得ると報告されている。著者もこれらの影響を調べその一部を報告した²⁾。報告した主な結果を述べると、

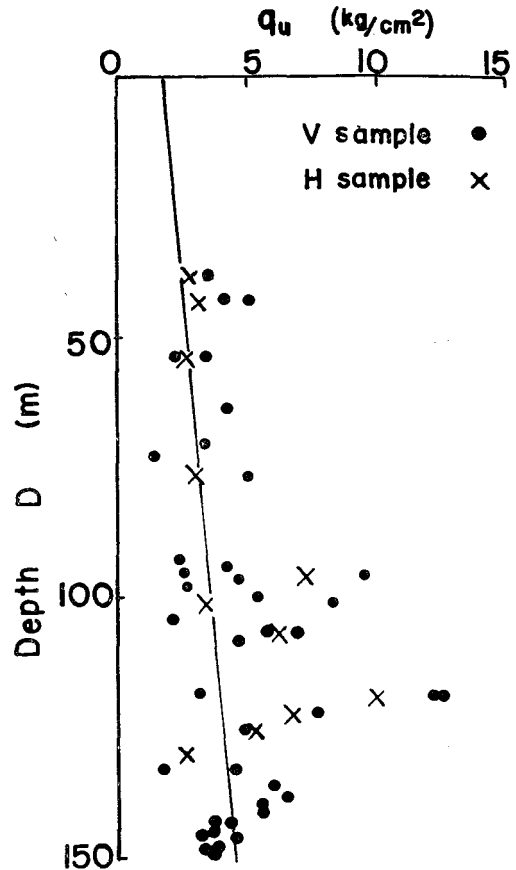


図6 試料採取深さと一軸圧縮強度の関係

- (1) $\Delta p/P'$ が小さいほど圧密沈下の遅れが生ずる,
- (2) $\Delta p/P'$ が小さいほど得られる P_c は大きくなる,
- (3) 荷重載荷時間の影響については, 不攪乱試料と練り返し再圧密した試料では傾向が異なる。不攪乱試料は載荷時間が長いほど得られる P_c は小さく, 練り返し再圧密試料については大きな値を得る。

以上のような結果を得たが, このうち(2)の $\Delta t/P'$ を小さくすることにより P_c が大きくなる 値を Leonard らは疑似先行圧密荷重 P_{cq} と呼んでいる。

その後液性限界 W_L や, 採取深さの異なる試料について実験を続け, $\Delta p/P' = 0.1$, 載荷時間 Δt かく24時間の条件で圧密試験を行ない, 得られた $(P_{cq} - P_c)$ と P_c の関係について示せば図7となる。

図より P_c が大きくなると $(P_{cq} - P_c)$ は大きくなり, その傾向は Leonard 等と同様であるが, Leonard 等はこの関係を示す直線勾配を 0.4としており, 図においては 0.25~0.1の範囲にある。またこの結果はバラツキが大きく, その理由としては w_L など土の物性が試料により異なることも考えられる。そのため図8に W_L との関係を示した。

図は図7に比しバラツキが小さく, W_L が大きくなると $(P_{cq} - P_c)$ が大きくなり, P_c に与える $\Delta t/P'$ の影響が大きいといえる。したがって同一の応力履歴を受けた不攪乱試料であっても W_L の相異により P_c が異なることを示唆している。植下ら¹³⁾ は東海地方の細粒土と砂質土のせん断試験を行ない, その考察において, 地質時代による内部摩擦角の相違はあまりないが, 粘着力の増加が地質時代が古くなると顕著に表われると述べている。

これは細かい粘土粒子の中には薄片状のものが多く粒子間の接触面積が大きいため, 粘土粒子の電気化学的な結合力による粘着力は粗粒土に比較して大きく, 土の力学的性質, 特に塑性に大きな影響を与えるためと思われる。したがって図8の結果から, W_L が大きな試料ほど同一応力, 同一時間の履歴を受けても, セメンテーション等の影響が顕著が表われると考えられる。

同一試料で $\Delta p/P'$ の相違により P_{cq} にどの程度の差が生ずるかについてはまだデータが少ないが, 縦軸を P_{cq} , 横軸を $\Delta p/P'$, 深さ D をパラメータとして得た結果を図9に示す。図には比較のために $\Delta p/P' = 0.1, 1.0$ についてしか実験を行っていないものもプロットされている。

図中 No. 3 の試料に注目すると, $\Delta p/P'$ の減小とともに P_c はほぼ直線的に増加している。その他の試料についても同様な傾向にあるのではないかと考え, $\Delta p/P'$ が 0.1 と 1.0 の点を直線で結んだ。直線的で

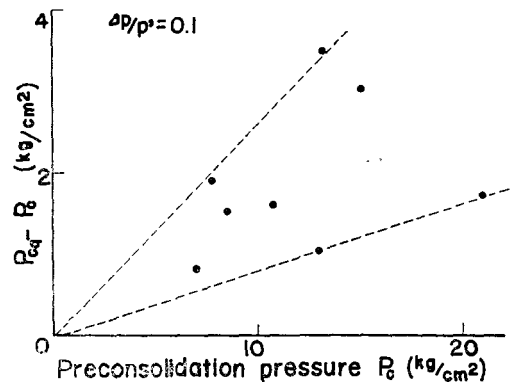


図7 疑似先行圧密荷重発生におよぼす先行圧密荷重の影響

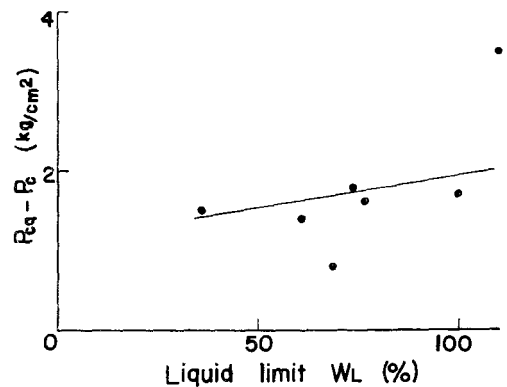


図8 疑似先行圧密荷重発生におよぼす液性限界の影響

あるか否かは明確でないが、直線的であるとしてその勾配をみれば、 W_L が大きなものほど急であり、 $\Delta p/P'$ の影響が大きいことが分る。

3・4・2 圧密の異方性

3・2で述べたように自然地盤における圧密は異方圧力のもとで行なわれ、鉛直方向の圧密圧力 P_v に対し、水平方向の圧力 P_h は土圧係数を K_0 とすると $P_h = K_0 P_v$ で表わされる。

圧密の異方性が実際地盤で問題とされるのは多くは Sand Drain などの設計における圧密係数 C_v などであり、 P_e の異方性についての研究は比較的少ない。このため P_e の異方性をみるために 3・2 同様に同一試料から V , H 供試体を切り出し、圧密リングにセット後、標準圧密試験を行なった。

V 供試体の P_e を P_{cv} , H 供試体の P_e を P_{ch} とし P_e の大きさと異方性の関係を図10に示した。図は P_{ch}/P_{cv} が1より小さいものが多く、 $P_{cv} > P_{ch}$ の傾向を示している。

一方この圧密試験から得られる $e - \log P$ 曲線の処女圧密領域は途中で折れ曲り、二つの直線領域を示す試料が多い。これは洪積粘土は内部構造がセメンテーション等により強められ、圧密荷重が増大し、試料が P_e を上まわる荷重を受けると、一度発達した構造や粒子間力がこわされ急激な圧密が生じる領域と、構造等が破壊された後に生ずる圧密領域とに分かれるためと思われる。これについては文献2) ですでに報告したが、 W_L の小さな試料については折れ曲らず、大きいほど曲折が明瞭であった。

最初に得られる直線領域から圧縮指数 C_c を求め、 V 供試体の C_c を C_{cv} , H 供試体のそれを C_{ch} として、 C_c の異方性を示せば図11となる。 C_{ch}/C_{cv} はほぼ1であり、 C_c については異方性があまりないといえる。

液性限界という一次的性質から圧縮性という二次的性質が決定されるのは疑問点はあるが、 C_c と W_L の間には直線関係にあることは Skempton により表わされ、その後多くの文献で確かめられている。今回用いた試料の C_c , W_L の間には

$$C_c \div 0.016 (W_L - 33) \dots\dots\dots (4)$$

の関係があった。 C_c について異方性が認められなかったので V , H 両供試体ともこの関係式が成り立つことになる。

3・5 超音波伝播速度の測定結果

材料を弾性体と仮定すると縦波、横波伝播速度は次式によって表わされる。

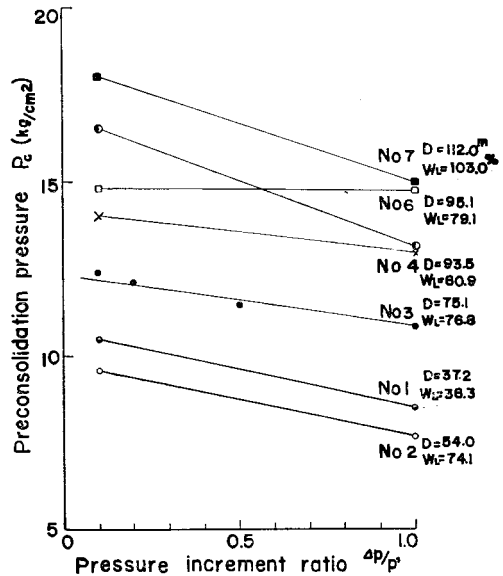


図9 疑似先行圧密荷重発生におよぼす荷重増加比の影響

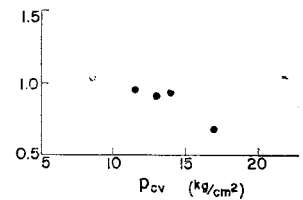


図10 先行圧密荷重の異方性

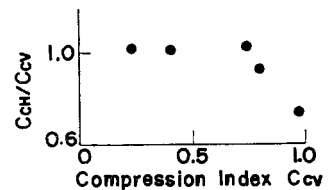


図11 圧縮指数の異方性

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \dots \dots \dots (5)$$

ここに V_p および V_s は縦波および横波伝播速度である。また ρ は材料の密度であり、 λ 、 μ は Lamé の常数である。この λ 、 μ を用いれば動的ヤング係数 E_d 、動的ポアソン比 μ_d が次式によって計算できる。

$$E_d = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \dots \dots \dots (6)$$

$$\mu_d = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \dots \dots \dots (7)$$

したがって本研究における超音波伝播速度からの動弾性諸常数はこれらの式を用いて計算した。

3・5・1 V_p 、 V_s による強度の推定について

地盤内を通過する弾性波の伝播速度から地盤強さや、地質構造の調査などが近年広く行なわれるようになった。そこで一軸圧縮試験を行なう前に供試体の超音波伝播速度を測定し、得られた q_u と V_p 、 V_s の関係は図12である。 V_p については q_u が増加しても $1.5\text{km/sec} \sim 1.6\text{km/sec}$ の範囲にあるが、 V_s については q_u の増加とともに大きくなり、土の強さと深い関連のあることを示している。竹中¹²⁾ は粘土層の q_u が 10kg/cm^2 までは V_p は水中の速度 1.55km/sec に等しく、 10kg/cm^2 以上になると q_u に V_p が比例して増加する結果を得ている。今回用いた試料の q_u は 10kg/cm^2 以下のものが多く、 V_p はほとんど変化せず、水の速度に近い値を示したと考えられる。

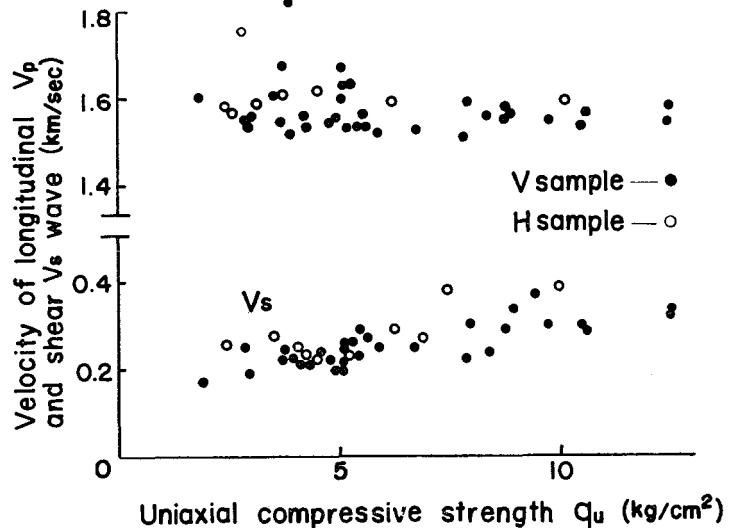


図12 伝播速度と一軸圧縮強度の関係

一方、 q_u の小さいところではこれらの関係のバラツキは大きい。これは図2からも分るように、 $q_u = 5\text{kg/cm}^2$ 以下の試料の w のバラツキが大きく、図12におけるバラツキの原因は含水比の影響があると思われる。著者は花崗岩を用いて w と伝播速度の関係を調べ¹³⁾、 w の変化に対応する V_p 、 V_s が、 V_p については顕著であるが、 V_s についてはほとんど変化しない結果を得ており、図12におけるバラツキは w が影響したためと考えられる。

以上のことから伝播速度による強さの推定は q_u が 10kg/cm^2 以下の試料については V_p を用いては信頼性が少ない、 V_s を用いる場合は信頼できるといえる。

3・5・2 伝播速度の異方性について

図12には V 、 H 両供試体について得られた伝播速度と一軸圧縮強の関係を合わせプロットされている。図は同一の q_u に対し、 H 供試体の伝播速度が V 供試体のそれより大きくなる傾向を示している。このことは伝播速度についても異方性が存在することを示すものである。

H 供試体の伝播速度が大きくなる理由は、粘性土の波動伝播機構が明確でないため分らないが、興味ある現象であると同時に、伝播速度より強度を推定することが、危険な値を得ることを示唆している。

粘性土が異方性を示す理由としては応力履歴の異方性、構造骨格の異方性が考えられ、これらを分離して取り出すことはむづかしい。そこで粘性土の物理的性質や、構造に関係の深い塑性指数 PI との関係を図13に示した。なお図は間げき流体等の影響の少ない V_s と PI の関係のみプロットした。

図は PI が大きくなると V_{sv}/V_{sh} は小さく1以下となり、 PI が大きいものほど異方性が大きくなる傾向にある。 PI の大きさそのものが異方性を反映しているというより、 PI が大きなものほど異方性が助長されやすいと考える。すなわち PI が大きなものほど綿毛化構造のような間げきの大きい構造を形成しやすく、これが圧密され配位構造となりやすいためである。

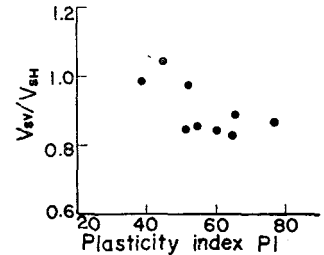


図13 伝播速度の異方性と塑性指数の関係

3・6 静的弾性係数と動的弾性諸係数

粘土は粘弾性体と考えられるため、動的な手法により求めた E_d は静的な手法により求めた E_s とは異なり、一般に $E_d > E_s$ とされている。 E_d を(6)式より求め E_s を一軸圧縮試験の応力-ひずみ曲線の初期勾配より求め、 E_d 、 E_s の関係を示すと図14となる。図より E_s が小さいほど E_d の大きさの割に E_s は急激に小さくなっている。これは衝撃的な荷重に対し、 E_s が小さいほど材料の粘性的効果の占める割合が大きいことを示している。もし材料が完全な弾性体であれば、 E_d と E_s は一致するはずである。また図において $E_s = 0.5 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ より大きくなると、 E_d/E_s が小さくなり $E_d = E_s$ の線に漸近する傾向にある。これは E_s の大きな材料ほど弾性体に近づくためと考えられる。

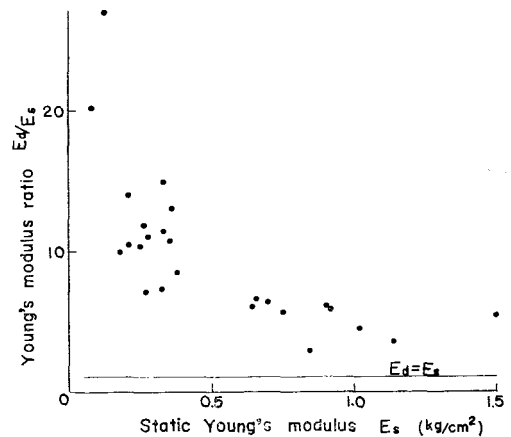


図14 静弾性係数に対するヤング係数比の変化

飽和粘土に対し静的な圧縮試験によって得られるポアソン比 μ は試料内の水の出入りがないかぎり、水および土粒子の圧縮性が土粒子骨格に比し大きいので 0.5に近い値を得るであろう。当該粘土に対する μ_d を(7)式より求めた結果は 0.43～0.49の範囲にあり、粘土分の多い試料ほど0.5に近かった。

これら弾性諸定数については、著者が粘土、モルタル、風化花崗岩を用いて得た結果^{13) 14)} と同じ傾向にあった。

§ 4 結 語

以上の結果を要約すると次のようである。

- (1) 大阪泉州地区洪積粘土の自然含水比は粘土と判定される試料で 40%～60%、シルティーな試料で 20%～40%の範囲にあり、両者とも深さに無関係にほぼ一定である。
- (2) PI の異なる試料の $w-q_u$ の関係は、従来よりいわれる傾向と異なり、 w が大きいほど q_u が大きくなる。

- (3) 当該試料には異方性が存在し、 V 供試体の q_u が H 供試体の q_u より大である。しかし破壊時軸ヒズミ ϵ_f は V 供試体のものより、 H 供試体の ϵ_f が大きい。
- (4) 疑似先行圧密荷重は W_L の大きな試料ほど影響が大である。
- (4) P_c についても異方性が認められたが、 C_c については認められなかった。
- (6) 超音波伝播速度と q_u の関係において、 V_p は $q_u=10\text{kg/cm}^2$ 以下の試料では $1.5\text{km/sec}\sim 1.6\text{km/sec}$ でほとんど変化しないが、 V_s は q_u の増加にほぼ比例し大きくなる。したがって $q_u=10\text{kg/cm}^2$ 以下の試料の V_p はあまり信頼できない。
- (7) 伝播速度にも異方性が認められ、 V_p, V_s ともに H 供試体のものが V 供試体のものより速い。このため伝播速度より q_u を推定する場合、試料の方向性をも考慮しなければならない。

以上のような結果から、大阪泉州地区洪積粘土地盤が過圧密状態を示す理由としては、過去に現在推定される上載圧より大きな荷重履歴を受けるとともに、これら圧密圧力以外に構造骨格や、セメンテーションのような結合力等の影響もあるようである。さらに圧密荷重載荷条件の影響もあり、今後さらにデータを収集ししくわしく考察したい。

終りに実験ならびに本稿作成にあたり、終始適切な御指導と御助言をいただいた京都大学防災研究所村山朔朗教授ならびに金沢大学工学部八木則男助教授に心からお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 村山朔郎，八木則男：泉州地区の土質等に関する調査報告書，大阪府，1970.
- 2) 石井義明：大阪洪積粘土の圧密特性について，京都大学防災研究所年報第14号B，昭46.4，pp.603～610.
- 3) 例えば村山朔郎，赤井浩一，植下協：大阪洪積粘土の工学的特性，土と基礎第28号，1958，pp.39～47. および Ronald F. Scott：Principles of Soil Mechanics, Addison-Wesley Publishing Company, 1965, pp. 14.
- 4) 竹中準之助：粘土の含水比と強度の関係について，土と基礎第61号，1963，pp.23～29.
- 5) Duncan, J.M. and Seed, H.B.：Anisotropy and Stress Reorientation in Clays, A.S.C.E. Vol 92, SM 5, 1966, pp.21～50.
- 6) 村山朔郎，栗原則夫：異方性粘土の二，三の力学特性について，京都大学防災研究所年報第11号B，昭43, 3, pp.511～522.
- 7) 最上武雄：土質力学，技報堂，1969，pp.27～28.
- 8) 土質工学会：土質試験法，昭46.3，pp.434.
- 9) Leonards, G.A. and Altschaeffl, A.G.：Compressibility of Clay, Proc. A.S.C.E. Vol 90 SM, 1964, pp. 5～133.
- 10) Crawford, C.B.：Interpretation of the Consolidation Test, Proc. A.S.C.E. Vol 90SM, 1964, pp. 5～87.
- 11) 植下協，野々垣一正：わが国、東海地方の細粒土ならびに砂質土の統一土質分類に関する考察，土木学会論文報告集No.184, 1970, pp.69～77.
- 12) 竹中準之介：土と基礎の調査と計測，土質工学会関西支部，昭38.3，pp.1～15.
- 13) 村山朔郎，八木則男，石井義明：風化花崗岩の強度特性について，京都大学防災研究所年報第13号B，昭45.3，pp.611～620.
- 14) 八木則男，石井義明：土または岩石における超音波伝播速度とその力学特性，京都大学防災研究所年報第12号B，昭44.3，pp.77～88.

腰壁付柱の弾塑性性状について

(第1報, 変形, 破壊性状について)

(建築学科) 正野 崎 昭 二

On the Elastic-Plastic Character of the Column with Wall

(1st. Report On the Transformation and Failure)

Shōji SHONOUZAKI

In this report, the elastic-plastic character of the column with wall is shown by using Finite Element Method as two-dimensional problem.

§1. ま え が き

1968年5月の十勝沖地震では, その被害状況を破壊の面から見ると, 学校建築などのけた行ラーメンの柱のせん断破壊が目立ったが, これまで比較的耐震的といわれていた鉄筋コンクリート造の中低層建築の被害は耐震設計史上多くの問題をなげかけた。

その一つに, 従来構造計算時には, 非構造部材として十分考慮をしないまま設計されていた骨組内の腰壁, たれ壁, 袖壁の問題があり, 震害による破壊の状況から, それらのものも無視できないことが容易に観察される。

しかし, それらの壁を構造計算の際, いかに扱うと適切であるかは大変むずかしい問題であり, 現在確立された方法も参考となる研究資料も乏しい。

そこで今回は, 腰壁の付いた柱が水平力を受けた場合どのような変形状態をするかを, 2次元問題として有限要素法により弾塑性解析を行ったので報告する。

なお, 解析には東京工業大学に設置されている FACOM222 を使用した。

§2. 解析上の仮定

解析には東京工業大学の岩下恒雄博士にご指導頂き, その方法を使用させて頂いたので紹介しながら簡単に説明する。

鉄筋コンクリート造が鉄筋とコンクリートから成るため, 各材料は当然別個に取扱うべきであるが, ここでは図1のごとく鉄筋は線材とみなし, 分割された微小矩形要素(この場合はコンクリート)の四隅のピン節点のうち任意の二節点間に配置されるものと仮定している。したがって, 鉄筋は材軸方向の力のみを負担し, 材軸に直角のせん断力は負担しない。なお, 構造

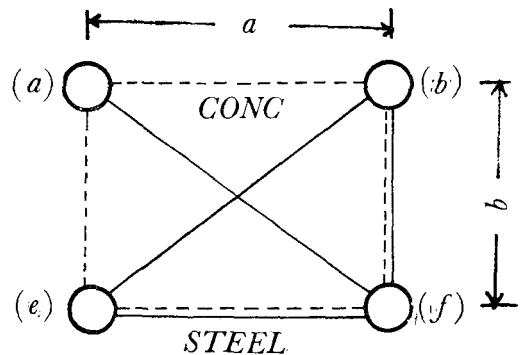


図 1

物を単位要素の集合体に置換する時は鉄筋を優先的に取扱い、鉄筋が各ピン節点間に配置されるように縦横の分割を考えた。

次にこの假定より、鉄筋の引張応力度一ひずみ度特性には鉄筋の標準試験結果を単純化した図2のような完全弾塑性性を假定した。また図のように圧縮時、引張時とも同一の降伏応力度、初期ヤング係数を有するものと假定しており、その他ポアソン比による横ひずみは無視した。

コンクリートは、図1のごとく微小矩形要素に置換され、その結果鉄筋とコンクリートは同一節点を共有することになり、したがって両者の付着はコンクリートに引張鼻裂が発生しないかぎり完全なものと假定している。このコンクリートの応力度一ひずみ度特性に関しては、今迄多くの実験や諸説があるが、未だ不十分な点が多く、コンクリートの塑性化の条件、塑性化した要素の取扱いについてはほとんどわかっていない。したがってこの塑性化の条件などを追求すること自体が重要な課題となるわけであるが、今回は一つの假定として次のような引張降伏と圧縮降伏の2種類を考えることにした。

すなわち引張降伏については図3のごとく、単位要素の中心点の最大主応力度 σ_1 がある一定限度 $c\sigma_{yt}$ に達した場合に引張降伏が生じ、 σ_1 と直角方向に引張亀裂が発生、以後この要素は直交異方性に変化すると假定した。これを1要素の剛性マトリックスで表わすと次の(1)、(2)式のようなになる。つまり(1)式は等方性の場合、(2)式は直交異方性の場合の剛性マトリックスである。

応力とひずみの関係式を次式のように置く。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} [\varepsilon]$$

等方性の場合

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2} & A_{12} &= \frac{E \cdot \nu}{1-\nu^2} & A_{13} &= 0 \\ A_{21} &= A_{12} & A_{22} &= A_{11} & A_{23} &= 0 \\ A_{31} &= 0 & A_{32} &= 0 & A_{33} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned}$$

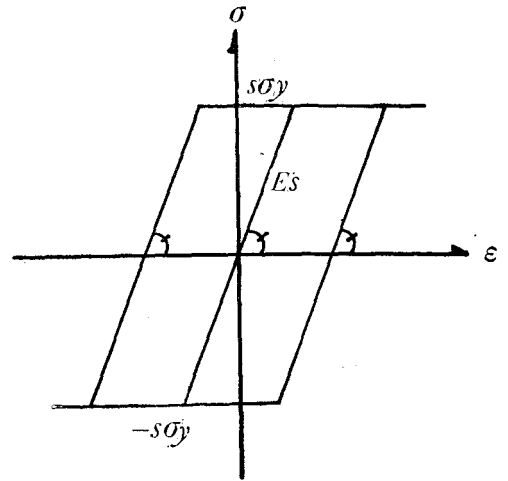


図 2

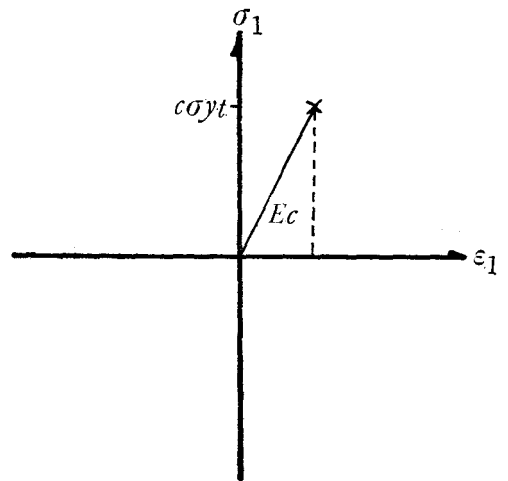


図 3

$$[Ku] = \frac{E \cdot t}{24(1-\nu^2)}$$

$2(A+B')$	$-E$	$A-2 \cdot B'$	D	$B'-2A$	$-D$	$-(A+B')$	E
	$2(A'+B)$	$-D$	$B-2A'$	D	$A'-2B$	E	$-(A'+B)$
		$2(A+B')$	E	$-(A+B')$	$-E$	$B'-2A$	D
			$2(A'+B)$	$-E$	$-(A'+B)$	$-D$	$A'-2B$
				$2(A+B')$	E	$A-2B'$	$-D$
					$2(A'+B)$	D	$B-2A'$
						$2(A+B')$	$-E$
							$2(A'+B)$

(1)

但し $A=2(1-\nu) \cdot \frac{1}{m}$ $B=4 \cdot \frac{1}{m}$ $D=3(1-3\nu)$ $m=\frac{b}{a}$
 $A'=2(1-\nu) \cdot m$ $B'=4 \cdot m$ $E=3(1+\nu)$ $t = \text{厚さ}$
 a, b は第1図の要素寸法。

$$[Ku] = \frac{t}{12ab}$$

$2(2 \cdot A' - 3 \cdot C' + 2 \cdot B')$	$4 \cdot A - D + 4 \cdot B$	$2(A' - 2B')$	$2A - D' - 4 \cdot B$	$-2(2 \cdot A' - B')$	$-(4 \cdot A - D' - 2 \cdot B)$	$-2(A' - 3 \cdot C' + B')$	$-(2 \cdot A - D' + 2 \cdot B)$
	$2(2 \cdot F' - 3 \cdot F' + 2 \cdot C)$	$2 \cdot A + D' - 4 \cdot B$	$2(F' - 2 \cdot C)$	$-4 \cdot A + D' - 2 \cdot B$	$-2(2 \cdot F' - C)$	$-(2 \cdot A - D' + 2 \cdot B)$	$-(2 \cdot F' - 3 \cdot F' + C)$
		$2(2 \cdot A' + 3 \cdot C' + 2B')$	$4 \cdot A + D + 4 \cdot B$	$-2(A' + 3 \cdot C' + B')$	$-(2 \cdot A + D + B)$	$-2(2 \cdot A' - B')$	$-(4 \cdot A + D' - 2 \cdot B)$
			$2(2 \cdot F' + 3 \cdot F' + 2 \cdot C)$	$-(2A + D + 2 \cdot B)$	$-2(F' + 3 \cdot F' + C)$	$-(4 \cdot A - D' - 2 \cdot B)$	$-2(2 \cdot F' - C)$
				$2(2 \cdot A' + 3 \cdot C' + B')$	$4 \cdot A + D + 4 \cdot B$	$2(A' - 2 \cdot B')$	$2A + D' - 4 \cdot B$
					$2(2 \cdot F' + 3 \cdot F' + 2 \cdot C)$	$2A - D' - 4 \cdot B$	$2(F' - 2 \cdot C)$
						$2(2 \cdot A' - 3 \cdot C' + 2 \cdot B')$	$4 \cdot A - D + 4 \cdot B$
							$2(2 \cdot F' - 3 \cdot F' + 2 \cdot C)$

(2)

$A=A_{23} \cdot a^2$ $B=A_{13} \cdot b^2$ $C=A_{33} \cdot b^2$ $D=3 \cdot (A_{12} + A_{33}) \cdot a \cdot b$ $F=A_{22} \cdot a^2$
 $A'=A_{33} \cdot a^2$ $B'=A_{11} \cdot b^2$ $C'=A_{13} \cdot a \cdot b$ $D'=3 \cdot (A_{12} - A_{33}) \cdot a \cdot b$ $F'=A_{23} \cdot a \cdot b$

一方圧縮降伏については引張降伏の原因に最大主応力度を仮定したのに対して、圧縮降伏は要素中心点の最小主応力度 σ_2 によってひきおこされかつこの応力度一ひずみ度曲線はコンクリートの標準試験結果をモデル化した図4にしたがうものと仮定した。

なお、計算は荷重を若干量ずつ増加させる逐次計算法によった。また各回の弾性常数には割線係数を使用した。

§3. 形状・寸法・荷重状態

解析に使用したモデルは計算機の容量等の関係で図5の(a), (b)のごとく建物の一部を切りとったもので、(a)は腰壁のあるもの、(b)は純ラーメンである。荷重は図7に示したX, Y方向に初期値として鋭直荷重150tを柱頭の各節点に分担させ、水平荷重10tをはり上部に各支配面積に応じて分担させた。なお、水平荷重のみ荷重増加率を0.5とした。その他各条件として以下に示す数値を使用した。

鉄筋のヤング係数 $=210000\text{Kg/cm}^2$

鉄筋の降伏強度(σ_y) $=2400\text{Kg/cm}^2$

コンクリートのヤング係数 $=210000\text{Kg/cm}^2$

コンクリートの引張強度(σ_{yt}) $=21\text{Kg/cm}^2$

コンクリートの圧縮強度(σ_{yc}) $=210\text{Kg/cm}^2$

§4. 結果および考察

図6は各荷重段階における柱中心線の水平変位状態を腰壁のない純ラーメンと比較したものである。弾性範囲内でのみ解析した時と同様に腰壁の影響が非常によく表われておりいわゆる曲げ変形的形状を示している。

また図7の■は荷重が30tになった時の破壊した要素を示すものであるが、これも腰壁があるためにかなりの応力集中が起り破壊したものと思われる。

以上の事から腰壁があるために柱に相当の水平力負担がかかる事がわかり、構造計算においては、せん断スパン比の減少や剛域の存在等十分考慮し補強について十分注意を必要としないといけない。

なお、先に指摘したようにコンクリートの塑性化の条件など種々の問題点があると思われる

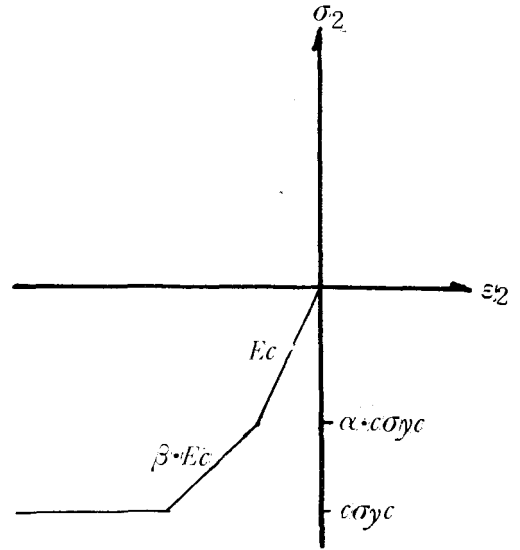
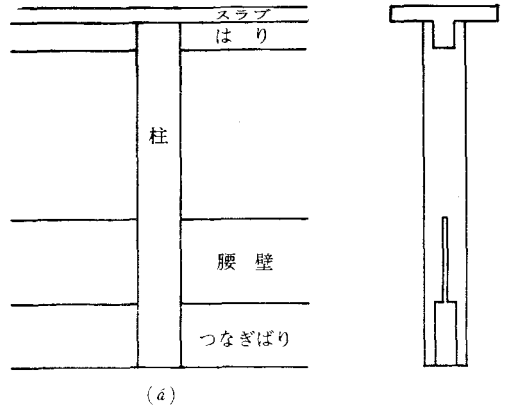
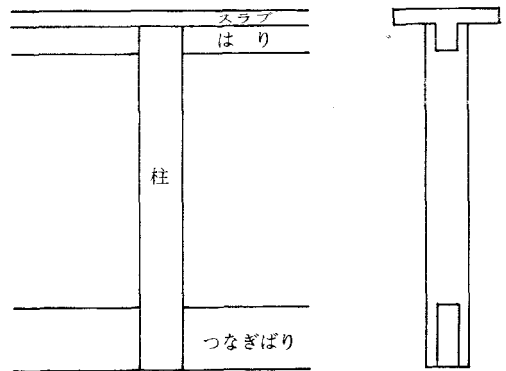


図 4



(a)



(b)

図 5

が、それらは今後の課題としたい。

最後に、この研究に当り東京工業大学の岩下先生はじめ同研究室の方々に多大なご協力を頂いた事を感謝する。

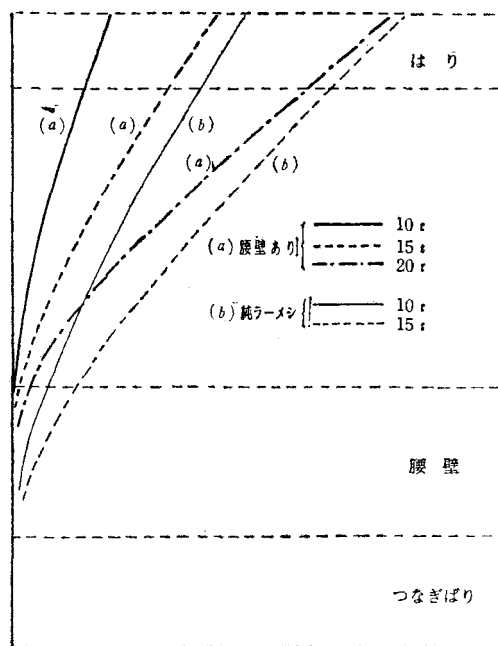


図 6

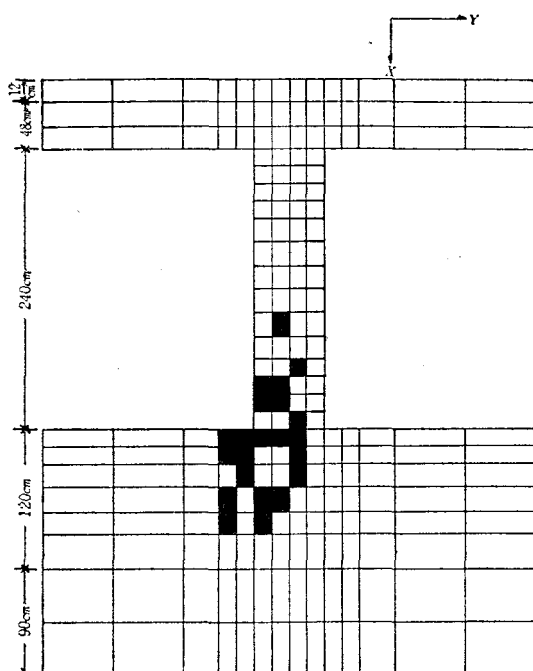


図 7

参 考 文 献

- 1) 岩下：建論報 昭和42年11月
- 2) 岩下・正野崎：学会構概集 昭和44年 8 月
- 3) 岩下・正野崎：関東支部 昭和44年11月
- 4) 大久保：建論報 昭和46年 8 月
- 5) 大久保：コンクリートジャーナル 昭和46年 9 月
- 6) 磯畑：建論報 昭和46年11月

（昭和47年1月7日 受付）

昭和46年度中本校教官による他誌発表論文

著 者	題 目	発 表 誌	発 表 場 所
谷 田 孝 之	左伝に現われた相続者指定	日本中国学会報 第23集	昭和46年10月
茶 木 正 吉	ゼフィラミンによる微量 パラジウムの吸光光度定量法	分析化学20巻, 2号 頁226 (1971)	
堀 武 夫	陸上競技の順位判定と計時について	体育学研究(第15巻5号)	
	陸上競技の評価	新体育 (第42巻1号)	
大 下 隆 章 武 井 英 雄 (広大工学部)	超塑性Zn—Al合金の押出加工	日本金属学会誌, 35 (1971) 1120	
里 信 敏 行	鋳鉄の金型鋳造における金属中子の検討	鋳物 VOL.43 (1971) 326	日本鋳物協会
	古砂の研究 —砂の老化と粉塵発生量—	日本鋳物協会中国四国支部講演論文 (1971) 61	日本鋳物協会中国四国支部
	古砂の研究 —砂の老化と粉塵量—	広島県総合技術委員会研究報告 (1971)	広島県総合技術委員会
	穴あけ加工におけるドリル摩耗機構について	精機学会中国四国支部講演論文 (1971) 31	精機学会中国四国支部
灘 野 宏 正	ピッチング発生に及ぼす表面摩擦の影響	日本機械学会 講演論文集 No.714—4	関西支部第46期定時総会講演会
	摩擦の際に発生する移動熱源による熱応力について	潤滑学会前刷	全国大会岡山
	ピッチング発生に及ぼす表面摩擦の影響 (第2報)	日本機械学会 講演論文集 No.718—3	大分地方講演会
森 本 義 広	ユニバーサル・フィールド・マッピング・プログラム (第2報)	電気学会全国大会論文集 (昭和46年3月)	電気学会
	ユニバーサル・フィールド・マッピング・プログラム	電気学会電磁界理論研究会資料 (昭和46年7月)	電気学会
久 良 喜代彦	コンクリート棒内を伝播する打撃応力波の減衰について		プレストレストコンクリート技術協会P.C., くい技術委員会 (昭和46年3月23日)
	衝突理論による解法とSmithの方法との比較計算例		プレストレストコンクリート技術協会P.C., くい施工小委員会 (昭和46年7月14日)
	衝突理論による解法とSmithの方法との比較計算例 その2		プレストレストコンクリート技術協会P.C., くい施工小委員会 (昭和46年9月21日)
	コンクリート棒内を伝播する高歪圧縮波の減衰について	土木学会, 全国大会講演概要集	土木学会第26回年次学術講演会 (昭和46年10月)
石 井 義 明	大阪洪積粘土の圧密特性について	京都大学防災研究所年報 第14号B	京都大学防災研究所 (昭和46年4月)
	大阪洪積粘土の圧密特性について	土木学会関西支部年次学術講演概要	土木学会関西支部 (昭和46年5月)
清 和 四 土	アスファルト・タイル床の剥離について	日本建築学会中国支部研究報告	日本建築学会中国支部昭和46年度第1回発表会 (昭和46年10月9日)
	樹脂質タイルの剥離判定法	日本建築学会大会学術講演便概集	日本建築学会大会 (昭和46年11月4日)

呉工業高等専門学校研究報告

第1巻第1号～第7号第2号 総目次（昭和40～47年）

一般科

史学

	著者	巻	号	頁
張勳軍閥の研究(一) 一南京会議・徐州会議を中心として一	高城博昭	1	1	1
張勳軍閥の研究(二) 一参戦問題を中心として一	高城博昭	2	1	1
張勳軍閥の研究(三) 一復辟事件・軍閥と民党関係を中心として一	高城博昭	3	1	1
丁巳復辟真因	高城博昭	7	1	17

中国哲学

中国古代喪主に関する一考察	谷田孝之	2	1	17
---------------	------	---	---	----

英語

現代アメリカ英語における動詞の使用法	篠田治夫	1	1	15
現代アメリカ英語における話法形式の研究	篠田治夫	3	1	15
John Steinbeck: "Flight" における Story-telling の技巧について	広瀬英一	2	1	31
James Baldwin エッセイ	下村登	6	1	1
A Study on "This Side of Paradise"	下村登	7	1	1
Audio-Lingual Theory of Language Learning and The Teaching	熊川良治	6	2	1
A Study on Clauses of Concession, "No Matter What" and "Whatever..."	熊川良治	7	1	11

数学

観測データによる非正規性定常不規則過程の確率分布関数に関する研究	小富池政夫	2	1	37
非対称形非正規性定常不規則信号の確率密度関数決定に対する一方法	小富池政夫	3	1	29
等価線形化手法によるある化学プラント系の安定性の解析について	小富池政夫	6	1	9
むだ時間要素を含む線形制御系の安定性の解析について	小富池政夫	6	2	29
不規則信号の四角形近似積分による誤差に対する高周波スペクトルの影響	富田豊	3	1	41
正規性不規則入力をうける非線形制御系の定常応答の解析について	富田豊	4	1	1

化学

テトラフェニルホスホニウムブロマイドによるビスマスの吸光光度定量法	茶木正吉	1	1	27
ゼフィラミンによるクロムの吸光光度定量法	茶木正吉	2	1	51
ゼフィラミンによるマンガンの吸光光度定量法	茶木正吉	3	1	51

応用物理

Sb-modified MnAs の磁気的性質	増本貫一	1	1	39
合成ポーナイト, Cu_5FeS_4 , の電気的, 磁気的性質 (第1報)	増本貫一	2	1	95
Mn As 単結晶の電気的, 磁気的性質	増本貫一	4	1	91
キューバ鉱, CuFe_2S_3 の電気的, 磁気的性質	笠松義隆	5	1	1
Modified Chalcogenide Spinels, $\text{CoCr}_2\text{S}_{4-x}$ の磁気的性質	増本貫一	7	2	1

体育

学生の実態に関する基礎的研究 (第1報)	小堀堀武夫	1	1	111
本校学生の体位・体力・運動能力についての研究 (第2報)	堀石嶋武篤	5	2	119
本校学生の体位・体力・運動能力に関する調査研究 (第1報)	堀石嶋武篤	6	2	7
陸上競技の決勝線における順位判定に関する研究	堀石嶋武篤	6	2	21

機械工学科

巻 号 頁

カムの滑り率の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	1	1	47
カムの滑り率の研究 (第2報)	糸 島 寛 典・里 信 敏 行	2	1	75
カムの滑り率の研究 (第3報)	糸 島 寛 典・里 信 敏 行	3	1	63
(往復オフセット従動節をもつ凸面カムの滑り率)				
カムの滑り率の研究 (第4報)	糸 島 寛 典	4	1	27
(揺動平板従動節をもつ凸面カムの滑り率)				
カムの滑り率の研究 (第5報)	糸 島 寛 典	5	1	33
(揺動円弧従動節をもつ接線カムの滑り率)				
円板カムの研究 (第1報)	糸 島 寛 典・西 本 進	1	1	59
円板カムの滑り率について	糸 島 寛 典	5	2	29
円弧カムの研究 (第1報)	糸 島 寛 典・西 本 英 進	2	1	67
円弧カムの研究 (第2報)	糸 島 寛 典	3	1	73
(凸面カムをもつ往復かたより従動節の場合)				
円弧カムの研究 (第3報)	糸 島 寛 典	4	1	15
(接線カムをもつ往復かたより従動節の場合)				
円弧カムの研究 (第4報)	糸 島 寛 典	5	1	7
(揺動円弧従動節をもつ凸面カムの場合)				
円弧カムの研究 (第5報)	糸 島 寛 典	5	1	21
(揺動平板従動節をもつ凸面カムの場合)				
往復等加速度カムの滑り率の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	6	1	47
往復等加速度カムの滑り率の研究 (第2報)	糸 島 寛 典	6	2	49
揺動等角加速度カムの滑り率の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	7	1	45
揺動等角加速度カムの滑り率の研究 (第2報)	糸 島 寛 典・方 岡 弁 司	7	2	19
往復等速度カムの滑り率の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	6	2	61
単弦運動カムの滑り率の研究 (第1報)	糸 島 寛 典・野 原 稔	7	1	59
揺動等角速度カムの滑り率の研究 (第1報)	糸 島 寛 典・野 原 稔	7	2	35
4 節リンク機構の総合の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	1	1	85
4 節リンク機構の総合の研究 (第2報)	糸 島 寛 典	1	1	97
4 節リンク機構の総合の研究 (第3報)	糸 島 寛 典	2	1	85
ウィットウォースの早戻り機械の研究 (第1報)	糸 島 寛 典・西 本 高 輝 進 雄	1	1	71
爪連鎖の研究	糸 島 寛 典	5	2	19
スライダ・クランク機構の総合の研究 (第1報)	糸 島 寛 典・山 下 昇	2	1	55
スライダ・クランク機構の総合の研究 (第2報)	糸 島 寛 典	6	1	37
ラック連桿機構の研究 (第1報)	糸 島 寛 典・西 本 進	3	1	55
ラック連桿機構の研究 (第2報)	糸 島 寛 典	7	1	21
4 歯車リンク機構の研究 (第1報)	糸 島 寛 典・方 岡 弁 司	4	1	39
4 歯車リンク機構の研究 (第2報)	糸 島 寛 典・方 岡 弁 司	5	2	41
4 歯車リンク機構の研究 (第3報)	糸 島 寛 典	6	2	75
3 歯車リンク機構の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	6	1	25
3 歯車リンク機構の研究 (第2報)	糸 島 寛 典	7	1	31
チェーン歯車機構の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	7	2	7
ディーゼル機関の熱帯地特性に関する研究	久保田 勲	3	1	87
機関冷却水温に及ぼすトンネルの影響について	久保田 勲	3	1	95
ディーゼルエンジンの排気温度に関する研究	久保田 勲	3	1	101
ガソリンエンジンの性能に及ぼす吸気の影響について (第1報)	久保田 勲	3	1	105
ガソリンエンジンの性能に及ぼす吸気の影響について (第2報)	久保田 勲	3	1	113
排気濃度計の使用特性について	久保田 勲	4	1	49

ディーゼル機関の排気濃度におよぼす諸要因の影響（第1報）……………久保田 勲	5	1	43
（実験計画法による追究）			
着色燃料による空燃比測定法……………久保田 勲	5	1	53
ディーゼル機関の排気濃度と燃料消費率との関係について……………久保田 勲	5	1	63
ディーゼル機関燃費特性についての考察……………久保田 勲	5	2	1
ボッシュ排気濃度と汙紙透過率との関係について……………久保田 勲・浜田 憲治	6	1	17
ボッシュ排気濃度についての理論的考察……………久保田 勲	7	1	71
ディーゼル機関の燃費特性について……………久保田 勲	7	2	47
ディーゼル機関の排気濃度特性曲線について……………久保田 勲	7	2	53
ディーゼル機関燃料噴射時期測定装置の試作……………浜田 憲治	7	1	79
小型船の抵抗推定についての考察……………二井内 信司	3	1	83
螺旋推進器と軸流機械の統一的設計法について（第1報）……………二井内 信司	4	1	57
水面走行体の造波抵抗について……………二井内 信司	4	1	65
直線翼列の最適翼型の決定法について……………二井内 信司	5	1	69
導風板のある発動機の冷却について……………二井内 信司	6	1	61
密着うず巻ばねの研究（第1報）……………糸 島 寛 典・大 下 隆 章	1	1	105
密着うず巻ばねの研究（第2報）……………大 下 隆 章	2	1	101
Al 青銅の加工熱処理（第1報）……………大 下 隆 章	3	1	121
Al 青銅の加工熱処理（第2報）……………大 下 隆 章	4	1	85
13% Cr 鋼の Hot Peening……………大 下 隆 章	4	1	79
鋼の恒温変態におよぼす圧縮応力の影響……………大 下 隆 章・千 田 義 裕	5	1	79
旋削された材料（S45C）の粒度と残留応力……………大 下 隆 章	6	1	67
圧延された銅板の粒度と残留応力……………大 下 隆 章	6	2	37
平面研削された S45C の粒度と残留応力……………大 下 隆 章	6	2	43
超塑性 Zn-Al 合金の内部摩擦……………大 下 隆 章・山 根 光 夫	7	2	61
穴加工用工具動力計の試作……………里 信 敏 行・西 本 進	4	1	71
支柱型平面研削動力計の試作……………里 信 敏 行	5	1	85
無段変速プーリ付旋盤の特性……………里 信 敏 行	5	1	89
Ca-Si 脱酸鋼の穴あけ加工に対する適応性（第1報）……………里 信 敏 行	5	2	7
（切削抵抗・加工精度）			
Ca-Si 脱酸鋼の穴あけ加工に対する適応性（第2報）……………里 信 敏 行	5	2	13
（工具寿命）			
Ca-Si 脱酸鋼の研削加工に対する適応性……………里 信 敏 行	6	1	73
各種寿物砂の急熱熱伝導特性と鈎物組織……………里 信 敏 行	6	1	79
実験計画法によるドリル加工寸法拡大の検討……………里 信 敏 行	7	1	87
摩擦面温度上昇の理論解析……………灘 野 宏 正	3	1	127
摩擦面温度上昇の理論解析（第2報）……………灘 野 宏 正	4	1	99
移動熱源による温度上昇について……………灘 野 宏 正	7	2	67
非接触歯車ポンプの歯間部隙間の最適値……………京 免 進	5	1	95
非接触歯車ポンプの歯間部すきまの最適値（第2報）……………京 免 進	7	1	93
（油の粘度変化を考慮した場合）			
二円筒すきまにおける粘性流れ……………京 免 進	7	2	73

電 気 工 学 科

電子線回折に対する新しいフィルター的设计……………桑 村 海	原 上 岡	茂 滋 浩	也 樹 司	1	1	31
ゲーゲンフェルト型電子エネルギーアナライザー……………桑 村 原 上 茂 也・原 田 松	桑 村 原 上 茂 也・原 田 松	桑 村 原 上 茂 也・原 田 松	桑 村 原 上 茂 也・原 田 松	2	1	109

多軸行列法によるシュラゲ電動機の解析	高 松 雄 三	2	1	131
超低周波三角波の発生と増幅	村 上 滋 樹	2	1	119
変形ダーリントン接続	村 上 滋 樹	2	1	125
ショット雑音による電子の電荷の測定(第1報)	村 上 滋 樹・綿 井 伸 爾	3	1	143
コンバータを用いた点火装置	村 上 滋 樹・綿 井 伸 爾	3	1	149
コンデンサ放電点火方式に関する検討	村 上 滋 樹	4	1	123
簡易ジャイレータに関する検討	村 上 滋 樹	5	1	107
DRAP:回路網解析プログラム	村 上 滋 樹	7	1	105
線形計画法を適用した回路網設計法	村 上 滋 樹	7	1	111
電気工学科における情報処理教育とミニコンピュータの利用について	村 上 滋 樹	7	2	99
ELの研究(1) 一商用周波数における電力測定の比較一	原 田 一 彦	3	1	135
植物育成用けい光灯の特性と実用について	原 田 一 彦	3	1	139
昼光用カラーフィルムと人工光源について	原 田 一 彦	4	1	107
本校体育館の照明について	原 田 一 彦	4	1	115
けい光灯の高周波点灯による学習能率について	原 田 一 彦	5	1	101
ナトリウムランプ照明下における作業能率	原 田 一 彦	5	2	57
半導体調光装置による赤外線電球の温度調節	原 田 一 彦	6	1	85
低照度における色相の見え方	原 田 一 彦	6	2	83
演色性の作業能率に及ぼす影響	原 田 一 彦	6	2	89
高圧ナトリウムランプによる色相の見え方	原 田 一 彦	7	1	99
メタルハライドランプの調光による色温度の変化	原 田 一 彦	7	2	87
熱線風速計の研究(第1報)	黒 瀬 能 幸	3	1	159
熱線風速計の研究(第2報)	黒 瀬 能 幸	4	1	129
円筒導体で共軸的に囲まれた螺旋回路の位相速度について	中 村 正 三	5	2	53
MOSFET を用いた簡易高速乗除算器	太田垣 博・黒 瀬 能 幸	5	2	63
電離真空計の電源について	吉 野 信 行・黒 瀬 能 幸 太田垣 博	6	1	113
温度補償されたFET除算器	太田垣 博・黒 瀬 能 幸	6	2	93
FET コンダクタンス除算器	黒 瀬 能 幸・太田垣 博	7	2	81
SF ₆ ガス中での放電特性(第1報)	若 宮 正 明・野 村 利 英	5	2	75
衝撃電圧発生器を利用した開閉インパルス発生容の回路計算	若 宮 正 明	7	2	109
単相全波整流回路のアナログシミュレーション(第1報)	脇 山 所 下 広 司 英 生	6	1	93
単相全波整流回路のアナログシミュレーション(第2報)	脇 山 所 下 広 司 英 生	6	1	101
還流ダイオードを有す単相半波整流回路の アナログシミュレーション(第1報)	脇 山 所 下 広 司	7	2	93
サイリスタチョッパによる直流他励電動機速度制御(第1報)	野 村 利 英	7	1	117
電子計算機による楕円型境界値問題の数値解析(第1報)	森 本 義 広	7	1	121
電気計算機による楕円型境界値問題の数値解析(第2報)	松 山 公 一	7	2	117

土 木 工 学 科

大阪泉州地区洪積粘土の二・三の力学特性について	石 井 義 明	7	2	129
-------------------------	---------	---	---	-----

建 築 学 科

軟弱な圧密粘土層上の建築物の不同沈下について(第1報)	高 西 井 村 芳 治 西 村 光 正	2	1	145
軟弱な圧密粘土層上の構造物の不同沈下について(第2報) (不同沈下による亀裂)	高 西 井 村 芳 治 西 村 光 正	4	1	139
構造物の不同沈下とレオロジー	西 村 光 正	5	1	115

巻 号 頁

風化花崗岩または風化土に直接基礎を用いて支持される建物の実態調査...高井 芳 治.....5287 (呉市における調査結果).....西村 光 正	
構造体コンクリート非破壊試験装置の改良および基礎実験.....清和四士.....21 ... 141	
大谷石の薄板使用について(第1報).....高井 芳 治・清和四士.....31 ... 169	
昭和42年7月豪雨に於ける呉市の災害調査について.....高井 芳 治・西村 光 正.....31 ... 173 —建築物の被害を中心として—.....藤井 健	
立体骨組の新判別式.....清和四士.....51 ... 111	
廊下に関する研究(第1報).....清和四士.....61 ... 119	
交通騒音に関する研究(第1報)(音源の移動による音圧レベル変化).....藤井 健.....41 ... 145	
交通騒音に関する研究(自動車騒音のパワーレベルについて).....藤井 健.....51 ... 125	
交通騒音に関する研究(第3報).....藤井 健.....5281	
交通騒音に関する研究(第4報)(新幹線騒音について).....藤井 健.....6299	
鉄筋コンクリート柱の配筋方法による耐力への効果に関する実験的研究.....福 原 安 洋.....52 ... 101	
鉄筋コンクリート骨組の動的実験.....福 原 安 洋.....71 ... 129	
格技場の設計計画(第1報).....石 沢 正 秋.....71 ... 135	
腰壁付柱の弾塑性性状について(第1報, 変形, 破壊性状について).....正野崎 昭 二.....72 ... 139	

編 集 委 員

糸	島	寛	典
太	田	垣	博
石	井	義	明
高	井	芳	治
下	村		登
富	田		豊

呉工業高等専門学校
研究報告
第7巻 第2号(1972)
(通巻第10号)

昭和47年3月印刷
昭和47年3月発行

編集兼
発行者 呉工業高等専門学校

〒737 呉市豊栄2丁目2ノ1
電話 呉(0823) 71-9121

印刷所 柳盛社印刷所
〒730 広島市東白島8-23
電話 (21) 2148・2149

MEMOIRS OF THE KURE TECHNICAL COLLEGE

1. Magnetic Properties of Modified Chalcogenide Spinel, $\text{CoCr}_2\text{Se}_3\text{S}_{4-x}$Kan-ichi MASUMOTO and Yoshitaka KASAMATU.....	1
2. Studies on the Chain Mechanism with the Eccentric Sprocket (Report 1)Hironori ITOSHIMA.....	7
3. Studies on the Specific Sliding of the Constant Angular Acceleration Cam with the Oscillating Follower (Report 2) (Oscillating Flat Follower)Hironori ITOSHIMA and Benji KATAOKA.....	19
4. Studies on the Specific Sliding of the Constant Angular Velocity Cam with Oscillating Follower (Report 1)Hironori ITOSHIMA and Minoru NOHARA.....	35
5. On the Fuel-Consumption Characteristics of Diesel EngineIsao KUBOTA.....	47
6. On Smoke-density Characteristic Curve of Diesel EngineIsao KUBOTA.....	53
7. Internal Friction of Superplastic Zn-Al AlloyTakaaki OSHITA and Mituo YAMANE.....	61
8. On the Temperature Rise due to a Moving Heat Source.....Hiromasa NADANO.....	67
9. Viscous Fluid Flow through the Clearance between Two Cylinders (1st Report)Susumu KYOMEN.....	73
10. FET Conductance DividerYoshinobu KUROSE and Hiroshi OTAGAKI.....	81
11. The Colour Temperature Change in the Metal Halide Lamp DimmingKazuhiko HARADA.....	87
12. Analog Computer Simulation of a Single-Phase Half-Wave Rectifier with Free Wheeling Diode (1) (Steady-State Operation)Hiroshi WAKISHO.....	83
13. A Study on the Information processing Education in the School of Electrical Engineering and the Use of Mini-Computer.....Shigeki MURAKAMI.....	99
14. Culculation of Switching Impulse Voltage Generator Circuit utilized Standardwave Impulse Generator.....Masaaki WAKAMIYA.....	109
15. On the Numerical Analysis of Elliptic Boundary Value Problems by Digital Computer (Report 2)Kimikazu MATSUYAMA, Yoshihiro MORIMOTO.....	117
16. Mechanical Properties of Diluvial Clay at Osaka-Senshu District.....Yoshiharu ISHII.....	129
17. On the Elastic-Plastic Character of the Column with Wall (1st. Report On the Transformation and Failure)Shōji SHONozAKI.....	139