

呉工業高等専門学校

研究報告

第2巻 第1号

昭和41年12月
(1966)

目次

張勳軍閥の研究(二) —参戦問題を中心として—	高城博昭	1
中国古代表主に関する一考察	谷田孝之	17
John Steinbeck: "Flight" における Story-telling の技巧について	広瀬英一	31
観測データによる非正規性定常不規則過程の確率分布関数に関する研究	小池政夫	37
	富田豊	
ゼフィラミンによるクロムの吸光光度定量法	茶木正吉	51
スライダ・クランク機構の総合の研究(第1報)	糸島寛典	55
	山下昇	
円弧カムの研究(第1報)	糸島寛典・西本進	67
	井山英男	
カムの滑り率の研究(第2報)	糸島寛典	75
	里信敏行	
4節リンク機構の総合の研究(第3報)	糸島寛典	85
合成ポーナイト, Cu_5FeS_4 , の電気的, 磁氣的性質(第1報)	増本貫一	95
密着うず巻ばねの研究(第2報)	大下隆章	101
ゲーゲンフェルト型電子エネルギーアナライザー	桑原茂也・原田一彦	109
	村上滋樹・高松雄三	
超低周波三角波の発生と増幅	村上滋樹	119
変形ダーリントン接続	村上滋樹	125
多軸行列法によるシュラゲ電動機の解析	高松雄三	131
構造物コンクリート非破壊試験装置の改良および基礎実験	清和四士	141
軟弱な圧密粘土層上の建築物の不同沈下について(第1報)	高井芳治	145
	西村光正	

張勳軍閥の研究(二)

— 参戦問題を中心として —

(史学) 高 城 博 昭

A Study of Chang Hsün Militalist Party (2)

—Mainly on the Problem of China's Entry into World War 1—

Hiroaki TAKASHIRO

During World War 1, the imperialistic Great Powers advanced into China and the militalist parties in power underwent many vicissitudes.

In this paper we examine the vicissitudes of the militalist parties (especially of Chang Hsün Militalist Party) and show their comprador and counter-revolutionary character.

We hope this paper may throw light on the structure of the political power in the Militalist Party Period and on how one of the social conditions necessary for Hsin min-chu chu-i was formed.

ま え が き

前稿で記すべきことが多々あると思うが、はじめに研究の目的・方向を再確認する意味で若干述べてみよう。

辛亥革命の歴史的位置づけ、あるいは失敗の原因をさぐるためにも、また5・4運動を境として旧民主主義革命から新民主主義革命への革命的原因とその質的原因を構造的にとらえるためにも、その間の民国初期軍閥政権の権力構造の把握は必要不可欠のものである。

ここで、先学の諸業績(28)を参照させていただいて、筆者なりにまとめてみると、民国初期軍閥政権(とくに北洋軍閥)は、明清以来の商品貨幣経済の進展・外国資本主義の中国進出によって自給自足経済が解体されつつも、まだ単一の国内

的統一経済にまで至っていない半封建・半植民地的な農村社会を支配の基礎とした国内の半封建的の反動勢力の支配の復活(軍閥は同一階級に属する土豪・郷紳の支配を通じて農村に依存する)であり、それとともにその権力の成立は、その強力な軍事力を保証してくれた帝国主義列強の積極的な支援にささえられ、それは列強の中国における権益伸張の企図と一致した、まさに買弁的な反革命権力であった。

また一般に軍閥とは「軍人が本来の職権の範囲をこえてその握有する軍事勢力を背景として政権に干与し、またはこれを独占する場合、この軍人を中心とする政治軍事機構をいう」とされるが、この期の中国軍閥の特性として、その組織内に濃厚な血縁的・地縁的關係(親分子分關係)および子弟關係をもち、例外なく特定の地盤(排他的財

政区域)に割拠するといった諸点があげられる。

これらの性格のうち、前稿で復辟それ自体は一つの滑稽劇にすぎないが、その政治的背景は根深いものをもっている、これを起こした張勳を中心として、軍人の干政、政権の担当と争奪、割拠して一定の排他地域すなわち地盤の確保と拡大をめぐる互いに戦った割拠的・軍閥的性格の具体的事実を示した。

本稿では、まず(4)で日露戦争後の中国をめぐる国際関係の均衡が第1次大戦によって、いかなる変遷をきたしたかを概論する。これについては江口朴郎氏(29)によって立派な研究がなされており、これを参照した。

しかし最も根本的な問題である大戦が辛亥革命後の動乱の中にある中国自身の歴史的発展に、いかなる影響をおよぼしたかという問題については、まだ研究すべき余地がのこされている。したがって(4)で示した大戦によってもたらされた中国をめぐる国際関係の中で、大戦による中国動乱の歴史をほりさげることが主目的とするものである。これは(5)ドイツとの国交断絶・(6)参戦問題の進展と復辟の項で述べる。

使用した資料は、中国人によって書かれたものでは、「史話」を中心にして「徐樹錚年譜」・「30年史」・「督軍団伝」・「我的生活」・「復辟始末記」などと、日本のものでは「西原自伝」を中心にして江口氏の諸研究などである。これらの資料を比較検討するとかなりのくいちがいが見出される。それは段・馮の参戦問題に対する考え方・動き、この参戦問題によってもたらされた混乱の中で張勳によって実行された復辟は、何がこれを起こしたかなどについてである。

本稿では、これら諸資料の比較検討によって、民国初期軍閥政権の権力構造を把握するため、1次大戦中の日本を主とし、英仏露を加えた列強との関係に留意し、参戦問題がもたらした混乱の中

で、張勳によって実行された復辟事件までの軍閥政権(とくに張勳軍閥を中心として)の推移を述べる。これによってその買弁的・反革命的性格を示し、この期軍閥政権の権力構造の把握の素材となるとともに、新民主主義革命への社会的条件の一つを形成した事情を明らかにすることとなれば幸甚である。

(4) 日露戦争後から大戦前期までの 中国をめぐる国際関係

日露戦争後、極東にあらわれた基本的な対立は日露対英米の対立であったが、これは世界戦争準備のためのドイツ包国の政策の発展と密接な関連をもっていた。1907年から1916年に至る期間に4回にわたって締結された日露秘密協約は、極東において英米と鋭く対立する点をもつが、同時に全列強の世界的勢力関係、具体的には3国同盟対3国協商の一端として存在した。1911年の第3回日英同盟も対独戦争のためにのみ存続の理由があった。欧州における国際関係の持続的緊張は、極東を専ら日露米の活躍舞台としたように思われる。しかしこれらの新登場者は政治的部面における華やかさに拘らず、大戦前期まで中国に投資する実力において独占的な地位をしめることはできなかった(30)。この点を詳述することは主目的ではないが、後記中国参戦の最も根本的な契機となった対華借款の歴史について簡単にふれよう。

1910年米銀行団が英仏独3国銀行団に加入して成立した4国借款団は、当然日露帝国主義に対する攻勢を意味した。1911年この借款団は「貨幣改革および工業発展借款」に投資したが、まさに辛亥革命によって清朝に代る袁の政権が成立したこの時期は、列国の新たな投資の機会であり、当然日露両国は抗議した。かくて英仏両国は日露の不満を緩和するため、1912年日露両国銀行を加えた6国借款団が成立した。これによって米国の借款

団における指導権は完全に失われ、1913年米財団が脱退して5国借款団となった。この経緯は、西方における独対3国協商の対立の発展、いかえれば世界戦争準備の過程が東洋にあらわれたものであり、日露の反動帝国主義が、戦争準備のために国際的に支持されて、中国の民主的成長を阻害していくのである。

この最もよき現われが、すでに袁政権成立後より準備され、第1次大戦勃発とともに英仏露が傷手を蒙ったのに乗じた1915年1月日本の21カ条の要求提出である。この要求は当然米国の非難をうけ、米国は英仏露3国に共同干渉を提案したが、3国は対独戦争のために拒否し、中国をめぐる日米の対立を前面におしだし、中国内部では全国的な反日運動となって袁政権に対する反抗をししばらく中絶せしめ帝制樹立計画の進展となった。この最も多く英米仏の支配下にある袁の帝制樹立計画に対し、10月末日本は延期を勧告し、英仏露がこれに従ったことは当然であり、ひとり米国のみ日本の対華干渉に反対の意を示したが、この米国のみの支持は帝制運動にとってまだ積極的な意味はもちえなかった。米国の加入しない5国借款団が袁の財政を圧迫する手段をとったからである。

さらに帝制問題は、欧戦線の緊張から連合国の帝制樹立の承認を要求したが、これまた日本の反対をうけた。かくて大戦前期においては、中国の参戦は連合国にとって必要と認められたにも拘らず、日本の反対によって具体化しなかった。

このように日露戦争後、極東にあらわれた基本的な対立である日露対英米の対立は、欧戦争の緊張による欧資本主義の退潮すなわち英露の後退に伴い、これを利用した日本、孤立しつつも独自の政策(31)によった米国の意欲的な対中国進出となり、1917年(民国6年)中国においては、日米両国が絶対的な二大勢力となって、対立が激化した。

猶、倒袁戦争である第3革命については、主目的ではないので別の機会に譲るが、帝位取り消し後袁の総統位をめぐる南方護国軍・北洋派の段、馮、張勳などの国内、また北洋派内部の動きについては、前稿(2)南京会議で詳述したので、ここでは省略する。

以上は今まで言われてきたことを筆者なりにまとめたものである。このような国際関係の中で、本稿の主目的である参戦問題が進展し、復辟にいたる中国自身の問題に移ろう。

(5) ドイツとの国交断絶

袁の死後、北洋派と非北洋派の西南軍閥・国民党・国民党が多数を占める国会、黎との対立、別の表現をすれば総統府と國務院、国会と内閣との対立、また北洋派内部でも分裂割拠しての対立＝権力争奪の激化については、前稿(3)徐州会議で詳述した。

この背後には列強とくに日米との関係があった。すなわち段内閣は民国5年(1916年)10月成立した寺内内閣に接近し、借款によって自己の権力を強化し、反段派を抑えんとした曹汝霖特使問題(32)(これは国民党・議会の反対で実現しなかった)。黎の11月シカゴ大陸商業信託貯蓄銀行よりの借款に示されている。

かくて民国6年(1917年)に入り、参戦問題が進展し、米国の対独絶交宣告後、日米路線によって中国政局は大きく動揺し、上記府院・内閣と国会との対立はさらに激化した。この間の軍閥政権の買弁的・反革命的な面をほりさげよう。

(a) 米国の対独絶交宣告をめぐる

2月3日米国の対独絶交宣告後、米国の勧告をうけ最も早く対独絶交を主張したのは外交総長伍廷芳(国民党系の親米派)であった。黎は段が日本と結んでいたので、自然米国と結んで自己の地位を強めようとした。段は本来盲目的に独国を崇

拝していたが補(1)、日本と敵対関係にある独国に対し、日本の意向にそわねばならず、2月7日駐日公使章宗祥に國務院名義で日本の意向を本野外相にたずねさせた結果、中国の対独絶交に反対せざるの回答があり、袁政府の時期とは異なるものであった。すなわち袁政府に対し英仏露は中国に絶交と参戦を勧誘したが、日本は反対を表示した。その理由は、英米路線にそった袁を日本の意のままに支配できないこと。中国が協南国に加入すれば、大戦進行中中国に対し侵略できない。したがって戦後中国を独占する目的を達しえないことにあった。しかし現在の状況は異なり、日本と段は結び、欧州戦線で疲弊した3国協商は恐るるにたらず、この際中国の対独絶交さらに参戦を利用して、中国の軍事・政治・外交を完全に日本の支配下におこうとした。ただこの際の中国争奪戦の相手は米国のみであった。かくて対独絶交を機に、中国内部は日米路線によって大きく動揺した。この時期中国内部では、國務院は各省軍閥に、黎は全国の名流に秘密電報で意見を求めた。彼らはすべて対独絶交に反対であった。孫中山・唐紹儀・康有為・馬君武。北洋軍閥では馮は孫洪伊の影響をうけて露骨に反対、張勳・倪嗣冲・王占元なども反対、この外各省北洋軍閥すべて大戦中中立の継続を主張した。各省省議会・商会などの団体・全国人民すべて独潜水艦政策も中国には影響なく、国際強盗相互の不義の戦争に参加する必要はないとして中立を主張した(33)。

(b) 日米の中国争奪戦について

段は日本、黎は米国とその路線は異なるが、対独絶交を主張することにおいては一致していた。したがってその主張を通すため、段は院秘書長張国淦により、馮に北京にきて面談してほしい旨請い、黎は熊希齡を南方に派し孫中山・康有為など、それぞれ反対を唱える人人に働きかけた。内閣内部でも段は日本、外交総長伍は米国とその路

線は異なっており、後記米国駐華公使ラインシュの働きかけなどにより、2月9日段内閣は独潜水艦政策に対する抗議を提出した。同日日英露各国公使に事情を説明、当然段は特に日本との関係に関心があった。10日段は國務院の名義で章駐日公使に日本政府に向かって事情を説明させた。これに対し、本野外相は感謝を表示したが、抗議決定の前に日本との協議がなされなかったことを不満とし、今後はその考慮を希望し、同時に独国に対する絶交と参戦を催促した。またこの抗議提出は米国が主導したものであり、今後絶交・参戦の時は、必ず米国より離れ、完全に日本の意旨にそってなされるように希望した。かくて中国に対する日米両国の争奪戦は益々激化したが、ここで次のような意見に分かれた。米公使は伍廷芳に随って黎に謁見し、中米両国が一致行動後の権利義務を討論し、中国は国際地位向上のためには、少なくとも3箇師以上の兵力を欧州に派遣することなどが米公使の意見であった。日本の意見は段に向かって、欧州出兵の必要はなく、仏国に労働者を派遣することであった。しかし真の目的は、参戦を機に日本より教官を派遣し、武器弾薬を供給し、中国軍隊を訓練する。それは内戦に使い、外戦には使わない。これが日本と段との間に結ばれた密約の主なものの一つであって、日本は中国を完全に支配下におこうとし、段はこれを機に中国内部における主導権を握ろうとするところにあった。翌11日段は章公使に正式に日本外務省を訪問させ、日本と具体的な意見をかわし、同一態度をとることをきめた。ついで日本は英仏露伊の西方諸国が中国の参戦を要求しているのを利用して、これら諸国との秘密外交によって、16日山東の特殊権利などを承認させ、中国は被害国となった。

(日本も西方諸国の在華勢力、戦後の領土要求を保証した)。かくて西方諸国は中国を犠牲にして日本の好感をえ、自己の利権を守ろうとしたが、米

国は孤立に陥った。米国はその在華勢力保持のため暫時中国における競争をやめ日本との正面衝突をさけようとした。同時に中国が完全に日本の支配下に入ることを恐れ、北京政府に向かって中国は抗議提出後米国と一致行動する必要はないが、参戦後の権利義務については協商国と充分協議すべきである旨表示した。この米国の虎頭蛇尾の態度により、黎は対独絶交・宣戦の反対者となり、段は絶交・宣戦の政策の堅持者となった(34)。

(c) 中国政局の混乱と馮の調停による

対独絶交宣告

2月20日馮が南京より北上、倪・張勳・張懷之などと会談、中立厳守ということで意見は完全に一致。22日北京に入った。この馮の到来は黎・段双方ともに有力な助手が現われたとして歓迎、黎は馮と同意見、段は馮が北洋派であり、以前から張国淦を通じ外交問題を説明しており、これにより馮の意見は必ず変わらなうと思っていた。馮は25日徐世昌宅で、徐・段・王士珍の3人と会談後、黎・段二人の外交意見には極端な相違があることを知り、彼はただ府院の意見の疏通と、独問題を研究するためにきたと述べ、彼の意見は表示しなかった。この時期、段は真に良き助手をえた、すなわち研究系首領梁啓超である。彼が依附している段が対独宣戦を堅持していることより、本来は極端な親独派であったが、極端な反独派に変わった。また段は外交問題を研究するため、国务院で国際政務評議会なるものを組織、参加者は陸征祥・夏詒霆・汪大燮・曹汝霖・熊希齡・梁啓超・汪兆銘などで、実際の主宰者は院秘書長張国淦、偶然来た徐世昌・王士珍も参加、伍廷芳は老年・多病の口実で、彼に代って息子の伍朝樞が出席、段はこの名流・外交家・言論家による組織をもって内閣の行なう外交政策の助手にしようとした。28日段は陸征祥に命じ、総理代表の名義で駐京協商国公使と中国参戦後の権利義務問題を協議、権利と

しては関税の引き上げ、庚子賠償の緩和、辛丑条約の軍事的部分の廃止など。義務としては日本政府の指示をうけ、欧州に派兵せず、原料と労働者を協商国に供給することであった。これに対し英露仏日など7国公使は原則には賛成、具体的には別に研究を行なうとして、中国政府に対し、まず対独宣戦を行なうよう催促した。同時に日本政府は非公式に徐世昌・梁啓超と会談、中でも寺内首相の私人代表西原は経済援助をもって秘密に中国と協議。同時に英仏露各国も同様の活動を進めたが、米国はこの時期積極的な活動は行なわなかった(35)。

3月1日段は全閣員を率いて公府にいき特別会議を行ない、対独絶交問題を提出、黎はまず国会の意見を求めるべきとし、次日段は衆参両院長、国会中の政党領袖と座談を行ない、対独絶交の必要を説いた。列席者はすべて異なった意見を表示する者はなかった。3日国务會議で対独絶交案は通過したが、参戦後の権利要求に日本の援助を求める電稿が總統府に送られ黎は憤怒した。4日段はまた全閣員(伍廷芳は辞表を提出し不参加)をつれて公府にいき、国会に提出する対独絶交案に黎の蓋印を請うたが拒絶され、天津ベルギー租界の段芝貴宅に退去、府院の衝突は爆発した。黎は自然段排斥を想ったが、北洋派の反感を恐れ、徐世昌・王士珍に組閣を請うた。しかし両者ともうけず、各省北洋軍閥は段の対独政策には不賛成であるが、黎の段排斥には反対を表示、黎は窮地に陥った。6日馮の調停で、段は再び京に帰り職についた。8日対独絶交案国会に送られ、10日両院通過。当時の国会は第一党の国民党は四分五裂、比較的団結している研究系は、黎がその前身進歩党の名義上の領袖であるが、実際の領袖は梁啓超・湯化竜で、この時2人は完全に段の外交政策を支持、益友社・政学会皆賛成。馬君武・李肇甫が一度反対しただけで、激烈な争論はなく反対票は丙

辰倶楽部・韜園派両派議員のみであった。かくて14日正式に独国に対し国交断絶を宣告。その後段・梁啓超は積極的に参戦を鼓吹したが、全国各方面の反対は以前よりさらに激しかった。康有為・張勳・王占元すべて反対を唱えた。なお、馮は11日北京より南京に帰った(36)。2月下旬から3月初旬までの中国政府のドサクサについては後記する。

(d) 中国側資料と日本側資料との比較検討

以上は中国人によって書かれた「督軍団伝」・「徐樹錚年譜」・「史話」・「30年史」の諸資料より、中国の対独断交について述べたが、不十分な点があると思うので、日本での諸研究とあわせて日米を中心とした列強の中国への働きかけと、これに対する中国政局のうけとめ方について検討したい。

1) 米国について 中国の対独断交の直接の契機となった米国の対独断交宣告は、同時に中立諸国に対し「米国の行動にならうならば、実に世界平和に裨益するところがある」と各国に同一の内容を通告し、特に中国に対し特別の考慮が加えられたものではなかった。しかるにこの一般的な通告が、なぜ中国の参戦への関心を煽ったか、それは日本の中国に対する独占的な支配を防止するために、駐華公使ラインシュが、米本国の予期以上に中国政府に働きかけたためである。すなわち対独断交宣告の翌日2月4日さらに6・7日と段・伍と会談、國務長官ランシングに図ることなく覚書を渡し、対華借款その他中国側の要求に応ずる旨解答、これが2月9日段内閣の独潜水艦政策に対する抗議提出となった。しかし、これは米国の主導によってなされたので、前記日本の不満表明となったのである。その後米国が中国の参戦に対して極力消極的立場をとるに至った理由は、米国部内の対立、さらに2月16日中国を犠牲にした秘密外交によって日本と英仏露が接近し、

孤立したことなどで詳述はしないが、米国の駐華公使ラインシュの動きが、中国の参戦問題を煽ったことは確かである(37)。それとともに中国政局の不安定・財政危機を、全国の反対をうけながら対独断交と交換に列強の借款をうけることにより免れんとし、黎・段いずれも自己の権力の強化を図った買弁的な性格によるものであった。

2) 日本と協商国について 「西原亀三自伝」によると、寺内内閣は中国を独側にたたせたら大変だし、連合国側にたたすにしても米国の勧誘などで加盟させたのでは、せっかく土台固めのできた日華親善に大ひびが入ってしまうということで、団匪賠償金約2億円の還付などの条件をもって、西原氏は2月16日北京着、日本による参戦勧告が活発化した(38)。この日米の参戦勧告は、かねてより参戦を希望していた英仏露が中国との参戦交渉に進む新たな機会が生まれ、前記日本の山東における特殊権利が2月16日英仏露に承認されたことなどより、日本と英仏露3国による積極的な参戦勧告が、3月14日対独断交宣告となったのである。

3) 中国内部について まず革命側・国民党系・西南政客について若干ふれてみたい。前稿で示した西南派の5総長唐紹儀・孫洪伊・谷鍾秀・陳錦濤・張耀曾のうち、国民党の領袖で外交総長に予定された唐は、張勳・倪など督軍団の反対で就任できず、民国5年9月末辞職、その後政府は陸徵祥・汪大燮案をだしたが、議会で否決され、11月になって伍廷芳(国民党系)案が議会を通過した(前記対独断交の際、段とちがって、米国路線によった伍外交総長の動きが理解される)。民党の中で北京の国会を根拠として活動していたのは、内務総長孫で内閣内の反段派の最強硬派であったが、前稿で示した徐樹錚との争い府院の争の激化により11月免職された。また元国民党に属していた張・谷は入閣してからは、かえって段に接近

し、11月中旬新たに政学会という政党を起こし、段氏に利用され易い傾向をもっていた。さらに旧進歩党系の梁啓超は、正式国会復活するや（民国5年8月1日）憲法研究会を起こして段氏擁護を唱え、国民党の団結を切り崩さんとした。このように国民党の歩調はしだいに乱れ、民国6年には四分五裂の状態になった。

つぎに北京政府のドサクサについて述べよう。

「西原自伝」(39)によると、西原氏が北京に到着したのは、例の2月16日、早速連日曹汝霖・梁啓超・陸徵祥・汪大燮などの高等顧問と会談、段にも逢った。段との対談で、段は「ドーバー海峡はナポレオンも渡れなかった。英国は陸軍は弱い、海軍は強い。これを破ってドーバーを渡することは、とても独国にはできない」と、それから西原氏は「それができなるとすると、独国が5年や7年の間に東洋へ押し込んでくる心配はない。そこで連合国に加盟して独国に宣戦し、日華が手を握りあって5・6年の間に貴国の国政を整備し、国力を充実して国際的地位を高め、多年の欧米の抑圧から脱し、東亜が一体となって永遠の平和を築きあげるには、今の時機を逸して他に求むることはできない。寺内さんは熱心にそれを希望しておられるのだ」と説いた。これが段の同感をよび、閣僚・高等顧問の人たちの意見一致となった。当時の「西原日記」に、21日國務院において段総理と会談せり。総理は梁・曹に（西原が）提示せる厚意ある提案に深謝し、自身は決心せる故馮副總統と懇談の上で決定すべく……。23日馮の入京により政界はいっそう緊張せるもようなり。夕刻、劉崇傑氏の来談によれば、梁が天津にて馮副總統と会談せるに、馮も日本の好意を了とし、宣戦に賛成するもようなり。26日午後4時半曹汝霖氏の来談によれば、昨日段総理は馮副總統・徐世昌・王士珍と会談して連合国加入を決議し、馮は昨夜および本日の2回黎大總統に交戦国加入を説

くも、総統の中立維持を主張して承服せず、大總統の職を辞するも承認せずとなえ……后10時梁啓超氏を訪ね、黎大總統がなお反対なる旨を聴き、曹氏も来会し、やむなく協商国公使の共同勧告の方法をとることを約す。……

これについて、前記「史話」によると、馮はただ府院の意見の疏通と、独問題を研究するためにきたと述べ、彼の意見を表示しなかった。とあり相違している。これ以前の南京会議などにおいて馮はその武力、地理的位置から南北の争いの調停者として双方から期待されたことは事実であり、それに乗じて北方と南方の中間勢力として自己中心的な動きをとり、北洋派でありながら南方民衆、この問題では孫洪伊との結びつきが強く、はじめははっきりと対独絶交に反対を唱えている。これ以後復辟までの馮の中立的な動きから考えて、「西原自伝」には大きな疑問点があるように思う。

「西原日記」に27日午前10時30分、曹氏より段総理も共同勧告に賛成なる旨通報あり。28日本朝、大蔵大臣より中国が宣戦すれば交通銀行2,000万円借款引受け承諾の返電あり。さらに外務大臣より3問題（団匪賠償金延期、独横側取消の保証、関税改訂引上げ）に対する返電あり。曹氏を訪い、右返電を通告する。后11時30分梁氏より、本日の國務院会議にて協商国加入を決議し、黎大總統もこれを承認せりとの通報あり。直ちに大蔵大臣宛発電す。

これについては、前記「史話」によって示した協商国公使との協議、日本との借款交渉より、3問題に対する返電、借款引受け承諾は充分うなずける。この借款獲得が段の大きな目的であることは言うまでもないことである。

「西原日記」に3月3日正午芳沢代理公使招待の昼餐会の席上、曹氏の語るところによれば、形成一変し国交断絶と協商加入の2段にせざるを得ず、その原因は黎大總統が暗に地方督軍、省長に

運動せる結果なりとのことなり。故に斎藤・坂西・芳沢氏と協議のうえ再び曹氏邸を訪問し、余が提示せる日本の好意は協商国加入を前提とせるものなる旨を段総理に伝えられんことを告ぐ。昨今の状態は恰も賽の河原の如き形態なり補(2)。

前記「史話」によって示した、日本の援助を求める電稿に憤怒した黎の動きと関連してうなずける。

「西原日記」に3月4日日本朝、陸宗輿氏の帰燕を迎え、曹氏より電話にてその後の経過を聴取するに、形勢甚だ好からず、この上は協商国共同勸告を最善の処置と信じ、再び外務大臣へ打電進言す。午后、曹氏の電話によれば、段総理は参戦問題にて大總統と衝突し、辞表を呈して天津に退去せりと。直ちに曹氏を訪ねて真相をきき、……応急処置として青木中將に大總統を訪問せしめ、日本の意向を進言せしむることとす。

この日について、「史話」によると、段およびその関係が「協商国の対独断交の催促を止めえない。大總統は宣戦・講和の特権を有するが、責任は内閣にある。總統は既に国会に対し責任を負わないし、内閣の決議案をくつがえすだけだ」と攻撃すれば、黎は「こんな国家の重要問題は軽卒に扱ってはいけない。各省の軍人はすべて反対を唱えている。まず全国の軍人の意見を統一すべきである。さらに協商国の催促が激しいというが、中国は主権国家ではないか」と応酬し、段の辞表提出、天津退去となった。

「西原日記」に3月5日……午后12時頃、曹氏より電話あり。今夕黎は馮・徐・王の柱石を晚餐に招待し、長時間懇談せし結果、黎は将来段総理を信任して責任内閣実行を誓えり、従って馮は明日天津に赴き段総理を迎えることとなり……

「史話」によって前記の如く、黎は北洋派の反感を恐れ、徐・王に組閣を請うも拒否され、督軍団の段の対独断交には反対なるも段排斥には反対

なるにより窮地に陥り、馮の調停で、段氏を信任して責任内閣をつくらせ、大總統は一切行政に干渉しないということを誓い、段の総理留任となった。

(e) ま と め

以上北京政府のドサクサについて述べたが、主要人物を中心にまとめておく。

段は「西原自伝」によると、多年の欧米の抑圧から脱し、東亜一体となつての永遠平和ということで日華提携・対独断交を唱えたとあるが、1月に日本より交通銀行第1次借款をうけたにも拘らず、2月9日独潜水艦政策に対する抗議提出は、敵対関係にある黎の路線米国の借款をえられることを期待してのことであつた。その後日本との関係に関心をもちながら、英仏露に財政的便宜の保証を要求し、またラインシュに日本より強硬に参戦を促されつつありと述べ、米国の財政的支持を希望した。しかも米国に対しては連合国との間の交渉の事実は何ら打ち明けず、米政府は在米仏大使によって中国と連合国との交渉を知つたのである(40)。段は国内に多くの敵を有し、列強の財政的援助によって自己の権力の強化を図る必要があり、そのためには日米さらに英仏露といずれの国にも借款を要求した。大戦の進展によって民国6年には日米のみその力を有し、さらに日本と英仏露の接近によって米国は孤立し、極力消極的な立場をとり、日本が最も優勢に積極的な立場をとりえた。財政的援助を必要とする段がそれに応えうるただ一つの国日本と結んだのである。したがって段と日本との結びつきの最大の因は、大戦による国際関係の均衡の変遷と中国政局の不安定・財政難とに求めるべきであ。ここにこの期の軍閥政権の自律的な動きの全く認められない買弁的・反革命的な面が如実に示されている。

黎についても同様である。段に向かって中国は主権国家と言いながら、自己の権力強化のために

米国より借款を求め、その意向にしたがって、はじめは断交を唱え、後には断交・参戦の反対を唱えた。

馮については、依然として定見のない、南方と北方の争いの中の中間勢力として、段を政敵とし大總統就任をねらっていた。

張勳については、後記するが、復辟の達成をねらっていたことは確かである。

以上の如く、中国内部は混乱し、南方民党は四分五裂、北方においても黎・段の対立、北洋派内部でもそれぞれ自己目的達成のために自己の権力強化を図っていた。

(6) 参戦問題の進展と復辟

かくして中国の対独断交宣言は、米国の対独断交が直接の契機となったが、日本と英仏露の接近によって孤立した米国は極力消極的な立場をとり、中国参戦問題に対し日本が最も優勢に積極的な立場をとり主導権を握った。

英仏露3国が、中国の対独断交に期待したものは、独国に対する経済圧迫であった。一方中国はこれを機に団匪賠償金支払の延期、関税の引き上げなど、一層具体的に連合国に要求した。しかし中国政府の対独政策は、英仏露を満足せしむるものではなく、独国の在華權益に対する民国政府の措置は極めて微温的であり、断交宣告前と変わらないものが多くみられた(41)。一方中国の要求も連合国の一致した同意をうることはできなかった。かくの如く連合国と中国政府との期待の食い違いと、ロシアの3月革命、米国の対独宣戦との中に、中国の参戦問題はそれ自身としては極めて気のぬけた問題なとっていった。

しかしこの問題はむしろ、この時期から中国国内の収拾すべからざる紛乱の中に政争の具に供せられた。段の政府およびこれと提携する北洋軍閥は国内に多くの敵を有する。したがって民国政府

の名において、連合国に対して求めらるる財政的援助もまたこの段一派の国内的闘争に資するものでなければならなかった。したがって対独問題の交渉において段の政府が連合国の側より財政的支持をうる可能性ありと見らるるや、これを契機として反対派の勢力は新たな抗争に着手するに至ったのであった。

ここでは、この対独断交宣告後、参戦問題が進展し、復辟にいたる間の収拾すべからざる中国国内の政情についてみてみよう。

(a) 米国の対独宣戦と軍事会議

4月6日米国は独国に対し宣戦、この時期米国は日・中がさらに接近することを恐れ、参戦する必要はないとした。(ただし独潜水艦政策に対する抗議提出の際に働きかけたときのような積極的なものではなかった。理由は連合国に加入して参戦した米国にとって、中国において再び日本のリードする連合国に対抗するような方策をとることは賢明でもなかったし、また不可能でもあったからである)。同時に日本公使は黎に謁見、段に対する積極的な支持を表示した。段の憂慮は、北洋軍と全国軍閥の大多数が反対であり、もし彼らが態度をかえなければ北洋派の分裂と全国に混乱が起こり、彼の政権が動揺することであった。これにより4月中旬段は各省督軍を北京に召集して外交問題を討論しようとした。これが軍事会議である。南北の大軍閥馮・張勳・陸榮廷に参加を請うも拒絶されたが、倪が入京した。倪は参戦に反対であり、かつ段の直系でなく、入京しても先に黎に謁し、その子・姪を少将・中將に任ぜられんことを請うたが、黎はこれをはねつけた。ついで段に謁したが、段はこれにうまく言い、また参戦しても出兵の必要はないとその内幕を詳細に説明したので、倪は忽ち反対から賛成に転向した。その後、各省督軍とその代表がすべて入京、段は秘密に外に対して宣戦するも出兵はしない。内に対し

て戦うも宣戦はしない旨説明。すなわち段はこれを機に中国内部の主導権を握る。これは軍閥の権力地位の保持につながることで、督軍を反対から賛成に転ぜしめた。25日軍事会議始まり、事前においてあいがついていたので「賛成総理外交政策」に署名した(42)。

(b) 督軍団と国会・黎の対立

5月1日倪など國務院に行き参戦を主張し、國務院を通過させる。2・4日と督軍団は国会議員を招宴し、この案の通過を請う。当時の国会議員は大多数賛成であったが、段が民意を尊重せず、軍意を尊重する態度に刺戟され、早く参戦案を通過させず、党派と個人の利益を追求し、交換条件を提出する始末に、督軍団の国会解散を要求する声が高くなった。同時に督軍団は黎に面会参戦を要求、黎は宣戦・講和はこれ総統の特権として軍人の干政を無法の行為として斥責した。督軍団が黎に斥責されたのは、段が斥責されたのと同様であり、段は怒って腹心を集めて会議、伝良佐は黎の駆逐と国会の解散を主張したが、張国淦は正軌にことを行なわんことを主張し、段はこれをよしとした。ただし段は督軍団に意をふくめて民意を製造させる拙劣な手段をとった。6日段は黎に謁し参戦案に蓋印を請う。黎は難色を示したが蓋印、ただちに黎は法律家張耀曾に現行法律で政府は国会を解散することができるかどうかを聞くと、解散することはできない。解散は違法であるとの答に黎は督軍団・軍事会議に反感をもつ国会に希望をもった。7日参戦案国会に提出、国会中の各党派の意見は非常に混乱した。この時張勳は突然内閣および軍事会議の決定した外交方針を変更することはできない。もし国会がこの決定に反対すれば、国会に対し最も激烈な方法をとる旨打電してきた(43)。

10日段の直系伝良佐の教唆による公民団事件発生、全国の輿論は喚起し国民党系閣員伍・程・張・

谷の4総長は辞職を呈請。13日各督軍は同郷関係・地方長官の身分で個別に国会議員を招宴、段内閣の維持と参戦案の通過を請う。一方黎は馮と倒段の連合軍を作ろうと思った。馮は王士珍の組閣を最適とし、公民団事件に不満を表示、これは直・皖対立の反映の一つである。16日黎は王と組閣問題を討議したが、王は組閣を拒否した。18日北京英文京報は中・日軍械借款の内幕を披露。かくて全国人民の反感をよび、段内閣は益々危機に陥った。19日衆議院は内閣の改組がなされない前に参戦案の討議はしない旨決議した(44)。

同時に督軍団も倪宅にて緊急会議、参戦案の通過をはかるが、もし通過しなければ総統に国会を解散することを呈請することにきめた。これに対し、黎は三不主義（不違法・不蓋印・不怕死）をもって督軍団に回答するとの消息があった(45)。

(c) 第4次徐州会議で復辟の実行決定

この督軍団と国会・総統の対立の激化の時期、北洋派領袖を自任し、13省区盟主の張勳は、遠い徐州にあって相当冷静な態度を保持していた。ことここに至って黎・段双方ともに張勳を自己の陣営に引きいれんとした。張勳は国会を仇視し、総統を軽視する者として、段は徐樹錚を派し、黎は参戦に反対し、段内閣擁護に不熱心な者として張勳と同郷の国会議員郭同を派した。張勳は郭同に対し、豪放闊達に総統を擁護する旨表示した。これは黎に段を駆逐させ、しかる後督軍団を利用して黎を駆逐し、復辟を達成するためであった。事実この表示は黎が段を免ずる決心をした重要な要素となった。かくて23日段を免^補じ(3)、伍に國務総理を代行せしめた。段は即日離京天津にて、國務総理段の名義で「免職令未だ本人の副署を経ず、効力を発生すること能わず、将来地方および国家これにより何が発生しようと、祺瑞責を負わず」旨打電し命令の違法であることを述べ、督軍団の反抗を教唆した。これに対し伍は「袁が民国

元年唐紹儀・熊希齡を免職して陸征祥・趙秉鈞を代理國務總理とした際、總理をかえる命令であるから、もとの總理の副署をへず約法に抵触しなかった」という北洋の先例をあげて段の違法論に對抗した(46)。

張勳はこの段の免職と周囲の政治騙子潘の画策から馮・陸榮廷、政治騙子日本(4)、徐樹錚・段補(5)が復辟に賛成したと信じたことを大きな原因として、復辟の機会が到来したと判断し復辟の実行を決定した。

すなわち21日より督軍団は徐州に集まり、第4次会議を開催、23日段の免職令を機に復辟の主張を提出、段の代表徐樹錚も参加、督軍団は北京政府からの独立、復辟の実行を決定した。張勳は途中から参加せず、調停人に偽装し、24日黎に督軍団は段の免職を違法として政府を攻撃している旨第3者の口吻で打電した(47)。

(d) 李内閣と督軍団の独立など

25日黎は李經羲に組閣を命じた。李は張勳が擁護する人物であり、この時徐州會議が開かれ、黎は張勳が督軍団の破壊行為を制止してくれると期待したからである。この時期督軍団の分裂は日々激化した。馮为首領とする直系軍閥は、国会の解散に反対し、督軍団の慎重な行動を求め、また王士珍の組閣を主張した。黎は元来王士珍の組閣を希望したが、王がうけないので、結局は王を陸軍総長とした。27日衆議院、28日参議院で李總理承認、王の勧めで直系軍閥は李内閣に祝電を送った。

29日倪は蚌蟬にて独立を宣言、各省これに応ず(これより先、前記の4月25日段が各省督軍を北京に召集して開催した軍事會議で、対独参戦賛成を議決していたので参戦案が衆議院を通過せず、段が罷免されたのに憤慨し、免職令に總理の副署を経ざることとは約法違反であるとし、また国会の解散を主張して独立した)。黎は兵権なく、李總理

は入京して戦につくことを拒み危機に陥った。ただし張勳は黎の信任をえるため独立を宣言しなかった。

同時に下野した段は天津に、徐世昌を陸海軍大元帥に推し、研究系・交通系・親日派による臨時政府を組織しようとした。しかし徐州會議で復辟を保証された張勳は当然この設立反対を打電し、これは不成立となった。その後段と徐樹錚は別の陰謀(前出補(5)で示した)を決定した。

独立各省の情況は複雑で、倪と張懷芝の利権争いなどがあつた。中立の態度をとった直系の馮・李純・王占元は5月30日南京で軍事會議を開いたが、孫中山・章大炎にこの政争を利用して、総統を代行する機会を狙っていると痛罵され、馮は国会に向かつて副総統の辞職を請うた。

また西南6省は、軍人の干政反対、国会の解散に反対を通電、黎の後援となったが、内部に地盤争いの暗斗があり、北伐の意図はなかった。

以上の如く独立督軍、中立派の直系、西南6省に分立し、内部には暗斗があり、さらに復辟を狙う張勳あり、まさに收拾すべからざる難局となった(48)。

(e) 黎の張勳入京懇請と国会の解散

黎は兵権なく、張勳の兵力で独立各省の北京進兵を制止することが、唯一の救いであつた。この時張勳は総統を擁護し、調停を担任すると表示した。これに対し6月1日黎は張勳に入京して李内閣を擁護し、時局を收拾してほしい旨請うた。ところが翌2日天津に独立各省総参謀所なる看板がかかった。これは帝制派・復辟派・段党・研究系などの陰謀政容が参加し、擁段派あるいは復辟派と曖昧不明、ただし黎を駆逐することでは一致した。これに対し、北京各国公使は辛丑条約により天津で軍事行動をとりえないと警告した。この組織は時局をさらに陰悪にした。

この收拾すべからざる政情に対して、米国は参

戦問題が単なる政争の具と化する状態を終熄せしむるため、6月4日、すでに中国の大戦参加の問題は第二義的に考慮さるべきものであって、国民の統一こそは中国の第一に考慮すべき問題であることを警告すると同時に、日英仏3国にも同一の警告を発するよう提議したのであるが、この3連合国から反対の意見が通告された。特に日本はこれに対し、中国の内政に干渉することとして、痛烈に非難した。(この米国の警告も積極的に日本に対抗するかの如きものではなかった、理由は前記した)(49)。

8日張勳は弁子軍5千を率いて天津に入り、直ちに總統に対し、国会の解散令を10日までの3日間にくだすこと、しからずんば調停しない旨宣告。ことここに至って黎は国会の解散を決意。ただし督軍団の圧迫をうけて国会を解散するのではなく、適当な手続での解散、すなわち議員が総辞職して自動的に閉会するなどの条件を提出した。かくて黎は国会の解散にふみきったが、代理総理伍・新総理李さらに段に副署を請うたがえられず、12日張勳は黎の回答なきに怒り、徐州に帰ると脅した。黎は遂に歩軍統領江朝宗を代理國務総理にして副署をえ、13日国会の解散令を発表した。当然全国の人民は反対した。中でも上海に避難した国会議員は、民国約法に總統が国会を解散する権限なし、江朝宗は國務員に非ず、國務総理を代理すること能わず………として、国会の解散は違法であり無効である旨連名で打電してきた(50)。

(f) 張勳入京と復辟

14日張勳は新総理李とともに入京。15日王士珍・張勳・江朝宗、さらに張勳と結んだ康有為は独立各省に独立取り消し、李内閣の擁護を請うた。16日張勳は溥儀に謁見、また各国公使を訪問、日本の林公使は彼を招宴した。張勳はこの時期が絶頂で、以後彼の威風は下降し始めた。督軍団には

段派・馮派などあり、真に張勳を支持したのではなく、黎を駆逐することでは一致して彼をおしたてたが、この時期黎の抵抗力はなくなったにも拘らず、張勳は大盟主の資格で以て独断独行したので、当然督軍団は反感をもった。また李内閣は大部分洪憲帝制派と復辟派とからなり、名称は李内閣であるが、実際は張内閣であり、段・馮両派はみなこの内閣を喜ばなかった。この時期督軍団は張勳と正面から争わず、李内閣反対ということで張勳に反対した。張作霖は段の組閣を、曹錕・閻錫山・張懷芝・楊善徳は一致して王士珍の組閣を主張し、李内閣反対で一致した。張勳は李内閣反対者は中央すなわち張勳に反対する者として打倒する旨豪語したが、虚声にすぎなかった。張勳は6巨頭の元老会議をつくり、この元老を利用して全国を支配しようとした。6巨頭とは張勳・徐世昌・段祺瑞・馮国璋・王士珍・陸榮廷である。京にいる王士珍以外は、入京して張勳の政治浮虜になることを望まず、この計画は実現しなかった。督軍団は内閣問題については張勳に反対したが、19日から22日の間に独立を取り消し、天津総参謀処は21日撤銷を宣布。内閣問題も北洋派中で威望の高い王士珍の努力で、一部督軍団は李内閣に黙認を表示、陸榮廷も反対せずと打電してきた。かくて24日王士珍を陸軍総長となすと発表、25日李経羲は就職を宣布。ただし李内閣は一流人物に入閣を請うも拒否され、北方各省軍閥はこれを軽視し、依然王士珍の組閣を最適とした。28日康有為は化装して入京、その3日後北京城に竜旗が掲げられた(51)。

(g) 復辟は何がこれを起こしたか

紙数に制限があり、復辟事件は(1)何がこれを起こしたかについて詳述できないが、諸資料により諸説を紹介する。

まず中国内部の勢力に求める大きなものをあげると、

- 1) 天津に引退した段が北京に帰るために、徐樹錚とともにめぐらした陰謀による。〔「史話」・「我的生活」・「30年史」・「徐樹錚年譜」〕
- 2) 張勳の参謀長万繩栻が張勳に迎合し、自分の出世のために、康有為とともに計画したものの。〔「復辟始末記」〕
- 3) 政治騙子潘の画策から、馮国璋・陸榮廷が復辟に賛成したと信じたこと。〔「督軍団伝」・「史話」〕

つぎに外国勢力に求めるものをあげると、

- 1) 日本政府田中参謀次長が、5月14日張勳と徐州で会見し、「もし有力人物が共和制を国情に不相当として、他の方法で時局を收拾しようとするならば、日本政府は善意の協助を与えるであろう」と復辟賛成をほのめかした。〔「史話」〕。また劉六年は「日本は段系の督軍がさわぎたてるのに乗じて、日本人佯信夫に工作させて弁軍の首領張勳と段祺瑞とを合作させて復辟を実行させ、アメリカの手先となっている黎元洪を駆逐した」〔「美国侵華史」〕という。
- 2) 張勳は、日本と提携するのは強盗と同宿するようなものだとし、日本に好感をもたず、また李經羲を主とし黎も共鳴している親米・親独派と結びついた。それは段の罷免、親米派李の総理就任となり、さらに張勳は、独公使との密約に基づき、独亜銀行現在現金約700万弗、紙幣2,000万弗の自由使用を得、4月中旬天津より徐州に独軍器を運搬している。この米国・独国との結びつきによる。〔「西原自伝」〕

以上の1) 日本の同意・支持によるとするものと、2) 反対勢力の米独との結びつきによるとするものがある。張勳は1)か2)のどちらかだけの支持によったか、あるいは1)2)両方の支

持によったか疑問である。さらに今まであげたものとくいちがうものをあげると。

復辟の成功・不成功は日本に負うところ大として、日本政府の支持をえようとした(愛新党羅・溥儀著、新島淳良・丸山昇訳「わが半生」上101～102頁(大安)、臼井勝美氏「張勳復辟と日本側の接触」(歴史教育14巻1号)が臼井氏は同書で「田中次長は、5月15日張勳との会見で、張の主張には深く同情するが輕挙妄動をしないよう勧告し、さらに6月5日復辟の実行は混乱を招くという点で林公使と意見が一致し、田中は張勳に対し通訳を通じて、さらに注意を喚起した。これに対し張はこの際決して復辟を実行しないと語った」といい、また「段は当初より復辟に反対であり、もし復辟を実行するならば、兵力に訴えてもこれを打倒すると言明した」という。

したがって、政治騙子日本の田中次長が復辟賛成をほのめかしたとか、段が復辟反対を表示せず、同意を偽装したということと、かなりくいちがっていると思う。

当時の日本政府について、池田誠氏「中国現代政治史」(法律文化社)は表面上不干渉主義をかかげているが、実際には活発な裏面工作を行っており、しかも政府部内において、必ずしも完全な統一的な対華方針がなかった。あくまでも段を援助するか、あるいは張勳にのりかえてそれを生長株にしあげるかというちがひになって現われているが、そのいずれにしても、基本的に中国において軍閥反動の支配を維持強化して、それを傀儡化し、日本の帝国主義的な中国支配を拡大しようとする政策の基本線につながっていたことに変わりがないのである」と述べているが、これは、「西原自伝」などにおいても、政府部内の完全な統一的な対華方針がなかったことを記している。

以上、羅列したにすぎないが、これらについて事件中の根本資料・新聞類などを加え、次稿で詳

細に比較検討し、(2)何がこれを阻んだか、とともに完結したい。(未完)

註)

(28) 「アジア歴史事典」に執筆せる小原正治、小島晋治氏らの軍閥に関する諸項目。波多野善大氏「軍閥混戦の底にあるもの」(歴史教育11巻1号) 渡辺惇氏「民国初期軍閥政権の経済的基礎」(歴史教育13巻1号)

(29) 江口朴郎氏「支那の大戦参加を繞る国際関係」(歴史学研究9の10) 同氏「帝国主義と民族」(東大学術叢書3) 胡華主編「中国革命史講義」48～49頁(大安)

(30) レーマー著東亞經濟調査局訳「列国の対支投資」中の数字によれば対支事業投資においてこそ各国のパーセンテージは1914年において、英36.9%、露21.8%、日19.4%、独12.5%、仏5.5%、米3.9%であるが(102頁)支那政府に対する債権という点では、同年において英41.8%、独25.7%、仏22.5%、露6.6%、日1.9%、米1.5%であり日米露3国のここに占める地位が窺われるのである。

(31) 江口朴郎氏「支那の大戦参加を繞る国際関係」松井等氏「支那現代史」82～96頁

(32) 「史話」3—77～81頁。北村敬直編「夢の70余年」—西原亀三自伝125～131頁(平凡社)以下西原自伝という。

補(1) 「督軍団伝」51頁に段は「深信德國陸軍無敵於天下、最後勝利必歸於德」とある。

(33) 「督軍団伝」51～52頁。「史話」3—91～93頁。「徐樹錚年譜」188～189頁。

(34) 「史話」3—93～96頁。

(35) 同上3—97～98頁。「30年史」400頁。

(36) 同上3—99～107頁。同上399～400頁。

(37) 江口朴郎氏前掲書。

(38) 「西原自伝」140～141頁。

(39) 「西原自伝」141～147頁。

補(2) 「西原自伝」によると参戦反対者側の理由とするところは独国の潜航艇戦が成功して、英国は食糧

欠乏し、2・3ヵ月以内に、仏国も6ヵ月以内に屈服し、露国は単独講和をして、独国は6分の勝となる。この際中国が協商国側につくのは危険だ。ということなどもあるが、何よりも日本の干渉がひどくなって、中国は外交の自主性をうしない、なお、日本は名を支那沿岸の防備にかりて、中国の領土をおかすであろう、ということをおそれたのである。黎は段に向かって「貴官はかならず日本にだまされる」といったという。中国は民国6年3月14日対独国交断絶を布告した。それから3日後3月17日、露国に革命の暴動が起こったことを知った。それが3・4日早いか、国交断絶布告が3・4日おくらせていたら、賽の河原の石積はまた崩れたかもわからない。

(40) 江口朴郎氏前掲書。

(41) 同上。「史話」3—103頁。

(42) 「史話」3—108～110頁。「30年史」401～402頁。「徐樹錚年譜」190頁。「督軍団伝」55頁。

(43) 「史話」3—113～116頁。「30年史」402頁。「督軍団伝」60～62頁。

(44) 「史話」3—116～123頁。「30年史」403頁。「督軍団伝」63～65頁。「徐樹錚年譜」190頁。

(45) 「史話」3—124～128頁。「徐樹錚年譜」191～196頁。

補(3) 黎が段を罷免した理由は「史話」に示された張勳の総統擁護の表示が重要な要素と思うが、李劍農「中国近百年政治史」(下)495～496頁に、1)段派の督軍がまだ公然と乱を起こしていないこと。2)直皖両系の対立すなわち直系の軍人はすでに段と合作しないとの暗示があり、段派の督軍が乱を起こそうとしても直系の軍人は必ずこれをけんせいする。3)王士珍は段と同資格であり、たとえ直系軍人が段派を制しえなくても、王が必ずよくこれを指揮すると思った。以上の3点が考えられる。実際は直系の曹錕は公然独立を宣告した。「西原自伝」によると、米国が黎を後援して、親日派段を罷免した。という点も考えられる。

(46) 「史話」3—129～132頁。「督軍団伝」69頁。

補(4) 「督軍団伝」10～11頁。「史話」3—134～

137頁。

張勳は文人を尊敬し楊增新・劉廷琛・溫毅夫・胡嗣瑗等と親しく、宗社党の胡は康有為の弟子宗社党人潘博を紹介して張の秘書とした。張勳は潘を通じて庸有為と往来した。また、張勳は潘を馮に紹介、潘は馮に胡を称賛し馮は胡を秘書長とした。

張勳は督軍団と総統・国会の対立の時期、馮の腹をさぐるため「共和不適国情、巩固北洋団体、不能不別籌解決時局的対策」の電を発すると、これに対し馮は返電して復辟を主張したが、これは潘が胡に意をふくめて胡が馮の名義で回答簽印したものである。また、張勳は陸榮廷も潘の画策から、復辟に賛成と信じた。張勳は袁の帝制の失敗は北の馮、南の陸榮廷の支持をえなかったことが大きな原因であるとし、とくに馮・陸の復辟に対する態度に意を注いだ。したがって、政治騙子によるこの馮・陸の態度は張の復辟実行を決意する大きな因となった。日本政府田中総謀次長が張勳に復辟賛成をほのめかし、日本は彼を煽動し、内戦がおこればこれに乗じて侵略を意図した。

補(5) 馮玉祥「我的生活」269～272頁。「30年史」407頁。「徐樹錚年譜」198頁。「史話」3—138～139頁、143頁。

復辟を決定した第4次徐州會議に徐樹錚が参加し「段は只黎の驅逐を求め、一切手段は問わない」旨表示。張勳はこれにより段も復辟に反対はしないと思った。その後徐は天津に帰って段に向かって第4

次徐州會議の一切の内容を報告した。その時下野した段は天津臨時政府の設立（本文にある）を図ったが、徐州會議で復辟を保証された張勳は当然この設立に反対したので、これは不成立となったが別の陰謀を決定した。それは暫らく復辟反対の表示をせず、同意を偽装し、復辟を進行させ、張勳の手で黎を驅逐させる。その後共和擁護の名を以て張勳を打倒し、段の独裁政權を恢復することであった。この計画は秘密になされ、局外の人はもちろん、独立各省も知らなかった。

(47) 「史話」3—137～139頁。

(48) 同上3—137～146頁。「30年史」405～406頁。

(49) 同上3—148頁。同上407頁。

(50) 同上3—151～159頁。同上407～408頁。「督軍団伝」76頁。

(51) 「史話」3—162～167頁。「30年史」407～408頁。

付記)

本稿は、広島大学今堀誠二教授を代表とする昭和40年度文部省科学研究費による総合研究「東洋における共同体の研究」の分担研究の研究成果の一部である。

猶、本稿を終えるに際し、広島大学今堀教授・名古屋大学波多野教授・国会図書館田山先生のご教示に対し謝意を表する。

（昭和41年9月1日受付）

中国古代喪主に関する一考察

(中国哲学) 谷 田 孝 之

A Study on the Master of Mourning Rites in Ancient China

Takayuki TANIDA

In ancient China, not only one master but also a few sub-masters were responsible for the performance of funeral and mourning rites, but just one master was responsible for the festival of ancestors.

In this paper, we consider the character of the master of mourning rites by examining the mourner's terminology, his status, his role, etc., and show the characteristics of funeral and mourning rites.

前 言

儀礼士喪礼篇や礼記の喪礼関係の記事によれば、衆主人の語が散見しているが、衆主人は喪礼だけに存するものである。儀礼特性饋食礼や礼記文王世子等によれば、祖先祭祀の礼にあっては、主人の他に嗣あとつぎがあつて、祭儀上重要な役割りを果たしている。祖先祭祀儀礼における嗣と、喪礼における衆主人とを対比してみると、喪主の性格、特に継承上の或る種の性格が浮かんで来るように思われる。その性格は、その称谓・身分・役職等の面に反映している。此等についていささか卑見を述べてみたい。

(一) 喪主称谓

礼経における喪主称谓としては、主人・衆主人の他に、虞祭祝辞における哀子某、祔祭祝辞における孝子某、同じく虞祭祝辞の哀顯祖、祔祭祝辞の孝顯祖があり、喪服記には、宗子孤の語が見えている。顯祖の語は清廟の詩にも見えており、有

徳なる助祭者の意味とされているが、喪礼における顯祖は衆主人である。鄒漢勛によれば、哀子・孝子は祝辞として用いられるものであつて、自称としては用いられない。

礼記によると、喪主の自称として、余(予)小子・嗣子某があり(曲礼下)、他称として、殯者相者が賓に告げる時の辞に適子孤某(曲礼下)・孤某・孤(雜記上)があり、祝辞として哀子・哀孫(雜記上)・哀(雜記下)があり、一般的称谓として、子・孤(曲礼上・曾子問・雜記上)がある。これ等から、喪主称谓としての類型は、子・子某・孤・孤某であろうと思われる。孤は孟子(梁惠上)に「幼而無父曰孤」とあるように、父なき者の一般称谓であり、且、自称としてもこれが最も通常の称谓であることは、これ亦鄒漢勛の述べるところである。^②

左伝では孤称谓が最も頻繁に使用されている。一例を挙げると、昭公10年、晉侯彪卒し、晉の叔向は弔喪に來た諸侯の大夫に対し、在喪の晉君を孤と称し(他称)、莊公11年秋、宋に大水あり、魯

公の弔辞に対し、宋公の答辞に「孤実の不敬にして、天之以災を降せり。」とあるが（自称）、魯の臧文仲は「列国凶あるとき孤と称するは礼也。」と述べている。春秋において書法上の問題とされるものは子・子某の称谓である。以下之について考察を進めよう。

公羊伝では、先君が死んで子がまだその年を踰えない場合、埋葬前には子某と称し、葬を既えれば名を去って子と称し、年を踰えれば即位して臣民からは君と称するが、諸侯自身は除喪前にはなお子と称するとしており、^③何休は補足して、「未葬に子某と称するのは父を継いで君となるべきを示す称である。」（莊29）、「君前では臣は名をい、尸柩なお存すれば子は名いう。」（莊32）、「埋葬前でも出会すれば単に子と称する。」（僖9）と述べている。

次に左氏説については、公羊伝ほどにはその主張が明確でない。現今の左氏伝に見えるものは、僖公9年に、宋の襄公は先君（桓公）未だ葬られず、出会したので子という、凡そ喪に在るとき、王は小童といい、公侯は子という、とあるが、この他、五經異義（通典93）、^④礼記曲礼下孔疏、^⑤雜記上孔疏等に左氏説として挙げるものがあり、それ等を見ると、左氏の義としては、子称谓は、未葬・未葬出会・諸侯未踰年にて国内に在り・凡そ喪にあれば公侯を子という、等多義であるが、子称谓と子某称谓とを区別していない。子称谓に対し、君を称し爵号を称する時期については、既葬・未踰年王事出会となっている。杜預は左氏説として、未葬ならば爵を称しない（莊32）で子を称し（僖9・28）、既葬ならば爵を称する（桓11・僖10・25・文14・18・宣10）ものとしている。

左氏説が杜預の注の如くであると仮定して、公羊説と左氏説との根本的な相違は、前者にあっては君と称するのは先君の薨じた年を踰えた後であり、後者にあっては踰年前でもこれが可能である

という点である。春秋における未踰年かつ未葬において子某と称する例は魯の子般（莊32）・魯の子野（襄31）・晉の子奚齊（僖9、杜預は未葬とする）であり、未踰年未葬で出会して子と称する例には陳子（僖28、杜預は未葬とする）、同じく陳子（定4）・宋子（僖9、何休は未葬とする）が挙げられる。右の子般・子野、或は陳子・宋子が未踰年未葬で本爵を称しないで子を称する点において、公羊説と左氏説とは一致している。

次に未踰年未葬で爵を称する例として衛侯（襄26）があるが、これは公羊・左氏のいずれにも合致しない。但し、衛侯は一時的に先君剽に君位を簒奪せられていたから、剽が殺された後、すぐに侯を称したものである。なお、呉子（襄29）も未踰年未葬の君である。^⑦崔述や傅斯年の示す如く、^⑧國語呉語では、呉は伯であるが、春秋では子とされているから、この呉子は喪称の子か否か区別せられない。陳立は爵号と見なし、^⑨出会に非ずして爵を称したものとする。

未踰年既葬で子と称する例は、魯の子（赤）（文18）・衛子（僖25）があり、^⑩出会の例に陳子（僖28、杜預は未葬とするが、顧炎武は既葬とする）・衛子（僖28）がある。これは公羊の例に合したものである。

未踰年既葬で爵を称する例は邾婁子（定3）・齊侯（宣10）・鄭伯（成4）で、これは左氏説に合したものである。

踰年未葬で爵を称する例は、衛侯（桓13・成3）、陳侯（宣11）、宋公（成3）・蔡侯（昭13）であり、公羊説に合したものである。最後に踰年既葬にて本爵を称することは春秋の常例となっており、その例は頗る多数にのぼっている。

ところで、先に挙げた子某称谓については、殷代卜辞にもこの形式の称谓は多く見えていところのものである。^⑪董作賓が武丁の20個兒子とするところの子魚以下の諸子が果たしてすべて武丁の

春秋諸侯喪主稱謂一覽表

未 踰 年			踰 年		
未 葬	既 葬	不 明	未 葬	既 葬	不 明
(魯世子)子般(莊32) (")子野襄(31)	(魯世子)子赤(文18)	(晉支子)吾之子奚齊(糾, 莊9)…………… (僖9) (杜預説未葬)	(齊弟)子糾(莊9)		
(支子)陳公子留(昭8) 衛世子蒯聵(哀2)	(支子)王子猛(昭12) (王猛 ") (弟)楚公子比(昭13)	蔡世子有(昭11) (僖28) (杜預説未葬)	王子朝(昭23)		
(世子)陳子(定4) (世子)宋子(僖9) (何休説未葬)	(世子)衛子(僖25)	(世子)陳子(僖28) (僖28) (杜預説未葬) (弟)衛子(僖28) (兄君出奔中)			
		齊君舍(文14) (杜預説既葬)	齊君舍荼(哀6)	晉君卓(僖10) (左傳僖9は公子卓, 未踰年既葬とする)	
(弟)祭季(桓17)	(世子)鄭忽(桓11)	(世子)葛(昭14)	晉人(僖33)		葛疾・葛展(昭1)
(從父昆弟) 衛侯(襄26)	(世子)齊侯(定10)	(從祖昆弟之子) 晉侯(成18)	(世子)宋公(成3)	宋公(成4, 昭12) 齊侯(桓15, 成10) 晉侯(僖28, 襄16) (昭31)	
			(支子)衛侯(桓13)	衛侯(成3, 16)	
			(世子) " (成3)	陳侯(僖13, 襄5)	
			(世子)蔡侯(宣11)	蔡侯(昭21)	
	(世子)鄭伯(成4)		(世子)蔡侯(昭13)	鄭伯(桓12, 襄8) (昭13)	鄭伯(襄3)
				曹伯(莊24, 僖8) (襄20)	
				杞伯(襄24, 昭26)	
				許男(僖5)	
(弟)呉子(襄29)	(世子)邾婁子(定3)		滕子(昭4)		邾婁子(襄18)

児であったかは問題があるようであるが、とも角、これ等は周代の王子・公子に相当するものであろう。貝塚博士¹³や白川静氏¹⁴によると、般の子・子某は、殷王私属に非ざる多子族集団の統率者で、周代宗法における別子の身分に相当するところの殷の王子に当る。左伝では子某稱謂は多く男子の字に用いられるが、子を名に冠した稱謂形式も相当に見受けられ、これは往古の子某稱謂の遺象と見るべきであろう¹⁵。喪主稱謂の子某は字ではなく、公羊注(莊32)にあるように、某は「君前、名いう」の名である。陳子・宋子の称は、上述のように何休は、先君がまだ葬られないので、本来なら

子某と称すべきを、出会すれば柩前でないから、「君前名いう」の場合に当らず、名を去って単に子と称したと言っている。但し、名を去る理由については、顧炎武は、会盟に名をいわないのは春秋の常であると言っており、柩前を離れたからどうこう考える必要はないようである。某子の称も卜辭にあり、董作賓はかかる子稱謂の子を子某の子と区別し、某子の子は爵号、子某の子は王子の身分を示すものと見ている¹⁷。董氏は、五等爵は殷にも存在していたというのであるが、唯五つあるというだけで、五等の秩序をなしていたわけではない。春秋時代においてさえ五等爵の存在は問

題とされるのであるから、殷代では尚更のことである。崔述は、春秋列国の中、某子と称する者は多いが、子の称は未成君の称、また、その国が夷であるもの、或いは本と侯伯の爵であっても夷に雑ればこれを子と称するのであって、伯・男と同範疇のものではないといひ、¹⁹ 傅斯年是、子は宗の長子を伯というのに対し、庶子を子ということに起因するのであり、つまり公子の義と同じであるという。²⁰ 若し子が爵号であれば、喪によって貶したことになる。恵士奇にもこの説がある。²¹ 左伝に²² 貶爵のことを記した文があるが、²³ 顧炎武や²⁴ 陳槃は左氏貶爵の説を駁している。子が爵号でない故に本来爵号が侯伯にして而も喪にあって某子と称し得るのである。段玉裁も子某の子・某子の子は皆在喪未踰年の君の称であるとしている。²⁵

ここで本論に反ろう。右に掲げた未踰年未葬既葬、踰年未葬既葬における各種喪主称谓には、公羊説左氏説の何れにも 有利な 例も 不利な 例もあり、帰趨に迷うわけであるが、未踰年称爵の例は上に挙げた程度の僅少な例あるに過ぎないのに比べ、踰年称爵の例は極めて多く、この点まず左氏説を疑わしめるのである。春秋の魯君も、未葬既葬を問わず、踰年において公とせられている。現今の左氏伝に「未葬出会の故に子と曰う。」とはあるが、「既葬、爵を称する」旨の文は見えていない。杜預が左氏説を以て「既葬、爵を称す」としたことの根拠は、礼曲礼下孔疏、左伝文公14年孔疏の挙げているように、左伝僖公9年の「晉の里克、その君卓を弑す。」および文公14年「齊の公子商人、その君舎を弑す。」の記事である。

前者については、春秋経によれば、僖公9年9月に晉侯詭諸卒し、同年冬、里克がその君の子奚齊を殺し、翌10年正月、里克はその君卓を弑しているが、左伝では、里克は9年冬10月に奚齊を殺し、同月、公子卓が立って先君を葬ったが、里克は11月に公子卓を殺したことになる。且、

左伝は、君の子奚齊というのは、先君未葬であるからだと述べている。先君未葬にあって君の子と称することから直ちに既葬成君との結果が生ずるのであるならば、里克が卓を殺した時、先君は既に葬られているから、左伝としては公子卓を殺すというべきでなく、その君卓を殺すというべきである。然るに左伝は公子卓といひ、翌年の経文に却ってその君卓を弑すと書かれている。すれば、左氏説、既葬称爵の論が否定せられるのみならず、却って公羊の踰年成君の書法が確認せられなければならないことになるわけである。

ところで、経文が卓の死を僖公10年正月としているのに対し、左伝がそれを僖公9年11月としていることについては、顧炎武、崔述、等の述べているように、晉は夏正を用いたのであって、周曆の正月は夏曆の11月に相当するのである。晉の曆によると、公子卓の殺されたのは先君の死のあった年であり、未踰年である。左伝は晉曆により公子卓とする。経は周曆により11年正月其君卓と記した。なお、晉が夏正を用いたことに関しては、成公18年春正月、晉の厲公州蒲が殺され、左伝によると2月に悼公が即位している。これによると、未踰年で即位したことになる。しかし孔疏引の国語晉語によると、悼公は正月に即位しておいて、これは夏正によったものである。成公17年12月の次に閏月があるため、夏の正月は本来なら週の3月に当るのが週の2月に当ることになった。左伝で悼公即位が2月になっているのは周正、国語で1月になっているのは夏正によったものである。悼公の即位が夏曆1月であれば、厲公の死は前年の12月にあるはずで、これまた晉が踰年即位の法をとったことの証となるものである。序ながら、齊も亦夏正を用いている。²⁸

文公14年9月、齊の公子商人がその君舎を弑したことについては、孔疏にいうように、先君たる齊侯潘が5月に死んでその子舎が商人に殺される

までの間に、潘が葬られたことは経にも伝にも見えず、杜預が既葬としたことの根拠は、単にその君舎とあるがため、僖公10年の其君卓にならただけにすぎない。

なお、左伝の「凡そ喪に在る、王には小童と曰い、公侯には子と曰う。」の在喪を杜預が未葬としたことも根拠なき説である。僖公25年の衛子（未踰年既葬）についての服虔注（礼記曲礼下孔疏引）でも子と称したことを以て子道を失わなかったこととしているから、左氏旧師も未踰年既葬称爵の説はとらない。曲礼下天子未除喪曰予小子の条の孔疏は左伝の義に諸侯即位に三時ありとして「始喪時に嫡子の位につき、踰年正月に君臣を正すの位につき、除喪爵を受けて諸侯の位につく。」と述べているが、この中にも既葬即位は入っていない。そこで沈欽韓も、左伝に既葬除喪（称爵）の事なしという^{②4}。許慎の五經異義が、左氏を以て既葬称君としているのは、根拠明白でない。

春秋経を離れて左伝のみによって見ると、未踰年で即位し爵を称する例はかなり多く、衛の宣公（隠4）・宋の文公（文16）・齊の莊公（襄19）・鄭の定公（昭12）・風の敬王（昭22）等がこれである。中にあって、宋の文公の如きは、前公季年を以て己れの元年としている。即ち、文公16年冬11月、宋人がその君杵臼を殺したが、左伝によるとこの11月に文公が即位して母弟須を司城とし、18年12月に宋公は母弟須および昭公の子を殺しているが、宣公3年の左伝に「宋の文公即位3年、母弟須および昭公の子を殺す。」とある。文公18年が宋の文公の即位3年の年に当るのであるならば、文公16年は即位の年であり、且、前君季年を以て己の元年としたことになる。さらに、隠公7年に「凡そ諸侯同盟すれば、これにおいて名を書す。故に薨ずれば赴ぐるに名を以てす。終を告げ嗣を称して以て好を継ぎ民を息す。これを礼経という。」とあり、赴告の際に同盟諸侯に対し嗣を

併せ告げている。これ等によると、春秋時代の実情は必ずしも春秋の書法や儀礼の記述と一致しているわけではない。

尚書顧命によれば、威王の死するや、康王は即月に即位し、四方の諸侯がこれに來り会している。康王は即位の礼が済んで再び喪服に反っているから、即位後直ちに除喪したわけではないが、喪中の称谓は子釗・予一人釗・王・予小子等となっており、春秋の書法では問題とされる王君の称谓は前君の死月にすでに用いられている。もっとも顧炎武や崔述は顧命には脱簡があつて、即位の礼の時期は死月と同じ月ではないというが、それにしても除喪前であることは明らかである。平岡武夫氏によると書経周書の五語は血統重視の趣が見られるということであるから、^{②5} 踰年ならずして王と称するのはこれがためであるかも知れないが、それはともかく、喪中に王・予一人と称している。礼雜記に諸侯相弔の礼が記され、喪主の称谓には子・主孤・孤某・主人の他、君もある。

喪主と継嗣との関係は否定できないが、これまで主としてその時期を問題として來た所の子・子某の称谓が、その内容の上から、嗣君或いは世子たるを表示したものかどうかについて一考してみるのが、公羊伝莊公9年に「齊人子糾を取りてこれを殺す。その子糾と称するは何ぞや。貴ければなり。その貴しとは何ぞや。宜しく君となるべき者なり。」とあり、何休も、子某とはその宜しく君となるべきを明らかにする所の称谓であると見ている（莊9・32）。よって陳立も、子某とは嗣君在喪の称、子は嗣を与ずの辞で、子と世子と同一なりという^{②6}。五經異義（通典93、凶礼15引）引公羊説に、「未踰年の君は皆父に繋ぐ。」とあり、且、董仲舒の繁露玉杯にもある如く、子を称するのは未だ立つべからざるを示すものであり、何休がまた「一年君を二にせず。」（莊32）というように、子称谓が父に繋げてまだ立つべからざるを示すも

のであることを示すものであることは分るが、子が当に前君を嗣ぐべきものであるかどうかは問題である。卜辞或は殷金文の子・子某称谓が殷王の嗣子ではなく、多子族に属するものであり、周の別の別子の如きものであるとせられること（上述）、さらに左伝における子某の称はもとより世子に限っていないこと、また、礼記曾子問「孔子曰く、若し宗子死してあれば、墓に告げて後に家に祭る。宗子死してあれば、名を称して孝といわず。」——これは宗子が罪なくして去る場合、廟を以て行く故に、残留の庶子が祭ることを述べたものである——の鄭玄注に、祭の祝辞に庶子は子某ということあること等によるも、春秋子某の称は継嗣すべきの身を約束したものではない。

尚、喪称として、礼記曲礼に「天子未だ除喪せざるとき、予小子と曰う。」とあり、また、同篇に「君大夫の子、敢て余小子と自称せず。」とある。余（予）小子は尚書や、詩のみならず金文にも屢見の語である。周代における用例からすると、小子は王以外の者にも使用され、自称・対称の何れにも使用され、喪称（書顧命・詩閔予小子）に限らない。小子の意味は幼弱である。殷金文に子が小子に賞賜する形式のものがあり、小子は明らかに子の下位におかれる身分のものであるから、周代自称或は対称としての小子との関連性も認められると思う。卜辞に天子・上子・中子・小子の語があるが、これ等が相互に関係あるものか否か明らかでない。

余小子と対照をなしているものに予一人というのがある^⑩。白虎通号篇では、王者の謙称であり、臣下よりする時は尊称であるとの両解がなされているが、胡厚宣は、卜辞・尚書等の用例からして、専制主義下の王自らの尊称であるという^⑪。予一人と予小子とを比較すれば小子の性格は一層明白であり、王が自ら余小子という場合、これは謙称であり、王統の身分の上では最も弱小であるこ

とを表示したものであり、喪主称谓としての子某称谓と近似する点があると思われる。

以上要するに、喪主称谓より観て、喪主は爵号を称し、王・君を称することによって継嗣たるを明示する面もあるが、概していえば敢て嗣君たるの身分を表示せず、孤子・子某・小子と称するのである。かかる称谓は先君の遺児中の世子と庶子とを分別しないものである。

註)

- (1) 読書偶識九（皇清経解統篇）。
- (2) 同右。
- (3) 公羊伝莊公32年、君存称世子、君薨称子某、既葬称子、踰年称公。文公9年、以諸侯之踰年即位、亦知天子之踰年即位也、以天子三年然後称王、亦知諸侯於其封内三年称子也。
- (4) 通典93引五經異義、左氏説、諸侯未踰年在国内称子、以王事出則称爵。また、未踰年之君、未葬繫於父、殺奚齊干次、時、父未葬、雖未踰年称子、成為君不繫於父、齊公子商人殺其君舎、父已葬。
- (5) 礼曲礼下孔疏、左氏之義、君薨、未葬未行即位之礼前、称子某、子般子野是也、葬、未踰年則称君、晉里克弑其君卓子、齊商人弑其君舎、是也。
- (6) 雜記上孔疏、左氏之義、未葬已前、則称子、既葬已後踰年則称公。
- (7) 豊鎬考信録卷之3、周制度雜考（崔東壁遺書）。
- (8) 「論五等爵」（国立中央研究院歴史語言研究所集刊、第2本第1分所収）。
- (9) 公群義、桓公11年の条。
- (10) 日知録卷4、諸侯在喪称子の条。
- (11) 「甲骨文断代研究例」（中央研究院慶祝 元培先生65歳論文集）、「甲骨文断代研究的十個標準下」（大陸雜誌第4巻第10期）、「五等爵在殷商」（歴史語言研究所集刊第6本）等参看。
- (12) 丁山（甲骨文所見氏族及其制度—殷商氏族方国志）は子央・子魚・子・子戎を武丁の子ではなからうと見ている。池田末利氏は子某を擬制家族称谓と見る松丸道雄氏の説を支持しておられる（殷虚書

契後編釈文稿上24頁)。

- (13) 中国古代史学の発展第2部第2章, 「殷代金文に見えた図象文字 𠄎 に就て」(東方学報京都第9冊)。
- (14) 「小臣考上下」(立命館文学第116-117)。
- (15) 魯の子同(桓6)・斉の子糾(莊9)・周の子国(莊16)・周の子頹(莊19)・楚の子元(莊28)・魯の子般(莊32)・鄭の子華(僖7)・晉の子圉(僖17)・鄭の子貳(僖24)・申(楚邑)の子儀(僖25)・息(楚邑)の子辺(僖25)・斉の子元(文18)・蔡の子朝(襄26)・魯の子野(襄31)・斉の子明(昭4)・宋の子城(昭20)・周の子朝(定5)・魯の子羽(哀11)等。
- (16) 日知録卷4, 諸侯在喪称子の条。
- (17) 「五等爵在殷商」(歴史語言研究所集刊第6本)。
- (18) 同上。
- (19) 豊鎬考信録卷3, 周制度雜考。
- (20) 「論五等爵」。
- (21) 春秋説卷15。
- (22) 左伝襄公29年に, 杞文公来盟, 書曰子, 賤之也, 杜注, 賤其用夷礼也とある。
- (23) 日知録卷4, 滕子薛伯杞伯の条。
- (24) 「増訂春秋杞子用夷貳爵弁」(禹貢卷7)。
- (25) 明世宗非礼論8(経義楼集)。
- (26) 日知録卷4, 三正の条。
- (27) 王政三大典考1, 三代正朔通考(崔東壁遺書)。
- (28) 哀公18年左氏会箋参看。
- (29) 春秋左氏伝補注, 僖公25年公会衛子莒慶の条。
- (30) 日知録卷2, 顧命。
- (31) 豊鎬考信録卷6。
- (32) 経書の成立, 第3編第1・2章参看。
- (33) 公羊義疏莊公9年および僖公9年の条。
- (34) 予末小子(顧命)・予惟小子(大誥)・汝惟小子(康誥)があり, 類語に昧昧我(秦誓)・有王雖小(召詔)・汝雖沖子(洛誥)・我幼沖人(大誥)等がある。
- (35) 庶民小子(大, 蕩, 抑)・夷貳小子(同上, 鄒箋に予末未除喪せざれば小子と稱すとある)・於乎小子(同上)・無曰予小子(大, 蕩, 江漢)・閔予小子(周頌, 閔予小子)・維予小子(同上, 又, 訪

落, 敬之)等。

- (36) 余小子(毛公鼎・師・殷)・母曰余小子(叔夷鐘)・余雖小子(秦公簋)・女小子(不娶)・子錫小子(王商貝(罍鼎)・子商小子省貝五朋(甲寅卣)等。
- (37) 貝塚茂樹氏は, 小子は多子族集団における被統率者で, 諸国の王子や貴族より召されたるものであろうと言ひ(「殷代金文に見えた図象文字 𠄎 に就て」), 白川静氏は, 多子の同行輩のうちで身分的に區別されたものか, または, 子某(王子)の子輩であらうと言う(「小臣考」)。
- (38) 大子(戦南明455・569, 前4, 16, 6, 後下34, 8), 上子(後上8.6~8), 中子(戦南明192, 後上8.9, 文339甲), 小子(文794・795・849)。
- (39) 白川静氏が中子を大子域は小子に対する輩行的称谓とするのに対し(上掲書), 池田末利氏は上子・中子等を人名と見る(上掲書上31頁)。
- (40) 卜辞では, 金璋所蔵甲骨卜辞124・戦寧新獲甲骨集3, 94, 陳保之蔵甲, 金文では毛公鼎・罍鼎, 尚書では盤庚・湯誓・金縢・康誥・多士・顧命等に見られる。
- (41) 「釈余一人」(歴史研究編輯委員会, 歴史研究, 1957, 第1期)。

(二) 喪主の身分

A 祭主の身分の単一性

宗廟における祖先祖祀にあつては, 祭主は宗廟を継承したものでなければならない。故に礼記曲礼下や王制に「支子祭らず」とあり, 曾子問に「孔子曰く, 宗子は七十と雖も主婦なきはなし。宗子に非ざれば主婦なしと雖も可なり。」, 喪服小記に「庶子は祖を祭らず」, 「庶子は禰を祭らず」等とあり, すべてこれらは祭主は適長子が当るものであることを示したものである。神は非類を享けず, 冥は非族を祭るべきでないから, 適子なき場合でも必らず族人にしてその後となったものであることを要する。既に触れたように, 特牲饋食

礼には嗣があり、これは喪礼に見えざるところである。主人・主婦・賓長・長兄弟の献尸の後、嗣は尸入室前の陰厭の時に奠^おかれた觶^{さかづき}を挙げて尸に献じ、尸の肝をうけて食い、旅酬後、尸が退室してから、尸の簋^{もりもの}の余黍を長兄弟と共にうけて食する。少牢饋食礼には嗣が奠觶を挙げることは記されていないが、大夫の礼にもこの礼はあるであろう。饋食礼において嗣が斯様に重要な役をするのは、祖先祭祀は後継者によって祖先を血食せしめるものであり、宗廟は嫡長子孫に世世伝承せられるべきであるからである。喪服においても父は宗廟をうけつぐべき長子のため斬衰三年に服する。

左伝隠公7年には、諸侯死すれば同盟諸侯に死者の名に併せて嗣子の名を告げることが見え、桓公元年の杜注に、嗣子の位は初喪に定まるといふ。長子相続制にあって、嫡長子が生れる限り嗣子は自ら定まるはずである。もし適長子死すれば適孫を立て、適子死して適孫なければ庶子を立てる等のことはあるが、宗法制下、立嗣の法は定まっており、また、立嗣は君の在世中に決定するように計られるが、春秋時代の実情よりすれば、^①往古の兄弟相続の遺象は相当に存しており、^②さらに、適子がまだ出生しない場合、或は適子あるもそれが痾疾ある場合に庶子の中より嗣を定めるために、卜占により、神に問い、民衆に詢る等の手段が採られており、^③長子相続も立嗣の手段も相当に不安定なものがあつた。

B 喪主の身分の多様性

a 喪礼においては主人以外に衆主人がある。これは祭主が原則上宗廟を継承した長子一人を以て当てるのと対照的である。儀礼士喪礼の主人は明らかに死者の適長子であり、室中唯主人主婦坐するところのものであり、虞卒哭の時の辭に哀子某、拊祭の辭に孝子某と称するのはこの主人だけである。礼記を見ても、曾子問篇に、宗子が上、

庶子が大夫である場合の祭を記してあるが、庶子は上姓を以て宗子の家に祭るが、祝辭は「孝子某、介子某のためにその常事を薦む。」であり、また、庶子が大夫であり、宗子が他国に在るがために、宗子に代つて祭る時の祝辭は「孝子某、介子某をしてその常事を執らしむ。」であるが、孝子は宗子であり、介子は庶子である。また、同篇によると、宗子がすでに亡き場合、庶子は墓に告げて家に祭るが、孝子とは称しないで子某と称し、庶子の子に至つてはじめと孝子と称する。此等により、拊祭の時の孝子は長子、従つて虞卒哭の時の哀子も亦長子である。

儀礼士喪礼の衆主人について、主人の括髮紒帯に対し、衆主人が免布帯であることからみれば、衆主人は齊衰（およびそれ以下）の者があたるはずであるが、屍が室に在る時の主人以下の位について、上篇に「主人は牀東に坐し、衆主人はその後に在り。」、下篇記に「室中、唯主人主婦坐す。」とあるのによると、衆子は主人ではなく衆主人である。死を君に赴告することについて、上篇に「乃ち君に赴ぐ。主人西階の東に南面して赴者に命じ拝送す。」とあり、記に「尸、室に在り。君命あるとき衆主人出でず。」とあるのによれば、赴者に命ずるところの主人は長子であるから、室より出ない衆主人は主として衆子をさす。小斂遷尸後の拝賓について、上篇に「主人西階より降り、衆主人は東に即位す。」とあり、大斂時の視^{うめあな}碑について「主人降り、大夫の後れて至る者を拝し、北面して碑を視る。衆主人復位す。」とあり、君が大斂を視ることにつき「主人門に入って右し、北面して衆主人と袒す。」とあり、また、君が死者の心のところを撫して降らんとするや、「衆主人東壁に辟く。」とあり、また、君が升起即位するとき、「衆主人（中庭の）位に復す。」とあり、また、君が門を出るとき「衆主人襲す。」とあり、柩を遷し祖廟に朝するとき「衆主人東に即位す。」とあり、

国君が^{おくりの}棺を^{あなうめ}窆するとき「衆主人袒す。」とあり、^{あなうめ}棺を^{あなうめ}窆するとき「衆主人西面北上す。」とあり、埋葬後反哭のとき「衆主人、堂下東面北上す。」とあり、^{あなうめ}棺大斂・朝夕哭奠・反哭の後の夫々の出門就次の時の「衆主人出門」等は、すべて斬衰の衆子および^④齊衰以下をかねるものと見られる。

士喪礼には、この外、親者・兄弟の語があり、衆主人とこれ等との関係は必ずしも分明でないが、親者は直系および旁親中の親近なるものをさし、兄弟は旁親をさし、衆主人は大体親者に相当するところの男性と見て差支えないと思われる。

右の如く、士喪礼篇に主人と衆主人とあり、大体において両者が区別せられるけれども、同篇中には両者区別せられないものがある。屍の沐浴の節、「主人皆出で戸外に北面す。」とあるが、主人皆とは主人と衆主人を一括したものである。宅兆を筮する節においても「主人皆往き兆南に北面し、絰を免ず。」とある。礼記奔喪篇にも、適子奔喪して殯に間にあわなかった時のことをのべて、「殯におよばざるときは、まず墓に之き、北面して坐し、哀を尽くす。主人之を待つや、墓左に即位す云々。」とある。この主人は衆主人である。正主たるべき適子がまだ喪主の位につかないから、その庶兄弟が主人となるのであるが、実はこの主人は衆である。而も単に主人という。同様な例は、同篇の、適子が父母の喪を除いて後に奔喪する場合のことを述べた条にも見える。

b 喪主の身分は固より死者と親族関係（同宗親）であることが必要である。礼記喪服小記に「疾ある者を養うには喪服せず。遂に以てその喪を主^{つかさど}る。」とあり、鄭注に「遂に以てその喪を主るとは、養う者親あるを謂うなり。」とあり、また、同篇の「養う者に非ずして入りて人の喪を主るには、己の喪服に易えず。」の注に、「養う者、死者に親なければ主となるを得ず。」とある等がこれを示している。然し前に述べたように、主人は単一

人に限らないし、更に喪主の身分も必ずしも死者の子孫や後継者ではないのである。以下これについて述べよう。

士喪礼においては、死者の長子が喪主となっている（上述）。礼記でもかかる場合の礼が多く記述されていることは言うまでもないが、後継者以外で最も多く言われているのは、父が子の喪主となることである。礼記奔喪篇に「凡そ喪は、父あるときは、父主となる。」とある。何故死者の子が喪主とならずして父が喪主となるか。その理由として鄭玄は「賓客と礼をなすには、宜しく尊者を使うべし。」という。拝賓は喪主の職分の中で最も重要なものである。貴者の喪には貴者の来弔があり、賤者の喪には賤者の来弔がある。檀弓下に「大夫の喪、庶子弔を受けず。」、喪服小記に「大夫は士の喪を主らず。」とあり、曾子問に、臣喪に他国の君が来り弔すれば、臣の君が受弔の主となって拝することを記しているのもそのためである。然しまた、父が子の喪主となるのは、子が長子の場合で、庶子の喪にあっては父は主とならないともいわれている。礼記服問に「君の主となる所は、夫人・妻・大子・適婦。」とあり、鄭玄注に「妻というのは、大夫以下亦この三人のために喪主となるを示すなり。」とある。すれば、大夫以下も妻・長子・適婦のために喪主となる。雜記上に「長子のために杖すればその子は杖を以て位に即かず。」とあり、喪服小記に「父は庶子の喪を主らず。さすれば則ち孫は杖を以て位につきて可なり。」とあるが、これ等と、上掲奔喪篇の「凡そ喪は、父在るときは父主となる。」との関係については、奔喪篇孔疏の意考では、先の服問の言う所は、内則に所謂命士以上父子異宮のもの、奔喪篇に凡そ喪に父が主となるとあるのは、父子同宮なるものである。父子同宮異宮のことについては、曲礼上「人子たる者、居るに與にすわらず。」の鄭注に、父子同宮なるものをいうとあり、雜記下「父

服する者あれば、宮中の子は楽に与らず。」の鄭注に、宮中の子とは父子同宮なるもので、命士以上は父子異宮である、という。父子異宮に関連して昆弟異宮ということがある。儀礼喪服齊衰不杖期章に昆弟異宮のことが記されており、礼記雜記下に「父母の喪、將に祭らんとして昆弟の死するものあれば、殯をおえて祭る。若し同宮ならば臣妾と雖も葬りて后に祭る。」とある。これ等の、父子或は昆弟の同宮・異宮は、命士と不命士との間の差だけでなく、長子と庶子との間にも差があるものようである。喪服小記に「庶子、父の室にあればその母のために禫せず。」とあり、孔疏は、不命の士にして父子同宮のものをいう、といい、雜記「妻のために父母あれば杖せず。」も同様に庶子が父の室にあるものだとしているが、喪服小記に又、「父在りとも庶子は妻のために杖を以て即位して可なり。」とあり、これは庶子が父と宮を異にするからである。喪服大記に「大夫士、父母の喪には練を既えて帰り、朔月忌日には宗室に帰哭す。諸父兄弟の喪には哭を卒えて帰る。」とあり、鄭注に、これは命士以上父子異宮なるものである、というが、賈疏は更に、庶子が喪に遭って家に帰る節をいうものとし、隱義をひいて、適子は終喪まで殯宮にあるという。家に帰るのが庶子であるならば、適子は家に帰らない。すれば殯宮は適子の家であり、又父の家であって、父子同宮である。

上述のことを総合してみると、長子に対しては同宮異宮の別なく、父は常に喪主となり、庶子に対しては、父子同宮の場合には父が喪主となるが、異宮の場合には父は喪主とならないで、その子を喪主とする。上掲喪服大記の記事から推察すると、父母と長子との生活関係は庶子とのそれに比べて一層緊密であり、庶子はその母と共に、長子とは別の生活単位をなしているのではないだろうか。長子であれ庶子であれ、父がその喪主となる場合、喪服としては、父がつける服は、長子

或は庶子の子がその父のためにつける服よりも重い服ではないから（子は父のために常に斬衰であるが、父は長子のために斬衰であるのは、己が長子であって初めて可能である）、喪主は必ずしも服の精粗の順によるものではない。鄭玄は父が喪主となるのは家長として弔賓に対するがためであると説明する。然し、上述の生活上の同宮異宮のことから考えると、経済の主宰が父にあるがためと思われる。死者との関係において喪服上の親等からは、死者の父は死者の子より軽いかかわらず、死者の父が喪主となるのは、この経済上の主宰者であることに大きな原因がある^⑤。庶子のために喪主とならないのは、庶子が宗廟を伝承しないからであるだけでなく、父及び長子とは別の生活単位をなしていたという理由もあるのではないだろうか。

c 昆弟が喪主となる例としては礼記奔喪篇に「父没し兄弟同居すれば、各その喪を主る。」とあり、従父昆弟が主となる例としては、喪服小記の「大功者が人の喪を主るに、三年なる者があれば、必ずこれがために再祭（小祥・大祥）す。」、又、上引奔喪篇の文に次いで「親同じからざれば親者之を主る。」の鄭注「従父昆弟の喪なり。」があり、更に疏遠な族親が喪主となる例としては、雜記上に「凡そ兄弟の喪を主れば、疏と雖も亦之を真す。」とある。

その他の例としては、舅が主となるの例は、服問篇の「君の主る所、適婦」（鄭玄によれば大夫以下も同じ）があり、姉妹が他族に嫁して死ぬるとき、夫がすでになく、夫の兄弟もないときは、姉妹の党が喪主となってよいとさへ記されている（雜記下）。男主には必ず同姓を使い、婦主には必ず異姓を使うといわれてはいるものの（喪服小記）喪に後なき場合があっても主なきはしないこと（喪大記）が一大原理であるから、朋友や州里の人、又、同宿の人も喪主となることが認めら

れる。雑記下に「姉妹には、その夫死してありて若し夫に族なければ、前後家東西家（主となる）。有るなければ里尹これを司る。」とあるのがこれである。孔子は賓客（朋友）あり、死して殯葬するところなければ、我家にて殯せんという（論語郷党）。兄弟朋友が主となるのに、死者の親として三年喪に服すべき者があるにかかわらず、大功者が来り喪主となることがあり、或は小功・緦麻の親者が来り練祭を行なうことがあり、又、朋友が来り主となって虞祔を行なうことがあるともいわれている（喪服小記）。

d 葬喪過程の中途において喪主が変更されることもある。喪服小記に「婦の喪、虞卒哭にはその夫若しくは子これを主るも、祔には舅これを主る。」とあり、鄭玄は「婦とは凡そ適婦庶婦なり。虞卒哭に婦を祭るは舅事に非ず。祔は祖廟において。尊者これに宜し。」という。前に触れたように、父在れば適子庶子の妻に対して父（適婦庶婦の舅）が主る。今、父があっても、虞卒哭において、婦の喪を夫若しくは子が主るというのはこれと合わない説であるが、夫が虞卒哭において妻の主となる（虞卒哭以前も夫が主であった筈である）のは、虞卒哭は寝に行なわれるからであり、祔は祖廟で行なわれるので夫の父が祔祭を執行する。又、雑記上によると、妾喪の場合、祔においては夫君が自ら祔す（夫の父が在れば父が祔祭の主となるであろう。）が、練祥においては、もはや夫は賤妾の祭に与らないでその子を主とする。右の両文から推測すれば、庶子の喪においては、父は主とならないで庶子の子が主となる。祔においては父が喪主となる。かくの如く、葬喪過程において虞卒哭以前と祔との間において喪主の変易があり、祔と練祥において喪主が替ることもある。

e 祭祀の場所は宗廟（それがない身分では壇をきづく）である。喪礼において、葬儀は固より屍の存する処で行なわれるが、死者の親族で遠方

に在り、葬儀に参加出来ない様な場合、その者のいる処で弔資の来るあり、受弔の主が必要となることがある。受弔の主も必ずしも親族ではない。檀弓下の「喪に、公これを弔すれば必ず拝する者あり。朋友州里舎人と雖も可なり。」、又、「妻の昆弟の父後となるもの死すれば、これを適室に哭し、子祖免哭踊す云々。」、檀弓上の「伯高、衛に死す。孔子曰く……夫れ賜（子貢）によりてや我を見しなり。吾これを賜氏に哭せんと。遂に子貢をしてこれが主たらしむ云々。」（死者と子貢と朋友関係にあった）等はその例である。葬儀を行なう場所においてさえ、喪の正主の他に受弔の主をおくことがある。喪服小記に「諸侯異国の臣を弔すれば、その君、主となる。」とあるのがその例であり、曾子問篇に喪に二孤あるのを非礼なりとした記事があるのも、季桓子の喪に、公と季康子が共に拝資したことを譏ったのであり、受弔の主は、衛君が来弔した限りにおいては魯の哀公がこれに当るべきである。

f 諸侯の喪において、他国の君が来弔する場合、擯相の役をするものを主と称する。公羊伝隠公3年に「夏4月辛卯尹氏卒す（中略）。外大夫は卒（を書）せず。此れ何を以て卒（を書）するや。天王崩せし時、諸侯の主となれる也。」とあり、何注に「時に天王崩じ、魯隠奔喪せしとき、尹氏擯を主りて、諸侯の隠公と交り接するを賛けたり。」と言ひ、又、穀梁伝定公4年に「劉卷卒す。此れ何を以て卒（を書）するや。天王崩ぜしとき、諸侯の主となれる也。」とある等がこれである。

C 喪主の役職

喪礼における喪主の雑多なること右の如くであるとすれば、喪主たることの条件が嫡々相承になることは明らかである。喪礼における主人と衆主人との役職の相違を最も顕著に示すものは弔資に

対する拝礼の責任が主人に在るという一点である。饋食礼では拝賓は儀礼の初めと終りにあるだけであるが、喪礼においては弔賓の来る毎に行なわれる。礼記曾子問に「喪に二孤あるは礼か。」とあるのは、魯の季桓子の喪に衛の靈公(鄭玄は出公の誤りという)が来弔した時、哀公と季康子の兩人が弔したことについて発せられた疑問である。士喪礼にあって衆主人弔賓の語はない。士喪礼記「尸室にありて君命あるとき、衆主人は出でず。」とあり、注に「主を二にせず。」と言ひ、礼記奔喪「凡そ喪に父在れば父主となる。」の注に「賓客と礼を為すには宜しく尊者をせしむべし。」とある等、弔賓が喪主の任であることを示すものであるが、士喪礼で主人だけの職として大事なものは、死者の口に米貝を含ませることぐらいであり、その他、尸に馮ること、尸を奉じて堂に俵くこと、棺に斂めること、殯(埋棺の穴)を視ること、次に就くこと、兆に往くこと、棺や喪器を視ること、葬日を卜するのに臨むこと、哭踊等については、主人主婦だけが記されて衆主人が省略されているが、これ等のことについては、衆主人は主人に従って与ると見るべきである。たとえば、馮尸について、士喪礼では主人主婦のみが記されているが、礼記喪六記では、主人・主婦・父母・妻・子・婦・舅姑・夫妻・昆弟等の馮撫が記されており、又、士は父母・妻・長子・庶子に馮ると記されている。士父が庶子に馮るからには、子たる庶子が父に馮るのは当然である。士喪礼の衆主人が死者の庶子であるとすれば(上述)、馮において主人の他に衆主人も亦馮ると見なければならぬ。男女による奉尸俵堂・斂棺は、主人衆主人以下をかねていう。主人が殯を視ることにおいて、衆主人復位とあるのは、衆主人も亦殯を視たからである。主人兆南に往くことにおいて、主人皆と記されているのは、衆主人を含めていうのである。主人が棹材及び明器の材を殯門外に検視するのに衆主人を言

わないが、材は甚だ多量である以上、衆主人が主人の視をたすけるのは当然である。かくの如く、役職の上から、主人と衆主人の間にはっきり弁別せられる事は、賓に対する拝礼であるに止まる。

D 喪主の多様性の理由

この様に主人と衆主人と存在し、祭主が宗廟継承者唯一人であるのと大きな差異があるのはいかなる理由によるのであろうか。往古氏族制時代において、死者埋葬は一体的な血族意識の上からも経済的負担の点からも、血族員共同の責任であったし、死者と関係あるものを社会集団から隔離祓禳することも葬儀の儀の先決条件であった。やや降って、宗族組織・家族組織の時代になるにつれ、親等制が精密となり、死者との関係の親疎遠近の差等により、死者に対する責任の厚薄の差が顕著になったが、死の汚染の強烈且つ広範囲であること、これに応じて屍処理の義務の絶対性により、疎遠の親者と雖も所詮はこの義務の埒外にあるということは出来なかった。そのため、子孫・族人、それがなければ朋友・州里の人(原始の時代にあつてはこれも氏族員であつた)であっても喪主となって葬儀を果たさなければならぬ。古代人の死観念に本づく葬儀の儀の性格そのものからして、かかる族員の連帯的責任は強調せられたし、且、死を直接の対象とする宗教儀礼は祭儀に比し遙かに保守的であるため、この様な制度は一層永く保持せられたようである。喪主の多様制はこの様なことに起因するものと思われる。然し喪主の多様性の中にも親等意識はあり、喪主の順序は親等制によるものと思う。本論では多種喪主の身分を羅列したに止まったが、中国親等制の社会的機能の一として、喪主順序の決定が重要なものと思うが、これについては更に今後の課題としてい。

註)

- (1) 宋の桓公疾あり、太子茲父はその庶兄目夷が長にして且つ仁であったのでこれを立てんことを請い、公はそこで目夷を命じて太子とした(但し、目夷は辞し、遂に走り退いた)こと(僖7)、衛の定公疾あり、孔成子・寧恵子をして敬嬖の子伋を立て太子たらしめたこと(成14)、晉の韓獻子、老を告げ、公族穆子(獻子の長子)癈疾あり、將にこれを立てんとするに、穆子辞し弟を立てんことを請いたること(襄7)、齊の景公夫人燕姫は子を生むも成人せずして死し、諸子鬻嬖の子荼嬖せられ、景公疾あるや、国恵子・高昭子をして荼を立てしめたこと(哀5)等、その一例である。
- (2) 周においては、莊王とその弟王子克との争い(桓18)、恵王とその叔父王子頹との争い(莊19・21)、襄王とその弟王子帶との争い(僖公25)、魯においては、隠公桓公の争い(隠11)、慶父の乱(莊23・閔2)、季孫氏における公鉏と季悼子、仲孫氏における孺子秋と仲孫羯との争い(襄23)衛においては、州吁と桓公宣公との争い(隠3・4)、急子と恵公との争い(桓16)、鄭においては、莊公と共叔段との争い(隠1)、昭公・厲公・子亹・子儀の争い(桓11・15・17・18、莊14)、齊においては、桓公の子武孟・孝公・昭公・懿公・恵公の争い(僖17・18、文14・18)等がその一例である。なお、春秋時代、秦・呉に兄弟相統が遺っており、楚に小子継承制が遺っていた。松浦嘉三郎「支那古代の長子相統制度」(東方学報京都第1号)・陶希聖、婚姻与家族第1章

・李宗洞、中国古代社会史第12章第2節・曾憲、中国古代社会組織上第2～4章・童書業・春秋史第2章等参看。

- (3) 左傳襄公31年、穆叔の言に「太子死、有母弟、則立之、無則(庶子之)長立、年鈞沢賢、義鈞則卜、古之道也」とあり、昭公7年、衛の襄公夫人姜氏に子なく、嬖人嬖始が孟縶を生むも足良からず、孔成子が策して次子元を立て、昭公13年、楚の共王に家適なく、庶子の寵愛せられたる者5人あり、立つべきものを山神に問ひ、昭公24年、王子朝と敬王と立つことを争ひ、士伯は王城北門に王位を設けて大衆に詢った。その他、拙稿「儀礼喪服を中心として親た相統の次序」(日本中国学会報第15集)参看。
- (4) 朱大韶、実事求是齋経義 卷2 衆主人東即位 辨参看。
- (5) 牧野巽、支那家族研究(生活社)99頁参看。

結 論

喪主称谓としての子・子某が亡父に^か繋けて単に子たることを示すのみであり、何等継嗣上の地位を保証するものでないことと、喪主身分の多様性とが一連の関係にあることは明白である。葬喪儀礼の本質的性格及び往古の氏族的血族組織の遺象として、喪主は複数となったものであり、親族の親疏意識が強くなった後までも大きな変化はなかった。

(昭和41年9月1日受付)

John Steinbeck: *Flight* における story-telling の技巧について

(英語) 広 瀬 英 一

Story-telling Techniques in John Steinbeck's *Flight*

Hidekazu HIROSE

(Received September 1, 1966)

The facts of this short story are very simple. The plot is uncomplicated. But Steinbeck never loses our attention to the end of the story. How does he do this? Here too, Steinbeck seems to have devised some story-telling techniques which make this story more impressive.

First, this story has the alternation of relaxation and tension in the scenes and this alternation is clearly seen, especially in the "flight" scenes of this story.

Second, Steinbeck is very good at the use of settings. Nature of the stone-mountains into which Pepé fled changes according as Pepé is hunted down to his death. Time here is also a setting and its steady progress is meant for increasing the tension.

I

Steinbeck が story-telling に徹した時はすぐれた作品が生まれている、と言われる。この作品 *Flight* においても、Steinbeck は、ペペという19才の少年がどのようにして "a man" になったか、その manhood はどのようなものか、というテーマを追って物語を展開し、実に巧みに状況を設定している。その構成も、計算された緊密なものでむだがない。この作品が彼の短編の傑作のひとつに数えられるのも、これらのくふうのためである。

本稿では、この作品にみられる、弛緩—緊張というパターンと、ペペの逃走の背景となっている自然と時間、の二つについて Steinbeck の story-telling の技巧をみていきたい。

II

この物語の事実は、きわめて簡単である。筋と言えるほどの筋もない。しかるに、この物語はわれわれをぐんぐんひっぱっていくものをもっている。これはどうしてか。この作品においても、Steinbeck は読者をひっぱっていくことについてかなりのくふうをしているように思われる。

まず気づくことは、この物語には、弛緩—緊張というパターンがあるということである。これが間隔をおいてはあらわれる。

The stream fell more sharply. Little waterfalls splashed on the stones. Five-fingered ferns hung over the water and dripped spray from their fingertips. Pepé rode half over in his saddle, dangling one leg loosely. He picked a bay leaf from a tree beside the way and put it into his mouth for a moment to flavor the dry jerky. He held the gun loosely across the pommel.

Suddenly he squared in his saddle, swung the horse from the trail and kicked it hurriedly up behind a big redwood tree. He pulled up the reins tight against the bit to keep the horse from whinnying. His face was intent and his nostrils quivered a little. (pp. 56—57)¹⁾

逃げはじめてすぐのペペには、まだ余裕がある。余裕があることは、描写されている風景が乾いた岩山でない、ということでもまずわかる。ペペが追いつめられてくるにしたがって風景は岩や砂ばかりで、水気のない、乾いたものになる。植物にも “dry”, “starving” などという形容詞が使われている。このことを考えると、ここでは “waterfalls”, “splash”, “dripped”, “spray” など、いかにも水のイメージが豊かである。そして、“dangling one leg loosely” とか “held the gun loosely across the pommel” とかは、ペペの余裕のある態度を示している。そこへ、“suddenly” という語がでてきて、たたみかけるようにペペの緊張した、激しい動作が写される。

The dusk gathered quickly in the deep valley. Pepé muttered his prayers, put his head down on his arm and went instantly to sleep.

The moon came up and filled the valley with cold blue light, and the wind swept rustling down from the peaks. The owls worked up and down the slopes looking for rabbits. Down in the brush of the gulch a coyote gabbled. The oak trees whispered softly in the night breeze.

Pepé started up, listening. His horse had whinnied. The moon was just slipping behind the western ridge, leaving the valley in darkness behind it. Pepé sat tensely gripping his rifle. From far up the trail he heard an answering whinny and the crash of shod hooves on the broken rock. He jumped to his feet, ran to his horse and led it under the trees. He threw on the saddle and cinched it tight for the steep trail, caught the unwilling head and forced the bit into the mouth. He felt the saddle to make sure the water bag and the sack of jerky were there. Then he mounted and turned up the hill. (p. 61)

ここでも前半は、落ち着いて、安らぎがある。この物語の逃走の部分を通じて、月やその冷たい光はペペにしばしの休息を与えてくれるものとしてあらわれ、太陽や日の光と著しい対照をなす。“Pepé drank from the bag again for the air was so dry that it encrusted his nostrils and burned his lips.” (p. 59) / “Little drops of sweat ran to the ends of his coarse black hair and rolled down his cheeks. His lips and tongue were growing thick and heavy. His lips writhed to draw saliva into his mouth.” (p. 65) など）あたりの様子は、ペペの眠りを安らかなものになっている。そして、追手の近いことを知ってからペペの動作は、“He jumped to his feet, ran to his horse……” とリズムカル

な短い文によってあらわされている。

The sky turned blue over the coming sun. In the waste of the mountainside, the poor dry brush grew only three feet high. Here and there, big outcroppings of unrotted granite stood up like mouldering houses. Pepé relaxed a little. He drank from his water bag and bit off a piece of jerky. A single eagle flew over, high in the light.

Without warning Pepé's horse screamed and fell on its side. He was almost down before the rifle crash echoed up from the valley. From a hole behind the struggling shoulder, a stream of bright crimson blood pumped and stopped and pumped and stopped. The hooves threshed on the ground. Pepé lay half stunned beside the horse. He looked slowly down the hill. A piece of sage clipped off beside his head and another crash echoed up from side to side of the canyon. Pepé flung himself frantically behind a bush. (p. 62)

Steinbeck は追われるペペの小休止を食事という形で描く。そしてその小休止は、“Without warning”と、突如として破られる。“rifle crash” があとから聞こえるという状況は、いっそう不意性を強め、読者もペペとともにしばしその意味を悟りかねる。なまなましい場面に、はじめはなんだかわからぬまま緊張せざるをえない。二発めの“A piece of sage clipped off beside his head”という描写のしかたもこの場面にふさわしく、Steinbeck の story-telling の確かさ、巧みさを思わせる。“pumped and stopped and pumped and stopped” は流れ出る血の脈動を写している。

Still the lion sat and watched him. The evening came down but there was no movement on the hills. No birds visited the dry bottom of the cut. Pepé looked occasionally at the lion. The eyes of the yellow beast drooped as though he were about to sleep. He yawned and his long thin red tongue curled out. Suddenly his head jerked around and his nostrils quivered. His big tail lashed. He stood up and slunk like a tawny shadow into the thick brush.

A moment later Pepé heard the sound, the faint far crash of horses' hooves on gravel. And he heard something else, a high whining yelp of a dog. (p. 67)

ここでも“Suddenly”という語を境に緊張のない部分と緊張した部分に分けられる。傷つき、疲れはてているペペに対し、この“mountain [lion]”は興味は示すが敵意はない。Steinbeck はこのlionの緊張した動作により追手が近づいていることを知らせようとしている。この動作は、直前の“drooped”, “yawned”と全く対照的である。そして“A moment later”以下がいっそう緊張感をたかめ、われわれはペペがいよいよ最後の決断を迫られるのを知る。

このようにみえてくると、この作品には、上の四つの引用文のような、弛緩—緊張というパターンがあり、それらがいわばやまになってわれわれをひきつけていることがわかる。緊張する直前にほっとする休息があるだけに、その対照はあざやかである。そして、弛緩—緊張という起伏が、ペペの心理を、その行

動を通して追っているこの物語を、いっそう迫力のあるものにしていく。

III

この物語の逃走の部分の背景となっている “stone-mountains” の自然は、ペペが追いつめられていくのに正確に呼応して変化している。

1. It was a well-worn path, dark soft leaf-mould earth strewn with broken pieces of sandstone. The trail rounded the shoulder of the canyon and dropped steeply into the bed of the stream. In the shallows the water ran smoothly glinting in the first morning sun. Small round stones on the bottom were as brown as rust with sun moss. In the sand along the edges of the stream the tall, rich wild mint grew, while in the water itself the cress, old and tough, had gone to heavy seed.

The path went into the stream and emerged on the other side. The horse sloshed into the water and stopped. Pepé dropped his bridle and let the beast drink of the running water.

Soon the canyon sides became steep and the first giant sentinel redwoods guarded the trail, great round red trunks bearing foliage as green and lacy as ferns. Once Pepé was among the trees, the sun was lost. A perfumed and purple light lay in the pale green of the underbrush. Gooseberry bushes and blackberries and tall ferns lined the stream, and overhead the branches of the redwoods met and cut off the sky. (pp. 55—56)

2. As soon as the trail had parted from the stream, the trees were gone and only the thick brittle sage and manzanita and chaparral edged the trail. And the soft black earth was gone, too, leaving only the light tan broken rock for the trail bed. Lizards scampered away into the brush as the horse rattled over the little stones……As he ascended the trail the country grew more rough and terrible and dry. (p. 57)

3. The trail dropped quickly, staggering among broken rock. At the bottom of the slope there was a dark crease, thick with brush, and on the other side of the crease a little flat, in which a grove of oak trees grew. A scar of green grass cut across the flat. And behind the flat another mountain rose, desolate with dead rocks and starving little black bushes. (p. 59)

4. The moon was at meridian when Pepé came at last to the sharp backbone of the ridge top. On the last hundred yards of the rise no soil had clung under the wearing winds. The way was on solid rock. He clambered to the top and looked down on the other side. There was a draw like the last below him, misty with moonlight, brushed with dry struggling sage and chaparral. On the other side the hill rose up sharply and at the top the jagged rotten teeth of the mountain showed

against the sky. At the bottom of the cut the brush was thick and dark. (p. 66)

5. In the grey light he struggled up the last slope to the ridge and crawled over and lay down behind a line of rocks. Below him lay a deep canyon exactly like the last, waterless and desolate. There was no flat, no oak trees, not even heavy brush in the bottom of it. And on the other side a sharp ridge stood up, thinly brushed with starving sage, littered with broken granite. Strewn over the hill there were giant outcroppings, and on the top the granite teeth stood out against the sky. (p. 69)

1. では、道は“leaf-mould earth strewn with broken pieces of sandstone”であり、水のイメージが豊かで樹木もはえているが、2. 3. では漸次変化し、樹木は灌木に変わり、砂や岩が目だつ。水がなくなり、dryness が激しくなっている。4. では道は岩の上を通り、灌木さえも dry なものになり、“jagged rotten teeth of the mountain”というイメージがあらわれる。5. では、自然は、“waterless and desolate”で“no flat, no oak trees, not even heavy brush”となる。

この 1. から 5. に至る自然の変化は、ペペが追いつめられていくのに正確に呼応していることに気づく時、重要な意味をもってくる。1. はペペが逃げはじめた時の自然で、ペペに好意的であるようにみえるが、2. 3. はペペが疲れてくる時であり、4. では、ペペは傷つき、疲れ、のどの渇きは堪えられぬほどになっている。ここでは自然は、ペペの行く手にがんとして立ちはだかっている。5. では、傷つき、疲れはて、もはや逃れ難いことを知るペペをみないわけにはいかない。そして、事実、ペペはこのすぐあとで、岩の上に立つ決心をする。

このように、この作品における“stone-mountains”の自然は、ペペの心理状態の読みとれる自然である。つまり、単に荒涼とした自然でなく、主人公の行動、心理と correspondence のある自然である。ここに Steinbeck の story-telling のくふうをみる。(われわれがこの作品の多くの場面を鮮明に visualize できるのは、この、場面と主人公ペペの心理状態の correspondence のためである。)

さらにもうひとつ、ペペの逃走の背景をなしているものに、時間がある。この逃走の部分には、

The moon came up and filled the valley with cold blue light……(P.61)/Gradually the light flowed down over the ridge. (p. 62)/ The sun reddened the western ridges now. (P.63)/The sun went down behind the peaks and the cool evening came, and then the dark. (p. 65)/ The moon was at meridian…… (p. 66)/ The dawn came and the heat of the day fell on the earth…… (p. 67)/ The moon moved over the sky. (p. 68)

など、多くの自然の時間の推移をあらわす描写があって、ペペは、先の空間的背景としての自然と同時に、この自然の時間の中に生きていることをわれわれに気づかせる。そしてこの背景としての時間が、確実に進行していて、ペペが一步一步きたるべきものに向かって進んでいく緊張感をたかめる。しかも、この自然のサイクルが、だんだん短くなってくる。ペペが逃げはじめたのは、夜が明けはじめる頃で、それから山中で明かす第一夜に月が昇るまでに 6 頁が費やされ、第二夜の月が昇るまでは 4 頁半、第三夜の

月までに2頁、そして、その月が沈む明けがたペペは岩の上に立つ。つまり、ペペは自然の時間の中で歩を速めつつ終局に向かって進んでいることになる。

IV

以上、Steinbeck のこの作品における story-telling の技巧について論じてきたが、そこに目新しい、実験的な試みがあるというわけではない。この種の物語に suspension のあるのは当然だと言えどもそれまでだし、setting の symbolic な用い方も、いわば「古典的」なものかもしれない。しかし、このような技巧がテーマをしっかりと見据えて適確に用いられているところに、Steinbeck の作家としてのすぐれた素質を認めることができると思う。

註)

- 1) John Steinbeck: The Long Valley (Compas Books Edition), The Viking Press, 1964, 中の *Flight* (pp. 45—70).

以下、原文からの引用はすべてこの版による。

Books of Reference

Peter Lisca: The Wide World of John Steinbeck, Rutgers University Press, 1958

Warren French: John Steinbeck, Twayne's United States Authors Series, College and University Press Edition, 1961

F. W. Watt: John Steinbeck, Evergreen Pilot Books, Grove Press, 1962

観測データによる非正規性定常不規則過程の 確率分布関数に関する研究

(数学) 小池 政夫・富田 豊

A Study on a Probability Distribution Function of Stationary Non-Gaussian Random Process from the Experimental Data.

Masao KOIKE and Yutaka TOMITA

In statistical study on the response of non-linear automatic control system, it is often necessary to calculate its probability distribution function.

This paper is devoted to estimate the error in the sense of mean square between the theoretical probability distribution function of the response and the experimental one when time T of observation of the process is known. Since the case where the random process belongs to Gaussian type was described, then non-Gaussian random process is treated here. In carrying out this procedure, we assumed that the non-Gaussian random process is given by Gram-Charlier of type A. In numerical example we treat the case where the autocorrelation function is shown in exponential type. Various interesting results are compared with those of the Gaussian type.

§ 1 緒 言

実在の自動制御系を研究するにあたり、とくに重要なことは、その系には量の大小は別として非線形伝達特性が含まれ、さらに系に印加される信号も不規則に変動するということである。したがって、非線形自動制御系を統計的見地に立って考察をすすめる場合には、しばしば、偏差信号の確率密度関数を求めることが必要になる。すでに、理論的には信号の不規則過程をもとに、Fokker-Planck 方程式の解としてその形状をもとめてきたが、¹⁾実際には、実験的観点から、その形状を推定する必要もおこってくる。この場合、理論的取扱いとの相違は、観測信号が有限時間となることである。したがって、応答信号の真の確率密度関数を推定するには、どの程度の観測時間を得ればよいかを検討しなければならない。

すでに、その信号が正規性定常不規則過程に属する場合については、いろいろ述べられてきたので、^{2) 3)}ここでは、正規性定常不規則入力をうける系が、非線形特性の影響によって、正規性からずれてくるいわゆる非正規性定常不規則過程の場合について考察をすすめる。すなわち、実験的に得られた非正規性偏差信号の確率分布と真の確率分布との誤差を、ある限界内におさえるためには、どの程度の観測時間を用意すればよいか。また、この観測時間を一定としたとき、真の分布との誤差の程度は、正規性からのずれの度合によって、どのように違ってくるかを定量的に検討することにする。

§ 2 理論的確率分布関数と実験的確率分布関数との誤差

ここでは、図1に示したような応答信号 $\xi(t)$ の理論的確率分布関数と図2に示したように有限時間 T だけ観測して得られた信号に基づいて定めた確率分布関数（以下これを実験的確率分布関数という）との誤差を求める一般式を導こう。

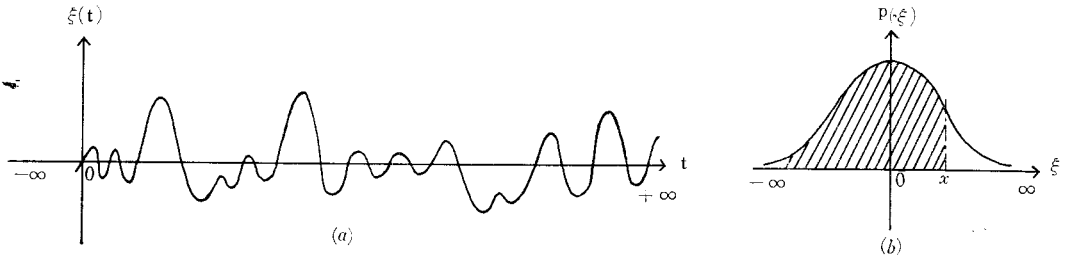


図1 不規則過程とその確率密度関数

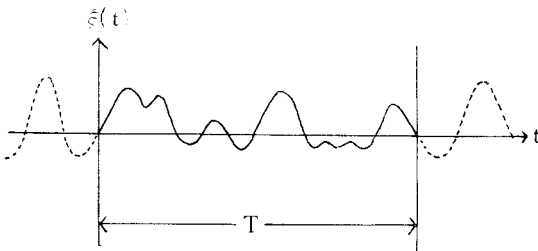


図2 有限観測データから得られた不規則過程

$F(x)$ を $\xi(t)$ の確率分布関数とすれば、図1(b)より明らかなように、

$$F(x) = P[\xi(t) \leq x] = \int_{-\infty}^x p(\xi) d\xi \quad \cdots (1)$$

という関係を得る。ただし $P[\xi(t) \leq x]$ は、 $\xi(t) \leq x$ である確率を示し、 $p(\xi)$ は $\xi(t)$ の確率密度関数をあらわす。この $\xi(t)$ をエルゴード的定常不規則過程⁴⁾とすれば、図2のような

$[0, T]$ にわたる有限観測データから得られた $F(x)$ は次式によって与えられる。すなわち、実験的確率分布関数を $F_T(x)$ とすれば

$$F_T(x) = \frac{T_x}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t) dt \quad \cdots (2)$$

となる。ただし T_x は図3のように、 $\xi(t) \leq x$ をみたす時間の総和である。また式(2)の第3項は、新不規則過程（図3(b)参照）

$$\eta(t) = \eta_x(t) = \begin{cases} 1 & (\xi(t) \leq x) \\ 0 & (\xi(t) > x) \end{cases} \quad \cdots (3)$$

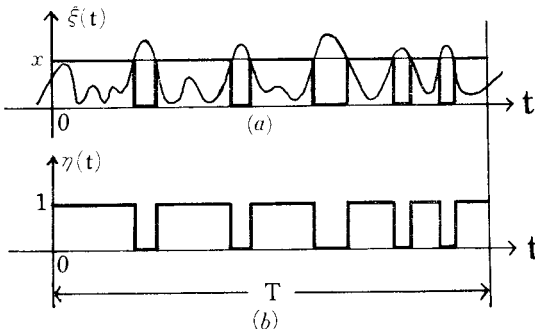


図3 不規則過程 $\eta(t)$

を導入することによって導かれる結果である。

したがって、理論的確率分布関数と実験的確率分布関数との誤差の二乗平均値は、次式によって与えられる。（付録参照）

$$\begin{aligned} \delta^2(x) &= \langle (F_T(x) - F(x))^2 \rangle_{av} \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \langle \eta(\tau_1) \eta(\tau_2) \rangle_{av} d\tau_1 d\tau_2 \\ &\quad - F^2(x) \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_\eta(\tau) d\tau - F^2(x) \dots\dots\dots (4)$$

ただし、記号 $\langle \rangle_{\text{av}}$ は集合平均をあらわし、 $R_\eta(\tau)$ は $\eta(t)$ の時刻 t と $t+\tau$ における値 $\eta(t)$ および $\eta(t+\tau)$ の自己相関関数を示す。一方

$$R_\eta(\tau) = \langle \eta(t) \cdot \eta(t+\tau) \rangle_{\text{av}} \\ = P[\xi(t) \leq x; \xi(t+\tau) \leq x] \dots\dots\dots (5)$$

という関係があるから、式(5)を式(4)へ代入すれば、

$$\delta^2(x) = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) [P\{\xi(t) \leq x; \xi(t+\tau) \leq x\} - F^2(x)] d\tau \dots\dots\dots (6)$$

となる。このようにして、 $\xi(t)$ の自己相関関数または二次元確率分布関数がわかれば、式(4)または式(6)を用いて、その誤差を評価することができる。もちろん、式(6)は $1/T$ の位数であることは明らかであろう。

§ 3 非正規性不規則過程の表現

非正規性不規則過程の表現法は種々考えられるが、本研究では、理論的確率分布関数と実験的確率分布関数との誤差が、その不規則過程の正規性からのずれに応じてどのように変化するかを検討するのであるから、不規則過程として、Gram-Charlier の A 型分布にしたがう信号を取り扱うことにする。以下にその理論的考察をおこなう。

一般性を失うことなく、不規則過程 $\xi(t)$ の平均値は 0、分散は 1 とすることができる。すなわち、

$$\langle \xi(t) \rangle_{\text{av}} = 0, \quad \langle \xi^2(t) \rangle_{\text{av}} = 1 \dots\dots\dots (7)$$

である。このような正規化された不規則信号の自己相関関数を $\rho(\tau)$ とすれば、

$$\rho(\tau) = \langle \xi(t) \xi(t+\tau) \rangle_{\text{av}}, \quad \rho(0) = 1 \dots\dots\dots (8)$$

となることは明らかである。

さて、このように正規化された不規則信号 $\xi(t)$ の確率分布関数 $\phi_D(x)$ は次式のようにあらわされる。

$$\phi_D(x) = \int_{-\infty}^x p(\xi) d\xi \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $p(\xi)$ は Gram-Charlier の A 型分布にしたがう $\xi(t)$ の確率密度関数であるから

$$p(\xi) = \phi_0(\xi) + \frac{\mu_3}{3!} \phi_3(\xi) + \frac{\mu_4 - 3}{4!} \phi_4(\xi) + \dots\dots\dots (10)$$

$$\phi_0(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2}}, \quad \phi_n(\xi) = \frac{d^n}{d\xi^n} \phi_0(\xi)$$

となる。また、式(10)の μ_3 、 μ_4 はそれぞれ $\xi(t)$ の第 3 次、第 4 次のモーメントである。

したがって本研究では、式(4)の $F(x)$ は次式のようになる。

$$F(x) = \phi_D(x) \dots\dots\dots (11)$$

なお、解析の便宜上、以下の研究では式(10)の第 4 項以下を省略し、歪度は 0、尖鋭度が β である場合（したがって、 $\mu_3 = 0$ 、 $\mu_4 = \beta$ ）を考察する。すなわち、式(10)のかわりに次式で与えられる Gram-Charlier 分布関数を用いることにする。

$$p(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} \phi_4(\xi) \right\} \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{ただし } \phi_4(\xi) = \frac{d^4}{d\xi^4} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \right)$$

これに対する $\phi_D(x)$ の値は式(9)へ式(12)を代入することによって求められる。

$$\begin{aligned} \phi_D(x) &= \int_{-\infty}^x p(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{2} + \phi(x) \\ &+ \frac{\beta-3}{24\sqrt{2\pi}} x(3-x^2) e^{-\frac{x^2}{2}} \dots\dots (13) \end{aligned}$$

ただし,

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi$$

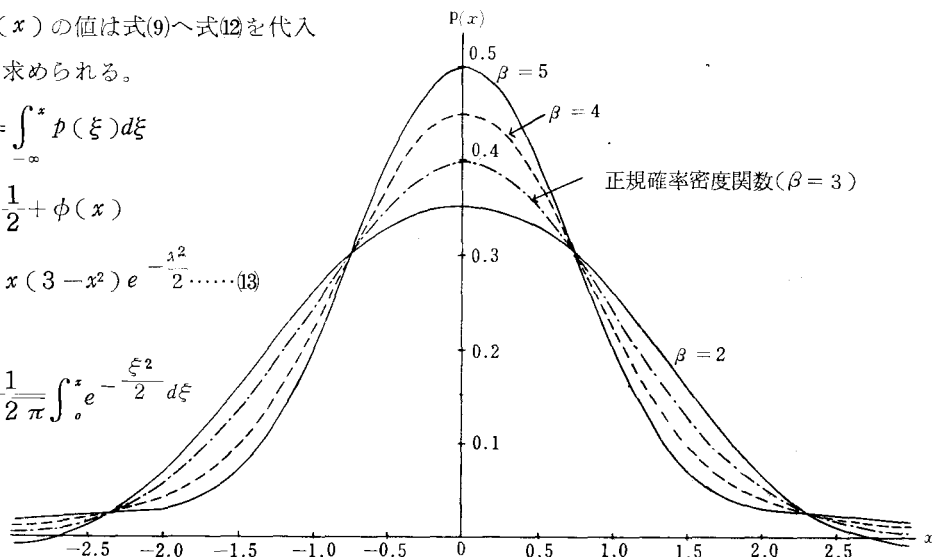


図4 (a) 確率密度関数 $P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} (x^4 - 6x^2 + 3) \right\}$ のグラフ ($\beta=2, 3, 4, 5$)

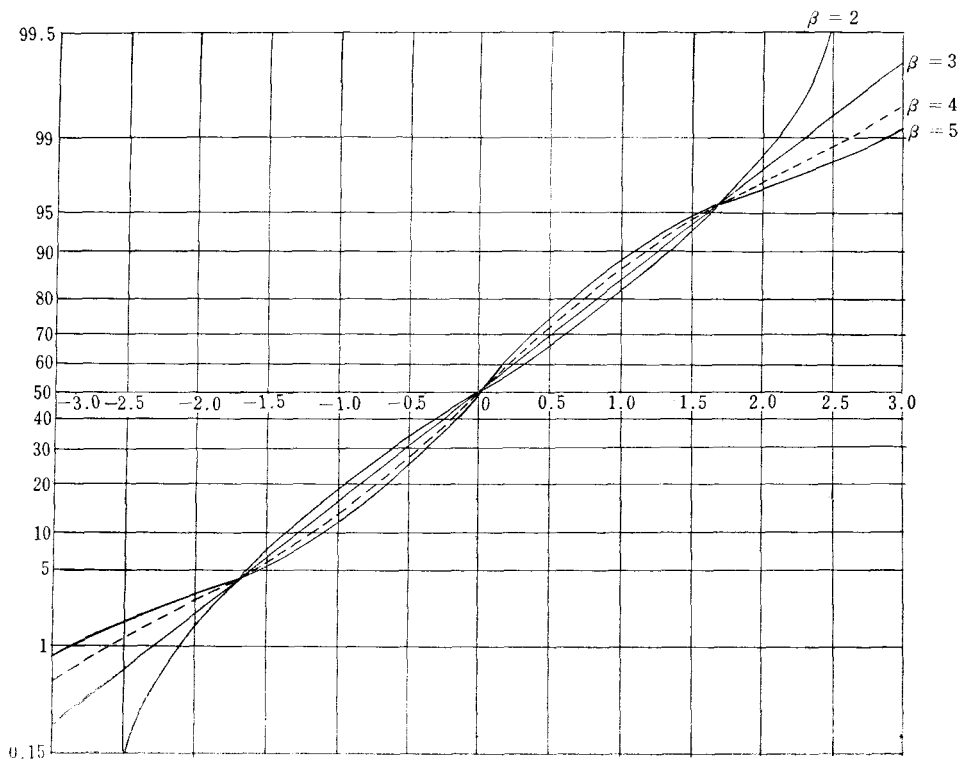


図4 (b), 確率分布関数 ($\beta=2, 3, 4, 5$)

この分布形が β の値によって正規性($\beta=3$)からどのようにずれてくるかを示せば、図4(a)(b)のようになる。

§ 4 相関関数と確率分布関数との関係

不規則過程の自己相関関数とその二次元確率分布関数との間には、密接な関係があるから、以下に、 $\xi(t)$ と $\xi(t+\tau)$ の結合分布について考察をすすめる。そのために $|\rho(\tau)| \neq 1$ と $|\rho(\tau)| = 1$ に分ける。

(i) $|\rho(\tau)| \neq 1$ のとき

不規則変数 ξ_1 は平均値0、標準偏差1なるGram-CharlierのA型分布にしたがい、不規則変数 ξ_2 の ξ_1 への回帰が $\tilde{\xi}_2 = \rho(\tau)\xi_1$ で表わされ、与えられた ξ_1 に対応する ξ_2 が、 $\tilde{\xi}_2$ を平均値、 $\sqrt{1-\rho^2}(\tau)$ を標準偏差とするGram-CharlierのA型分布にしたがうものとするれば、不規則変数 ξ_1 および ξ_2 の同時的元確率法則 $f_\tau(\xi_1, \xi_2)$ は

$$f_\tau(\xi_1, \xi_2) = p(\xi_1)p(\xi_2/\xi_1) \dots\dots\dots (14)$$

によって与えられる。したがって式(12)を式(14)に代入すれば、結合分布の確率密度関数は次式のように求められる。

$$\begin{aligned} f_\tau(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi_1^2}{2}} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} (\xi_1^4 - 6\xi_1^2 + 3) \right\} \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} e^{-\frac{(\xi_2 - \rho\xi_1)^2}{2(1-\rho^2)}} \left[1 + \frac{\beta-3}{4!(1-\rho^2)^2} \left\{ \left(\frac{\xi_2 - \rho\xi_1}{\sqrt{1-\rho^2}} \right)^4 - 6 \left(\frac{\xi_2 - \rho\xi_1}{\sqrt{1-\rho^2}} \right)^2 + 3 \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{\xi_1^2}{2}} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} (\xi_1^4 - 6\xi_1^2 + 3) \right. \\ &\times \left. \left[1 + \frac{\beta-3}{4!(1-\rho^2)^2} \left\{ \left(\frac{\xi_2 - \rho\xi_1}{\sqrt{1-\rho^2}} \right)^4 - 6 \left(\frac{\xi_2 - \rho\xi_1}{\sqrt{1-\rho^2}} \right)^2 + 3 \right\} \right] \right\} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここで $f_\tau(\xi_1, \xi_2)$ のsuffix τ は、右辺に含まれる ρ が τ の関数であることを示すためにつけたものである。 $\xi(t)$ はエルゴード的定常不規則過程であるから、(15)式が $|\rho(\tau)| \neq 1$ の場合の $\xi(t)$ と $\xi(t+\tau)$ の結合分布のもつ確率密度関数となることがわかる。

(ii) $|\rho(\tau)| = 1$ のとき

このとき、この二次元分布は縮退する。このことは、分布が $\xi_1 - \xi_2 = 0$ の直線または、 $\xi_1 + \xi_2 = 0$ の直線上に集中し一次元分布になることを示している。このときには、 $\xi(t) = \xi(t+\tau)$ または、 $\xi(t) = -\xi(t+\tau)$ となり、この二つの量は、ともに式(11)で示される分布と同じ形になる。

つぎに、不規則過程 $\eta(t)$ の相関関数 $R_\eta(\tau)$ を計算してみよう。

1) $\xi(t) = \xi(t+\tau)$ のとき

$$\begin{aligned} R_\eta(\tau) &= P[\xi(t) \leq x, \xi(t+\tau) \leq x] = P[\xi(t) \leq x] \\ &= \phi_D(x) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

2) $\xi(t) = -\xi(t+\tau)$ のとき

$$R_\eta(\tau) = P[\xi(t) \leq x, \xi(t+\tau) \leq x]$$

$$\begin{aligned}
 &= P[\xi(t) \leq x, \xi(t) \geq -x] \\
 &= \begin{cases} \phi_D(x) - \phi_D(-x) & (x > 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (x \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

3) 非縮退のとき

$$\begin{aligned}
 R_\eta(\tau) &= P[\xi(t) \leq x; \xi(t+\tau) \leq x] \\
 &= \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^x f_\tau(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \dots\dots\dots (17)
 \end{aligned}$$

式(15)を式(17)へ代入して

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = v \\ \xi_2 = u\sqrt{1-\rho^2} + v\rho \end{array} \right. \quad \text{すなわち} \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\xi_2 - \rho\xi_1}{\sqrt{1-\rho^2}} \\ v = \xi_1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

の変数変換を行なえば, Jacobian は

$$|J| = \sqrt{1-\rho^2} \text{ となり}$$

$$R_\eta(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int \int e^{-\frac{u^2+v^2}{2}} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!}(v^4-6v^2+3) \right\} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!(1-\rho^2)^2}(u^4-6u^2+3) \right\} du dv \dots\dots\dots (19)$$

ただし, 積分領域 S の境界は

$$\begin{aligned}
 v &= x \\
 u\sqrt{1-\rho^2} + v\rho &= x \dots\dots\dots (20)
 \end{aligned}$$

の2本の直線によって囲まれる領域である。

まず, $\rho = 0$ のときには, 積分(19)は, 簡単になり

$$R_\eta(\tau) = \phi_D^2(x) \dots\dots\dots (21)$$

になる。

また, $x = 0$ (ρ は任意) の場合, 式(19)の積分領域 S は原点に頂点をもつ角の内部を表わし, その角の大きさは $\cos^{-1}(-\rho)$ である。式(19)の被積分関数は, u 軸, v 軸に関して対称であり, 式(19)の積分は, 全平面に対して1であるから

$$R_\eta(\tau) = \frac{\cos^{-1}(-\rho)}{2\pi} \dots\dots\dots (22)$$

である。

つぎに, $\rho x \neq 0$ のときには, 積分(19)を直接計算することは, ひじょうに困難であるから, 以下の不等式を用いることにする (付録参照)。すなわち

$\rho > 0$ に対して

$$R_\eta(\tau) \leq \left[\phi_D\left(x\sqrt{\frac{1-\rho}{1+\rho}}\right) - \frac{1}{2} \right] \left[\phi_D(x) - \frac{1}{2} \right] + \phi_D(x) \cdot \frac{\cos^{-1}\rho}{2\pi} \dots\dots\dots (23)$$

$\rho < 0$ に対して

$$R_\eta(\tau) \leq \left[\phi_D\left(\frac{x}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) + \phi_D\left(-\frac{\rho x}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right] \left[\phi_D(x) - \frac{1}{2} \right] + \frac{\cos^{-1}(-\rho)}{2\pi} \dots\dots\dots (24)$$

ここで, $\rho x = 0$ のときには, 式(23)および式(24)は式(21)あるいは式(22)になる。

したがって、 $R_\eta(\tau)$ の計算方法は、次のようにまとめられる。すなわち

$\rho(\tau)=1$ のときは、式(16)を

$x=0$ (ρ は任意) のときは、式(22)を

$\rho(\tau)=0$ のときは、式(24)を

$x \neq 0, \rho(\tau) > 0$ のときは、式(23)を

$x \neq 0, \rho(\tau) < 0$ のときは、式(24)を

用いればよい。

このように、 $R_\eta(\tau)$ の値がわかれば、実験的確率分布関数の理論的分布関数からのずれは、式(11)を式(4)へ代入することによって得られる式

$$\delta^2(x) = \frac{2}{T} \int_0^T (1 - \frac{\tau}{T}) [R_\eta(\tau) - \phi_0^2(x)] d\tau \quad (25)$$

を用いて計算することができる。ところが、式(25)の被積分関数 $[R_\eta(\tau) - \phi_0^2(x)]$ を正確に計算するにあたっては、式(22)～式(24)を用いるから、誤差は $\delta^2(x)$ そのものでなく

$$\varepsilon^2(x) \geq \delta^2(x) \quad (26)$$

で与えられる上限 $\varepsilon^2(x)$ を求めることになる。

§ 5 具 体 例

Gram-Charlier の A 型分布に従がう不規則過程 $\xi(t)$ の自己相関関数 $\rho(\tau)$ が

$$\rho(\tau) = e^{-3.912|\tau|} \quad (27)$$

によって与えられた場合について、理論的確率分布関数と実験的確率分布関数との二乗平均値誤差規範にもとづく定量的検討を行なう。このとき、式(25)で示される積分計算は T の大きさに従がって、以下の区分求積法によって行なう。すなわち、

$T < 20$ の場合は

$$\overline{\varepsilon^2(x)} = \frac{2\Delta\tau}{T} \sum_{i=0}^{16} \left(1 - \frac{i\Delta\tau}{T}\right) [R_\eta(i\Delta\tau) - \phi_0^2(x)] \quad (28)$$

および

$$\underline{\varepsilon^2(x)} = \frac{2\Delta\tau}{T} \sum_{i=1}^{17} \left(1 - \frac{i\Delta\tau}{T}\right) [R_\eta(i\Delta\tau) - \phi_0^2(x)] \quad (29)$$

を求め、 $\overline{\varepsilon}$ と $\underline{\varepsilon}$ との平均を求めることにする。ただし、 $\Delta\tau = T/16$ とした。

また、 $T > 20$ の場合には式(28)、(29)は急速に 0 に収束するので、

$$\varepsilon^2(x) = \frac{2\Delta\tau}{T} \sum_{i=0}^{16} [R_\eta(i\Delta\tau) - \phi_0^2(x)] \quad (30)$$

を用いて計算すればよい。

図 5～図 8 は、尖鋭度 $\beta = 2$ および 4 の場合、 $P[\xi(t) \leq x]$ の crossing level x をパラメータとして、種々の観測時間 T に対する誤差を計算したものである。図上、点線は、正規性 ($\beta = 3$) の場合を示す。

また、図 9 および図 10 は、観測時間 T をパラメータとして、各 crossing level x に対する誤差を計算し

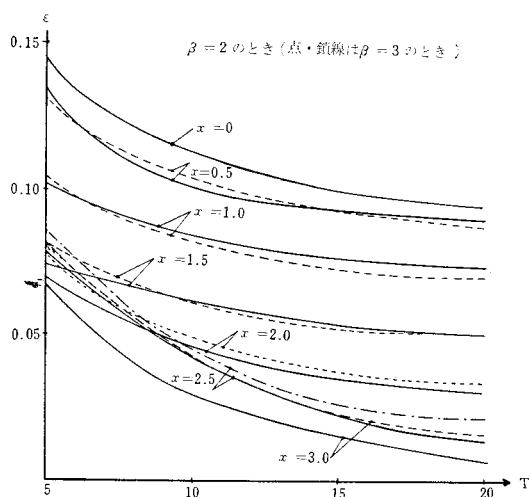


図5 T=5, 10, 15, 20 に対する ε の値

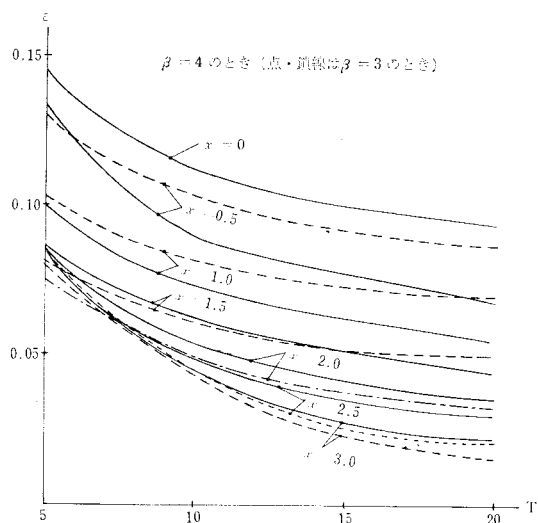


図6 T=5, 10, 15, 20 に対する ε の値

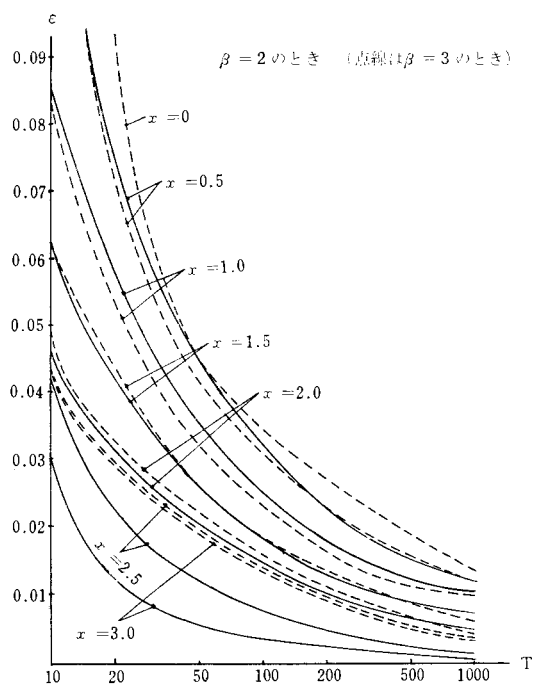


図7 T=20, 50, 100, 500, 1,000 に対する ε の値

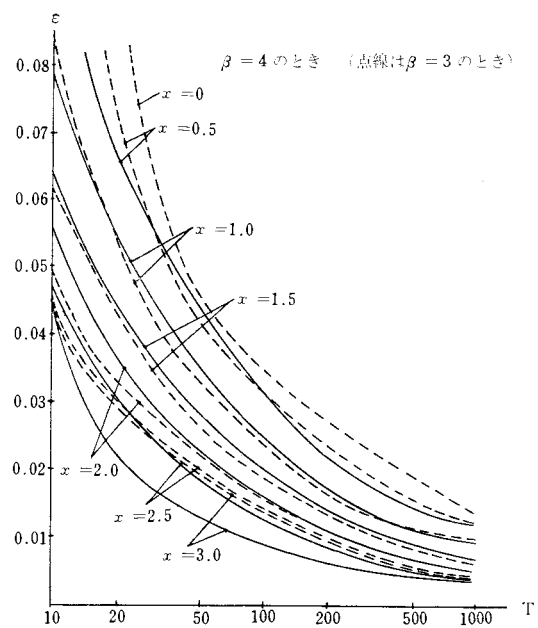


図8 T=20, 50, 100, 1,000 に対する ε の値

たものである。前と同様、図上、点線は正規性の場合を示す。

以上の図から明らかなように、正規性分布関数の場合は、 $x = 2$ 付近で誤差が最も小さくなるが、非正規性 ($\beta = 2$ または $\beta = 4$) の場合は、 x が増加するに従って次第に誤差が小さくなることがわかる。このような現象の生ずる理由は付録で述べる。

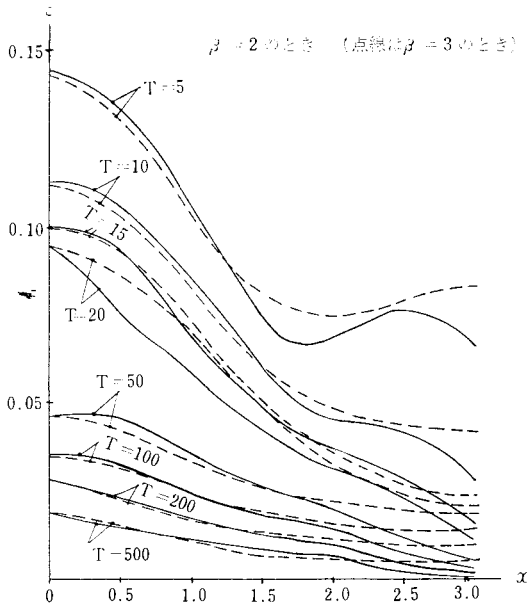


図9 $x = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ に対する ε の値

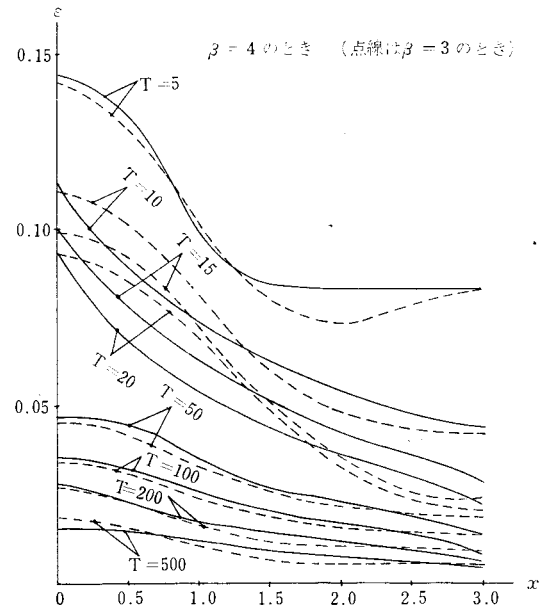


図10 $x = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ に対する ε の値

§ 6 結 言

以上 Gram-charlier の A 型分布に従う不規則過程の確率分布関数を有限観測データから計算する場合、その分布形と理論的確率分布関数形との誤差は、観測時間 T あるいは Crossing level x によって、どのように変化するかを定量的に検討した。とくに、正規形からのずれをあらわす尖鋭度の、その誤差に与える影響を、指数形自己相関関数をもつ不規則過程について吟味した。ここでは歪度は 0 としたが、引き続き、尖鋭度および歪度を考慮した不規則過程について検討を加えたい。

さらに式(4)の $F(x)$ のかわりに、正規性確率分布関数を用いて、本文で述べた考察を行なえば、有限観測データによる実験的分布関数と理論的正規分布関数との誤差から、逆に、その確率分布形の正規性からのずれの程度を推定することができる。このことはすなわち、制御系内に含まれる非線形性がどの程度かを推定することにもなるから、以上の結果は直ちに自動制御系の設計あるいは計画に適用することができるのである。

付 録

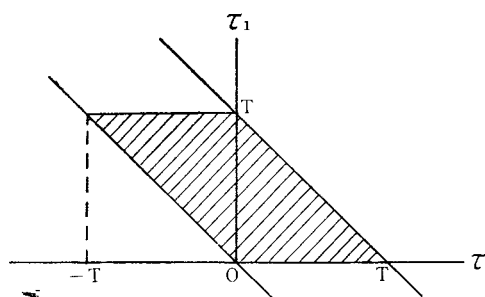
1) 式(4)の証明

$$\begin{aligned} \delta^2(x) &= \langle (F_T(x) - F(x))^2 \rangle_{av} = \langle F_T^2(x) \rangle_{av} - F^2(x) \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \langle \eta(\tau_1) \eta(\tau_2) \rangle_{av} d\tau_1 d\tau_2 - F^2(x) \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$

ここで、右辺第 1 項の積分について、次の変数変換を行なう。すなわち、

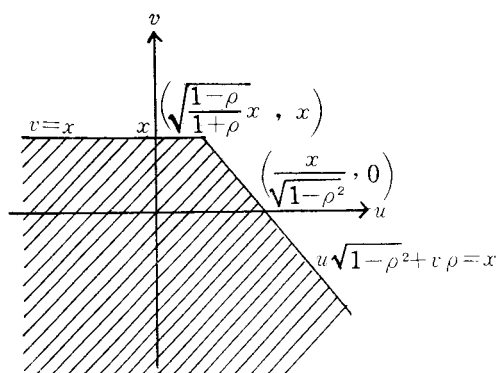
$$\tau_2 - \tau_1 = \tau, \quad d\tau_2 = d\tau \dots\dots\dots ②$$

変換後の積分領域は、付 1 図の斜線部分である。

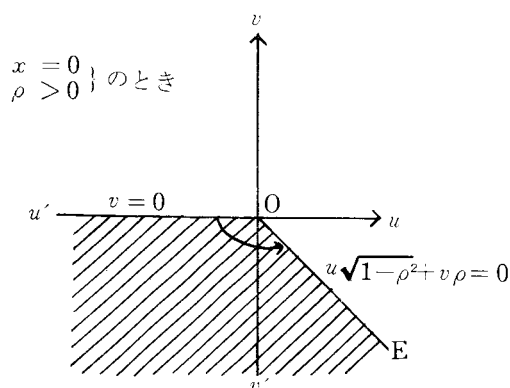


付 1 図

$$\begin{aligned}
 & + \int_{-T}^0 f(\tau) d\tau \int_{-\tau}^T d\tau_1 \\
 & = \int_0^T (T-\tau) f(\tau) d\tau + \int_{-T}^0 (T+\tau) f(\tau) d\tau \\
 & = 2 \int_0^T (T-\tau) f(\tau) d\tau
 \end{aligned}$$



付 2 図



付 3 図

したがって、式①第1項の積分は

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T \langle \eta(\tau_1) \eta(\tau_2) \rangle_{av} d\tau_1 d\tau_2 \\
 & = \frac{1}{T^2} \int_0^T d\tau_1 \int_{-\tau_1}^{T-\tau_1} \langle \eta(\tau_1) \eta(\tau_1 + \tau) \rangle_{av} d\tau
 \end{aligned}$$

ここで、 $f(\tau) = \langle \eta(\tau_1) \eta(\tau_1 + \tau) \rangle_{av}$ とおけば $f(\tau)$ は τ に関する偶関数であるから

$$\int_0^T d\tau_1 \int_{-\tau_1}^{T-\tau_1} f(\tau) d\tau = \int_0^T f(\tau) d\tau \int_0^{T-\tau} d\tau_1$$

式①へ代入して

$$\delta^2(x) = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \langle \eta(\tau_1) \cdot \eta(\tau_2) \rangle_{av} d\tau$$

を得る。

2) 式②, ③, ④の証明

式⑦に式⑧で示す変数変換をほどこせば、式⑨の積分領域は、付2図に示すようになる。

$x=0, \rho>0$ のときの積分領域は、付3図に示すようになり、頂角 α は半直線 OE の傾きを考えることにより

$$\alpha = \cos^{-1}(-\rho)$$

となる。したがって

$$R_\eta(\tau) = \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\cos^{-1}(-\rho)}{2\pi}$$

を得る。

同様に、 $x=0, \rho<0$ のときも、付4図に示すようになり、

$x=0, \rho$ は任意のとき式②の結果を得る。

$x \neq 0, \rho>0$ のときの積分領域は、付2図に示すようになる。式③において、右辺第1項は付5図において、四辺形 $ABOF$ 上の確率密度を表わし、第2項 $\phi_b(x)$ は、 $\phi_b(x) \times \phi_b(\infty)$ と考えれば直線 $v=x$ から下の領

域上の確率密度を表わす。また、第3項は、図形 *Gou* の領域上の確率密度を表わしている。

ところで、

$$\begin{aligned} (\text{図形 } EDOG \text{ の領域}) &= (\text{図形 } HKOu \text{ の領域}) \\ &= (\text{四辺形 } ABOF) + (\text{図形 } HKDu \text{ の領域}) \end{aligned}$$

になることは、幾何学的に簡単に証明できる。そして、(図形 *EDOG* の領域) 上の確率密度と (図形 *HKOu* の領域) 上の確率密度とは、原点からの距離を考慮に入れば、全く等しくなり、(四辺形 *ABOF*) と $\triangle KOD$ とは等積であるが、原点からの距離を考えれば、(四辺形 *ABOF*) 上の確率密度の方が大きくなり、不等式(2)の結果が得られる。式(2)についても、付6図を参照することによって同様に導くことができる。以下これらの不等式を解析幾何学的見地から考察してみる。

これらの不等式は

$$R_7(\tau) = \frac{1}{2\pi} \iint e^{-\frac{u^2+v^2}{2}} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} (v^4 - 6v^2 + 3) \right\} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} (u^4 - 6u^2 + 3) \right\} dudv$$

の被積分関数

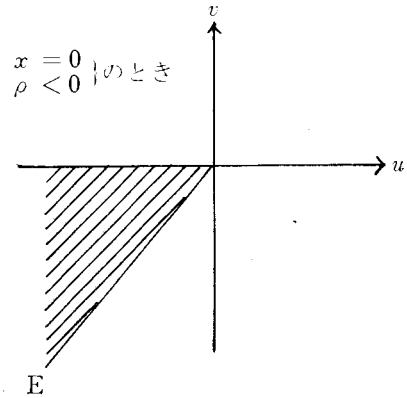
$$Z = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{u^2+v^2}{2}} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} (v^4 - 6v^2 + 3) \right\} \left\{ 1 + \frac{\beta-3}{4!} (u^4 - 6u^2 + 3) \right\} \dots \dots \dots (3)$$

を近似的に回転体として導いたものである。したがって、このような関数形は $\exp[-(u^2+v^2)/2]$ のような完全な回転体 ($\beta=3$ の場合) から、 β の値に応じどれほどのずれがあるかを検討する必要がある。さらに、この被積分関数を近似回転体と見なしえない場合は、式(2)~(4)をどのように修正すべきかということを調べることも必要である。ここでは、とくに、前者について述べる。

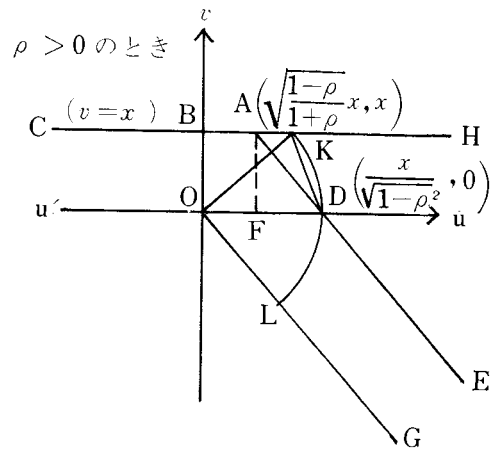
方程式(3) を円柱座標

$$u = r \cos \theta, \quad v = r \sin \theta$$

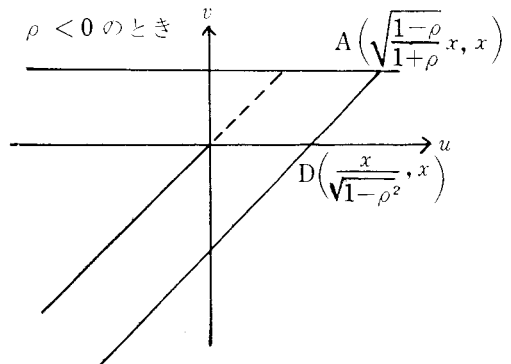
に書きかえ、さらに、 $m = \frac{\beta-3}{4!}$ とおけば、



付 4 図



付 5 図



付 6 図

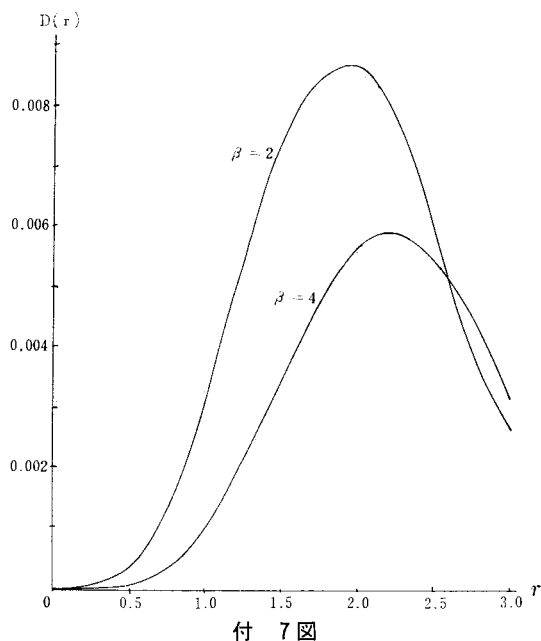
$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} \{1 + m(r^4 \sin^4 \theta - 6r^2 \sin^2 \theta + 3)\} \{1 + m(r^4 \cos^4 \theta - 6r^2 \cos^2 \theta + 3)\} \\
 &= \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} \left\{ \frac{m^2 r^8}{16} \sin^4 2\theta + \frac{m r^4}{2} (15m - 3m r^2 - 1) \sin^2 2\theta \right. \\
 &\quad \left. + (1 + 3m)(m r^4 - 6m r^2 + 3m + 1) \right\}
 \end{aligned}$$

ここで, $\sin^2 2\theta = p$ とおけば $0 \leq p \leq 1$

$$\begin{aligned}
 \therefore Z &= \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} \left[\frac{m^2 r^8}{16} \left\{ p + \frac{4}{r^4} \left(15 - 3r^2 - \frac{1}{m} \right) \right\}^2 + m^2 \left(3 + \frac{1}{m} \right) \left(r^4 - 6r^2 + 3 + \frac{1}{m} \right) \right. \\
 &\quad \left. - m^2 \left(15 - 3r^2 - \frac{1}{m} \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

$\beta = 2$ のとき

$$Z = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} \left[\frac{r^8}{16 \times 24^2} \left\{ p + \frac{12}{r^4} (13 - r^2) \right\}^2 - \frac{7}{24 \times 8} (r^4 - 6r^2 - 21) - \frac{1}{24^2} (13 - r^2)^2 \right]$$



付 7 図

$Z = f(p)$ とおく

$0 < r < \sqrt{13}$ においては $Z_{\min} = f(0)$,

$Z_{\max} = f(1)$

$D(r) = f(1) - f(0)$

$$= \frac{1}{32 \times 24^2 \pi} e^{-\frac{r^2}{2}} r^4 (r^4 - 24r^2 + 312)$$

$D(r)$ の最大値は, 付 7 図からわかるように, $r = 1.875$ の付近で得られ, その値は, 0.009 より小さい。

$\beta = 4$ のとき

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} \left[\frac{r^8}{16 \times 24^2} \left\{ p - \frac{12}{r^4} (r^2 + 3) \right\}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{32} (r^4 - 12r^2 + 36) \right]
 \end{aligned}$$

$0 < r < 3.84$ においては $\frac{12}{r^4} (r^2 + 3) > 1$ であ

るから $Z_{\max} = f(0)$, $Z_{\min} = f(1)$

$$\therefore D(r) = f(0) - f(1) = \frac{1}{32 \times 24^2 \pi} e^{-\frac{r^2}{2}} r^4 (-r^4 + 24r^2 + 72)$$

$D(r)$ の最大値は, 付 7 図からわかるように $r = 2.2$ の付近で得られ, その値は 0.006 より小さい。

ここで, $D(r)$ は原点を中心とし, 半径 r の円柱と曲面 $Z = Z(u, v)$ との交線を, 円柱を母線にして切り開いた展開図において, Z の最大値と最小値の差を表わすものであって, その $D(r)$ の最大値が order の低い小数であることがわかる。この事実は, その展開図をほとんど長方形とみて, すなわち, 被積分関数⑨が, 近似的に, Z 軸を軸とした回転体とみなしうることを示すものであり

$$R_g(\tau) = \iint Z du dv$$

について, ②式~④が成立する。

3) 式(9)の計算法

T が大きい値をとるとき、式(9)によれば $\Delta\tau$ もまた大きい値をとることになり、非常に不正確な計算をしていることになる。そこで、実際の計算にあたって、 i が大きくなればなるほど、 $R_\eta(i\Delta\tau) - \phi_D^2(x)$ は、いくらでも 0 に近づくので、たとえば、 $T/10$ を 16 等分したものを $\Delta\tau$ とおき、計算式

$$\varepsilon^2(x) \doteq \frac{1}{80} \sum_{i=0}^{16} \left\{ R_\eta\left(\frac{T}{160} i\right) - \phi_D^2(x) \right\} \dots\dots\dots (4)$$

によって計算する方がより精度がよい。もちろん、この際には、 $T/10$ から T までの範囲の積分値は高位の無限小になるとして省略した。 T がなお大きくなるときには、標本化定理を用いて分割区間を定める方法もあるが、⁶⁾ 適当な大きさ、たとえば、 $T/50$ を 16 等分したものを $\Delta\tau$ とおき、計算式

$$\varepsilon^2 \doteq \frac{1}{400} \sum_{i=0}^{16} \left\{ R_\eta\left(\frac{T}{800} i\right) - \phi_D^2(x) \right\} \dots\dots\dots (5)$$

によって計算するとよい。われわれは

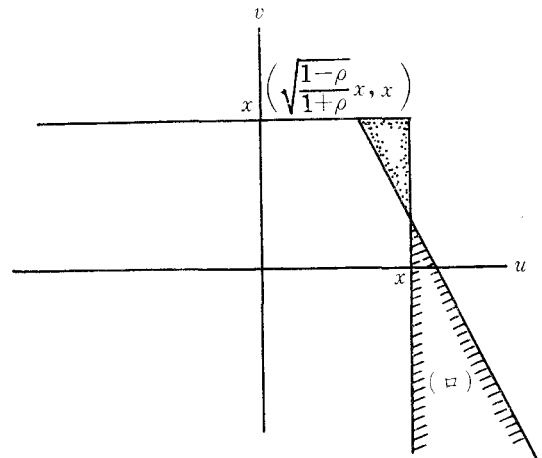
$50 \leq T < 500$ に対しては式(4)を、 $500 \leq T$ に対しては式(5)を用いて計算を行なった。

4) 図 5～図 8 についての考察

$x=0$ のときは、 $R_\eta(\tau) - \phi_D^2(0)$ は、付 3 図において、 $\angle v'OE$ の領域に対する確率密度を表わすことになる。 x が増加するにつれて、付 8 図において、

$$R_\eta(\tau) - \phi_D^2(x)$$

は結局、(㊦)の領域に対する確率密度から(㊦)の領域に対する確率密度をひいたものを表わし、 x が大きくなればなるほど、(㊦)および(㊦)の領域は x に比例して広がるが、またその領域に対する確率密度はたいへん稀薄になる。したがって、 x が大きくなればなるほど $R_\eta(\tau) - \phi_D^2(x)$ の値は小さくなり、それにつれて、 $\varepsilon^2(x)$ も小さくなると考えられる。



付 8 図

終りに、本研究を行なうにあたり御指導いただいた徳島大学工学部添田喬教授に深く感謝いたします。

文 献

- 1) Y. Sawaragi, Y. Sunahara and T. Soeda: Tech. Rep. of Res. Inst. of Kyoto Univ., Report No. 81 (1964)
- 2) V. M. Baburin, P. S. Matveev, Yu. B. Rozhdestvenkii and Yu. I. Sorkin: Avtomatika i Telemekhanika, Vol. 23, No. 5, (1962)
- 3) B. N. Kutin: Avtomatika i Telemekhanika, Vol. 18, No. 3 (1957)
- 4) 樫木, 添田, 中溝: 統計的自動制御理論, コロナ社 (昭41)
- 5) J. H. Laning, R. H. Battin: Random processes in Automatic control. (1956)
- 6) Goldman: Information Theory (関訳: 情報理論) (昭34)

(昭和41年9月1日受付)

ゼフィラミンによるクロムの吸光光度定量法

(化学) 茶 木 正 吉

Spectrophotometric Determination of
Chromium by the Use of Zephiramine

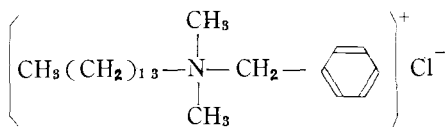
Shōkichi CHAKI

Zephiramine reacts with potassium chromate to form light yellow precipitates.

The precipitates are extracted with chlorobenzene, and the extract is stable for about one hour and has an absorption maximum at $350m\mu$. The mole ratio of chromate and zephiramine in the extracted compound is 1:2. Beer's law holds in the region of chromate concentration from 3.0×10^{-5} M to 3.0×10^{-4} M. The ions such as Fe^{3+} , SCN^- , WO_4^{2-} and MnO_4^- change the absorbance intensity of chromate, but the other ions do not give any change when the same amount as that of the chromate are concentrated.

§ 1 緒 言

クロムの定量法としてはいろいろあるが、クロムを酸性溶液中においてクロム酸または重クロム酸の形で溶媒抽出する方法も報告されている。^{1) ~6)}しかしこれらの方法はいずれもクロムが有機溶媒によって還元されやすいため、抽出液の安定性がよくない欠点がある。ゼフィラミンは次のような構造をもつ第4級アミンでその化学名は tetradecyl-dimethyl-benzyl-ammonium chloride とよばれる。



本試薬は水溶液において解離し、有機カチオンを示すため、塩酸溶液中においてクロム酸または重クロム酸イオンのような陰イオンと反応して淡

黄色の沈殿を生じる。この沈殿はクロルベンゼンに抽出されて約 $350m\mu$ に極大吸収を示す。このことを利用してクロムの吸光光度定量法を検討したのでここに報告する。

§ 2 測定装置および試薬

2. 1 装 置

光度計：島津ボシェロム回析格子形光電比色計、吸収セルは同比色計付属の光路長 $12.7mm$ の試験管。

振り混ぜ機：イワキ製KM式万能シェーカー。

2. 2 試 薬

ゼフィラミン溶液：ゼフィラミン（同仁薬化学研究所製）を蒸留水に溶解し、 1.0×10^{-2} M溶液を調製した。

クロム溶液：クロム酸カリウム（和光純薬製特級品）溶液を重量分析法により定量し、 1.0×10^{-2} M溶液を調製した。実験に際しては適宜これを希釈して使用した。

その他：塩酸は特級品（和光純薬製）クロルベンゼンは一級品（和光純薬製）をそのまま使用した。

§ 3 実験および結果

3. 1 抽出液の吸収曲線

100mlの分液ロートに 1.0×10^{-4} Mクロム酸カリウム溶液 25.0 ml, 5.0 M塩酸 10.0 ml, 1.0×10^{-2} Mゼフィラミン溶液 10.0 ml, さらに水 5.0 mlを加え全量を50mlとして沈殿を生成させる。これにクロルベンゼン10.0 mlを加えて2分間振りまぜ(250回/分), 抽出液についてブランク液を対照として吸光度を測定した。その吸収曲線を図1に示した。

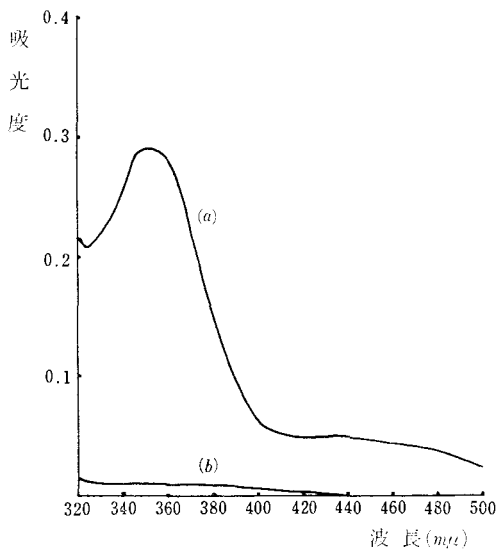


図1 吸収曲線

- (a) クロム-ゼフィラミンのクロルベンゼン抽出液の吸収曲線（ブランク液対照）
- (b) ブランク液（クロムなしのクロルベンゼン抽出液）の吸収曲線（クロルベンゼン対照）

この実験溶液は以後の各項における諸条件を考

慮に入れて作成したものである。図1よりわかるように抽出液は約350mμに極大吸収を示す。

3. 2 塩酸濃度の影響

溶液の塩酸濃度の変化にともない抽出液の吸光度に影響があることを考え、塩酸の種々濃度における抽出液の吸光度を測定した。その結果を表1に示した。

表1 塩酸濃度の影響

添加した塩酸濃度 (10.0ml使用)	実験溶液中の塩酸濃度 (50mlに調製したとき)	吸光度 (クロルベンゼン対照)
1 M	0.2 M	0.290
2 "	0.4 "	0.290
3 "	0.6 "	0.288
4 "	0.8 "	0.290
5 "	1.0 "	0.300
6 "	1.2 "	0.299
8 "	1.6 "	0.300
10 "	2.0 "	0.300
12 "	2.4 "	0.300

表1よりわかるように溶液の塩酸濃度は0.2M～2.4Mの間ではほとんど影響はないように思われる。しかし塩酸を含まない溶液においては抽出不可能であり、また塩酸の濃度がうすいと水層と溶媒層の分離に時間がかかるため以後の実験ではすべて5 Mの塩酸を10.0 ml加え、溶液中の塩酸濃度として1.0 Mとなるようにした（全量50 mlのため）。

3. 3 ゼフィラミン溶液の添加量の影響

3. 1の実験溶液におけるゼフィラミン溶液の添加量のみを2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0 mlと変えさせて、それぞれの吸光度におよぼす影響を調べた。その結果を図2に示した。

ゼフィラミン溶液の量が8.0 ml以上では抽出液の吸光度が一定となるが、以後の実験ではすべてゼフィラミン溶液は10.0 mlを使用した。

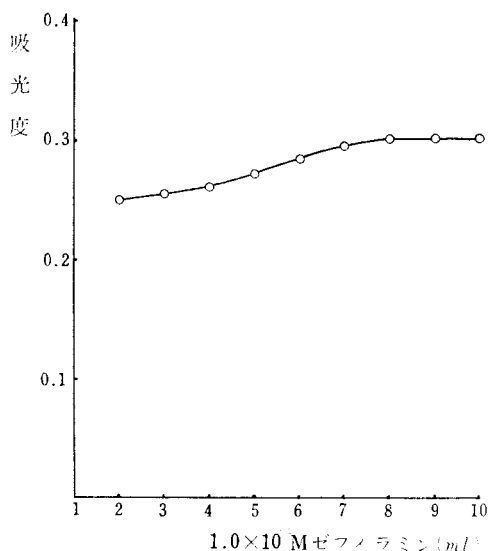


図2 ゼフィラミン溶液の添加量の影響

3.4 安定性および振り混ぜ時間

クロルベンゼンによる抽出液は抽出後約1時間は安定で吸光度も一定であるが、その後ごくわずかに減少する傾向がある。抽出溶媒として α -ジクロルベンゼンを使用した場合もクロルベンゼンの場合と全く同様であった。また1,2-ジクロルエタンを抽出溶媒として使用した場合には約1時間は吸光度も一定であったが、その後ごくわずかに吸光度が増加する傾向があった（抽出液がだんだんにごりを生じてくる）。したがって本実験では抽出溶媒としてはすべてクロルベンゼンを使用した。

溶媒抽出における振り混ぜ時間を30秒, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10分と変化してそれぞれの場合の吸光度を調べた結果, 30秒以上ではいずれも吸光度は一定であったが, 本抽出液が長時間安定でないことから以後の振り混ぜ時間はすべて2分間とした。

3.5 抽出体の組成

クロム-ゼフィラミン化合物の抽出体の組成比

を連続変化法によって求めた。 1.0×10^{-3} Mのクロム酸カリウム溶液（2 M塩酸酸性）と 1.0×10^{-3} Mのゼフィラミン溶液とを、それぞれ合わせて10.0 mlになるように種々組合わせる。生じた沈殿をそれぞれ10.0 mlのクロルベンゼンで抽出し、350 m μ で吸光度を測定した結果を図3に示した。

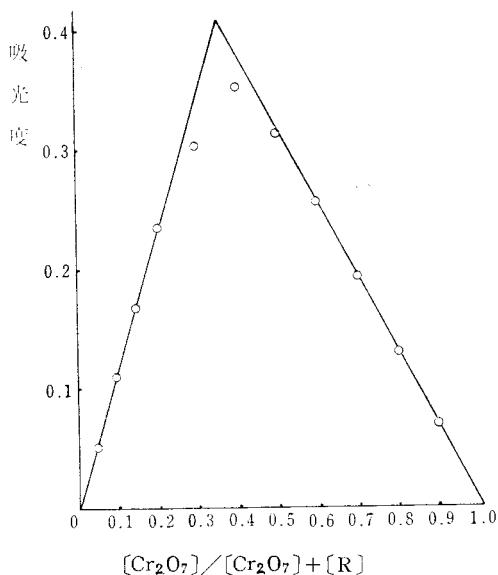


図3 抽出体の組成

図3によれば $[\text{Cr}_2\text{O}_7]/[\text{Cr}_2\text{O}_7] + [\text{R}]$ の値が0.35において吸光度が最大となる。すなわち、この抽出体は重クロム酸とゼフィラミンのモル比が1 : 2 (0.35 : 0.65 = 1 : 1.86) で結合していることが推定される。

3.6 検量線

3.1の実験溶液においてクロム酸カリウムの濃度のみを 3.0×10^{-5} , 7.5×10^{-5} , 1.0×10^{-4} , 1.5×10^{-4} , 2.0×10^{-4} , 2.5×10^{-4} , 3.0×10^{-4} Mと変化し、それらの抽出液についてブランク液を対照として吸光度を測定し検量線を作成した。その結果を図4に示した。

図4よりクロム酸カリウム溶液 3.0×10^{-5} Mより 3.0×10^{-4} Mまでの濃度範囲においては、試料

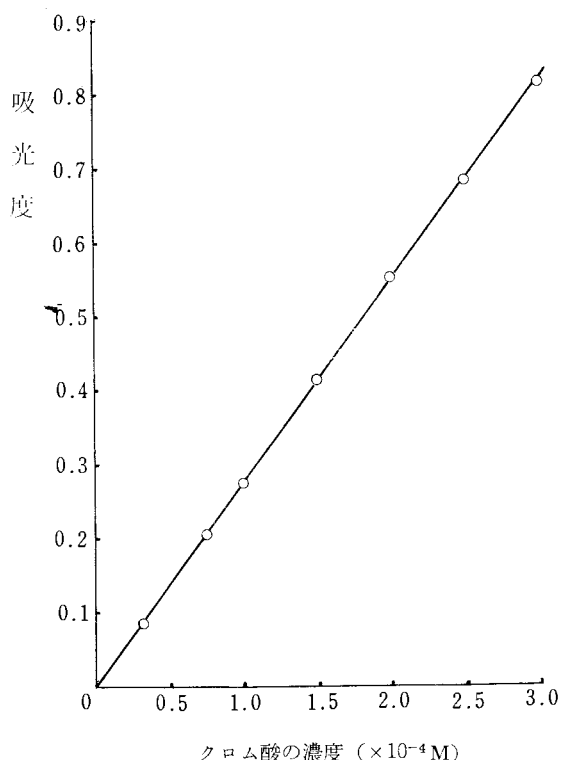


図4 検 量 線

溶液25.0mlを10.0mlのクロルベンゼンで抽出した場合、濃度と吸光度との間に直線的関係が認められベールの法則が成立する。したがってこの濃度範囲においては本法によってクロムの定量を行なうことが可能である。

3. 7 共存イオンの影響

次の各種イオンの共存の場合についてその妨害の有無を調べた。すなわち、クロムの含有量17.5 $\mu\text{g}/25\text{ml}$ の溶液に Pb^{2+} , Hg^{2+} , Bi^{3+} , Cu^{2+} , Cd^{2+} , Al^{3+} , Zn^{2+} , Co^{2+} , Ni^{2+} , Ca^{2+} , Sr^{2+} , Ba^{2+} , CN^- , NC_3^- , SO_4^{2-} , PC_4^{3-} , CO_3^{2-} , $\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$, ClO_3^- , ClO_4^- , IC_3^- , VO_4^- , MoO_4^{2-} などが、それぞれ単独にクロムとほぼ等量共存してもいずれも妨害にならないが、 Fe^{3+} , SCN^- , WO_4^{2-} , MnO_4^- などはほぼ等量共存してもクロムの定量の妨害となる。

§ 4 結 語

(1) ゼフィラミン溶液はクロム酸カリウム溶液と反応して淡黄色の沈殿を生じる。この沈殿はクロルベンゼンに抽出され、抽出液は350 μ に極大吸収を示す。

(2) クロム酸カリウム溶液は塩酸酸性にしておく必要があり、塩酸濃度は0.2~2.5M程度がよい。

(3) 抽出体の組成はクロムとゼフィラミンが1:2のモル比で結合したものである。

(4) クロム試料溶液 $3.0 \times 10^{-5} \sim 3.0 \times 10^{-4}$ Mの濃度範囲においては、試料溶液25.0mlを10.0mlのクロルベンゼンで抽出した場合、ベールの法則が成立する。

(5) 多くのイオンはクロムとほぼ等量共存しても妨害とならないが、 Fe^{3+} , SCN^- , WO_4^{2-} , MnO_4^- などはほぼ等量の共存で妨害となる。

終りに本研究を行なうにあたり、種々御教示をいただいた広島大学理学部山本勇麓教授、広島大学教養部松尾博助教授ならびに研究に何かと御便宜をいただいた本校葛西重男校長に深く感謝いたします。

文 献

- 1) 山本作次郎：島根大報告(自然科学) 6, (1956)52.
- 2) H. A. Bryan and J. A. Dean : Anal. Chem., 29, (1957)1289.
- 3) J. A. Dean and M. L. Bererly : Anal. Chem., 30, (1958)977.
- 4) 後藤秀弘, 柿田八千代：日化, 79, (1958)1520.
- 5) C. K. Mann and J. C. White : Anal. Chem., 30, (1958) 989.
- 6) 林 康久, 日色和夫, 山本勇麓：分化, (投稿中)

(昭和41年9月1日受付)

スライダ・クランク機構の総合の研究 (第1報)

(機械工学科) 糸島 寛典・山下 昇*

Studies on the Synthesis of Slider-Crank Mechanism (Report 1)

Hironori ITOSHIMA and Noboru YAMASHITA

The synthesis of slider-crank mechanism which satisfies the four or five specified sets of crank angles and slider positions are examined.

The crank angular displacement and the slider displacement of slider-crank mechanism which satisfy the four specified sets of crank angles and slider positions are shown in a determinant. Since the first crank angular displacement θ_1 is unknown, the determinant becomes a quadratic equation of x , if we assume $\tan\theta_1$ equals x . In the case of the five sets, it becomes a cubic equation. The lengths of both the crank and the connecting rod, and the offset of the slider can be determined by solving the equation.

§1. 緒 言

スライダが行程線よりオフセットされたいわゆるオフセット・スライダ・クランク機構において、クランクの回転角および往復スライダの変位を指定してクランクおよび連桿の長さとおフセット量を数式による解析により厳密に求めるいわゆる数式による機構総合についてはあまり論ぜられていないように思われる。

角変位を直線の変位に変換する、またその逆変換をリンク機構によって行なう必要性は十分に存在する。しかしながらこのスライダ・クランク機構の総合に関しては種々な問題点が存在することがわかってきたが、そのような問題に関してほとんど論ぜられていない。

本研究はスライダ・クランク機構の簡単な総合から始めて、スライダ・クランク機構の一般式を行列式の形で導き、5組のクランクの位置とスライダの位置を指定した場合の総合が3次方程式を解くことにより解決せられることを示すものである。

§2. 3組のスライダとクランクの位置が指定された場合

図1に示すオフセット・スライダ・クランク機構においてクランクが θ_1 の位置から θ_{12} , θ_{13} の角変位をなすときスライダが s_1 の位置より s_2 , s_3 と変位するものとする。この時3組の位置 θ_1 , θ_{12} , θ_{13} , s_1 , s_2 および s_3 を与えてクランクの長さ a , リンクの長さ b および x 軸とスライダの距離すなわちオフセッ

* 広島県広高等学校

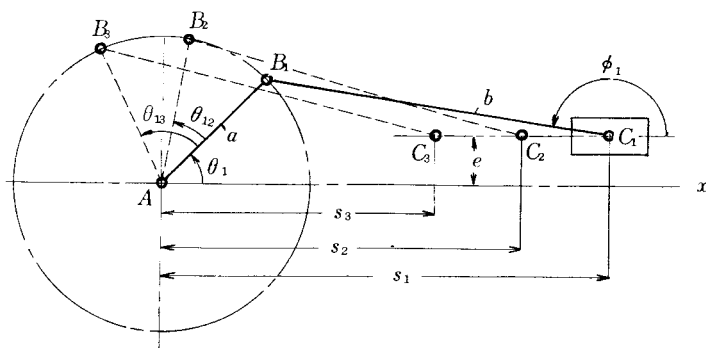


図1 オフセット・スライダ・クランク機構

ト量 e を求める。図1より次式をうる。

$$a \cos \theta_1 - b \cos \phi_1 = s_1, \quad a \sin \theta_1 = b \sin \phi_1 + e \quad (1), (2)$$

ただし $\frac{\pi}{2} < \phi_1 < \frac{3}{2}\pi$ より $\cos \phi_1 < 0$, 式(2)によって $\cos \phi_1 = -\sqrt{1 - \left(\frac{a \sin \theta_1 - e}{b}\right)^2}$, これを式(1)に代入して整理すれば

$$a^2 - b^2 + e^2 + s_1^2 - 2ae \sin \theta_1 - 2as_1 \cos \theta_1 = 0 \quad (3)$$

となる。 $\theta_n = \theta_1 + \theta_{1n}$ とすれば同様にして

$$a^2 - b^2 + e^2 + s_n^2 - 2ae \sin(\theta_1 + \theta_{1n}) - 2as_n \cos(\theta_1 + \theta_{1n}) = 0 \quad (4)$$

式(4)より式(3)の辺々を減ずれば次式をうる。

$$s_n^2 - s_1^2 - 2a \{s_n \cos(\theta_1 + \theta_{1n}) - s_1 \cos \theta_1\} - 2ae \{\sin(\theta_1 + \theta_{1n}) - \sin \theta_1\} = 0 \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin(\theta_1 + \theta_{1n}) - \sin \theta_1 &= L_{1n} \\ s_n \cos(\theta_1 + \theta_{1n}) - s_1 \cos \theta_1 &= M_{1n} \\ \frac{1}{2}(s_n^2 - s_1^2) &= N_{1n} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

とおき, $n=2, 3$ の場合式(5)は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} aeL_{12} + aM_{12} &= N_{12} \\ aeL_{13} + aM_{13} &= N_{13} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(7)を ae , a , e について解くと次式が得られる。

$$ae = \frac{\begin{vmatrix} N_{12} & M_{12} \\ N_{13} & M_{13} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12} & M_{12} \\ L_{13} & M_{13} \end{vmatrix}}, \quad a = \frac{\begin{vmatrix} L_{12} & N_{12} \\ L_{13} & N_{13} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12} & M_{12} \\ L_{13} & M_{13} \end{vmatrix}}, \quad e = \frac{\begin{vmatrix} N_{12} & M_{12} \\ N_{13} & M_{13} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12} & N_{12} \\ L_{13} & N_{13} \end{vmatrix}} \quad (8)$$

式(8)より a , e を求め, これを式(3)から得られる次式(3)'に代入して

$$b^2 = a^2 + e^2 + s_1^2 - 2ae \sin \theta_1 - 2as_1 \cos \theta_1 \quad (3)'$$

b を求めればよい。

§3. 4組のスライダとクランクの位置が指定された場合

次に図2に示すように, 4組のスライダとクランクの位置すなわち θ_{12} , θ_{13} , θ_{14} , s_1 , s_2 , s_3 , s_4 を

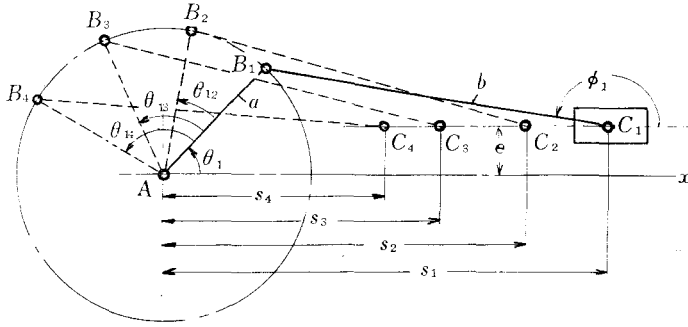


図2 4組の位置が指定されたスライダー・クランク機構

与えて θ_1 , a , b , e を求める。

4組の位置が与えられた場合は式(5)に式(6)を代入すれば次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} ae L_{12} + a M_{12} &= N_{12} \\ ae L_{13} + a M_{13} &= N_{13} \\ ae L_{14} + a M_{14} &= N_{14} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

式(9)を ae , a についての方程式と考えれば、この式が ae , a について一次従属であるためには

$$D = \begin{vmatrix} L_{12} & M_{12} & N_{12} \\ L_{13} & M_{13} & N_{13} \\ L_{14} & M_{14} & N_{14} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

である。これがスライダー・クランク機構の一般方程式となる。

一般方程式(10)に式(6)を代入して θ_1 を求めればよいのであるが、このままでは困難であるので式(6)を θ_1 について整理すれば L_{1n} , M_{1n} は次式のようになる。

$$L_{1n} = \sin(\theta_1 + \theta_{1n}) - \sin \theta_1 = \cos \theta_1 \sin \theta_{1n} - (1 - \cos \theta_{1n}) \sin \theta_1$$

$$M_{1n} = s_n \cos(\theta_1 + \theta_{1n}) - s_1 \cos \theta_1 = -\{\cos \theta_1 (s_1 - s_n \cos \theta_{1n}) + s_n \sin \theta_1 \sin \theta_{1n}\}$$

いま θ_1 の範囲を $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ とし、 $\tan \theta_1 = x$ とおけば $\sin \theta_1$ と $\cos \theta_1$ は

$$\sin \theta_1 = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \cos \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad (\text{ただし } \tan \theta_1 = x, \quad 0 < x < \infty) \dots\dots\dots (11)$$

となる。これを上式に代入すれば

$$L_{1n} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \{\sin \theta_{1n} - (1 - \cos \theta_{1n}) x\} \dots\dots\dots (12)$$

$$M_{1n} = -\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \{(s_1 - s_n \cos \theta_{1n}) + x \cdot s_n \sin \theta_{1n}\} \dots\dots\dots (13)$$

となる。これを一層簡易化するために

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_{1n} &= \alpha_{1n}, & 1 - \cos \theta_{1n} &= \beta_{1n} \\ s_n \sin \theta_{1n} &= \alpha'_{1n}, & s_1 - s_n \cos \theta_{1n} &= \beta'_{1n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

とおけば

$$L_{1n} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} (\alpha_{1n} - \beta_{1n} x), \quad M_{1n} = -\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} (\alpha'_{1n} x + \beta'_{1n}) \dots\dots\dots (15)$$

となる。

一般式(10)の L_{1n} , M_{1n} に式(15)を代入すれば

$$\begin{vmatrix} \alpha_{12} - \beta_{12} x & \alpha'_{12} x + \beta'_{12} & N_{12} \\ \alpha_{13} - \beta_{13} x & \alpha'_{13} x + \beta'_{13} & N_{13} \\ \alpha_{14} - \beta_{14} x & \alpha'_{14} x + \beta'_{14} & N_{14} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

となる。これを x について整理すれば次の2次方程式

$$\begin{vmatrix} \beta_{12} & \alpha'_{12} & N_{12} \\ \beta_{13} & \alpha'_{13} & N_{13} \\ \beta_{14} & \alpha'_{14} & N_{14} \end{vmatrix} x^2 + \left\{ \begin{vmatrix} \beta_{12} & \beta'_{12} & N_{12} \\ \beta_{13} & \beta'_{13} & N_{13} \\ \beta_{14} & \beta'_{14} & N_{14} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \alpha_{12} & \alpha'_{12} & N_{12} \\ \alpha_{13} & \alpha'_{13} & N_{13} \\ \alpha_{14} & \alpha'_{14} & N_{14} \end{vmatrix} \right\} x - \begin{vmatrix} \alpha_{12} & \beta'_{12} & N_{12} \\ \alpha_{13} & \beta'_{13} & N_{13} \\ \alpha_{14} & \beta'_{14} & N_{14} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

となるので、 x の各係数を

$$A = \begin{vmatrix} \beta_{12} & \alpha'_{12} & N_{12} \\ \beta_{13} & \alpha'_{13} & N_{13} \\ \beta_{14} & \alpha'_{14} & N_{14} \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} \beta_{12} & \beta'_{12} & N_{12} \\ \beta_{13} & \beta'_{13} & N_{13} \\ \beta_{14} & \beta'_{14} & N_{14} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \alpha_{12} & \alpha'_{12} & N_{12} \\ \alpha_{13} & \alpha'_{13} & N_{13} \\ \alpha_{14} & \alpha'_{14} & N_{14} \end{vmatrix}, \quad C = - \begin{vmatrix} \alpha_{12} & \beta'_{12} & N_{12} \\ \alpha_{13} & \beta'_{13} & N_{13} \\ \alpha_{14} & \beta'_{14} & N_{14} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

とおけば A , B , C は初めの与えられた条件と式(14)から求まるので式(17)の2次方程式 $Ax^2 + Bx + C = 0$ は解くことができる。したがって $\tan \theta_1 = x$ より θ_1 が求まり、またこの x の値を式(15)に代入することにより L_{1n} , M_{1n} の値が求まり、これによって §2 で ae , a , e を求めたと同様に

$$a = \frac{\begin{vmatrix} L_{12} & N_{12} \\ L_{13} & N_{13} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12} & M_{12} \\ L_{13} & M_{13} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} L_{12} & N_{12} \\ L_{14} & N_{14} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12} & M_{12} \\ L_{14} & M_{14} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} L_{13} & N_{13} \\ L_{14} & N_{14} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{13} & M_{13} \\ L_{14} & M_{14} \end{vmatrix}}, \quad e = \frac{\begin{vmatrix} N_{12} & M_{12} \\ N_{13} & M_{13} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12} & N_{12} \\ L_{13} & N_{13} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} N_{12} & M_{12} \\ N_{14} & M_{14} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12} & N_{12} \\ L_{14} & N_{14} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} N_{13} & M_{13} \\ N_{14} & M_{14} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{13} & N_{13} \\ L_{14} & N_{14} \end{vmatrix}} \dots\dots\dots (19)$$

により a , e が求まり

$$b^2 = a^2 + e^2 + s_1^2 - 2ae \sin \theta_1 - 2as_1 \cos \theta_1$$

により b が求まる。

θ_1 の範囲が $\frac{\pi}{2} < \theta_1 < \pi$ のときは $\tan \theta_1 = x$ とおけば

$$\sin \theta_1 = \frac{-x}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \cos \theta_1 = \frac{-1}{\sqrt{1+x^2}}$$

となり

$$L_{1n} = \frac{-1}{\sqrt{1+x^2}} (\alpha_{1n} - \beta_{1n} x), \quad M_{1n} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} (\alpha'_{1n} x + \beta'_{1n})$$

となり、これを式(10)に代入すればこれは $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ のときと全く同様な式(16), (17)の方程式となる。

θ_1 の範囲が $\pi < \theta_1 < \frac{3}{2}\pi$ のとき、 $\tan \theta_1 = x$ とおくと

$$\sin \theta_1 = \frac{-x}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \cos \theta_1 = -\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{となり}$$

θ_1 の範囲が $-\frac{3\pi}{2} < \theta_1 < 2\pi$ のとき、 $\tan \theta_1 = x$ とおくと

$$\sin \theta_1 = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \cos \theta_1 = -\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

となり、共に全く同様な式(16), (17)に示す方程式となる。

その結果 θ_1 については θ_1 がどの象限の角であっても式(17)の2次方程式を解いて x の値を求め、 $\tan \theta_1 = x$ から θ_1 を求め、これを式(6)に代入して L_{1n} , M_{1n} を求めて式(19)より a , e そして b を求めればよい。

§4. 5組のスライダとクランクの位置の相互の距離と角が指定された場合

図3に示すスライド・クランク機構において、今度は5組のスライダとクランクの位置の相互の距離と角すなわち θ_{12} , θ_{13} , θ_{14} , θ_{15} および s_{12} , s_{13} , s_{14} , s_{15} が指定されて、 a , b , e , θ_1 , s_1 を求める。

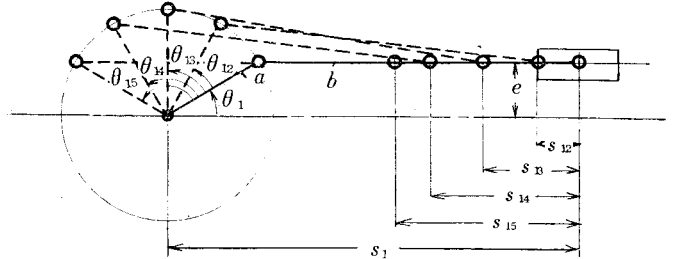


図3 5組の位置が指定されたスライド・クランク機構

§3の場合に対しさらに θ_{15} , s_{15} が指定された場合は s_1 を指定することができなくなり、 s_1 が未知数となるので、 θ_1 , s_1 共に未知数として取扱わねばならぬので

$$s_1 = y \text{ とおけば}$$

$$s_n = y - s_{1n}$$

となり、式(6)の M_{1n} を θ_1 と y について整理すれば M_{1n} , L_{1n} , N_{1n} は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} M_{1n} &= s_n \cos(\theta_1 + \theta_{1n}) - s_1 \cos \theta_1 \\ &= -y \{ \cos \theta_1 (1 - \cos \theta_{1n}) + \sin \theta_1 \sin \theta_{1n} \} - s_{1n} \{ \cos \theta_1 \cos \theta_{1n} - \sin \theta_1 \sin \theta_{1n} \} \dots (20) \end{aligned}$$

$$L_{1n} = \cos \theta_1 \sin \theta_{1n} - (1 - \cos \theta_{1n}) \sin \theta_1 \dots (21)$$

$$2N_{1n} = s_n^2 - s_1^2 = (y - s_{1n})^2 - y^2 = -2y s_{1n} + s_{1n}^2 \dots (22)$$

これらの式を簡易化するために

$$\left. \begin{aligned} P_{1n} &= \cos \theta_1 (1 - \cos \theta_{1n}) + \sin \theta_1 \sin \theta_{1n} \\ Q_{1n} &= \cos \theta_1 \cos \theta_{1n} - \sin \theta_1 \sin \theta_{1n} \\ \delta_{1n} &= -\frac{1}{2} s_{1n}^2 \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

とおけば

$$M_{1n} = -y P_{1n} - s_{1n} Q_{1n}, \quad s_n^2 - s_1^2 = -2y s_{1n} - 2\delta_{1n} \dots (24), (25)$$

となるので、これらの式を式(5)の

$$s_n^2 - s_1^2 - 2a \{ s_n \cos(\theta_1 + \theta_{1n}) - s_1 \cos \theta_1 \} - 2ae \{ \sin(\theta_1 + \theta_{1n}) - \sin \theta_1 \} = 0 \dots (5)$$

に代入すれば

$$-2y s_{1n} - 2\delta_{1n} + 2a (y P_{1n} + s_{1n} Q_{1n}) - 2ae L_{1n} = 0 \dots (26)$$

ゆえに

$$ay P_{1n} + as_{1n} Q_{1n} - ae L_{1n} - s_{1n} y = \delta_{1n} \dots (27)$$

したがって $n=2, 3, 4, 5$ に対し次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} ay P_{12} + as_{12} Q_{12} - ae L_{12} - s_{12} y &= \delta_{12} \\ ay P_{13} + as_{13} Q_{13} - ae L_{13} - s_{13} y &= \delta_{13} \\ ay P_{14} + as_{14} Q_{14} - ae L_{14} - s_{14} y &= \delta_{14} \\ ay P_{15} + as_{15} Q_{15} - ae L_{15} - s_{15} y &= \delta_{15} \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

この方程式を ay , a , ae , y について解く場合

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} P_{12} & s_{12}Q_{12} & L_{12} & s_{12} \\ P_{13} & s_{13}Q_{13} & L_{13} & s_{13} \\ P_{14} & s_{14}Q_{14} & L_{14} & s_{14} \\ P_{15} & s_{15}Q_{15} & L_{15} & s_{15} \end{vmatrix} & \Delta ay &= \begin{vmatrix} \delta_{12} & s_{12}Q_{12} & L_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}Q_{13} & L_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}Q_{14} & L_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}Q_{15} & L_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \\
 \Delta a &= \begin{vmatrix} P_{12} & \delta_{12} & L_{12} & s_{12} \\ P_{13} & \delta_{13} & L_{13} & s_{13} \\ P_{14} & \delta_{14} & L_{14} & s_{14} \\ P_{15} & \delta_{15} & L_{15} & s_{15} \end{vmatrix} & \Delta y &= \begin{vmatrix} P_{12} & s_{12}Q_{12} & L_{12} & \delta_{12} \\ P_{13} & s_{13}Q_{13} & L_{13} & \delta_{13} \\ P_{14} & s_{14}Q_{14} & L_{14} & \delta_{14} \\ P_{15} & s_{15}Q_{15} & L_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (29) \\
 \Delta ae &= \begin{vmatrix} P_{12} & s_{12}Q_{12} & \delta_{12} & s_{12} \\ P_{13} & s_{13}Q_{13} & \delta_{13} & s_{13} \\ P_{14} & s_{14}Q_{14} & \delta_{14} & s_{14} \\ P_{15} & s_{15}Q_{15} & \delta_{15} & s_{15} \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

とおけば

$$ay = \frac{\Delta ay}{\Delta}, \quad a = \frac{\Delta a}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta}, \quad ae = \frac{\Delta ae}{\Delta} \dots\dots\dots (30)$$

となる。これから次の関係が得られる。

$$\frac{\Delta ay}{\Delta} = \frac{\Delta a}{\Delta} \times \frac{\Delta y}{\Delta}, \quad \Delta ay \times \Delta = \Delta a \times \Delta y \dots\dots\dots (31)$$

これに式(29)の値を代入すれば

$$\begin{vmatrix} P_{12} & s_{12}Q_{12} & L_{12} & s_{12} \\ P_{13} & s_{13}Q_{13} & L_{13} & s_{13} \\ P_{14} & s_{14}Q_{14} & L_{14} & s_{14} \\ P_{15} & s_{15}Q_{15} & L_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \delta_{12} & s_{12}Q_{12} & L_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}Q_{13} & L_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}Q_{14} & L_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}Q_{15} & L_{15} & s_{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P_{12} & \delta_{12} & L_{12} & s_{12} \\ P_{13} & \delta_{13} & L_{13} & s_{13} \\ P_{14} & \delta_{14} & L_{14} & s_{14} \\ P_{15} & \delta_{15} & L_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} P_{12} & s_{12}Q_{12} & L_{12} & \delta_{12} \\ P_{13} & s_{13}Q_{13} & L_{13} & \delta_{13} \\ P_{14} & s_{14}Q_{14} & L_{14} & \delta_{14} \\ P_{15} & s_{15}Q_{15} & L_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots (32)$$

となる。

$0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ のとき, $\tan \theta_1 = x$ とおくと,

$$\sin \theta_1 = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \cos \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \dots\dots\dots (33)$$

となる。なお

$$\sin \theta_{1n} = \alpha_{1n}, \quad 1 - \cos \theta_{1n} = \beta_{1n}, \quad \cos \theta_{1n} = \gamma_{1n}, \quad -\frac{1}{2}s_{1n}^2 = \delta_{1n} \dots\dots\dots (34)$$

において, これを式(23)に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} P_{1n} &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}(\beta_{1n} + \alpha_{1n}x), & Q_{1n} &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}(\gamma_{1n} - \alpha_{1n}x) \\ L_{1n} &= -\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}(\beta_{1n}x - \alpha_{1n}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

となるので, 式(35)を式(32)に代入して整理すれば

$$\begin{vmatrix} \beta_{12} + \alpha_{12}x & s_{12}(\gamma_{12} - \alpha_{12}x) & \beta_{12}x - \alpha_{12} & s_{12} \\ \beta_{13} + \alpha_{13}x & s_{13}(\gamma_{13} - \alpha_{13}x) & \beta_{13}x - \alpha_{13} & s_{13} \\ \beta_{14} + \alpha_{14}x & s_{14}(\gamma_{14} - \alpha_{14}x) & \beta_{14}x - \alpha_{14} & s_{14} \\ \beta_{15} + \alpha_{15}x & s_{15}(\gamma_{15} - \alpha_{15}x) & \beta_{15}x - \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \delta_{12} & s_{12}(\gamma_{12} - \alpha_{12}x) & \beta_{12}x - \alpha_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}(\gamma_{13} - \alpha_{13}x) & \beta_{13}x - \alpha_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}(\gamma_{14} - \alpha_{14}x) & \beta_{14}x - \alpha_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}(\gamma_{15} - \alpha_{15}x) & \beta_{15}x - \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \\
 + \begin{vmatrix} \beta_{12} + \alpha_{12}x & \delta_{12} & \beta_{12}x - \alpha_{12} & s_{12} \\ \beta_{13} + \alpha_{13}x & \delta_{13} & \beta_{13}x - \alpha_{13} & s_{13} \\ \beta_{14} + \alpha_{14}x & \delta_{14} & \beta_{14}x - \alpha_{14} & s_{14} \\ \beta_{15} + \alpha_{15}x & \delta_{15} & \beta_{15}x - \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \beta_{12} + \alpha_{12}x & s_{12}(\gamma_{12} - \alpha_{12}x) & \beta_{12}x - \alpha_{12} & \delta_{12} \\ \beta_{13} + \alpha_{13}x & s_{13}(\gamma_{13} - \alpha_{13}x) & \beta_{13}x - \alpha_{13} & \delta_{13} \\ \beta_{14} + \alpha_{14}x & s_{14}(\gamma_{14} - \alpha_{14}x) & \beta_{14}x - \alpha_{14} & \delta_{14} \\ \beta_{15} + \alpha_{15}x & s_{15}(\gamma_{15} - \alpha_{15}x) & \beta_{15}x - \alpha_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix} = 0$$

この行列式を x について整理すると

$$\begin{vmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{vmatrix} x^3 + \begin{vmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{vmatrix} x^2 + \begin{vmatrix} \beta_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \alpha_{12} & s_{12} \\ \beta_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \alpha_{13} & s_{13} \\ \beta_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \alpha_{14} & s_{14} \\ \beta_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} x \\
 + \begin{vmatrix} \beta_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \alpha_{12} & s_{12} \\ \beta_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \alpha_{13} & s_{13} \\ \beta_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \alpha_{14} & s_{14} \\ \beta_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \delta_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{vmatrix} x^2 + \begin{vmatrix} \delta_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \alpha_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \alpha_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \alpha_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} x^3 \\
 - \begin{vmatrix} \delta_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} \delta_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \alpha_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \alpha_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \alpha_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \beta_{12} & \delta_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \beta_{13} & \delta_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \beta_{14} & \delta_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \beta_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix} x^3 \\
 + \begin{vmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \beta_{12} & \delta_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \beta_{13} & \delta_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \beta_{14} & \delta_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \beta_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix} x^2 + \begin{vmatrix} \beta_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \alpha_{12} & \delta_{12} \\ \beta_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \alpha_{13} & \delta_{13} \\ \beta_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \alpha_{14} & \delta_{14} \\ \beta_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \alpha_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} \beta_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \alpha_{12} & \delta_{12} \\ \beta_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \alpha_{13} & \delta_{13} \\ \beta_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \alpha_{14} & \delta_{14} \\ \beta_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \alpha_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix} \times \\
 - \begin{vmatrix} \alpha_{12} & \delta_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \alpha_{13} & \delta_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \alpha_{14} & \delta_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \alpha_{15} & \delta_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{vmatrix} x^2 + \begin{vmatrix} \beta_{12} & \delta_{12} & \alpha_{12} & s_{12} \\ \beta_{13} & \delta_{13} & \alpha_{13} & s_{13} \\ \beta_{14} & \delta_{14} & \alpha_{14} & s_{14} \\ \beta_{15} & \delta_{15} & \alpha_{15} & s_{15} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (36)$$

いま簡易化のために各行列式を下記の記号で示す。

$$A = \begin{vmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{vmatrix} \quad A' = \begin{vmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \beta_{12} & \delta_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \beta_{13} & \delta_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \beta_{14} & \delta_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \beta_{15} & \delta_{15} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \begin{bmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{bmatrix} & B' &= \begin{bmatrix} \alpha_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \beta_{12} & \delta_{12} \\ \alpha_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \beta_{13} & \delta_{13} \\ \alpha_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \beta_{14} & \delta_{14} \\ \alpha_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \beta_{15} & \delta_{15} \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} \delta_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{bmatrix} & C' &= \begin{bmatrix} \alpha_{12} & \delta_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \alpha_{13} & \delta_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \alpha_{14} & \delta_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \alpha_{15} & \delta_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{bmatrix} \\
 D &= \begin{bmatrix} \delta_{12} & s_{12}\alpha_{12} & \alpha_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\alpha_{13} & \alpha_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\alpha_{14} & \alpha_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\alpha_{15} & \alpha_{15} & s_{15} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \beta_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \beta_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \beta_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \beta_{15} & s_{15} \end{bmatrix} \\
 E &= \begin{bmatrix} \delta_{12} & s_{12}\gamma_{12} & \alpha_{12} & s_{12} \\ \delta_{13} & s_{13}\gamma_{13} & \alpha_{13} & s_{13} \\ \delta_{14} & s_{14}\gamma_{14} & \alpha_{14} & s_{14} \\ \delta_{15} & s_{15}\gamma_{15} & \alpha_{15} & s_{15} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{37}$$

式(37)を行列方程式(36)に代入すれば

$$(Ax^3 - Bx^2 + Ax - B)(Cx^2 - Dx + E) - (A'x^3 - B'x^2 + A'x - B')(C'x^2 + C') = 0 \tag{38}$$

$$\therefore (x^2 + 1)(Ax - B)(Cx^2 - Dx + E) - (x^2 + 1)(A'x - B')(C'x^2 + C') = 0$$

$x^2 + 1 \neq 0$ から

$$(Ax - B)(Cx^2 - Dx + E) - (A'x - B')(C'x^2 + C') = 0$$

x について整理すれば次式をうる。

$$(AC - A'C')x^3 - (AD + BC - B'C')x^2 + (AE + BD - A'C')x - BE + B'C' = 0 \tag{39}$$

この3次方程式の $A, B, C, D, E, A', B', C'$ は初めの条件より計算すれば求まるので式(39)を解いて x の値を求め、 $\tan \theta_1 = x$ より θ_1 が求まる。また x の値を式(35)に代入して P_{1n}, Q_{1n}, L_{1n} を求め、これを式(29), (30)に代入して a, y, e を求め

$$b^2 = a^2 + e^2 + s_1^2 - 2ae \sin \theta_1 - 2as_1 \cos \theta_1,$$

より b を求めればよい。

$$\begin{aligned}
 \text{また } \frac{\pi}{2} < \theta_1 < \pi \text{ の時は } \sin \theta_1 &= -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \cos \theta_1 = -\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \\
 \pi < \theta_1 < \frac{3}{2}\pi \text{ の時は } \sin \theta_1 &= -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \cos \theta_1 = -\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \\
 \frac{3}{2}\pi < \theta_1 < 2\pi \text{ の時は } \sin \theta_1 &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \cos \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}
 \end{aligned}$$

となり式(32)に代入すれば、方程式は $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ の時と同一となり、 θ_1 がどの象限にまっても式(39)を解けばよいことになる。つまり式(39)を解いて出てきた x の値によって適当に θ_1 の象限を定めて、それによって順次 a, y, e と求めて行けばよいことになる。

例としてスライダ・クランク機構において θ と s に次の値が指定されたとき θ_1 , a , b , e , s_1 を求めてみよう。

$$\theta_{12}=30^\circ, \theta_{13}=60^\circ, \theta_{14}=90^\circ, \theta_{15}=120^\circ$$

$$s_{12}=0.77688\text{cm}, s_{13}=1.81597\text{cm}, s_{14}=2.77688\text{cm}, s_{15}=3.46410\text{cm}$$

解として、式(34)より

$$\alpha_{12}=\sin 30^\circ=0.5$$

$$\beta_{12}=1-\cos 30^\circ=0.13397$$

$$\alpha_{13}=\sin 60^\circ=0.86603$$

$$\beta_{13}=1-\cos 60^\circ=0.5$$

$$\alpha_{14}=\sin 90^\circ=1.0$$

$$\beta_{14}=1-\cos 90^\circ=1.0$$

$$\alpha_{15}=\sin 120^\circ=0.86603$$

$$\beta_{15}=1-\cos 120^\circ=1.5$$

$$\gamma_{12}=\cos 30^\circ=0.86603$$

$$\delta_{12}=-\frac{1}{2}(0.77688)^2=-0.30177$$

$$\gamma_{13}=\cos 60^\circ=0.5$$

$$\delta_{13}=-\frac{1}{2}(1.81597)^2=-1.64887$$

$$\gamma_{14}=\cos 90^\circ=0$$

$$\delta_{14}=-\frac{1}{2}(2.77688)^2=-3.85553$$

$$\gamma_{15}=\cos 120^\circ=-0.5$$

$$\delta_{15}=-\frac{1}{2}(3.46410)^2=-6.00000$$

となるので

$$s_{12}\alpha_{12}=0.77688\times 0.5=0.38844$$

$$s_{13}\alpha_{13}=1.81597\times 0.86603=1.57268$$

$$s_{14}\alpha_{14}=2.77688\times 1.0=2.77688$$

$$s_{15}\alpha_{15}=3.46410\times 0.86603=3.00001$$

$$s_{12}\gamma_{12}=0.77688\times 0.86603=0.67280$$

$$s_{13}\gamma_{13}=1.81597\times 0.5=0.90799$$

$$s_{14}\gamma_{14}=2.77688\times 0=0$$

$$s_{15}\gamma_{15}=3.46410\times (-0.5)=-1.73205$$

式(37)より

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.38844 & 0.13397 & 0.77688 \\ 0.86603 & 1.57268 & 0.5 & 1.81597 \\ 1.0 & 2.77688 & 1.0 & 2.77688 \\ 0.86603 & 3.00001 & 1.5 & 3.46410 \end{bmatrix} = 0.00943412$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.67280 & 0.13397 & 0.77688 \\ 0.86603 & 0.90799 & 0.5 & 1.81597 \\ 1.0 & 0 & 1.0 & 2.77688 \\ 0.86603 & -1.73205 & 1.5 & 3.46410 \end{bmatrix} = 0.00470327$$

$$C = - \begin{bmatrix} 0.30177 & 0.38844 & 0.13397 & 0.77688 \\ 1.64887 & 1.57268 & 0.5 & 1.81597 \\ 3.85553 & 2.77688 & 1.0 & 2.77688 \\ 6.00000 & 3.00001 & 1.5 & 3.46410 \end{bmatrix} = -0.03447482$$

$$D = \begin{vmatrix} 0.30177 & 0.38844 & 0.5 & 0.77688 \\ 1.64887 & 1.57268 & 0.88603 & 1.81597 \\ 3.85553 & 2.77688 & 1.0 & 2.77688 \\ 6.00000 & 3.00001 & 0.86603 & 3.46410 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.30177 & 0.67280 & 0.13397 & 0.77688 \\ 1.64887 & 0.90799 & 0.5 & 1.81597 \\ 3.85553 & 0. & 1.0 & 2.77688 \\ 6.00000 & -1.73205 & 1.5 & 3.46410 \end{vmatrix}$$

$$= 0.09891578 - 0.02436809 = 0.07454769$$

$$E = \begin{vmatrix} 0.30177 & 0.67280 & 0.5 & 0.77688 \\ 1.64887 & 0.90799 & 0.86603 & 1.81597 \\ 3.85553 & 0. & 1.0 & 2.77688 \\ 6.00000 & -1.73205 & 0.86603 & 3.46410 \end{vmatrix} = 0.06782619$$

$$A' = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.38844 & 0.13397 & 0.30177 \\ 0.86603 & 1.57268 & 0.5 & 1.64887 \\ 1.0 & 2.77688 & 1.0 & 3.85553 \\ 0.86603 & 3.00001 & 1.5 & 6.00000 \end{vmatrix} = 0.03622735$$

$$B' = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.67280 & 0.13397 & 0.30177 \\ 0.86603 & 0.90799 & 0.5 & 1.64887 \\ 1.0 & 0. & 1.0 & 3.85553 \\ 0.86603 & -1.73205 & 1.5 & 6.00000 \end{vmatrix} = 0.02667049$$

$$C' = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.30177 & 0.13397 & 0.77688 \\ 0.86603 & 1.64887 & 0.5 & 1.81597 \\ 1.0 & 3.85553 & 1.0 & 2.77688 \\ 0.86603 & 6.00000 & 1.5 & 3.46410 \end{vmatrix} = -0.00128989$$

以上求めた $A, B, C, D, E, A', B', C'$ の値を式 (39) に代入して x の係数を求めれば

$$AC - A' C' = -0.0002785103$$

$$AD + BC - B' C' = 0.0005755495$$

$$AE + BD - A' C' = 0.0010372276$$

$$B' C' - BE = -0.0003534069$$

から

$$2785103 x^3 + 5755495 x^2 - 10372276 x + 3534069 = 0$$

が得られる。この式の右辺を z とおき、曲線を求めれば図 4 のようになる。

これから近似的に 1 つの解 $x = 0.57$ が得られるので逐次近似法により $x = 0.57753$ が得られる。 $\tan \theta_1 = 0.57753$ から $\theta_1 = 30^\circ 27'$ が得られる。これらの値と $\alpha_{1n}, \beta_{1n}, \gamma_{1n}$

の値を式 (35) に代入し $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = K$ (ただし $\frac{1}{K} = 1.15479$)

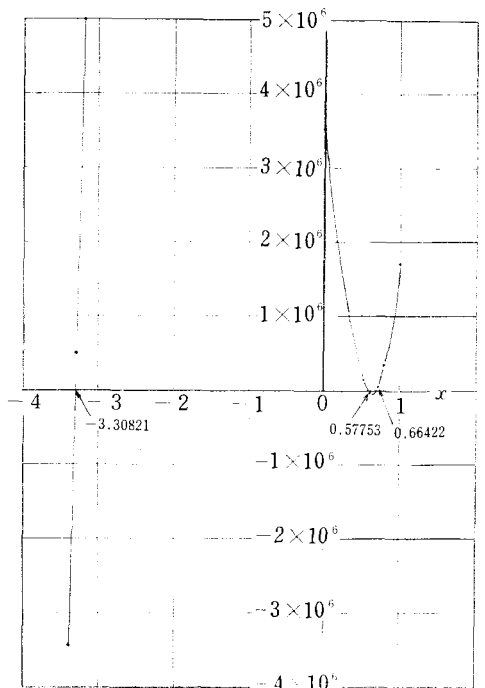


図 4

おけば

$$P_{12}=0.42274K, P_{13}=1.00016K, P_{14}=1.57753K, P_{15}=2.00016K$$

$$Q_{12}=0.57727K, Q_{13}=-0.00016K, Q_{14}=-0.57753K, Q_{15}=-1.00016K$$

$$L_{12}=0.42263K, L_{13}=0.57727K, L_{14}=0.42247K, L_{15}=-0.00027K$$

$$s_{12}Q_{12}=0.44847K, s_{13}Q_{13}=-0.00029K, s_{14}Q_{14}=-1.60373K, s_{15}Q_{15}=-3.46465K$$

これらを式(29)に代入すれば

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{bmatrix} 0.42274 & 0.44847 & 0.42263 & 0.77688 \\ 1.00016 & -0.00029 & 0.57727 & 1.81597 \\ 1.57753 & -1.60373 & 0.42247 & 2.77688 \\ 2.00016 & -3.46465 & -0.00027 & 3.46410 \end{bmatrix} K^3 = 0.00099757 K^3 \\ \Delta a &= \begin{bmatrix} 0.42274 & -0.30177 & 0.42263 & 0.77688 \\ 1.00016 & -1.64887 & 0.57727 & 1.81597 \\ 1.57753 & -3.85553 & 0.42247 & 2.77688 \\ 2.00016 & -6.00000 & -0.00027 & 3.46410 \end{bmatrix} K^2 = 0.00172132 K^2 \\ \Delta ae &= \begin{bmatrix} 0.42274 & 0.44847 & -0.30177 & 0.77688 \\ 1.00016 & -0.00029 & -1.64887 & 1.81597 \\ 1.57753 & -1.60373 & -3.85553 & 2.77688 \\ 2.00016 & -3.46465 & -6.00000 & 3.46410 \end{bmatrix} K^2 = 0.00171620 K^2 \\ \Delta y &= \begin{bmatrix} 0.42274 & 0.44847 & 0.42263 & -0.30177 \\ 1.00016 & -0.00029 & 0.57727 & -1.64887 \\ 1.57753 & -1.60373 & 0.42247 & -3.85553 \\ 2.00016 & -3.46465 & -0.00027 & -6.00000 \end{bmatrix} K^3 = 0.00766963 K^3 \end{aligned}$$

式(30)より, a , e , y は次のように求められる。

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta} = \frac{0.00172132 K^2}{0.00099757 K^3} = 1.725512 \times 1.15479 = 1.9926$$

$$ae = \frac{\Delta ae}{\Delta} = \frac{0.00171620 K^2}{0.00099757 K^3} = 1.72038 \frac{1}{K}$$

$$\therefore e = \frac{ae}{a} = \frac{1.72038 \times 1/K}{1.72551 \times 1/K} = 0.997026$$

$$y = s_1 = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{0.00766963 K^3}{0.00099757 K^3} = 7.688312$$

式(3)'より b を計算すれば $\theta_1 = 30^\circ 27''$ から

$$\begin{aligned} b^2 &= 1.9926^2 + 0.9970^2 + 7.6883^2 - 2 \times 1.9926 \times 0.9970 \times 0.9970 \sin 30^\circ 27'' \\ &\quad - 2 \times 1.9926 \times 7.6883 \cos 30^\circ 27'' = 35.55473537 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 5.9628$$

ゆえは $a = 1.9926 \text{ cm}$, $b = 5.9628 \text{ cm}$, $e = 0.9970 \text{ cm}$, $s_1 = 7.6883 \text{ cm}$

例題の厳密解の値は $\theta_1 = 30^\circ$, $a = 2 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $e = 1 \text{ cm}$, $s_1 = 7.7320 \text{ cm}$ であるので本方法における13桁の電動計算機における誤差は a において -0.37% , b において -0.62% , e において -0.30% ,

s_1 において -0.56% となる。

これらの誤差は逐次近似による x の値が正確でなかったからと思われる疑問のために正確な $x=0.57735$ の値を用いて再計算すると誤差は a において $+0.29\%$ 、 b において $+1.5\%$ 、 e において $+0.38\%$ 、 s_1 において $+0.21\%$ となるので x の誤差にのみよるものでなく、誤差を少なくするためにはもっと桁数の多い計算機を必要とする。

§5. 結 言

スライダ・クランク機構におけるスライダの変位とクランクの回転角を指定して各リンクの長さを決定するすなわち機構総合を数式にて一般方程式を作り、 $\tan \theta_1 = x$ として、 x に関する3次方程式を導くことに成功した。この結果スライダ・クランク機構を用いて直線の変位を角度の変位に変換する機構の設計が可能となったが、角変位の増加にともなって、変位も増加（あるいは減少）してくれなければ成功しない。すなわちクランクの角変位は 180° 以下であることが必要である。これに関しては今後研究の予定である。

(昭和41年9月1日受付)

円弧カムの研究(第1報)

(凸面カムを持つ往復かたより従動節の場合)

(機械工学科) 糸島寛典, 西本 進, 井山英男

Studies on Circular Arc Cam (Report 1)

(A Case of the Reciprocating Offset Follower with the Convex Cam)

H. ITOSHIMA, S. NISHIMOTO and H. IYAMA

The pressure angle in the reciprocating offset follower driven by the convex cam is discussed. Since the motion of the follower during the up-stroke is affected by the pressure angle, the smooth motion is obtained by choosing the proper offset and pressure angle.

The pressure angle of the first circular arc in the convex cam changes extremely on the second circular arc (nose circle). The pressure angle, however, can be made small by choosing the proper offset.

By choosing properly the radii of the nose circle and of the circular arc in the follower, we can minimize the acceleration of the follower.

§1. 緒 言

円弧カムの運動において、押進め角が特定値よりも大きいと円滑な運動ができない。しかし押進め角をあまりに小さくすれば、従動節に大きな変位は望めない。そこで許し得る範囲の押進め角とし従動節をかたよらせて、かなりの変位を行なう理想的なカムを求める研究を行なった。円板カムについては既に行な¹⁾われた。

方法としては、かたより円弧カムにおいて普通かたより量 e は変動せず指定され、円弧の半径 R および円弧の中心の偏心量 C が種々変化するので、かたより量 e を基準として考察する。

§2. 記 号

R = 円弧カムの円弧の半径, $R_1 = O_1 D = O_1 E$, $R_2 = O_2 E = O_2 F$

C = 円弧の中心とカムの回転中心までの距離, $C_1 = O_1 A$, $C_2 = A O_2$

e = 従動節のかたより量

$m = R/e$

$n = C/e$

h = 往復従動節の変位

H = 往復従動節のリフト

k = カムの回転中心から往復従動節の最下点までの距離

θ = 従動節の動く始点から円弧カムの回転角

θ_1 = 始点における円弧カムの回転角

θ_2 = 終点における円弧カムの回転角

ϕ = 往復従動節の押進め角

ϕ_1 = 行き行程の始点の押進め角

ϕ_2 = 行き行程の終点の押進め角

v = 往復従動節の速度

a = 往復従動節の加速度

ω = 円弧カムの角速度

§3. 円弧カムにおけるかたより従動節の運動

円弧カムは普通4つの円弧からできているので円弧の半径とその偏心率をそれぞれ R, C で示し、 $R/e = m, C/e = n$ の記号を用いて無次元化して示す。

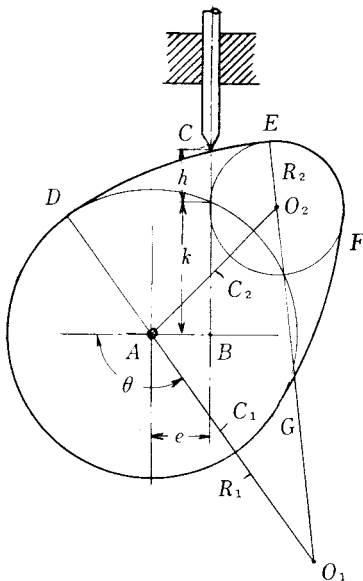


図1 従動節が弧DE間にある場合

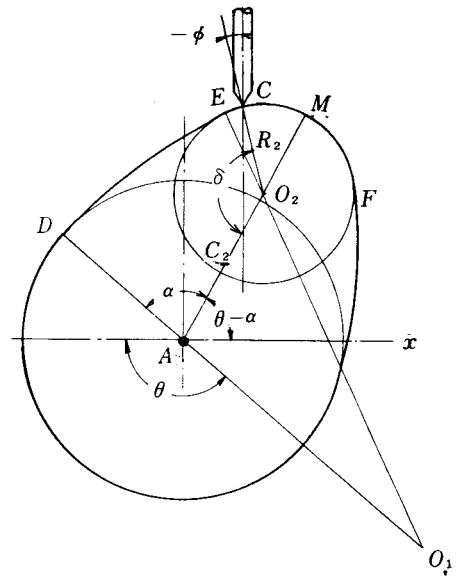


図2 従動節が弧EF間にある場合

図1は円弧カムの回転中心より e だけのかたよりをもつ往復従動節を示す。従動節は弧 DE 間で上昇し、弧 EF 間で減速し、弧 FG 間で降下し、弧 GD 間で停止する。

従動節が弧 DE 間にある場合 (図1)

1) 従動節の変位 図1において $O_1C = R_1$, $O_1A = C_1$ とすれば $h + k = \sqrt{R_1^2 - (C_1 \cos \theta + e)^2} - C_1 \sin \theta$ となるので次式が得られる。

$$(h + k)/e = \sqrt{m_1^2 - (n_1 \cos \theta + 1)^2} - n_1 \sin \theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

2) 従動節の速度 式(1)を時間 t で微分し, $d\theta/dt = \omega$ とおけば速度 v は次式で与えられる。

$$\frac{v/e}{\omega n_1} = \frac{\sin\theta(n_1 \cos\theta + 1)}{\{m_1^2 - (n_1 \cos\theta + 1)^2\}^{1/2}} - \cos\theta \quad \dots\dots\dots(2)$$

3) 従動節の加速度 式(2)を時間 t で微分すれば加速度 a は次式で与えられる。

$$\frac{a/e}{\omega^2 n_1} = \frac{m_1^2 (n_1 \cos^2\theta - n_1 \sin^2\theta + \cos\theta) - \cos\theta (n_1 \cos\theta + 1)^3}{\{m_1^2 - (n_1 \cos\theta + 1)^2\}^{3/2}} + \sin\theta \quad \dots\dots\dots(3)$$

従動節が弧 EF 間にある場合 (図2)

1') 従動節の変位 図2から $h + k = \sqrt{R_2^2 - \{C_2 \cos(\theta - \alpha) - e\}^2} - C_2 \sin(\theta - \alpha)$ となるので,
 $(h + k)/e = \sqrt{m_2^2 - \{n_2 \cos(\theta - \alpha) - 1\}^2} - n_2 \sin(\theta - \alpha) \quad \dots\dots\dots(1')$

2') 従動節の速度 式(1)'を時間 t で微分すれば

$$\frac{v/e}{\omega n_2} = \frac{\sin(\theta - \alpha) \{n_2 \cos(\theta - \alpha) - 1\}}{[m_2^2 - \{n_2 \cos(\theta - \alpha) - 1\}^2]^{1/2}} - \cos(\theta - \alpha) \quad \dots\dots\dots(2')$$

3') 従動節の加速度 式(2)'を時間 t で微分すれば

$$\begin{aligned} \frac{a/e}{\omega^2 n_2} = & \frac{m_2^2 \{ \cos(\theta - \alpha) - n_2 \cos^2(\theta - \alpha) + n_2 \sin^2(\theta - \alpha) \} + \cos(\theta - \alpha) \{ n_2 \cos(\theta - \alpha) - 1 \}^3}{[m_2^2 - \{ n_2 \cos(\theta - \alpha) - 1 \}^2]^{3/2}} \\ & - \sin(\theta - \alpha) \quad \dots\dots\dots(3') \end{aligned}$$

従動節のリフト 図1から変位 h の最大値すなわちリフト H は

$$H = \sqrt{(R_2 + C_2)^2 - e^2} - \sqrt{(R_1 - C_1)^2 - e^2} \quad \text{から}$$

$$H/e = \sqrt{(m_2 + n_2)^2 - 1} - \sqrt{(m_1 - n_1)^2 - 1} \quad \dots\dots\dots(4)$$

従動節の往き行程の始点と終点のカムの回転角

始点 D と終点 M のカムの回転角をそれぞれ θ_1, θ_2 とすれば

$$\cos\theta_1 = e/(R_1 - C_1) = 1/(m_1 - n_1) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\cos(\theta_2 - \alpha) = e/(R_2 + C_2) = 1/(m_2 + n_2) \quad \dots\dots\dots(6)$$

§4. カムの押進め角

従動節が接触する円弧の中心と接触点を結ぶ直線と行程線のなす角すなわち押進め角 ϕ は, 図2, 3から

従動節が弧 DE 間にある場合

$$\sin\phi = (C_1 \cos\theta + e)/R_1 = (n_1 \cos\theta + 1)/m_1 \quad \dots\dots\dots(7)$$

従動節が弧 EF 間にある場合

$$\begin{aligned} \sin\phi &= \{-C_2 \cos(\theta - \alpha) + e\}/R_2 \\ &= \{-n_2 \cos(\theta - \alpha) + 1\}/m_2 \quad \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

式(7), (8)にそれぞれ式(5), (6)を代入し整理すれば往き行程の始点と終点の押進め角は次式で与えられる。

$$\text{始点の押進め角 } \phi_1 \quad \sin\phi_1 = 1/(m_1 - n_1) \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\text{終点の押進め角 } \phi_2 \quad \sin\phi_2 = 1/(m_2 + n_2) \quad \dots\dots\dots(10)$$

図4に示す円弧カムにおいて円弧 DE, EF の中心, 半径,

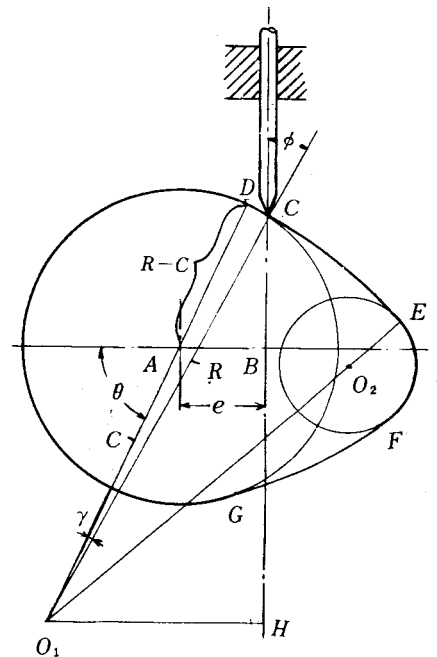


図3 円弧カムの押進め角

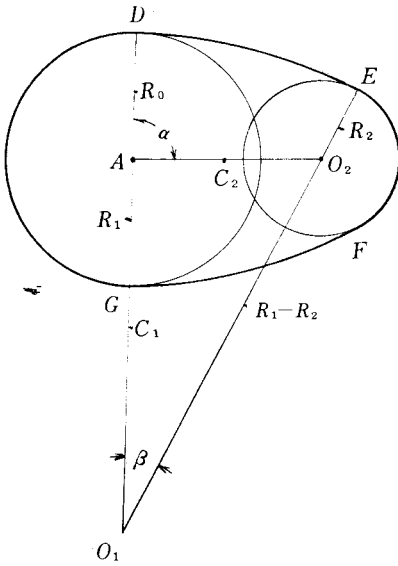


図4 円弧カムの寸法

偏心量をそれぞれ $O_1, O_2; R_1, R_2; C_1, C_2$ とし $\angle DAO_2 = \alpha, \angle DO_1E = \beta$ とすれば, α, β は式(11), (12)で求められる。また図3の $\angle CO_1D = \gamma$ とすれば γ は式(13)で求められる。

$$\cos \alpha = \frac{(R_1 - R_2)^2 - C_2^2 - C_1^2}{2 C_1 C_2} = \frac{(m_1 - m_2)^2 - n_2^2 - n_1^2}{2 n_1 n_2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\cos \beta = \frac{(R_1 - R_2)^2 + C_1^2 - C_2^2}{2 C_1 (R_1 - R_2)} = \frac{(m_1 - m_2)^2 + n_1^2 - n_2^2}{2 n_1 (m_1 - m_2)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\gamma = \phi + \theta - 90^\circ \quad \dots\dots\dots (13)$$

図5に示す円弧カムにおいて $\alpha = 60^\circ, R_1 = 50\text{mm}, C_1 = 30\text{mm}, C_2 = 15\text{mm}, e = 5\text{mm}$ を与えて, R_2 を求め,

カムの各回転角に対する押進め角 ϕ を求める。

$$\text{式(11)から } R_2 = R_1 - \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + 2 C_1 C_2 \cos \alpha} = 10.314\text{mm}$$

従って $m_1 = R_1/e = 10, n_1 = C_1/e = 6, m_2 = R_2/e = 2.0628$

$$n_2 = C_2/e = 3.$$

ゆえに図3におけるカムの円弧DE部分のカムの回転角 θ に対する押進め角 ϕ と γ は式(7), (13)により表1のように求まる。往き行程の始点の θ_1 と ϕ_1 は式(5), (9)から $\theta_1 = 75^\circ 31', \phi_1 = 14^\circ 29', \gamma_1 = 0^\circ$ である。

表1 円弧DE間の押進め角

θ	$75^\circ 31'$	80°	90°	100°	110°	120°	130°
ϕ	$14^\circ 29'$	$11^\circ 47'$	$5^\circ 44'$	$-0^\circ 14'$	$-6^\circ 2'$	$-11^\circ 32'$	$-16^\circ 36'$
γ	0°	$1^\circ 47'$	$5^\circ 44'$	$9^\circ 46'$	$13^\circ 58'$	$18^\circ 28'$	$23^\circ 24'$

次に, 円弧EM間のカムの回

転角 θ に対する押進め角 ϕ は式

(8)から表2のように求まり, 往

き行程の終点すなわちM点での

θ_2 と ϕ_2 は式(6), (10)から $\cos(\theta_2 -$

表2 円弧EM間の押進め角 $m_2 = 2.0628, n_2 = 3$

θ	$138^\circ 37'$	135°	130°	120°
ϕ	$11^\circ 23'$	$6^\circ 13'$	$-0^\circ 43'$	$-14^\circ 2'$
δ	180°	$171^\circ 13'$	$159^\circ 17'$	$135^\circ 58'$

$\alpha) = 1/(m_2 + n_2), \sin \phi_2 = 1/(m_2 + n_2)$ 。ゆえに $m_2 = 2.0628, n_2 = 3$ を代入すれば $\theta_2 = 138^\circ 37', \phi_2 = 11^\circ 23'$ また図2において $\angle CO_2A = \delta$ とすれば δ は次式で与えられる。

$$\delta = \theta - \alpha + 90^\circ + \phi \quad \dots\dots\dots (14)$$

表1, 2の値を線図で示したものが図6である。図から円弧

DEの始点Dにおける押進め角が最も大きく, 行程が進むにつれて ϕ は小さくなり, $\theta = 99^\circ$ 附近で零となり, さらに回転すれば大きくなる。もしこれが円板カムの場合は $\theta = 180^\circ$ で $\phi = 30^\circ$ となるのであるが, E点から円弧の半径および偏心量が変わるのでE点で最大となり, E点から方向をかえ ϕ は減少し再び零となり, 行程の終点Mで最大となる。Mをすぎれば ϕ はかなり大きくはなるが, 戻り行程なので問題はない。

3点D, E, Mの押進め角のいずれの1つも指定値より大きくなってはならない。始点Dにおける押進め角を小さくすれば, E点における押進め角が大きくなることは既に論ぜられた。始点D, 終点M, E点の各々の押進め角をそれぞれ ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 とすると, それらは式(7), (8), (9), (10)より次のように求まる。

$$\text{始点 } D \text{ の押進め角 } \phi_1 \quad \sin \phi_1 = \frac{1}{m_1 - n_1}$$

$$\text{終点 } M \text{ の押進め角 } \phi_2 \quad \sin \phi_2 = \frac{1}{m_2 + n_2}$$

$$E \text{ 点 の押進め角 } \phi_3 \quad \sin \phi_3 = \frac{n_1 \cos \theta + 1}{m_1} = \frac{-n_2 \cos(\theta - \alpha) + 1}{m_2}$$

$\phi_1 = \phi_2$ とおけば $m_2 + n_2 = m_1 - n_1$, これを式(11)に代入すれば $\cos \alpha = 1$ となるので, $\alpha = 0^\circ, 180^\circ$ となり, このような円弧カムは製作できないので

$$m_2 + n_2 > m_1 - n_1 \quad \therefore \phi_1 > \phi_2 \quad (15)$$

§5. 円弧カムの加速度

(1) 始点の加速度 従動節の行き行程の始点の加速度は式(5)を式(3)に代入して整理すれば

$$\frac{a/e}{\omega^2} = \frac{n_1(m_1 - n_1)^2}{m_1 \sqrt{(m_1 - n_1)^2 - 1}} \quad (16)$$

(2) 終点の加速度 従動節の往き行程の終点の加速度は式(6)を式(3)'に代入して整理すれば

$$\frac{a/e}{\omega^2} = -\frac{n_2(m_2 + n_2)^2}{m_2 \sqrt{(m_2 + n_2)^2 - 1}} \quad (17)$$

円弧DE間の加速度

押進め角が零になる点の加速度は, 式(7)より $\phi = 0$ とおき, その時の θ を θ_0 とすれば

$$\cos \theta_0 = -\frac{1}{n_1}, \text{ これを式(3)に代入して計算すれば } \frac{a/e}{\omega^2} = \sqrt{n_1^2 - 1} - \frac{n_1^2 - 1}{m_1} \quad (18)$$

これに $m_1 = 10, n_1 = 6$ を代入すれば

$$\frac{a/e}{\omega^2} = 2.4161 \text{ となる。}$$

カムの回転角 θ が $120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ の時の加速度を式(3)により求めて表3に示す。

表3 円弧DE間の加速度 $m_1 = 10, n_1 = 6$

θ	120°	135°	150°	180°
$\frac{a/e}{\omega^2}$	2.9898	3.9123	5.2254	3.4640

表4 円弧EM間の加速度 $m_2 = 2.0628, n_2 = 3$

θ	110°	120°	130°	$138' 37''$	140°
$\frac{a/e}{\omega^2}$	-4.9218	-5.8077	-6.6627	-7.1361	-7.6653

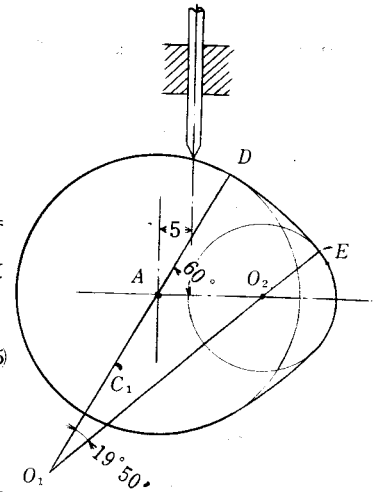


図5 円弧カム

$\alpha = \angle DAC_2 = 60^\circ$
 $C_1 = O_1 A = 30 \text{ mm}$
 $C_2 = AC_2 = 15 \text{ mm}$
 $R_1 = O_1 D = 50 \text{ mm}$
 $R_2 = O_2 E$
 $R_1 - R_2 = O_1 C_2$

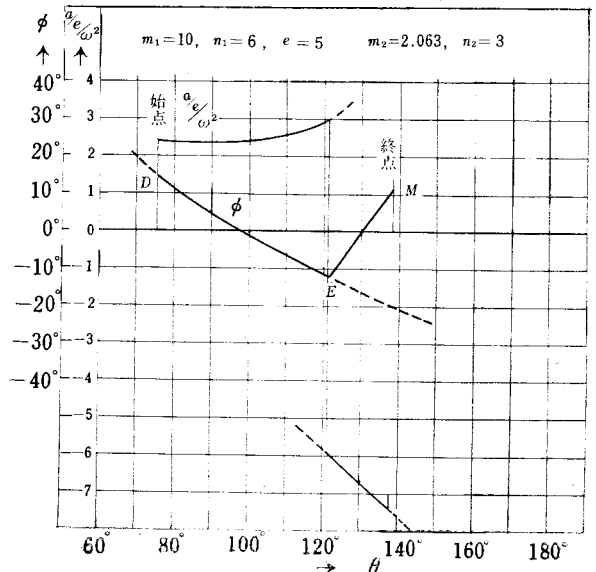


図6 カムの回転角に対する押進め角と加速度

円弧EM間の加速度

$m_1=10$, $n_1=6$, $m_2=2.0628$, $n_2=3$, $\alpha=60^\circ$ の円弧カムの円弧EM間の従動節の加速度を式(3)'から回転角 θ がそれぞれ 110° , 120° , 130° , $138^\circ 37'$, 140° について求め、これを表4と図6の上下の線で示す。

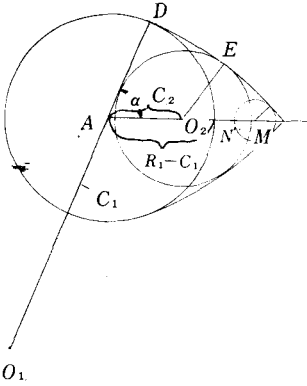


図7 円弧カムの先端円の大きさ

式(5)より、 $m_2+n_2 > m_1-n_1$ であり、また式(9)より、 m_1-n_1 が大きい程始点の押進め角 ϕ_1 は小さくなるが、式(6)から加速度が大きくなる。そこで m_1-n_1 を決めれば m_1 が n_1 より大きい程加速度が小さい。式(10)から m_2+n_2 が大きい程終点の押進め角 ϕ_2 は小さいが式(7)から加速度は大きくなる。そこで終点の加速度を小さくするためには m_2 をできるだけ大きく n_2 をできるだけ小さくとればよい。すなわち R_2 をできるだけ大きく C_2 をできるだけ小さくとればよい。

以上のことを図で説明するならば、図7において m_1-n_1 すなわち R_1-C_1 が大きい程すなわち基礎円の半径が大きい程 ϕ が小さい。 $m_2+n_2 > m_1-n_1$ すなわち $R_2+C_2 > R_1-C_1$ 、図で $R_2+C_2=AM$, $R_1-C_1=AN$ 。これから AM が AN に対して大きい程 ϕ_2 は小さくなる。 AM を大きくするには、 R_2 を C_2 に対してできるだけ小さくせねばならないから、そうすれば式(7)より終点の加速度が非常に大きくなる。

しかるに、 MN すなわち $R_2+C_2-(R_1-C_1)=(m_2+n_2-(m_1-n_1))e$ はほぼリフトに等しくなるのでリフトを大にするためには MN すなわち m_2+n_2 と m_1-n_1 の差をできるだけ大にしなければならない。

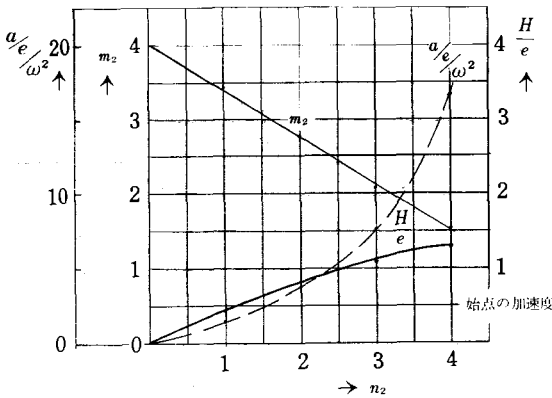


図8 n_2 の変化に対する m_2 , $\frac{a}{e}$, H/e の値

そこで今 $m_1=10$, $n_1=6$, $\alpha=60^\circ$ を与えて式(1), (3)' から n_2 を変化させた時の m_2 と加速度を求め、これを表5と図8に示す。

表5 n_2 の変化に対する m_2 と $\frac{a}{e}$ と H/e の値

$m_1=10$ $n_1=6$ $\alpha=60^\circ$					
n_2	0	1	2	3	4
m_2	4	3.4426	2.7889	2.0628	1.2822
$\frac{a}{e}$ ω^2	0	1.3245	3.5117	7.5112	16.7821
H/e	0	0.4455	0.8103	1.0899	1.3136

これから $m_2=2.0628$, $n_2=3$ の場合円弧カムの

の終点の加速度 $\frac{a}{e}\omega^2=7.5112$ で始点の 2.4787 に対して約3倍の加速度をもつことがわかる。

図8から始点と終点の加速度が同じであるためには $n_2=1.6$ である。従って $m_2=3.061$, これから $R_2=3.061 \times 5=15.305\text{mm}$, $C_2=1.6 \times 5=8\text{mm}$ 。

この円弧カムの終点Mにおける回転角 θ_2 と押進め角 ϕ_2 は、式(6), (10)より

$$\cos(\theta_2 - \alpha) = \frac{1}{m_2 + n_2} = 0.2145 \quad \therefore \theta_2 - \alpha = 77^\circ 37', \quad \alpha = 60^\circ \quad \text{であるから} \quad \theta_2 = 137^\circ 37' \quad \text{の場合}$$

$$\sin \phi_2 = 0.2145 \quad \therefore \phi_2 = 12^\circ 23'$$

表6 円弧E M間の押進め角 $m_2=3.061$
 $n_2=1.6$

θ	$137^\circ 37'$	135°	130°	120°	110°	100°
ϕ	$12^\circ 23'$	$11^\circ 2'$	$8^\circ 28'$	$3^\circ 44'$	$-0^\circ 32'$	$-4^\circ 13'$
δ	180°	$176^\circ 2'$	$168^\circ 28'$	$153^\circ 44'$	$139^\circ 28'$	$125^\circ 47'$

従って回転角 θ に対する先端円の押進め角 ϕ は式(8)から求められ、これを表6に示す。

先端円の加速度についても同様に求め、各回転角に対する加速度を表7に示す。

以上の結果を図9に示す。

表7 円弧E M間の加速度

$$m_2=3.061$$

$$n_2=1.6$$

θ	100°	110°	120°	130°	$137^\circ 37'$	140°	150°	160°	180°
$\frac{a}{e\omega^2}$	-1.2864	-1.9251	-2.0723	-2.3382	-2.4168	-2.5266	-2.5907	-2.5157	-1.9899

§6. 円弧カムの従動節のリフト

従動節のリフトは式(4)で次のように与えられている。

$$H/e = \sqrt{(m_2 + n_2)^2 - 1} - \sqrt{(m_1 - n_1)^2 - 1}$$

上式よりいま $m_1=10$, $n_1=6$ を与え n_2 を変化させた時のリフト H/e を求め、これを前の表5と図8に示す。

図6, 8, 9から m_1 と n_1 が一定のとき、許される押進め角で加速度を小さくし、かつリフトを大きくする n_2 の値は1.6である。これから m_2 の値は3.061となる。これらの値を式(4)に代入し H/e を求めると、 $H/e=0.788$ である。

これらの係数の円弧カムで従動節のリフトを10mmとする円弧カムを設計する。

$H/e=0.788$ であるから、 $e=10/0.788=12.690\text{mm}$ が求まる。

$$\text{従って } R_1 = m_1 \times e = 126.904\text{mm}$$

$$R_2 = m_2 \times e = 38.846\text{mm}$$

$$C_1 = n_1 \times e = 76.142\text{mm}$$

$$C_2 = n_2 \times e = 20.304\text{mm}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

往き行程中の最大加速度はE点で生じ、その時の回転角は図9より $\theta = 103^\circ 30'$ 、従って加速度 $\frac{a}{e\omega^2}$ は式(3)より求まる。

$$\frac{a}{e\omega^2} = 2.3562$$

$$\therefore a = 2.3562 \times 12.690 \times \omega^2$$

従動節が重力でカムに押しつけられるには $a < g$ (g は重力の加速度)でなければならない。

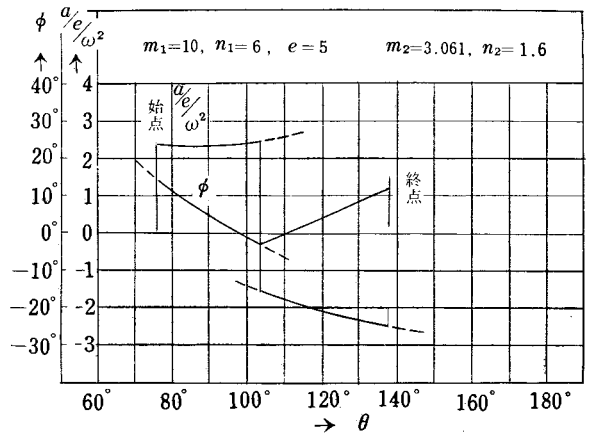


図9 カムの回転角に対する押進め角と加速度

カムの滑り率の研究(第2報)

(接線カムにおける滑り率)

(機械工学科) 糸島 寛典・里信 敏行

Studies on the Specific Sliding of Cam (Report 2)

(The Specific Sliding on the Tangential Cams)

Hironori ITOSHIMA and Toshiyuki SATONOBU

The specific sliding of the tangential cam and the concave cam with the reciprocating follower are analysed.

It is found that the specific sliding of the follower with the tangential cam or the concave cam is lower than that of the follower with the convex cam.

Then, the specific sliding of the tangential cam with the oscillating follower is analysed. The specific sliding of the follower shows a greater change than that of the cam, and the specific sliding of the follower has the infinite value as well as that of the follower with the convex cam.

The size of the cam which has the infinite value of the specific sliding is investigated and the convex cam which has the specified specific sliding is designed.

§1 緒言

前報¹⁾において円弧カムと従動節間の滑り率を解析したが、その結果、特に揺動従動節の場合には、従動節に滑り率の無限大となる点が存在することが明らかとなった。そこで、この報告においては、各種カムと従動節のそれぞれの場合の滑り率を求め、比較検討し、揺動従動節の無限大の滑り率について解析を行ない、それをある指定された値になるように設計を行なった。

§2 往復動従動節

前報¹⁾において3種類の円弧カムすなわち凸面カム、接線カム、凹面カムと円弧の接触面をもち、その中心の往復動の行程線がカムの回転中心を通る場合のカムと従動節の滑り率を求める式を導き、滑り率が最も大となると思われる凸面カムにおける滑り率の変化を求めた結果、従動節の滑り率がカムのそれより一般に大きく、特にカムの先端円の始点において最大となることがわかった。そこで、接線カムと凹面カムの場合は如何ようになるかを調べるために、同じ大きさの従動節と同じ大きさのリフト、基礎円半径、先端円半径を用いて計算する。

往復動従動節の円弧の半径 $r = 15\text{mm}$ 、従動節のリフト $h = 10\text{mm}$ 、カムの基礎円半径 $R_1 = 20\text{mm}$ 、カムの

$$CP = -R_2 + (R_2 + R_1) \cos \theta \cdot \sec \phi = -59.78 + 79.78 \cos \theta \cdot \sec \phi$$

$$\sigma_1 = \frac{-R_2 + r}{-R_2} \cdot \frac{CP}{r + CP} = 0.7490 \times \frac{CP}{15 + CP}$$

$$\sigma_2 = \frac{-R_2 + r}{r} \cdot \frac{CP}{-R_2 - CP} = -2.9853 \times \frac{CP}{-59.78 - CP}$$

(ii) \widehat{EF} 間の接触

θ の範囲は $\theta_1 \sim \alpha$ すなわち $16^\circ 45' \sim 50^\circ 52'$

$$\sin \phi = \frac{R_4 - R_3}{R_3 + r} \cdot \sin(\alpha - \theta) = 0.9148 \sin(50^\circ 52' - \theta)$$

$$\varepsilon = \alpha + \phi - \theta = 50^\circ 52' + \phi - \theta$$

$$CP = R_3 + (R_4 - R_3) \cos(\alpha - \theta) \cdot \sec \phi = 8.5 + 21.5 \cos(50^\circ 52' - \theta) \cdot \sec \phi$$

$$\sigma_1 = \frac{R_3 + r}{R_3} \cdot \frac{CP}{r + CP} = 2.765 \times \frac{CP}{15 + CP}$$

$$\sigma_2 = \frac{R_3 + r}{r} \cdot \frac{CP}{CP - R_3} = 1.567 \times \frac{CP}{CP - 8.5}$$

以上の各式の θ を種々変化させ計算した結果から表1～4および図3，4がえられる。

表1 接線カムの \widehat{DE} 間の滑り率

θ	ϕ	$CP(mm)$	σ_1	σ_2
0°	0°	20.00	0.571	1.333
5°	5°	20.26	0.575	1.351
10°	10°	21.08	0.584	1.406
15°	15°	22.51	0.600	1.501
20°	20°	24.63	0.622	1.642
25°	25°	27.61	0.648	1.841
$27^\circ 26'$	$27^\circ 26'$	29.42	0.662	1.962

表2 接線カムの \widehat{EF} 間の滑り率

θ	ϕ	ε	$CP(mm)$	σ_1	σ_2
$27^\circ 26'$	$27^\circ 26'$	$57^\circ 40'$	29.43	1.831	2.204
30°	$25^\circ 8'$	$52^\circ 48'$	29.53	1.833	2.200
34°	$21^\circ 33'$	$45^\circ 13'$	29.67	1.837	2.196
38°	$17^\circ 56'$	$37^\circ 36'$	29.78	1.839	2.193
42°	$14^\circ 18'$	$29^\circ 58'$	29.86	1.840	2.190
46°	$10^\circ 40'$	$22^\circ 20'$	29.93	1.842	2.188
50°	$7^\circ 1'$	$14^\circ 41'$	29.97	1.843	2.187
54°	$3^\circ 21'$	$7^\circ 1'$	29.99	1.843	2.187
$57^\circ 40'$	0°	0°	30.00	1.843	2.186

表3 凹面カムの \widehat{DE} 間の滑り率

θ	ϕ	φ	$CP(mm)$	σ_1	σ_2
0°	0°	0°	20.00	0.428	0.748
2°	$3^\circ 34'$	$1^\circ 34'$	20.11	0.429	0.751
4°	$7^\circ 8'$	$3^\circ 8'$	20.45	0.432	0.761
6°	$10^\circ 43'$	$4^\circ 43'$	20.99	0.437	0.776
8°	$14^\circ 21'$	$6^\circ 21'$	21.75	0.443	0.796
10°	$18^\circ 1'$	$8^\circ 1'$	22.87	0.453	0.826
12°	$21^\circ 44'$	$9^\circ 44'$	24.26	0.463	0.862
14°	$25^\circ 32'$	$11^\circ 32'$	25.99	0.475	0.905
16°	$29^\circ 24'$	$13^\circ 24'$	28.26	0.489	0.958
$16^\circ 45'$	$30^\circ 53'$	$14^\circ 8'$	29.22	0.495	0.980

表4 凹面カムの \widehat{EF} 間の滑り率

θ	ϕ	ε	$CP(mm)$	σ_1	σ_2
$16^\circ 45'$	$30^\circ 53'$	65°	29.22	1.827	2.210
20°	$27^\circ 59'$	$58^\circ 51'$	29.40	1.831	2.204
25°	$23^\circ 31'$	$49^\circ 23'$	29.60	1.835	2.198
30°	$19^\circ 1'$	$39^\circ 53'$	29.75	1.838	2.194
35°	$14^\circ 29'$	$30^\circ 21'$	29.86	1.840	2.191
40°	$9^\circ 56'$	$20^\circ 48'$	29.94	1.842	2.188
45°	$5^\circ 22'$	$11^\circ 14'$	29.98	1.843	2.187
50°	$0^\circ 48'$	$1^\circ 40'$	29.99	1.843	2.186
$50^\circ 52'$	0°	0°	30.00	1.843	2.186

往復動従動節においては、いずれのカムにおいても滑り率無限大となる点は存在せず、表1～4、図3，4から次のようなことがいえる。

θ の範囲は C が E, F にあるときの θ を θ_1, θ_2 とすれば、図6より

$$\theta_1 = \cos^{-1} \frac{(r+R_1)^2 + d^2 - \ell^2}{2d(r+R_1)} \quad (7)$$

$$\theta_2 = \lambda - \mu + \alpha \quad (8)$$

ただし $\sin \mu = -\frac{r+R_3}{AB} \cdot \sin \alpha$, $\mu = \angle BAQ$

$$\cos \lambda = \frac{\ell^2 - d^2 - AB^2}{-2AB \cdot d}, \quad \lambda = \angle BAD$$

すなわち

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{\ell^2 - d^2 - AB^2}{-2AB \cdot d} - \sin^{-1} \left(\frac{r+R_3}{AB} \cdot \sin \alpha \right) \right) + \alpha \quad (9)$$

(ii) \widehat{FG} 間の接触 前報の凸面カムの先端円と同様である。

$$\sigma_1 = \frac{r+R_3}{R_3} \cdot \frac{CP}{r+CP} = \frac{1/r+1/R_3}{1/r+1/CP} \quad (10)$$

$$\sigma_2 = \frac{r+R_3}{r} \cdot \frac{CP}{CP-R_3} = \frac{1/r+1/R_3}{1/R_3-1/CP} \quad (11)$$

$$CP = R_3 + (R_4 - R_3) \sin \theta' \operatorname{cosec} \phi' \quad (12)$$

$$\theta' = \theta - \alpha$$

$$\phi' = \sin^{-1} B / \sqrt{A^2 + B^2} - \sin^{-1} C / \sqrt{A^2 + B^2} \quad (13)$$

$$A = -2ab \sin \theta'$$

$$B = 2b(d - a \cos \theta')$$

$$C = a^2 + b^2 + d^2 - \ell^2 - 2ad \cos \theta'$$

$$a = R_4 - R_3, \quad b = r + R_3, \quad \ell = BD, \quad d = AD$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \sin^{-1} (a \sin \theta' + b \sin \phi') / \ell \\ \varepsilon &= 180^\circ - (\phi' + \varphi), \quad \beta' = \phi' - \theta' \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

θ の範囲は C が G にあるときの θ を θ_3 とすれば、図7より

$$\theta_3 = \delta + \mu + \alpha, \quad (\mu = \angle BAQ) \quad (15)$$

$$\text{ただし } \cos \delta = \frac{\ell^2 - d^2 - AB^2}{-2AB \cdot d}$$

$$\sin \mu = \frac{r}{AB} \cdot \sin \alpha$$

すなわち

$$\theta_3 = \cos^{-1} \left(\frac{\ell^2 - d^2 - AB^2}{-2AB \cdot d} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{r}{AB} \cdot \sin \alpha \right) + \alpha \quad (16)$$

(iii) \widehat{GH} 間の接触

前報より

$$\sigma_1 = \frac{1/r}{1/r+1/CP}, \quad \sigma_2 = \frac{CP}{r} \quad (17)$$

図8より CP は次式で求められる。

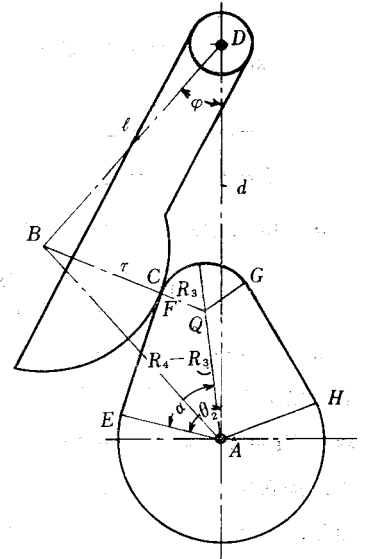


図6 先端円の始点の接触

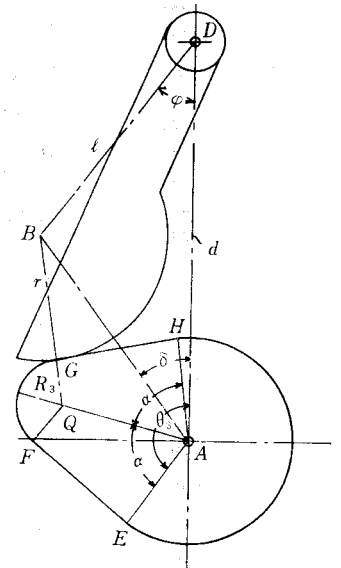


図7 接線カムの先端円の終点の接触

$$CP = \frac{\ell \cot(\theta - 2\alpha) \sin \varphi}{\sin(90^\circ - \theta + 2\alpha)} - r \quad (18)$$

$$\text{ただし } \varphi = 90^\circ - \theta + 2\alpha - \lambda, (\angle DBM = \lambda) \quad (19)$$

$$\sin \lambda = \frac{\sin(90^\circ - \theta + 2\alpha)}{\ell} \left\{ d - \frac{R_1 + r}{\cos(\theta - 2\alpha)} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon = 90^\circ + \lambda &= \angle DBC \\ \phi = \theta - 2\alpha &= \angle BPA \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

θ の範囲は接触点 C が H にあるときの θ を θ_4 とすれば

$$\theta_4 = \cos^{-1} \left\{ \frac{d^2 + (r + R_1)^2 - \ell^2}{2d(r + R_1)} \right\} + 2\alpha \quad (21)$$

以上の各式は種々の θ の値を与えて計算すれば、 σ_1 、 σ_2 が求まるわけであるが、計算が複雑なので、前報の作図法を利用して $R_1 = 20 \text{ mm}$ 、 $R_3 = 9.04 \text{ mm}$ 、 $R_4 = 35 \text{ mm}$ 、 $r = 25 \text{ mm}$ 、 $\ell = 50 \text{ mm}$ 、 $d = 80 \text{ mm}$ を与えて、接線カムの滑り率を求めた。作図を図9に、そのデータを表5に示し、グラフを図10に示す。ただし、 α は式(1)から $\cos \alpha = 0.4221$ 故に $\alpha = 65^\circ 2'$ となる。

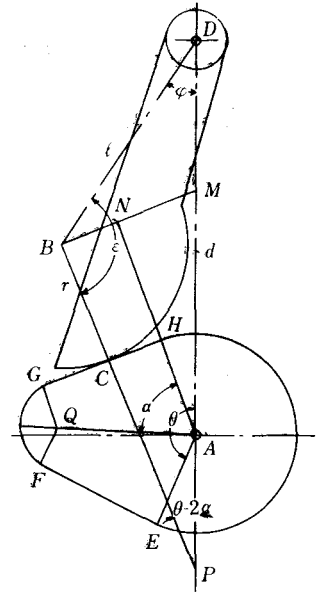


図8 接線カムの直線部分の接触

表5 接線カムの揺動従動節の場合の滑り率

θ	φ	ε	ϕ	$CP(\text{mm})$	σ_1	σ_2
35°	30°30'	114°30'	35°	18.5	0.425	0.740
40°	31°	109°15'	40°	14.5	0.367	0.580
45°	31°30'	103°45'	45°	11.9	0.322	0.476
50°	32°30'	97°	50°	10.0	0.285	0.400
55°	33°30'	91°15'	55°	9.0	0.264	0.360
60°	35°	84°30'	60°	8.5	0.253	0.340
64°	36°45'	79°30'	64°	9.0	0.264	0.360
64°	36°45'	79°30'	64°	9.0	0.993	∞
70°	39°30'	79°45'	61°30'	11.5	1.185	6.365
75°	41°30'	80°15'	58°30'	14.0	1.347	3.842
80°	43°15'	82°	55°	17.0	1.521	2.907
85°	45°	83°15'	52°	20.0	1.671	2.484
90°	46°15'	86°	48°30'	23.5	1.822	2.212
95°	47°	88°	44°45'	27.0	1.954	2.046
100°	47°30'	92°	40°30'	31.5	2.097	1.908
105°	47°30'	95°	37°30'	36.5	2.232	1.877
110°	47°15'	99°	33°45'	41.5	2.349	1.739
115°	46°30'	103°30'	29°30'	48.5	2.481	1.672
120°	45°	109°	25°30'	57.0	2.616	1.616
125°	43°45'	114°30'	21°30'	71.0	2.782	1.559
130°	41°45'	120°30'	18°	85.0	2.906	1.523
135°	39°15'	127°45'	12°45'	118.0	3.106	1.472
139°30'	36°30'	134°30'	9°	196.5	3.339	1.422
139°30'	36°30'	134°30'	9°	196.5	0.887	7.860
145°	33°45'	132°30'	14°	91.5	0.785	3.660
150°	31°45'	129°	19°15'	56.0	0.691	2.240
155°	30°45'	125°15'	24°	38.0	0.603	1.520
160°	30°15'	121°	29°	27.0	0.519	1.080

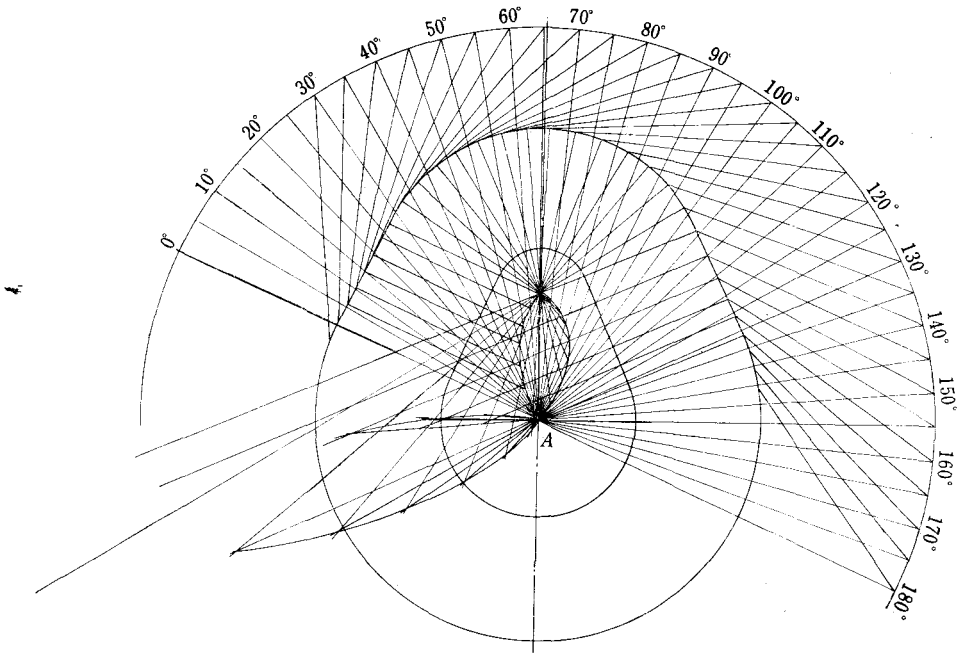


図9 作 図 法

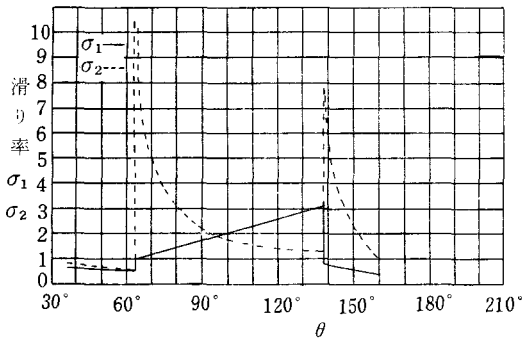


図10 揺動従動節と接線カムの滑り率

図11は凸面カムの場合の滑り率を，図12は接線カムの場合の滑り率を従動節とカムの表面に法線方向に示したものである。

以上の結果，凸面カムにおいては揺動従動節に \widehat{GH} 間で滑り率が無限大の点が存在したが，接線カムにおいては \widehat{EF} 間にこの点が存在することが明らかとなった。また，前報で示したカムと従動節の滑り率については，凸面の場合と同じように接線カムについても従動節の滑り率はカムに比してかなり大であるといえる。

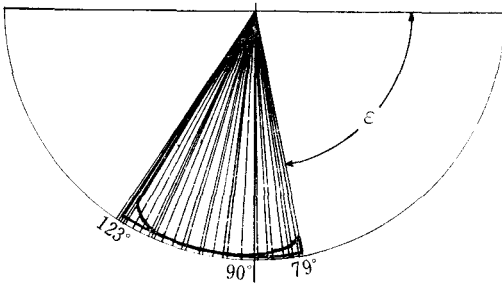


図11 凸面カムにおける揺動従動節の滑り率

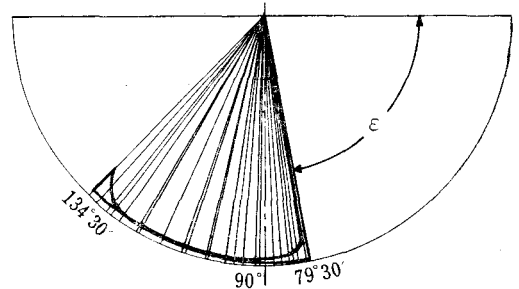


図12 接線カムにおける揺動従動節の滑り率

§ 4 凸面カムの場合の滑り率無限大について

凸面カムの従動節の滑り率が無限大となる場合は、前報から明かなように (1) \widehat{EF} 間において $CP = R_2$ の場合で、 R_2 は比較的大きいので一般的に $R_2 > CP$ である。 \widehat{EF} の中心 O が中心線 AD 上にくる場合には、従動節は \widehat{EF} と接触しない。(2) \widehat{FG} 間において $CP = R_3$ の場合で、これは \widehat{FG} の中心 Q が中心線 AD 上にあるとき、 \widehat{EF} と従動節が接触するときに生ずる。しかしこれは従動節の長さすなわち ℓ が非常に短いときに起こり、 ℓ が非常に短かいと \widehat{EF} 、 \widehat{GH} でうまく接触しないので一般に生じ難い。(3) \widehat{GH} 間において $CP = R_2$ の場合で、このような場合はしばしば生じやすく、特に問題となるので詳細に論ずる。

図13の場合、 \widehat{GH} の中心 S が中心線 AD 上にくるときは $CP = R_2$ となり、 $\sigma_2 = \infty$ となる。そのときの ϕ'' と ε は図(b)から計算され、次式で示される。

$$\cos \phi'' = \frac{(R_2 - R_1 + d)^2 + (R_2 + r)^2 - \ell^2}{2(R_2 + r)(R_2 - R_1 + d)} \dots (22)$$

$$\cos \varepsilon = \frac{\ell^2 + (R_2 + r)^2 - (d + R_2 - R_1)^2}{2\ell(R_2 + r)} \dots (23)$$

$\angle GSH = \delta$ とすれば、 $\delta > \phi''$ の場合は必ず $R_2 = CP$ すなわち $\sigma_2 = \infty$ の場合を生ずるので、 $\delta < \phi''$ となるように δ および ϕ'' を指定せねばならない。

カムの輪廓において、 $\triangle ASQ$ について考える

と、 $AQ = R_4 - R_3$ 、 $AS = R_2 - R_1$ 、 $SQ = R_2 - R_3$ から

$$(R_4 - R_3)^2 = (R_2 - R_1)^2 + (R_2 - R_3)^2 - 2(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)\cos \delta$$

$$\therefore \cos \delta = \frac{(R_2 - R_1)^2 + (R_2 - R_3)^2 - (R_4 - R_3)^2}{2(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)} \dots (24)$$

ところが、 $\delta < \phi''$ すなわち $\cos \delta > \cos \phi''$ でなければならないので式(22)より

$$\frac{(R_2 - R_1)^2 + (R_2 - R_3)^2 - (R_4 - R_3)^2}{2(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)} > \frac{(R_2 - R_1 + d)^2 + (R_2 + r)^2 - \ell^2}{2(R_2 + r)(R_2 - R_1 + d)}$$

$$\therefore \ell^2 > \frac{(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)\{(R_2 - R_1 + d)^2 + (R_2 + r)^2\}}{(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)} + \frac{-(R_2 + r)(R_2 - R_1 + d)\{(R_2 - R_1)^2 + (R_2 - R_3)^2 - (R_4 - R_3)^2\}}{(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)} \dots (25)$$

滑り率無限大の問題については、従動節の腕の長さを考えればよい。

§ 5 揺動従動節の滑り率の指定

図14に示すように \widehat{GH} の中心 S が中心線 AD 上にあるとき接触点 C が \widehat{GH} 上にあるなら、その点の滑り率が無限大となり、その点を遠ざかるにつれて滑り率が減少することは前報から明かである。このよう

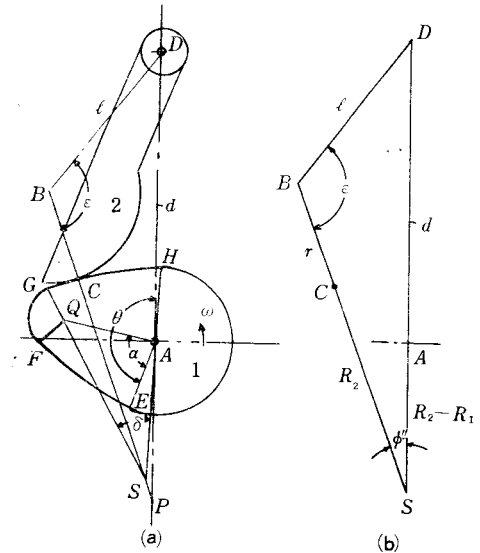


図13 凸面カムの GH 間の接触

な滑り率無限大の点が \widehat{GH} 上にない場合に \widehat{GH} 上で最大の滑り率をもつ点は G である。そこで、 G 点における滑り率をある値に指定すれば \widehat{GH} 上の他の点の滑り率はそれ以下となる。

\widehat{GH} 間の従動節の滑り率は

$$\sigma_2 = \frac{1/r + 1/R_2}{1/R_2 - 1/CP} = \frac{r + R_2}{r} \cdot \frac{CP}{R_2 - CP} \cdots (26)$$

CP を計算すれば

$$CP = \frac{r R_2 \sigma_2}{r \sigma_2 + r + R_2} \cdots (27)$$

図14において、従動節の接触点 C が G 上にある場合の $\angle SAY = \theta''$ とすれば

$$\frac{PS}{\sin \theta''} = \frac{R_2 - R_1}{\sin(\delta + \theta'')} \cdots (28)$$

$$\therefore CP = R_2 - PS = R_2 - (R_2 - R_1) \cdot \frac{\sin \theta''}{\sin(\delta + \theta'')} \cdots (29)$$

式(27)、(29)の右辺を等しくおき θ'' を計算すれば

$$\tan \theta'' = \frac{R_2(R_2 + r) \sin \delta}{(R_2 - R_1)(r \sigma_2 + r + R_2) - R_2(R_2 + r) \cos \delta} \cdots (30)$$

しかるに、 $\triangle ASQ$ から

$$\sin \delta = \frac{R_4 - R_3}{R_2 - R_3} \cdot \sin \alpha \cdots (31)$$

から θ'' が計算できる。

図14において $\angle ADB = \varphi$ とおき、 ℓ の長さを求めるには、図から

$$\ell \sin \varphi = (R_2 + r) \sin(\theta'' + \delta) - (R_2 - R_1) \sin \theta'' \cdots (32)$$

$$\ell \cos \varphi = d + (R_2 - R_1) \cos \theta'' - (R_2 + r) \cos(\theta'' + \delta) \cdots (33)$$

両式から

$$\begin{aligned} \ell^2 = & d^2 + (R_2 - R_1)^2 + (R_2 + r)^2 + 2d \{ (R_2 - R_1) \cos \theta'' - (R_2 + r) \cos(\theta'' + \delta) \} \\ & - 2(R_2 + r)(R_2 - R_1) \cos \delta \cdots (34) \end{aligned}$$

前報の例題の凸面カム ($\alpha = 81^\circ$, $R_1 = 20\text{mm}$, $R_2 = 60\text{mm}$, $R_4 = 35\text{mm}$, $r = 25\text{mm}$, $R_3 = 9.04\text{mm}$) を用い、 $d = 80\text{mm}$ の場合の $\sigma_2 = 5$ になる ℓ の長さを求める。

式(31)、(30)から

$$\sin \delta = \frac{35 - 9.04}{60 - 9.04} \cdot \sin 81^\circ = 0.50315 \quad \therefore \delta = 30^\circ 12.52'$$

$$\tan \theta'' = \frac{60(60 + 25) \sin 30^\circ 12.52'}{(60 - 20)(25 \times 5 + 25 + 60) - 60(60 + 25) \cos 30^\circ 12.52'} = 0.64270$$

$$\therefore \theta'' = 32^\circ 43.73'$$

式(34)から ℓ を求めれば

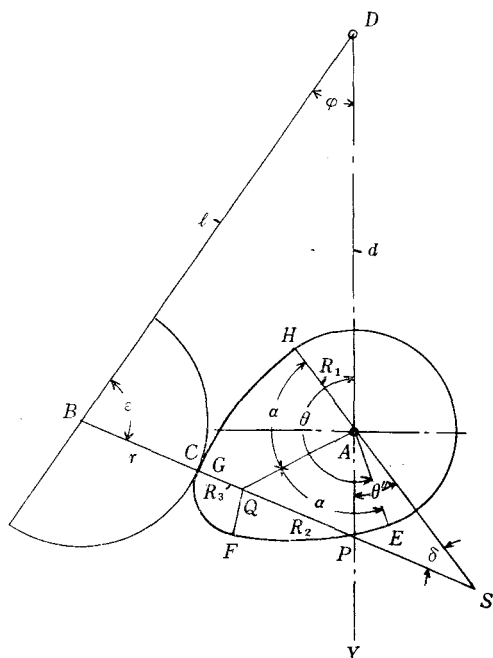


図14 凸面カムのG点における接触

$$\begin{aligned}\ell^2 &= 80^2 + (60-20)^2 + (60+25)^2 + 2 \times 80 \{ (60-20) \cos 32^\circ 43.73' - (60+25) \cos 62^\circ 56.25' \} \\ &\quad - 2 (60+25) (60-20) \cos 30^\circ 12.52' = 9186.432 \\ \therefore \ell &= 95.845 \text{ mm}\end{aligned}$$

H 点における滑り率は $CP = R_1$ から

$$\sigma_2 = \frac{25+60}{25} \cdot \frac{20}{20-60} = -1.7$$

となり低い値である。

以上のデータで描かれたカムを図14に示す。

§ 6 結 言

本報告においては、各種カムとそれぞれの従動節の場合の滑り率について比較検討を加えた。その結果、揺動従動節の場合には往復動従動節の場合に比して滑り率無限大の問題があるので、これを指定された値に設計することができるようにした。しかし、揺動従動節の腕の長さが揺動角を大にするため短かくしなければならない場合は、ローラを使用する。

オフセット往復動従動節の滑り率ならびに最大滑り率をある値に制限する問題については次報で論ずる。

文 献

- 1) 糸島寛典, カムの滑り率の研究 (第1報), 呉工業高等専門学校研究報告, 第1巻, 第1号, 47~58頁, 昭和40年12月.

(昭和41年9月1日受付)

4 節 リンク機構の総合の研究 (第3報)

(指定された5つの連桿点を指定された時間に通るリンク機構の総合)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Synthesis of Four-Bar Linkages (Report 3)

(On the synthesis of linkages which pass each of the five specified positions on the coupler curve at the specified time)

Hironori ITOSHIMA

The synthesis of four-bar linkages with the coupler curve which pass each of the five specified positions at the specified time are examined.

The position of rotating center of the crank and the length of the crank in the above linkages are determined in Report 2. Therefore, if we assume the crank is a fixed link, the lengths of the connecting rod, the fixed link and the lever are determined by the method shown in Report 1.

The conditions which satisfy the Grashof's theory are also analysed.

§1. 緒 言

¹⁾前報において連桿曲線上の指定された5つの点を、指定された時間すなわち指定されたクランクの回転角で、通過するリンク機構のクランクの中心の位置と、クランクの長さおよび連桿の長さが求められた。

次にクランクを固定リンクと考えることにより、この問題は4組のクランクとレバーの回転角を指定して他のリンクの長さを求める第1報²⁾に論じた問題に変換することができる。

その結果指定された時間に指定された5つの連桿点を通るリンク機構の総合が可能になるので、第2報¹⁾の例題に与えられたデータを利用してリンク機構の設計を行なう。得られた結果は勿論グラスホフの定理を満足しなければならぬが途中の計算の簡易化のため特別な条件を利用する、

§2. 指定された5つの連桿点と指定されたクランクの回転角

図1に示すように連桿曲線上の指定された5つの連桿点の位置を C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 とし、その座標を指定し、指定されたクランクの回転角を $\phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{14}, \phi_{15}$ とすれば前報¹⁾によりクランク AB の中心 A の座標 m, n および θ_1 とクランク AB の長さ a と連桿 BC の長さ b は求められるので、クランク AB と連桿 BC のなす角 δ_n と BC が x 軸となす角 γ_n は前報に示すように次式で求められる。

$$\delta_n = 180^\circ - (\theta_1 + \phi_{1n}) + \gamma_n, \quad b \cos \gamma_n = x_n - \{m + a \cos(\theta_1 + \phi_{1n})\} \dots\dots\dots(1)$$

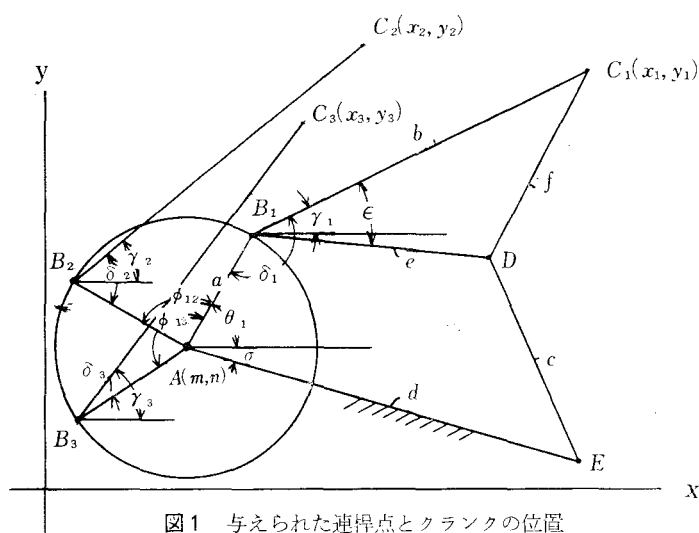


図1 与えられた連桿点とクランクの位置

次にこの指定された連桿点 C を通る 4 節リンク機構を設計するためには、レバー DE の中心 E の位置およびレバーの長さ c 、固定リンク AE の長さ d 、連桿 BD の長さ e 、 BC と BD の固定角 ϵ と A E が x 軸となす角 σ を求めなければならない。

それにはこのリンク機構において AE の代りに AB_1 が固定され、 AE は A の回りに回転し、 BC は B_1 の回りに回転するものとすれば、連桿 BC は B_1 の回りに $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_5$ だけ回転するので、連桿 BD は B_1 の回りに $\delta_1 - \epsilon, \delta_2 - \epsilon, \dots, \delta_5 - \epsilon$ の 5 つの角変位をなす。それに対しリンク AE は A の回りに $\theta_1 + \sigma$ の位置から $\phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{14}, \phi_{15}$ だけ角変位する。これを図 2 に示す。

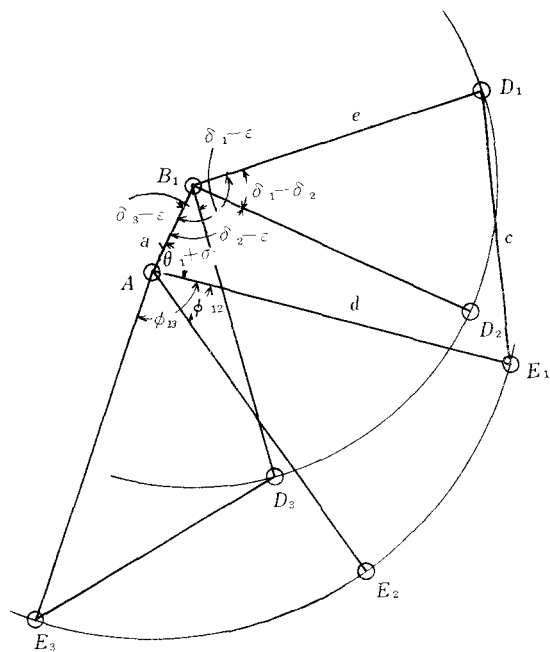


図2 クランクの固定

図 2 において、 $\epsilon, \sigma, c, e, d$ は未知量で $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_5, \theta_1, \phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{14}, \phi_{15}$ および固定リンク AB_1 の長さ a は既知量である。一方 $\angle D_1 B_1 D_2 = \delta_1 - \epsilon - (\delta_2 - \epsilon) = \delta_1 - \delta_2$ 、 $\angle D_1 B_1 D_3 = \delta_1 - \delta_3$ 、 $\angle D_1 B_1 D_4 = \delta_1 - \delta_4$ 、 $\angle D_1 B_1 D_5 = \delta_1 - \delta_5$ なるゆえ $B_1 D_2, B_1 D_3, B_1 D_4, B_1 D_5$ が $B_1 D_1$ となす角は定まっている。同様に AE_2, AE_3, AE_4, AE_5 が AE_1 となす角は指定されている。そこでこれは固定リンクの長さが指定され 4 組のクランクとレバーの回転角が指定されて、クランクとレバーの始点の角および他のリンクの長さを求める問題となる。これはすでに第 1 報により解決されているので第 1 報の方法によって解くことができ、その結果 $\delta_1 - \epsilon, \theta_1 + \sigma$ が求まる。しかるに δ_1, θ_1 は第 2 報で

求められるので、 ϵ, σ および c, e, d の長さが決定され、次式からリンク機構の各リンクの長さが決定される。

$$f^2 = b^2 + e^2 - 2be \cos \epsilon \quad \dots\dots\dots (2)$$

§3. 両クランクの始点の角とグラスホフの定理

第 1 報の理論を使用して両クランクの始点の角を求め、その結果各リンクの長さを求める場合には、か

なり複雑な計算を必要とする。しかるに、始点の角は一般に4組あるので、各組に対する計算の結果得られた各組のリンクの長さはすべてグラスホフの定理を満足するとは限らないので最後にグラスホフの定理による吟味を必要とする。しかしながらこれは非常に面倒なことである。次のような必要条件を考え、その結果を利用すれば非常に簡単に必要な始点の角を選ぶことができる。

しかしこの条件は必要かつ十分な条件ではないので、この条件に合わなくてもグラスホフの定理を満足する機構になるかもしれないが、実用の見地から考えれば、そのような場合はやっと合格した機構であって、伝達角等の問題から良好な設計とは言えないので実用化できない。

必要条件「両クランク機構において総合が成功するためには始点において主動クランクの回転角が従動クランクの回転角より大きい場合は1回転中常にそれが大きく、小さい場合は1回転中常にそれが小さい」。この条件を説明するために、主動クランクと従動クランクの始点の角を θ 、 ϕ とし、指定された主動クランクの角変位を $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 従動クランクの角変位を $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ とすれば $\theta > \phi$ の場合 $\alpha_1 + \theta > \beta_1 + \phi, \alpha_2 + \theta > \beta_2 + \phi, \alpha_3 + \theta > \beta_3 + \phi, \alpha_4 + \theta > \beta_4 + \phi$ が常に満足されるか、 $\theta < \phi$ の場合 $\alpha_1 + \theta < \beta_1 + \phi, \alpha_2 + \theta < \beta_2 + \phi, \alpha_3 + \theta < \beta_3 + \phi, \alpha_4 + \theta < \beta_4 + \phi$ が常に満足されれば、良好な両クランク機構の総合が行なわれることになる。この条件の説明は後に述べることにし、この条件を利用すれば、一般に $\theta \geq \phi$ に従い $\alpha_n + \theta \geq \beta_n + \phi$ ($n = 1, 2, 3, 4$)

(1) $\alpha_n + \theta > \beta_n + \phi$ (ただし $\theta > \phi$) のとき

$$\theta - \phi > -(\alpha_n - \beta_n) = -\gamma_n \quad (\text{ただし } \alpha_n - \beta_n = \gamma_n, \tan \gamma_n = C_n \text{ とおく})$$

$$\therefore \tan(\theta - \phi) > \tan(-\gamma_n) = -\tan \gamma_n = -C_n$$

$$\text{ゆえに } \frac{\tan \theta - \tan \phi}{1 + \tan \theta \tan \phi} > -C_n \quad (\tan \theta = x, \tan \phi = y \text{ とおけば})$$

$$\frac{x - y}{1 + xy} > -C_n \quad \text{ゆえに } x > \frac{y - C_n}{C_n y + 1} \quad \dots\dots\dots(3)$$

(2) $\alpha_n + \theta < \beta_n + \phi$ (ただし $\theta < \phi$) のとき

$$x < \frac{y - C_n}{C_n y + 1} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$x = (y - C_n)/(C_n y + 1)$ の x, y 座標における曲線は2次曲線であるからこれを座標変換すれば、 x, y 座標の原点を原点とする XY 座標において $\theta = 135^\circ$ の場合

$$\left(-\frac{X}{D_n}\right)^2 - \left(-\frac{Y}{D_n}\right)^2 = 1 \quad \text{ただし } D_n = \sqrt{2\left(1 + \frac{1}{C_n^2}\right)} \quad \dots\dots\dots(5)$$

となり、双曲線の式である。漸近線は $x = 1/C_n, y = -1/C_n$ である。これを図示すれば図3のようになる。

$\theta \geq \phi$ に従い、 $x \geq \frac{y - C_n}{C_n y + 1}$ となる範囲は斜線の部分である。この結果を使用すれば斜線内だけのものについて、 x, y の値を計算すればよい。

例としてクランクの回転角が $\phi_{12} = 90^\circ, \phi_{13} = 180^\circ, \phi_{14} = 270^\circ, \phi_{15} = 315^\circ$ のとき連桿上の点が決る5点を通る4節リンク機構を設計する場合を考えよう。

$$C_1(x_1 = 167.5mm, y_1 = 199mm), C_2(x_2 = 72mm, y_2 = 205mm), C_3(x_3 = 23.5mm, y_3 = 167.5mm),$$

$$C_4(x_4 = 124mm, y_4 = 172mm), C_5(x_5 = 184mm, y_5 = 171mm)$$

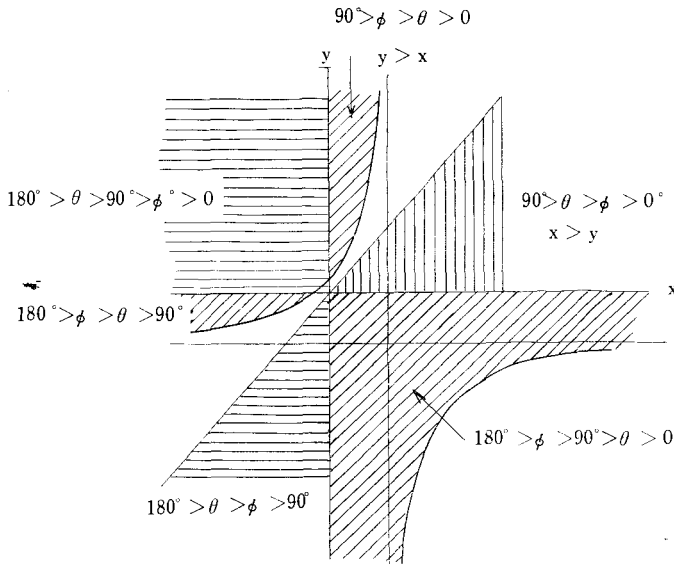


図3 グラスホフの定理を満足する範囲

解は次のように与えられる。指定された回転角で連桿上の点が座標の指定された点 C_* を通るクランクの中心を求める。これは第2報の例題で解かれているのでその結果を示せば $\theta_1 = 51^\circ 17.55'$, $a = 62.829mm$, $b = 133.133mm$, クランクの中心の座標 $m = 22mm$, $n = 111mm$, $\delta_1 = 148^\circ 51'$, $\delta_2 = 67^\circ 37'$, $\delta_3 = 17^\circ 34'$, $\delta_4 = -79^\circ 13'$, $\delta_5 = -157^\circ 56'$ を得た。

次に図2に示すように AB_1 を固定リンクとした場合、第1報の式を利用するために、 $\theta_1 + \sigma$ の代りに θ を、 $180^\circ - (\delta_1 - \varepsilon)$ の代りに ϕ を、 ϕ_{12} , ϕ_{13} , ϕ_{14} , ϕ_{15} の代りに α_1 , α_2 , α_3 , α_4 を、 $\delta_1 - \delta_2$, $\delta_1 - \delta_3$, $\delta_1 - \delta_4$, δ_1

$-\delta_5$ の代りに β_1 , β_2 , β_3 , β_4 を用いれば

$$\begin{cases} \alpha_1 = 90^\circ \\ \alpha_2 = 180^\circ \\ \alpha_3 = 270^\circ \\ \alpha_4 = 315^\circ \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_1 = \delta_1 - \delta_2 = 81^\circ 14' \\ \beta_2 = \delta_1 - \delta_3 = 131^\circ 17' \\ \beta_3 = \delta_1 - \delta_4 = 228^\circ 4' \\ \beta_4 = \delta_1 - \delta_5 = 306^\circ 47' \end{cases} \quad a = 62.829mm$$

が与えられたことになるので第1報の方法により θ , ϕ , e , c , d が求められる。

第1報の式(15)すなわち式(1-15)から

$$\begin{array}{lll} \underline{\alpha_1} = -1 & \underline{\beta_1} = -0.98832 & \underline{\alpha_1 \beta_1} = -0.01168 \\ \underline{\alpha_2} = 0 & \underline{\beta_2} = -0.75146 & \underline{\alpha_2 \beta_2} = -0.34022 \\ \underline{\alpha_3} = 1 & \underline{\beta_3} = 0.74392 & \underline{\alpha_3 \beta_3} = -0.25608 \\ \underline{\alpha_4} = 0.70711 & \underline{\beta_4} = 0.80091 & \underline{\alpha_4 \beta_4} = -0.01027 \\ \overline{\alpha_1} = -1 & \overline{\beta_1} = -0.84759 & \overline{\alpha_1 \beta_1} = -0.15241 \\ \overline{\alpha_2} = -2 & \overline{\beta_2} = -1.65978 & \overline{\alpha_2 \beta_2} = -0.75146 \\ \overline{\alpha_3} = -1 & \overline{\beta_3} = -1.66827 & \overline{\alpha_3 \beta_3} = -0.66827 \\ \overline{\alpha_4} = -0.29289 & \overline{\beta_4} = -0.40121 & \overline{\alpha_4 \beta_4} = -0.14292 \end{array}$$

これらの値を第1報の式(1-17), (1-21)に代入すれば

$$\begin{array}{llll} A = -0.11806 & E = -0.43305 & A' = -0.04868 & E' = -0.26508 \\ B = -0.24944 & F = -0.14167 & B' = -0.33701 & F' = -0.36669 \\ C = 0.41152 & G = 0.52842 & C' = 0.30956 & G' = 0.33586 \\ D = 0.26869 & H = 0.38481 & D' = 0.04869 & H' = 0.07180 \end{array}$$

故に式 (1—18) を x について整理すれば

$$\{A y^2 + (C + E) y + G\} x^2 + \{(B - E) y^2 + (D - G + F + A) y + H + C\} x - F y^2 + (B - H) y + D = 0 \dots\dots\dots(6)$$

故に判別式 D は

$$D = \{(B - E) y^2 + (D - G + F + A) y + H + C\}^2 - 4 \{A y^2 + (C + E) y + G\} \times \{-F y^2 + (B - H) y + D\} \dots\dots\dots(7)$$

これに上記の値を代入すれば

$$D = (0.18361 y^2 - 0.51946 y + 0.79633)^2 - 4 (-0.11806 y^2 - 0.02153 y + 0.52842)(0.14167 y^2 - 0.63425 y + 0.26870) \dots\dots\dots(8)$$

同様に式 (1—22) を x について整理すれば

$$\{A' y^2 + (C' + E') y + G'\} x^2 + \{(B' - E') y^2 + (D' - G' + F' + A') y + H' + C'\} x - F' y^2 + (B' - H') y + D' = 0 \dots\dots\dots(9)$$

判別式 D' は

$$D' = \{(B' - E') y^2 + (D' - G' + F' + A') y + H' + C'\}^2 - 4 \{A' y^2 + (C' + E') y + G'\} \{-F' y^2 + (B' - H') y + D'\} \dots\dots\dots(10)$$

上記の値を代入すれば

$$D' = (-0.07193 y^2 - 0.70254 y + 0.38136)^2 - 4 (-0.04868 y^2 + 0.04448 y + 0.33586)(0.36669 y^2 - 0.40881 y + 0.04869) \dots\dots\dots(11)$$

式(6), (9)は x に関する 2 次式であるので y の値を適当に指定すれば x の値が一般に 2 つ求められる。それを x_1 , x_2 , x_1' , x_2' とし y を表 1, 表 2 のように指定すれば求められる。

表 1 式(6)の y に対する x の値

y	x_1	x_2	y	x_1	x_2
10	- 0.41899	1.63389	- 0.1	- 0.68197	- 0.92385
5	- 0.19475	1.29691	- 0.7	- 1.07327	- 1.50048
4	0.00096	1.14392	- 0.8	- 1.01960	- 1.88838
3.5	0.21217	1.02370	- 0.9	- 0.98807	- 2.13590
3.2	0.46699	0.88636	- 1	- 0.96482	- 2.50688
2.4	1.21320	1.77390	- 2	- 0.84638	-25.04731
2.2	0.97017	5.03015	- 3	- 0.78743	9.32192
2.1	0.91146	12.84869	- 4	- 0.75056	5.31001
2.0	0.86089	-38.34946	- 4.5	- 0.73518	4.61643
0.3	- 0.15827	- 1.12662	- 5	- 0.72291	4.17103
0.2	- 0.26160	- 1.08570	- 6	- 0.70307	3.63217
0.18	- 0.28359	- 1.07755	-10	- 0.65710	2.85845
0	- 0.51004	- 0.99695			

図 4 に式(6)の曲線を実線で、式(9)の曲線を破線で示せば 4 つの交点を得られる。これらの交点の内最も適切なものを選らぶため

$$\gamma_1 = \alpha_1 - \beta_1 = 8^\circ 46' \quad C_1 = \tan \gamma_1 = 0.15421$$

表2 式(9)の y に対する x の値

y	x_1'	x_2'	y	x_1'	x_2'
10	-4.98633	1.63099	0	-0.14660	-0.98886
5	-8.73041	1.24705	-0.5	-0.67412	-1.69658
4	-14.60843	1.10530	-0.8	-0.95210	-2.38232
3.5	-29.24887	1.01460	-1	-1.10986	-3.05976
3.2	-129.2575	0.95145	-2	-1.64853	-27.01865
2.3	8.23528	0.70459	-3	-1.98176	9.79512
2.2	6.96458	0.66978	-4	-2.21175	5.49813
2.1	5.91991	0.63299	-4.5	-2.30311	4.75727
1.5	2.48986	0.35705	-5	-2.38280	4.28197
1.0	1.16831	0.01696	-8	-2.70841	3.15432
0.5	0.41311	-0.44812	-10	-2.84198	2.88493

$$\gamma_2 = \alpha_2 - \beta_2 = 48^\circ 43'$$

$$C_2 = \tan \gamma_2 = 1.13894$$

$$\gamma_3 = \alpha_3 - \beta_3 = 41^\circ 46'$$

$$C_3 = \tan \gamma_4 = 0.89366$$

$$\gamma_4 = \alpha_4 - \beta_4 = 8^\circ 13'$$

$$C_4 = \tan \gamma_4 = 0.14440$$

$$\text{すなわち } \frac{1}{C_1} = 6.48466,$$

$$-\frac{1}{C_2} = 0.87800,$$

$$-\frac{1}{C_3} = 1.11974,$$

$$-\frac{1}{C_4} = 6.92520$$

$$D_1 = 9.27911,$$

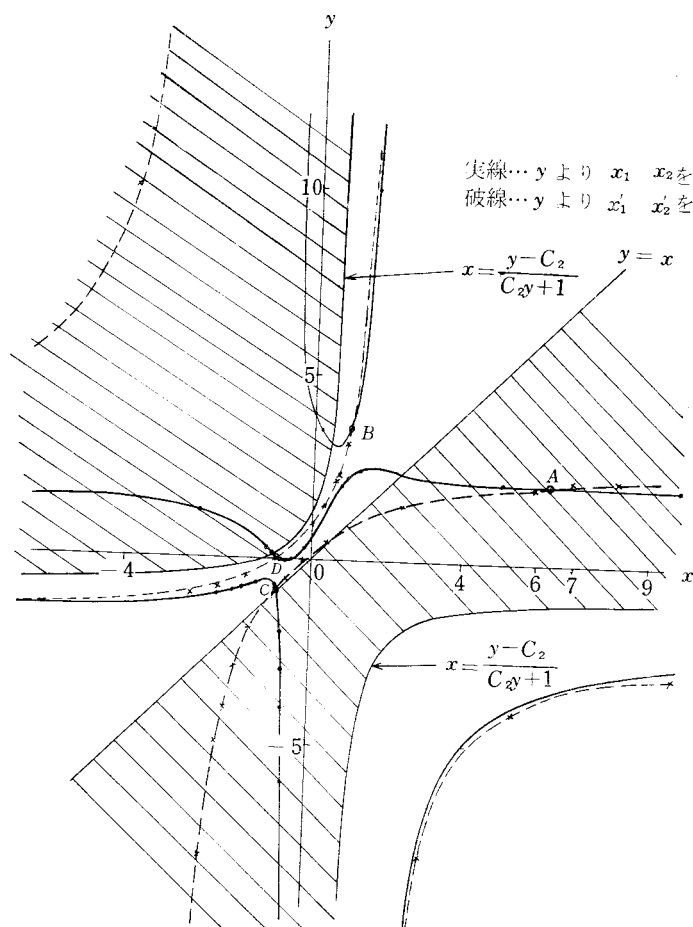
$$D_2 = 1.88194,$$

$$D_3 = 2.12312,$$

$$D_4 = 9.89529$$

これらの値を用いて、双曲線を引けば図5のようになる。これら4つの曲線の内§3の必要条件を満足するものは C_2 の場合である。

C_2 の場合と表1, 2の結果を図4に図示する。

図4 x, y の交点を求めるグラフ

図から A, B, C, D の4個の交点を得られるが、 A 以外の点は斜線内になくまた斜線の範囲に近いのでこれらの点の x, y の値を利用設計しても最後にグラスホフの定理を満足しない。かりに満足したとしても伝達角の点で問題が生ずる。図4のこれらの曲線を正確に引くためには式(6), (9)に種々な y を与

えて x , x' を求めなければならない。
この計算は非常に面倒であるが、両式の曲線の交点が斜線の範囲外にあるいはそれに近い場合は採用できないので、あらかじめ図 5 の曲線をひいておけば、利用価値のある点を早く見出すことができる。

図 4 において A 点のみは必要条件を満足するので、A 点についてのみ考察すれば、A 点の位置を式 (6), (9) で逐次近似法により計算すればよい。

$$x = \tan \theta = 6.46156$$

$$\therefore \theta = 81^\circ 12'$$

$$y = \tan \phi = 2.17817$$

$$\phi = 65^\circ 20'$$

θ , ϕ が定まったので、第 1 報の式 (1-9), (1-10), (1-14) から

$$\begin{aligned} \frac{d}{a} &= \frac{\begin{vmatrix} M_1 & M_2 \\ N_1 & N_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 & L_2 \end{vmatrix}} = \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\begin{vmatrix} \overline{\alpha_1} + \underline{\alpha_1} x & \overline{\alpha_2} + \underline{\alpha_2} x \\ \overline{\beta_1} + \underline{\beta_1} y & \overline{\beta_2} + \underline{\beta_2} y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \overline{\alpha_1} + \underline{\alpha_1} x & \overline{\alpha_2} + \underline{\alpha_2} x \\ \overline{\alpha_1} \underline{\beta_1} (1 + xy) + \underline{\alpha_1} \underline{\beta_1} (x - y), & \overline{\alpha_2} \underline{\beta_2} (1 + xy) + \underline{\alpha_2} \underline{\beta_2} (x - y) \end{vmatrix}} \\ \frac{e}{a} &= \frac{\begin{vmatrix} M_1 & M_2 \\ N_1 & N_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} N_1 & N_2 \\ L_1 & L_2 \end{vmatrix}} = \frac{1}{\cos \phi} \cdot \frac{\begin{vmatrix} \overline{\alpha_1} + \underline{\alpha_1} x & \overline{\alpha_2} + \underline{\alpha_2} x \\ \overline{\beta_1} + \underline{\beta_1} y & \overline{\beta_2} + \underline{\beta_2} y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \overline{\beta_1} + \underline{\beta_1} y & \overline{\beta_2} + \underline{\beta_2} y \\ \overline{\alpha_1} \underline{\beta_1} (1 + xy) + \underline{\alpha_1} \underline{\beta_1} (x - y), & \overline{\alpha_2} \underline{\beta_2} (1 + xy) + \underline{\alpha_2} \underline{\beta_2} (x - y) \end{vmatrix}} \end{aligned}$$

であるからこれに前記の値を代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{d}{a} &= \frac{1}{0.15299} \cdot \frac{\begin{vmatrix} -7.46156 & -2.00000 \\ -3.00032 & -3.29659 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7.46156 & -2.00000 \\ -0.82890 & -8.34740 \end{vmatrix}} = 2.00500 \\ \frac{e}{a} &= \frac{1}{0.41734} \cdot \frac{\begin{vmatrix} -7.46156 & -2.00000 \\ -3.00032 & -3.29659 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3.00032 & -3.29659 \\ -0.82890 & -8.34740 \end{vmatrix}} = 1.99714 \end{aligned}$$

となる。しかるに $a = 62.829 \text{ mm}$ から $d = 125.972 \text{ mm}$, $e = 125.478 \text{ mm}$ となる。次に c は

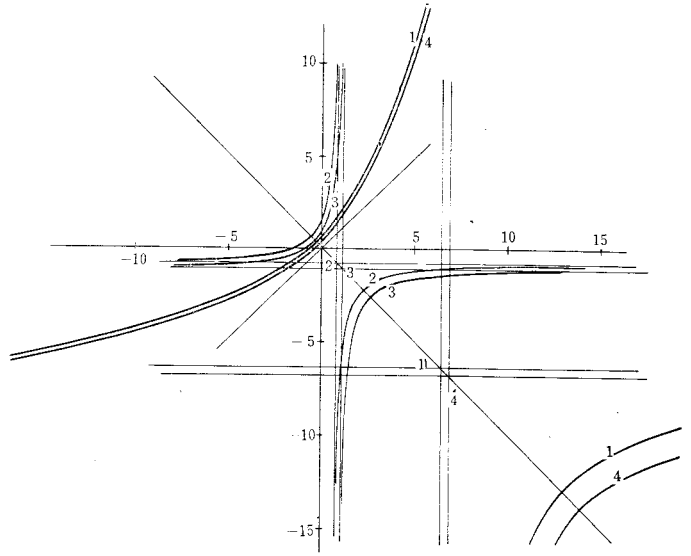


図 5 両クランクの始点の角の必要条件の線図

表3 例題の計算結果

$m=22$	$d=125.972mm$
$n=111$	$e=125.478mm$
$\theta_1=51^\circ 17.55'$	$f=71.115mm$
$a=62.829mm$	$\theta=81^\circ 12'$
$b=113.133mm$	$\phi=65^\circ 20'$
$c=96.479mm$	$\varepsilon=34^\circ 11'$

$$c^2 = d^2 + e^2 + a^2 - 2ad \cos \theta - 2ed \cos(\phi - \theta) + 2a \cos \phi \text{ から,}$$

この式に上記の値を代入すれば

$$c = 96.479mm, \quad \varepsilon = \phi + \delta_1 - 180^\circ = 65^\circ 20' + 148^\circ 51' - 180^\circ$$

$$= 34^\circ 11' \quad \text{式(2)より } f \text{ を計算すれば } f = 71.115mm$$

以上の結果をまとめれば表3をうる。

この結果により作図された4節リンク機構を図6に示す。

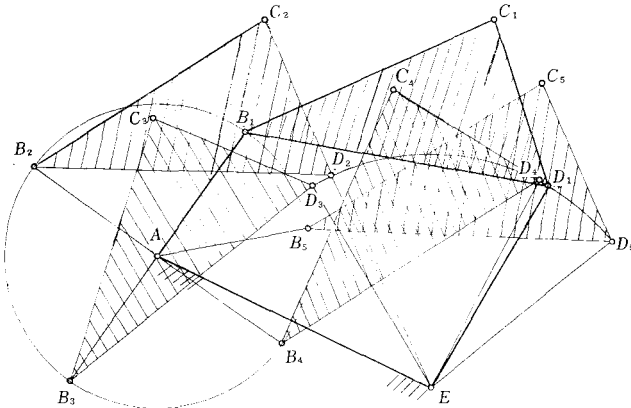


図6 例題の条件を満足する4節リンク機構

§4. 両クランクの始点の角

両クランクの始点の角と回転角の必要条件を説明する。

図7の4節リンク機構 $ABCD$ において、 $\angle BAD = \theta$ 、 $\angle CDX = \phi$ とし AB 、 BC 、 CD 、 DA の長さをそれぞれ a 、 b 、 c 、 d とする。この機構が両クランク機構であるためには、リンク d が最短リンクとして、グラスホフの定理により

$$c + d \leq a + b \dots\dots\dots(12)$$

$$a + d \leq b + c \dots\dots\dots(13)$$

$$b + d \leq a + c \dots\dots\dots(14)$$

が満足されなければならない。

(i) 始点においてリンクが交差せぬ場合

いま AC を対角線とする平行四辺形 $ADCE$ を作れば、 $AE = CD = c$ 、 $CE = AD = d$ 、 $\angle EAD = \angle CDX = \phi$ となり $AB = c$ 、 $BC = d$ ならば $\theta = \phi$ となる。

$$c + d \leq a + b \text{ のためには } B \text{ 点は } A,$$

C を焦点とし $c + d$ を長径とする楕円の周上か周外にある。

$a + d \leq b + c$ のためには $a - b \leq c - d$ から B 点は A 、 C を焦点とし $c - d$ を差とする双曲線 EF 上かその右側になければならない。

$b + d \leq a + c$ のためには $b - a \leq c - d$ から B 点は AC を軸とする D の対称点 G を通る双曲線 GK の左側になければならない。

ゆえに B 点は3曲線 FE 、 EG 、 GK にかこまれた範囲内になければならない。しかして3曲線の近傍

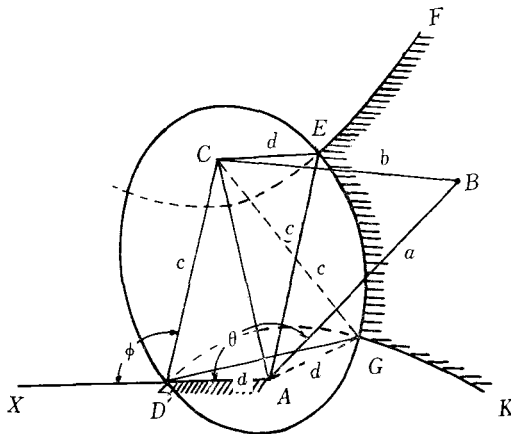


図7 両クランクの回転角と長さの関係

ではグラスホフの定理は満足するが実用上の機構としては伝達角等で不向きであるのであるべく3曲線から遠ざかった所が望ましい。この結果図から明らかに $\theta > \phi$ となり、このことは $\angle CDX$ すなわち ϕ の角が 180° 以上の場合も図8において同様に成立するので始点においてリンクが交差せぬ場合は常に $\theta > \phi$ が成立する。

(ii) 始点においてリンクが交差する場合

図9において、リンク a と c が交差する場合は $\angle BAD = \theta$, $\angle CDX = \phi$, $\phi > \theta$ となる。平行四辺形 $ADCE$ を作れば $AE = c$, $CE = d$, $\angle EAD = \phi$ となる。これが完全回転するためには、グラスホフの定理を満足しなければならない。ゆえに $c + d \leq a + b$ から B 点は A, C を焦点とし $c + d$ を長径とする楕円の周上か周外になければならない。

$a - b \leq c - d$ から、 B 点は A, C を焦点とし距離の差が $c - d$ に等しい双曲線 GF 上かその斜線側にある必要がある。ただし G は AC を軸とする E 点の対称点である。

また $b - a \leq c - d$ から、 B 点は A, C を焦点とし距離の差が $c - d$ に等しい双曲線 DK の線上かその斜線側にある。

よって $\angle BAC > \angle GAC = \angle EAC = \varphi$ から $\phi = \angle BAC + \theta + \varphi > \theta + 2\varphi$ ゆえに

$\phi > \theta$ となり、このことは ϕ が増加し、 CA の距離が変化しても成立するから、始点においてリンクが交差する場合は常に $\phi > \theta$ となる。よって両クランク機構が成立するためには始点において、 $\theta > \phi$ ならば常に $\theta > \phi$, $\phi > \theta$ ならば常に $\phi > \theta$ となる。

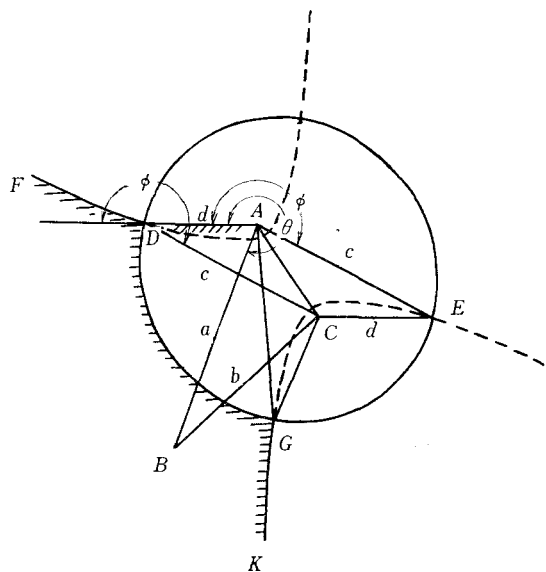


図8 両クランクの回転角と長さの関係

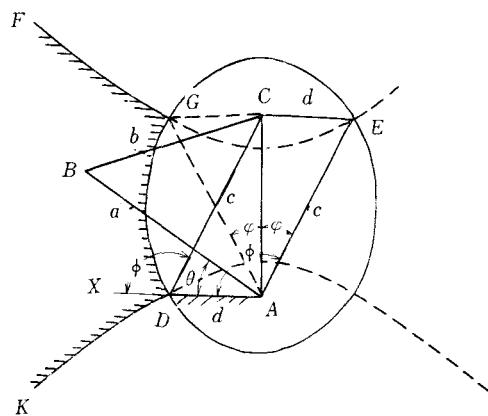


図9 両クランクの回転角と長さの関係

文 献

- 1) 糸島寛典：4 節リンク機構の総合の研究（第2報），呉工業高等専門学校研究報告，第1巻，第1号，97～104頁，昭和40年12月
- 2) 糸島寛典：4 節リンク機構の総合の研究（第1報），呉工業高等専門学校研究報告，第1巻，第1号，85～96頁，昭和40年12月

（昭和41年9月1日受付）

合成ボーナイト, Cu_5FeS_4 , の 電氣的, 磁氣的性質 (第1報)

(機械工学科) 増 本 貫 一

Electrical and Magnetic Properties of Synthetic Bornite, Cu_5FeS_4 , (Report 1)

Kan-ichi MASUMOTO

The electrical conductivity and the magnetic susceptibility of synthetic bornite, Cu_5FeS_4 , are measured as a function of temperature between the liquid nitrogen temperature and 500°C .

The electrical conductivity increases with increasing temperature and shows anomalous changes associated with phase transitions at 180°C and 300°C .

This compound is a typical semiconductor with activation energy of $0.25\sim 0.35$ eV in the low temperature structure and 0.54 eV in the high temperature structure.

The magnetic susceptibility decreases with increasing temperature and shows anomalies at 180°C and 300°C . Applying the Curie-Weiss law to the result obtained in the low temperature phase, the effective Bohr magneton number and the paramagnetic Curie temperature are determined to give $6.68\mu_B$ and -664°K , respectively.

§1. 緒 論

遷移元素を含む化合物, すなわち Fe, Cr, Mn の chalcogenide である FeS ,¹⁾ CrS ,²⁾ CrSe ^{3), 4)} および砒素化合物である MnAs ,⁵⁾ Cr_2As_3 , Cr_2As ⁶⁾ の単結晶または多結晶を人工的に合成して, それらの電氣的性質や磁氣的性質を調べ, 両者を関係づけることにより磁性電子である 3d 電子の電気伝導度への寄与が吾々によって調べられて来た。

最近では Fe, Cu, S の三元系について同様な研究が進められている。これらの三元系の化合物のうち, CuFeS_2 (chalcopyrite) については磁氣的には反強磁性体で, 電氣的には半導体であることがすでに確認され,⁷⁾ CuFe_2S_3 (cubanite) におい

ては $\text{FeS}_{1.11}$ (pyrrhotite) によく似た強磁性が存在することが報告されている。⁸⁾

bornite についての従来の研究の概要はつぎの通りである。

1.1) 組 成 bornite は1725年鉱物として認められ, 銅の鉱石としてかなり普遍的に産出する。その化学的組成は1903年 Harrington により確立され1916年 Allen によって確認された。これらの人々により行なわれた分析の結果に基づいて, その組成は Cu_5FeS_4 であるとされている。

1.2) 結晶構造⁹⁾ この物質の結晶構造については合成 bornite, 天然産 bornite 共に温度の関数として三種類の結晶構造が存在することが明らかに

されている。

300°C以上の高温相は格子常数が $5.50 \pm 0.01 \text{ \AA}$ の面心立方晶形で単位胞には1分子が含まれている。170°C以下の低温相では c 軸がその約4倍の $21.88 \pm 0.04 \text{ \AA}$,

a 軸, b 軸はその約2倍の $10.94 \pm 0.02 \text{ \AA}$ の正方晶形で単位胞は16分子からなっている。また, 170°Cから約

230°Cまでの範囲ではいわゆる中間相と呼ばれ

ている不安定な構造をもち, a 軸が高温相の格子常数の2倍の $10.94 \pm 0.02 \text{ \AA}$ の面心立方格子を形成し, 単位胞中には8分子が含まれているといわれている。なお, 高温相は quench することが出来ず, $228 \pm 5^\circ \text{C}$ 以上においてのみ安定である。低温相, 中間相ともその結晶構造は高温相の面心立方格子を基本としたもので, 金属原子の秩序—不秩序配列が原因で相変化が行なわれている。

1.3) 電気的性質 電気抵抗の測定については天然産の鉱物を用いて30°Cから260°Cの範囲で, その温度変化が測定されている。30°Cから170°Cの温度範囲では温度上昇に伴って電気抵抗は減少し, 半導体的な振舞をしている。また, 170°Cでは相変化に対応して電気抵抗に異常が現われている。

上述のように結晶構造は良く調べられているが, その他の物理的性質に関しては, 電気抵抗の温度変化が僅かの温度範囲で測られているのみで系統的には行なわれていない。それゆえ, 前述の研究の一環として, 筆者は特に合成 bornite の単結晶試料を用いて電気的性質に関しては電気伝導

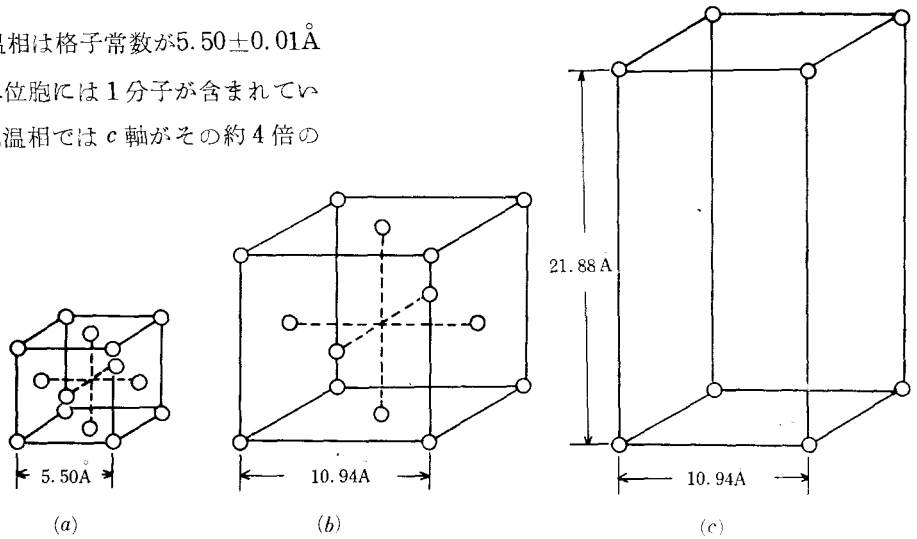


図1 人工 bornite の結晶構造 a: 高温相 (立方晶系) b: 中間相 (立方晶系) c: 低温相 (正方晶系)

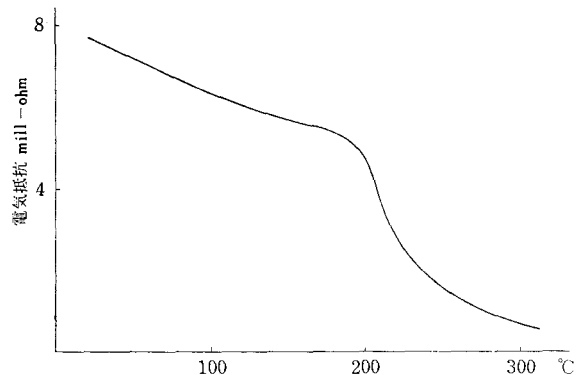


図2 人工 bornite の電気抵抗の温度変化¹⁰⁾

度の温度変化を, 磁気的性質については磁化率の温度変化を調べた。本報告はその第1報である。

§2. 試料の作製

測定に用いた試料は固体の直接反応でつくった。すなわち, 電解鉄, 電解銅, および蒸溜硫黄を stoichiometric に石英管に真空封入し, 電気炉中で 600°C から 700°C の温度に約24時間保ち素反応を行なった。素反応終了後, これを取り出し乳鉢で粉末にして, 再び石英管に真空封入し, Bridgman 法により約 1000°C から1時間につき

10°C の割合で室温まで徐冷した。これらの試料はすべてX線により, その回析斑点を調べ, 単結晶を形成していることを確めた。

§3. 測定方法

電気伝導度の測定は図3に示すように通常よく用いられるK—2形の電位差計を用いる4端子法³⁾で行なった。

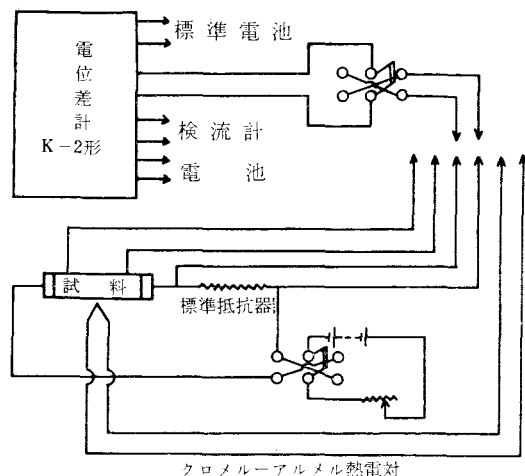


図3 電気伝導度 (σ) 測定回路の概要

試料に電流を通じるための電流端子および電位差測定用のゾンデはタングステン線または白金線で圧着して固定した。この測定に使用した試料は $0.5 \times 2 \times 5 \text{ mm}^3$ の大きさに成形し, 試料と電流端子との接触抵抗をとり除くため, 試料の両端に金を蒸着した。測定はすべて真空中で液体窒素温度から 500°C までの温度範囲で行ない, 試料の両端の温度差によって生ずる熱起電力の影響を除去するために, 電流方向は逆転して測った。温度の測定には窒素, 水, 鉛, 錫, 亜鉛, アルミニウム等の沸点, または融点を用いて校正されたクロメル-アルメル熱電対を用いた。

また磁気測定すなわち磁化率の温度変化の測定には磁気天秤を用いた。この場合も測定温度範囲は液体窒素温度から 500°C までで上記と同様校正⁵⁾

されたクロメル-アルメル熱電対によって温度を測った。

§4. 測定結果

4.1) 電気的性質 人工 bornite の電気伝導度の温度変化の測定結果は図4. a に示す。

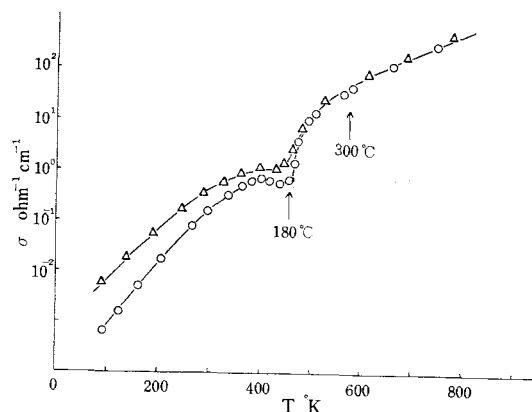


図4. a 人工 bornite の電気伝導度 (σ) の温度変化

図は縦軸に電気伝導度, 横軸に絶対温度をとってかかれており, ○印は加熱, △印は冷却のプロットを表わしている。この図からわかるように電気伝導度は室温で $2.1 \times 10^{-1} \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ 程度で温度の上昇と共に増大し, 180°C では変態に対応して異常な増大が観測されている。これらの結果は Frueh¹⁰⁾ の結果と傾向は一致しているが, その絶対値は今回の測定値の方が室温で約 10^3 倍小さく, その温度変化は約 3.5倍大きい。なお, 180°C

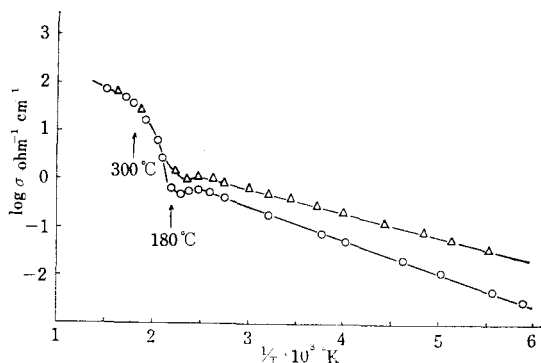


図4. b 人工 bornite の電気伝導度 (σ) の温度変化

の変態点通過後の冷却曲線は加熱曲線と一致しない。図4. bはこの物質の半導体的特性を検討するために、縦軸に電気伝導度の対数を、横軸に絶対温度の逆数をとってその結果を示したものである。

この $\log \sigma - 1/T$ 曲線から活性化エネルギーを求めると、低温相では $0.25 \sim 0.35$ eV で、高温相では 0.5 eV である。低温相の活性化エネルギーが一義的に定められないのは半導体の特性である構造敏感なため、相変態の影響が残ることによるものと思われる。

4.2) 磁氣的性質 磁化率の測定結果は温度の関数として図5に示す。

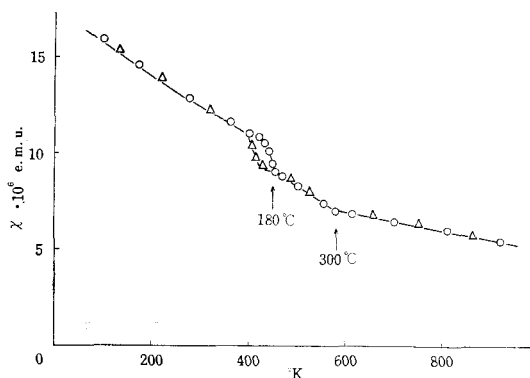


図5 人工 bornite のグラム当りの磁化率 (χ_g) の温度変化

図の中の○印は加熱、△印は冷却のプロットを表わしている。図からわかるように、全測定範囲で磁化率は温度の上昇と共に減少し、 180°C と 300°C の結晶変態に対応して異常が現われている。なお、 180°C の異常には著しい履歴が認められる。すなわち、冷却曲線では 158°C に異常が現われている。

図6はその結果を磁化率の逆数 ($1/X$) で表わしたもので、 $1/X - T$ 曲線は直線となり、Curie—Weiss の法則をよく満足している。

この曲線は三つの直線部分に区分でき、その直線から求めた有効 Bohr 磁子数 (P_{eff})、常磁性

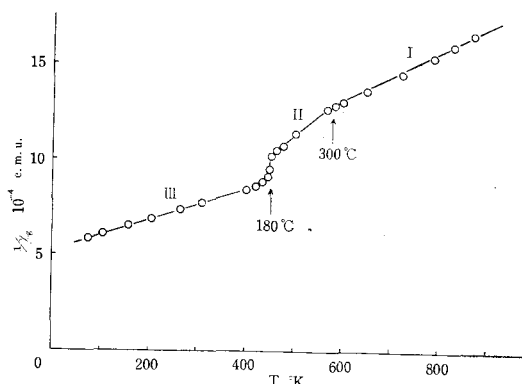


図6 人工 bornite のグラム当りの磁化率の逆数 ($1/X_g$) の温度変化

Curie 点 (θ_p) は表1に示す通りである。

表中の I, II, III, はそれぞれ 180°C 以下, $180 \sim 300^\circ\text{C}$, および 300°C 以上の温度範囲を示している。IIの結果は結晶構造が不安定な中間相から得られたものであまり意味はない。

表1 人工 bornite の有効 Bohr 磁子数と常磁性 Curie 点

	I	II	III
$P_{\text{eff}} (\mu_B)$	6.68	4.23	5.76
$\theta_p (^\circ\text{K})$	664	0	483

§5. 考 察

この物質の電氣的、および磁氣的性質は、その異常からわかるように結晶変態と強く関連している。とくに 180°C 附近の変態は当然のことながら、一次の相変化の様相を示し、低温相と高温相で電気伝導度に著るしい相異が現われている。 100°C から 180°C の間の温度上昇に伴う伝導度の減少は、結晶変態のために部分的に秩序が乱れることによる carrier の格子散乱に基づくものと思われる。また、低温相の電気伝導度が完全な再現性を示さないことは、高温相からの冷却により、結晶に歪が残ることによると思われる。

今回の人工 bornite の電気伝導度が天然産 bornite よりも 10^3 倍も悪いことは、純度が良いた

めに carrier が少ないことに基づくものと思われる。

以上の考察から, bornite は pyrite のような半導体であると考えられる。なお 300°C の変態は殆んど履歴現象を伴わず, これだけの測定のみからは一次の相変化であるとは断定できない。

磁氣的性質に関しては, 低温相の $1/X-T$ 曲線から求めた常磁性 Curie 点が -664°K であることから, この物質は液体窒素温度以下に Néel 点をもつ反強磁性体であると思われる。またその有効 Bohr 磁子数 $6.68\mu_B$ は硫黄が 2 価, 鉄が 3 価, 銅が 1 価イオンであると考えときの磁性イオン Fe^{3+} の測定値 $5.9\mu_B$ よりかなり大きい。その原因

は目下のところ不明であるが, 鉄の 2 価, 銅の 2 価とが混在すると考えれば有効 Bohr 磁子数 P_{eff} の値は説明できる。もし, Fe^{3+} , Fe^{2+} の二種類の鉄イオンが存在すれば低温において, Ferri 磁性の出現することも期待できる。これら電氣的, 磁氣的性質に関する詳細な考察は液体窒素温度以下の磁気測定およびホール効果および不純物添加の影響を測定した後行ないたい。

本研究を進めるにあたり始終御指導をいただいた広島大学教養部上垣内助教授および適切な御助言をいただいた広島大学理学部地質学鉱物学教室竹野節夫博士に厚くお礼を申し上げます。

文 献

- 1) T. Hihara: J. Sci. Hiroshima Univ. **A22** (1958) 215.
竹野節夫, 上垣内孝彦, 増本貫一: 鉱物学雑誌. **8** (1966) 26.
- 2) T. Kamigaichi: J. Sci. Hiroshima Univ. **A24** (1960) 371.
- 3) K. Masumoto: J. Sci. Hiroshima Univ. **A27** (1964) 87.
- 4) K. Masumoto T. Kamigaichi: J. Sci. Hiroshima Univ. **A29** (1965) 47.
- 5) 増本貫一: 呉高専研究報告. **1** (1965) 39.
- 6) 上垣内孝彦, 増本貫一: 未発表.
- 7) T. Teranishi: J. Phys. Sci. Japan. **16** (1961) 1881.
- 8) 藤本良規: 鉱山地質. **12** (1962) 300.
- 9) N. Morimoto and G. Kullerud: Am. Mineral. **46** (1961).
- 10) A. J. Frueh, JR: Am. Mineral. **35** (1950) 185.
- 11) L. F. Bates: Modern Magnetism. (Cambridge Univ. Press, Oxford, 1951) p. 151

(昭和41年9月1日受付)

密着うず巻ばねの研究(第2報)

(機械工学科) 大 下 隆 章

Studies on Coiled Flat Spring (Report 2)

Takaaki ŌSHITA

The following results are obtained through researches on the coiled flat spring with a V-shaped groove in the middle or in each side.

- (1) Assuming the centroid of area exists in the center of cross section and the neutral axis does not curve even after the spring is expanded, a formula for obtaining the load can be formed.
- (2) The coiled flat spring with a groove in each side is most stable against the sideward torsion.
- (3) Using the plate with a groove, a strong spring with the small spring constant can be produced, even when the radius of curvature is large.

§ 1 緒 言

平板を巻いた密着うず巻ばね⁽¹⁾については第1報に報告したが、ばねの荷重 P と自然曲率半径 R の間には、 $P = E b t / 26.4 R^2$ の関係があり、荷重は半径の2乗に逆比例する。それ故に、いま板巾 b を一定とすると荷重を大きくするためには半径を小さくするか、板厚 t を大きくする必要がある。しかしこのようにするとばね定数が大きくなる。板巾 b を変えないでたわみ量の大きいしかもばね定数の小さい密着うず巻ばねを製作するためには、板材の断面の形を変えて、断面の慣性モーメントを大きくして曲率半径の大きなばねを製作すればよい。この目的のためにローラによって板厚 0.1mm のみがき鋼板を材料にしてV形の溝をもつ板材をつくった。この板をうず巻き状に密着して成形したのち熱処理して密着うず巻ばねを製作し、このばねの荷重とたわみ量の関係を調べた。

§ 2 荷重とたわみ量の理論式

板材の断面の形は図1(a), (b)のように中央に溝をもつものと両端に溝をもつものとの2種類を製作した。これをうず巻き状に密着して巻きつけ熱処理したのちブシュにはめて自由に回転できるようにした。このときブシュの直径は第1報と同様にばねの内径の1.15倍とした。荷重とたわみ量の関係を求めるためにつぎの記号を用いる。

P = 溝のない密着うず巻ばねの自然曲率半径 R のときの荷重 Kg

P_1 = 板の中央に1つの溝があり自然曲率半径が R のときの荷重 Kg

P_2 = 板の両端に各々1つずつの溝があり自然曲率半径が R のときの荷重 Kg

E = 縦弾性係数 Kg/mm^2

R = ばねの自然曲率半径 mm

R_n = ばねの最小自然曲率半径 mm

t = ばね材料の板厚 mm

b = ばね材料の板巾 mm

b_1 = ばね材料の溝のない部分の板巾 (図1参照) mm

b_2 = ばね材料の溝のある部分の板巾 (図1参照) mm

\bar{h} = 溝の深さ (図1参照) mm

α = 溝の角度 (図1参照) 度

N = 溝の数

e_1 = 板の中央に1つの溝があるときの中立軸の移動量 mm

e_2 = 板の両端に各々1つの溝があるときの中立軸の移動量 mm

I = 板材断面の慣性モーメント mm^4

I_1 = 板の中央に1つの溝があるときの板材断面の慣性モーメント mm^4

I_2 = 板の両端に各々1つの溝があるときの板材断面の慣性モーメント mm^4

I_0 = 溝のない矩形断面の慣性モーメント mm^4

ばねの荷重の一般式はばねに蓄積されたエネルギーの関係から

$$P = \frac{EI}{2R^2} \dots\dots\dots (1)$$

であたえられるから先ず⁽²⁾ I を求める。ばねはコイル状に巻かれているから曲りはりとして扱う。この際溝のある場合とない場合では図心の位置は異なるが後述するように板材の溝は非常に小さいから、図心は板材の中央すなわち $t/2$ の位置にあると仮定して中立軸の位置を求めてこの軸に関する慣性モーメントを求める。

(a) 溝が中央にある場合

いま図2のようにばねの中央から v の距離に微小面積 dA をとり中立軸の移動を考えたときその移動量は、 r を移動後のばねの中心からの半径とすると一般に⁽³⁾次式で与えられる。

$$R - r = R - \int \frac{A}{v} \dots\dots\dots (2)$$

この式を図2にあてはめるためにばねの断面を図の

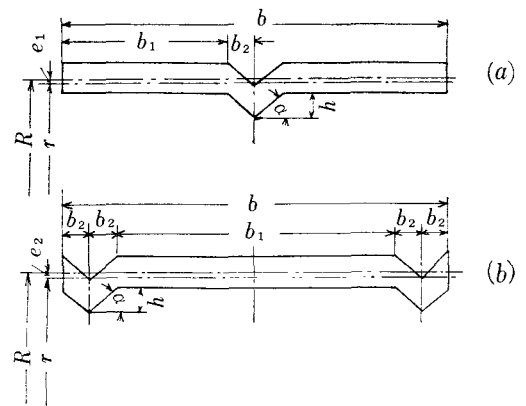


図1 板材の断面

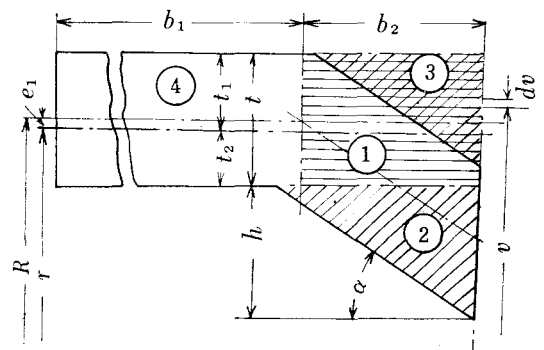


図 2

ように4つの部分に分けて考えると中立軸の移動量 e_1 はつぎのようにして求められる。

$$e_1 = R - \frac{2(b_1 + b_2)t}{2 \left(b_1 \int_{R-\frac{t}{2}}^{R+\frac{t}{2}} \frac{dv}{v} + b_2 \int_{R-\frac{t}{2}}^{R+\frac{t}{2}} \frac{dv}{v} + \frac{b_2}{h} \int_{R-\frac{t}{2}-h}^{R-\frac{t}{2}} \frac{h-R+\frac{t}{2}+v}{v} dv - \frac{b_2}{h} \int_{R+\frac{t}{2}-h}^{R+\frac{t}{2}} \frac{h-R-\frac{t}{2}+v}{v} dv \right)} \dots (3)$$

分母の各項を計算する。対数関数となる部分は級数展開して3乗の項までとると

$$b_1 \int_{R-\frac{t}{2}}^{R+\frac{t}{2}} \frac{dv}{v} = b_1 \log \frac{R+\frac{t}{2}}{R-\frac{t}{2}} = b_1 \frac{t}{R} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{t}{2R} \right)^2 \right\} \dots (a)$$

同様にして

$$b_2 \int_{R-\frac{t}{2}}^{R+\frac{t}{2}} \frac{dv}{v} = b_2 \frac{t}{R} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{t}{2R} \right)^2 \right\} \dots (b)$$

$$-\frac{b_2}{h} \int_{R-\frac{t}{2}-h}^{R-\frac{t}{2}} \frac{h-R+\frac{t}{2}+v}{v} dv = -\frac{b_2}{h} \left\{ \left(h-R+\frac{t}{2} \right) \log \frac{R-\frac{t}{2}}{R-\frac{t}{2}-h} + h \right\} \dots (c)$$

対数関数の部分は

$$\log \frac{R-\frac{t}{2}}{R-\frac{t}{2}-h} = - \left\{ \frac{t}{2R} + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{2R} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{t}{2R} \right)^3 \right\} + \left\{ \frac{t+2h}{2R} + \frac{1}{2} \left(\frac{t+2h}{2R} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{t+2h}{2R} \right)^3 \right\} \dots (d)$$

$$-\frac{b_2}{h} \int_{R+\frac{t}{2}-h}^{R+\frac{t}{2}} \frac{h-R-\frac{t}{2}+v}{v} dv = -\frac{b_2}{h} \left\{ \left(h-R-\frac{t}{2} \right) \log \frac{R+\frac{t}{2}}{R+\frac{t}{2}-h} + h \right\} \dots (e)$$

対数関数の部分は同様に

$$\log \frac{R+\frac{t}{2}}{R+\frac{t}{2}-h} = \left\{ \frac{t}{2R} - \frac{1}{2} \left(\frac{t}{2R} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{t}{2R} \right)^3 \right\} - \left\{ \frac{t-2h}{2R} - \frac{1}{2} \left(\frac{t-2h}{2R} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{t-2h}{2R} \right)^3 \right\} \dots (f)$$

となる。以上の(a), (b), (c), (d), (e), (f)を式(3)に代入して整理すれば、 $h = b_2 \tan \alpha$ であるから

$$e_1 = R \left\{ 1 - \frac{b_1 + b_2}{(b_1 + b_2) \left(1 + \frac{t^2}{12R^2} \right) + \frac{b_2}{R} \left(\frac{t^2}{4R} + \frac{b_2}{2} \tan \alpha + \frac{4}{3} \frac{b_2^2}{R} \tan^2 \alpha \right)} \right\} \dots (4)$$

となる。つぎに板の中央から e_1 だけ移動した中立軸に関する慣性モーメントを求めるために、図3に示す

ように図形を3つにわけて考える。各部の図形の中立軸に関する慣性モーメントを求めその総和を計算する。

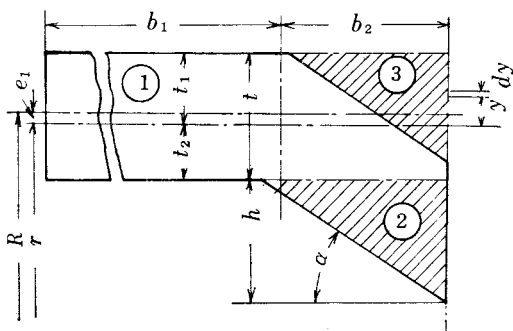


図 3

$$I_1 = 2 \left\{ (b_1 + b_2) \int_{-t_2}^{t_1} y^2 dy + \frac{b_2}{h} \int_{t_2}^{t_2+h} (t_2 + h - y)^2 dy - \frac{b_2}{h} \int_{t_1-h}^{t_1} (h - t_1 + y)^2 dy \right\}$$

となる。 $t_1 = t/2 + e_1$, $t_2 = t/2 - e_1$ であるからこれを代入して整理すると

$$I_1 = 2 t \left\{ (b_1 + b_2) \left(\frac{t^2}{12} + e_1^2 \right) + b_2^2 \tan \alpha \left(-\frac{b_2}{3} \tan \alpha - e_1 \right) \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となる。ばねが伸びたのちも中立軸が湾曲しないと仮定できればこの値を式(1)に代入してばねの荷重 P_1 を求めると

$$P_1 = \frac{E t}{R^2} \left\{ (b_1 + b_2) \left(\frac{t^2}{12} + e_1^2 \right) + b_2^2 \tan \alpha \left(-\frac{b_2}{3} \tan \alpha - e_1 \right) \right\} \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。

(b) 溝が板の両端にある場合

中立軸の移動量は溝が2つあるから図1(b)を参照すると式(3)の分母中溝の部分に相当する項を2倍して考えるとよい。

$$e_2 = R \frac{(b_1 + b_2) t}{b_1 \int_{R-\frac{t}{2}}^{R+\frac{t}{2}} \frac{dv}{v} + 4 \left(b_2 \int_{R-\frac{t}{2}}^{R+\frac{t}{2}} \frac{dv}{v} + \frac{b_2}{h} \int_{R-\frac{t}{2}-h}^{R-\frac{t}{2}} \frac{h-R+\frac{t}{2}+v}{v} dv - \frac{b_2}{h} \int_{R+\frac{t}{2}-h}^{R+\frac{t}{2}} \frac{h-R-\frac{t}{2}+v}{v} dv \right)}$$

となり、対数関数の部分は級数展開して3乗の項までとって整理すれば

$$e_2 = R \left\{ 1 - \frac{b_1 + 4 b_2}{(b_1 + 4 b_2) \left(1 + \frac{t^2}{12 R^2} \right) + \frac{b_2}{R} \left(-\frac{t^2}{R} + 2 b_2 \tan \alpha + \frac{16 b_2^2}{3 R} \tan^2 \alpha \right)} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。また慣性モーメントは式(5)の溝の部分に相当する項を2倍して考えると

$$I_2 = b_1 \int_{-t_2}^{t_1} y^2 dy + 4 \left(b_2 \int_{-t_2}^{t_1} y^2 dy + \frac{b_2}{h} \int_{t_2}^{t_2+h} (t_2+h-y)^2 dy - \frac{b_2}{h} \int_{t_1-h}^{t_1} (h-t_1+y)^2 dy \right)$$

となる。しかし、 $t_1 = t/2 + e_2$ 、 $t_2 = t/2 - e_2$ であるから、これを代入して整理すると

$$I_2 = t \left\{ (b_1 + 4b_2) \left(\frac{t^2}{12} + e_2^2 \right) + 4b_2^2 \tan \alpha \left(\frac{b_2}{3} \tan \alpha - e_2 \right) \right\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。溝が中央にある場合と同様にばねは伸びたのちも中立軸が湾曲しないと仮定してこの値を式(1)に代入すれば

$$P_2 = \frac{E t}{2R^2} \left\{ (b_1 + 4b_2) \left(\frac{t^2}{12} + e_2^2 \right) + 4b_2^2 \tan \alpha \left(\frac{b_2}{3} \tan \alpha - e_2 \right) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

が得られる。

§ 3 密着うず巻ばねの設計

本報告に使用する密着うず巻ばねは巻数10回以下とする。最大応力率 $S_f = t/R_n$ は溝をもつ関係上大きくすることができないので0.01以下にとり板巾は $b/t = 100$ とする。以下に報告するものを表1に示

表1 溝付密着うず巻ばねの寸法

番号	$S_f = \frac{t}{R_n}$	t mm	R_n mm	b mm	b_1 mm	b_2 mm	α 度	N	e_1 または e_2 $\times 10^{-3}$ mm	I_1 または I_2 $\times 10^{-3}$ mm ⁴	I_1/I_0 または I_2/I_0
1	0.004	0.105	25.0	10.3	9.36	0.94	6.70	1	5.1	1.724	1.74
2	0.005	0.104	20.0	10.3	9.20	1.10	4.15	1	4.4	1.392	1.44
3	0.006	0.099	16.7	10.3	9.83	0.47	6.35	1	2.6	1.015	1.22
4	0.007	0.100	14.3	10.0	8.95	1.05	3.80	1	3.8	1.132	1.36
5	0.008	0.103	12.5	10.3	9.40	0.94	5.10	1	4.0	1.345	1.43
6	0.004	0.102	25.0	10.0	9.25	0.75	9.80	2	22.0	2.115	2.39
7	0.006	0.104	16.7	10.0	9.38	0.62	10.00	2	13.9	1.800	1.86

す。表中 S_f は設計に際して仮定した値で、 R_n は $t = 0.1$ mmとして計算したものである。 t 、 b 、 b_1 、 b_2 、および α 、は試験に供したばねの後述の方法による測定値である。この測定値を用いて中立軸の移動量、慣性モーメントなどを計算し表中に記載した。移動量の計算はNo. 1～No. 5については式(4)により、No. 6、No. 7については式(7)によった。また慣性モーメントの計算はNo. 1～No. 5については式(5)により、No. 6、No. 7については式(8)によった。さらに慣性モーメントについては上記の計算によるものと、ばねの板材が溝のない平板で短形断面であるとして計算した慣性モーメント $I_0 = b t^3/12$ との比率を求め、ばねの荷重の増加を比較した。

§ 4 実験と考察

素材は板厚0.1mmの高砂鉄工所製みがき鋼板SK5を用いた。この板を所定の巾に切断し研削して長手方向の板巾を一定とした。つぎに写真1に示すような装置によってV溝をもつローラの間を通して成形し、溝を中央にもつ板と、両端にもつ板の2種類を製作した。このときV形溝の形状が一様になるよう

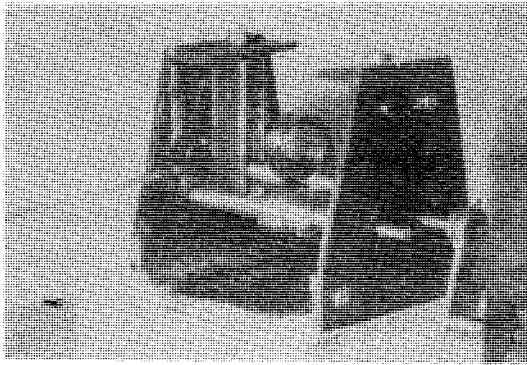


写真1 ばね板の巻つけ装置

に、ローラ間隔、送り速度を一定とするように注意した。溝をもつ板を密着してコイル状に巻いて成形したものを鉛浴炉で均一に加熱して焼入、焼戻をおこなった。焼入温度、焼戻温度と硬度数 H_v 、縦弾性係数、顕微鏡組織等の関係は第1報⁽¹⁾で報告した通りであるが、本報告に使用するものは $780^\circ\text{C}/5\text{min}$ 水中焼入、 $400^\circ\text{C}/10\text{min}$ 焼戻後空中放冷したものである。たわみ法によって測定した縦弾性係数は $E = 2.13 \times 10^4 \text{ Kg/mm}^2$ で硬度数は $H_v 430$ である。このようにして製作した密着うず巻ばねをばねばかりを使用して荷重とたわみ量の関係を測定した。ばねの板厚は読取顕微鏡によって4カ所測定してその平均値をとった。また溝の角度、溝の深さは万能投影機で20倍に拡大して測定した。

(a) 溝が中央にある場合

表1のNo. 1～No. 5は板の中央にV形の溝があるものでNo. 1, No. 2, No. 3は溝の山が外側になるように、すなわちばねを伸ばしたときに溝の山が圧縮力を受ける側になるように巻いたもので、その結果を図4に示す。

実線は測定値、破線は式(6)から求めた計算値である。図4で $S_f = 0.004$ のNo. 1の場合は測定値と計算値がよく一致している。また横方向からの捩りも少なく、ばねは安定しており溝の部分も座屈現象を起さなかった。このばねの溝部における最大応力率を $S_f' = 2(t_2 + h)/R$ と仮定して求めてみると0.0127である。 $S_f = 0.005$ のNo. 2の場合はたわみ量が小さい間は測定値と計算値は比較的よく一致している。しかしたわみ量400mm以上では測定値が大きく一致しなくなっている。測定値と計算値が一致しなくなったときの S_f の値は0.013である。そしてこのばねはかなり不安定でもある。

更にばねの半径の小さいNo. 3は図示していないが、測定値の変動が大きく計算値よりも相当に大きな値であるばかりでなく横方向から捩られて使用できない。またこれよりも半径の小さいばねについても実験をおこなったが荷重の変動があるばかりでなく、ついには溝の部分が座屈現象をおこして折れるようになる。

図5は中央にある溝の山が内側になるように、すなわちばねを伸ばしたときの溝の山が引張力を

に、ローラ間隔、送り速度を一定とするように注意した。溝をもつ板を密着してコイル状に巻いて成形したものを鉛浴炉で均一に加熱して焼入、焼戻をおこなった。焼入温度、焼戻温度と硬度数 H_v 、縦弾性係数、顕微鏡組織等の関係は第1報⁽¹⁾で報告した通りであるが、本報告に使用するものは $780^\circ\text{C}/5\text{min}$ 水中焼入、 $400^\circ\text{C}/10\text{min}$ 焼戻後空中放冷したものである。たわみ法によって測定した縦弾性係数は $E = 2.13 \times 10^4 \text{ Kg/mm}^2$ で硬度数は $H_v 430$ である。このようにして製作した密着うず巻ばねをばねばかりを使用して荷重とたわみ量の関係を測定した。ばねの板厚は読取顕微鏡によって4カ所測定してその平均値をとった。また溝の角度、溝の深さは万能投影機で20倍に拡大して測定した。

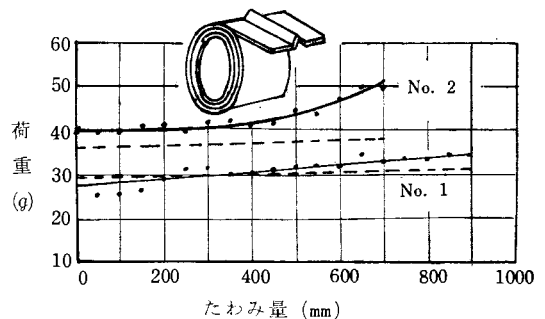


図4 中央に溝をもち、溝の山を外側に巻いたばねの荷重とたわみ量

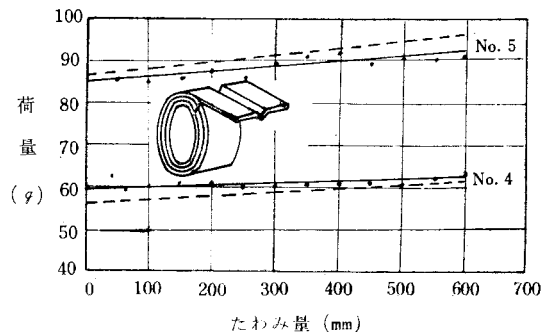


図5 中央に溝をもち、溝の山を内側に巻いたばねの荷重とたわみ量

うける側になるように巻いたものである。その各々は表1のNo. 4およびNo. 5と一致している。図中、実線は測定値を、破線は式(6)による計算値を示す。

No. 4およびNo. 5ともにNo. 3よりも自然曲率半径が小さく、 S_f' は各々0.016, 0.021と大きい値であるが測定値と計算値はよく一致している。またこのばねは溝の山を外側にしたものに比べて横方向から振られることも極めて少ない。更に溝の山の部分は引張力を受けることになるので座屈現象がおこる心配はない。

7b) 溝が板の両端にある場合

溝が板の両端にあるものを溝の山を外側にして巻いた密着うず巻ばねについて実験したが、板厚0.105mm、板巾10mm、自然曲率半径25mm、 $S_f=0.004$ のものでもばねは振られて不安定であり荷重の測定は不可能であった。またその他の半径のものも同様で使用できなかった。図6は表1に示すNo. 6およびNo. 7を溝の山を内側にして巻いたもので、実線は測定値を破線は式(9)から求めた計算値であるがいずれの場合もよく一致している。

以上7種の密着うず巻ばねについて、中立軸は湾曲しないと仮定したが測定値と計算値が比較的良好に一致している。これは中立軸湾曲のために生ずる増加分と、摩擦抵抗等によって生ずる減少分が相殺されたためではなかろうか。両端に溝のある

場合は溝の数が増したために、溝のない板厚、板巾の等しい短形断面と比較して慣性モーメントは大きくなる。No. 6, No. 7で各々その値は2.39倍, 1.86倍と大きくなり荷重を著しく増加することができる。この荷重の増加を検討するために、板厚0.1mm、板巾10mm、中立軸の移動0.01mmである両端に溝のある板を仮定して b_2 が0.5mm, 0.6mm, 0.7mmの場合溝の角度の変化に対する慣性モーメントの値を式(8)によって求めた。つぎに同一厚さ、同一巾の溝のない平板の慣性モーメントを求めた。両者を比較したものが図7である。図からわかるように溝のある部分の板巾 b_2 および溝の角度を増加すると I_2/I_0 はそれに伴って増加し荷重が大きくなることが示されている。このときばねの疲れには溝の形状、大きさが重要な因子となることは当然で利用できる回数は S_f' の値により制限されるであろう。この点については今後の問題としたいが、図8に $t=0.1mm$, $b=10.00mm$, $R=10.00mm$, $e=0.01mm$ としたとき、 b_2 が0.5, 0.6および0.7mmの3種について溝の角度 α による S_f' の変化を示した。いま

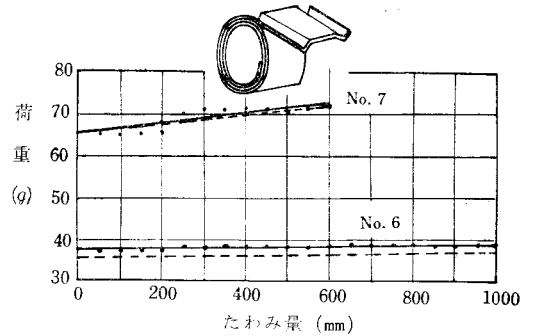


図6 両端に溝をもち、溝の山を内側に
して巻いたばねの荷重とたわみ量

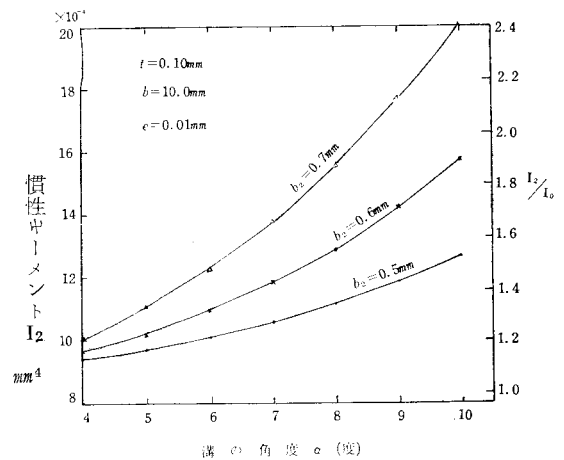
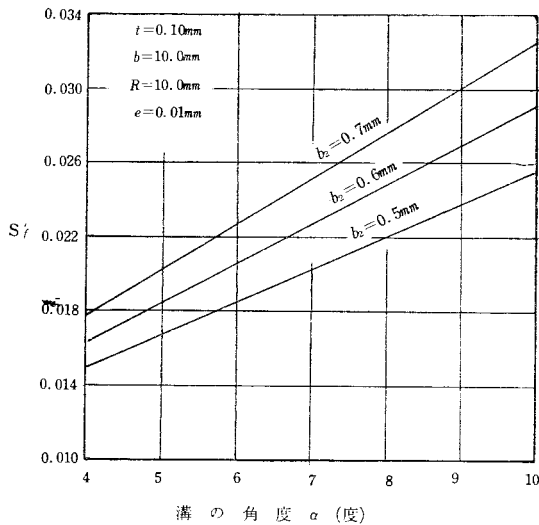


図7 両端に溝をもつ板の慣性モーメント

図8 両端に溝をもつ板の S_f' の変化

ないばねの1.9倍の強さとなる。このように薄板を使用しても溝のあるものは強力である。また自然半径を大きくするとばね定数の小さいものがえられる。図6 No. 6はその一例でばね定数は 0.003 g/mm で荷重は殆んど一定である。ばねの振りに対しては両端に溝をもち溝の山を外側に巻いたものは極めて不安定で使用困難である。溝の山を中央にもち外側に巻いたもの、溝の山を中央にもち内側に巻いたものの順に安定で、両端に溝をもち溝の山を内側に巻いたものが最も安定している。

§ 5 結 言

板の中央または板の両端にV形の溝をもつ板材をうず巻き状に成形したのち熱処理をした密着うず巻ばねについて、V溝の大きさ、形状を変えて荷重とたわみ量の関係を検討してつぎの結果を得た。

- (1) 荷重を求めるための理論式は溝をもつ場合も断面の図心が板厚の $\frac{1}{2}$ のところに存在し、ばねを伸ばした後も中立軸は湾曲しないと仮定して導くことができ、測定値とかなりよく一致するので実用上差支えない。
- (2) V形の溝をもつ板材を巻いた密着うず巻ばねは、両端に溝をもたせ溝の山を内側にして巻いた場合に振りに対して最も安定している。
- (3) V溝をもつ密着うず巻ばねは、断面の慣性モーメントが大きくなり曲率半径が大きいときでも強力なばねとなる。さらに板厚の小さいものを使用するのでばね定数を小さくすることができる。

文 献

- (1) 糸島寛典・大下隆章, 密着うず巻ばねの研究(第1報), 呉工業高等専門学校研究報告, 第1巻, 第1号(1965)105.
- (2) Nicholas P. Chironis, "Spring Design and Application". (1961) 161.
- (3) S. Timoshenko, 北畠顕正・片山健次郎共訳材料力学下巻. (1955) 46.

(昭和41年9月1日受付)

S_f' の上限を0.02と仮定すれば $R=10\text{mm}$ のとき b_2 が 0.5mm のものに対しては α は 7° , 0.6mm に対しては 6° , 0.7mm に対しては 5° となりこの角度に対する I_2/I_0 を図7から求めるといずれの場合も約1.3となる。同一溝のばねに対して S_f' と R は逆比例するから、ばねの疲れを考慮して S_f' の最大値を定めることができれば、一方 R が大きいほど b_2 , α の値を大きくすることができるから、 I_2/I_0 の値も大きくなりばねは溝のないものに比べて強力となる。たとえば R を 15mm とすれば図8の $S_f'=0.03$ が、溝のない場合の $S_f' 0.02$ に相当するから $b_2=7\text{mm}$, $\alpha=9^\circ$ として図7から I_2/I_0 を求めると約1.9となり板厚板巾の等しい溝の

ゲーゲンフェルト型電子エネルギーアナライザー

(電気工学科) 桑原茂也・原田一彦・村上滋樹・高松雄三

"Gegenfeld" Type Electron Energy Analyser

Shigeya KUWABARA, Kazuhiko HARADA,
Shigeki MURAKAMI and Yuzo TAKAMATSU

School of Electrical Engineering, Kure Technical College, Kure, Japan

(Received September 1, 1966)

A modified "*Gegenfeld*" type electron filter, which can be used as an electron energy analyser, has been constructed. The features and the characteristics are described in detail. When it is used as an ordinary "*Gegenfeld*" filter the resolution is about 0.5eV, and when used as an electron energy analyser any energy spectrum from 0 to 150 eV can be obtained with desired energy width from 1 to 8 eV.

§ 1. Introduction

When electrons pass through the specimen they suffer some energy losses.¹⁻⁴⁾ The images of ordinary electron microscope and electron diffraction are composed of the electrons with such energy losses and those with no energy loss.⁵⁻¹²⁾ When the thickness of the specimen becomes large, the effect of multiple scattering should also be considered. Accordingly, it is indispensable to obtain the images of the electrons only elastically scattered or to find the relations between the images of the elastically scattered electrons and of the inelastically scattered electrons for the interpretation of the diffraction phenomena.

Several kinds of electron filters have been proposed and widely been used for both electron microscope and electron diffraction works for the last fifteen years. Brief comments may be given on the typical filters as follows.

(a) *Magnetic filter.*

When magnetic field is applied, the paths of the electrons with some energy losses are bent in different directions from that of no energy loss. Generally, the resolution of the magnetic filter is poor (the order of 10^{-3}).¹³⁻¹⁵⁾ However, a combined cylindrical magnetic lens system can give a higher resolution of the order of 1 eV even for 80 kV electrons.¹⁶⁾ The magnetic filter has a merit that the accelerating voltage of the electrons can be selected independently of the filter system. This means that as high accelerating voltage as desired

can be applied without the trouble of the insulation of the filter system, which can not be avoided for the other types of filters. However, this causes another trouble that the accelerating voltage should be stabilized with the fluctuation less than the order of 10^{-5} for the period of the experiment.

(b) *Electrostatic chromatic lens filter.*

The electrostatic chromatic lens filter, which is connected to the electron gun with nerly the same voltage as the accelerating voltage, was first used by Möllenstedt¹⁷⁾ and since then has widely been used.^{1-4, 18-20)} This is a kind of electron energy analyser. Originally the highest accelerating voltage applicable was 20-50 kV because of the limitation of the insulation of the lens. However, the construction is renewed and as high voltage as 100 kV can be applied now.^{21, 22)} The highest resolution of this type of filter is 0.5—1.0 eV. The merit of this filter is that the energy losses corresponding to the different scattering angles can be recorded on photographic plates: three dimensional cartographic plots of the values of energy losses, scattering angles and the intensities are obtained at one time within a few seconds. The accuracy of the intensity measurement is, however, limited by the densitometry technique of the photographic plates.

(c) *"Gegenfeld" filter.*

When a cylinder with fine mesh, connected to the electron gun through variable potential ΔE , which is supplied, for example, by a battery, is put in the path of the electrons, the electrons with energy losses larger than ΔE are reflected and only those with less energy losses can enter. Then, they are accelerated after passing through the mesh. Though the mechanical construction is simple, shadow image of the mesh overlaps and moreover the resolution is limited (of the order of several electron volts).²³⁻²⁵⁾ This is a kind of "Gegenfeld" filter, but may be called a net filter for convenience' sake.

The so-called "Gegenfeld" filter is composed of a cylinder with a hole which is connected to the electron gun through variable potential ΔE . Usually the retarded electrons are detected by a Faraday cylinder and amplified by a d.c. amplifier. When the scattering angle is fixed, the integrated intensity curve $\int_0^{\Delta E} I(\varepsilon) d\varepsilon$ can be obtained against the filter potential.²⁶⁻³⁴⁾ The differential of this curve will give the energy spectra $I(\varepsilon)$, but this procedure gives much error. When the filter potential is fixed and the intensity is measured against the scattering angle, the diffraction line profile can be obtained. The latter method can conveniently be used for the study of electron diffraction.⁹⁻¹²⁾ The resolution of this filter itself is the order of 0.05 eV. However, the practical limit of the resolution is determined by the distribution of the electron energy from the electron gun and is about 0.5 eV.

(d) *Combined filter.*

As is mentioned before, when the magnetic filter is used the resolution is generally

poor (10^{-3}). However, when the electrons are retarded to give the energy of the order of several hundred electron volts and if the magnetic filter is used, the resolution will become the order of, say $\sim 10^{-3} \times 300 \text{ eV} \sim 1 \text{ eV}$. If the electrons are accelerated again after passing through the filter and detected by, for example, a scintillator, the relative resolution will become high. Such a combination of "Gegenfeld" and magnetic filters can give a high resultant resolution of 1 eV even for the accelerating voltage of 400 kV.³⁵⁾

Though the combined type filter seems to be useful, the mechanical construction and the adjustment are rather complicated. To get the integrated intensity curves $\int_0^{\Delta E} I(\epsilon) d\epsilon$ with as high a resolution as the "Gegenfeld" filter and also to get the electron energy spectra $I(\epsilon)$, the present authors have modified the "Gegenfeld" filter. The construction is simple and can be used easily for electron diffraction work. The features and the characteristics of it will be shown in detail in this paper.

§ 2. Apparatus

(a) General.

Figure 1 shows the schematic representation of the apparatus. A slit S_1 determines the aperture of the electron beam. The diffraction pattern from the specimen Sp is focused by a lens L on the fluorescent screen. S_2 is the two sets of adjustable slits placed on the screen. Two pairs of deflectors D are put beneath the specimen. The "Gegenfeld" filter F is placed under S_2 . The electrons after passing through F are detected by a scintillator Sc , amplified by a photomultiplier and recorded by a high speed pen recorder.

(b) Deflectors.

If the diffracted beam is scanned mechanically as was done by some of the workers,^{33, 36-38)} the scanning speed is limited by the mechanical construction. Two pairs of the deflectors are used in the present experiment³⁹⁾. If we put the lengths of both the deflectors ℓ , distances d_1 and d_2 and the voltages both V , the path of the electrons in the second deflector is given by

$$y = (L + \ell) \tan 2\theta - \frac{\ell^2 V}{4d_1 E \cos^2 2\theta} + \left(\frac{\tan 2\theta - \ell V}{2d_1 E \cos^2 2\theta} \right) x + \frac{V^2 x^2}{4d_2 E \cos^2 2\theta}, \quad (1)$$

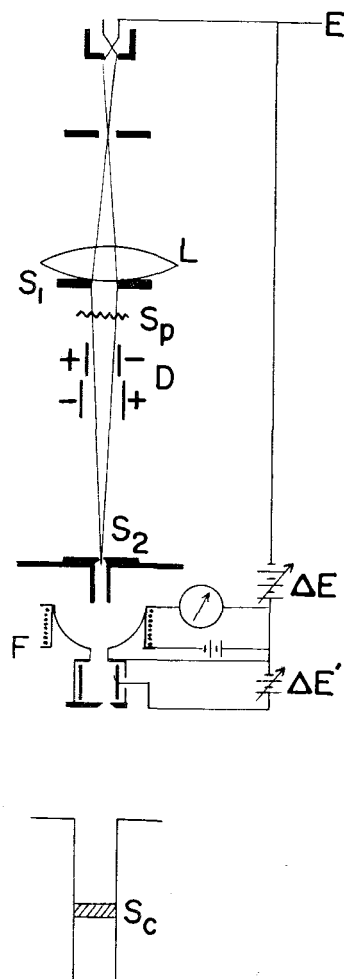


Fig. 1. The schematic representation of the apparatus.

where, L is the distance from the specimen to the top of the first deflector, 2θ the scattering angle, x the coordinate on the centre line of the apparatus, y the one perpendicular to it and E the accelerating voltage of the electrons. The condition that the diffracted beam with the scattering angle 2θ enters the slit S_2 is given by putting $y = 0$ for $x = \ell$. Then eq. (1) becomes

$$2\theta = \frac{\ell^2 V}{4} \left(\frac{3}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) / E(L + 2\ell). \quad (2)$$

The electron beam should be parallel to the centre line when it reaches the slit S_2 , because it must pass through the filter and enter the scintillator. This condition is given by the formula that the differential of eq. (1) is zero at the bottom of the second deflector:

$$4E\theta = \ell V(1/d_1 - 1/d_2). \quad (3)$$

In the present experiment the following dimensions are used:

$$L = 64, \ell = 50, d_1 = 20 \text{ and } d_2 = 31.2 \text{ mm}. \quad (4)$$

(c) Detector.

Stilbene plastic scintillator was used as the detector of the electrons. The surface was covered by aluminium film of thickness 1000 \AA to protect the scintillator from the light from the electron gun and from the room. The photomultiplier was 7309 and 1.2 kV was supplied. The photomultiplier current was recorded directly, or after passing through an a.c. amplifier by a high speed pen recorder.

(d) Linearity check of the photomultiplier records.

When the intensity of the electron beam is weak the scintillator-photomultiplier plots

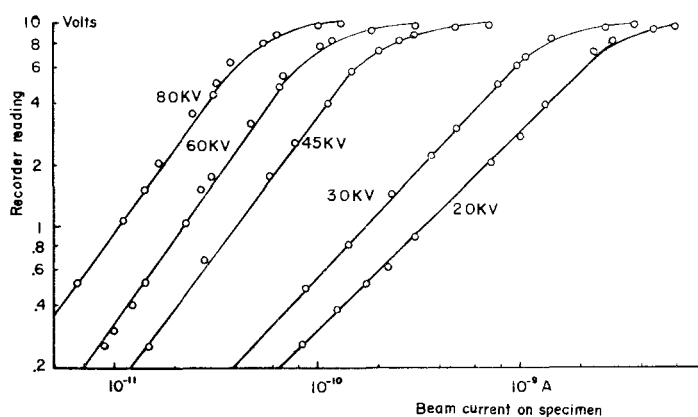


Fig. 2. The relations between the scintillator-photomultiplier readings and the electron beam currents detected on the specimen surfaces.

against the beam current are linear. However, when the beam intensity becomes strong, the plots deviate gradually from the straight line and saturate for very strong electron beam current. Of course, such a tendency depends upon the accelerating voltage of the electrons. Strictly speaking, the relations between the electrons passing through the specimen

and the scintillator-photomultiplier readings should be examined. However, the electron beam current detected on the surface of the specimen, which was insulated and connected to a d.c. amplifier, was plotted against the reading for the practical convenience. This is shown in Fig.

2. As is shown in this figure, roughly speaking, the recorded curves are linear when the readings are less than 10 V.

The total electron current is the sum of the electron beam current on the specimen surface, transmitted primary beam and the reflected beam. The last one is much smaller compared with the first two. To get the absolute intensities of the electron beam, the following procedure was used. The difference of the photomultiplier readings with the specimen in- and out-of the electron path will give the electron beam current which flows on the surface of the specimen: the voltage difference of 1 V corresponds to the electron beam intensity of 8×10^{-11} A. It was observed that the intensities of the diffraction rings (including the peaks and the backgrounds) are the order of 10^{-4} — 10^{-5} of that of the transmitted primary electron beam. Then the records of the photomultiplier plots can be considered to be linear to the intensities in all the ranges of the experiment.

(e) *Filter.*

A filter which is similar to Brack's type "Gegenfeld" filter was used in the present experiment.⁴⁰⁾ When the ratio of the length to diameter of the cylinder is large, only a part of the electrons can pass through the filter, giving a poor resolution as is shown in Fig. 3 (a). The optimum length and the diameter were 38 and 20 mm, respectively. However, even in this case the resolution is not so high when the centering of the filter is not accurate (5 eV).

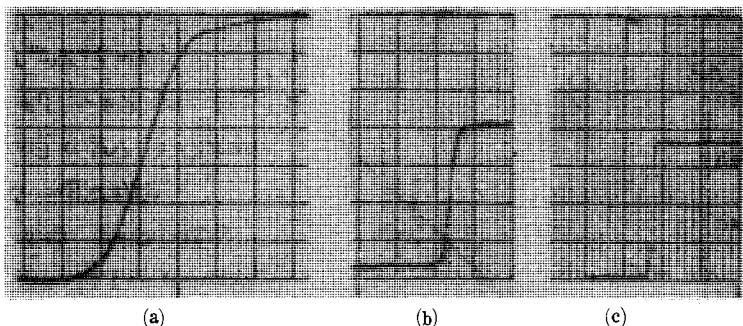


Fig. 3. The resolution of the "Gegenfeld" filter without the current. The accelerating voltage is 30 kV. One division of the abscissa corresponds to 3 eV.

- (a) The length of the cylinder of the filter is 120 and the diameter, 10 mm.
- (b) The length is 38 and the diameter, 20 mm. The centering of the filter axis is not good and the resolution is 5 eV.
- (c) The same dimensions as (b). The centering is good, giving the resolution of 0.7 eV.

This is shown in Fig. 3 (b). The best resolution is shown in Fig. 3 (c) (0.7 eV).

To avoid the divergence of the retarded electrons, which causes the poor resolution,⁴⁰⁾ a coil was put around the hemisphere part of the filter (*cf.* Fig. 1). An example of the variations of the resolution with coil current is shown in Fig. 4. The highest resolution is 0.5 eV for all the accelerating voltages from 15 to 60 kV.*

*When the authors finished the work, they found that Hartl⁴¹⁾ obtained very high resolution of 12 mV by using a combined type "Gegenfeld" filter.

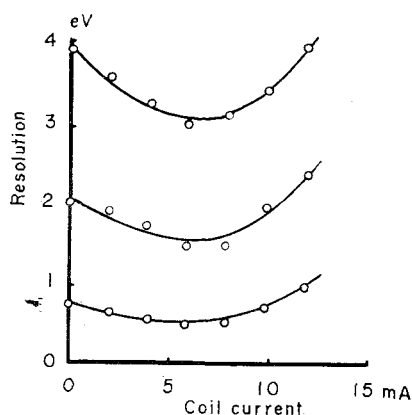


Fig. 4. Variation of the resolution of the "Gegenfeld" filter with the coil current. The coil turn is 450. The accelerating voltage is 30 KV.

energy ΔE from the centre axis of the filter is given by

$$y = b^2 \Delta E' / 4 \Delta E a. \quad \dots\dots\dots(5)$$

The variation of the y value due to the different energy of ΔE is given by the differential of eq. (5):

$$dy/d\Delta E = -y/\Delta E. \quad \dots\dots\dots(6)$$

To check these relations the specimen was removed and the maximum values of the photomultiplier records were plotted against the filter potential ΔE by putting a slit (*cf.* Fig. 1) beneath the filter at a different position from the centre of the filter axis. The result is shown in Fig. 5. Examples of the peak shapes are shown in Fig. 6. As is shown in this figure, the half widths are the order of 10 eV, corresponding to the vertical line segments of Fig. 5, and the peak heights decrease when the deflector voltage increases. This is due to the fact that some of the electrons hit the wall of the cylin-

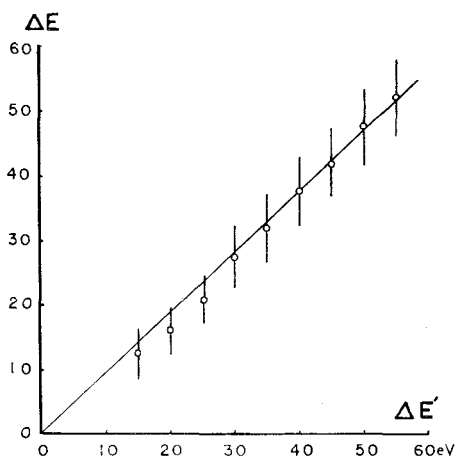
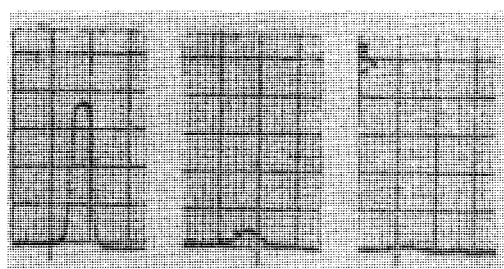


Fig. 5. The variation of the maximum energy positions of the filtered electron currents with the deflector voltage $\Delta E'$. The vertical line segments are the half widths of the energy of the electrons passing through the slit.

ders and do not pass through the slit, because the energy of the electrons in the filter is very low (0—150 eV) and there is a strong electric field outside the filter. Then the eqs. (5) and (6) can not be expected to be applied accurately. Accordingly, such a method is not sufficient enough to get the energy spectra of the electrons.

ii) A.C. modulation "Gegenfeld" filter. The second method is to add a.c. voltage to the filter potential of the "Gegenfeld" filter. The schematic arrangement is shown in Fig. 7. As is



(a) (b) (c)

Fig. 6. The resolution of the "Gegenfeld"-deflector filter. The accelerating voltage is 30 kV.
 (a) $\Delta E' = 20$ eV, (b) $\Delta E' = 40$ eV and
 (c) $\Delta E' = 60$ eV.

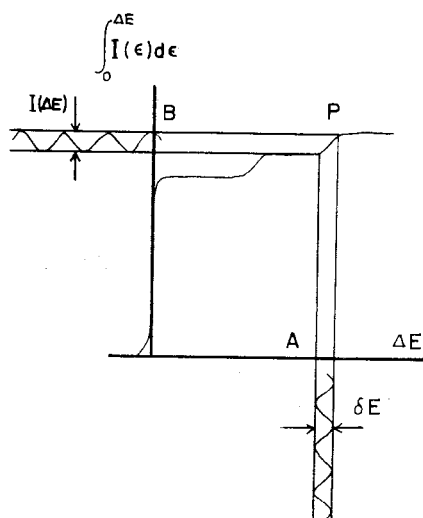


Fig. 8. The schematic representation to show the principle of the a. c. modulation "Gegenfeld" filter to give desired electron energy spectra.

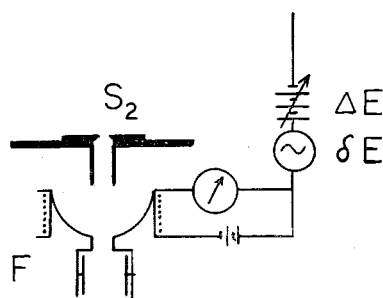
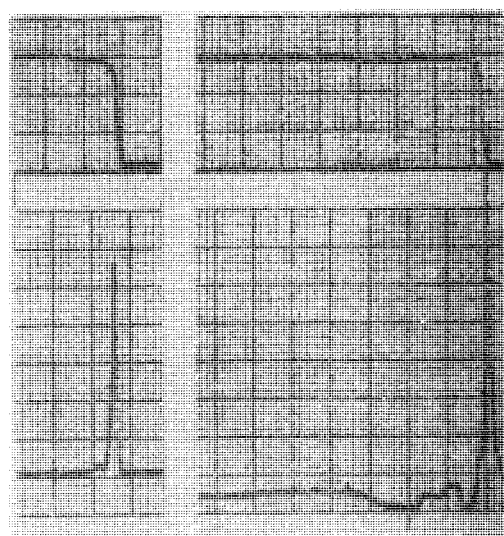


Fig. 7. The schematic representation of the a. c. modulation "Gegenfeld" filter. The ordinary integrated intensity curves and the energy spectra can be obtained by switching.



(a) (b)

Fig. 9. Example of the integrated type records ($\int_0^{\Delta E} I(\epsilon) d\epsilon$) and the differential type records ($I(\epsilon)$).
 (a) Without the specimen. (b) With the specimen of gold film of the thickness 150\AA .

shown in Fig. 8, when some modulated a. c. voltage δE is added to the filter potential ΔE , the electrons passing through the filter are also modulated. When such a modulated current is detected by the scintillator-photomultiplier, amplified by the a. c. amplifier and then rectified, the recorder current corresponds to the electron current for the energy value of ΔE with the width of δE . The range of δE is controlled from 1 to 8 eV. Such a modulated electron current gives the so-called energy spectrum. An example of the integrated curves for the zero scattering angle and the modulated a. c. curves is shown in Fig. 9.

Though the mechanism of this modulation method is simple, the accuracy is high (0.5—1 eV) and moreover, it can also be used as an ordinary “*Gegenfeld*” filter. The diffraction line profiles corresponding to ΔE with energy width δE can be obtained, when such a modulation method is applied for the electron diffraction work by fixing the ΔE values and taking the intensities against the scattering angles. The result of this case will be given in the near future.

References

- 1) H. Watanabe: J. Phys. Soc. Japan **9** (1954) 920 ; 1035.
- 2) H. Watanabe: J. Phys. Soc. Japan **10** (1955) 321 ; 908.
- 3) H. Watanabe: J. Phys. Soc. Japan **11** (1956) 112.
- 4) H. Watanabe: J. Electronmicros. **9** (1960) 123.
- 5) H. Watanabe: Japan. J. appl. Phys. **3** (1964) 480.
- 6) Y. Kamiya and R. Uyeda: J. Phys. Soc. Japan **16** (1961) 1361.
- 7) Y. Kamiya and R. Uyeda: J. Phys. Soc. Japan **17** Suppl. **B-II** (1962) 191.
- 8) Y. Kamiya: Japan. J. appl. Phys. **2** (1963) 386.
- 9) S. Kuwabara: J. Phys. Soc. Japan **18** (1963) 1217.
- 10) S. Kuwabara: International Conference on Electron Diffraction and Nature of Defects in Crystals, Melbourne (1965) **I G-2**.
- 11) S. Kuwabara: J. Phys. Soc. Japan **21** (1966) 127.
- 12) S. Kuwabara, P. S. Turner and J. M. Cowley: International Congress for Electron Microscopy, Kyoto (1966).
- 13) G. Ruthermann: Ann. Physik **2** (1948) 113.
- 14) L. Marton, J. A. Simpson and T. F. McGraw: Phys. Rev. **99** (1955) 495.
- 15) S. Kimoto, M. Sato, K. Kimoto and Y. Fukano: International Conference on Electron Diffraction and Nature of Defects in Crystals, Melbourne (1965) **I E-2**.
- 16) T. Ichinokawa: *ibid* **I N-4**.
- 17) G. Möllenstedt: Optik **5** (1949) 449.
- 18) F. Leonhard: Z. Naturwiss. **9a** (1954) 727 ; 1019.
- 19) D. A. Swick: Rev. Sci. Inst. **31** (1960) 525.
- 20) J. Geiger: Z. Physik **161** (1961) 243.
- 21) A. J. F. Metherell, S. L. Cundy and M. J. Whelan: International Conference on Electron Diffraction and Nature of Defects in Crystals, Melbourne (1965) **I N-3**.
- 22) H. Watanabae: *ibid* **I N-1**.
- 23) H. Boersch: Optik **5** (1949) 436.
- 24) H. Boersch: Z. Physik **134** (1953) 156.
- 25) H. Hashimoto, Yada and H. Maeda: J. Phys. Soc. Japan **11** (1956) 464.
- 26) H. Boersch: Z. Physik **139** (1954) 115.
- 27) G. Haberstroh and H. Raether: Naturwiss. **42** (1955) 531.
- 28) G. Haberstroh: Z. Physik **145** (1956) 20.
- 29) G. Meyer: Z. Physik **148** (1957) 61.
- 30) M. Horstmann, G. Meyer and H. Raether: Z. Physik **154** (1959) 633.
- 31) W. Hartl and H. Raether: Z. Physik **161** (1961) 238.
- 32) H. A. Raether: J. Phys. Soc. Japan **17** Suppl. **B-II** (1962) 61.

- 33) S. Kuwabara : J. Sci. Hiroshima Univ. **A-II** 25 (1962) 407.
- 34) M. Horstmann and G. Meyer : International Conference on Electron Diffraction and Nature of Defects in Crystals, Melbourne (1965) **I B-1**.
- 35) T. B. Rymer and C. D. Johnson : *ibid* **I E-1**.
- 36) S. Takagi and T. Suzuki : Acta Cryst. **8** (1955) 441.
- 37) S. Takagi and F. Fujimoto : J. Phys. Soc. Japan **15** (1960) 1607.
- 38) Y. Tomoda, S. Nagata and Y. Soezima : Tech. Rep. Osaka Univ. **10** (1960) 675.
- 39) H. Boersch and H. Miesner : Z. Physik **168** (1962) 298.
- 40) K. Brack : Z. Naturforsch. **17a** (1962) 1066.
- 41) W. A. M. Hartl : Z. Physik **191** (1966) 487.

超低周波三角波の発生と増幅

(電気工学科) 村 上 滋 樹

Generation and Amplification of V.L.F. Triangular Waves

Shigeki MURAKAMI

School of Electrical Engineering, Kure Technical College, Kure

The generation and the amplification of triangular waves of very low frequency are described in detail:

- (1) The mechanically generated triangular wave is magnified by using a transformer.
- (2) The voltage amplification is made by a modulated amplifier.
- (3) Darlington's connection is used for the current amplification.

The voltages are the order of 1 kV for (1) and (2), and the currents are the order of 1 A for (3), respectively. The linearity errors of the waves are within 1 percent in this experiment.

1. 緒 言

超低周波の掃引用三角波、のこぎり波を発生させ、それを〔kV〕オーダーに増幅したり〔A〕オーダーまで電流増幅したりすることが電子偏向において必要となることがあるが、一般に高い周波数のものについてはいろいろと考案されているのに反し、超低周波のものについてはあまり文献に見当らない。

そこで、まず機械的な方法で三角波を発生し変圧器で高電圧または大電流に変換する方法を実験し、つぎに電子的に増幅する方法について実験してみた。電圧増幅には変調増幅方式を用い、電流増幅にはダーリントン接続を用いたが、比較的簡単なひずみ補正の方法により直線度 1 [%] 以下の出力を得ることができた。

三角波の直線度についてはいろいろのきめ方が

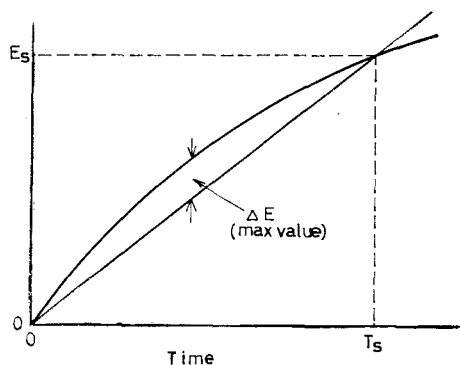


図1 Definition of the linearity

あるが、この実験では図1のように ΔE 、 E_s をとったとき直線度 ε_d をつぎのように定めた。¹⁾

$$\varepsilon_d = \Delta E / E_s \times 100 \quad [\%] \quad (1)$$

2. 機械的方法による三角波の発生

2・1 動作原理

すべり変圧器 (ST)、同期電動機 (SM)、自

己保持形リレー(R)およびマイクロスイッチ(M S)を図2のように組み合わせる。図の状態であ

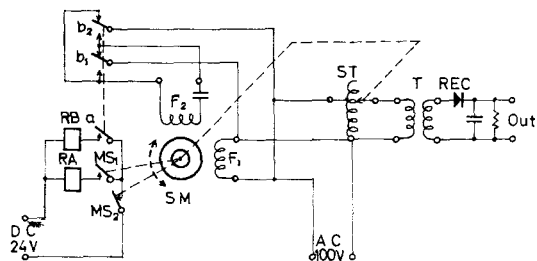


図2 Diagram of the triangular generator.

R: Relay, MS: Micro switch,
SM: Synchronous motor, F_1 : Main field
coil, F_2 : Exciting field coil, ST: Sliding
transformer, T: Transformer, REC:
Rectifier.

流電源に接続すると, SM は時計方向に回転し定められた上限で MS_1 を閉じる。 MS_1 が閉じると RA が動作し接点 a が閉じられ、同時に b_1 , b_2 が反対側に切り換わりさらに RB は自己保持されるので SM は逆転する。下限に達すると MS_2 が開かれ RB の保持が解除されるので図の状態にかえり SM は正転する。

SM にすべり変圧器を連結しこれに適当な変圧比をもつ変圧器(T)を接続し、二次電圧を整流すれば希望する大きさの三角波を得ることができる。

SM の回転数を N [rpm], 上限下限間の距離を D [mm], すべり変圧器の半径を r [mm]とし, MS , R の動作おくれを無視すれば三角波の周波数 f は次式で表わされる。

$$f = \pi r N / 60 D \quad [c/s] \quad (2)$$

従って, SM の減速比, 上限下限の位置を変えることにより変化できるが, 連続的に変えるためには可変周波数電源を用いるか無段変速機を使用しなければならない。

2・2 装 置

もっとも信頼性を要求されるのはリレーと MS である。自己保持形リレーが入手困難だったので

ふつうのワイヤスプリングリレー2個を改造して使用したが吸引力がやや弱い動作は確実である。寿命はリレー²⁾, MS ³⁾とも最低100万回以上で、相当期間使用できる。リレーは接点容量を十分にとり、火花消去用コンデンサを用いる。 MS は軽作動形で動作後の動きの大きいものを特に選んで用いないと MS が破損したり連結部に無理を生じたりする。

2・3 結 果

図3はその一例で最高電圧8 [kV]を得ている。直線度は上限と下限の近くを除けば極めてよくほとんど零である。周波数安定度は電源周波数の変動, MS の動作のバラツキ, 減速機構のガタによってきまるが, これらの影響はふつうの場合問題とはならない。

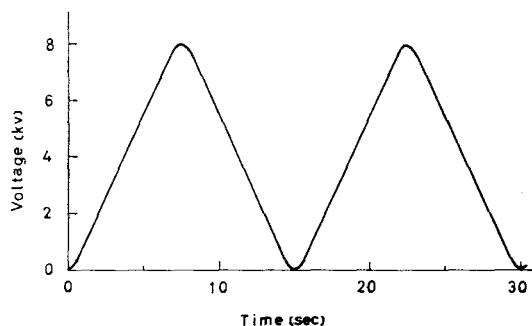


図3 Wave form of the generator

なお, この装置は第1巻で紹介された電子線回折装置の一部として作動している。

3. 三角波の増幅

3・1 電圧増幅

超低周波電圧の増幅方法としては, 直結増幅, 変調増幅ならびにその複合方式がある。

直結増幅を用いると300 [V]位の電圧までは可能であるが数 [kV]を得るには真空管の耐圧, 直流電源, 経費等より困難な点が多いので, 簡単な変調増幅を用いることにした。

3・1・1 動作原理

図4のように発振器から三角波を適当な周波数で変調し、真空管増幅器で増幅して昇圧後整流する。

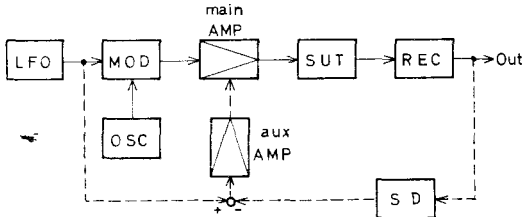


図4 Block diagram of the voltage amplifier.
LFO: VLF Oscillator, MOD: Modulator,
OSC: Carrier oscillator, main AMP: A.
C. amplifier, SUT: Step up transformer,
aux AMP: D.C. amplifier, REC: Rectifier,
SD: Step down circuit.

信号入力波が常に正であるようにしてやると加えた電圧と同一周波数の三角波が得られる。入力波が直流分を含まないときは加えた電圧の2倍の周波数の三角波が出てくる。変調増幅では同期整流を行なうのがふつうであるが、整流すべき電圧が高くなるとそれにに応じて同期電圧も高くなければならず面倒なので単純整流とした。このままでは安定度、直線度も悪いので、後に点線の部分を附加して直線度の向上を図った。

3・1・2 装 置

(1) 変調器 入力電圧が比較的大きいのでトランジスタチョッパでは歪む恐れがあり、ダイオードチョッパを用いた。ドリフトは信号入力に対して無視することができる。

(2) 増幅器 三極管接続の6AU6と6BQ5を用いた二段の交流増幅器で増幅度は約50〔dB〕ある。直線度がよくなるよう動作点を選び、できればPP増幅にし負帰還をかければ直線度がよくなり出力電圧も高くなる。

(3) 昇圧変圧器 単一の変圧器が望ましいが、手持ちの関係で三個組み合わせて変圧比7.7を得た。こうすると効率、インピーダンス整合の

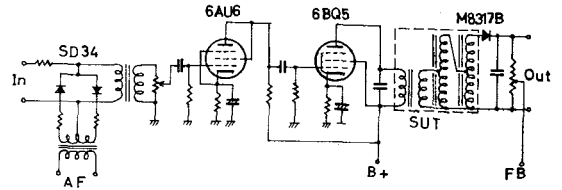


図5 Circuit of the modulated amplifier

点より相当不利で、10〔kV〕得られるような1次インピーダンス7〔kΩ〕、巻数比50の変圧器を使用すればより容易に高電圧が得られる。以上を組み合わせたのが、図5の回路である。

3・1・3 実験結果

はじめは写真1のような出力となり、1.5

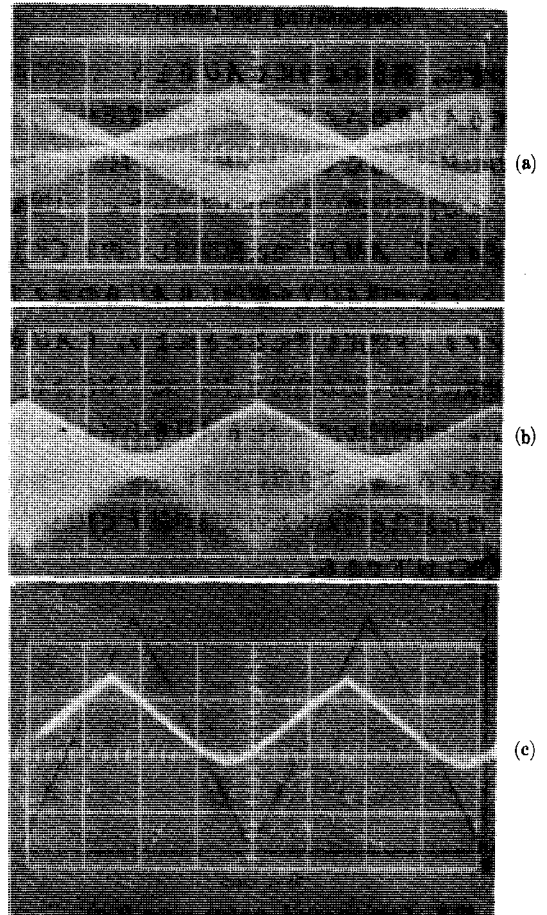


写真1 Wave forms of the voltage amplifier.
time scale: 5sec/div

- (a) Modulator output: 0.5V/div
- (b) Amplifier out put: 200V/div
- (c) Final output: 1000V/div

〔kV〕は得られたが、直線度は8〔%〕と極めて悪く、増幅度を下げても1〔kV〕位にしても4〔%〕位にしかならなかった。

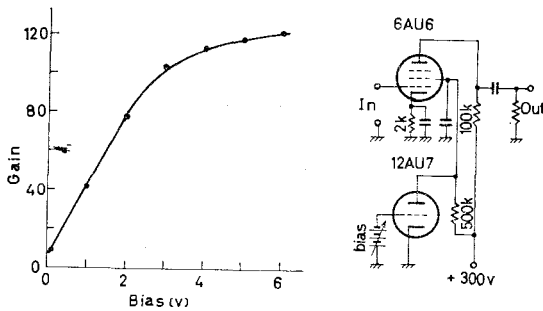


図6 Characteristic and circuit for compensating the linearity

つぎに、図6のように6AU6を5極管接続にして6AU6のスクリーングリッド電圧を入力と出力の偏差に応じて制御し直線度の向上を図った。この補正回路は入出力の偏差をチョップ増幅器 (a u X. AMP) で直流増幅して約2〔V〕とし、これで12AU7を駆動し6AU6のスクリーングリッド電圧を変えることにより、6AU6の増幅度を10~80の範囲で直線的に変化させる。チョップ増幅器の増幅度と6AU6のバイアス抵抗を変えることにより直線度はいろいろと変わるが、ほぼ最良と考えられる状態が図7で直線度は1〔%〕以下である。

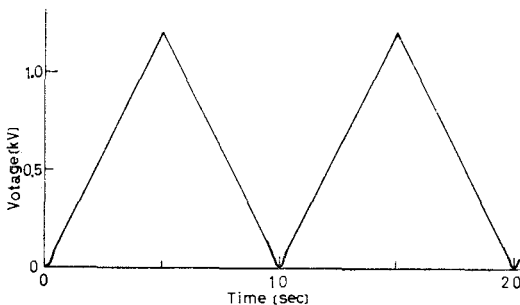


図7 Compensated output wave form

補正の方法としてはふつう負帰還を用いるが、非線形要素が多く、とくに真空管は大振幅動作させるので、単純な方法では補正が十分に行なわれ

ないので上述の方法により負帰還と同じ結果を得た。

この方法について少し述べてみる。図8のよう

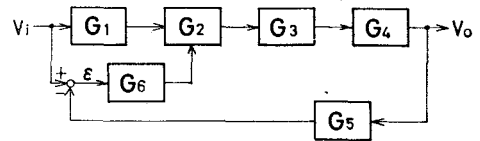


図8 Block diagram of the amplifier with compensating circuit

に各要素の伝達関数をきめると、偏差 ε は

$$\varepsilon = V_i - G_5 V_0$$

$$G_2 = k G_6 \varepsilon \text{ とすると}$$

$$V_0 = G_1 G_2 G_3 V_i$$

$$= G_1 k G_6 (V_i - G_5 V_0) G_3 G_4 V_i$$

$$= k G_1 G_5 G_4 G_6 (V_i - G_5 V_0) V_i$$

$$k G_1 G_5 G_4 G_6 = k \text{ とおくと}$$

$$V_0/V_i = K V_i / (1 + K G_5 V_i)$$

$$= 1 / (1 + K V_i + G_5)$$

$$G_6 \gg 1 \text{ であれば}$$

$$1/K V_i \ll G_5 \text{ となるから}$$

$$\therefore V_0/V_i \approx 1/G_5 \quad (3)$$

ゆえに、 G_5 は分圧回路の伝達関数で定数であるから、出力が入力に比例することになる。

3・2 電流増幅

3・2・1 原理

大出力用のトランジスタを用いれば〔A〕オーダーの電流が得られるが、偏向コイルの抵抗値によって電源電圧をかえたり、トランジスタの耐圧を考慮しなくてはならない。偏向コイルはインダクタンスをもっているが、超低周波数ではリアクタンスは無視できるし三角波では電流変化率が大きく変るところも少ないのでインダクタンスを無視して抵抗のみとして扱ってよい。単一トランジスタは入力抵抗をあまり大きくできないので、ダーリントン接続にしてみた。ダーリントン接続は

入力抵抗と電流増幅率を極めて大きくするすぐれた方法である。⁴⁾

3・2・2 実験結果

(1) 単一接続 図9の回路のようにパワートランジスタを直接駆動してみたが、入力抵抗450 Ω 、電圧増幅度3、電流増幅度25で直線度は約5 $\%$ である。

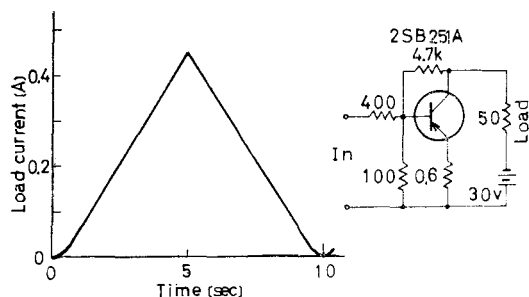


図9 Wave form and circuit of simple connection.

(2) ダーリントン接続 負荷 20 Ω 、エミッタ抵抗 5 Ω にして駆動したところ1.35 A までになったが、波形が歪むので図10のように

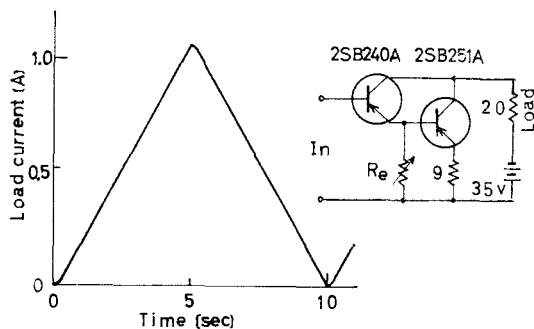


図10 Wave form and circuit of Darlington's connection.

エミッタ抵抗9 Ω にして負帰還を増すと1.1 A ではあるが、上部と下部を除けば完全な直線となった。この状態では、入力抵抗44 $\text{k}\Omega$ 、電圧増幅度2、電流増幅度 4.6×10^3 で単一接続より格段に大きい入力抵抗、電流増幅度が得られた。なお、 R_e を挿入すると、入力抵抗と電流増幅率は小さくなるが、全体としての特性、直線度はよくなり部分的負帰還の働きをする。

より大電流を得るには、トランジスタの並列接続、直列接続⁵⁾を行ない、電源電圧を高めればよい。

4. 結 言

以上、三角波の発生、増幅についておのおのの一つの方法を選び基礎的実験を行なったが、実用的な構成と精度の点より一応満足すべき結果を得た。増幅方法はのこぎり波や正弦波にはそのまま応用できるが、方形波についてはさらに改良の余地がある。

文 献

- (1) 藤井・細美：電子技術VOL. 4, No. 2, P 24.
- (2) NEC技術資料：ワイヤスプリングリレーについて (1964)
- (3) ナショナルカタログ：自動制御機器
- (4) R. A. Greiner: "Semiconductor Devices and Application" (1961)
- (5) 永田・阿部：信学誌 46, P. 635 (昭38)

(昭和41年9月1日受付)

変形ダーリントン接続

(電気工学科) 村上 滋 樹

Modified Darlington Connections

Shigeki MURAKAMI

School of Electrical Engineering, Kure Technical College, Kure.

In this paper the modified Darlington connections are investigated with the aid of the hybrid parameters and the transistor curve tracer. The following are the results: The current amplification factor (h_f) is varied with the insertion of R_{1s} , and is held uniform in the wide range of the collector current. The high input resistance is obtained by the use of R_{2s} .

1. 緒 言

ダーリントン接続は^{1), 2)}2個以上のトランジスタを直接接続するという最も簡単な方法をとっているにも拘らず、入力インピーダンスが高く、電流増幅率が大きいと非常にポピュラーな回路となってきた。トランジスタ回路の設計では通常 h パラメータを用いることが多いので、ダーリントン接続およびその変形接続について h パラメータを求めて比較した。

また、大振幅動作を行なわせる場合には、小信号に対する h パラメータでなく、特性曲線の直線性、活性領域の広さなどが問題となってくるので、トランジスタカーブトレーサにより静特性を比較検討してみた。

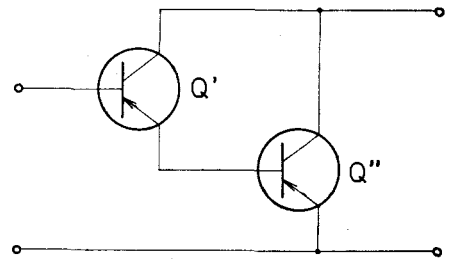


図1 ダーリントン接続

2. 基本的ダーリントン接続

ダーリントン接続は図1のように2個以上のトランジスタを接続するが、これは図2のように h パラメータを用いて等価的に書き換えることができる。³⁾

Q' 、 Q'' について h パラメータを用いて入出力の関係を書き表わすとつぎのようになる。

$$\begin{cases} V_1' = h_{i1}' i_1' + h_{r1}' V_2' \\ i_2' = h_{f1}' i_1' + h_{o1}' V_2' \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

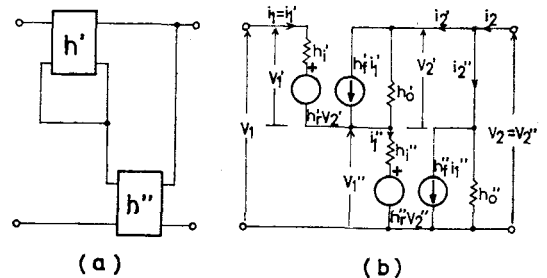


図2 ダーリントン接続の h パラメータ

$$\left. \begin{aligned} V_1'' &= h_{i''} i_1'' + h_{r''} V_2'' \\ i_2'' &= h_{f''} i_1'' + h_{o''} V_2'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

つぎにダーリントン接続を1個のトランジスタとみなしたときの入出力の関係は

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= h_i i_1 + h_r V_2 \\ i_2 &= h_f i_1 + h_o V_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

また、電圧、電流の間にはつぎの関係がなり立つ。

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= V_1' + V_1'' \\ V_2' &= V_2'' - V_1'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} i_2' + i_2'' &= i_2 \\ i_1' + i_2' &= i_1'' \\ i_1' &= i_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

これらの式よりつぎのような等価 h パラメータが求まる。

$$\left. \begin{aligned} h_i &= h_{i'} + \frac{(1 - h_{r'}) (1 + h_{f'}) h_{i''}}{1 + h_{o'} h_{i''}} \\ h_r &= \frac{h_{r'} + h_{r''} (1 - h_{r'}) + h_{o'} h_{i''}}{1 + h_{o'} h_{i''}} \\ h_f &= \frac{h_{f''} (1 + h_{f'})}{1 + h_{o'} h_{i''}} \\ h_o &= h_{o''} + \frac{h_{o'} (1 - h_{r''})}{1 + h_{o'} h_{i''}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

Q' 、 Q'' に例えば2SB113⁵⁾を用いたとすると、

$$\left. \begin{aligned} h_{i'} &= h_{i''} = 2.4 \text{ [k}\Omega\text{]} \\ h_{r'} &= h_{r''} = 940 \times 10^{-6} \\ h_{f'} &= h_{f''} = 80 \\ h_{o'} &= h_{o''} = 40 \times 10^{-6} \text{ [}\mu\text{]} \end{aligned} \right\}$$

であるからダーリントン接続の h パラメータはつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} h_i &= 180 \text{ [k}\Omega\text{]} \\ h_r &= 9 \times 10^{-2} \\ h_f &= 6480 \\ h_o &= 77 \times 10^{-6} \text{ [}\mu\text{]} \end{aligned} \right\}$$

従って、 h_i と h_f が極めて大きくなっていることがわかる。

3. 変形ダーリントン接続

基本的ダーリントン接続の各枝路に抵抗を挿入すると特性が変化することが考えられるが、図3のように Q' のエミッタ、コレクタ、 Q'' のベースに抵抗を挿入してみた。この他に Q' のベース、 Q'' のコレクタに挿入することができるが上の三つの場合より特性の変化が推測できるので省略した。

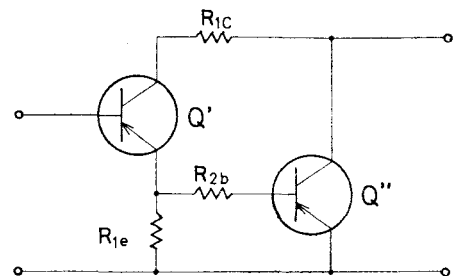


図3 変形ダーリントン接続

3・1 R_{1e} を挿入した場合

h_i , h_f を求めるときの等価回路は図4のようになり、この回路について式をたてるとつぎのようになる。⁴⁾

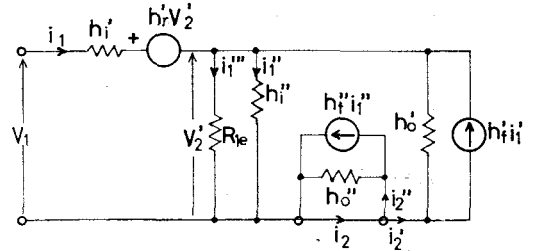


図4 R_{1e} を含むhパラメータ等価回路(1)

$$\left. \begin{aligned} -V_2' \left(\frac{1}{h_i''} + h_o' + \frac{1}{R_{1e}} \right) &= i_1 (1 + h_f') \\ V_1 &= h_i' i_1 + h_r' V_2' - V_2' \\ i_2 &= -h_f'' \frac{V_2'}{h_i''} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(7)より h_{ie} を求めると、

$$h_{ie} = \left. \frac{V_1}{i_1} \right|_{V_2=0} = h_i' + \frac{(1 - h_r')(1 + h_f') h_i''}{1 + h_o' h_i'' + \frac{h_i''}{R_{1e}}} \dots\dots\dots (8)$$

(7)と(8)より h_{fe} を求めると、

$$h_{fe} = \left. \frac{i_2}{i_1} \right|_{V_2=0} = \frac{h_f''(1 + h_f')}{1 + h_o' h_i'' + \frac{h_i''}{R_{1e}}} \dots\dots\dots (9)$$

同様にして図5から h_{re} , h_{oe} を求める。

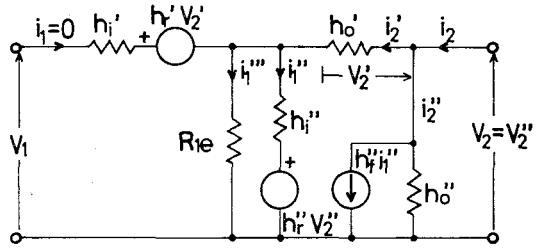


図5 R_{1e} を含むhパラメータ等価回路(2)

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= h_r' V_2' + h_i'' i_1'' + h_r'' V_2 \\ i_2' &= i_1''' + i_1'' \\ i_2 &= i_2' + i_2'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{re} &= \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{i_1=0} = \frac{h_r' + h_r''(1 - h_r') + h_i'' h_o'}{1 + h_o' h_i''} + \frac{h_r'}{1 + h_o' R_{1e}} \\ h_{oe} &= \left. \frac{i_2}{V_2} \right|_{i_1=0} = h_o'' + \frac{(1 - h_r'') h_o'}{1 + h_o' h_i''} + \frac{h_o'}{1 + h_o' R_{1e}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

Q' , Q'' に同一のトランジスタ2SB113を用い、 R_{1e} を h_i' の倍数として変えたときのhパラメータの変化は図6のようになり h_o はほとんど変わらないが、 h_i と h_f は大きく変わっている。例えば、 $R_{1e} = h_i'$ のときには、 h_f と h_i は約1/2に減少している。

従って、 R_{1e} を変えることにより任意の h_f または h_i を持つトランジスタを得ることができる。

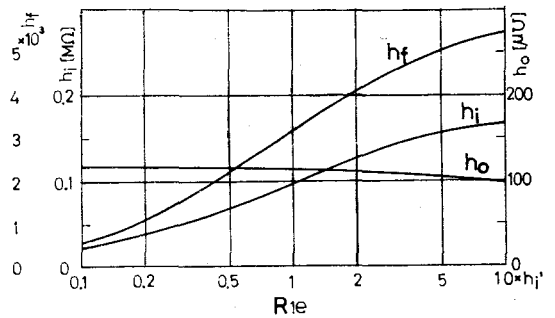
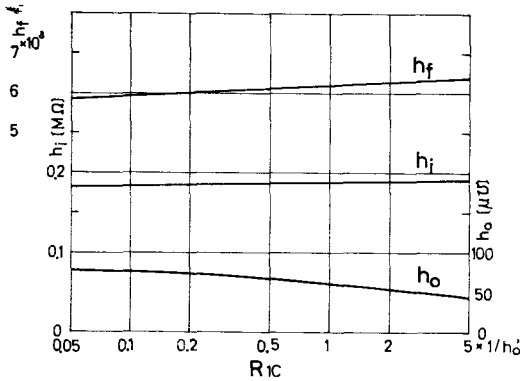


図6 R_{1e} とhパラメータ

3・2 R_{1e} を挿入した場合

3・1と同様にして等価回路を描きhパラメータを求めるとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 h_{ic} &= h_{i'} + \frac{(1-h_{r'}) (1+h_{f'}) h_{i''} (1+h_{o'} R_{1c})}{1+h_{o'} h_{i''} + h_{o'} R_{1c}} \\
 h_{rc} &= \frac{h_{r''} + h_{o'} h_{i''}}{1+h_{o'} h_{i''}} + \frac{h_{r'} (1-h_{r''}) (1+h_{o'} R_{1c})}{1+h_{o'} h_{f''} + h_{o'} R_{1c}} \\
 h_{fc} &= \frac{h_{f''} (1+h_{f'}) (1+h_{o'} R_{1c})}{1+h_{o'} h_{i''} + h_{o'} R_{1c}} \\
 h_{oc} &= h_{o''} + \frac{h_{o'} (1-h_{r''})}{1+h_{o'} h_{i''} + h_{o'} R_{1c}}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

図7 R_{1c} と h パラメータ

R_{1c} を $1/h_{o'}$ の倍数として変えたときの変化の様子は図7のようになり、あまり変化は認められない。従って、トランジスタの熱暴走防止のための保護抵抗として適当な大きさのものを入れると、小信号に対する特性を害なうことなく目的を達することができる。

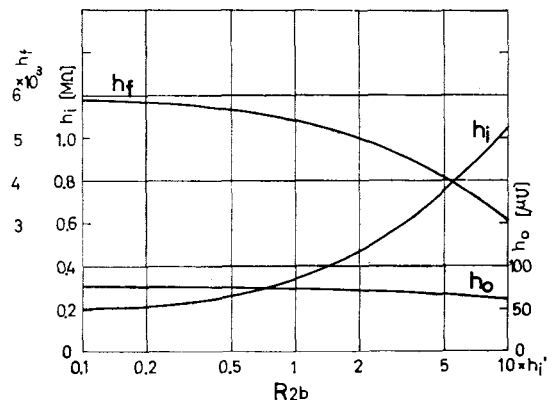
3・3 R_{2b} を挿入した場合

3・1と同様にして h パラメータを求める。

$$\left. \begin{aligned}
 h_{ib} &= h_{i'} + \frac{(1-h_{r'}) (1+h_{f'}) (h_{i''} + R_{2b})}{1+h_{o'} (h_{i''} + R_{2b})} \\
 h_{rb} &= \frac{h_{r'} + h_{r''} (1-h_{r'}) + h_{o'} (h_{i''} + R_{2b})}{1+h_{o'} (h_{i''} + R_{2b})} \\
 h_{fb} &= \frac{h_{f''} (1+h_{f'})}{1+h_{o'} (h_{i''} + R_{2b})} \\
 h_{ob} &= h_{o''} + \frac{h_{o'} (1-h_{r''})}{1+h_{o'} (h_{i''} + R_{2b})}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

R_{2b} を $h_{i'}$ の倍数として変えたときの変化は図8のようで、 R_{2b} が増えると h_f は減るが h_i の増加が著しい。 R_{2b} を $h_{i'}$ の2倍とすると h_f は約10%減少するのに対し、 h_i は2.5倍となっている。電流増幅率をあまり変えないで、入力抵抗を増したいときには、この方法をとればよい。

任意の電流増幅率をもち、任意の入力抵抗をもつトランジスタは、 R_{1c} と R_{2b} を適当に選ぶことにより実現できる。

図8 R_{2b} と h パラメータ

4. 静 特 性

4・1 基本的ダーリントン接続

2SB 113 等をダーリントン接続にし微小信号増幅に用いるのは極めて有効であるが、一方、出力段等

において大振幅動作を行なわせる場合には比較的容量の大きいトランジスタを組み合わせるので、 Q' として2SB240A、 Q'' として2SB251Aを用いて静特性を比較してみた。⁵⁾

まず2SB251Aだけの特性曲線を求めてみると写真1のようになり、これと写真2(a)と比較すると、ベース電流が1/40に減っているのにコレクタ電流の大きさは略同じになっていて h_{fe} の増加を示している。また、ベース電流零の線が上に上っているので場合によってはバイアスしないで動作させることが可能である。

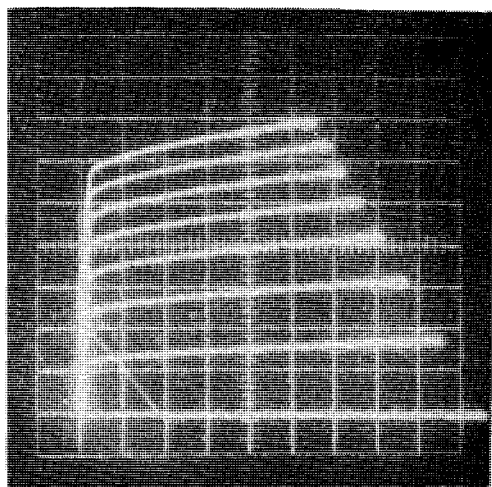


写真1 2SB251Aの V_c-I_c 特性
ベース電流: 2mA/step
コレクタ電流(縦軸): 0.2A/div
コレクタ電圧(横軸): 2V/div

4・2 変形ダーリントン接続

(1) R_{1c} を挿入した場合

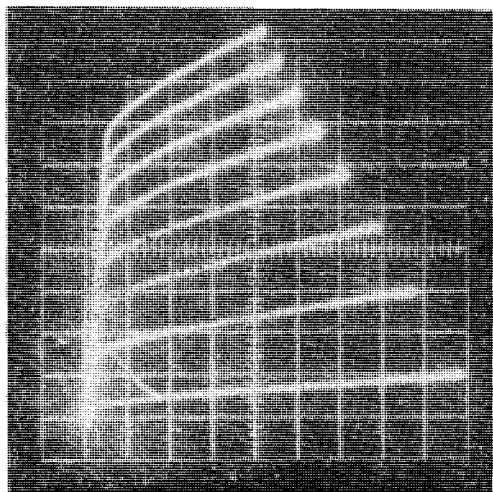
R_{1c} を h_{fe}' と同じ100 $[\Omega]$ とした場合が写真2(b)で、(a)と比べてみると h_{fe} は小さくなっているが、各ステップの間隔は差が少なくなり特にベース電流の小さいところで略等間隔になり入出力特性が改善されていることがよく分る。

(2) R_{1c} を挿入した場合

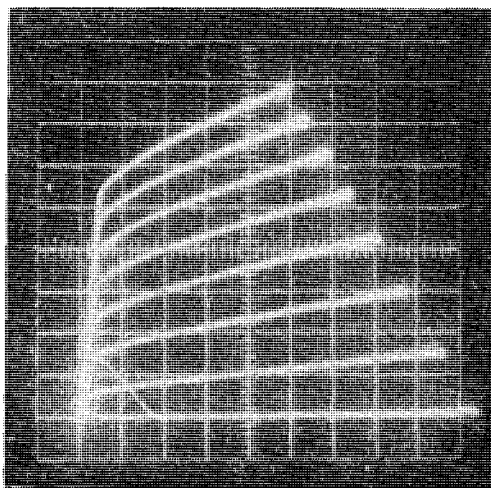
R_{1c} として $1/h_{fe}'$ の約1/2にあたる200 $[\Omega]$ を挿入したところ、写真2(c)のように飽和領域が広くなり、またしゃ断領域も少し広がってきて活性領域は狭くなる。 h_{fe} 、 h_{fe}'' の変化はほとんど認められない。

(3) R_{2c} を挿入した場合

h_{fe}'' の約10倍にあたる500 $[\Omega]$ を挿入するとしゃ断領域はそのまま、飽和領域が相当広がり大きい



(a) 基本接続



(b) $R_{1c}=100[\Omega]$

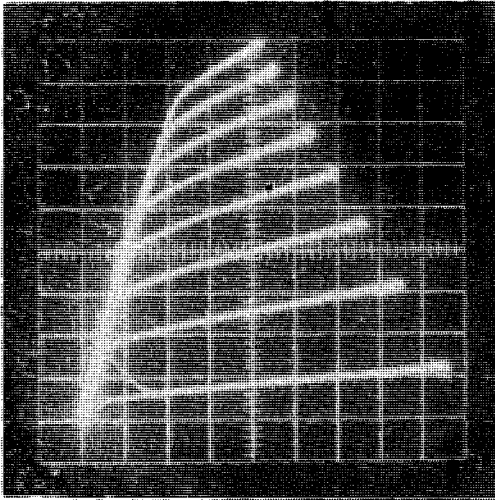
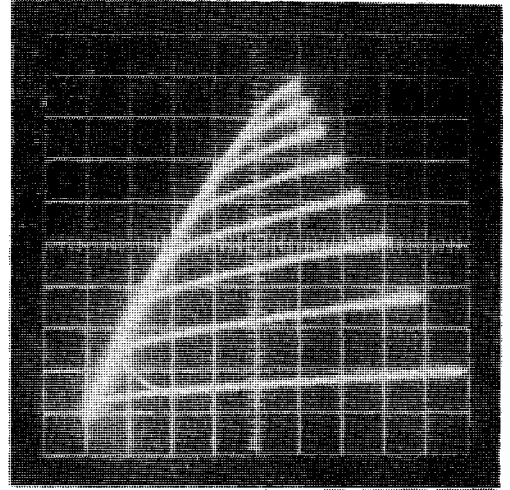
(c) $R_{1c}=200 [\Omega]$ (d) $R_{2b}=500 [\Omega]$

写真2 ダーリントン接続の V_c-I_c 特性
 ベース電流: 0.05mA/step
 コレクタ電流(縦軸): 0.2A/div
 コレクタ電圧(横軸): 2V/div

入力に対しては歪を生じることになる。

5. 結 言

ダーリントン接続に抵抗を挿入することにより生ずる特性の変化について基礎的検討を加えてみたが、 R_{1c} の挿入が最も効果的で、静特性の改善ではみるべきものがあった。抵抗の挿入は各各単独に行なった場合のみあげたが、それらの組み合わせや帰還の応用によりいろいろと異なった特性が得られると思う。解析等で不十分な点についてはさらに究明していきたい。

参 考 文 献

- (1) 米国特許 No. 2,663,806.
- (2) R. A. Greiner: Semiconductor Device and Application. (1961)
- (3) 雨宮: 電子技術 第4巻第2号 P. 79 (1962)
- (4) 電子技術 第7巻第12号 P. 63 (1965)
- (5) NEC Electronics Data Book-63

(昭和41年9月1日受付)

多軸行列法によるシュラーゲ電動機の解析

(電気工学科) 高 松 雄 三

Analysis of Schräge Motor by Means of Poly-Axis Matrix Method

Yuzo TAKAMATSU

School of Electrical Engineering, Kure Technical College,
Agacho, Kure.

(Received September 1, 1966)

The "poly-axis matrix method" is used to analyse the Schräge motor characteristics. The number of the rows of the impedance matrix used in the analysis is smaller than that of the other workers and the characteristic equations can be easily derived.

§ 1. Introduction

There are two matrix-theory-methods to analyse the rotating machines. The first one is a "d-q transformation" (two-axis-matrix method) which was developed by G.Kron.¹⁾ This method is useful to analyse the characteristics of two-phase machines, but not so easy for the analysis of three-phase machines. The second one is a "poly-axis-matrix method" which was proposed by T.Takeuchi.²⁾ The latter method is more convenient than that of the former to analyse the characteristics of three-phase machines.

The Schräge motor characteristics have already been analysed by T.Takeuchi.²⁾ However, the process of the calculation is complex since he separated the adjusting windings into two parts. In this paper the adjusting windings were introduced as is shown in Fig. 1 to make the calculation easier, and the characteristics of the Schräge motor were calculated in the same way as in the case of induction motor.

§ 2. The Derivation of Voltage Equations

Figure 1 shows the schematical representation of the Schräge motor: the rotor has a set of primary windings 1^a , 1^b and 1^c , and a set of adjusting windings 3^a , 3^b and 3^c . There is a set of secondary windings 2^a , 2^b and 2^c on the stator. For the sake of simplicity of the derivation of the equations we assume that the sets of primary-, secondary- and adjusting-windings are located at 120 electrical degrees in space to each other, respectively,

and that the primary windings on the rotor are connected to the three-phase source of constant voltage and constant frequency with slip rings. The adjusting windings are connected to the secondary ones with the brushes B_1 , B_2 and B_3 in series (the dotted lines in Fig.1). If the direction of the phase rotation is counterclockwise, the rotor rotates clockwise with angular speed ω_r . Let $\theta (= -\omega_r t)$ be the angle between the primary winding and

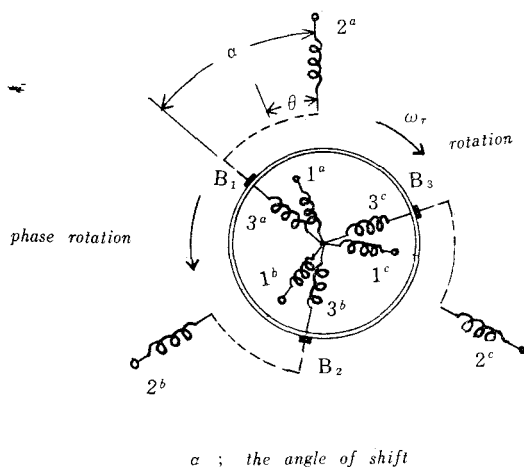


Fig. 1. Schematic diagram of Schräge motor.

the secondary winding. We assume that the mutual inductance between two windings is proportional to the cosine of the angle between them.

The symbols in this paper are as follows:

$[M_{mn}]$ = mutual inductance matrix of the n -th winding due to the currents in the m -th winding,

where

$$m, n = 1, 2, 3.$$

For example,

$[M_{12}]$ = mutual inductance matrix of the secondary winding due to the currents in the primary winding.

$M_{mn} = M_{nm}$ = maximum mutual inductance between the m -th winding and the n -th winding,

where $m, n = 1, 2, 3$ and

R_m, l_m, L_m = the resistance, the leakage inductance and the main inductance of the m -th winding.

i_m^a, i_m^b, i_m^c = phase currents of the m -th winding.

e_m^a, e_m^b, e_m^c = phase voltages of the m -th winding.

i_{m0}, i_{m1}, i_{m2} = zero-, positive- and negative sequence currents of the m -th winding.

e_{m0}, e_{m1}, e_{m2} = zero-, positive- and negative sequence voltages of the m -th winding.

where $m = 1, 2, 3$.

Then voltage equations of the Schräge motor are obtained from Fig. 1.

The mutual inductance matrixes $[M_{21}]$ and $[M_{31}]$ may be written as follows:

$$[M_{21}] = M_{21} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos(-2\pi/3 + \theta) & \cos(-4\pi/3 + \theta) \\ \cos(2\pi/3 + \theta) & \cos \theta & \cos(-2\pi/3 + \theta) \\ \cos(4\pi/3 + \theta) & \cos(2\pi/3 + \theta) & \cos \theta \end{pmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

and

$$[M_{31}] = M_{31} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(2\pi/3 + \alpha) & \cos(4\pi/3 + \alpha) \\ \cos(-2\pi/3 + \alpha) & \cos \alpha & \cos(2\pi/3 + \alpha) \\ \cos(-4\pi/3 + \alpha) & \cos(-2\pi/3 + \alpha) & \cos \alpha \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

The leakage inductance matrix $[Z_1]$ and main inductance matrix $[L_1]$ are expressed as

$$[Z_1] = \begin{bmatrix} R_1 + l_1 p & 0 & 0 \\ 0 & R_1 + l_1 p & 0 \\ 0 & 0 & R_1 + l_1 p \end{bmatrix} \quad (p = \frac{d}{dt}) \dots\dots\dots (3)$$

and

$$[L_1] = L_1 \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\pi/3) & \cos(4\pi/3) \\ \cos(-2\pi/3) & 1 & \cos(2\pi/3) \\ \cos(-4\pi/3) & \cos(-2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

From eqs. (1), (2), (3) and (4) the voltage equation for the primary winding can be obtained as follows:

$$[e_1] = [Z_1][i_1] + [L_1 p][i_1] + [M_{21} p][i_2] + [M_{31} p][i_3] \dots\dots\dots (5)$$

where

$$[e_1] = \begin{bmatrix} e_1^a \\ e_1^b \\ e_1^c \end{bmatrix}, [i_1] = \begin{bmatrix} i_1^a \\ i_1^b \\ i_1^c \end{bmatrix}, [i_2] = \begin{bmatrix} i_2^a \\ i_2^b \\ i_2^c \end{bmatrix}, [i_3] = \begin{bmatrix} i_3^a \\ i_3^b \\ i_3^c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

Similarly, the mutual inductance matrix $[M_{32}]$ can be written as

$$[M_{32}] = M_{32} \begin{bmatrix} \cos(\theta + \alpha) & \cos(2\pi/3 + \theta + \alpha) & \cos(4\pi/3 + \theta + \alpha) \\ \cos(-2\pi/3 + \theta + \alpha) & \cos(\theta + \alpha) & \cos(2\pi/3 + \theta + \alpha) \\ \cos(-4\pi/3 + \theta + \alpha) & \cos(-2\pi/3 + \theta + \alpha) & \cos(\theta + \alpha) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

Then the voltage equation for the secondary winding is

$$[e_2] = [Z_2][i_2] + [L_2 p][i_2] + [M_{12} p][i_1] + [M_{32} p][i_3] \dots\dots\dots (8)$$

where

$$[M_{12}] = [M_{21}]^t$$

which is the transposed matrix of $[M_{12}]$.

The voltage equation for the adjusting winding is as follows:

$$[e_3] = [Z_3][i_3] + [L_3 p][i_3] + [M_{13} p][i_1] + [M_{23} p][i_2] \dots\dots\dots (9)$$

In the case of unbalanced operation, eqs. (5), (8) and (9) may be transformed to the symmetrical co-ordinates axis by the transformation matrix $[A]$,

i. e.,

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

where

$$a = \exp(j 2\pi/3).$$

Let us define $[e]$ and $[A]^{-1}[e]$ as follows:

$$\begin{aligned} [e] &= [Z][i] \\ [A]^{-1}[e] &= \{[A]^{-1}[Z][A]\}[A]^{-1}[i]. \end{aligned} \quad (11)$$

Here

$$[A]^{-1} = \text{inversed matrix of } [A].$$

Using eq. (11) we transform eqs. (5), (8) and (9) to the equations which are based on the symmetrical co-ordinates axis. The transformed equations become as follows:

For the primary winding:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} e_{10} \\ e_{11} \\ e_{12} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} z_{1(p)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{1(p)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{1(p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{11} \\ i_{12} \end{pmatrix} + \frac{3}{2} M_{21} p \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{20} \\ i_{21} \\ i_{22} \end{pmatrix} \\ &+ \frac{3}{2} M_{31} p \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{j\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{-j\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{31} \\ i_{32} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (12)$$

where

$$z_{1(p)} = R_1 + l_1 p$$

$$Z_{1(p)} = R_1 + (l_1 + 3L_1/2) p.$$

For the secondary winding:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} e_{20} \\ e_{21} \\ e_{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} z_{2(p)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{2(p)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{2(p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{20} \\ i_{21} \\ i_{22} \end{pmatrix} + \frac{3}{2} M_{12} p \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{j\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{-j\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{11} \\ i_{12} \end{pmatrix} \\ &+ \frac{3}{2} M_{32} p \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{j(\theta+\alpha)} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{-j(\theta+\alpha)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{31} \\ i_{32} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (13)$$

where

$$z_{2(p)} = R_2 + l_2 p$$

$$Z_{2(p)} = R_2 + (l_2 + 3L_2/2) p.$$

For the adjusting winding:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} e_{30} \\ e_{31} \\ e_{32} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} z_{3(p)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{3(p)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{3(p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{30} \\ i_{31} \\ i_{32} \end{pmatrix} + \frac{3}{2} M_{13} p \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{-j\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{j\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{11} \\ i_{12} \end{pmatrix} \\ &+ \frac{3}{2} M_{23} p \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{-(\theta+\alpha)} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{j(\theta+\alpha)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{20} \\ i_{21} \\ i_{22} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

where

$$z_{3(p)} = R_3 + l_3 p$$

$$Z_{3(p)} = R_3 + (l_3 + 3L_3/2) p.$$

From eqs. (12), (13) and (14), the positive- and negative sequence rows (after removing the zero sequence row) become as follows:

$$[e'] = [Z'] [i'] \quad (15)$$

where

$$[e'] = \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{21} \\ e_{22} \\ e_{31} \\ e_{32} \end{pmatrix}, [i'] = \begin{pmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{21} \\ i_{22} \\ i_{31} \\ i_{32} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

and

$$[Z'] = \begin{pmatrix} Z_1(p) & 0 & \frac{3}{2}M_{12}p\varepsilon^{-j\theta} & 0 & \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{j\alpha} & 0 \\ 0 & Z_1(p) & 0 & \frac{3}{2}M_{12}p\varepsilon^{j\theta} & 0 & \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{-j\alpha} \\ \frac{3}{2}M_{12}p\varepsilon^{j\theta} & 0 & Z_2(p) & 0 & \frac{3}{2}M_{23}p\varepsilon^{j(\theta+\alpha)} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{12}p\varepsilon^{-j\theta} & 0 & Z_2(p) & 0 & \frac{3}{2}M_{23}p\varepsilon^{-j(\theta+\alpha)} \\ \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{-j\alpha} & 0 & \frac{3}{2}M_{23}p\varepsilon^{-j(\theta+\alpha)} & 0 & Z_3(p) & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{j\alpha} & 0 & \frac{3}{2}M_{23}p\varepsilon^{j(\theta+\alpha)} & 0 & Z_3(p) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

The impedance matrix $[Z']$ is a function of time θ ($=-\omega_r t$), then we choose the commutation matrix $[K]$ as

$$[K] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{j\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon^{-j\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

By using eq. (18) we transform eq. (15) as follows:

$$[K]^{-1}[e'] = \{[K]^{-1}[Z']\}[K][i']$$

i. e.,

$$[e''] = [Z''] [i'']$$

Thus the impedance matrix $[Z'']$, the voltage matrix $[e'']$ and the current matrix $[i'']$ can be obtained:

$$[Z''] = \begin{pmatrix} Z_1(p) & 0 & \frac{3}{2}M_{12}p & 0 & \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{j\alpha} & 0 \\ 0 & Z_1(p) & 0 & \frac{3}{2}M_{12}p & 0 & \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{-j\alpha} \\ \frac{3}{2}M_{12}(p-j\omega_r) & 0 & Z_2(p-j\omega_r) & 0 & \frac{3}{2}M_{23}(p-j\omega_r)\varepsilon^{j\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{12}(p+j\omega_r) & 0 & Z_2(p+j\omega_r) & 0 & \frac{3}{2}M_{23}(p+j\omega_r)\varepsilon^{-j\alpha} \\ \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{-j\alpha} & 0 & \frac{3}{2}M_{23}p\varepsilon^{-j\alpha} & 0 & Z_3(p) & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{31}p\varepsilon^{j\alpha} & 0 & \frac{3}{2}M_{23}p\varepsilon^{j\alpha} & 0 & Z_3(p) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

$$[e''] = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{21}\varepsilon^{-j\theta} \\ e_{22}\varepsilon^{j\theta} \\ e_{s1} \\ e_{s2} \end{bmatrix} \text{ and } [i''] = \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{21}\varepsilon^{-j\theta} \\ i_{22}\varepsilon^{j\theta} \\ i_{s1} \\ i_{s2} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (20)$$

Since the adjusting winding and the secondary winding is connected together through the brushes in series as is shown in Fig. 1, the following equations are obtained:

$$\left. \begin{aligned} e_{21}\varepsilon^{-j\theta} + e_{s1} &= 0 \\ e_{22}\varepsilon^{j\theta} + e_{s2} &= 0 \\ i_{21}\varepsilon^{-j\theta} &= i_{s1} \\ i_{22}\varepsilon^{j\theta} &= i_{s2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

By using eq. (21), eq. (20) can be given as follows:

$$[i''] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{21}\varepsilon^{-j\theta} \\ i_{22}\varepsilon^{j\theta} \end{bmatrix} = [C][i'''] \quad \dots\dots\dots (22)$$

and

$$[e'''] = [C]_t [e'']$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{21}\varepsilon^{-j\theta} \\ e_{22}\varepsilon^{j\theta} \\ e_{s1} \\ e_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (23)$$

From the above connection matrix $[C]$ the impedance matrix $[Z''']$ is given by

$$[Z'''] = [C]_t [Z''] [C]$$

$$= \begin{bmatrix} Z_{1(p)} & 0 & \bar{A}_1 & 0 \\ 0 & Z_{1(p)} & 0 & A_1 \\ \bar{A}_2 & 0 & \bar{A}_3 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & A_3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (24)$$

where

$$A_1 = \frac{3}{2}M_{12}p + \frac{3}{2}M_{s1}p\varepsilon^{-j\alpha}$$

$$A_2 = \frac{3}{2}M_{12}(p + j\omega_r) + \frac{3}{2}M_{s1}p\varepsilon^{j\alpha} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$A_3 = Z_{2(p+j\omega_r)} + Z_{s(p)} + \frac{3}{2}M_{2s}(p + j\omega_r)\varepsilon^{-j\theta} + \frac{3}{2}M_{2s}p\varepsilon^{j\alpha}$$

\bar{A}_1 , \bar{A}_2 and \bar{A}_3 are conjugate of A_1 , A_2 and A_3 to each other. Accordingly, the voltage equation becomes

$$[e'''] = [Z'''] [i'''] \dots\dots\dots (26)$$

where the $[e''']$, the $[i''']$ and the $[Z''']$ are given by eqs. (22), (23) and (24).

§3. Currents of the Primary and Secondary Windings

From eq. (26) the primary currents are given by

$$\begin{pmatrix} i_{11} \\ i_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\bar{A}_3}{Z_{1(p)} \bar{A}_3 - A_2 \bar{A}_1} & 0 \\ 0 & \frac{A_3}{Z_{1(p)} \bar{A}_3 - A_2 \bar{A}_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

and the secondary currents, by

$$\begin{pmatrix} i_{21} \varepsilon^{-j\theta} \\ i_{22} \varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-\bar{A}_2}{Z_{1(p)} \bar{A}_3 - A_2 \bar{A}_1} & 0 \\ 0 & \frac{-A_2}{Z_{1(p)} \bar{A}_3 - A_2 \bar{A}_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (28)$$

The currents for the steady state can be obtained by replacing the instantaneous values i_{11} , i_{12} , by the effective values I_{11} , I_{12} , and p by $j\omega$.

Now we put

$$X_m = \omega (L_m + 3L_m/2), \quad (m = 1, 2, 3.) \dots\dots\dots (29)$$

$$X_{mn} = \omega \frac{3}{2} M_{mn}, \quad (m, n = 1, 2, 3.) \dots\dots\dots (30)$$

And let σ_{12} be leakage coefficient between the primary winding and the secondary winding, σ_{23} be that between the secondary winding and the adjusting winding, σ_{31} , that between the adjusting winding and the primary winding. Then we get

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{12} &= \frac{X_1 X_2 - (X_{12})^2}{X_1 X_2}, \quad \sigma_{23} = \frac{X_2 X_3 - (X_{23})^2}{X_2 X_3}, \\ \text{and} \\ \sigma_{31} &= \frac{X_3 X_1 - (X_{31})^2}{X_3 X_1}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

Then the primary currents in steady state given by

$$\begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\{B_1(s) + j B_2(s)\} E_{11}}{B_3(s) + j B_4(s)} \\ \frac{\{B_1(2-s) + j B_2(2-s)\} E_{12}}{B_3(2-s) + j B_4(2-s)} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (32)$$

and the secondary currents, by

$$\begin{pmatrix} I_{21} \\ I_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-j(s X_{12} + X_{31}) E_{11}}{B_3(s) + j B_4(s)} \\ \frac{-j(2-s X_{12} + X_{31}) E_{12}}{B_3(2-s) + j B_4(2-s)} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

where

$$\alpha = 0$$

$$B_{1(s)} = B_{1(2-s)} = R_2 + R_3$$

$$B_{2(s)} = s X_2 + X_3 + X_{23}(1+s)$$

$$B_{3(s)} = R_1(R_2 + R_3) - s \sigma_{12} X_1 X_2 - \sigma_{31} X_3 X_1 + X_{12} X_{31}(s+1) - X_1 X_{23}(s+1)$$

$$B_{4(s)} = X_1(R_2 + R_3) + R_1(s X_2 + X_3) + R_1 X_{23}(1+s)$$

$$B_{2(2-s)} = (2-s) X_2 + X_3 + X_{23}(3-s)$$

$$B_{3(2-s)} = R_1(R_2 + R_3) - (2-s) \sigma_{12} X_2 X_1 - \sigma_{31} X_3 X_1 + X_{12} X_{31}(3-s) - X_1 X_{23}(3-s)$$

$$B_{4(2-s)} = X_1(R_2 + R_3) + R_1(2-s X_2 + X_3) + R_1 X_{23}(3-s)$$

} ... (34)

§4. Torque Equation

From eq. (24) the torque tensor $[G_s]$ can be written as

$$[G_s] = \begin{pmatrix} -j 3 M_{12}/2 & 0 \\ 0 & +j 3 M_{12}/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} -j X_{12} & 0 \\ 0 & +j X_{12} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (35)$$

Therefore the torque τ becomes

$$\begin{aligned} \tau &= Re \left\{ \begin{pmatrix} I_{21} \\ I_{22} \end{pmatrix}^* \right\} [G_s] \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{12} \end{pmatrix} \quad (* ; \text{conjugate}) \\ &= \frac{1}{\omega} \left\{ \frac{D_1 (E_{11})^2}{(B_{3(s)})^2 + (B_{4(s)})^2} - \frac{D_2 (E_{12})^2}{(B_{3(2-s)})^2 + (B_{4(2-s)})^2} \right\} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

where

$$D_1 = (R_2 + R_3) X_{12} (s X_{12} + X_{31}) \dots\dots\dots (37)$$

and

$$D_2 = (R_2 + R_3) X_{12} (2-s X_{12} + X_{31}) \dots\dots\dots (38)$$

Let the effective turns of the primary winding be N_1 , that of the secondary winding be N_2 , that of the adjusting winding, N_3 (for $2\rho = 180^\circ$). Put

$$\frac{N_3}{N_2} = u, \quad \frac{N_1}{N_2} = w. \dots\dots\dots (39)$$

Then the following equations are obtained:

$$\frac{X_{12}}{X_1} = \sqrt{\frac{(1 - \sigma_{12}) X_1 X_2}{(X_1)^2}} = \sqrt{1 - \sigma_{12}} \sqrt{\frac{X_2}{X_1}} = \sqrt{1 - \sigma_{12}} \sqrt{\frac{(N_2)^2}{(N_1)^2}} = \sqrt{1 - \sigma_{12}} \frac{1}{w} \dots\dots\dots (40)$$

Similarly,

$$\frac{X_{23}}{X_1} = \sqrt{1 - \sigma_{23}} \frac{u}{w^2} (\sin \rho), \dots\dots\dots (41)$$

$$\frac{X_{31}}{X_1} = \sqrt{1 - \sigma_{31}} \frac{u}{w} (\sin \rho), \dots\dots\dots (42)$$

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{1}{w^2} \dots\dots\dots (43)$$

and

$$\frac{X_3}{X_1} = \frac{u^2}{w^2} (\sin \rho)^2 \dots\dots\dots (44)$$

If we consider these conditions from eq. (41) to eq. (44), eqs. (34), (37) and (39) can be reduced to the following forms:

$$B_{2(s)} = -\frac{X_1}{w^2} F(s), \dots\dots\dots (45)$$

$$B_{3(s)} = R_1(R_2 + R_3) - \frac{(X_1)^2}{w^2} \left\{ s \sigma_{12} - \sigma_{31}(u \sin \rho)^2 \right. \\ \left. + (s+1)u \sin \rho \sqrt{(1-\sigma_{12})(1-\sigma_{31})} \left(1 - \frac{\sqrt{1-\sigma_{23}}}{\sqrt{(1-\sigma_{12})(1-\sigma_{31})}} \right) \right\}, \dots\dots (46)$$

$$B_{4(s)} = X_1(R_2 + R_3) + R_1 \frac{X_1}{w^2} F(s) \dots\dots\dots (47)$$

where

$$F(s) = \left(s + \frac{u \sin \rho}{\sqrt{1-\sigma_{23}}} \right) (1 + \sqrt{1-\sigma_{23}} u \sin \rho) - \frac{\sigma_{23} u \sin \rho}{\sqrt{1-\sigma_{23}}}, \dots\dots\dots (48)$$

$B_{2(2-s)}$, $B_{3(2-s)}$, are given by replacing s by $(2-s)$ in eqs. (45), (46), (47) and (48).

$$D_1 = \frac{(X_1)^2}{w^2} (1-\sigma_{12}) \left(s + \frac{\sqrt{1-\sigma_{31}}}{\sqrt{1-\sigma_{12}}} u \sin \rho \right) (R_2 + R_3) \dots\dots\dots (49)$$

and

$$D_2 = \frac{(X_1)^2}{w^2} (1-\sigma_{12}) \left(2-s + \frac{\sqrt{1-\sigma_{31}}}{\sqrt{1-\sigma_{12}}} u \sin \rho \right) (R_2 + R_3) \dots\dots\dots (50)$$

Accordingly, torque equation is given by eqs. (36) and (46)~(50).

§5. Discussion

As is shown in the previous sections, we have calculated the Schräge motor characteristics by decreasing the number of the rows of the impedance matrix.

Since the adjusting windings occupy the top of the rotor slot, the leakage coefficient between the primary winding and the adjusting winding σ_{31} is generally neglected in the calculation. However there are the cases where the σ_{31} can not be neglected.³⁾ Therefore in this paper the leakage coefficient σ_{31} was taken into the calculation, and moreover, contrary to Takeuchi's result, the leakage coefficient σ_{12} is not equal to σ_{23} in the present calculation.

In the torque equation (36), the resistance of the adjusting winding R_3 is a function of ρ and when the brush angle ρ is zero ($\sin \rho = 0$), the torque equation (36) of the Schräge motor becomes the same equation as the induction motor.

Acknowledgement

Finally the author wishes to express hearty thanks to Mr. M. Aono of Ehime University for his kind suggestion and fruitful discussions.

References

- (1) G. Kron: "The Application of Tensor to the Analysis of Rotating Electrical Machinery", G. E. Rev. 1935-1938.

- (2) 1952
T. J. Takeuchi ; "Matrix Theory of Electrical Machinery" OHM-SHA, 1962, p. 86-94.
- (3) 紫田 ; 電学誌 Vol. 86-6 (1964)
- (4) 宮入 ; エネルギー変換工学入門 (上) p. 193-199 (1963) 丸善

構造体コンクリート非破壊試験装置の改良および基礎実験

コンクリート非破壊試験法に関する研究（第5報）

（建築学科） 清 和 四 士

Improvement and Fundamental-testing of non-destructive structural concrete Testing-apparatus.

Study of non-destructive Concrete Testing. (Report 5)

Kazuyosi SEI

This report describes the result of the experiment which I made on a special perforated concrete test piece in the laboratory and in this experiment I used the modified non-destructive testing apparatus. The trial apparatus had been reported 1961 "On the non-destructive testing apparatus in the field of the structural concrete strength". The concrete strength is relative to the primary chord modulus and the primary chord modulus is larger in the high strength concrete than in the low strength one.

§1 本試験法の概要

本試験法は規格試験の理念に近いコンクリート非破壊試験法の一つで現行規格試験の欠陥をおぎなうよう考案したもので、将来実施構造体コンクリートに適用してその品質向上に役立てたいと念じている方法である。コンクリートの応力度ひずみ度曲線において「高強度のコンクリートほど初期のヤング係数が大きい」と近年認められ、日本建築学会の鉄筋コンクリート構造計算規準にも採用されている。本試験法はこの点に着眼して図1のように低応力時のヤング係数を求めるために実線部分だけ加力し、コンクリートに障害を与えないで強度 σ_B を推定しようとするものである。本研究の第1～3報は加力装置にねじ式ジャッキを

使った旧装置によるもので写真1に装置を示す。

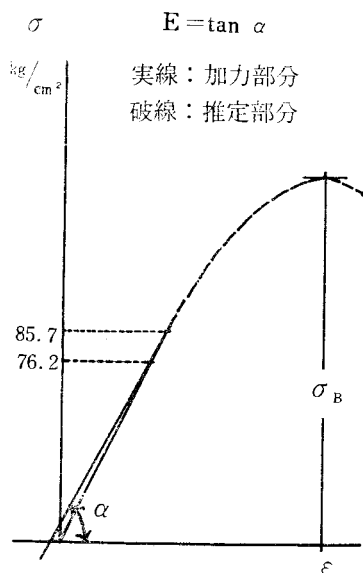


図1 本試験法の概念

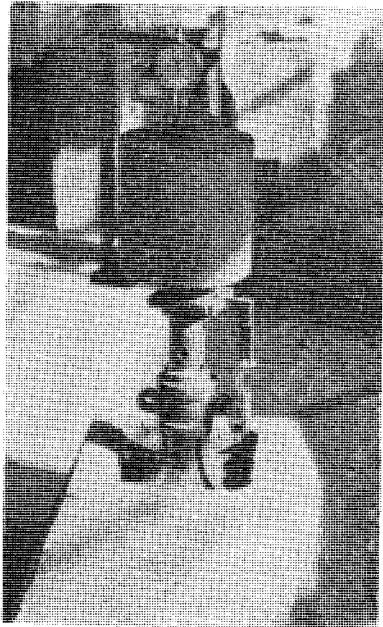


写真1 旧装置

§ 2 試験装置の改良

旧装置ではジャッキハンドルを回して加力し、装置の中心にあって試験体を締めている高強度鋼

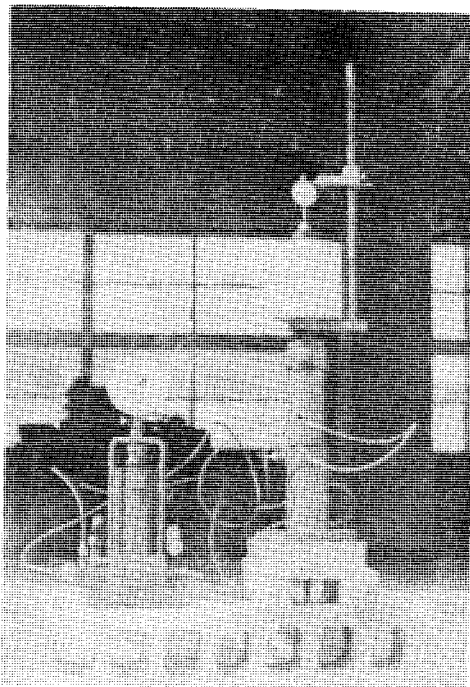


写真2 改良非破壊試験装置

の伸びをダイヤルゲージで読取り、間接的に荷重を測定する方法であるから誤差も多く載荷速度も不均等になりやすい欠点があった。

改良装置はねじ式ジャッキの代りに最近 **PS** コンクリート試験用に開発された分離式油圧往復中空ジャッキを利用している。改良点はジャッキ中空部を本試験装置の中心棒鋼（デーコン）に適合するよう拡張し、試験体支持部、ひずみ計測部、中心棒鋼、球座等も切換えて写真2のようにあらためた。実用化の段階になれば単性能軽量小型化する必要がある。

§ 3 実験計画および実験方法

(1) 試験体形式： **C**型48本（直径15cm，高さ20cm，中央部16mmφ穴明き）

D型24本（直径15cm，高さ30cm，現行規格試験体）

(2) コンクリート種別および材料：川砂碎石コンクリート（普通ポルトランドセメント，川砂2.5mm以下，碎石30mm以下）

(3) 調合・材令・養生：重量調合比1：1.06：1.64～1：3.5：4，試験材令28日，試験直前まで水中養生

(4) 実験順序 **C**型：超音波法試験→本非破壊試験→シュミットハンマー試験→破壊試験

D型：**C**型の試験から本非破壊試験を除く。

本非破壊試験法で採用した初期応力度は85.7kg/cm²で非破壊ヤング係数は76.2～85.7kg/cm²の割線弾性係数を使っている。80kg/cm²程度の応力度になると応力度ひずみ度曲線は安定して応力度10kg/cm²位の間では直線とみなして差支えなく，試験体に大きな性状変化を与えない。ひずみ測定は検長を全高さにとっている。1回の試験体作成は **C**型8本 **D**型4本計12本としているが，これは **C**型強度を標準強度に換算するためのもので

最終的に全面圧縮破壊試験を行なっている。

§ 4 実験結果について

実験結果についてはA型（昭和41年度学会大会発表）を含めて考察する。

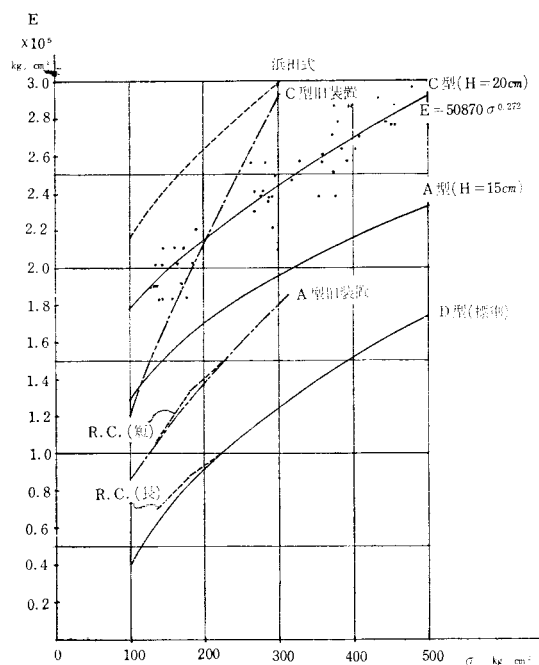


図2 ヤング係数と強度の関係

4. 1 ヤング係数と強度の関係

図2に新旧装置によるA型（ $H=15\text{cm}$ ，中央部穴明き），C型の非破壊およびD型破壊試験を主に，さらに参考値として学会鉄筋コンクリート計算規準に採用されている長・短期の値，浜田教授の湿潤状態式をも併記している。今回のC型実験では $\sigma=200\sim 250\text{kg/cm}^2$ が欠けているものの記入した実線のように推定して差支えないものと判断する。C型のばらつきは相当大きくあらわれておりD型についてもほとんど同様である。相関係数はC型で0.934，D型では0.918となっている。ばらつきの主因は試験体上下面の平行平滑度が最大であると考えられる。実験室において作成された試験体でこの程度であり，旧装置の相関係数から

向上してさらにD型をぬいた点からみても本試験装置による精度は限界に近づいていると考えられる。C型の曲率はごく小さく，実際上は1次式で表現してもよいがA，D型と見合った式とした。今回のC型実験では旧装置に対して低強度でEが大であるが 200kg/cm^2 から逆になっており新旧の差が大きく出ている。参考値としての浜田式は強度の1/4点におけるセカントモデュラスで本法のヤング係数とやや性質が異なり直接比較するわけにはゆかない。RCの値は内外の諸研究を参考に決めているが長期はD型の値に類似している。さらに低応力時の塑性ひずみを除く考えから2回目の非破壊加力を行ない，純弾性のみのEを求めてみているが，ばらつきは第1回加力時と同様で強度判定に有利とは考えられない。

4. 2 C，D(A，D)型の強度比等

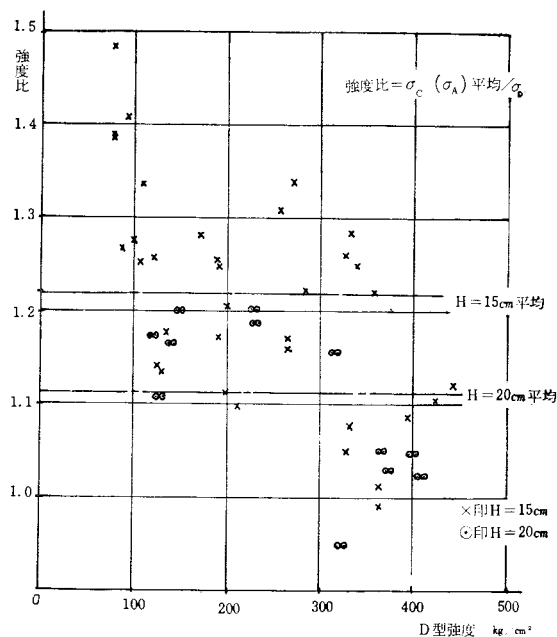


図3 強度比とD型強度

図3に $H=20\text{cm}$ のC型， $H=15\text{cm}$ のA型について標準試験体強度と強度比を記入している。内外の既往の研究によると $H=20\text{cm}$ では1.03～1.13， $H=15\text{cm}$ で1.05～1.20程度と報告され H/Dia の

変化による強度比の関係は定説化されて標準供試体への強度換算に利用している。文献4のみが $H/Dia < 2$ 以下においては低強度のコンクリートの方が強度比大であると報告している。図で明らかのように $H/Dia=1.5, 2$ で中央穴明きの今回でもこの傾向はでており、低強度コンクリートの方が強度比大である。したがって高さとの比に対する強度比の一元的関係だけ強調するのは不適當である。またC, A型の強度比平均値は諸報告平均より高くなっており、中央部穴明きの影響が判然としない。この点は重要であるので試験数を増し、形状も変えて追究したいと考える。

今回の実験では超音波法とシュミットハンマー法を併用しているが前者は装置不備も関係して資料不足である。シュミットハンマーによる反撥度は精度も本非破壊試験法と同程度であるが試験体の厚さ変化により明らかな差があり、補正する必要があることが判明した。本稿の目的からそれる

ので後日別途に報告する。

§5 結 論

高さ20cm直径15cm中央部16mmφ穴明きの川砂碎石コンクリート試験体については従来と同形式の下式を得ている。

$$E = 50870 \sigma^{0.272}$$

なお本試験装置の改良は文部省科学研究費（各個研究）により行なった。

文 献

1. 浜田 稔「材料試験法」
2. 近藤泰夫, 坂 静雄編「コンクリート工学ハンドブック」
3. 日本建築学会「鉄筋コンクリート構造計算規準同解説」
4. Bonzel, Justus U. D. C. 666・97:539・491
川口衛抄「コンクリート圧縮強度に対する試験体形状の影響について」

(昭和41年9月1日受付)

軟弱な圧密粘土層上の建築物の不同沈下について (第1報)

(調査および一般性状)

(建築学科) 高井 芳治 : 西村 光正

Differential Settlement of Structures above the Consolidated Soft Clay (Report 1)

(Investigation and General Conditions)

Yoshiji TAKAI and Mitsumasa NISHIMURA

Since Terzaghi applied his theories to the computation of settlements of structures above deposits of soft clay, several attempts have been made to confirm the reliability of such computation by making a comparison between computed and observed settlements of actual buildings. In this paper, we attempted to take up the problems of the same nature for the purpose of making a contribution to the accumulation of similar data. We chose the ten buildings on the campus of Kure Technical College as the objects of our investigation, and observed settlements and cracks of these buildings and discoursed on them.

§ 1 ま え が き

軟かい圧密粘土層上の構造物の沈下を算定する理論はテルツァーギによって示され、現在に至るまで構造物の沈下計算はほとんどこの理論によるが、実際には地盤の条件に当てはまらない場合も多く、特に広島、呉等の有機質粘土層については、独自の調査研究が必要とされるわけである。また、建物については、この理論を適用するには、さらに複雑な因子が存在する。すなわち建物自身による地中応力の重畳によって起る不同沈下が、その上部構造の剛性によってさらに異った不同沈下を示すためである。現在不同沈下を解明しようとする試みについては、幾つかの理論解の

他に、一種の実大実験とも考えられる、実在建物の不同沈下に対する実測結果からこれを見ようとするものがある。すなわち建物を数多く測定整理することにより、不同沈下性状をきわめ、この問題を解明しようとするもので、ここではその対称として、上記条件を満足する呉高専内の建物10棟を選んだ。

§ 2 地盤概要および建物概要

(A) 地 盤 概 要

呉高専の位置する地域は黒瀬川の三角洲を主体とし、全体にはほぼ平坦であり、海拔3 mに埋め立てられている。地形図および断面図を図—2.1、図—2.2に示す。U (表層) は埋立土および埋立

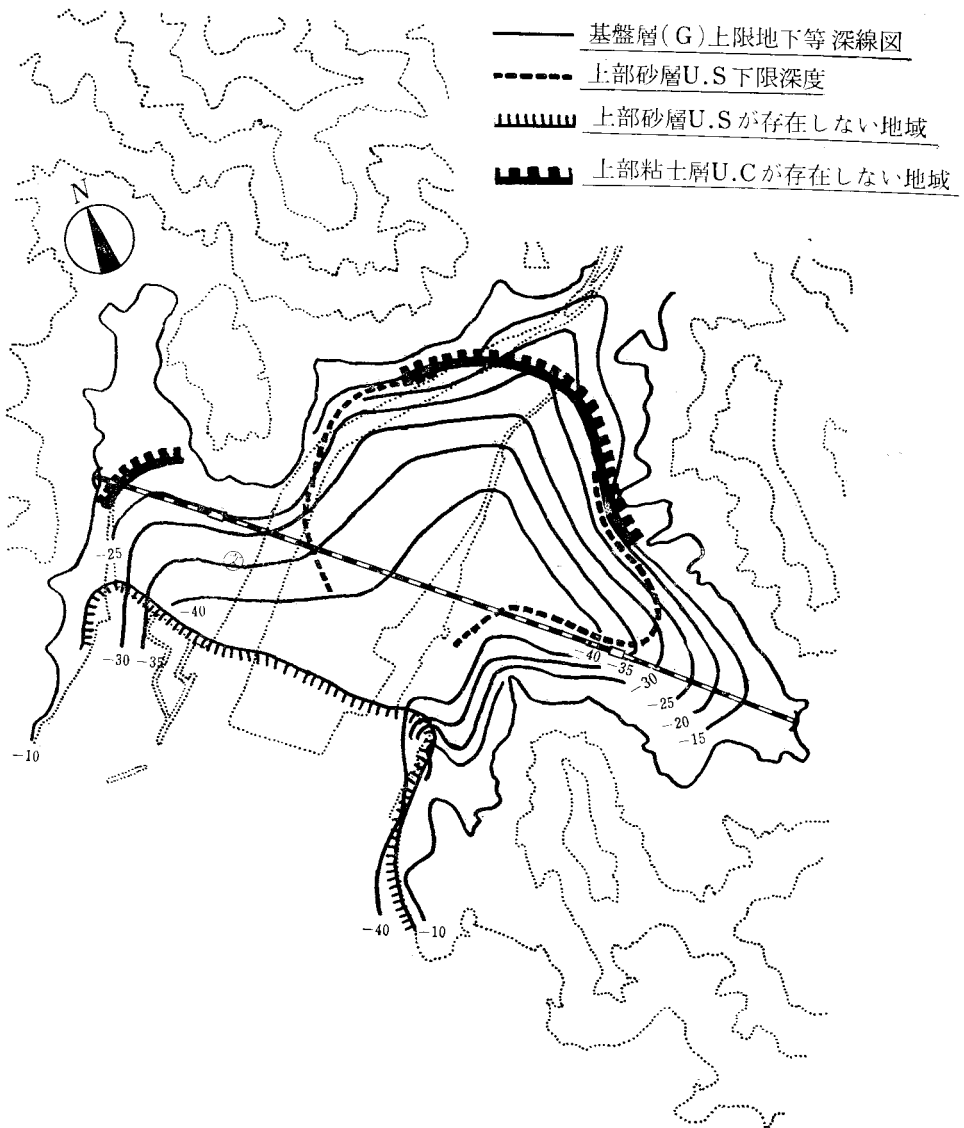


図-2.1 地形図

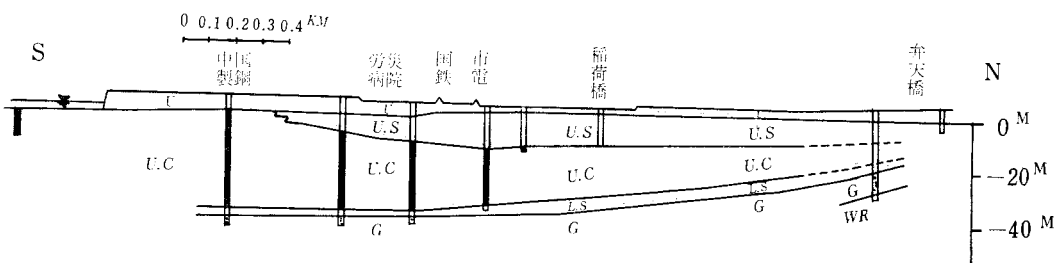


図-2.2 地層断面図

- | | | | | |
|----|-----|----------|-----|--------|
| 凡例 | U | 最上部層(表土) | L.S | 下部砂レキ層 |
| | U.S | 上部砂レキ層 | G | 基盤層 |
| | U.C | 上部粘土層 | WR | 風化花こう岩 |

層（パルプ滓）よりなり、層厚約4 m、N値4以下の軟弱な地層である。US（上部砂礫層）は、黒瀬川の堆積した砂礫で、層厚約5 m、色調は暗青灰色をしており、Nは大略5～20の範囲にある。UC（上部粘土層）は有機物、貝殻を含む暗青灰色の有機質粘土で、N値は、ほとんどゼロのきわめて軟弱な地層である。層の厚さは約27 mできわめて圧縮性に富むため、圧密沈下による障害の原因となる。LS（下部砂礫層）は、上部粘土層の下に現われる粗砂層でN値は5程度である。G（基盤層）はN値30以上のよく締った礫層で、主として黒瀬川の堆積した礫よりなる。図—2.3 は土質

常数の概略値を示す。

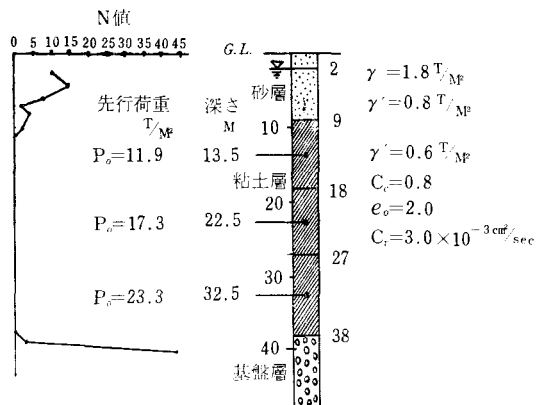
(B) 建 物 概 要

測定建物の一覧表および位置図を表—2.1、図—2.4 に示す。下部構造はベタ基礎（機械工場および体育館は独立基礎）であるが、表層部分は非常に軟弱であるので、砂置換によって地盤改良を行ない、かつ上部砂礫層に既製鉄筋コンクリート杭を打ち、摩擦杭支持としている。

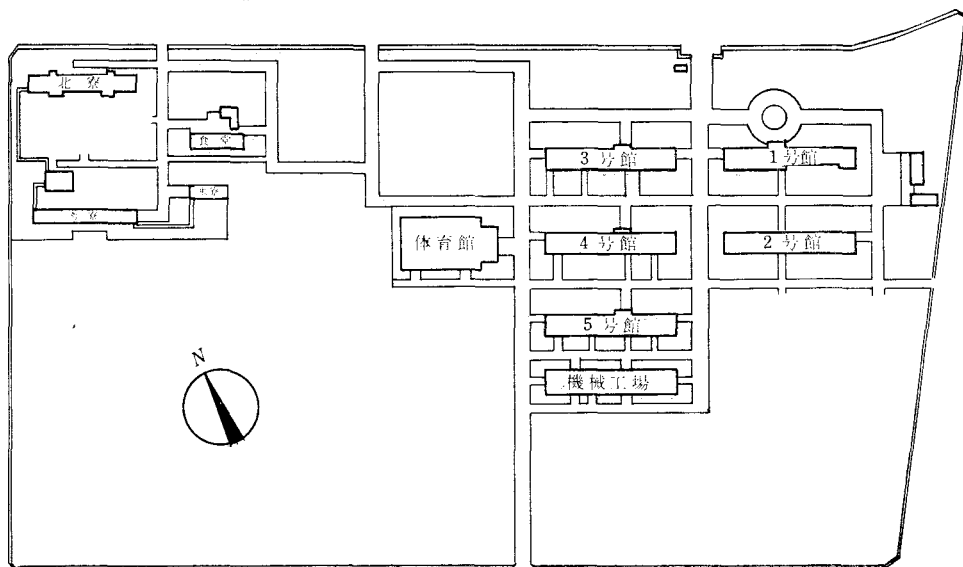
§ 3 不同沈下の測定方法

(A) 不同沈下の測定方法

建物各部における沈下量の測定は、建物の屋上または建物近くの地上に置いたテレスコープレベルによったが、建物には特別に沈下測定用の標点 が設けられていないので、屋上のパラペット、手すり、外壁における窓台、腰石等の建設時に水平であったと思われる部分の高低差を測定した。このような方法によればもちろん、施工時の施工誤差がレベルの読みに含まれるが、この誤差は、沈下量の大きさと比べれば、一般に無視し得るものと考えた。



図—2.3 土質常数の概略値



図—2.4 呉工業高等専門学校配置図

建 物 名 称	構 造	階数	基 礎 法	根入 深さ	杭の 長さ	荷重面 の深さ		荷重面 の 大 き さ		荷重 度	完 年	成 月	測 定 時 材 令	圧密度
						M	M	M	M					
1 号 館	R. C	3	ベ タ	1.2	6.0	5.2	60.0×9.5	3.0	39.4	2.2	35			
2 号 館	R. C	3	ベ タ	1.2	6.0	5.2	60.0×9.5	3.0	39.4 40.4	2.2	35 26			
3 号 館	R. C	3	ベ タ	1.2	6.0	5.2	60.0×9.5	3.0	40.4	1.2	26			
4 号 館	R. C	3	ベ タ	1.2	6.0	5.2	60.0×9.5	3.0	40.4	1.2	26			
5 号 館	R. C	3	ベ タ	1.2	6.0	5.2	60.0×9.5	3.3	41.4	0.2	12			
機 械 工 場	鉄 骨	1	独 立	1.0	6.0	5.0	60.0×10.6	2.42	41.4	0.2	12			
体 育 館	鉄 骨	1	独 立	1.2	6.0	5.2	45.0×25.1	3.0	41.4	0.2	12			
北 寮	R. C	3	ベ タ	1.1	6.0	5.1	49.4×6.8	3.0	39.4 40.4	2.2	35 26			
南 寮	R. C	3	ベ タ	1.1	6.0	5.1	48.1×6.0	3.17	41.4	0.2	12			
東 寮	R. C	3	ベ タ	1.1	6.0	5.1	18.0×6.0	3.17	41.4	0.2	12			

表—2.1 建 築 物 一 覧 表

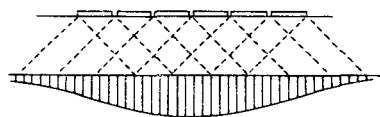
(B) 結果の表示方法

以上のごとく調査された建物を各建物毎に、簡単な立面図を描き、建物外壁の亀裂状況を記入した。測定は両面について行なったのであるが比較の意味で1つの図にまとめ北面図のみとし、その図の下部に測定結果を実線および一点鎖線で測定値とともに記している。不同沈下は建物両端の値を結ぶことによって建物の傾斜と相対沈下に分けられる。なお、点線で示してあるのは建物に剛性がないと仮定した場合の不同沈下の計算値である。

§ 4 一般的性状について

(A) 不 同 沈 下

不同沈下の原因はきわめて多様で複雑であるが、この調査の場合、その主要因は基礎地盤の軟弱性によるものである。すなわち建物の重量はその平面内において一様に分布していても、図—4.1に示すように建物の中央部では各部分からの地中応力が集中し、粘土層の高圧縮性のため、中



図—4.1

央部は端部よりも非常に大きく沈下する。そしてその性状は、お椀型を示す。ただ独立基礎の場合、いくらかジグザグ型の傾向を示し、建築を増築した場合には、幾分くびれ、折れ曲がる傾向がある。

(B) 傾 斜

傾斜の原因として、種々の要因が考えられるがその内主要因としては

i) 隣接建物による応力重量の影響

隣接建物の地中応力が伝播し、その建物に近い側が大きく沈下し傾斜を起す。

ii) 増築による影響

既存建物に一部を増築した場合には建設時期の差、増築部分の地中応力の重量、建物下の粘土層の圧密度の差等によって増築した建物が増築建物の側に傾く傾向がある。

iii) 車輛交通による影響

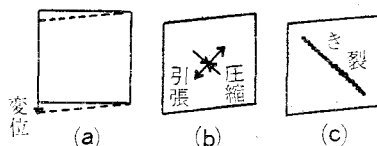
この調査の場合、主として建設時期の資料運搬等の車輛荷重の影響であるが、建設以前に作用した場合には、地中応力によってその付近の地盤が締め固められ事前圧密されるので建設後の建物は沈下し難くなる。逆に建設後に作用した場合には、その部分は繰返し荷重による地中応力の重量で沈下は促進される。

iv) そ の 他

圧密層厚の変化，圧密特性の相違，支持層耐力の不均一，建物荷重の偏重等が考えられる。実際にはこれらが複雑に影響するので，建設時の現場を知らないとい解釈のつかない，不規則な傾斜を生ずることがある。しかし今回の調査で特に注目されるのは，i) ～iii) の影響が著しいことである。

(C) 亀 裂

構造物に生ずる亀裂としては，コンクリートの乾燥収縮によるものや温度応力，その他等によるものが考えられるが，軟弱地盤上の建物に特有なものとして，不同沈下による亀裂が考えられる。すなわち構造物が不同沈下を起すことによって，構造体に剪断変形が生じ，図—4.2a)～c) のご



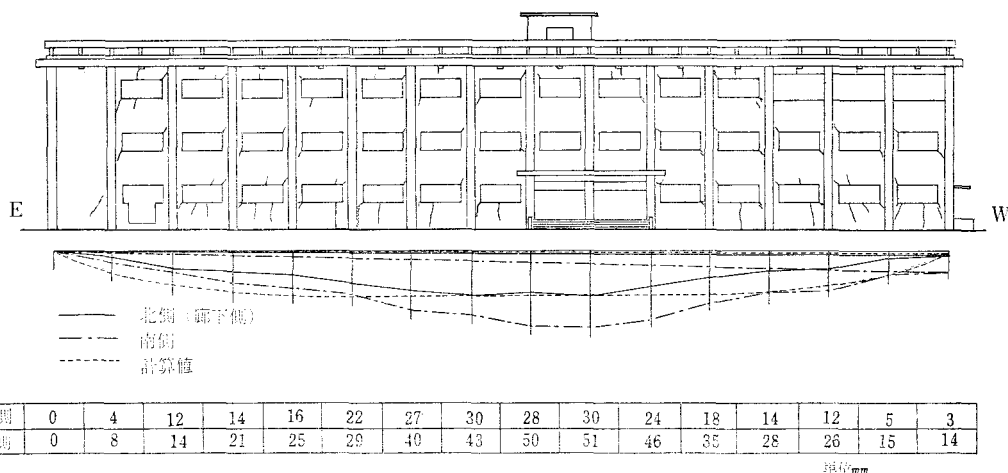
図—4.2

とく亀裂を生ずる。そしてその亀裂は沈下の少ない部分から大きい部分に向って斜め上方を指す方向に生ずる。軟弱地盤上の建物の不同沈下は，中央に撓む形のものが多いが，その場合，亀裂は建物の中央部を対称に八字型の亀裂が生ずる。これは上層下層を問わず各層に生ずる。また，このような八字型亀裂の他に，撓みによって生じた引張力のために縦亀裂が主として下層部に生ずる。

§ 5 各建物の調査結果とその考察

1) 1 号 館

1 号 館



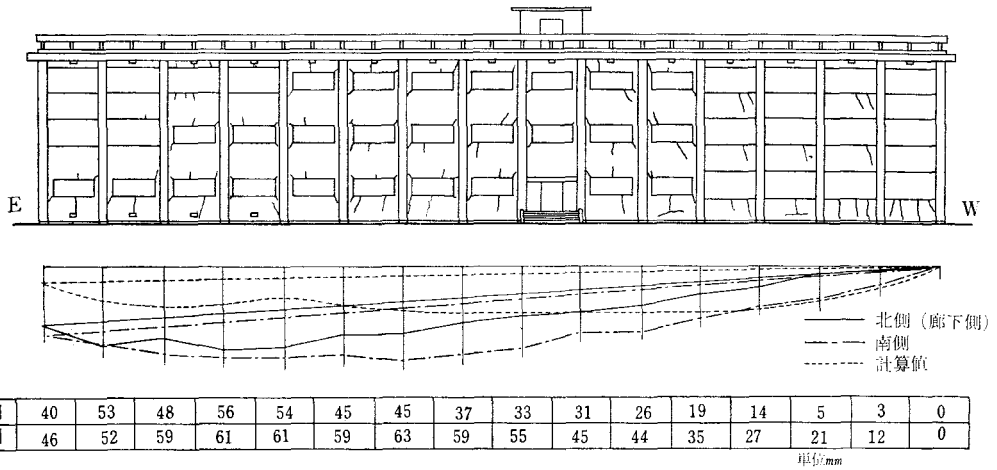
・不同沈下は典型的な陥型の沈下性状を示している。・廊下側の相対沈下量は，他の側のそれよりも小さい。・東側2スパンと西側6スパンは，他の中央部7スパンよりも剛性が高く，その結果，中央部は特に大きな相対沈下を示している。・3号館の応力重畳および車輛交通の多い道路の影響で西側に傾斜している。・亀裂は窓の隅

角部において八字型の斜め亀裂が走り，最下階には曲げによる縦亀裂もかなり発生している。

2) 2 号 館

・増築部分のある建物で，打継付近で多少くびれた不同沈下性状を示している。・相対沈下量は廊下側が少い。・東側4スパンは剛性が低いので大きく沈下している。・傾斜は増築のために後に

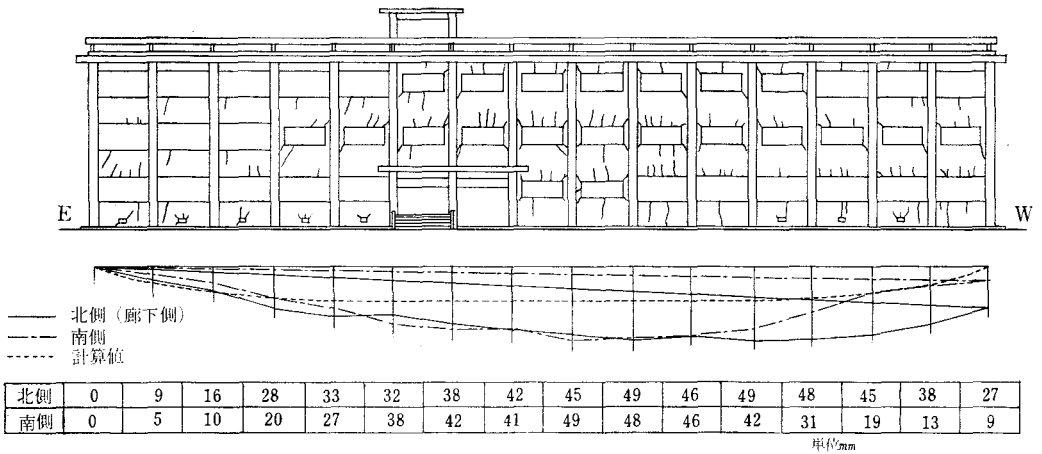
2 号 館



竣工した建物の側すなわち東側に大きく傾いている。
・建物には八字型の斜め亀裂を生じている

が、増築した打継部付近では窓の4隅から対角線方向に走る亀裂が生じている。

3 号 館



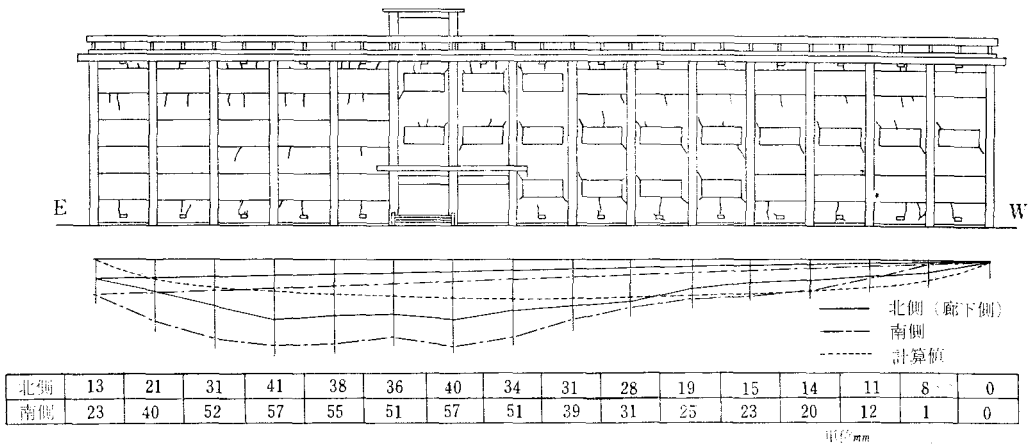
3) 3 号 館

・相対沈下は廊下側の小さいお椀型の典型的な沈下性状を示す。
・東側2スパンと中央部6スパンは剛性の高い部分であるが、他の剛性の小さい部分で沈下が増し、中央部の剛性の高い部分は、それに追従して沈下している。
・東側は事前圧密を受け西側には重量物が置かれており、建物は西側に傾斜している。
・亀裂は八字型の斜め亀裂および多くの縦亀裂が生じている。

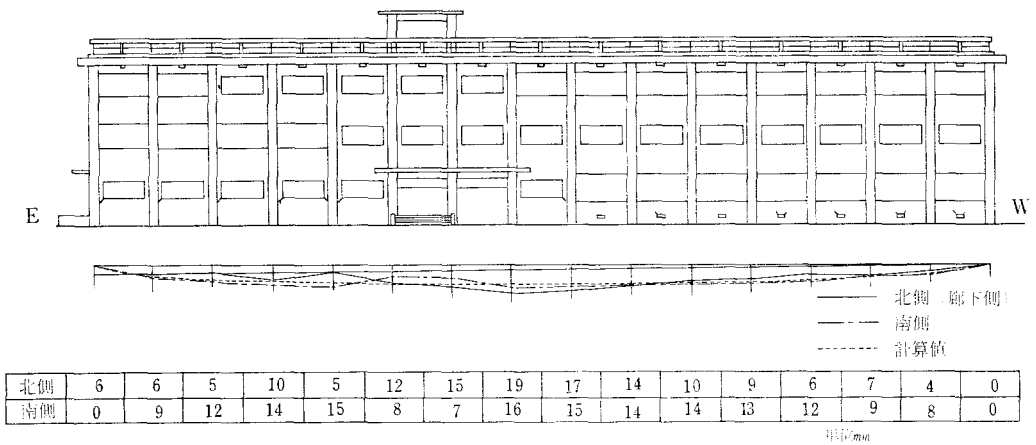
4) 4 号 館

・剛性の大きい部分は建物中央付近にのみ存在しているのであるが、東側にはかなり重量のある器機があり、東側大きく、西側の小さい変形したお椀型の沈下性状を示している。
・廊下側の相対沈下量は他の側より小さい。
・傾斜は2号館の応力重畳の影響があり、かつ重量の大きい東側に傾いている。
・亀裂は八字型斜め亀裂および縦亀裂が生じている。

4 号 館



5 号 館

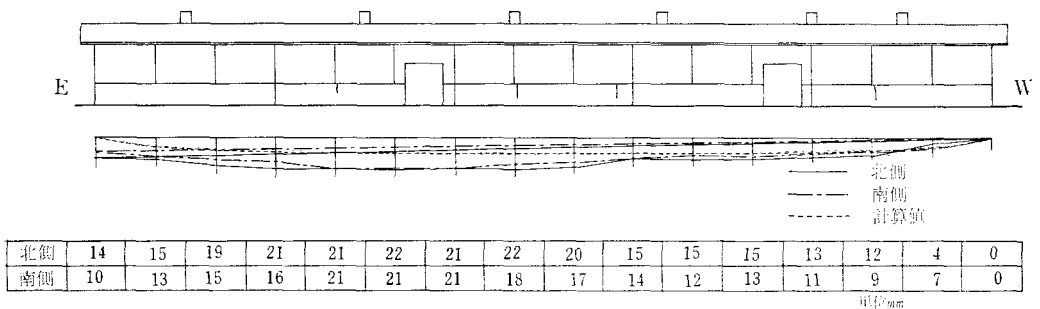


5) 5 号 館

・材令は浅く、不同沈下はあまり進んでいない。
・典型的な沈下性状を示しているが剛性の異

る東側4スパンの部分で少しくびれた形になっている。
・廊下側の相対沈下量は小さく、傾斜、亀裂もほとんど生じていない。

機 械 工 場

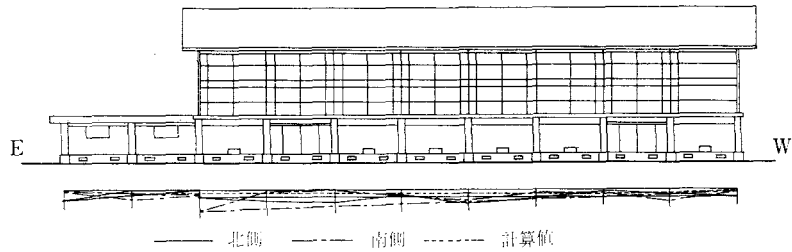


6) 機械工場

・材令浅く、重量も軽いのであるが、独立基礎で建物自体にほとんど剛性がないので、相対沈下

量は割と多い。・中央部から東側は重量が大きく、建物は東に傾き、相対沈下量も大きい。・亀裂は材令が浅く、縦亀裂が少し生じている。

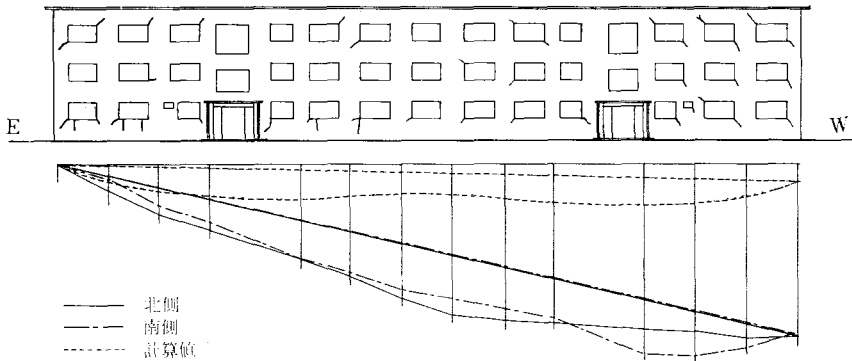
体 育 館



北側	7	0	0.5	7	8	3	9	6	1	3	5
南側	1	6	4.14	1	0	4	7	2	2	8	2

単位mm

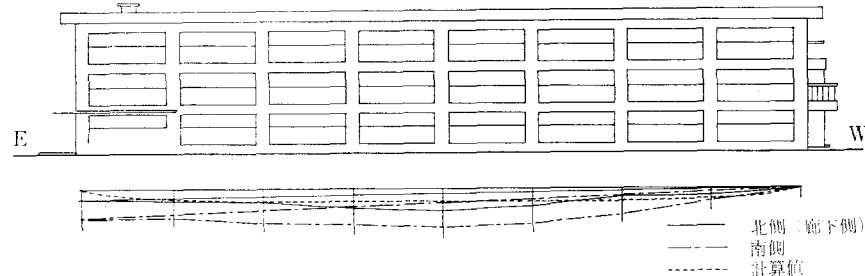
北 寮



北側	0	17	33	44	63	75	90	100	104	106	110	112	116	115
南側	0	10	28	39	63	73	84	90	97	103	127	129	124	114

単位mm

南 寮



北側	7	8	9	13	15	12	5	4	0
南側	19	19	23	24	26	24	18	9	0

単位mm

7) 体 育 館

・独立基礎特有のジグザグ型の沈下性状を示している。・相対沈下量は小さく、傾斜もほとんど生じていない。・亀裂は皆無である。

8) 北 寮

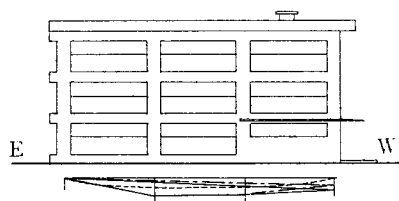
・調査建物中唯一の中廊下式の建物で、両面共大略同程度の相対沈下量である。・中央部付近で打継いだ増築建物であるが、打継部を境に「く」の字型にくびれた沈下性状を示している。・亀裂は八字型の性状を示しているが、南面では打継部において上下に通る亀裂が生じている。

9) 南 寮

・材令浅く、相対沈下量は小さい。・廊下側は他の側より相対沈下量は小さい。・東寮および通路のある東側に傾斜している。

- ・亀裂は生じていない。

東 察



北側	0	12	11	8
南側	0	12	11	5

—— 北側(廊下側) ——— 南側 ——— 計算値

10) 東 察

- ・材令浅く、建物も短いので、相対沈下量は小さい。
- ・傾斜は南寮および通路のある西側に傾いている。
- ・亀裂は生じていない。

§ 6 結 び

不同沈下の問題は、構造物と地盤、すなわち建築構造学と土質工学の両者に関連する問題であるだけに、その解決は多難であり、目下の段階では

まだ実用的な対策はたっていないという実情である。ここでは、この問題を解明するに先立ち、まず調査された建物の一般性状について考察した。定量的な事項、建物の剛性の影響、進行状況、塑性、クリープ等に関する事項についてはまたの機会にゆずる。

参 考 文 献

- Y. Ohsaki, "Settlement and Crack Observationⁿ of Structures in Hiroshima". B. R. I. M. C. No. 21 March, 1957.
- 葛西・松浦他「広島デルタに於ける 建物の沈下について」 広大工学部研究報告, 19号 第9巻, 1961.
- 日本建築学会中国支部基礎地盤委員会「広島市の 建築物の不同況下」1964.
- 日本建築学会中国支部基礎地盤委員会「呉市地盤図」1963.
- 大崎 順彦, 基礎構造 コロナ社.
(昭和41年9月1日受付)

編 集 委 員

糸 島 寛 典

桑 原 茂 也

高 井 芳 治

小 池 政 夫

篠 田 治 夫

呉 工 業 高 等 専 門 学 校
研 究 報 告

第 2 卷 第 1 号 (1966)

[通 卷 第 2 号]

昭 和 41 年 12 月 印 刷

昭 和 41 年 12 月 発 行

編集兼
発行者

呉 工 業 高 等 専 門 学 校

呉市阿賀町豊栄新開

電話 呉 ㊶ 9 1 2 1

印刷所

株式会社 有 文 社 印 刷 所

広島市上八丁堀5番3号

電 話 ㊶ 8 2 3 1 (代)

MEMOIRS

OF THE

KURE TECHNICAL COLLEGE

A Study of Chang Hsün Militalist Parrrty (2)	
—Mainly on the Problem of China's Entry into World War 1—	
.....Hiroaki TAKASHIRO.....	1
A Study on the Master of Mourning Rites in Ancient China.....Takayuki TANIDA.....	
.....	17
Story-telling Techniques in John Steinbeck's Flight.....Hidekazu HIROSE.....	
.....	31
A Study on a Probability Distribution Function of Stationary	
Non-Gaussian Random Process From the Experimental Data.	
.....Masao KOIKE and Yutaka TOMITA.....	37
Spectrophotometric Determination of Chromium by the Use of Zephiramine	
.....Shōkichi CHAKI.....	51
Studies on the Synthesis of Slider-Crank Mechanism (Report 1)	
.....Hironori ITOSHIMA and Noboru YAMASHITA.....	55
Studies on Circular Arc Cam (Report 1)H. ITOSHIMA, S. NISHIMOTO and H. IYAMA.....	
.....	67
Studies on the Specific Sliding of Cam (Report 2)	
(The Specific Sliding on the Tangential Cams)	
.....Hironori ITOSHIMA and Tosiuyuki SATONOBU.....	75
Studies on the Synthesis of Four-Bar Linkages (Report 3)	
(On the synthesis of linkages which pass each of the five	
specified positions on the coupler curve at the specified time)Hironori ITOSHIMA.....	
.....	85
Electrical and Magnetic Properties of Synthetic Bornite, Cu_5FeS_4 , (Report 1)	
.....Kan-ichi MASUMOTO.....	95
A Studies on Coiled Flat Spring (Report 2)Takaaki OSHITA... 101	
"Gegenfeld" Type Electron Energy Analyser	
.....Shigeya KUWABARA, Kazuhiko HARADA,	
.....Shigeki MURAKAMI and Yuzo TAKAMATSU...	109
Generation and Amplification of V. L. F. Triangular Waves.....Shigeki MURAKAMI... 119	
Modified Darlington Connections.....Shigeki MURAKAMI... 125	
Analysis of Schräge Motor by Means of Poly-Axis Matrix Method.....Yuzo TAKAMATSU... 131	
Improvement and Fundamental-testing of non-destructive structural concrete	
Testing-apparatus.	
Study of non-destructive Concrete Testing (Report 5)Kazuyosi SEI... 141	
Differential Settlement of Structures above the Consolidated Soft Clay (Report 1)	
(Investigation and General Conditions) ...Yoshiji TAKAI and Mitsumasa NISHIMURA... 145	