

具工業高等専門学校

研 究 報 告

第8巻 第1号 (通巻第11号)

昭和47年11月(1972)

目 次

1. JAMES BALDWIN と宗教	下 村 登	1
2. 民国初期軍閥政権の経済的側面 (一)	高 城 博 昭	17
3. Parameter Plane 法による非線形制御系の安定性解析	今 井 勲 富 小 池 政 夫	23
4. 往復等2次加速度カムの滑り率の研究 (第1報)	糸 島 寛 典	29
5. 無衝撃スライダ機構の研究 (第1報) (3歯車リンク機構)	糸 島 寛 典	41
6. チェーン歯車機構の研究 (第2報) (間欠運動機構)	糸 島 寛 典	51
7. 単弦運動カムの滑り率の研究 (第2報)	糸 野 島 原 寛 典 稔	61
8. Sn-5% Bi 合金の変形機構	大 山 隆 章 下 根 光 夫	71
9. 鋳鉄の金型鑄造における金属中子の検討	里 信 敏 片 島 三 行 明	77
10. On the Thermal Stress due to a Moving Heat Source Generated by Friction.....Yoshio TERAUCHI and Hiromasa NADANO.....		85
11. 二円筒すきまにおける粘性流れ (第2報)	京 免 進	97
12. 半導体素子によるけい光灯安定回路	原 田 一 彦	107
13. 並列インバータ回路のアナログシミュレーション (第1報)	脇 所 広 司	113
14. ミニコン用複素数演算技法	村 上 滋 樹	117
15. Sparse 行列処理技法	村 上 滋 樹	123
16. 電子計算機による楕円型境界値問題の数値解析 (第3報)	松 山 公 一 森 本 義 広	129
17. コンクリートくいの打撃応力について	久 良 喜代彦	135
18. 具市における沖積層の土性について (第1報) (広地区)	西 村 光 正	145

JAMES BALDWIN と 宗 教

(アメリカ文学) 下 村 登

James Baldwin and Religion

Noboru SHIMOMURA

(Received July 31, 1972)

Though Baldwin insists that he gave up his faith in Christianity, most of his works are full of Biblical phraseologies and notions. And yet therein he charges the Christian church so severely for some reasons as to deny Christianity itself. His attitude in literature is getting more and more militant against the whites for their injustice to the blacks. In his novels, he abuses the white God very often. After reading all his works including his essays, however, we find that, ironically enough, he cherishes something like God in his bosom. The peculiar 'God' or 'love' of his own has proved to be the essence, or 'God', of Christianity, especially in the Old Testament. In his concept, 'love' and 'God' become one. It seems to me that he urges his brethren to rise for actual movement with 'love' in their bosom, without remaining praying to the so-called God.

§ 1 緒 言

厳格なホーリ・ローラ派信者の義父に育てられた James Baldwin は、少年時代完全なピューリタンであり、義父の教えに背きはすまいかと、いつも怯えていた。思春期の初期である14才の誕生日には、いろいろな罪の意識にさいなまれて危機を経験し、宗教的回心を得た。年少ながらその後、説教を始めた。内攻的で自意識の強い彼は、文筆の才にも目醒め、クリントン高校の文芸誌 *The Magpie* に詩・短篇戯曲を投稿した。文筆に興味を持つに従って、説教に興味を失い、宗教に対する情熱もさめていった。「信仰・希望・慈愛」は「無智・孤独・恐怖」ほどには教会の儀式・習慣と関係がないのではないかと思い始めたのである。

The Magpie に載った作品を見ると、はじめは聖なるものに心を奪われていた此の少年が、教会が神聖を汚す原理によって導かれているという悲観的な考えを段々と強めていったことがわかる。そして "Incident in London" では、彼の信仰の消滅を9節の詩で書いている。

The small chapel stood on the white, still street, and seemed, in the darkness, to be a thing eternal, a bulwark and a refuge from strife and from fear. And the man hurried toward it.

The man was no longer young, and he stooped a little as he hurried. His hands were large and rough, and he carried shrapnel in one leg. His face was scarred with the scars of many battles, and his eyes were bleak and hard.

And the chapel beckoned in the dim, frosty moonlight, and he hurried towards it.

Long before, when the man was young, and before he had

gone off to the many wars that were always being fought, he had believed implicitly in the faith he had been taught. He had believed in God, in peace, in righteousness, and the dignity and decency of man. But after he had fought, and had seen how strife degraded and destroyed humanity, his faith had lost its glory and had disappeared.

But now, still another war had come, and his family and his loved ones had perished, and he was alone and lost without them, and being lost, knew not what to turn to.

And the chapel beckoned in the cold moonlight, and he hurried towards it...

And as he hurried, the stars winked and trembled in the heavens, and as he entered, they, for an instant, hid themselves, and the man knelt before the rough, heavy crucifix and closed his eyes.

And suddenly the skies blazed fire, and the stars were blotted out, and a roar of fury filled the universe. And slowly the chapel crumbled to the white, still earth.

And the street was as it had been before, save that the chapel had been destroyed, and the snow was no longer pure, but filthy, and the man was dead.¹⁾

その後まもなく最後の説教をした。彼は自分に誠実でなく、何かに騙されていると感じたのだ。つまり、彼はキリストの十字架上の死によって清められてはいなかった。彼はいぜんとして黒人であった。所謂、神とは白人ではないか？ 神に絶望して、17才にして信仰を捨てた彼は、文学に自分の生き甲斐を見出そうとした。その後、国内の人種問題の烈しさに耐えかねて、ヨーロッパに渡り、そこに滞在中、黒人として、否アメリカ人乃至は一人の人間として自己を見つめる機会を持った。彼が神を捨てて約12年後、1953年29才の時、自伝的小説 *Go Tell It on the Mountain* を世に問うた。彼は信仰を捨てたと主張するにも拘わらず、彼の作品の殆んどには——小説・評論・戯曲を問わず——神が顔を出す。「神とは何か？」を問うことは、これと対峙する「人間とは何か？」「白人とは？」「黒人とは？」を問うことでもある。此の論文に於ては、主要作品を通しての彼の宗教観を探ってみよう。

§ 2 作品に現われた宗教観

Go Tell It on the Mountain を中心として

先づ、*Go Tell It on the Mountain*²⁾ に於ける神を考察しよう。此の作品は、熱い怒りの Richard Wright と対照的に、冷く人間の内面に一黒人であることを手掛りとしつつも普遍の人間の心の奥底にメスを入れようとしたのである。

皮膚の問題も出ないわけではないが、それが第1のテーマではなく、此の問題を超越した黒人という人間の肉面的な葛藤、ないしは人間の心の深部を探るための素材として用いられている。黒人自らが自己を凝視するに当り、白人との対立関係に於て、それを追求するのではなく、神との関係に於て、それを試みようとした。登場人物の主なるものは、14才の誕生日を迎えたジョン、その義父ガブリエル・グ

1) Fern M. Eckman, *The Furious Passage of James Baldwin* (New York: Evans, 1966), pp. 81-82

以後略称は Eckman とする。

2) 略称は *Go Tell* とする。準拠版は (New York: Dial Press, 1963) である。

ライムズ、母エリザベス、伯母フローレンスの四人である。此等人物と神との関係を見よう。

ガブリエルとフローレンスの二人は、南部で信心深い母親に育てられた。苛酷な奴隷時代に、ほかの子供たちは、母親の手から奪いとられてしまったのだ。二人の救いを求める母親の懸命の祈りにも拘わらず、二人は死の床に母親を見捨ててしまった。フローレンスは北部で幸福な生活を見つけようとし、弟ガブリエルは南部にとどまるが、罪と飲酒と女に耽溺する。母親の死後、宗教的回心を経験したガブリエルは、ほどなく説教師となり、その名声はあっというまに世間にひろまる。彼の町で開催された二十四人長老信仰復興特別伝道集會に、長老の一人として選ばれ、説教の後の正餐に招かれた。まだ新鮮で敬虔なガブリエルの目を通して、他の長老達を見る。

They seemed to him so lax, so nearly worldly; they were not like those holy prophets of old who grew thin and naked in the service of the Lord. These, God's ministers, had indeed grown fat, and their dress was rich and various. They had been in the field so long that they did not tremble before God any more. They took God's power as their due, as something that made the more exciting their own assured, special atmosphere. (*Go Tell*, p. 119)

更に、

Gabriel discovered that they spoke, jokingly, of the comparative number of souls each of them had saved, as though they were keeping score in a poolroom. And this offended him and frightened him. He did not want, ever, to hold the gift of God so lightly. (*Ibid.*, pp. 119-120)

黒人牧師達の経済的・精神的腐敗を Baldwin は、まだ新鮮で希望に燃えるガブリエルの目を通して描いたものであろう。これは、彼の評論 *The Fire Next Time* (1962)³⁾ 中の非難と全く対応するものである。

I don't refer merely to the glaring fact that the minister eventually acquires houses and Cadillacs while the faithful continue to scrub floors and drop their dimes and quarters and dollars into the plate. I really mean that there was no love in the church. (*Fire*, p. 53)

しかし、このように長老達を批判したガブリエルも、自分自身やがて腐敗した牧師となる。精神的な支えとなってくれた、不幸な年上の女デボラと結婚した後も、エスタと関係して、子を孕ませ、外聞を憚かってシカゴに逃げさせる。エスタはロイヤルという男の子を生んだ後で死ぬが、ロイヤルはガブリエルの町で育てられる。しかしガブリエルは傍観するのみである。デボラは死の直前、夫にロイヤルがシカゴで殺されたことを教える。そして彼女は今はのきわに、ガブリエルに悔い改めるようにたのむ。しかし、姉フローレンスの言うように、彼の本性は回心後も一向に改まっていない。フローレンスの非難に応答する。

"The Word tell us," he said, "to let the dead bury the dead. Why you want to rummaging around back there, digging up things what's all forgotten now? The Lord, He knows my life—He done forgive me a long time ago."

"Look like", she said, "you think the Lord's a man like you; you think you can fool Him like you fool men, and you think He forgets, like men. But God don't forget nothing, Gabriel—if your name's down there in the Book, like you say, it's got all what you done right down there with it. And you going to answer for it, too."

"I done answered," he said, "already before my God. I ain't got to answer now, in front of you." (*Go Tell*, pp. 241-242)

他方、フローレンスは気性の強い女で、今は既に60才にもなり、ハーレムのわびしい一室で、貧しい

3) 略称は *Fire* とする。準拠版は (New York: Dial Press, 1963) である。

ひとり暮しをしている。夫は彼女の虚栄心を嫌って他の女に走っていたのである。娘時代北部での良い生活を夢みて死の床にある母を見捨てたことが、終始彼女を苦しめている。母が、ろくでなしのガブリエルだけを愛したことで、ガブリエルを憎悪している。彼の仮面を剥ぐために、デボラの手紙をハンド・バッグに入れて、機会を待っている。

And the thought filled her with terror and rage; the tears dried on her face and the heart within her shook, divided between a terrible longing to surrender and a desire to call God into account. Why had he preferred her mother and her brother, the old, black woman, and the low, black man, while she, who had sought only to walk upright, was come to die, alone and in poverty, in a dirty, furnished room? She beat her fists heavily against the altar. He, *he* would live, and, smiling, watch her go down into the grave! And her mother would be there, leaning over the gates of Heaven, to see her daughter burning in the pit. (*Go Tell*, p. 101)

今まで彼女は教会に行ったことはない。今、死の恐怖が彼女を教会に導いたのである。ジョンの母エリザベスは、メリー・ランドに住む愛情のうすい伯母の下に育てられた不運な女である。

19才の時、恋人リチャードの後を追って、北部のハーレムにやって来る。彼は学問好きの感受性の強い青年で、白人社会に激しい怒りをいだいているが、彼女が自分の子供を孕んだことも知らず自殺する。

彼女は彼にそのことを告げなかったことを悔む。彼女はやがてフローレンスの紹介でガブリエルと結婚する。彼は実子ロイを熱愛するが、彼女とジョンには必要な愛情と庇護を与えることが出来ない。

There, her beginning, and she fought through darkness still; toward that moment when she would make her peace with God, when she would hear Him speak, and He would wipe all tears from her eyes; as, in that other darkness, after eternity, she had heard John cry. (*Go Tell*, p. 216)

ジョンが生れて以後も苦難の連続であるとなげく。今日も今日とて、ロイが不良黒人に刺され、それが因で家中大喧嘩となったばかりである。

最後にジョンの宗教的回心の様子を見よう。前述のように牧師の義父に育てられたが、彼の顔はサタンの顔だと言ってけなし、時には無慈悲にも殴打するガブリエルを憎悪している。'God's minister' である義父への憎悪は、神への憎悪となる。母や伯母の祈るのを見て、たとえ神があったとしても、黒人など意にも介さない神になぜ祈るかと思う。安息日の夕方、祭壇でもろもろの罪の意識に苦しめられ、長時間の試練の後、一瞬神を見た。いとしいエリシャの "Bless our God forever!" の声で救われたのだ。

And a sweetness filled John as he heard this voice, and heard the sound of singing: the singing was for him. For his drifting soul was anchored in the love of God; in the rock that endured forever. The light and the darkness had kissed each other, and were married now, forever, in the life and the vision of John's soul.

*I, John, saw a city, way in the middle of the air,
Waiting, waiting, waiting up there.* (*Go Tell*, p. 232)

ジョンが自分の人生に、巨大な測りがたい力が働きかけているのを感じた歓喜の一瞬である。しかし、ガブリエルにしてみれば、血の繋りのあるロイではなく、私生児で連れ子のジョンが「神に選ばれた人」になるというのは妬ましいにちがいない。

He turned to face his father—he found himself smiling, but his father did not smile. (*Go Tell*, p. 253)

神の仕打を腹に据えかねているのだ。祈りの後も、いぜんとしてみじめな独善者にすぎない。フローレンスも、祈りの後で、ジョンに対するガブリエルの憎悪を感じ取って、デボラの手紙の内容をみんな

に暴露すると弟を威す。エリザベスは依然として苦悩し、うろたえたままである。

此の小説は、Richard Wright による *Native Son* を意識して書かれたことは *Notes of a Native Son*⁴⁾ 中の評論 “Many Thousands Gone” を読めば明らかである。Baldwin は Bigger Thomas のように殺人を、“What I killed for must’ve been good!”⁵⁾ と言うような “monster”⁶⁾ としてではなく、罪を犯せば神（良心）の前に震え戦く人間として黒人を描きたかったのであろう。そしてその意味では成功している。神に帰依したジョンの上には輝かしい未来が待っているかのような希望を読者に与える。実際、そのことが此の小説の救いになっているのではあるが、しかし、現実には、彼の前途にあるものは、神を見て救われたことの気安めだけである。気安めということでは、ガブリエルを初め、エリザベスもフローレンスもみなそうである。宗教は彼等を彼等の自我から永久に解放するのではなく、みじめさを客観化して、生きのびる力を貸すにすぎないのである。彼等のみじめさは祈りという宗教的行為により和らげられるけれども、彼等の絶望はどうにもならないのである。ジョンは「救われた」と言っても、彼の恐怖・罪悪感・欲望・憎悪の何一つとして解決されていない。例えば、ジョンは次の間に答えられるであろうか？ Baldwin は問う。

The universe, which is not merely the stars and the moon and the planets, flowers, grass, and trees, but *other people*, has evolved no terms for your existence, has made no room for you, and if love will not swing wide the gates, no other power will or can. And if one despairs—as who has not?—of human love, God’s love alone is left. But God—and I felt this even then, so long ago, on that tremendous floor, unwillingly—is white. And if His love was so great, and if He loved all His children, why were we, the blacks, cast down so far? Why? [Underlines mine] (*Fire*, pp. 44-45)

愛について言えば、‘human love’ は論外としても ‘God’s love’ だけは信じたいものである。だがその神も、残念ながら白人である。神でさえ黒人を差別するのだろうか？と強い疑念を表明している。しかし、此の間には、遂に答えが得られなかったと Baldwin は言っている。

The principles were Blindness, Loneliness, and Terror, the first principle necessarily and actively cultivated in order to deny the two others. I would love to believe that the principles were Faith, Hope, and Charity, but this is clearly not so for most Christians, or for what we call the Christian world. (*Fire*, p. 45)

白人・黒人を問わず教会の生命は、信仰、希望、慈愛であるが、現実には全く逆である。Baldwin が約3年間牧師を勤めたその反省を述べる。

That was the most frightening time of my life, and quite the most dishonest, and the resulting hysteria lent great passion to my sermons—for a while. I relished the attention and the relative immunity from punishment that my new status gave me, and I relished, above all, the sudden right to privacy. (*Fire*, p. 46)

彼は自己の偽善ぶりに身震いたにちがいない。黒人教会は不満や挫折を転化して、惚恍状態を作る一時的な、一種の麻薬と判断したようだ。彼は教会には全く絶望して、教会を去ったのである。

Another Country を中心として

Giovani’s Room (1956) と *Another Country* (1962) は 同性愛をテーマとしている点では共通するものが多い。*Another Country*⁷⁾ で登場主要人物に、一人残らず影響を与えているルーファス・スコットを見よう。彼は有望なドラム奏者で、常日頃から白人を憎悪している。バーで偶然知り合った南部

4) 略称は *Notes* とする。準拠版は (New York: Dial Press, 1963) である。

5) *Native Son*, (New York: Harper & Row, 1940), p. 392

6) *Notes*, p. 32

7) 略称を AC とする。準拠版は (New York: Dial Press, 1962) とする。

出の白人女レオーナとの性交のオルガズム場面を描写する。

And, shortly, nothing could have stopped him, not the white God himself nor a lynch mob arriving on wings. (AC, p. 22)

白人の性的不寛容を非難するのに‘白人の神’を引合に出している。そして、此のレオーナとの生活に伴なう社会的・心理的圧迫に苦しみぬいたあげくに自殺してしまう。

He raised his eyes to heaven. He thought, You bastard, you motherfucking bastard. Ain't I your baby, too? ...

He felt a shoe fly off behind him, there was nothing around him, only the wind, *all right, you motherfucking Godalmighty bastard, I'm coming to you.* (AC pp. 87-88)

彼は白人の神をののしり、神の不正義を呪いながら、“some place away from these nowhere people, where a man could be treated like a man.” (AC, p. 68) を希求し、又献身的に尽してくれたとレオーナを思い浮べて “I'm sorry, Leona,” (AC, p. 87) とつぶやきながら橋の上から冷たく暗い河の中に飛び込む。その橋こそ、建国の父の名に因む George Washington 橋であった。ここにも、Baldwin の痛烈なアメリカ社会非難が見られる。

ルーファスの妹アイダは、ルーファスの怨念を引き継いでいるだけではなく、更に黒人女という点ではより大きな苦難を受けていると感じている。アイダは愛人のヴィヴェルドに語る。兄の死体が相当傷んで家に運び込まれた時、父は死体を凝視して言う。“They don't leave a man much, do they?” (AC, p. 416) 父の実父も白人に殺されていたのだ。母が怯えて、父に祈るようにたのむ。父は大声で呼ぶ。

“Pray? *Who, pray?* I bet you, if I ever get anywhere near that white devil you call God, I'll tear my son and my father out of his white hide!” (AC, p. 416)

「白人どもは一人も残さぬように殺すのだな」と言う父の言葉には、父と子の二人の血族を奪われた人の、血を吐く思いの怨みがこめられている。白人の神に祈るなどとは、父にとっては、もってのほかである。烈しい憎悪のアイダと対照的なのはリチャードの妻キャスである。彼女は流行作家となった俗物リチャードとの気持の疎隔や、エリックへの“よろめき”などの苦悩を通じて、人生の真の相を悟るようになった。

“I'm beginning to think,” she said, “that growing just means learning more and more about anguish. That poison becomes your diet—you drink a little of it every day. Once you've seen it, you can't stop seeing it—that's the trouble. And it can, it can”—she passed her hand wearily over her brow again—“drive you mad.” (AC, p. 405)

此は Baldwin の “—but people who cannot suffer can never grow up, can never discover who they are.” (Fire, p. 112) と照応するものであり、彼は「人は皆苦悩を通してのみ、人生の真実を知る」と、主張するのである。

更にキャスは続ける。

“You begin to see that you yourself, innocent, upright you, have contributed and do contribute to the misery of the world. Which will never end because we're what we are.” (AC, pp. 405-406)

「知らずして世の悲惨に手を貸していることを悟る」は「なんじの中、罪なき者まず石を擲て」（ヨハネ伝8章7節）とのイエスの教えに通じるものである。Baldwin は、「苦悩を通してのみ成長があり、苦悩を通してのみ人生の真相を悟るのだ」と、主張する。ここには、“innocence”の問題があるが、これは後で言及しよう。

最後に、Book 3のタイトル“Toward Bethlehem”の意味するものを知るために、同性愛の問題を研究しよう。前述のルーファスの友人であったホモの白人俳優エリックは、フランス滞在中フランス青

年イヴと楽しい同棲生活をしていた。アメリカ帰国後は、不幸な結婚に泣く人妻キャスと性的交渉を持つ。更に、黒人娘アイダを愛しながらも悩む白人ヴィヴァルドとホモの交渉を持つ。*Giovani's Room* と *Another Country* には、同性愛あり異性愛あり、恰もセックスが作品の主題であるかの感を与える。勿論セックスも現実から見ると重要なテーマには違いないが、Baldwin はこれを最大のテーマとしているのではなく、*Another Country* に於ては、建国の理想に背く人種差別が最大の問題である。そして、此の人種的不寛容と性的不寛容とは同じ精神構造から来ると考えられる。即ち、前述の“innocence,” 特にアメリカ的“innocence”は人間の心の振幅・可能性を、全く否定することにより、人間からおおらかなセックスと個性を奪い去る。そればかりでなく、他人の人間性を否定することにより、残忍な人種差別を生み出すのである。

Baldwin は此のように錯綜したセックスを描くことにより、決して同性愛を賞讃しているのではなく、唯事実を書いているのである。“People got mad at *Another Country*. And the reason they got mad is because it's true. And it's much worse than that.” (*Eckman*, p. 31) 彼のセックス観と、同性愛否定論は *Nobody Knows My Name* (1964)⁸⁾ の中の“The Male Prison”を読めば明瞭となる。

It does not take long, after all, to discover that sex is only sex, that there are few things on earth more futile or more deadening than a meaningless round of conquests. The really horrible thing about the phenomenon of present-day homosexuality,...

is that today's unlucky deviate can only save himself by the most tremendous exertion of all his forces from falling into an underworld in which he never meets either men or women, where it is impossible to have either a lover or a friend, where the possibility of genuine human involvement has altogether ceased...

And, again: *It is one of the facts of life that there are two sexes, which fact has given the world most of its beauty, cost it not a little of its anguish, and contains the hope and glory of the world.* And it is with this fact, which might better perhaps be called a mystery, that every human being born must find some way to live. [Italics mine] (*Nobody*, p. 134)

従って、同性愛も異性愛もルーファスを救うことが出来ないことは、次の引用でも分る。同性愛の充実感をルーファスに、もし与えていたら、彼は自殺しなかったであろうと言うヴィヴァルドに対してエリックは答える。

“No,” said Eric, “You'll never know. If I had been there, I'd have helped him—but it wouldn't have helped. His little girl (Leona) tried to hold him, and that didn't help.” (*AC*, p. 343)

性愛がルーファスを救うことは、絶対出来ないのである。唯彼を生かして‘identity’を成就させる国の探究が此の小説の最大のテーマであろう。此のタイトル“*Toward Bethlehem*”は何らかの宗教的救済を、指向しているようであるが、しかし Baldwin は究極の救いを宗教に求めているのではない。アメリカ人が、否白人がその“innocence”の中に止まる限り、キリスト教が如何に無力であるかは、アイダが、又ルーファスがプロテストの権化となって、Baldwin の声を読者に聞かせてくれた。最大の問題は、そのアメリカ人の“innocence”を如何にして除き、アメリカ人を如何にして‘the myth of America’ (*Nobody*, p. 23) から解放するかと言うことである。最後の場面で、永く愛し合いながらも、心理的にしっくりしなかったヴィヴァルドとアイダは、今遂に抱擁した。

They stared at each other. Suddenly, he reached out and pulled her to him, trembling, with tears starting up behind his eyes, burning and blinding, and covered her face with

8) 略称を *Nobody* とする。準拠版は (London: Michael Joseph, 1964) とする。

kisses, which seemed to freeze as they fell. She clung to him; with a sigh she buried her face in his chest. There was nothing erotic in it; they were like two weary children. And it was she who was comforting him. Her long fingers stroked his back, and he began, slowly, with a horrible, strangling sound, to weep, for *she was stroking his innocence out of him*. [Italics mine] (AC, p. 431)

此の一瞬こそ、二人にとっては、アメリカの“innocence”を脱却した二人の“Bethlehem”であろう。エリックとイーヴの二人も、愛により生れかわった愛人同志が、アメリカという地獄の中にも、アメリカの“innocence”を脱した新しい天国を創ろうとの希望を暗示しているようである。以上のように、人種の不寛容と性的不寛容のない国‘Another Country’への希求こそ此の小説のテーマではないであろうか。

Blues for Mr. Charlie を中心として

Blues for Mr. Charlie (1964)⁹⁾の筋書は少々陳腐に思われるかもしれないが、フラッシュ・バックやすばやい場面の転換——舞台は同時に白人社会と黒人社会に二分されている——と、特に、登場するリチャードという青年の性格描写に近代性が認められる。ハーレムのステージで音楽家として名が売れた後、南部へ帰って来た黒人青年リチャードの死を取扱っている。彼はかつて麻薬中毒患者であり、白人に対する怨恨と憎悪で、極度のノイローゼであり、手がつけられない。やがて彼は白人商店主ライルの妻をからかい侮辱する。ライルが我慢出来ない程に、彼が挑戦したことは明らかである。彼が謝らないためにライルは彼を射殺する。黒人学生ロレンゾは、彼の父である牧師のメリディアンが、復讐の行動を直ちに取らないことを非難する。

“Yeah. Well, I wish to God I was in an arsenal. I’m sorry, Meridian, Mother Henry—I don’t mean that for you. I don’t understand you. I don’t understand Meridian here. It was his son, it was your grandson, Mother Henry, that got killed, butchered! Just last week, and yet, here you sit—in this—this—the house of this damn almighty God who don’t care what happens to nobody, unless, of course, they’re white. Mother Henry, I got a lot of respect for you and all that, and for Meridian, too, but that white man’s God is *white*. It’s that damn white God that’s been lynching us and burning us and castrating us and raping our women and robbing us of everything that makes a man a man for all these hundreds of years. Now, why we sitting around here, in *His* house? If I could get my hands on Him, I’d pull Him out of heaven and drag Him through this town at the end of a rope.” (*Blues*, p. 4)

神を讃えるべき教会の中で、「“白人の神”こそ黒人の‘dignity’を奪う敵である」と、きめつけ非難する。此の神への非難にも充分な根拠がある。メリディアンの妻も、ホテルの階段から白人により突き落され、此の度は息子が、理由はともあれ白人に殺された。自分がクリスチャンであったことが、家族を守るのに何の役にも立たなかったし、町の改善にも一向役立たなかったと言ってなげく。

“I’m a Christian. I’ve been a Christian all my life, like my Mama and Daddy before me and like their Mama and Daddy before them. . . .

I’ve had to think—would I have *been* such a Christian if I hadn’t been born black? Maybe I *had* to become a Christian in order to have any dignity at all. Since I wasn’t a man in men’s eyes, then I could be a man in the eyes of God. But that didn’t protect my wife. She’s dead, too soon, we don’t really know how. That didn’t protect my son—he’s dead, we know how too well. That hasn’t changed this town—this town, where you couldn’t find a white Christian at high noon on Sunday! The eyes of God—maybe those eyes are blind—

9) 略称は *Blues* とする。準拠版は (New York: Dial Press 1964) である。

I never let myself think of that before.” (*Blues*, p. 38)

そして、“I was wrong not to let the people arm!” (*Blues*, p. 37), と言って、自衛のために黒人達を武装させなかったことの不明を恥じる。やがて、ライルの裁判が行なわれたが、結果は初めから分っている。予想通り白人の陪審はライルの無罪を決定した。騒然とした空気は此の判決を引金として爆発し、黒人達は公民権デモに出発する。

MERIDIAN: You know, for us, *it all began with the Bible and the gun.*¹⁰⁾ Maybe it will end with the Bible and the gun.

JUANITA: What did you do with the gun, Meridian?

PARNELL: You have the gun—Richard’s gun?

MERIDIAN: *Yes. In the pulpit. Under the Bible. Like the pilgrims of old.*

[Italics mine,] (*Blues*, p. 120)

引用文¹⁰⁾ は、白人が当初アフリカから黒人を奴隷として拉致するに当り、キリスト教で手なずけたり、又暴力を用いたりしたことも示唆するものであろうか。勿論、植民初期の白人の行状を告発するものであるが。メリディアンは遂に決意して自らを武装することとなった。*Another Country* での闘争性は、ここで一段と強くなり、Baldwin の黙示録的発言に具体的な社会性を与えることとなった。*The Fire Next Time* の中で彼は警告する。

If we—and now I mean the relatively conscious whites and the relatively conscious blacks, who must, like lovers, insist on, or create, the consciousness of the others—do not falter in our duty now, we may be able, handful that we are, to end the racial nightmare, and achieve our country, and change the history of the world. If we do not now dare everything, the fulfillment of that prophecy, re-created from the Bible in song by a slave, is upon us: *God gave Noah the rainbow sign, No more water, the fire next time!* (*Fire*, pp. 119-120)

「白人と黒人とは歴史的にも社会的にも、運命として一体なのである。今やすべては我々の手中にある。そして両者が協力して人種差別の悪夢を終らせる義務がある。」と強調する。今にして立ち上らなければ、必ずや神の報復の近いことを、「もう洪水は起さないが、次は火だぞ」という旧約聖書からの黒人の歌を使って示している。

デモの指導者である牧師は、聖書の下に拳銃をしのばせているのだ。取るべき道は明らかである。愛であれ、暴力であれ、とにかく黒人はもうこれ以上待つことが出来ないのだ。黒人の理解者であろうとする白人パーネルは、“Meridian, you can’t be the man who give the signal for the holocaust¹¹⁾.” と言って止めようとするが、彼はもはや全燔祭のシグナルを神に代って与えることに躊躇しないのだ。黒人の人間性を認知することが、正義であると Baldwin は主張するのだ。リチャードを生み出すような歴史は、二度と黙認されてはならないのだ。たとえ、暴力に訴えることになっても。このようにして、祈りから闘争への一歩が踏み出されようとしている。黒人にとっては、新しい歴史の始まりである。

The Amen Corner を中心として

此の闘争的流れは *Tell Me How long The Train’s Been Gone* (1968) に受け継がれるが、出版順からすると、此等両者の間に *The Amen Corner*¹²⁾(1968) が入る。此の戯曲は *Go Tell It on the Mountain* の流れを汲むもので、黒人がみずからの心の中を凝視する鏡である。女主人公マーガレットは長男デービッドの次の子供を死産した時、神を恐れて信仰に入り、伝道を始めた。神を愛するのあま

10) The Christian church itself—again, as distinguished from some of its ministers—sanctified and rejoiced in the conquests of the flag, and encouraged, if it did not formulate, the belief that conquest, with the resulting relative well-being of the Western populations, was proof of the favor of God. (*Fire*, p. 60)

キリスト教の果して来た侵略的役割を非難するもので、本文引用と対応するものであろう。

11) 「獣を丸焼にして神前に供するいけにえ」がもとの意味。(*Blues*, p. 38)

12) 略称は *Amen* とする。準拠版 (New York: Dial Press, 1968) である。

り、夫を愛さなくなった。夫ルークは彼女を去り、一時有名なトロンボン奏者として華やかに暮していたが、今や落ぶれ、その上、肺結核をわずらい、或日おづおづと彼女の教会へ帰って来た。教会住宅のベッドにみじめにも横たわるルークに彼女は冷たく言い放つ。

MARGARET: I ain't never wanted you to learn but one thing, the love of Jesus.

LUKE: You done changed your tune a whole lot. That ain't what we was trying to learn in the beginning.

MARGARET: The beginning is a long time ago. And weren't nothing but foolishness. Ain't nothing but the love of God can save your soul.

LUKE: Maggie, don't fight with me. I don't want to fight no more. We didn't get married because we loved God. We loved each other. Ain't that right?

MARGARET: I sure can't save your soul, Luke. (*Amen*, p. 57)

以前から息子デービッドは、彼女に対し不正直であることに耐えかねていた。夫ルークのことについては、彼女は息子には、夫が母と子を見棄てたと言い聞かせていたが、事実は全く逆であることが分る。息子は母を嫌って、遂に家出した。その上、教会の信者達は、彼女の無慈悲な信仰態度と、教会内の金銭の問題に疑念を持ち、彼女を追放することを相談している。此の窮状に追いこまれて、姉オデッサに入神の様子を尋ねられて答える。

"I heard a voice say, Maggie. Maggie. You got to find you a hiding place. I wanted Luke. (*She begins to weep.*) Oh, sister, I don't remember no vision. I just remember that it was dark and I was scared and my baby was dead and I wanted Luke, I wanted Luke, I wanted Luke!" (*Amen*, p. 81)

表面の献身的敬虔とは裏腹に、彼女の信仰は真正なものではなかった。彼女の内心では、a 'hiding place' 隠れ家、即ち苛酷な白人社会から自分を守る砦が欲しかったのだ。そして彼女は、それを夫の中でなく、教会の中に見出そうとしたのだ。夫よりも教会の方を選んだのだ。勿論心の底では夫を愛してはいたのだが。更に泣きながら告白する。

"All these years I prayed as hard as I knowed how. I tried to put my treasure in heaven where couldn't nothing get at it and take it away from me and leave me alone. I asked the Lord to hold my hand. I didn't expect that none of this would ever rise to hurt me no more. And all these years it just been waiting for me, waiting for me to turn a corner. And there it stand, my whole life, just like I hadn't never gone nowhere. *It's a awful thing to think about, the way love never dies!*"¹³⁾ [*Italics mine*] (*Amen*, p. 81)

彼女は天上に善を積もうとして、人間の愛を忘れようとしたが、人の愛憎の絶ち切ることの不可能なことを知る。オデッサは "Ain't no time to be a woman now." (*Ibid.*) と言って、彼女を追放しようとする信者達と対決するようすすめるが、今や彼女は無力なることを悟る。夫の死の床に於て再び愛に目醒める。"oh, Luke! If we could only start again!" (*Amen*, p. 86) と泣きながらルークを抱擁

13) Baldwin は "Notes of The Amen Corner" の中で複雑な義父への感情について述べる。The first line written in *The Amen Corner* is now Margaret's line in the Third Act: "It's a awful thing to think about, the way love never dies!" That line, of course, says a great deal about me—the play says a great deal about me—but I was thinking not only, not merely, about the terrifying desolation of my private life but about the great burdens carried by my father. I was old enough by now, at last, to recognize the nature of the dues he had paid, old enough to wonder if I could possibly have paid them, old enough, at last, at last, to know that I had loved him and had wanted him to love me. (p. XV)

ジョンと同じように、如何に義父を憎悪しながらも又、その愛情を渴望したことか。そして今、義父を愛していたのだと悟るのだ。此の句は人の愛憎の絶ち難いことを説いたものであろう。*Nobody* にも類似の句が見られる。"Love does not begin and end the way we seem to think it does." (pp. 114-115) 此等の言葉は Eckman の伝えるように、作者の義父への愛憎が如何に苦渋に満ちたものかを物語る。

する。夫は彼女の腕の中で息を引き取る。彼女は気を取り直して一同と対決しようとするが、彼女の掌中の夫の形見のマウス・ピースに気付いて言う。

“Children. I’m just now finding out what it means to love the Lord. It ain’t all in the singing and the shouting. It ain’t all in the reading of the Bible. (*She unclenches her fist a little.*) It ain’t even—it ain’t even—in running all over everybody trying to get to heaven. To love the Lord is to love all His children—all of them, everyone!—and suffer with them and rejoice with them and never count the cost!” [Underlines mine] (*Amen*, p. 88)

彼女は愛する夫、息子そして生活の場など一切を失った今、初めて信仰の真の意義を悟ったのである。真実の愛が、信仰という仮面を取り除いたのである。此の物語りの精神は、次の言葉に凝縮されている。

Love takes off the masks that we fear we cannot live without and know we cannot live within. I use the word “love” here not merely in the personal sense but as a state of being, or a state of grace—not in the infantile American sense of being made happy but in the tough and universal sense of quest and daring and growth. [Italics mine] (*Fire*, p. 109)

Baldwin は、信者がとかく、山に入りて木を見ぬ喩のように、真の精神を失って形式に流れることを戒め、陳腐のようであって、又新しい此の意義を明らかにしたものであろう。しかも此の引用の前半で、真の信仰でないと否定する背後には、教会の精神的腐敗に対する Baldwin の痛烈な非難がこめられている。

I really mean that there was no love in the church. It was a mask for hatred and self-hatred and despair. The transfiguring power of the Holy Ghost ended when the service ended, and salvation stopped at the church door. *When we were told to love everybody, I had thought that meant everybody. But no... and it did not apply to white people at all.* [Italics mine] *Fire*, (pp. 53-54)

Baldwin の強調するように、‘everybody’ は ‘everybody’ であり、黒人は勿論白人も包含されなければならぬ。更に *Fire* の中で述べる。

It is not too much to say that whoever wishes to become a truly moral human being (and let us not ask whether or not this is possible; I think we must *believe* that it is possible) must first divorce himself from all the prohibitions, crimes, and hypocrisies of the Christian church. If the concept of God has any validity or any use, it can only be to make us larger, freer, and more loving. If God cannot do this, then it is time we got rid of Him. (*Fire*, p. 61)

真に道徳的な人物というものは、キリスト教会の悪習を脱却する人であると言い、神は人をより大きく、より自由に、より ‘loving’ にするもののはずであると主張する。そうでないものは神の名に値しないと断言する。

此の戯曲は前述のように、抗議を基調とする二作品の中間に出版が位しているので、思想の継続性の点で、読後幾分とまどいを感じずるかもしれない。これには二つの大きな理由が考えられる。その一の原因は、Baldwin が *Go Tell* 完成後、今度は小説でなく戯曲を書きたくなり¹⁴⁾、1955年の春にはハーワード大学¹⁵⁾で上演された。従って、出版が約10年遅れたこととなる。その二の原因は、前述のように、*Go Tell* の流れを汲むもので、黒人の心の問題を取扱っている点である。抗議の程度には差異があるようには思われるが、宗教に対する態度は、他の作品中と異なるかどうか？ 此の問題は最後に論じよ

14) “Notes of The Amen Corner” (p. XV) に記述する。

15) ワシントンD.C.にある著名な黒人大学。

う。

Tell Me How Long The Train's Been Gone を中心として

Tell Me How Long The Train's Been Gone (1968)¹⁶⁾ の主人公レオ・ブラッドハマーは多分に Baldwin 自身を思わせる人物で、今は有名な黒人俳優である。少年時代、既に10才の時、地下鉄電車の中で、白人に襲われはすまいかという a 'civic terror' (*Train*, p.34) ともいうべきものに怯え、又或時は夜遅く兄カレブと帰宅途中警官にとがめられて、"I memorized the eyes, the contemptuous eyes. I wished that I were God. And then I hated God." (Ibid., p. 58) と自分がエホバの神であればと願ひ、そうでないので神を呪う、白人にとっては末恐ろしい少年であった。兄カレブが無実の罪で牢に入れられ、出所後兄が悔しさに、男泣きに泣いて寝入った顔を見て、神を呪い兄をいとおしむ。

I cursed God from the bottom of my heart, the very bottom of my balls. I called Him the greatest coward in the universe because He did not dare to show himself and fight me like a man. (Ibid., p. 210)

彼自身についても、青年時代に、一緒に劇場で仕事していた女優のマダリンと一晩共にして、一人彼女の部屋から出るところを、白人にあやしまれ、通報により逮捕された。釈放後、宗教について女優のバーバラと話す。

"You never believe it, did you, Leo?" Barbara asked. "You never even went to church."
 "No. *My father didn't believe it. So none of us believed it. Naturally.*" [Italics mine]
 (*Train*, p. 268)

レオは無信仰を宣言する。少年時代兄カレブが警察に連行される時には、Oh Caleb, Caleb. Oh Caleb, Caleb と呼んで慕い、神を呪ったレオは、今青年となって数年ぶりになつかしい兄に会う。しかし、兄は昔のカレブではなく、戦場で神秘的事件を経験して回心し、今はコチコチの牧師である。Baldwin は信者(兄)と非信者(弟)を対極的に配置して芸術・宗教問答を行なわせる。だが、事実これは、回信を経験したかつての Baldwin と、現在の Baldwin の間の問答であり、両極の心の葛藤である。acceptance と protest の ambivalence を持つ Baldwin は、又宗教についても重苦しい ambivalence を抱えているようである。

"They (paintings, poems, books, plays and music) make you—feel more alive." I said. But I did not really trust this answer.

"That's what drunkards say about their whiskey," he said, and he nodded in the direction of my wine.

"Well. I don't mean that," I said.

He watched me for a long while with his little smile, and he made me very uneasy.

"Why are you asking me these questions?"

"Because I want to know. I'm not teasing you. I don't know anything about it. And you say you want to be an actor. That's a kind of artist. Isn't it? Well, I want to know."

"I think it—art—can make you less lonely." I didn't trust this answer, either.

"Less lonely." He smiled. "Little Leo." Then, "I don't know anything about it, but I've watched some people who claimed to be artists and they all seemed pretty lonely to me. The man I work for has a lot of friends like that. They're lonely"—he watched me earnestly now—"and they're half crazy and I've seen them do terrible things. Do you really think that people like that, who are really in hell themselves, Leo—do you really think that they can help anybody?"

"They do," I said it stoutly, but felt, nevertheless, that my faith was not as strong as

16) 略称は *Train* とする。準挙版は (New York: Dial Press, 1968) とする。

Caleb's. And I realized that Caleb was far from stupid.

"They do? How do you know they do?"

"Sometimes," I said, "you read something—or you listen to some music—I don't know—and you find that this man, who may have been a very unhappy man—and—a man you've never seen—well, he tells you something about your life. And it doesn't seem as awful as it did before."

"As awful," said Caleb, "as it did before." And he watched me, his face in the candlelight yet more austere and distant than it had been, and, at the same time, somehow—it was as vivid and elusive as a half-heard, half-forgotten bit of music—more than ever the face of my brother. "Has it been as bad as all that, Leo?" But he didn't wait for me to answer this. "What I thought," he said, rising and walking up and down the room, with his hands in his pockets, "was that a lot of these people didn't think of anything but self. Maybe they had gifts, but they didn't think the gift was for others, for the glory of God. They thought it was just for self. And that's what made them like they were—that they just thought of self. And that offended God, and so they lost the gift." He looked at me. "We were put on earth to love each other and to praise God, Leo."

"All right. But can't we"—hoping for daylight, hoping for reconciliation—"each praise God in our own way?"

"Oh, but that's taken for granted," he said, with a simple, monumental conviction, "of course we all praise God in our own way. No two people praise God alike. But not to praise Him is a sin." [Underlines mine] (*Train*, pp. 387-388)

思春期に無実の罪で牢に入れられて以来、白人を極端に憎悪し、戦場では白人の戦友を殺そうとまでした、かつての憎悪の権化であった兄の変身ぶり…半生を闘い抜き、恐らく死ぬまで続くであろう苦難の生活を、兄は "Has it been as bad as all that?" と他人の事のように言う。又、「神を称えぬことは罪だ」と言う。そうすると、レオは罪を犯していることとなる。レオは、"But he had found his doctor, the Saviour, who was Christ the Lord." (*Ibid.*, p. 389) と途方にくれるのである。

レオは、彼より20才も若い 'black nationalist' であるブラック・クリスタファーを心から愛している。彼をボディ・ガードとして雇うため、呼び寄せようと思う。しかし、きびしい現実を見ると、彼に会うのが何かいたいたい感じがする。現在までのレオ達の努力は、若い黒人をとりまく環境改善に、一向功を奏してないことを恥じるだけである。

My countrymen impressed me, simply, as being, on the whole, the emptiest and most unattractive people in the world.... I was part of these people, no matter how bitterly I judged them. I would never be able to leave this country. I could only leave it briefly, like a drowning man coming up for air. I had the choice of perishing with these doomed people, or of fleeing them, denying them, and, in that effort, perishing. It was a very cunning trap, and a very bitter joke. For these people would not change, they could not, they had no energy for change: ... And, therefore, I was really rather reluctant to see Christopher, whose destiny was as tied to this desolation as my own, but who felt that his options and his possibilities were different. Indeed, they were, they had to be¹⁷ but what they were was not to be deciphered by staring into America's great stone face. I was nearly twenty years older than Christopher, and it made me ashamed, very often, listening to him, watching him, understanding the terrible round of his days, that not all of my endeavor, not all of the endeavor of so many for so long, had lessened his danger in any degree, or in

any way at all sweetened the bitter cup. And, since I was so much older than Christopher, *I knew far better than Christopher could how little warrant I had for agreeing that his options and possibilities were different*¹⁸⁾. I had to agree because I loved him and valued him. I had to agree because it is criminal to counsel despair. I had to agree because it is always possible that if one man can be saved, a multitude can be saved. But, in fact, it seemed to me that Christopher's options and possibilities could change only when the actual framework changed: and the metamorphosis of the framework into which we had been born would almost certainly be so violent as to blow Christopher, and me, and all of us, away. And then—how does the Bible put it? Caleb would know—perhaps God would raise up a people who could understand. But, God's batting average failing to inspire confidence, *I committed myself to Christopher's possibilities*.¹⁹⁾ Perhaps God would join us later, when He was convinced that we were on the winning side. Then, heaven would pass a civil-rights bill and all of the angels would be equal and all God's children have shoes. [Italics mine] (*Train*, pp. 330-332)

Baldwin のアメリカへの絶望と、世俗的、現実追隨的な宗教への不信が明白に表明されている。他方クリスタファーも、白人達に、黒人芸術家に教会出身者がなぜ多いかを説明する。理由は簡単である。黒人が持つことを許されたのは、教会だけであったということだ。更に、教会の果して来た歴史的役割を舌鋒鋭く糾弾する。

"So you gave us Jesus. And told us it was the Lord's will that we should be toting the barges and lifting the bales while you all sat on your big, fat, white behinds and got rich." He took another sip of his drink, and squatted on his heels in the middle of the floor. "That's what happened, and you all is still the same. You ain't changed at all, except to get worse. You want to tell me different?" [Italics mine] (*Train*, p. 464)

レオも此の糾弾を全面的に支持する。

"...What Christopher's trying to tell you is perfectly true..." (*Train*, p. 467)

しかし、此の支持が、直ちにレオの思想・選択がクリスタファーのそれらと全く一致していることは意味しない。引用文¹⁷⁾に示すように、二人の選択と可能性は異なっている。その差異の根源は、レオが芸術家であることと²⁰⁾、レオの Black Muslim に対する見解である²¹⁾。基本的・倫理的には Baldwin と同じくレオも Black Muslim には賛成してない。しかし、引用文¹⁸⁾は現在までのレオの方針と、急進運動家の方針とは、差別撤廃ということでは窮極的には差異はないことを示し、更に、引用文¹⁹⁾では現在までの Baldwin の方針が、如何に効力が無かったかのもどかしさから、急進運動家への理解と傾斜を示すものではなからうか。

サン・フランシスコを去る前の晩、一流の中華料理店で、クリスタファーと食事を共にしながら思う。

Evil did not seem to exist here, or sorrow, or intolerable pain, and here we were, a part of it. I was a celebrity, with a bank account, and a future, and I had it in my power to make Christopher's life secure. We were the only colored people there. I had worked in the kitchen, not a hundred years ago; outside were the millions of starving—Chinese. *I'm*

20) 公民権運動大集会での、他の運動指導者に対する異和感を表明する。

Our differences were reducible to one: I was an artist...
but how different were our visions of the world! (*Train*, p. 109)

21) 黒人としてではなく、普遍的な“人間”として生きようとする Baldwin は黒人至上主義に反対する。

"From my own point of view," Baldwin says, "the Black Muslims are just like the white power structure, y'know." (Eckman, p. 178)

更に、実際的な見地から、一つの国を統合するのが如何に困難かが分った以上、二つは不用と説く。
there is certainly no need now to create two, one black and one white. (*Fire*, p. 111)

going to feast at the welcome table, my mother used to sing—was this the table? This groaning board was a heavy weight on the backs of many millions, whose groaning was not heard. Beneath this table, deep in the bowels of the earth, as far away as China, as close as the streets outside, an energy moved and gathered and it would, one day, overturn this table just as surely as the earth turned and the sun rose and set. And: where will you be, when that first trumpet sounds? I watched Christopher, making out with the chopsticks, smiling, calm, and proud. Well. I want to be with Jesus, when that first trumpet²²⁾ sounds. I want to be with Jesus, when it sounds so loud. [Underlines mine] (Train, p. 477)

彼自身バーベキュー酒場で働いたことのあるレオには、此の豪華なレストランが、如何に多数の人の犠牲の上に成り立っているかが、身につまされて分るのだ。しかし、被圧迫人民はいつまでも、座してはいないのだ。そのエネルギーは次第に結集して、その波頭は、遠くは中国に、近くはすぐそばのドアまで打寄せているのだ。Baldwin は *The Fire Next Time* の巻末では前述の如く、“*God gave Noah the rainbow sign, No more water, the fire next time!*” と警告したが、再びここに新約聖書のヨハネの黙示録を想起させる言葉で以て警告するのである。しかも、此の警告は次の会話により具体性を与えられている。

“—but if you don't want me to keep on going under the feet of horses, then I think you got to agree that *we need some guns. Right?*” “Yes,” I said. “I see that.” [Italics mine] (Train, p. 483)

此はメリデェン牧師の “Yes. In the pulpit. Under the Bible. Like the pilgrims of old.” と対応するものであるが、前者の方が Black Muslim のクリスタファーの発言だけにより闘争性は強い。勿論、現在のところ両者とも自衛の武器ではあるが、いつ何時人種戦争を誘発するかも知れないのである。此の小説にもあるように、Baldwin など著名な黒人指導者はいつ暗殺されるかも知れないのである。白人により又時には黒人により……現実に Black Muslim の指導者 Malcolm・X が1965年に、1968年 *Train* が出版された年には非暴力を唱えた Martin L. King 牧師が暗殺されたのだ。黒人指導者はみな生命の危険に曝されているのだ。Baldwin 自身怯えている。彼が現実に此の程度までコミットしたのは、彼の誠実の証左である²³⁾。彼には民族の苦難を、座して傍観することが出来ないのだ。此のように苛酷な現実の中に於ては、戦闘的態度に傾き、その作品も抗議に比重がかかるのも当然であろう。Robert A. Bone は *Images of the Negro in American Literature* の中で、“Unable to grow as an artist, Baldwin has fallen back upon a tradition of protest writing which he has formerly denounced.”²⁴⁾ と冷酷にも断定しているが、“Unable to grow as an artist…” はさて置き、後半は一面に於ては正鵠を得ている。しかし、他面我々は Baldwin の根強い普遍的人間愛を見落してはならない。神を信じないと断言するレオが、“I want to be with Jesus…” と突然 ‘Jesus’ という言葉を出したことは興味深い。Baldwin は *Nobody Knows My Name* の中で “神と共にある” ことの意義を説く。

To be with God is really to be involved with some enormous, overwhelming desire, and joy, and power which you cannot control, which controls you. I conceive of my own life as a journey towards something I do not understand, which in the going towards, makes me

22) ヨハネの黙示録第八章七節最後の審判の始まりを告げる七つのトランペットの中の第一声。

23) “I want to be an honest man and a good writer.” (Notes, p. 6)

彼が教会を捨てたのも、又 detachment を必要とする芸術家として矛盾に苦悩するのも、此の an “honest man” であろうとすることから起るのだ。彼が最初主張したように

“social affairs are not generally speaking the writer's prime concern…” (Notes, p. 3)

と言って、民族の苦難を座視出来ないのだ。

24) (Chicago & London: Chicago Univ. Press, 1966), p. 267

better. *I conceive of God, in fact, as a means of liberation and not a means to control others. Love does not begin and end the way we seem to think it does. Love is a battle, love is a war; love is a growing up.* [Italics mine] (pp. 114-115)

Baldwinの説を理解すれば、レオの神を信じないとの言葉と‘Jesus’との矛盾も又理解出来はすまいか。

§ 3 結 論

冒頭で述べたように、彼は17才の年にキリスト教を棄てたと言う。更に Black Muslim の Elijah に “And what are you now?” と尋ねられ “I? Now? Nothing.” (*Fire*, p. 84) と答えているように、彼はキリスト教徒でないと断言する。信者ではないが、今迄見て来たように——特に評論には明確に表明されているが——彼は彼独自の神を信奉している。要約すると、彼の神は、人をより大きく、より自由に、より ‘loving’ にするはずである (*Fire*, p. 61)。彼の愛は ‘state of being’ 又は ‘state of grace’ の意味であり、しかもその愛は受身の愛ではなく、積極的なしかも強固な探究・勇気・成長の意味である (*Fire*, p. 109)。此の意味から判断すると、彼の愛は ‘God’s love’ 即ち真の意味の ‘love’ を示すものと思われる。彼の希求するものは此の真の ‘love’ であり、それは又、彼が否定するキリスト教会のあるべき精神・精髓にはかならないのだ。その上、彼の神は、解放の手段であり、愛は闘争であり、戦争であり、成長でもあるのだ (*Fire*, pp. 114-115)。

彼の神はむしろ旧約の厳しい神の愛を連想させる。旧約の神の愛は、常に鋭い批判を含む愛であり、神は愛するが故に、またその罪を憎み罰せずには置かないのだ。Baldwin も、アメリカに殆んど絶望し、その上暗殺にも怯えている。それでもアメリカを愛する。愛するが故に、その不正を厳しく批判し糾弾するのだ。彼は前述のように、キリスト教会を批判し、キリスト教そのものまでも否定するが、彼は彼の独自の “神の愛” を希求しているのである。此れが “I want to be with Jesus...” という言葉になって、無意識に現われたのではなかろうか。最後に次の言葉に留意したい。

Now, this country is going to be transformed. It will not be transformed by an act of God, but all of us, by you and me. (*Nobody*, p. 29)

つまり、従来黒人が慣れて来たような、座してひたすら光明を求めたり、復讐を願って神に祈ることをやめ、不正義を憎むと同時に “神の愛” 即ち “普遍的な人間愛” を心に秘めて、行動に立上る必要を説くもののように思われる。

参 考 文 献

著者又は編者	書名又は題名	出版場所	出版社	出版年
Edward Margolies 編	<i>Native Sons</i>	Philadelphia & New York	J. B. Lippincott	1969
Seymour L. Gross 編	<i>Images of the Negro in American Literature</i>	Chicago & London	The Univ. of Chicago Press	1966
Fern M. Eckman 著	<i>The Furious Passage of James Baldwin</i>	New York	M. Evans & Company, Inc.	1966
Richard Wright 著 William L. Katz 編	<i>12 Million Black Voices</i>	New York	Arns & The New York Times	1969
橋本福夫 編	黒人文学研究	東京	早川書房	1968
橋本福夫、 橋本武雄 編	ニグロ・エッセイ集	東京	早川書房	1968
高柳伊三郎 著	基督教思想史概説	東京	新教出版社	1956
高柳伊三郎 著	新約聖書概論	東京	新教出版社	1956
山谷省吾、 高柳伊三郎、 高小川治郎 著	口語新約聖書略解	東京	日本キリスト教団出版部	1960
前田護郎 編	世界の名著 聖書	東京	中央公論社	1968
糸藤洋 著	James Baldwin 再論	広島	海上保安大学校 研究報告第16巻2号	1971

(昭和47年7月31日 受付)

民国初期軍閥政權の経済的側面 (一)

— 金融資本との関係を中心として —

(史 学) 高 城 博 昭

The Economic Side of the Early Chinese Republic Warlords (1)

—Mainly on the relation between the warlords and the financial capital—

Hiroaki TAKASHIRO

The object of this article is to illustrate the economic side of the early Chinese Republic Warlords (Pei-yang chün-fa), which were supported by the landed class, the imperialistic powers and the commercial capitalists.

Special emphasis is placed on the relation between the warlords and the financial capital.

§ 1 まえがき

辛亥革命の歴史的な位置づけ、あるいは失敗の原因をさぐるためにも、また5・4運動を境として旧民主主義革命から新民主主義革命への革命的な原因とその質的原因を構造的にとらえるためにも、その間の民国初期軍閥政權の性格究明は必要不可欠のものである。

近年アメリカにおいて中国近・現代史の研究が盛んに行なわれているようであるが、軍閥政權に関する研究は少なく、今後この方面の研究の必要性が指摘されている¹⁾。

日本においても軍閥に関する研究は不充分であり、特にその経済的側面の研究は少なく必要性が強調されている。近年渡辺惇氏の「民国初期軍閥政權の経済的基礎」歴史教育、第13巻第1号が史学雑誌の回顧と展望で高く評価され、今後この方面の研究が要望されている。

本稿では、これら先学の諸業績をふまえ、軍閥政權(とくに北洋軍閥)の経済的側面(金融資本との関係を中心に)をほりさげたものである。

§ 2 軍閥の階級的基礎

まず、軍閥と郷紳との関係について、橋樑氏は

つぎのように論ずる。「昔の武官は多く兵隊あがりであったが、清末に新軍が組織されてからは士官学校の課程をふんだものでなければ将校として幅がきかなくなった。すなわち武官の分野でも文官と同じく無産者の登龍門が閉鎖されて、郷紳の子弟が跋扈することになった²⁾」と云って軍閥の卵たる武官が多く郷紳層の出身で占められているといひ、更に「軍閥は官僚・郷紳とともに支配的社會階級を構成し、軍閥官僚が政治方面を代表するに對して、郷紳は社會經濟方面を代表する」と断言する。まさに農村は軍閥の發生の社會的地盤を形成し、軍閥は同一階級に屬する土豪・郷紳の支配を通じて農村に依存し、その政權を維持したのである。そして、周知の如く農村の商品貨幣經濟(半封建半植民地化)は第1次大戰期を通じて著しく進行したと言われるが、そうした狀況が軍閥の農民搾取をより容易にし³⁾、軍閥はきわめて多様な手段を弄して地域内の民衆とくに農民に對し直接間接の搾取を行なつた。この農村支配を通してえた龍大な蓄財は土地投資に使われ、軍閥官僚の土地集積は急速に進んだ。従つて軍閥政權は本質的に地主政權であつた⁴⁾。

つぎに、軍閥と帝國主義列強との關係であるが、これは帝國主義諸國とくにイギリスが、袁世

凱以下の買弁的反革命を支持したことは周知のことである。ただし、この点については各帝国主義諸国の対華投資・輸出入貿易・政治借款等において詳述すべきであるが⁵⁾、つぎの二・三の実証にとどめる。その一つは、北洋軍閥のもとで生まれた灤州煤礦会社が袁世凱政権のもとにおいて英国の圧力に屈し英国系の開平公司与合併して開灤礦務局となり、以後英帝国主義の庇護下に買弁的傾向を一層強めていったこと、また有名な袁世凱政府の善後大借款。もう一つは軍閥的な寺内内閣のもとで行なわれた段琪瑞への有名な西原借款である。

最後に、本稿の主題としている軍閥と金融資本との関係については、上記二点とも関連するが、王承志氏は当時の社会についてつぎのように論じている。「中国の社会内には、三種の勢力、即ち帝国主義、封建的残滓並びに民族資本階級が存在している。この三種の勢力は、互いに相矛盾しているところの統一体である。この三種の勢力は、中国の社会内にあって、極めて複雑な畸形的形態を形成し、中国社会の全機構の各部門には、すべてこの三種の勢力が滲透し、支配している。同様に、金融業についても、これと同じことが言われる」更に「金融資本の陣営内に軍閥、官僚及び地主の諸要素が存在する⁶⁾」と。この点について以下諸資料によって分析してみたいと思う。

§ 3 軍閥と金融資本

a 銀行の資本金・経営面・預金面

軍閥官僚資本（前記の如く官僚と軍閥は同一の階級、同一の経済的基礎にたつもの）が銀行資本の構成面・経営面・預金面で支配的地位を保ったことについてほりさげてみよう。

なお、中国の金融資本としての錢莊と銀行の関係は、主題ではないので詳述しないが、表1は民国成立後銀行資本は錢莊資本をはるかに凌駕していったことを示している。本稿では、この銀行を中心に分析してゆく。

中国の銀行資本の発生過程を

表1 銀行・錢莊資本の推移

	銀行資本	錢莊資本
1912年	32%	68%
1920年	63%	37%

(北京政府農商部統計による。章乃器「支那貨幣論」(邦訳)5頁から)

みると大体、軍閥、官僚、地主等の出資が大部分を占めているのであって、殆んど彼らの資力によって誕生している。これら軍閥、官僚、地主等は農民を搾取することによって巨額の富を蓄積したが、その貨殖を図るため投資を必要とした。まず産業面への投資は第1次大戦期が最高潮であるが、大戦後の不景気・帝国主義諸国の商品ダンピングの下にあっては、必ずしも積極的には行ないえなかったため、勢、一部は土地の買収にあてられると同時に一部は銀行資本への出資にあてるより仕方がなかった。

従って、軍閥、官僚、地主は銀行の資本金に対する主権者となったのみならず、往々にしてその経営においても支配的地位を占めていた。その代表的な銀行は、中国銀行、交通銀行、北四行系諸銀行である。

このうちの北四行系銀行を中心とする財閥から述べよう。この北四行系財閥が北洋財閥とよばれるのは、この時代における北洋軍閥との結合によってその名があったという説がある⁷⁾。また、これら北四行の銀行資本は金城銀行を中心としてその成長途上において益々相互に密接な結合を図り、遂に内部的のみならずその形態においても一種の独占組織を形成するに至った。そして彼らは相互に緊密な結合を図りつつ次第に外に向かって勢力範囲を伸長することを怠らず、北四行の一つ中南銀行の総経理胡筆江が交通銀行の董事長に就任した後は、交通銀行も北四行と財的關係をもち、更に交通銀行と密接な人的關係を有する中国華銀行もともにその勢力範囲に入った⁸⁾。なお、交通銀行は、周知の如く袁世凱の股肱として対外借款で袁の財政資金を調達し、その後交通銀行董事長・総理として、また内国公債局総理として北京政権の財政金融面の指導的位置を占めた交通系官僚の梁士詒が創立したものである。また、中国銀行も彼の指導下にあったと言われる⁹⁾。

つぎの北四行系銀行資本の調査は、中国銀行総経理処研究室編纂の「全国銀行年鑑」(民国25年)によるものである。

金城銀行は北四行系の中心であって、中国銀行にも比すべきこの財閥の重心である。民国6年(1917年)天津に設立され、資本金は主として当時の軍閥、官僚の出資によっており、産業面への

投資に主力を注いだ。この点で公債土地等の投資一点張りの近代銀行の中で異彩を放っている。支配者周作民の他銀行家と異なっている所以である。

塩業銀行は民国4年(1915年)北京に設立され出資者は当時の軍閥、官僚である。

中南銀行は民国10年(1921年)設立、総行を上海においた。出資は軍閥、官僚によるところが少ないが、前記の総経理胡筆江が金城銀行董事長周作民と親交を結び、軍閥、官僚の預金はその大部分を占めた。

大陸銀行は民国8年(1919年)天津に設立され、預金は当時の軍閥、官僚が大部分を占めた¹⁰⁾。以上、資本金・経営面等を中心に述べたが、つぎに預金についてほりさげる。

国内銀行界の第一人者である中国銀行の預金の分類統計(民国21年度 営業報告による)によると、商工業者及び政府機関の銀行に対する関係は「借入れはしているが預金をもたない」有様で、銀行預金の大部分は私人の蓄積であることを示している。この私人預金中で軍閥、官僚が主要な地位を占めていたことについて指摘しよう。彼らが外国銀行に預金または投資し、外力の保証によって安全を図るとはいえ、実際にはつぎの幾つかの原因により、官僚、軍閥たちの巨額の富のうち、国内銀行に預金・投資されている部分も決して少数ではあるまい。なぜなら第一に表3の如く自国銀行の預金利率が外国系銀行よりも高いこと。第二に中国の銀行業者もまたしばしば彼らと好んで取引し、彼らの預金を吸収する。

表2 上海内外銀行定期預金利率

外国銀行	日本……………二厘
	その他……………二厘五毛
中国の銀行……………七厘	

(日本人米沢秀夫氏の調査による。「東亜経済研究」17巻2号・58頁から)

なぜならば、官僚、軍閥たちの預金はそれがただの一・二人のものであっても、一度に数十万円も数百万円も預金するし、その手続きは極めて簡単であり、また極めて有利に運用できる。これは一般の小口預金の場合の利益とは比べものにならない程大きな利益をもたらす。ここで官僚、軍閥の大口預金が銀行に与える利益について馬寅初氏の演説を引用する。——「預金者が大口預金を引

き出そうとすれば、まず銀行と相談しなければならない。……ただし、小口預金の場合には引き出させない訳には行かぬが、大口預金の場合には引き出させなくても差し支えない。……その理由は次の四つである。——

- (1) 小口預金者は比較的生計が豊かでないから、払戻さなければ生計の道を失う。
- (2) 多額預金者の多額の預金はすべて民衆取取によって得たものであり、払戻さなくとも取替えて差し支えない。
- (3) 貪官の私蔵金は、銭荘が衰退を示し始めて以来、みな銀行に持ち込まれるようになった。銀行が支払わなくとも、彼らは出所不明の金銭について、声を大きくして追及することはできない。
- (4) たとえ大口預金を払戻さなければならなくなったとしても、銀行は多くは金満家を理事として入れているので、金満家の「顔」によって引出人とうまく話をつける」一馬寅初「演説集」第二集194頁

第三に国内軍政機関の預金は多くは中国の銀行になされている。また、官僚たちも何と云っても、やはり、公金を自分の私財と考え、移管・名義変更の便宜のために自分の私財として中国の銀行に便宜的に預金している。一鄭毓秀の押領事件における着服公金に対する多額の銀行利子などがその一例である¹¹⁾——

b 内債その他を通ずる財政と銀行との結合

なぜ、軍閥、官僚が銀行の資本金・経営面・預金面で支配的地位を占めたかについて内債その他を通ずる財政と銀行との結合という面からみてみたい。

まず北京政府の内債及び借款政策は銀行の発達により著しく容易となった。初期の内債たる昭信股票(光緒24年発行)が、その発行額は1億両であったがその募入額は5百万両にみたなかった。また、愛国公債(宣統3年)が発行額3千萬元、募入額1千2百万円。しかもその募入者の内容は、前者については富商大賈、後者については王公世爵在京文武官が大部分を占めていたという事実は、一面公債の信用の不完全性に由来するところもあるが、他面、当時、近代的金融機関を主体とする近代的金融市場の欠如していたことにも帰

着しえられるのである¹²⁾。

かかる状態は民国成立後数年の間は依然として継続したが、やがて事情は変わった。即ち銀行の設立が相次ぎ近代的な金融市場が漸成され、北京政府による内債政策盛行の基礎があたえられた。由来、北京政府は最初の間は清朝に倣って外債募集によって経費を支弁した。民国2年袁世凱政府の善後大借款及び民国6～7年段琪瑞政府の西原借款等である。これは上記内債の信用性、金融市場

表3 貢納金送付額

年 度	百万元
1912	—
1913	5.6
1914	14.0
1915	36.0
1916	34.5
1917	14.5
1918	6.0
1919	5.5
1920	4.9
1921	2.9
1922	4.2
以後全く送付されず	

(柏井象雄「近代支那財政史」71頁による)

の欠如にも起因するが、中央収入の減少にもよる。即ち、表3の各省から中央に送付せらるべき貢納金等をみると袁世凱政権当時はまだ比較的よかったが、袁の失脚後軍閥混戦期に入るとこれらの収入源は地方軍閥により截留せられ、中央収入の減少を示している。従って外国借款に依存せざるをえなかったのである。

しかし、段琪瑞の西原借款後、列強は外国借款が中国の内乱を助長させるとして政治借款に応じなくなったこと。外国銀行団中の各国は互いに牽制し合うに至ったこと。第一次大戦により各国の財政上、金融上の困難が加わったこと及び民国政府に有利な担保品を欠くに至ったこと。更に民衆の反帝運動の高まりから外債の募集に反対するに至ったこと等のため、外債の募集そのものも困難になった。

従って、政府は内債を濫発して資金調達的主要な手段とした。この内債政策及び借款政策の発展は銀行発展の一原因であるとともに、逆に銀行の発展は内債政策及び借款政策を進展させる一条件となった。かくして財政と金融は一の畸形的な聯合体を形成した。表4はこの間における内債発行の推移と銀行の設立数を示したものである。

収入の減少にもよる。即ち、表3の各省から中央に送付せらるべき貢納金等をみると袁世凱政権当時はまだ比較的よかったが、袁の失脚後軍閥混戦期に入るとこれらの収入源は地方軍閥により截留せられ、中央収入の減少を示している。従って外国借款に依存せざるをえなかったのである。

しかし、段琪瑞の西原借款後、列強は外国借款が中国の内乱を助長させるとして政治借款に応じなくなったこと。外国銀行団中の各国は互いに牽制し合うに至ったこと。第一次大戦により各国の財政上、金融上の困難が加わったこと及び民国政府に有利な担保品を欠くに至ったこと。更に民衆の反帝運動の高まりから外債の募集に反対するに至ったこと等のため、外債の募集そのものも困難になった。

表4 内国公債発行及び銀行設立の推移

	内債(単位・元)	銀行数
民国元年(1912)	6,248,460	14
2年(1913)	6,842,200	2
3年(1914)	24,970,520	3
4年(1915)	25,834,155	7
5年(1916)	8,770,515	4
6年(1917)	10,516,790	10
7年(1918)	139,363,760	11
8年(1919)	28,358,700	15
9年(1920)	121,960,450	16
10年(1921)	115,362,248	29
11年(1922)	83,234,910	25
12年(1923)	5,000,000	25
13年(1924)	5,200,000	7
14年(1925)	15,000,000	8
15年(1926)	15,400,000	7

(内債発行推移は「中国近代農業史資料」第2輯・586, 587頁から。銀行設立数は中国銀行「銀行年鑑」(民国26年度)による)

以上、財政と銀行との結合について述べたが、これは、この面からなぜ軍閥、官僚が銀行投資に走ったかを解明するためであった。そのためにはまず、北京政府はなぜ多額の内債を発行したかについて分析する必要がある。それは第一に軍閥混戦による軍費支出の増大である。表5は戦争のあった省数、表6はそれに伴う軍費増加のテンポ、表7は中央政府及び省政府の全支出中に占める軍費の割合を示している。第二に軍閥混戦期とくに袁の失脚後収入源は地方軍閥に截留され中央政府の収入が減少した(前掲表3)。以上二点が主な理由である。他には、前記外債募集が困難になったこと。国内金融機関—銀行の発展等である。

つぎに、銀行はなぜ公債投資に向かったかについて分析しよう。それは大戦後の不景気によって産業面への投資は積極的には行ないえない。従って主要なものは公債と土地投資との二つであり、公債投資が銀行投資総額中、絶対的に重要な地位を占めた¹³⁾。しかし、極めて大きな原因は公債投資の利益の大きいことである。銀行の公債投資

表5 戦争数

西曆	戦争のあった省数
1912	1
1913	6
1914	—
1915	—
1916	9
1917	5
1918	9
1919	2
1920	7
1921	7
1922	10
1923	6
1924	8
1925	13
1926	15
1927	14
1928	16
1929	14
1930	10

(「中国近代農業史資料」・第2輯609頁から)

表6 軍費

光緒19年(1893)	25,604,880元(J. Edkins 統計)
光緒27年(1901)	47,055,000 (同上)
宣統2年(1910)	102,000,000 (H. B. Morse 統計)
宣統3年(1911)	130,870,755 (Ostasiatische Rundschau, Ap. 1. 1928)
民国5年(1916)	152,915,765 (同上)
民国7年(1918)	203,000,000 (Victor Stein 估計)
民国14年(1925)	600,000,000 (同上)
民国16年(1927)	700,000,000 (同上)
民国17年(1928)	800,000,000 (何应欽七月初報告)

(表6・表7ともに、「中国近代農業史資料」・第2輯, 608頁から)

表7 軍費割合

中央政府

民国1年(1912)	33.87%
” 2年(1913)	26.89
” 3年(1914)	38.08
” 5年(1916)	33.81
” 8年(1919)	41.68
” 12年(1923)	64.00

省政府

民国11年	四川	88.00%
” 12年	直隸	49.00
”	山東	59.00
”	河南	84.00
”	山西	80.00
”	江蘇	41.00
”	安徽	59.00
”	江西	53.00
”	湖北	94.00
民国14年	江西	78.00

は、常に一割以上、甚だしきに至っては二・三割の高利を受けとったのである¹⁴⁾。こうした政府発行の公債は、大部分銀行によって引きうけられ、市場に出して売却されない。これは一方では、中国勤労大衆がその経済生活の貧困のゆえに公債を買うだけの能力がないためであり、他方では、公債の利子が全部銀行によって独占されていたためである。

最後に、軍閥、官僚はなぜ銀行投資に走ったかであるが、それは第一に前記の如く銀行の公債投資が巨利をあげたこと。第二に産業投資は積極的に行ないえず、土地の買収にあてる以外は銀行投資にあてるより仕方がなかったためである。

こうして政府財政の異常な枯渇は公債増発以外に道がなく、一方銀行も他にこれに匹敵する利益

獲得の活路を見出せず公債投資の方法を選んだ。かくして内債を通じて政府財政と銀行は一の畸形的な联合体を形成した。軍閥政府が公債を発行し、銀行が公債投資を行なって巨利を博し、軍閥、官僚が銀行投資を行なって巨利をうるといふ。まさに軍閥政府と軍閥官僚資本の結合を意味するものである。

ここで本稿の主題ではないが、中国近代銀行資本の半封建性について指摘しておこう。中国における金融資本と軍閥及び官僚との結合形態について、章乃器はつぎのように説明した。「新式の中国商業銀行は、表面上は勿論、新興民族資本を代表している。だが結局、変質せる軍閥及び官僚の封建的勢力が、すでに資本主義に代って勃興し、一方においては、封建制度の存在を維持するとと

もに、他方においては、民族資本の発展を阻止している限り、彼らの勢力は必然的に新興金融資本の勢力に参加するであろう……」¹⁵⁾。

また中国金融資本の営業上の封建制について、章乃器が見事な説明を与えている。「即ち業務の方面においては、中国はまだ、畸形的に発展せる銀行業の投資の対象となる程度に成長した工業資本をもっていないから、銀行業の動向は、一部分は商業資本の方面に発展し、他の一部分は財政的方面に発展している。商業資本の地産への投資は、恐らく中国において最高の発達を示しているといえよう。この営業上の発展は、依然として商業資本の典型である。財政的方面への発展の結果、公債への投資において新形態の高利貸が形成されている。かくて吾々は、つぎのように言うことができよう。即ち、半植民地的形態の下にあっては、最新の事物はすべて封建的色彩を帯びているので、半植民地的形態を絶滅しない限り、中国社会は進歩的段階に向って進まんとしても不可能である」と。

中国の地産は、表面的にみれば、一種の資本主義的企業であるが、しかし実際においては、地主の利殖的手段にすぎない。中国の地産は、その投機性並びに社会的作用において、すべて封建的色彩を含んでいる。公債の発展に至っては、それは実際において、産業を振興し或は農業を救済せんがためのものでなく、その主要な任務は、財政的危機を緩和及び救済し、非生産的事業を建設するのである。銀行資本のこの二方面における活動と上述の二種の投資対象の性質との一致は、変態的な半封建的性質を帯びている¹⁶⁾。

§ 4 おわりに

以上金融資本との関係を中心として、北洋軍閥政権の社会的経済的基礎及びそのブルジョワの側面という諸点にふれた。

以下本稿において、具体的に実証・指摘した諸点を要約する。

北洋軍閥政権は、半封建半植民地的な農村社会を支配の基礎とし、また半封建的買弁的な資本主

義経済—銀行及び帝国主義列強との結合—にも依存していたといえよう。

つぎに次稿で詳細に検討すべき課題を指摘する。それは、中国工業中の軍閥官僚資本・民族資本・帝国主義資本の性格分析及びそれぞれの関係である。即ち第一次国共合作の際の反帝国主義・反封建軍閥をめざす農民・労働者と民族資本家の革命的連合の結成要因（それは苛酷な軍閥反動支配のもとから必然的に起こってきたもの）解明のためには必要不可避のものがある。それは同時に主題である軍閥政権の経済的側面の解明になるであろう。

註)

- 1) Donald G. Gillin, Warlord Yen Hsi-shan in Shansi Province, 1911-1949, vii.
- 2) 橋樑「中国革命論」105頁.
- 3) マジャーレ(井上照丸訳)「支那農業経済論」241～242頁.
- 4) 中国近代農業史資料・第2輯, 14～15頁.
- 5) C. F. Remer, Foreign Investments in China, 1933, p. 70.
- 6) 王承志(勝谷在登訳)「支那民族資本の特質」5～6頁.
- 7) 香川峻一郎「錢莊資本論」26頁.
- 8) 同上, 36頁.
- 9) 中国現代史料叢書・三水梁燕孫先生年譜・上冊, 350頁.
- 10) 香川峻一郎, 前掲書, 211～228頁.
- 11) 吳承禧(玉木英夫訳)「支那行論」60～63頁.
- 12) E. Kann, The History of China's Internal Loan Issues, 1934, pp. 3-4.
- 13) 吳承禧, 前掲書, 133～174頁.
- 14) 王承志, 前掲書, 29頁. 吳承禧, 前掲書, 157～160頁.
- 15) 王承志, 前掲書, 6頁.
- 16) 王承志, 前掲書, 9～10頁.

付記)

本研究は、昭和47年度文部省科学研究費補助金による一般研究担当者としての研究成果の一部である。

Parameter Plane 法による非線形制御系の安定性解析

(数 学) 今井 勲・富田 豊・小池 政夫

Analysis on the Stability of Nonlinear Control Systems
by the Parameter Plane Technique

Isao IMAI, Yutaka TOMITA and Masao KOIKE

This paper is devoted to analyze the stability of feedback control systems with two nonlinear elements by using the Parameter Plane technique.

We know that the analysis of systems with only one nonlinearity is based upon the describing function technique, but this technique is disadvantageous for the systems with more than two nonlinearities. We have therefore used the Parameter Plane technique to analyze the stability and self-excited oscillations in such systems.

As examples, we treated next two cases;

- (1) Two nonlinearities are Zero-Memory type.
- (2) One nonlinearity is Zero-Memory type, and another should be considered as Memory type.

1. 緒 言

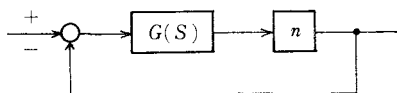


図 1

図1に示すような非線形要素を含む制御系の応答解析は自動制御を理論的に研究する上において最も基礎的な課題の1つであるが、制御系内に1つの非線形要素をもつ場合（非線形要素が2個以上ある場合でも、これらをまとめて1つの非線形要素と考えることができる場合も含む）の応答解析の一手法として記述関数法¹⁾が用いられることは周知のことであり、この手法で limit cycle の解析も行うことができるが、一般に、系内に2つ以上の非線形要素を含むとき、もはやこの方法ではこの系の安定性の解析を行うことはできない。

そこで我々は Parameter Plane²⁾法を用いて解析する方法を考察した。この方法によれば limit

cycle の発生を解析することもできるし、さらに limit cycle の発生が許されない場合にゲイン調整をどのようにすればよいか、また適当な minor-loop に非線形要素を入れることによるフィードバック補償により安定化をはかるためにどの位置にどのような非線形要素を挿入すればよいかを考察することもできる。

2. 一般的考察

Parameter Plane 法の概要についてはすでに述べた³⁾が、いま系内に2つの非線形要素を含むとき（1つにまとめられない場合とする）にこの手法を適用する。

2つの非線形要素 n_1, n_2 の記述関数をそれぞれ N_1, N_2 とし、その特性方程式を

$$F(s, N_1, N_2) = 0 \quad (1)$$

とする。式(1)に $s = j\omega$ を代入すると次式を得る。

$$\operatorname{Re} F(\omega, N_1, N_2) = 0, \quad \operatorname{Im} F(\omega, N_1, N_2) = 0 \quad (2)$$

ただし, $\text{Re } F(\omega, N_1, N_2)$, $\text{Im } F(\omega, N_1, N_2)$ は $F(j\omega, N_1, N_2)$ の実数部, 虚数部を表わす。 N_1, N_2 を2つの parameter とし, 式(2)により N_2-N_1 平面に安定領域 S を決定することができる。

一方, 非線形要素が2個並んだ場合(各要素は単独にはそれぞれ Zero-Memory 要素とする)の振幅軌跡を次の2つの場合について考察する。

(i) 図2の場合

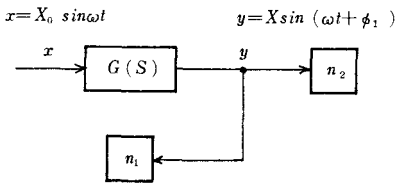


図 2

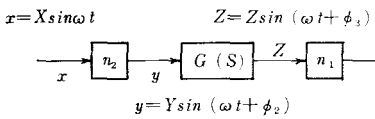


図 3

n_2, n_1 は Zero-Memory 要素である。従って2つの記述関数は ω には依存しない振幅 X のみの関数となる。

(ii) 図3の場合

n_2 は Zero-Memory 要素であるが, n_1 の入力の振幅 Z は次式で与えられる⁴⁾。

$$Z = X \cdot |N_2| \cdot |G(j\omega)| \quad (3)$$

したがってこの場合 n_1 は Memory 要素として取扱うべきである。

以上(i)または(ii)により振幅軌跡 $C(N_2, N_1) = 0$ を描き, 式(2)との交点により limit cycle の存在が確かめられる。さらに, 安定領域 S を考慮することによりそれが安定か不安定かを判定することができる。

3. 具体例

$$\frac{T}{B_2} = m \quad \text{slope } k_2$$

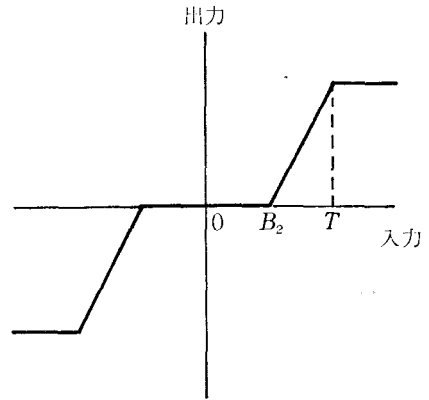


図 4

$$\text{slope } k_1$$

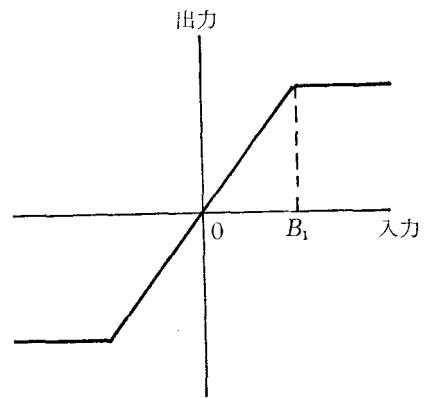


図 5

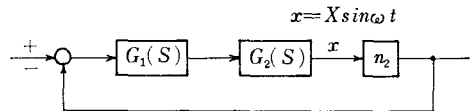


図 6

以下非線形要素を n_2, n_1 とし, それぞれ図4に示すような不感帯をもつ飽和特性および図5に示すような飽和特性をもつ場合を考える。この際図6の系において limit cycle がおこるとき, Parameter Plane 法によってその振幅と周波数を求めることもできるし, またその limit cycle を除去するために適当にゲイン調整をしたり, 非

線形要素 n_2 の slope k_2 等を調節することもできる。また、たとえば、 $K_1=4$, $K_2=30$, $m=3$, $k_2=1$ と固定した場合、安定な limit cycle ($X=15.14B_2$, $\omega=2$), 不安定な limit cycle ($X=1.382B_2$, $\omega=2$) が存在するが (I), (II) に示すように、この図6の系に新しい非線形要素 n_1 をもつ minor-loop を入れてフィードバック補償することにより limit cycle がおきないようにすることができるか否かを判定したり、またそれを定量的に考察したりすることもできる。

以下次の2つの場合について考察する。

(I) n_2, n_1 がともに Zero-Memory 要素として取扱うことのできる場合

(II) n_2 は Zero-Memory 要素, n_1 は Memory 要素として取扱うべき場合

いま図6における $G_1(s), G_2(s)$ はそれぞれ次式で与えられるものとする。

$$G_1(s) = \frac{K_1}{s+1} \tag{4}$$

$$G_2(s) = \frac{K_2}{s(s+4)} \tag{5}$$

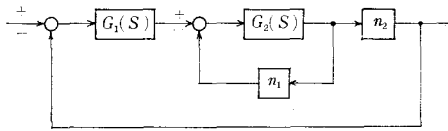


図 7

(I) 図7の場合

特性方程式は

$$\frac{N_2 G_1(s) G_2(s)}{1 + N_1 G_2(s)} + 1 = 0 \tag{6}$$

である。これを整理すると

$$s^3 + 5s^2 + (30N_1 + 4)s + 30(N_1 + 4N_2) = 0 \tag{7}$$

となる。式(2)より

$$N_2 = \frac{1}{30}(\omega^2 + 1), \quad N_1 = \frac{1}{30}(\omega^2 - 4) \tag{8}$$

を得る。これより安定領域を求めると図8の斜線部分となる。これに振幅軌跡(以下 $m=3, B_2/B_1=1, k_1=1$ とする)を加えると L, P を得る。 L は安定な limit cycle ($X=7B_2, \omega=3.072$) を表わし、 P は不安定な limit cycle ($X=2.99B_2,$

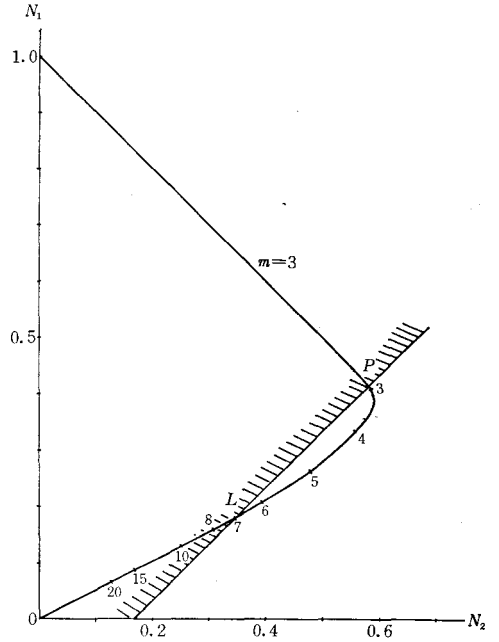


図 8

$\omega=4.066$) を表わす。この系から limit cycle を除去するには slope k_1 を約 1.211 以上にとればよい。また k_1 のかわりに m または B_2/B_1 を調節することも可能である。

(II) (1) 図9, 図10, 図11の場合

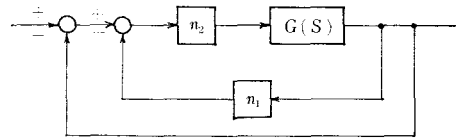


図 9

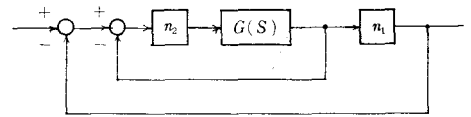


図 10

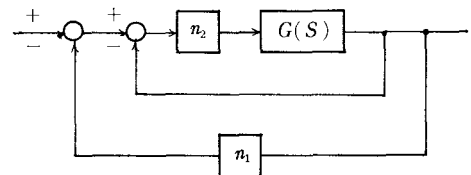


図 11

以下 $G_1(s), G_2(s)$ を1つにまとめて $G(s)$ とおく。すなわち

$$G(s) = \frac{120}{s(s+1)(s+4)} \quad (9)$$

図9, 図10, 図11の場合, ともにその特性方程式は

$$\frac{N_2 G(s)}{N_1 N_2 G(s) + 1} + 1 = 0 \quad (10)$$

である。整理して

$$s^3 + 5s^2 + 4s + 120N_2(1 + N_1) = 0 \quad (11)$$

式(2)より次式を得る。

$$N_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{N_2} - 1 \quad (12)$$

したがって安定領域は図13における(1)となる。

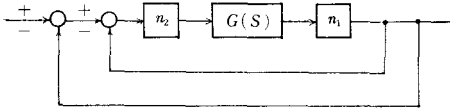


図 12

(2) 図12の場合

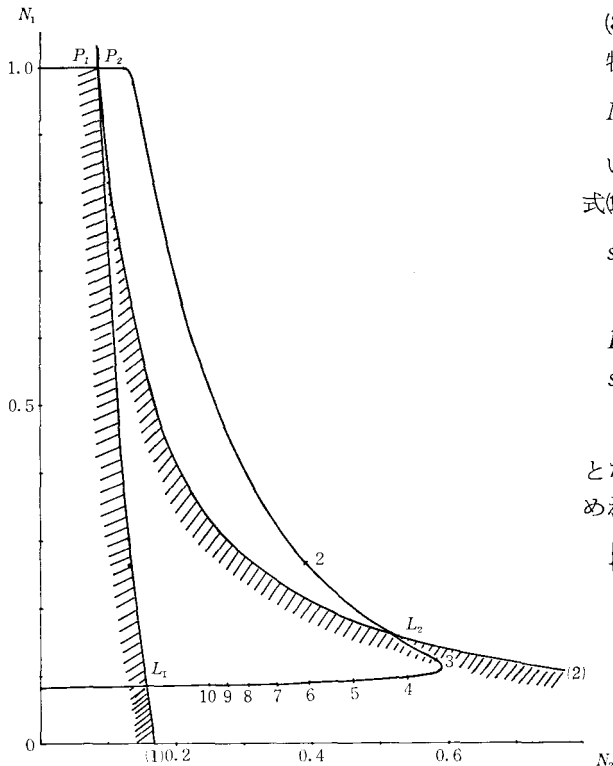


図 13

$$s^3 + 5s^2 + 4s + 240N_1N_2 = 0 \quad (13)$$

より次式を得る。

$$N_1N_2 = \frac{1}{12} \quad (14)$$

これより安定領域は図13の(2)になる。

これらの場合, 振幅漸跡はみな同じである。図13において L は各場合の安定な limit cycle を, P は不安定な limit cycle を表わす。

(1)の場合 $L_1 (X=16.4B_2, \omega=2)$, $P_1 (X=1.2076B_2, \omega=2)$ である。また非線形要素 n_1 の slope k_1 を調節してこれらの limit cycle を除去することは不可能である。

(2)の場合 $L_2 (X=2.54B_2, \omega=2)$, $P_2 (X=1.2076B_2, \omega=2)$ である。 n_1 の slope k_1 を0.6以下にとればこれらの limit cycle は除去できる。

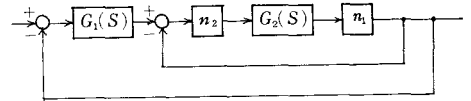


図 14

(3) 図14の場合

特性方程式は

$$N_1N_2G_1(s)G_2(s) + N_1N_2G_2(s) + 1 = 0 \quad (15)$$

いま, $G_1(s), G_2(s)$ を式(4), 式(5)とするとき式(15)は

$$s^3 + 5s^2 + (N_1N_2K_2 + 4)s + N_1N_2K_2(1 + K_1) = 0 \quad (16)$$

$K_2 = 120$ とすれば式(16)は

$$s^3 + 5s^2 + (120N_1N_2 + 4)s + 120N_1N_2(1 + K_1) = 0 \quad (17)$$

となる。 $s=j\omega$ に代入して式(2)に該当する式を求めれば,

$$\begin{cases} -5\omega^2 + 120N_1N_2(1 + K_1) = 0 \\ \omega^2 - (120N_1N_2 + 4) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

を得る。この2式から

$$N_1N_2 = \frac{1}{6(K_1 - 4)} \quad (19)$$

$$K_1 = 4 + \frac{20}{\omega^2 - 4} \quad (20)$$

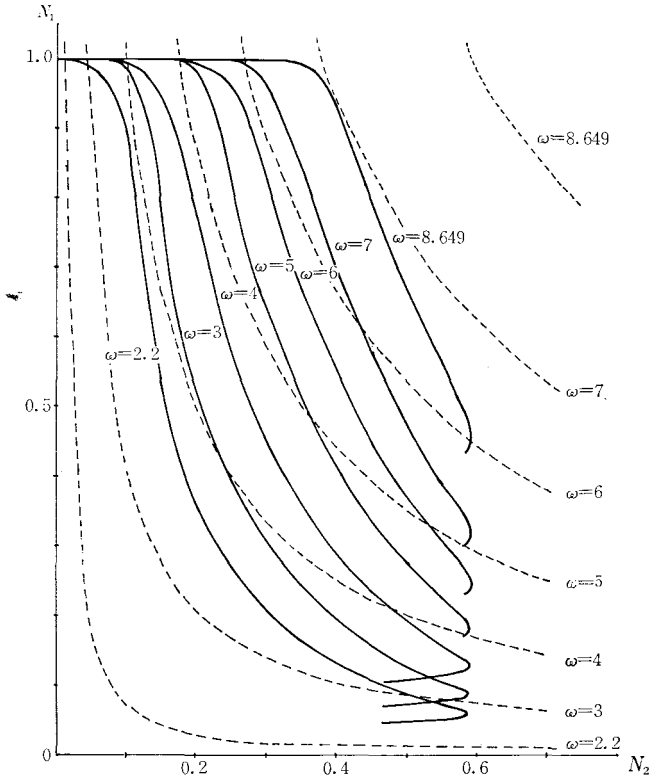


図 15

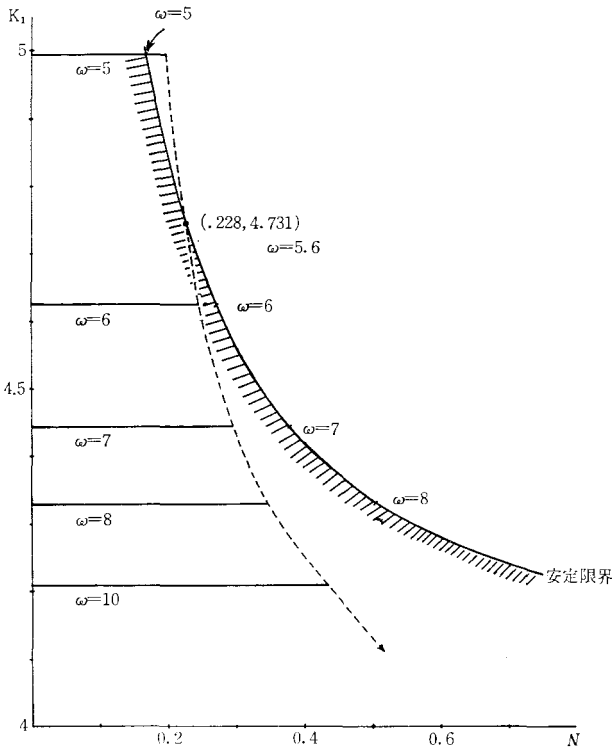


図 16

$$N_1 N_2 = \frac{\omega^2 - 4}{120} \quad (2)$$

となる。

(イ) N_1, N_2 を parameter とすれば ω の変化にともなって N_1, N_2 に関する振幅軌跡の曲線群と式(2)の示す曲線群とから制御系の安定性の解析を行うことができる。(図15参照)

(ロ) $N_1 \cdot N_2 = N$ とし、これと K_1 とを parameter とすれば式(19)は

$$N = \frac{1}{6(K_1 - 4)} \quad (22)$$

となる。 $N-K_1$ 平面で描かれる式(22)の曲線と ω の変化にともなう N の振幅軌跡群を図16に示す。この際 $K_1 \leq 4.731$ のときは、つねに安定となり、 $K_1 > 4.731$ のときは、安定な limit cycle と不安定な limit cycle をもち、もし、limit cycle を除去しようとするときには、 N の振幅軌跡が曲線(22)の原点を含む領域内に入るように slope k_1 の調節を行えばよいことになる。

4. 結 言

以上、系内に2つの非線形要素をもつ制御系の安定性の解析を行うにあたり Parameter Plane 法によって limit cycle の発生の状態ならびに非線形要素を用いたフィードバック補償による設計問題を取扱ったが、Parameter Plane 法によればこれらの諸問題を明解に解決できることがわかった。

今後さらに、Parameter Plane 法を用いて系内にむだ時間要素と2つの非線形要素を含む制御系の安定解析について考察してみたい。

終りにあたり、本研究について終始御指導いただいた徳島大学工学部 添田 喬教授に深甚の謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Gibson, J. E.; Nonlinear Automatic Control. McGraw Hill. (1963)
- 2) Siljak, D. D.; IEEE Trans. Applic. Ind.

Nov. 1964. (pp. 466-473)

- 3) 小池・富田・今井：呉高専研究報告第6巻第2号 (昭46.1)
- 4) 伊藤正美：自動制御概論. 昭見堂 (昭45.4)

付 録

(1) 不感帯をもつ飽和特性の記述関数 N_2 は次式で与えられる。(図4参照)

$$N_2 = \begin{cases} 0 & \left(\frac{X}{B_2} \leq 1 \text{ のとき} \right) \\ \frac{2k_2}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \frac{B_2}{X} - \frac{B_2}{X} \cos \left(\sin^{-1} \frac{B_2}{X} \right) \right\} & \left(1 < \frac{X}{B_2} \leq \frac{T}{B_2} \right) \\ \frac{2k_2}{\pi} \left[\left\{ \sin^{-1} \frac{T}{X} + \frac{T}{X} \cos \left(\sin^{-1} \frac{T}{X} \right) \right\} - \left\{ \sin^{-1} \frac{B_2}{X} + \frac{B_2}{X} \cos \left(\sin^{-1} \frac{B_2}{X} \right) \right\} \right] & \left(\frac{X}{B_2} > \frac{T}{B_2} \right) \end{cases}$$

ただし k_2 は線形部分の slope とする。

(2) 飽和特性の記述関数 N_1 は次式で与えられる。(図5参照)

$$N_1 = \begin{cases} k_1 & \left(\frac{X}{B_1} \leq 1 \right) \\ \frac{2k_1}{\pi} \left\{ \sin^{-1} \frac{B_1}{X} + \frac{B_1}{X} \cos \left(\sin^{-1} \frac{B_1}{X} \right) \right\} & \left(\frac{X}{B_1} > 1 \right) \end{cases}$$

ただし k_1 は線形部分の slope とする。

(3) 図8に示すような付図1において、振幅軌跡を N_1 軸方向に k_1 倍にのばし、その振幅軌跡が安定限界内に完全に含まれるように k_1 を決定する方法は次のようにすればよい。

任意の $N_2 (0.35 \leq N_2 \leq 0.59)$ に対して図に示すように X_i, Y_i をとれば

$$k_{1i} \geq \frac{X_i}{X_i - Y_i}$$

となる k_{1i} を求め、その最大値を k_1 と定めればよい。すなわち

$$k_1 = \text{Max} \{ k_{1i} \}$$

である。

(4) (3)の場合と同様に付図2において、 $(0.08 \leq N_2 \leq 0.51)$

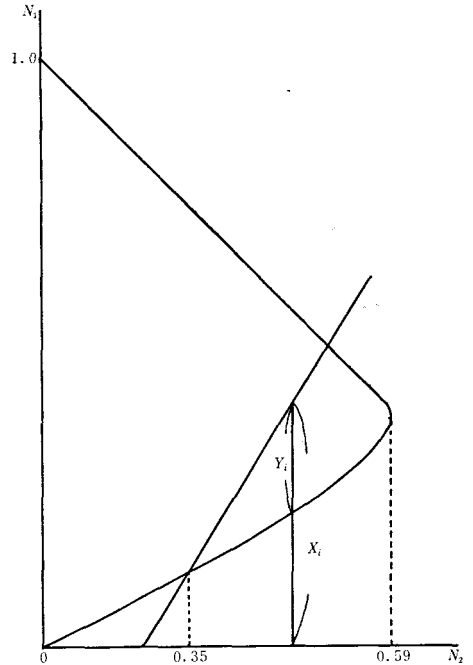
$$k_{1i} \leq \frac{X_i}{X_i + Y_i}$$

となる k_{1i} を求め、その最小値を k_1 と定めればよい。すなわち

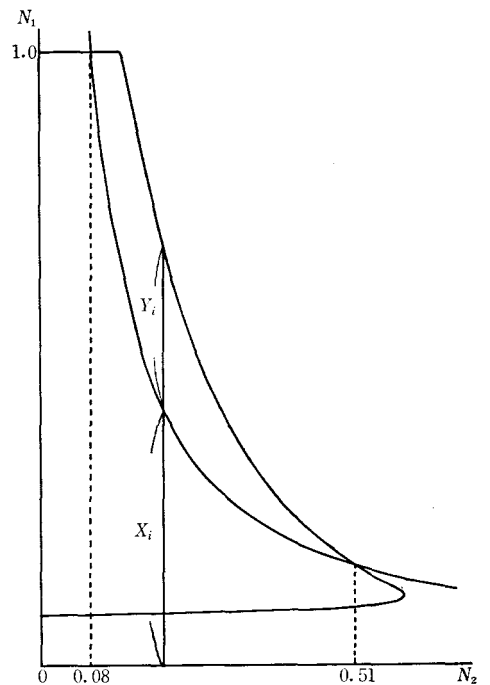
$$k_1 = \text{Min} \{ k_{1i} \}$$

である。

(昭和47年7月31日受付)



付図1



付図2

往復等2次加速度カムの滑り率の研究（第1報）

（機械工学科） 系 島 寛 典

Studies on the Specific Sliding of the Constant Second-Acceleration Cam with the Reciprocating Follower (Report 1)

Hironori ITOSHIMA

The time rate of change of the acceleration is called jerk, pulse or second-acceleration. When the value of second-acceleration in the follower is a constant and is not infinity, the impact in the motion of cam is small.

The profile of the constant second-acceleration cam with an offset reciprocating circular arc follower can be expressed in xy coordinates and thereby is obtained the minimum radius of curvature on this cam profile. Consequently we examine the specific sliding of this cam that is varied according to the value of offset.

§ 1 緒 言

往復動する従動節をもつ等速度カム¹⁾，等加速度カム²⁾，単弦運動カム³⁾における滑り率を考慮した設計については前報において論じた。カム的高速回転においては従動節が上昇運動する始点において2次の加速度が一定なことが望ましいとされているが，カムの輪郭において高精度な機械工作が必要なことが難点であったが，高精度の *N.C.* フライス盤の出現によりその加工が容易となった。

本報告は等2次加速度カムの理論式を用いて，円弧従動節をもつ場合のカムの輪郭を xy 座標で表わし，カムの曲率半径を求め，最小曲率半径により円弧の半径を決定し，押進め角を指定して，カムの基礎円半径あるいはカムのかたより量を定め，カムと従動節の滑り率を求め，カムの最大滑り率をできるだけ小にせしめるようなカムの設計を示す。

§ 2 記 号

θ : カムの回転角	ρ_M : ナイフェッジ従動節の場合のカムの曲率半径
θ_d : 従動節の上昇点の停止期間中のカムの回転角	ρ_T : 円弧従動節の場合のカムの曲率半径
θ_0 : 行き行程のカムの回転角	σ_1 : カムの滑り率
θ_r : 戻り行程のカムの回転角	σ_2 : 従動節の滑り率
R_0 : カムの基礎円半径	h : 従動節の変位
e : カムのかたより量	v : 従動節の速度
r : 従動節の円弧半径	$dh/d\theta$: カムの角速度に対する従動節の速度
H : 従動節のリフト	$d^2h/d\theta^2$: カムの角速度の2乗に対する従動節の加速度
ϕ : 押進め角	
ω : カムの角速度	$x = (\theta - \theta_0 - \theta_d) / \theta_r$

§ 3 等2次加速度運動する従動節の変位, 速度, 加速度

図1は等2次加速度カムのカム線図で, 従動節のリフトを H , 行き行程 AD のカムの回転角を θ_0 , 戻り行程 EH のカムの回転角を θ_r , カムの頂点 DE での従動節が停止するカムの回転角を θ_d とす。

いま従動節の変位を h とすればカムの角速度 ω は一定だから, 従動節の速度 $v = dh/dt = \omega \cdot dh/d\theta$, 加速度 $a = dv/dt = \omega^2 d^2h/d\theta^2$, 2次の加速度 $J = da/dt = \omega^3 d^3h/d\theta^3$ となり, 速度, 加速度および2次の加速度はそれぞれ $dh/d\theta$, $d^2h/d\theta^2$, $d^3h/d\theta^3$ に比例する。

図2は等2次加速度カムの速度, 加速度の曲線を示したもので, 各行程は3種類の曲線でできており, 加速度曲線が直線的に変化し, 2次加速度は一定値をとる。これらの曲線は次のように示される場合を取扱う。ただし $\theta, \theta_0, \theta_r, \theta_d$ は度で表示する。

(A) 行き行程の変位, 速度, 加速度

(1) AB 間 $(0 \leq \theta \leq \frac{1}{4})$

$$h = \frac{16H}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^3, \quad \frac{dh}{d\theta} = \frac{16 \times 180^\circ H}{\pi \theta_0} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^2, \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{32(180^\circ)^2 H}{\pi^2 \theta_0^2} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) \dots \dots \dots (1)$$

(2) BC 間 $(\frac{1}{4} \leq \theta \leq \frac{3}{4})$

$$h = 16H \left\{ -\frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) + \frac{1}{96} \right\}$$

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{16 \times 180^\circ H}{\pi \theta_0} \left\{ -\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^2 + \frac{\theta}{\theta_0} - \frac{1}{8} \right\}, \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{16(180^\circ)^2 H}{\pi^2 \theta_0^2} \left\{ -2\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) + 1 \right\} \dots \dots \dots (2)$$

(3) CD 間 $(\frac{3}{4} \leq \theta \leq 1)$

$$h = 16H \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^3 - \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^2 + \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) - \frac{13}{48} \right\}$$

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{16 \times 180^\circ H}{\pi \theta_0} \left\{ \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) - 1 \right\}, \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{32(180^\circ)^2 H}{\pi^2 \theta_0^2} \left\{ \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) - 1 \right\} \dots \dots \dots (3)$$

(B) 戻り行程の変位, 速度, 加速度

戻り行程において式を簡易化するため次式を用いる。

$$x = \frac{\theta - \theta_0 - \theta_d}{\theta_r} \dots \dots \dots (4)$$

(4) EF 間 $(0 \leq x \leq \frac{1}{4})$

$$h = H \left(1 - \frac{16}{3} x^3 \right), \quad \frac{dh}{d\theta} = -\frac{16 \times 180^\circ H}{\pi \theta_r} x^2, \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = -\frac{32(180^\circ)^2 H}{\pi^2 \theta_r^2} x \dots \dots \dots (5)$$

(5) FG 間 $(\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4})$

$$h = 16H \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{8} + \frac{5}{96} \right)$$

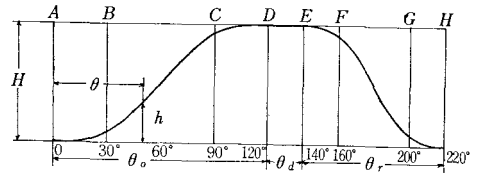


図1 等2次加速度カムのカム線図

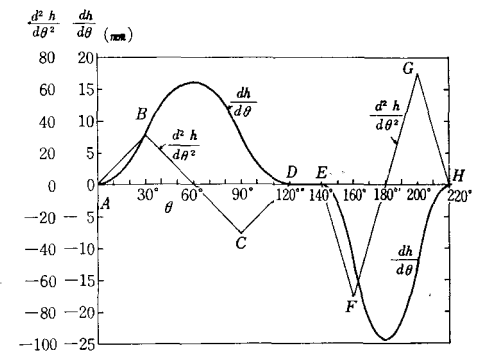


図2 等2次加速度カムの速度, 加速度

$$\frac{dh}{d\theta} = \frac{16 \times 180^\circ H}{\pi \theta_r} \left(x^2 - x + \frac{1}{8} \right), \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{16(180^\circ)^2 H}{\pi^2 \theta_r^2} (2x - 1) \dots\dots\dots (6)$$

(6) GH間 $\left(\frac{3}{4} \leq x \leq 1 \right)$

$$h = 16H \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 - x + \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{dh}{d\theta} = -\frac{16 \times 180^\circ H}{\pi \theta_r} (x-1)^2, \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = -\frac{32(180^\circ)^2 H}{\pi^2 \theta_r^2} (x-1) \dots\dots\dots (7)$$

§ 4 往復従動節に凸面円弧を用いる場合

往復従動節の一般の型として図3に示すかたよりカムを考える。従動節の円弧の半径 $r=0$ の場合はナイフエッジ従動節となり、かたより量 $e \neq 0$ のときかたよりカムとなる。

カムの回転中心を O とし、 O 点を原点とし η 軸を従動節の行程線に平行にとり、これと直角に ξ 軸をとる。従動節の円弧の中心を M とし、行程線を Y 軸、 ξ 軸から h の距離 O_1X を X 軸とす。

次に O 点を原点とする回転直角座標 xOy 軸をカムに固定し、 x 軸が ξ 軸となす角を θ とすれば θ はカムの回転角となる。従動節の運動を始める始点 A にあるとき θ を零とす。基礎円の半径を R_0 とし、カムは反時計回りに ω の角速度で回転するものとし、 M から ξ 軸の垂線 ME を $h+k$ で示す。接触点 T におけるカムへの法線が ξ 軸との交点を P とすれば P はカムと従動節の瞬間中心であるので、 $v = dh/dt = \omega \cdot dh/d\theta = \omega \cdot OP$ から $OP = dh/d\theta$ となる。法線 TP と Y 軸とのなす角を ϕ とすれば ϕ は押進め角である。

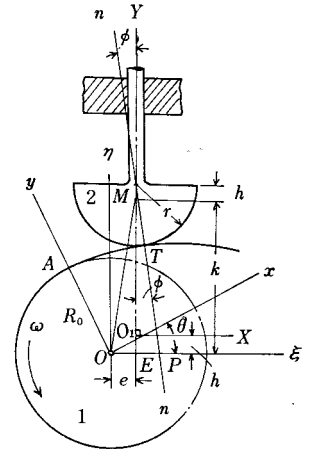


図3 往復円弧従動節の場合の板カム

§ 5 押進め角

図3において従動節が基礎円に接する場合すなわち従動節が最下点にあるときの ME の高さを k で示せば $k = \sqrt{R_0^2 - e^2}$ となる。図3から押進め角 ϕ は次式で表わされる。

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\frac{dh}{d\theta} - e}{h + \sqrt{R_0^2 - e^2}} \dots\dots\dots (8)$$

いま例えば $\theta_0 = 120^\circ$, $\theta_r = 80^\circ$, $\theta_d = 0$, $H = 17\text{mm}$, $R_0 = 34\text{mm}$ とし、 $e = 0, 3, 10\text{mm}$ の場合の押進め角 ϕ を式(1)~(7)より h , $dh/d\theta$ を計算し、式(8)より求めたものを横軸に θ 、縦軸に ϕ で図4に示す。

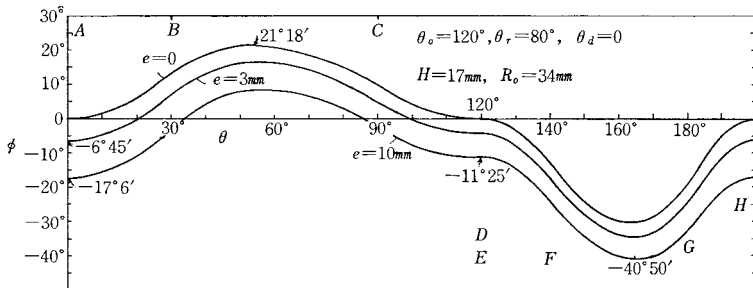


図4 往復従動節の押進め角

図4から $\theta_r < \theta_0$ の場合は戻り行程の最大押進め角が往き行程のそれより大となる。かたより量 e が増すにつれ始点の押進め角が負となり、曲線が $e=0$ の場合より下がるので戻り行程では非常に大となる。

よってカムを逆転することのある場合は $e=0$ とし、かつ $\theta_0 = \theta_r$ にする必要がある。カムの回転が一方方向ならば始点における押進め角をほぼ $\tan^{-1}\mu$ (μ は摩擦係数) だけ負にすればよい。きのこ型従動節においては摩擦があるので、往き行程にける最大押進め角をできるだけ小にする必要がある。ローラの場合でも ϕ_{max} が余り大きいと回転が困難となる。

4. (1) 始点Aの押進め角

カムの始点Aにおいては $\theta=0, h=0, dh/d\theta=0$ だから、始点Aの押進め角 ϕ_A は式(8)より次のようになる。

$$\phi_A = \tan^{-1} \frac{-e}{\sqrt{R_0^2 - e^2}} \dots\dots\dots (9)$$

例えば $R_0=20\sim 50$ mm, $e=0\sim 10$ mm の場合の ϕ_A の値を求めたものを図5に示す。図から ϕ_A の絶対値は e の増加と共に直線的に増加し、 R_0 が大きい程その値は小となる。 ϕ_A は約 $6^\circ\sim 8^\circ$ がよいので、 e は最大5mm迄である。 R_0 を小にした場合は e も小にせねばならぬ。

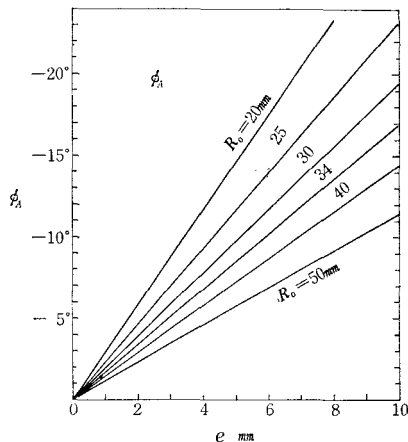


図5 e, R₀ の変化による始点Aの押進め角 ϕ

(2) e の変化による最大押進め角

最大押進め角 ϕ_{max} は図4から往き行程では BC 間に、戻り行程では FG 間に生ずるので、この時の θ と ϕ_{max} を求める。

式(8)を θ で微分し、 $d\phi/d\theta=0$ とおけば ϕ_{max} のときの θ を求めることができ、次式が得られる。

$$\frac{dh}{d\theta} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) - (h + \sqrt{R_0^2 - e^2}) \frac{d^2h}{d\theta^2} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

表1 往き行程 $\theta_0=120^\circ, H=17$ mm

$R_0 = 25$ mm			$R_0 = 34$ mm		$R_0 = 51$ mm	
e mm	θ	ϕ_{max}	θ	ϕ_{max}	θ	ϕ_{max}
0	52°23'	26°36'	54°	21°18'	55°43'	15°25'
2	53°17'	23°41'	54°43'	18°51'	56°14'	13°35'
4	54°10'	20°43'	55°26'	16°23'	56°45'	11°44'
6	55°03'	17°42'	56°09'	13°53'	57°17'	9°53'
8	55°57'	14°36'	56°52'	11°20'	57°48'	8°
10	56°51'	11°23'	57°36'	8°43'	58°19'	6°06'

表2 戻り行程 $\theta_r=80^\circ, H=17$ mm

$R_0 = 25$ mm			$R_0 = 34$ mm		$R_0 = 51$ mm	
e mm	θ	ϕ_{max}	θ	ϕ_{max}	θ	ϕ_{max}
0	165°05'	-36°55'	164°	-30°19'	162°51'	-22°28'
2	165°29'	-39°16'	164°20'	-32°24'	163°05'	-24°08'
4	165°56'	-41°38'	164°40'	-34°29'	163°20'	-25°48'
6	166°24'	-44°02'	165°01'	-36°35'	163°34'	-27°28'
8	166°55'	-46°31'	165°23'	-38°42'	163°49'	-29°08'
10	167°29'	-49°04'	165°47'	-40°50'	164°04'	-30°48'

この式に往き行程では式(2)，戻り行程では式(6)を代入し， θ を求めればよいのであるが θ に関する4次式となるので逐次近似法で求めたものを表1，2に示す。

後述するように ϕ_{max} の所で従動節の滑り率 $\sigma_2 = \infty$ となるので ϕ_{max} の値が必要である。表1，2から e を横軸， ϕ_{max} を縦軸にとれば図6が得られる。図から e の増加に伴って往き行程の ϕ_{max} は直線的に減少し，戻り行程の ϕ_{max} は直線的に増加する。 R_0 が大きい程 ϕ_{max} は小さい。

(3) 最大押進め角 ϕ_{max} を指定して基礎円半径 R_0 を求める式(10)に式(8)を代入すれば ϕ_{max} は次式のようになる。 ϕ_{max} は往き行程BC間に生ずるので式(2)を用いれば

$$\tan\phi_{max} = \frac{d^2h/d\theta^2}{dh/d\theta} = \frac{16(180^\circ)^2 H \left\{ -2\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) + 1 \right\}}{16 \times 180^\circ H \left\{ -\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^2 + \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) - \frac{1}{8} \right\}} \dots\dots\dots(11)$$

ϕ_{max} を指定すれば式(11)は θ/θ_0 の2次式となるのでこれを解けば

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{1}{2} + y - \sqrt{y^2 + \frac{1}{8}}, \quad y = \frac{180^\circ}{\pi\theta_0} \cot\phi_{max} \dots\dots\dots(12)$$

となる。このときの θ は ϕ が最大となる θ の値である。

いま始点の押進め角 ϕ_A を摩擦角 $\rho = \tan^{-1}\mu$ に等しくすれば式(9)より

$$\tan^{-1}\mu = \tan^{-1} \frac{e}{\sqrt{R_0^2 - e^2}}, \quad \sqrt{R_0^2 - e^2} = \frac{e}{\mu} \dots\dots\dots(13)$$

式(13)を式(8)に代入すれば

$$\frac{e}{\mu} = \cot\phi_{max} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) - h$$

となるので，これから e を求めれば

$$e = \frac{\cot\phi_{max} \frac{dh}{d\theta} - h}{\cot\phi_{max} + \frac{1}{\mu}} \dots\dots\dots(14)$$

が得られる。 $h, dh/d\theta$ は式(2)を用いる。 e が求めれば式(13)より

$$R_0 = e \sqrt{1 + \frac{1}{\mu^2}} \dots\dots\dots(15)$$

となるので R_0 が求まる。

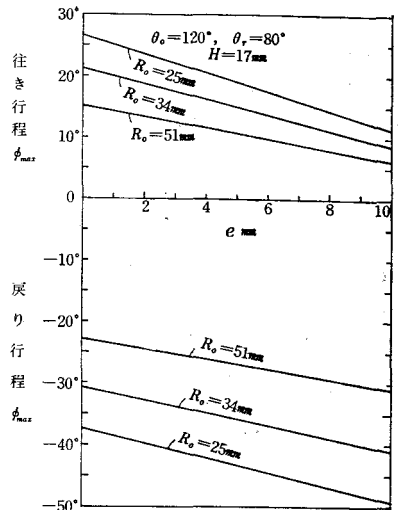


図6 eの変化に対する最大押進め角

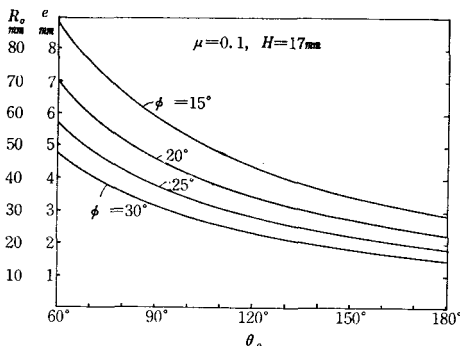


図7 $\phi_A = \tan^{-1}\mu$ の場合の θ_0, ϕ_{max} による R_0 と e

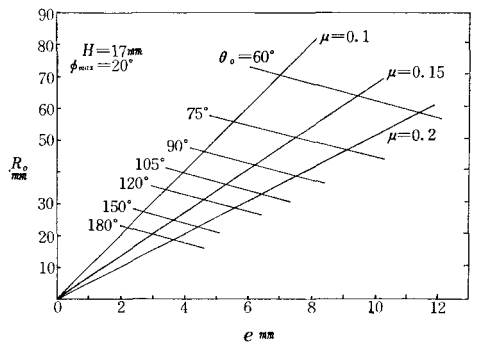


図8 ϕ_{max} を指定し， μ の変化による R_0 と e

$H=17\text{ mm}$, $\mu=0.1$ を与え, $\phi_{\max}=15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ の場合の各 θ_0 に対する e と R_0 を求めたものを図7に示す。 $\mu=0.1$ の場合 $R_0/e=10$ である。図から ϕ_{\max} が小さい程 e, R_0 が増加し, θ_0 が増す程 R_0, e は減少する。

図8は $\phi_{\max}=20^\circ, \mu=0.1, 0.15, 0.2$ で $\theta_0=60^\circ \sim 180^\circ$ の場合の e と R_0 の値を示したもので, 摩擦係数 μ が大きい場合は R_0 に対し e を大とせねばならず, また θ_0 が小さいと R_0, e ともに大となる。 μ を考えないで $\theta_0=120^\circ, H=17\text{ mm}$ と ϕ_{\max} を指定した場合の R_0, e の関係を図9に示す。

§ 6 カムの曲率半径

カムと従動節の滑り率を求めるための曲率半径と従動節の円弧半径を指定するための最小曲率半径を求める必要がある。

往復ナイフェッジ従動節の場合のカムの輪郭の曲率半径は前報²⁾により次式のように与えられている。

$$\rho_M = \frac{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (h+k)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{e^2 + (h+k)^2 + 2 \left(\frac{dh}{d\theta} \right)^2 - 3e \left(\frac{dh}{d\theta} \right) - (h+k) \frac{d^2h}{d\theta^2}} \dots\dots\dots (16)$$

ただし $k = \sqrt{R_0^2 - e^2}$

前例の場合の $\theta_0=120^\circ, \theta_r=80^\circ, \theta_d=0, H=17\text{ mm}, R_0=34\text{ mm}, e=0, 10\text{ mm}$ の場合について式(1)~(7)を計算式(16)に代入して ρ_M を計算したものを図10に示す。図から $e=0$ の場合 行き行程ではC点で ρ_M が最小となり, 戻り行程ではF点で最小になる。 $\theta_r < \theta_0$ の場合はF点の ρ_M がC点の

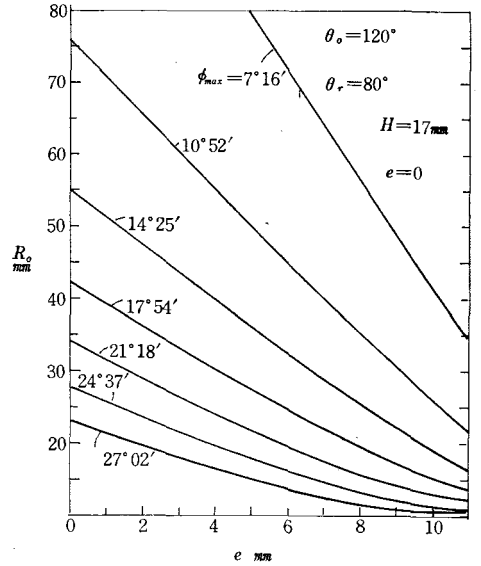


図9 ϕ_{\max} を指定した場合の R_0 と e

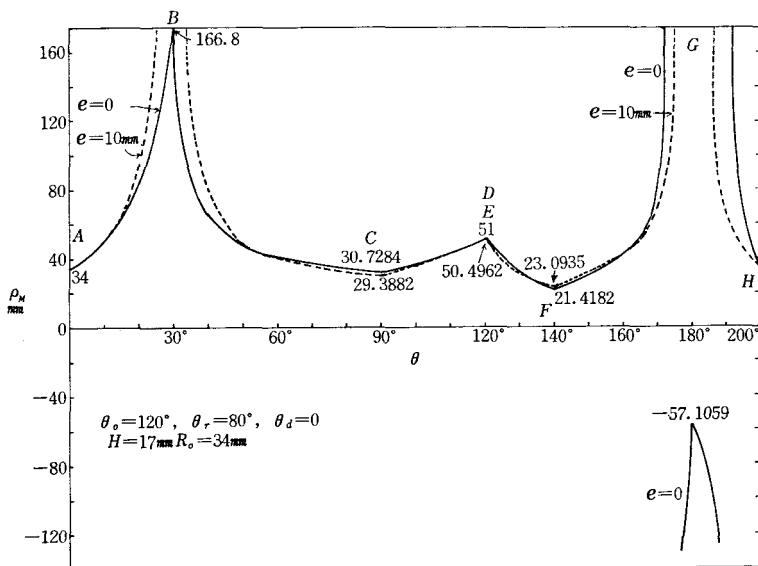


図10 等2次加速度カムの曲率半径 ρ_M

それより小さい。このことは $e=10\text{ mm}$ の場合も同様である。 $e=0$ の場合戻り行程の GH 間で ρ_M が負になることがわかる。

最小曲率半径（ F 点の ρ_M ）

F 点の ρ_M を計算するには式(5)あるいは式(6)より $x=1/4$ とすれば

$$h = \frac{11}{12}H, \quad \frac{dh}{d\theta} = -\frac{180^\circ}{\pi\theta_r}H, \quad \frac{d^2h}{d\theta^2} = -\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_r}\right)^2 \times 8H$$

となるので、式(16)から次式が得られる。

$$\rho_{M\min} = \frac{\left\{ \left(-\frac{180^\circ}{\pi\theta_r}H - e \right)^2 + \left(\frac{11}{12}H + \sqrt{R_0^2 - e^2} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{e^2 + \left(\frac{11}{12}H + \sqrt{R_0^2 - e^2} \right)^2 + 2\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_r}H \right)^2 + 3e\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_r}H \right) + \left(\frac{11}{12}H + \sqrt{R_0^2 - e^2} \right)\left(\frac{180^\circ}{\pi\theta_r} \right)^2 \times 8H} \quad \dots\dots\dots(17)$$

今この式に前例の $\theta_r=80^\circ$, $H=17\text{ mm}$, $R_0=25, 34, 51\text{ mm}$ を指定し、 $e=0\sim 10\text{ mm}$ の $\rho_{M\min}$ を求めたものを図11に示す。 e の増加につれて僅かに $\rho_{M\min}$ は増す。

次に $R_0=34\text{ mm}$ として $\theta_r=60^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ の場合の $\rho_{M\min}$ を求めたものを図12に示す。この場合も前と同様である。

次に e の影響は殆んどないので $e=0$ の場合の $R_0=20\sim 70\text{ mm}$, $\theta_r=60^\circ\sim 120^\circ$ の場合の $\rho_{M\min}$ を図13と表3に示す。この図は行き行程の C 点の曲率半径にも適用される。ただし θ_r の代わりに θ_0 を用いる。同じ基礎円の場合 θ_0 あるいは θ_r が大きい程 $\rho_{M\min}$ は大となる。

表3 $e=0$, $H=17\text{ mm}$, C, F 点の $\rho_{M\min}$ (mm)

θ_0, θ_r	$R_0=17\text{ mm}$	25 mm	34 mm	51 mm
60°	8.5693	11.5871	15.5470	24.3530
70°	10.0674	13.7767	18.5484	28.9084
80°	51.5901	15.9313	21.4182	33.0802
90°	13.0899	17.9926	24.0917	36.8166
100°	14.5343	19.9249	26.5376	40.1160
110°	15.9022	21.7101	28.7477	43.0049
120°	17.1816	23.3424	30.7284	45.5226
130°	18.3673	24.8242	32.4944	47.7129
140°	19.4590	26.1629	34.0643	49.6184
150°	20.4592	27.3688	35.4581	51.2784
160°	21.3726	28.4531	36.6955	52.7277
170°	22.2051	29.4277	37.7948	53.9965
180°	22.9628	30.3036	38.7729	55.1107

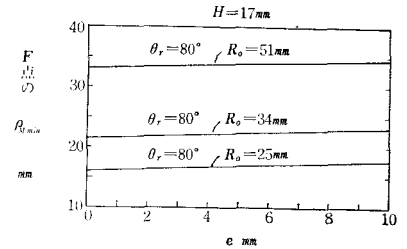


図11 最小曲率半径に対する e の影響

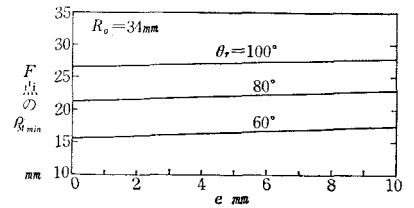


図12 最小曲率半径に影響する θ_r と e

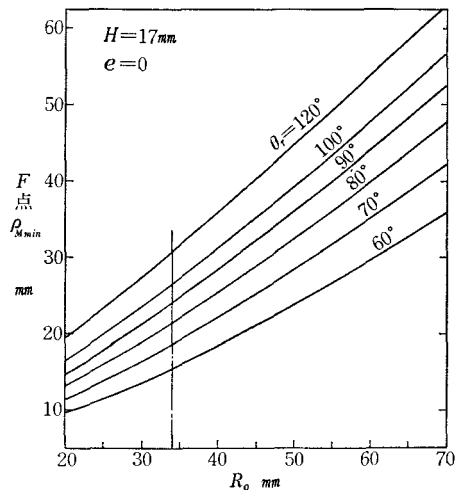


図13 $e=0$ の場合の R_0 と θ_r に対する最小曲率半径

§7 カムの滑り率

図3から MP の長さを求めれば

$$MP = \left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + \left(h + \sqrt{R_0^2 - e^2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(18)$$

となる。カムと従動節の滑り率を σ_1, σ_2 で示せば前報²⁾から接触点 T における滑り率は

$$\sigma_1 = \frac{\rho_M}{\rho_M - r} \cdot \frac{MP - r}{MP}, \quad \sigma_2 = \frac{\rho_M}{r} \cdot \frac{MP - r}{\rho_M - MP} \dots\dots\dots(19)$$

で与えられる。

前例により $\theta_0 = 120^\circ, \theta_r = 80^\circ, H = 17 \text{ mm}, R_0 = 34 \text{ mm}, e = 0$ の場合に F 点の $\rho_{M \min} = 21.418 \text{ mm}$ であるので $r = 14 \text{ mm}$ と指定し, $e = 0$ と $e = 10 \text{ mm}$ の場合の σ_1, σ_2 を式(16), (18), (19)で計算したものを図14に示す。

図から従動節の滑り率 σ_2 は各行程の始めと終りにおいて無限大となり, さらに行程の途中で無限大となる。カムの滑り σ_1 は一般に小さな値で問題にならぬが最小曲率半径の F 点では高い値をとる。 e の増加による滑り率の変化は余り見られないが F 点の $\sigma_{1 \max}$ が多少減ずる。

図15は前例の $e = 0$ の場合の従動節の円弧上の従動節の滑り率 σ_2 を示す。これは θ が与えられれば式(8)から ϕ が求まり, ϕ より接触点の位置が求まるので滑り率の曲線が描かれる。図15において

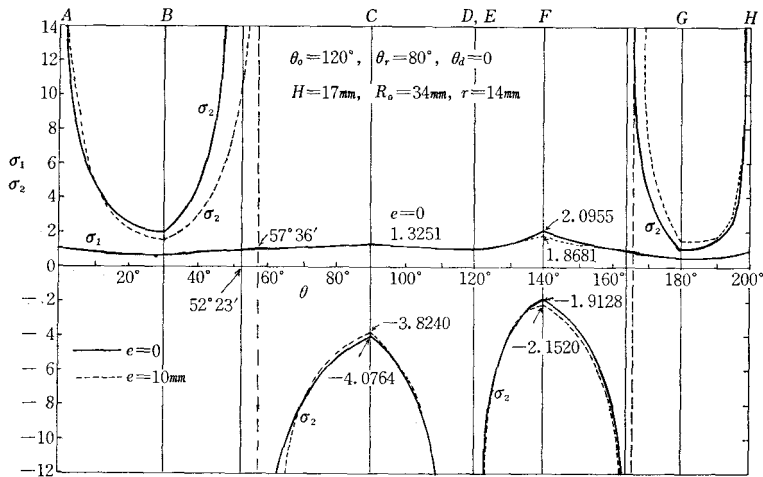


図14 カムの滑り率

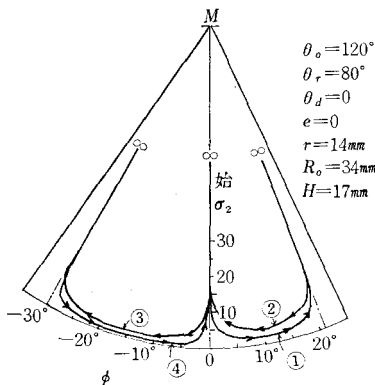


図15 $e = 0$ の場合の従動節の円弧上の σ_2

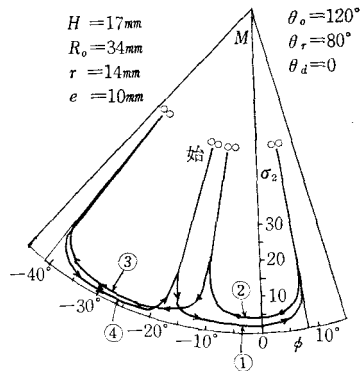


図16 $e = 10 \text{ mm}$ の場合の従動節の円弧上の σ_2

$e=0$ で $\phi=0$ の位置で $\sigma_2=\infty$ で始まり、矢標で示すように①の曲線を $\phi_{\max}=21^\circ 18'$ で $\sigma_2=\infty$ となり②の曲線を通して再び $\phi=0$, $\sigma_2=\infty$ となり、③曲線を通り、 ϕ が負の $\phi_{\max}=30^\circ 19'$ において $\sigma_2=\infty$ となり④の曲線を通り始点に戻る。故に $e=0$ の場合は3ヶ所に $\sigma_2=\infty$ が存在する。

図16は $e=10\text{ mm}$ の場合で始点は $\phi_A=-17^\circ 6'$ で $\sigma_2=\infty$ から出発し、①曲線を通り、 $\phi_{\max}=8^\circ 43'$ で $\sigma_2=\infty$ となり②曲線を通り、 $\phi=-11^\circ 25'$ で $\sigma_2=\infty$ となり③曲線を通り $\phi_{\max}=-40^\circ 50'$ で $\sigma_2=\infty$ となり④曲線を通り始点に戻る。そして $\sigma_2=\infty$ の位置が4ヶ所に存在する。 $\sigma_2=\infty$ の位置が等間隔にあれば従動節の摩擦も均一化されると思う。しかし e の値を異常に大きくすれば ϕ_{\max} が大となるのみならず、図のように曲線が左に寄るので e は大きくできない。それ故 $\theta_0=\theta_r$ の方がよい。

従動節の滑り率 $\sigma_2=\infty$ の位置

式(19)から $\rho_M=MP$ の位置において $\sigma_2=\infty$ となることからわかるので、式(16)と式(18)の右辺を等しくおけば

$$\left(\frac{dh}{d\theta}-e\right)^2+(h+k)^2=e^2+(h+k)^2+2\left(\frac{dh}{d\theta}\right)^2-3e\left(\frac{dh}{d\theta}\right)-(h+k)\frac{d^2h}{d\theta^2}$$

となり、この式から次式が得られる。ただし $k=\sqrt{R_0^2-e^2}$

$$\frac{dh}{d\theta}\left(\frac{dh}{d\theta}-e\right)-(h+\sqrt{R_0^2-e^2})\frac{d^2h}{d\theta^2}=0 \dots\dots\dots(20)$$

この式は式(10)と一致するので最大押進め角 ϕ_{\max} の位置において $\sigma_2=\infty$ となる。

カムの最大滑り率

カムの最大滑り率は図14から行き行程ではC点、戻り行程ではF点で生ずるが、図の場合 $\theta_0>\theta_r$ から戻り行程のF点の方が高くなる。カムの最大滑り率は最小曲率半径の所で生じ従動節の円弧半径が大きくなる程大きい。 e を大にすると同じ r でも σ_1 は小さくなる傾向にある。

σ_1 を指定して r を求めるにはF点における MP を求めれば式(18)より

$$MP=\left\{\left(-\frac{180^\circ H}{\pi\theta_r}-e\right)^2+\left(\frac{11}{12}H+\sqrt{R_0^2-e^2}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(21)$$

となり、次に式(19)を変形すれば次式により r が求められる。

$$r=\frac{(\sigma_1-1)MP\times\rho_M}{\sigma_1MP-\rho_M} \dots\dots\dots(22)$$

式(17), (21)の $\rho_{M\min}$ と MP を式(22)に代入して r を計算すればよい。 $e=0$ の場合は $\sigma_{1\max}$ が大きくなるので、例えば、 $e=0$, $H=17\text{ mm}$, $\sigma_1=3, 2, 1.5$, $\theta_r=80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ について $R_0=17\sim 68\text{ mm}$ の場合を求めたものを図17に示す。図から R_0 が小さい程 r が減少し、 σ_1 が小さい程 r が減少し、 θ_r が小さい程 r が小さくなる。 r を小さくすれば σ_1 は小となるが σ_2 の方が大となる。 σ_2 は必ず行程中無限大の所があって r によって変えられないので等2次加速度カムでは r は小さい方がカムの最大滑り率が小となって好都合である。

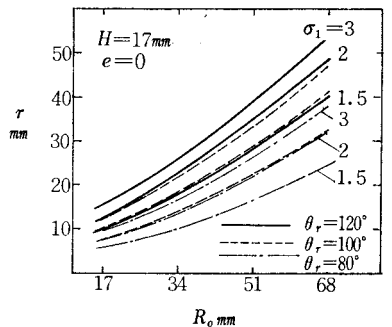


図17 σ_1 を指定した場合の R_0, θ_r の変化による r

図1のカム線図のA~Hの各点の滑り率の r の影響を求める。A, D, E, H点においては r に無関係に $\sigma_1=1, \sigma_2=\infty$ となるので、B, C, F, Gの4ヶ所の滑り率に対し、 $\theta_0=120^\circ, \theta_r=80^\circ, \theta_d=0, H=17\text{ mm}, R_0=34\text{ mm}, e=0$ の場合の r の影響を調べる。

この場合表3よりC点の $\rho_{M\min}=30.7284\text{ mm}$, F点の $\rho_{M\min}=21.4182\text{ mm}$ だから $r=5\sim 15\text{ mm}$ として式(16), (18), (19)を用いて計算したものを図18, 19に示す。 σ_1 について言へば r の増加によりC, F点の σ_1 は増すがB, G点の σ_1 は減少する。 σ_2 について言へば4ヶ所いづれも r の増加に

より減少する。

次に e の影響を求めるために $\theta_0 = 120^\circ$, $\theta_r = 80^\circ$, $\theta_d = 0$, $H = 17$ mm, $R_0 = 34$ mm, $r = 14$ mm を指定し, $e = 0 \sim 14$ mm の場合の σ_1 , σ_2 を求めたものを図20, 21に示す。 σ_1 に関しては余り影響がないが, F 点の σ_1 が僅かに減少する。 σ_2 に関しては影響は小さい。

図22は $e = 0$, $H = 17$ mm, $R_0 = 34$ mm, $r = 14$ mm の場合の往き行程における B , C 点の σ_1 , σ_2 に及ぼす θ_0 の影響を調べたもので, θ_0 の増加により σ_1 について言へば B 点では不変, C 点では減少するが, σ_2 はいづれも増大する。

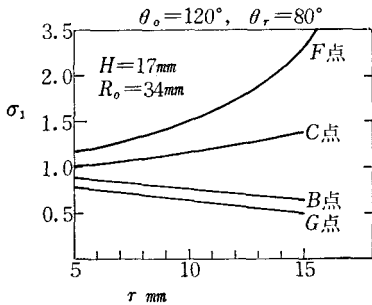


図18 σ_1 に及ぼす r の影響 $e=0$

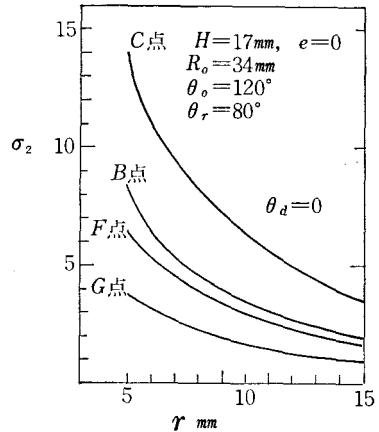


図19 σ_2 に及ぼす r の影響 $e=0$

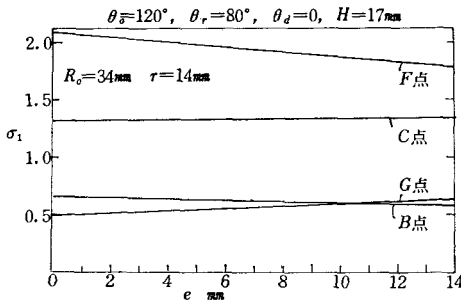


図20 σ_1 に及ぼす e の影響

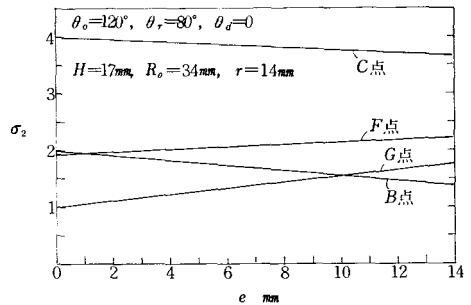


図21 σ_2 に及ぼす e の影響

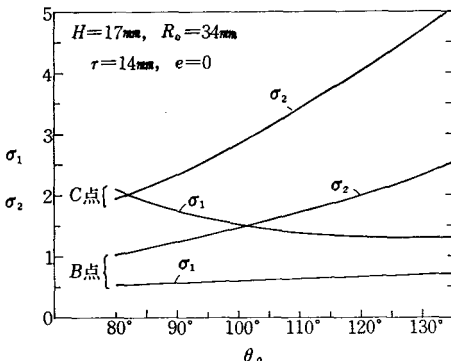


図22 往き行程の B , C 点の σ_1 , σ_2 に及ぼす θ_0 の影響

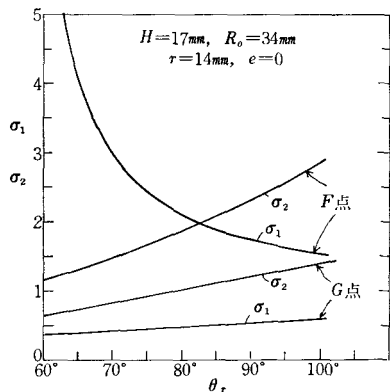


図23 戻り行程の F , G 点の σ_1 , σ_2 に及ぼす θ_r の影響

図23は戻り行程における F, G 点に及ばず θ_r の影響を調べたもので σ_1 は F 点では急減し、 G 点では不変である。 σ_2 は両点とも増大する。

図24は戻り行程の F 点における σ_1 を一定とした場合の R_0 と θ_r の関係で、 θ_r が増せば R_0 を小としてよい。

図25は $H=17\text{ mm}$ 、 $r=14\text{ mm}$ 、 $e=0$ の場合の F 点の σ_1 と R_0 の関係で、 R_0 を増すことにより σ_1 が急減することがわかる。

§ 8 カムの輪郭

図3に示す接触点 T の $\xi\eta$ 座標を ξ_T, η_T とすれば前報²⁾により次式で表わされる。

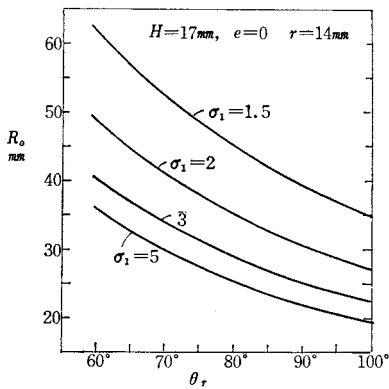


図24 F 点の σ_1 を指定した場合の R_0 と θ_r の関係

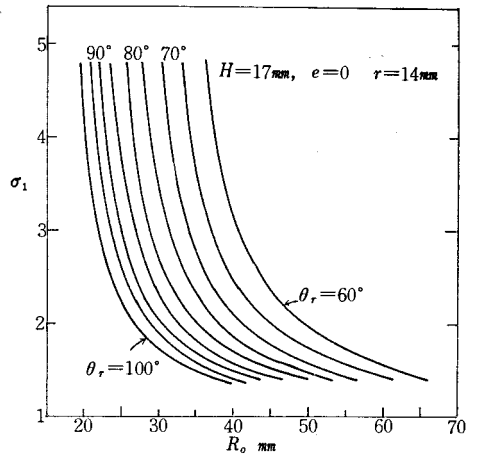


図25 F 点での σ_1 と R_0 の関係

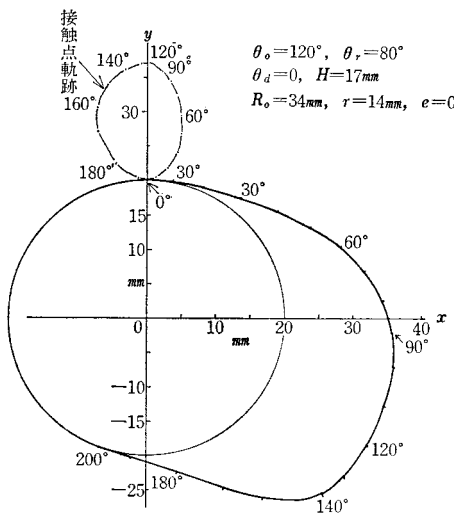


図26 カムの輪郭 $e=0$

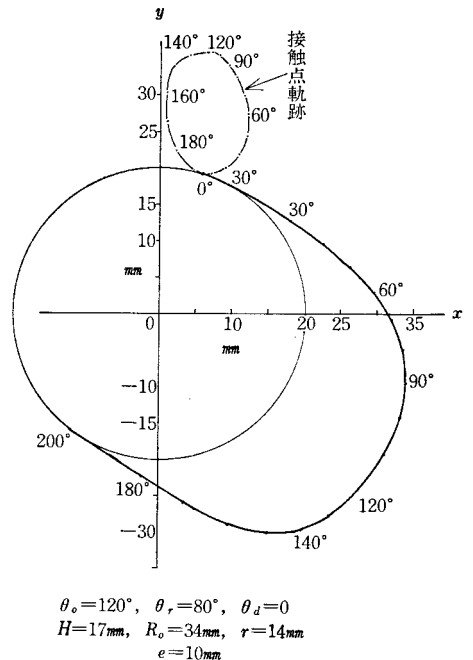


図27 カムの輪郭 $e=10\text{ mm}$

$$\xi_T = e + \frac{r \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (h+k)^2}}, \quad \eta_T = (h+k) + \frac{r(h+k)}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (h+k)^2}} \dots\dots\dots(23)$$

これは接触点 T の接触点の軌跡となる。これを xy 座標に変換すればカムの輪郭は次式で表わされる。

$$x_T = \eta_T \sin\theta + \xi_T \cos\theta, \quad y_T = \eta_T \cos\theta - \xi_T \sin\theta \dots\dots\dots(24)$$

図26, 27は $\theta_0 = 120^\circ$, $\theta_r = 80^\circ$, $\theta_d = 0$, $H = 17 \text{ mm}$, $R_0 = 34 \text{ mm}$, $r = 14 \text{ mm}$ で $e = 0$ と $e = 10 \text{ mm}$ の場合のカムの輪郭と接触点の軌跡を示す。輪郭は滑らかで良好な形である。

§ 9 結 論

往復円弧従動節をもつ等2次加速度カムにおいて次の結論が得られた。

- (1) カムをかたよらせることにより、行き行程の最大押進め角を減少させることができる。
- (2) 各行程のカムの回転角が小さい場合には負の曲率半径が存在する。
- (3) 従動節の滑り率は各行程の始めと終りとその途中において無限大となる。
- (4) 行程の途中の $\sigma_2 = \infty$ は押進め角が正負の最大となる点で生ずる。
- (5) 従動節上の $\sigma_2 = \infty$ の位置はかたより量 $e = 0$ の場合は3ヶ所、 $e \neq 0$ の場合は4ヶ所に生ずる。
- (6) カムの滑り率の最大となる点は行き行程ではその3/4の所、戻り行程ではその1/4の所に生じ、これを指定値とするためには各行程のカムの回転角と R_0, r を考慮せねばならぬ。

以上の研究において本校学生、松本幸博、藤本健両君の努力によるものが多い。なお次報において平板従動節の場合について論ずる。

参 考 文 献

- 1) 糸島寛典：往復等速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第6巻，第2号，61～73頁，1971.
- 2) 糸島寛典：往復等加速度カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第6巻，第1号，47～59頁，1970.
- 3) 糸島寛典，野原稔：単弦運動カムの滑り率の研究（第1報），呉高専研究報告，第7巻，第1号，59～70頁，1971.

(昭和47年7月31日 受付)

無衝撃スライダ機構の研究 (第1報)

(3 歯車リンク機構)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Slider Mechanism without the Impact in Motion (Report 1)

(A Case of the 3-Gear Drives)

Hironori ITOSHIMA

In the 3-gear drives, it was found out that the angular velocity and the angular acceleration of the driven gear at the starting point or the stopping point are zero.

In this report, we examine the motion of the slider in the mechanism in which the crank is fixed to the driven gear on the 3-gear drives with gear ratio 1:2. Consequently, it is found out that the displacement, the velocity, the acceleration and the second-acceleration (pulse) at the ends of the stroke of the slider are zero, and the slider mechanism without the impact in motion is acquired.

§ 1 緒 言

回転運動を直線運動に変換する機構にスライダクランク機構があるが、クランクを等速回転させればスライダが出発、停止する瞬間すなわち行程の両端においてスライダの加速度は最大となり、スライダの質量が大きい場合は大きな衝撃を伴ない、クランクピン等の軸受を傷けるのみならず騒音を生ずる。

これを防ぐためにはスライダの行程の両端における加速度を零にすればよい。そのためにはその位置におけるクランクの角速度を零にすればよい。それには前報¹⁾²⁾において研究された3歯車リンク機構を応用すればよい。この機構では駆動歯車が等速回転しても被動歯車は変速回転するので一時停止を行わせることができ、このときの角速度、角加速度が零となるので写真1に示すようにこの被動歯車にスライダ機構の連桿を取付け被動歯車の歯数を駆動歯車の歯数の2倍にして行程の両端で被動歯車の角速度を零とすればよい。

本報告においてはこのような歯数比1:2の3歯車リンク機構²⁾にスライダ機構を取付けた場合のスライダの運動を理論と実験により調べ無衝撃スライダ機構の設計を行う。

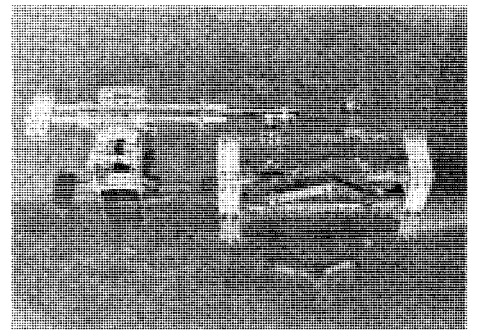


写真1 無衝撃スライダ機構

§ 2 記 号

z_2, z_3, z_4 : 駆動歯車, 中間歯車, 被動歯車の歯数
 d : 駆動歯車と被動歯車の軸間距離
 r : クランクの長さ l : 連桿の長さ, $\lambda = r/l$
 長上にあるときの三角形 $O_2O_3O_4$ における各頂角

r_2, r_3, r_4 : 駆動歯車, 中間歯車, 被動歯車のピ
 e : 駆動歯車の偏心量 m : モジュール
 $\alpha_0, \beta_0, \phi_0$: 駆動歯車の中心 O_2 が O_4O_1 の延
 $\theta_{21}, \theta_{31}, \theta_{41}$: 歯車 2, 3, 4 が固定リンク 1 に

対する回転角 θ_{51}, θ_{61} : リンク 5, 6 が固定リンク 1 に対する回転角 θ : クランクの回転角
 ϕ : 連桿の傾き角 \dot{s}, \ddot{s} : スライダの速度, 加速度 $\dot{\theta}, \ddot{\theta}$: クランクの角速度, 角加速度

§ 3 スライダクランク機構の加速度

図 1 に示すスライダクランク機構において, クランク $O_4A=r$, 連桿 AB の長さを l , スライダの右端からの距離を s , $r/l=\lambda$ とすればスライダの変位, 速度, 加速度は次式で表わされる。

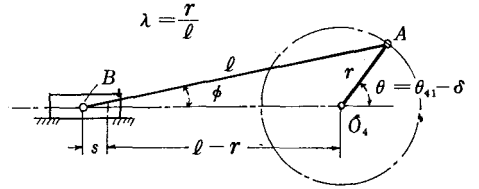


図 1 スライダクランク機構

$$s = l \cos \phi - r \cos \theta + r - l = r \left[1 - \frac{1}{\lambda} - \cos \theta + \frac{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}}{\lambda} \right] \dots (1)$$

$$\frac{\dot{s}}{\dot{\theta}_{21}} = r \sin \theta \left\{ 1 - \frac{\lambda \cos \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} \right\} \left(\frac{\dot{\theta}}{\dot{\theta}_{21}} \right) \dots (2)$$

$$\frac{\ddot{s}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = r \left\{ \cos \theta - \frac{\lambda(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} - \frac{\lambda^3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \right\} \left(\frac{\ddot{\theta}}{(\dot{\theta}_{21})^2} \right)^2 + r \left\{ \sin \theta - \frac{\lambda \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} \right\} \frac{\ddot{\theta}}{(\dot{\theta}_{21})^2} \dots (3)$$

図 2 に示すように歯数比 1 : 2 の駆動歯車 2 を被動歯車 4 にかみ合せ, 被動歯車をクランクとした場合には $\dot{\theta}/\dot{\theta}_{21}=0.5$ なるので, 今 $r=20 \text{ mm}$, $l=80 \text{ mm}$, $\lambda=0.25$ としてスライダの変位, 速度, 加速度 $s, \dot{s}/\dot{\theta}_{21}, \ddot{s}/(\dot{\theta}_{21})^2$ を計算したものを図 3 に示す。この場合最大速度 $\dot{s}/\dot{\theta}_{21} \approx 10.3033 \text{ mm}$ となり, 最大加速度は図 1 の行程の左端に

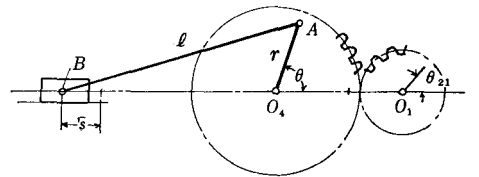


図 2 スライダクランク機構

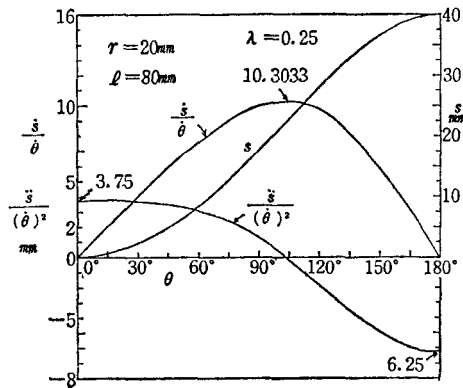


図 3 スライダクランク機構の運動

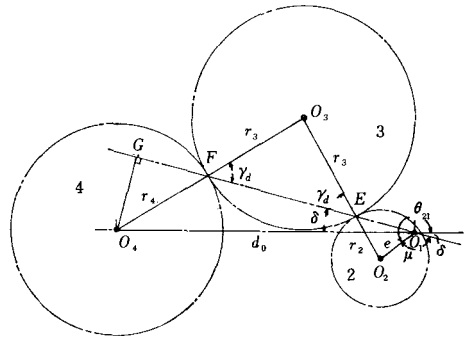


図 4 3 歯車リンク機構

生じ, $\ddot{s}/(\dot{\theta}_{21})^2 \approx -6.25 \text{ mm}$, 行程の右端では 3.75 mm が得られる。

§ 4 3 歯車リンク機構

図 4 はスライダクランク機構を連結するための 3 歯車リンク機構で駆動歯車 2 と被動歯車 4 の歯数比は 1 : 2 となっているので, 駆動歯車 2 が 1 回転すれば被動歯車 4 は半回転して一時停止するようになっているので, これを連結したスライダクランク機構ではスライダは行きあるいは戻りのみの運動を行う。

(1) 3 歯車リンク機構が一時停止する軸間距離

前報²⁾ で示されたように駆動歯車 2 の偏心量 e を与えて被動歯車 4 が一時停止するため軸間距離 d_0

は Hirschhorn³⁾ により駆動歯車 2, 中間歯車 3, 被動歯車 4 のピッチ円半径をそれぞれ r_2, r_3, r_4 とすれば次式で与えられる。

$$d_0 = \{(r_2 + 2r_3 + r_4) \cos r_d - \sqrt{r_2^2 \cos^2 r_d - (r_2^2 - e^2)}\}^2 + r_4^2 \sin^2 r_d \dots\dots\dots (4)$$

ただし $r_d = \cos^{-1} \sqrt{\frac{L + \sqrt{L^2 + 4KM}}{2K}} \dots\dots\dots (5)$

$$K = \{(r_4^2 - r_2^2)^2 - 2(r_4^2 + r_2^2)(r_2 + 2r_3 + r_4)^2 + (r_2 + 2r_3 + r_4)^4\} r_2^2 \dots\dots\dots (6)$$

$$L = \{(r_4^2 - r_2^2)^2 - 2(r_4^2 + r_2^2)(r_2 + 2r_3 + r_4)^2 + (r_2 + 2r_3 + r_4)^4\} (r_2^2 - e^2) \dots\dots\dots (7)$$

$$M = (r_2 + 2r_3 + r_4)^2 (r_2^2 - e^2) \dots\dots\dots (8)$$

一時停止における駆動歯車の回転角 θ_{21} は次式で示される。

$$\theta_{21} = 360^\circ - (\mu + \delta) \dots\dots\dots (9)$$

ただし $\mu = \sin^{-1} r_2 \sqrt{1 - \cos^2 r_d} / e, \delta = \sin^{-1} r_4 \sqrt{1 - \cos^2 r_d} / d_0 \dots\dots\dots (10), (11)$

(2) 3 歯車リンク機構の角変位, 角速度, 角加速度

前報¹⁾ により駆動歯車 2 の回転角 $\theta_{21} = 0$ の場合の $\triangle O_2 O_3 O_4$ の各頂点を $\alpha_0, \beta_0, \phi_0$ とすれば

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \frac{(d+e)^2 + (r_2+r_3)^2 - (r_3+r_4)^2}{2(d+e)(r_2+r_3)} \dots\dots\dots (12)$$

$$\beta_0 = \cos^{-1} \frac{(r_2+r_3)^2 + (r_3+r_4)^2 - (d+e)^2}{2(r_2+r_3)(r_3+r_4)} \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi_0 = \cos^{-1} \frac{(d+e)^2 + (r_3+r_4)^2 - (r_2+r_3)^2}{2(d+e)(r_3+r_4)} \dots\dots\dots (14)$$

となる。駆動歯車 2 の回転角 θ_{21} に対するリンク 5, 6 の固定リンクに対する角変位 θ_{51}, θ_{61} は前報¹⁾ より次式で求められる。

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{d + e \cos \theta_{21}}{e \sin \theta_{21}} \dots\dots\dots (15)$$

$$\theta_{61} = \sin^{-1} \frac{d^2 + e^2 + (r_3 + r_4)^2 - (r_2 + r_3)^2 + 2de \cos \theta_{21}}{2(r_3 + r_4) \sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}}} - \phi_0 - \lambda \dots\dots\dots (16)$$

$$\theta_{51} = \alpha_0 - \tan^{-1} \frac{(r_3 + r_4) \sin(\phi_0 + \theta_{61}) - e \sin \theta_{21}}{d + e \cos \theta_{21} - (r_3 + r_4) \cos(\phi_0 + \theta_{61})} \dots\dots\dots (17)$$

これらの各式により被動歯車 4 の角変位, 角速度, 角加速度は前報¹⁾²⁾ により次式のようにになる。

角変位 $\theta_{41} = \frac{r_2}{r_4} \theta_{21} + \frac{r_3 + r_4}{r_4} \theta_{61} - \frac{r_2 + r_3}{r_4} \theta_{51} \dots\dots\dots (18)$

角速度 $\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{r_2}{r_4} + \frac{e}{r_4} \times \frac{d \sin \theta_{21} + (r_2 - r_4) \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})}{d \sin(\phi_0 + \theta_{61}) - e \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})} \dots\dots\dots (19)$

角加速度

$$\begin{aligned} & d\{d \sin(\phi_0 + \theta_{61}) - e \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})\} \cos \theta_{21} + \\ & \{d \sin(\phi_0 + \theta_{61}) - e \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})\} (r_2 - r_4) \times \cos(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61}) \\ & \left(1 - \frac{\dot{\theta}_{61}}{\dot{\theta}_{21}}\right) - \left\{d \cos(\phi_0 + \theta_{61}) \frac{\dot{\theta}_{61}}{\dot{\theta}_{21}} - e \cos(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61}) \times \right. \\ & \left. \left(1 - \frac{\dot{\theta}_{61}}{\dot{\theta}_{21}}\right)\right\} \{d \sin \theta_{21} + (r_2 - r_4) \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})\} \\ \frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = & \frac{e}{r_4} \times \frac{\dots\dots\dots}{\{d \sin(\phi_0 + \theta_{61}) - e \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})\}^2} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ただし $\frac{\dot{\theta}_{61}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{e}{r_3 + r_4} \times \frac{d \sin \theta_{21} - (r_3 + r_4) \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})}{d \sin(\phi_0 + \theta_{61}) - e \sin(\theta_{21} - \phi_0 - \theta_{61})} \dots\dots\dots (21)$

例えば $z_2 = 36, z_3 = 108, z_4 = 72, m = 0.75 \text{mm}, r_2 = 13.5 \text{mm}, r_3 = 40.5 \text{mm}, r_4 = 27 \text{mm}, e = 7 \text{mm}$ を指定すれば式 (4)~(8) と式 (9)~(11) を用いて, $d_0 = 104.15845 \text{mm}, r_d = 30^\circ 34'$, 一時停止の $\theta_{21} = 273^\circ 37'$ が得られるので, $d_0 = 104.16 \text{mm}$ とし式 (12)~(14) より $\alpha_0 = 26.79415^\circ, \beta_0 = 132.06701^\circ, \phi_0 = 21.13884^\circ$

式(15)より $\lambda = 93.82105^\circ$, $\phi_0 + \theta_{61} = 22.99628^\circ$, $\alpha_0 - \theta_{51} = 38.15156^\circ$, 式(16), (17)より $\theta_{61} = 1.85745^\circ = 1^\circ 51'$, $\theta_{51} = -11.35741^\circ = -11^\circ 21'$, 式(18)より $\theta_{41} = 164.16678^\circ = 164^\circ 10'$ となり, この位置の $\dot{s}/\dot{\theta}_{21} = 0$, $\ddot{s}/(\ddot{\theta}_{21})^2 = 0$ となる。 θ_{21} の各値に対する計算の結果を図5に示す。

§5 スライダクランク機構と3歯車リンク機構との連結

例えば $z_2 = 36$, $z_3 = 108$, $z_4 = 72$, $e = 7$ mm, $d = 104.16$ mm の3歯車リンク機構の被動歯車4にスライダクランク機構のクランク O_4A を連結する場合図6において被動歯車4が一時停止する場合の駆動歯車2の回転角 $\theta_{21} = 273^\circ 37'$ で被動歯車4の回転角 $\theta_{41} = 164^\circ 10'$ であるので, 図において $\angle AO_4O_1 = \delta = 164^\circ 10'$ となり, 被動歯車4がこの位置に来たとき, クランク O_4A は O_4O_1 線上になければならないので, クランク O_4A の回転角を θ とすれば

$$\theta = \theta_{41} - \delta \dots\dots\dots(22)$$

となる。ただし θ_{41} は被動歯車の回転角である。

3歯車リンク機構が与えられれば δ は決定され, 一定なので,

$$\theta = \theta_{41}, \dot{\theta} = \dot{\theta}_{41}, \dot{\theta}/\dot{\theta}_{21} = \dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}, \ddot{\theta}/(\ddot{\theta}_{21})^2 = \ddot{\theta}_{41}/(\ddot{\theta}_{21})^2 \dots\dots\dots(23)$$

の関係が得られ, 式(2)の $\dot{\theta}/\dot{\theta}_{21}$ に $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ を式(3)の $\ddot{\theta}/(\ddot{\theta}_{21})^2$ の代りに $\ddot{\theta}_{41}/(\ddot{\theta}_{21})^2$ を用いればよい。すなわち式(22)を式(1)~(3)に代入し, 式(18)~(20)を式(1)~(3)に代入して駆動歯車2が等速回転する場合角速度 $\omega_2 = \dot{\theta}_{21}$ を与えてスライダの変位, 速度, 加速度を求めることができる。

§6 無衝撃スライダ機構

図7においてスライダリンク機構の $r = 20$ mm, $l = 80$ mm, $\lambda = 0.25$ とし, 図5に示す3歯車リンク機構を用いた場合のスライダの運動を示す。横軸は θ_{21} を用いているが $\theta = \theta_{21} - 273^\circ 27'$ を用いてもよい。スライダの変位, 速度, 加速度および2次の加速度について次のことが図からわかる。

変位 $\theta_{21} = 273^\circ 37'$ より右端より非常にゆっくり出発し, 360° 付近で立上り, 540° 付近で左端に到り, ゆっくり $\theta_{21} = 273^\circ 37' + 360^\circ = 633^\circ 37'$ で停止する。

速度 ゆっくり出発し, ゆっくり停止することがわかる。最高速度 $\dot{s}/\dot{\theta}_{21} = 20$ mm である。

加速度 ゆっくり上昇し, 出発点でその曲線は横軸に接し, 停止点でも同様であるので, 2次の加速度も出発点, 停止点で零となることがわかる。図の場合最高加速度は正負ほぼ等しく $\ddot{s}/(\ddot{\theta}_{21})^2 = 15.8$ mm である。

以上の結果このような運動するスライダ機構を無衝撃スライダ機構と名付けた。

図8は $z_2 = 36$, $z_3 = 108$, $z_4 = 72$, $r_2 = 13.5$ mm, $r_3 = 40.5$ mm, $r_4 = 27$ mm, $e = 9.5$ mm, $d = 87.842$

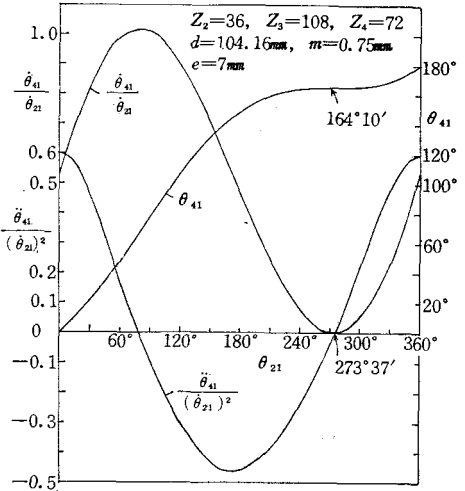


図5 3歯車リンク機構の角変位, 角速度, 角加速度

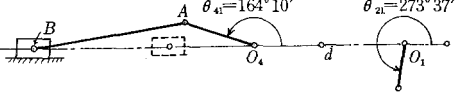


図6 スライダ機構と3歯車リンク機構の連結

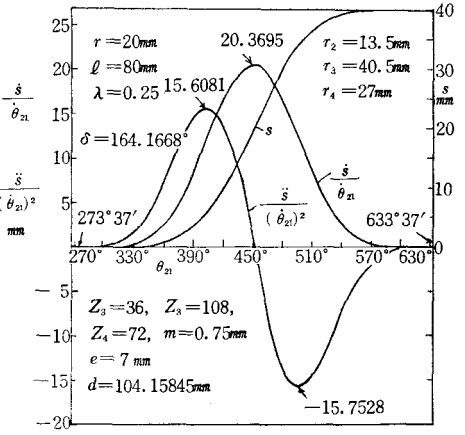


図7 3歯車リンク機構を用いたスライダ機構のスライダの運動

mm, $r=20$ mm, $l=80$ mm, $\lambda=0.25$ の場合のスライダの運動を示す。これは図7の場合に比して駆動歯車2の偏心量 e と軸間距離が異っているのみである。一時停止の $\theta_{21}=264^{\circ}26'$, $\theta_{41}=\delta=161^{\circ}58'$ である。スライダの加速度において正の値が図7の場合より僅かに低くなり負の加速度が僅かに増す。

図9は図8の場合を横軸にスライダの変位 s をとり、縦軸に速度, 加速度 $\dot{s}/\dot{\theta}_{21}$, $\ddot{s}/(\dot{\theta}_{21})^2$ を示したもので、スライダの各位置における速度と加速度の変化がよくわかる。

図10は $z_2=36$, $z_3=72$, $z_4=72$, $r_2=13.5$ mm, $r_3=27$ mm, $r_4=27$ mm, $e=10$ mm, $d=65.8825$ mm, $r=20$ mm, $l=80$ mm, $\lambda=0.25$ で、一時停止の $\theta_{21}=260^{\circ}45'$,

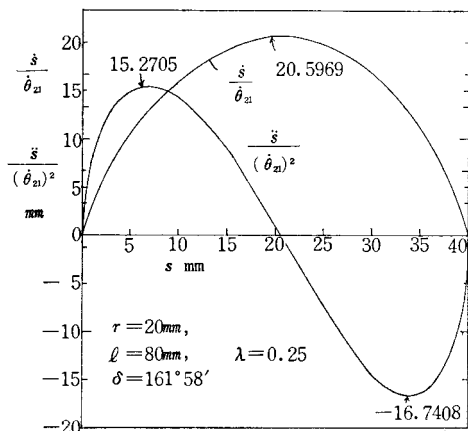


図9 スライダの変位に対する速度、加速度

$\theta_{41}=\delta=162^{\circ}10'$ の場合のスライダの運動を示す。

図において中間歯車の歯数 z_3 と偏心量 e と軸間距離 d を変えているが d が短くなると負の加速度が増加する。

以上の結果を図3のスライダクランク機構と比較すれば3歯車リンク機構を用いた場合に比して最高加速度は半分以下となるが、行程の両端で2次の加速度が無限大となるので衝撃を生ずる。

§ 7 駆動歯車の偏心量のスライダ機構の運動に及ぼす影響

駆動歯車の偏心量 e と軸間距離 d_0 の組合せを変化させた場合のスライダの変位, 速度, 加速度の変化を調べる。

$z_2=36$, $z_3=108$, $z_4=72$, $r_2=13.5$ mm, $r_3=40.5$ mm, $r_4=27$ mm, $m=0.75$ mm, $r=20$ mm, $l=80$ mm, $\lambda=0.25$ の場合の $e=3\sim 12$ mm に変化させた場合の一時停止するための軸間距離 d_0 とそのときの駆動歯車2と被動歯車4の回転角 θ_{21} と θ_{41} を表1に示す。

表1から偏心量 e が小さい程軸間距離 d_0 を長くする必要のあることに注意されたい。

一時停止の θ_{21} の値が e の変化により異なるため、スライダの変位, 速度, 加速度に及ぼす影響を調べる場合に出発と停止時における出発の位置に合わせるため、一時停止の時の θ_{21} を φ で表わし

$$\theta_{21}' = \theta_{21} - \varphi \dots\dots\dots (24)$$

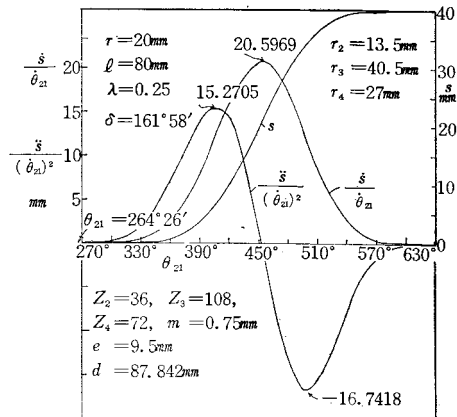


図8 3歯車リンク機構を用いたスライダ機構の運動

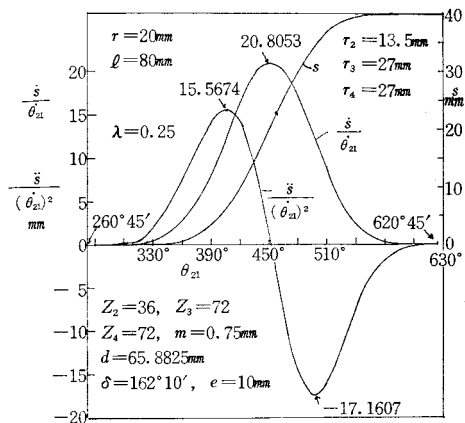


図10 3歯車リンク機構を用いたスライダ機構の運動

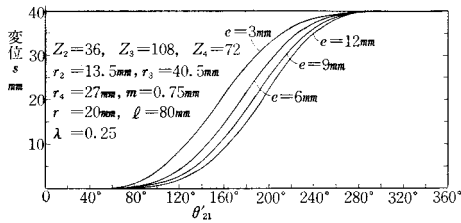


図11 e の変化がスライダ変位に及ぼす影響

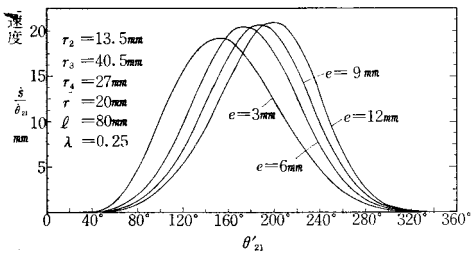


図12 e の変化がスライダの速度に及ぼす影響

とにおいて、 θ_{21}' を横軸にとり、グラフを描いてその影響を調べる。

図11~13は e の変化によるスライダの変位、速度、加速度の影響を示す。

図11から e が小さい程立上りが早いことを示し、図12から e が小さい程、最大速度の小さいことを示す。図13から e が小さい程、負の最大加速度が特に小さくなるが、正の最大加速度は余り変化しないことを示す。表1から e が小さい程 d_0 が大きくなる欠点が生ずる。図13から正負の最大加速度の絶対値がほぼ等しい e=7 mm が最良のように思われる。

表1 一時停止のための $d_0, \theta_{21}, \theta_{41}$

e mm	d_0 mm	$\theta_{21} = \varphi$	$\theta_{41} = \delta$
3	117.84259	298°38'	170°45'
6	108.79475	277°35'	165°19'
9	91.75330	266°21'	161°53'
12	60.28255	250° 4'	156° 9'

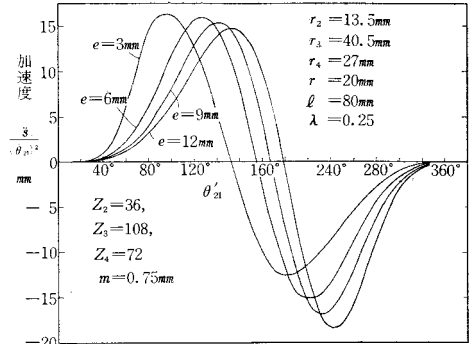


図13 e の変化がスライダの加速度に及ぼす影響

§ 8 連桿の長さの変化によるスライダの変位、速度、加速度

スライダ機構の連桿さ l を変えた場合に3歯車リンク機構とスライダクランク機構を結合した機構のスライダの変位、速度、加速度に及ぼす影響を調べる。

例えば $z_2=36, z_3=108, z_4=72, r_2=13.5 \text{ mm}, r_3=40.5 \text{ mm}, r_4=27 \text{ mm}, m=0.75 \text{ mm}, e=10 \text{ mm}$

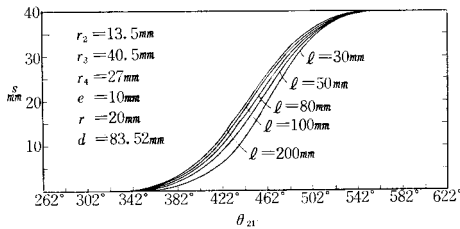


図14 l の変化がスライダの変位に及ぼす影響

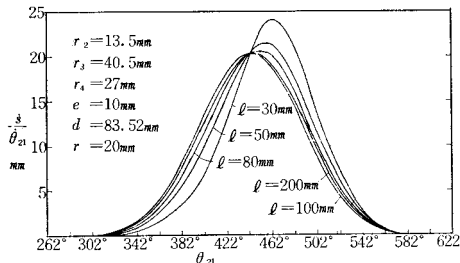


図15 l の変化がスライダの速度に及ぼす影響

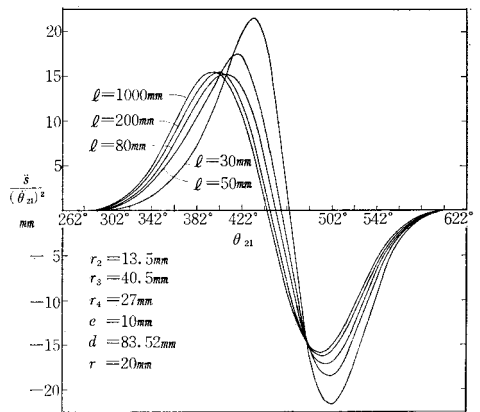


図16 l の変化がスライダの加速度に及ぼす影響

$d = 83.5205 \text{ mm}$, $r = 20 \text{ mm}$ を基準とすると $\theta_{21} = \varphi = 202^\circ 21'$, $\theta_{41} = \delta = 160^\circ 33'$ となり, $l = 30 \sim 1000 \text{ mm}$ とす。この場合 l の変化により一時停止の θ_{21} の値が変わらないので横軸に θ_{21} を取り, スライダの変位, 速度, 加速度を計算したものを図14, 15, 16に示す。

図14において l が短い程スライダの変位の立上りが遅いことがわかる。図15において l が短い程最大速度の値が大きくなり, $l > 100 \text{ mm}$ となると余り最大加速度は変わらない。図16において l が短い程最大加速度は大となるが $l > 100 \text{ mm}$ では正の最大加速度は余り影響を受けないから $l = 100 \text{ mm}$ 前後がよいことがわかる。

§ 9 中間歯車のスライダの変位, 速度, 加速度に及ぼす影響

中間歯車の歯数の変化がスライダの運動に及ぼす影響を調べる。

$z_2 = 36, z_4 = 72, m = 0.75 \text{ mm}, r_2 = 13.5 \text{ mm}, r_4 = 27 \text{ mm}, e = 7 \text{ mm}, r = 20 \text{ mm}, l = 100 \text{ mm}, \lambda = 0.25$ の場合 $z_3 = 72 \sim 99$ について一時停止するための $d_0, \theta_{21}, \theta_{41}$ を求め表2に示す。なお計算に必要な $\alpha_0, \beta_0, \phi_0$ も示す。

表2 $e = 7 \text{ mm}, z_2 = 36, z_4 = 72, r_2 = 13.5 \text{ mm}, r_4 = 27 \text{ mm}$

z_3	$d_0 \text{ mm}$	$\theta_{21} = \varphi$	$\theta_{41} = \delta$	α_0	β_0	ϕ_0	$d_{\max} \text{ mm}$
A72	81.11634	275.49033°	164.77012°	24.61663°	137.17890°	18.20444°	87.50
B81	86.87719	274.85877°	164.55569°	25.32488°	135.58206°	19.09304°	94.25
C90	92.63750	274.35957°	164.38945°	25.90520°	134.23021°	19.86457°	101.00
D99	98.39781	273.95556°	164.26190°	26.38839°	133.07017°	20.54142°	107.75

d_{\max} と d_{\min} について前報²⁾より次式でされる。

$$d_{\max} = m \left(\frac{z_2 + 2z_3 + z_4}{2} \right) - e, \quad d_{\min} = m \left(\frac{z_2 + z_4}{2} + 2 \right) + e \dots\dots\dots(25)$$

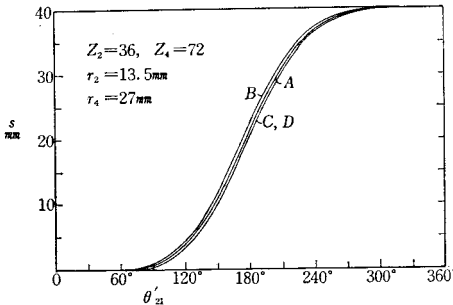


図17 中間歯車の歯数のスライダの変位に及ぼす影響

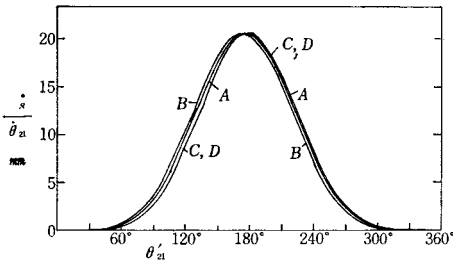


図18 中間歯車の歯数のスライダの速度に及ぼす影響

これらの式に上記データを代入し, d_{\max} を計算したものを表2に示し, $d_{\min} = 49 \text{ mm}$ となるので表2の d_0 の値は満足できる。

そこで式(24)により横軸に θ_{21}' を用いて z_3 の各場合に対し出発点をそろえて被動歯車の角変位, 角速度, 角加速度をを式(18)~(21)で計算

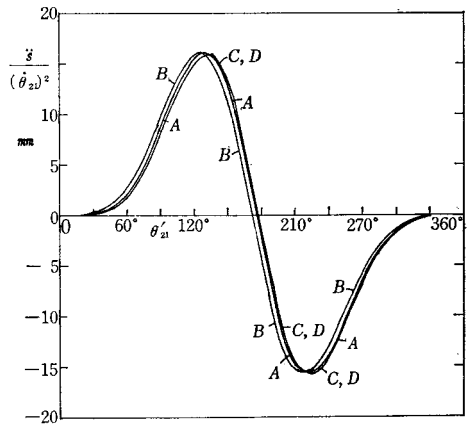


図19 中間歯車の歯数のスライダの加速度に及ぼす影響

し、式(1)~(3)よりスライダの変位、速度、加速度を求めたものを図17~19に示す。 $z_3=90, 99$ の場合 z_3 の増加により僅かに同じ θ_{21}' に対して変化するが殆んど図上で表わされない。

図17において $z_2=81$ が $z_2=72$ の場合より立上りが早い $z_2=90$ になればかえって遅くなる。 $z_2=99$ の場合は $z_2=90$ に殆んど一致する。図18においても同様に $z_2=81$ が $z_2=72, 90$ より立上りが早く、 $z_2=99$ は $z_2=90$ と殆んど一致する。最大速度は殆んど一定で $\dot{s}/\dot{\theta}_{21} \doteq 20.3 \text{ mm}$ である。図19において最大加速度は殆んど z_3 に影響されず、 $z_2=81$ が $z_2=72$ より立上りが早く $z_2=90$ は遅い。以上の結果中間歯車の歯数はスライダの運動に殆んど影響を与えないことがわかる。

§10 スライダの往復運動と実験結果

以上スライダ機構のスライダの行き行程の運動を調べたが、駆動歯車2が更に1回転すればスライダは

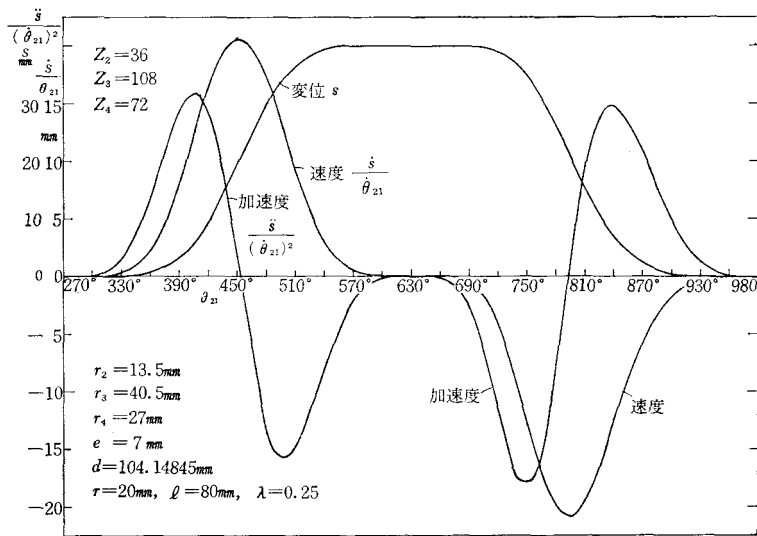


図20 スライダの往復行程におけるスライダの運動

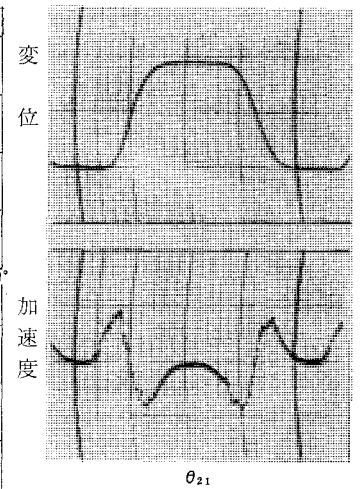


図21 実験結果によるスライダの変位と加速度

戻り行程の運動する。3歯車リンク機構のないスライダクランク機構の場合は行きと戻りの運動は同一であるが、3歯車リンク機構と組合せた場合も同様なことが云へるかどうか確かめるために図5, 7の例と同様な $z_2=36, z_3=108, z_4=72, m=0.75 \text{ mm}, r_2=13.5 \text{ mm}, r_3=40.5 \text{ mm}, r_4=27 \text{ mm}, e=7 \text{ mm}, d=104.14845 \text{ mm}, r=20 \text{ mm}, l=80 \text{ mm}, \lambda=0.25$ の場合について計算したものを図20に示す。図からスライダの速度は明らかに戻りの場合は負側に生ずるが、最大速度は行きと戻りで殆んど等しい。最大加速度は行きと戻りで僅かに違いがある。戻り行程において負の最大加速度が正のそれより僅かに大きい。

加速度の変化を実験的に知るために写真2に示す実験装置に加速度計を用いて求めたものを図21に示す。図から図20の計算結果と同一の結果であることがわかる。

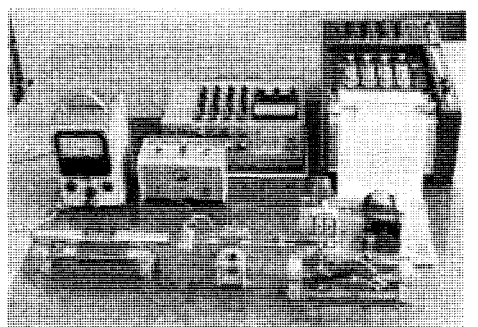


写真2 実験装置

§11 結論

一時停止する $z_2 : z_4 = 1 : 2$ の3歯車リンク機構をスライダ機構に組合せた機構において次のような

結論が得られた。

(1) スライダはその行程の両端において加速度および2次加速度が零となる無衝撃スライダ機構となる。(2) 駆動歯車の偏心量が小さいと軸間距離が大となり、スライダの負の加速度が小となるが適正値が存在する。(3) 連桿の長さが短かいと最大速度、最大加速度が大となり、ある値以上ではその影響が無くなるので連桿にも適正な長さがある。(4) 中間歯車の大きさによるスライダの運動への影響は小さいので余り大きな歯車は実際に釣合上問題があるので被動歯車と同大でよい。(5) スライダの往きと戻りの行程での加速度の違いは僅かである。

以上の研究において本校学生今野勉、亀井秀樹両君の努力を多とするものである。次報においてチェーン歯車機構をスライダ機構に応用する場合について論ずる。

参 考 文 献

- 1) 糸島寛典：3歯車リンク機構の研究（第1報）呉高専研究報告，第6巻，第1号，25～36頁，1970.
- 2) 糸島寛典：3歯車リンク機構の研究（第2報）呉高専研究報告，第7巻，第1号，31～43頁，1971.
- 3) N. P. Chironis: Mechanisms, Linkages and Mechanical Controls, 246 p. McGhill, 1965. (J. Hirschhorn: 3-Gear Drives)

(昭和47年7月31日 受付)

チェーン歯車機構の研究 (第2報)

(間欠運動機構)

(機械工学科) 糸 島 寛 典

Studies on the Chain Mechanism with the Eccentric Sprocket (Report 2)
(Intermittent Motion Mechanism)

Hironori ITOSHIMA

In Report 1, the motion of the driver sprocket on the chain mechanism with a sprocket mounted eccentrically on the driving shaft was discussed. Consequently, if the eccentricity was made larger than the radius of the driving sprocket, it was found out that this mechanism was used as the intermittent motion mechanism.

In this report, the eccentricity of the driving sprocket is examined when the dwell time of the intermittent motion is specified, and then the maximum angular velocity and the acceleration in this chain mechanism are discussed analytically. The compound intermittent motion is obtained by use of the simple chain mechanism.

§ 1 緒 言

駆動歯車 (スプロケット) を偏心した軸で回転させ、被動歯車は偏心させないでチェーンあるいは歯付ベルトを用いた機構をチェーン歯車機構と名付け、前報¹⁾において駆動歯車の偏心量とピッチ円半径を等しく取れば、3歯車リンク機構²⁾³⁾と同様一時停止を行うことがわかった。更に偏心量をピッチ円半径より大きくし、軸間距離を大に取る場合はチェーンが弛み、ラチェットを被動歯車に用いれば被動歯車は長期間休止し間欠運動機構が得られることがわかった。

本報告においてはチェーン歯車機構を間欠運動機構に応用する場合両歯車 (スプロケット) が同大すなわち同じピッチ円半径の場合の被動歯車 (スプロケット) の休止期間ならびに運動期間中の最大角速度と最大角加速度を求め、次に休止期間を指定した場合の駆動歯車の偏心量、軸間距離およびピッチ円半径を計算し、チェーン歯車機構の設計を行う。

§ 2 記 号

- r_2, r_4 : 駆動歯車 2 と被動歯車 4 のピッチ円半径
 d : 両歯車の軸間距離, e : 駆動歯車の偏心量
 θ_{21}, θ_{41} : 駆動歯車 2 と被動歯車 4 の固定リンク 1 に対する回転角
 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$: 駆動歯車の角速度に対する被動歯車の角速度
 $\dot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$: 駆動歯車の角速度の 2 乗に対する被動歯車の角加速度
 θ_{21}' : C 点における駆動歯車の回転角
 n : 休止期間係数

§ 3 チェーン歯車機構の運動

図1に示すチェーン歯車機構において、駆動歯車2の回転角を θ_{21} 、被動歯車の回転角を θ_{41} 、軸間距離を d 、駆動歯車の偏心量を e 、両歯車のピッチ円半径を r_2, r_4 とすれば、駆動歯車に対する被動歯車の運動方程式は前報¹⁾より次式で与えられる。

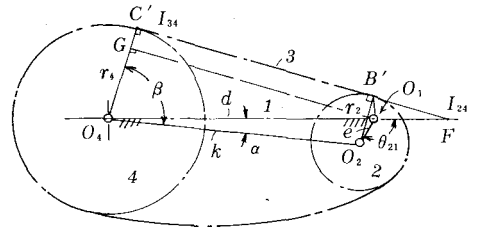


図1 チェーン歯車機構

$$\theta_{41} = \frac{r_2}{r_4} \theta_{21} + \left(1 - \frac{r_2}{r_4}\right) (\alpha + \beta_0 - \beta) + \frac{180^\circ}{\pi r_4} (\sqrt{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de \cos \theta_{21}} - \sqrt{(d+e)^2 - (r_4 - r_2)^2}) \dots (1)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{e \sin \theta_{21}}{\sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}}}, \quad \cos \beta_0 = \frac{r_4 - r_2}{d + e} \\ \cos \beta &= \frac{r_4 - r_2}{\sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}}} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

$$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{r_4 e^2 + d^2 r_2 + de(r_4 + r_2) \cos \theta_{21} - de \sin \theta_{21} \sqrt{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de \cos \theta_{21}}}{r_4 (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})} \dots (3)$$

$$\frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = \frac{d}{r_4} \frac{(d + e \cos \theta_{21}) \sqrt{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de \cos \theta_{21}} - e(r_4 - r_2) \sin \theta_{21}}{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}} \times \left(\frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}} - \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\theta}_{21}} \right) \dots (4)$$

ただし

$$\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{de^2 \sin^2 \theta_{21} + e \cos \theta_{21} (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})}{(d + e \cos \theta_{21}) (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})} \dots (5)$$

$$\frac{\dot{\beta}}{\dot{\theta}_{21}} = - \frac{de(r_4 - r_2) \sin \theta_{21}}{(d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}) \sqrt{d^2 + e^2 - (r_4 - r_2)^2 + 2de \cos \theta_{21}}} \dots (6)$$

§ 4 チェーン歯車機構 ($r_2 = r_4$)

チェーン歯車機構で間欠機構を作る場合に駆動歯車と被動歯車のピッチ円半径が等しい場合すなわち $r_2 = r_4$ の場合が一番設計が容易である。この場合駆動歯車の1回転に対し被動歯車はある期間停止した後1回転する。

もし $r_4 = 2r_2$ とすれば駆動歯車の1回転に対し被動歯車はある期間停止した後半回転する。本報告では $r_2 = r_4$ の場合のみ設計する。 $r_2 = r_4$ を式(1)~(6)に代入すれば $\beta = \beta_0 = 90^\circ$ から式(1), (3), (4)は次式のようになる。

$$\theta_{41} = \theta_{21} + \frac{180^\circ}{\pi r_2} \{ \sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}} - (d + e) \} \dots (7)$$

$$\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}} = \frac{r_2 (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}) - de \sin \theta_{21} \sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}}}{r_2 (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})} \dots (8)$$

式(6)より $\dot{\beta} = 0$

$$\frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = - \frac{de}{r_2} \frac{de \sin^2 \theta_{21} + \cos \theta_{21} (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})}{(d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})^{\frac{3}{2}}} \dots (9)$$

例えば $r_2 = r_4 = 18 \text{ mm}$, $d = 150 \text{ mm}$, $e = 54 \text{ mm}$ の場合のデータを式(7)~(9)に代入して被動歯車の角変位 θ_{41} , 角速度 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$, 角加速度 $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ を求めたものを縦軸に、 θ_{21} を横軸に示したものを図2に示す。

図2の θ_{41} の角変位曲線において原点Oより出発し、 $\theta_{21}=25.36331^\circ$ において $\theta_{41}=13.08271^\circ$ の最高点Aに達し、その後 θ_{41} は減少しD点で $\theta_{41}=0$ となり、 θ_{21} が増加すれば θ_{41} は負となる。すなわち被動歯車は逆転し、負の最大値B点に達し、再び $\theta_{41}=0$ のE点を通り、 $\theta_{21}=240.90028^\circ$ で再び $\theta_{41}=13.08271^\circ$ のC点に達し、その後は急速に増加して $\theta_{21}=360^\circ$ で $\theta_{41}=360^\circ$ となる。

しかしながら実際にはチェーン（ベルト）は撓むため、被動歯車は逆転せずフリーの状態となるのでラチェットで固定せねばならぬ。そうすれば θ_{21} のAC間は被動歯車は固定されて回転しない。すなわち $240.90028^\circ - 26.36331^\circ = 214.53697^\circ$ の駆動歯車の回転中被動歯車は停止したままで、この間角速度も角加速度も零である。

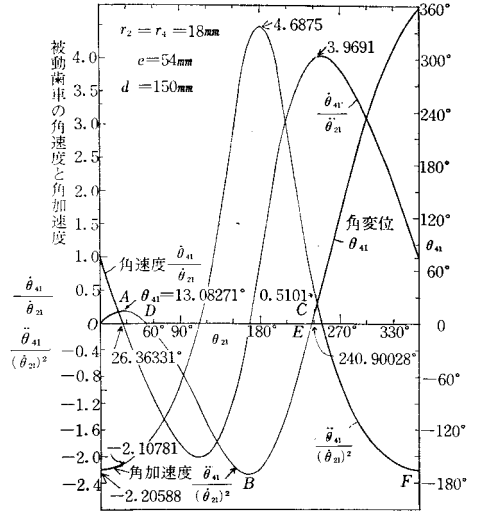


図2 チェーン歯車機構 ($r_2=r_4$)

$\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$ を示す角速度曲線は $\theta_{21}=0, \dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}=1$ から出発し段々減少してA点で停止し、AC間停止し、C点で最高の角速度となり、後は減少する。

$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ を示す角加速度曲線は $\theta_{21}=0$ において $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2=-2.20588$ の負の最高値から出発しA点で停止し、C点の $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2=0.5101$ から再び出発してF点に達する。

§ 5 被動歯車の停止位置 ($r_2=r_4$)

図2において被動歯車の停止位置A点は式(8)より $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}=0$ であるので次式が得られる。

$$r_2\sqrt{d^2+e^2+2de\cos\theta_{21}}=de\sin\theta_{21} \dots\dots\dots(10)$$

(1) A点の θ_{21} は式(10)から次式で求められる。

$$\cos\theta_{21}=\frac{\sqrt{(d^2-r_2^2)(e^2-r_2^2)}-r_2^2}{de} \dots\dots\dots(11)$$

これを式(7)に代入すれば次式でA点の θ_{41} が得られる。

$$\theta_{41}=\cos^{-1}\left\{\frac{\sqrt{(d^2-r_2^2)(e^2-r_2^2)}-r_2^2}{de}\right\}+\frac{180^\circ}{\pi r_2}\{\sqrt{d^2-r_2^2}+\sqrt{e^2-r_2^2}-(d+e)\} \dots\dots\dots(12)$$

(2) B点の θ_{21} は式(10)から次式で求められる。

$$\cos\theta_{21}=-\frac{\sqrt{(d^2-r_2^2)(e^2-r_2^2)}+r_2^2}{de} \dots\dots\dots(13)$$

これを式(7)に代入すれば次式でB点の θ_{41} が得られる。

$$\theta_{41}=\cos^{-1}\left\{-\frac{\sqrt{(d^2-r_2^2)(e^2-r_2^2)}+r_2^2}{de}\right\}+\frac{180^\circ}{\pi r_2}\{\sqrt{d^2-r_2^2}-\sqrt{e^2-r_2^2}-(d+e)\} \dots\dots\dots(14)$$

(3) C点の θ_{21} A点の θ_{41} を指定して、式(7)よりC点の θ_{21} は次式を逐次近似で求めればよい。

$$\theta_{21}+\frac{180^\circ}{\pi r_2}\{\sqrt{d^2+e^2+2de\cos\theta_{21}}-(d+e)\}-\theta_{41}=0 \dots\dots\dots(15)$$

このときの θ_{21} を θ_{21}' とす。

(4) D, E点の θ_{21} 式(7)の左辺を零とすればよいので

$$\theta_{21}-\frac{180^\circ}{\pi r_2}\{d+e-\sqrt{d^2+e^2+2de\cos\theta_{21}}\}=0 \dots\dots\dots(16)$$

となる θ_{21} を求めれば2根が得られ、小さい方の値がD点の θ_{21} で、大きい方の値がE点の θ_{21} を示す。

図3は $r_2=r_4=18\text{ mm}$, $d=100, 150\text{ mm}$, $e=25\sim 81\text{ mm}$ を与えて式(11)より θ_{21} を求め、式(12)より θ_{41} を求め、 θ_{21} と θ_{41} の関係を示すもので2つの異った d にもかかわらず同一直線上にあり、線上の各点は e の値を示す。 e の増加と共に θ_{21} , θ_{41} の値は減少する。

図4は同じデータで横軸に e , 縦軸に θ_{21} , θ_{41} を示す。表1, 2にその計算値を示す。 e の増加と共に θ_{21} , θ_{41} が急減する。

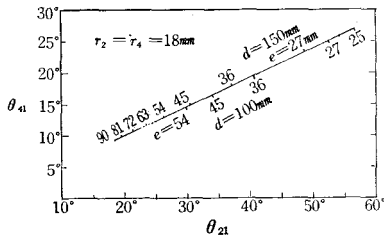


図3 A点の θ_{21} と θ_{41} の値

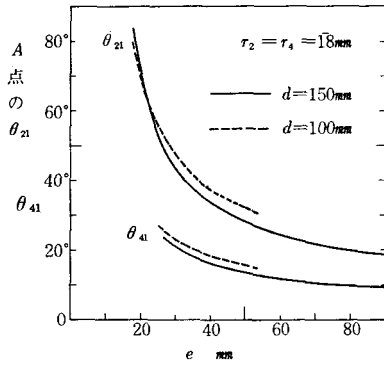


図4 A点の θ_{21} と θ_{41} に及ぼす e の影響

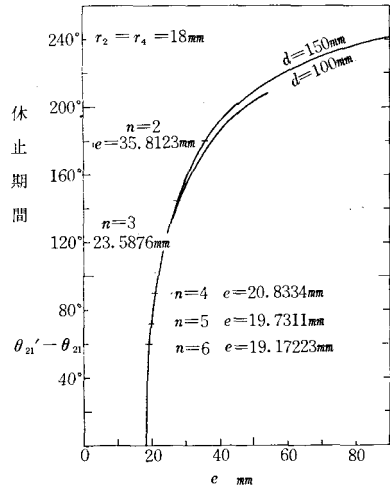


図5 休止期間に及ぼす e の影響

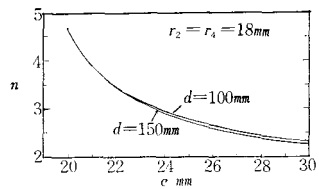


図6 休止期間 n と e の内係

式(15)に同じデータでC点の θ_{21} と θ_{41} を逐次近似で求めたものを表1, 2に示す。

表1のC点の θ_{21} とA点の θ_{21} との差は被動歯車の休止期間であるので、各 e に対する休止期間を求めたものを図5に示す。 e の僅かの増加に対し休止期間が急増することがわかる。いま被動歯車1回転に対する休止期間を

表1 A, C点の θ_{21} と θ_{41} $r_2=r_4=18\text{ mm}$, $d=150\text{ mm}$

$e\text{ mm}$	A点の θ_{21}	C点の θ_{21}	A, C点の θ_{41}	休止期間
27	48.70240°	192.69901°	23.36715°	143.99660°
36	36.89209°	217.43894°	18.08952°	180.54685°
45	30.47070°	231.53384°	15.06173°	201.06357°
54	26.36331°	240.90028°	13.08269°	214.53697°
63	23.493633°	247.65666°	11.68408°	224.16303°
72	21.36959°	252.99345°	10.64186°	231.42386°
81	19.73167°	256.84643°	9.83466°	237.11476°
90	18.42904°	260.13416°	9.19078°	241.70512°

表2 A, C点の θ_{21} と θ_{41} $r_2=r_4=18$ mm, $d=100$ mm

e mm	A点の θ_{21}	C点の θ_{21}	A, C点の θ_{41}	休止期間
25	56.42423°	185.53340°	26.87238°	129.10917°
27	52.18006°	193.67128°	25.09594°	141.49122°
36	40.36975°	216.49165°	19.81831°	176.12190°
45	33.94793°	229.09236°	16.79053°	195.14443°
54	29.84097°	237.26187°	14.81149°	207.42090°

$360^\circ \div$ 休止期間 $(\theta_{21}' - \theta_{21}) = n \dots \dots \dots (17)$
 のように定めれば n によって休止期間を指定することができる。図5は $d=150$ mm の場合の n を指定した e を示す。図6は e と n との関係を示す。

§ 6 休止期間を指定して偏心量 e の決定

休止期間係数 n を指定して駆動歯車の偏心量 e を求める。

式(17)より $\theta_{21}' = \theta_{21} + 360^\circ / n \dots \dots \dots (18)$

式(11)より $\cos \theta_{21} = (\sqrt{(d^2 - r_2^2)(e^2 - r_2^2)} - r_2^2) / de \dots \dots \dots (11)$

式(12)より

$\theta_{41} = \theta_{21} + \frac{180^\circ}{\pi r_2} \{ \sqrt{d^2 - r_2^2} + \sqrt{e^2 - r_2^2} - (d + e) \} \dots \dots \dots (12)$

式(7)より

$\theta_{41} = \theta_{21}' + \frac{180^\circ}{\pi r_2} \{ \sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}'} - (d + e) \} \dots \dots \dots (19)$

式(12), (19)の左辺を等しくおき, 式(18)を代入すれば次式が得られる。

$\frac{2\pi r_2}{n} + \sqrt{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}'} = \sqrt{d^2 - r_2^2} + \sqrt{e^2 - r_2^2} \dots \dots \dots (20)$

式(18)より

$\cos \theta_{21}' = \cos \frac{360^\circ}{n} \cos \theta_{21} - \sin \frac{360^\circ}{n} \sin \theta_{21} \dots \dots \dots (21)$

となるので, 式(11)より $\sin \theta_{21}$ を求め, 式(21)に代入すれば $\cos \theta_{21}'$ は次式のように求められる。

$de \cos \theta_{21}' = \cos \frac{360^\circ}{n} \{ \sqrt{(d^2 - r_2^2)(e^2 - r_2^2)} - r_2^2 \}$
 $- \sin \frac{360^\circ}{n} \{ r_2 (\sqrt{d^2 - r_2^2} + \sqrt{e^2 - r_2^2}) \} \dots \dots \dots (22)$

式(20)に上式を代入すれば各 n に対する e の値を求めることができる。

例えば $r_2=r_4=18$ mm, $d=150, 100$ mm, $n=2\sim 6$ として式(22), (20)より e を逐次近似法により求めれば表3, 4が得られる。

表3 n を指定した e の値 $r_2=r_4=18$ mm, $d=150$ mm

n	e mm	A点の θ_{21}	C点の θ_{21}'	A, C点の θ_{41}
2	35.81230	37.06562°	217.06567°	18.17002°
2.5	27.00059	48.70128°	192.70130°	23.36667°
3	23.58756	56.63159°	176.63151°	26.62232°
4	20.83342	66.66040°	156.66040°	30.28474°
5	19.73113	72.71222°	144.71220°	32.18143°
6	19.17223	76.75273°	136.75270°	33.28734°

表4 n を指定した e の値 $r_2=r_4=18\text{ mm}$, $d=100\text{ mm}$

n	e mm	A点の θ_{21}	C点の θ_{21}'	A, C点の θ_{41}
2	37.49930	39.05574°	219.05565°	19.20635°
2.5	27.46340	51.32108°	199.32104°	24.72772°
3	23.78535	59.54987°	179.54988°	28.13076°
4	20.89589	69.84541°	159.84546°	31.91524°
5	19.75910	76.00987°	148.01000°	33.85779°
6	19.18719	80.10893°	140.10890°	34.98496°

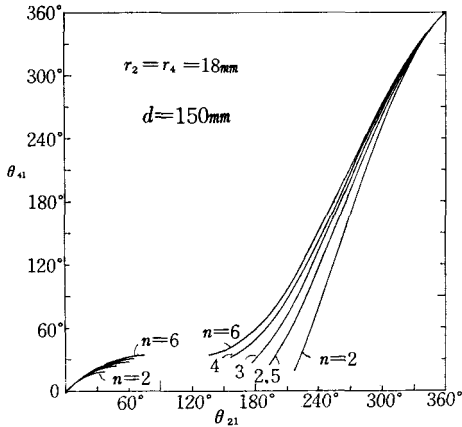


図7 n を指定した場合の被動歯車の角変位 $d=150\text{ mm}$

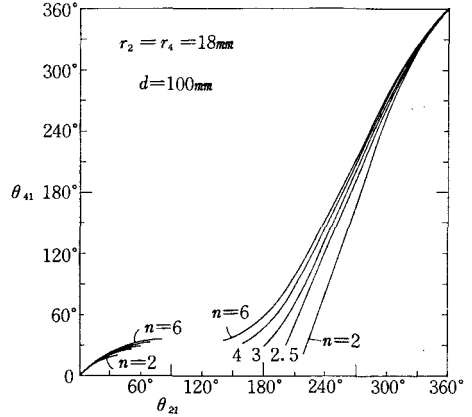


図10 n を指定した場合の被動歯車の角変位 $d=100\text{ mm}$

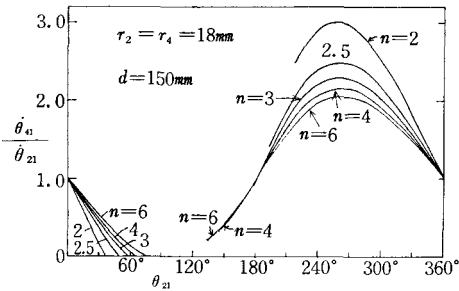


図8 被動歯車の角速度 $d=150\text{ mm}$

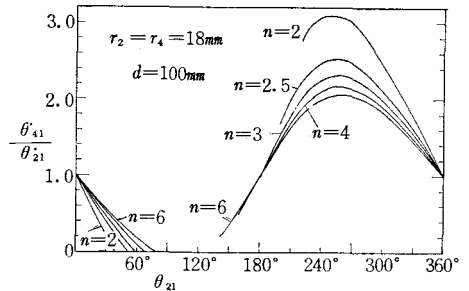


図11 被動歯車の角速度 $d=100\text{ mm}$

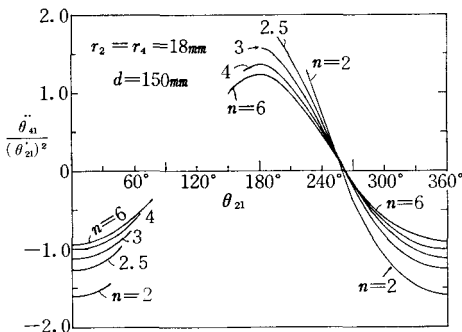


図9 被動歯車の角加速度 $d=150\text{ mm}$

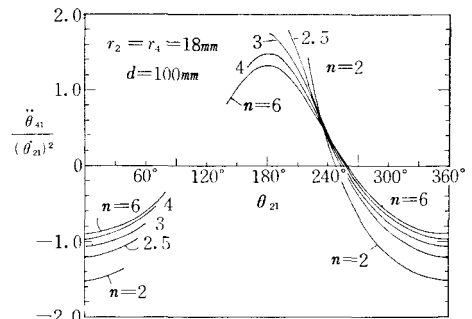


図12 被動歯車の角加速度 $d=100\text{ mm}$

表3, 4には同時に各 n に対する A, C 点の θ_{21} と θ_{41} を表示した。

図7~9は $n=2\sim6$ を指定し, $d=150\text{ mm}$ を指定した場合の駆動歯車に対する被動歯車の角変位, 角速度, 角加速度を示す。

図8から n が小さい程最大角速度が大となる。図9から n が小さいと負の最大角加速度は大であるが, 正の角加速度では例えば $n=2$ の場合 $n=2.5$ の場合よりかへって小となる。

図10~12は n を指定し, $d=100\text{ mm}$ の場合の被動歯車の角変位, 角速度, 角加速度を示す。 $d=150\text{ mm}$ の場合に比して最大角速度, 角加速度がやや大きい。

§7 C点における角速度, 角加速度

被動歯車が休止を終へて出発するC点における角速度, 角加速度を求めるには式(8), (9)に表3, 4のC点の θ_{21} すなわち θ_{21}' を代入すれば各 n に対する角速度 $\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$, 角加速度 $\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$ は容易に

表5 C点の角速度と角加速度 $r_2=r_4=18\text{ mm}$

n	$d=150\text{ mm}$		$d=100\text{ mm}$	
	$\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$	$\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21}$	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$
2	2.458526	1.620435	2.756857	1.421635
2.5	1.399600	1.749760	1.676339	1.818733
3	0.908671	1.550467	0.986379	1.733679
4	0.475476	1.177852	0.504387	1.295557
5	0.293144	0.931852	0.306836	1.006640
6	0.199041	0.767031	0.206573	0.817714

求められ表5と図13のようになる。

図13から n の増加により角速度も角加速度も急速に減少するが軸間距離 d には余り影響を受けない。

§8 被動歯車の最大角速度 ($r_2=r_4$)

被動歯車の最大角速度 $(\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21})_{\max}$ を求めるために式(9)の右辺を零とおけば

$$de \cos^2 \theta_{21} + (d^2 + e^2) \cos \theta_{21} + de = 0 \dots\dots\dots(23)$$

の2次式が得られるが $d > e$ から + のみ採用し,

$$\cos \theta_{21} = -\frac{e}{d}, \text{ あるいは } \sin \theta_{21} = -\frac{\sqrt{d^2 - e^2}}{d} \dots\dots\dots(24)$$

が得られ, この結果は前報¹⁾の別法と一致する。これを式(8)に

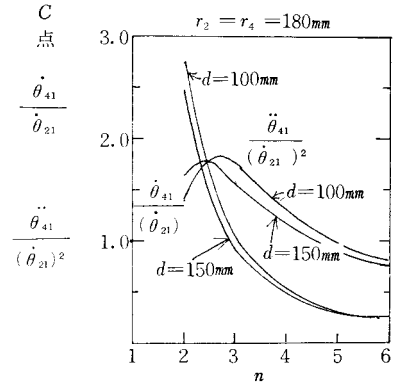


図13 n を指定したC点の角速度, 角加速度

表6 最大角速度の値と θ_{21} $r_2=r_4=18\text{ mm}$

n	$d=150\text{ mm}$		$d=100\text{ mm}$	
	最大角速度の θ_{21}	$(\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21})_{\max}$	最大角速度の θ_{21}	$(\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21})_{\max}$
2	256.18730°	2.989572	247.97611°	3.083294
2.5	259.63001°	2.500032	254.05979°	2.525744
3	260.95266°	2.310420	256.24011°	2.321408
4	262.01641°	2.157412	257.93865°	2.160883
5	262.44135°	2.096174	258.60387°	2.097728
6	262.65666°	2.065124	258.93795°	2.065955

代入すれば最大角速度は次式で得られる。

$$\left(\frac{\dot{\theta}_{41}}{\dot{\theta}_{21}}\right)_{\max} = \frac{r_2 + e}{r_2} \dots\dots\dots(25)$$

$r_2 = r_4 = 18 \text{ mm}$, $d = 150, 100 \text{ mm}$ の場合 $n = 2 \sim 6$ の場合の最大角速度の位置における θ_{21} の値と $(\dot{\theta}_{41}/\dot{\theta}_{21})_{\max}$ の値を計算したものを表6と図14に示す。

図14から n の増加により最大角速度が急速に減少し n が小さい間は d が小さい方がやや大きな値であるが、 n が大きいと殆んど一致する。

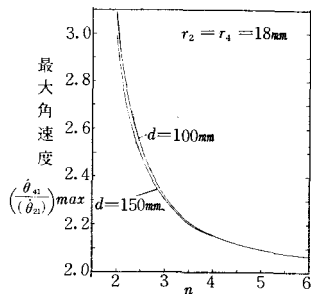


図14 nを指定した場合の最大角速度

§ 9 被動歯車の最大角加速度 ($r_2 = r_4$)

被動歯車の最大角加速度は図9, 12を参照すれば運動の始点 $\theta_{21} = 0$ と $\theta_{21} = 180^\circ$ の位置で生ずることがわかる。

角加速度の式(9)を θ_{21} で微分し左辺を零とおけば次式が得られる。

$$\{2de \sin \theta_{21} \cos \theta_{21} + (-2de \sin \theta_{21}) \cos \theta_{21} - \sin \theta_{21} (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})\} \{d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21}\}^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})^{\frac{1}{2}} (-2de \sin \theta_{21}) \{de \sin^2 \theta_{21} + \cos \theta_{21} (d^2 + e^2 + 2de \cos \theta_{21})\} = 0 \dots\dots\dots(26)$$

この式を $\sin \theta_{21} \neq 0$ として整理すれば次の2次式が得られる。

$$d^2 e^2 \cos^2 \theta_{21} + de(d^2 + e^2) \cos \theta_{21} + d^4 - d^2 e^2 + e^4 = 0$$

これを解けば

$$\cos \theta_{21} = \frac{-(d^2 + e^2) \pm (d^2 - e^2) \sqrt{-3}}{2de}$$

となり、 $\cos \theta_{21}$ が虚根となるので $\sin \theta_{21} = 0$ が根となることがわかる。よって $\theta_{21} = 0, 180^\circ$ において最大角加速度を与えることがわかる。

(1) 始点の角加速度 式(9)に $\theta_{21} = 0$ を代入すれば

$$\frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = -\frac{de}{r_2(d+e)} \dots\dots\dots(27)$$

(2) $\theta_{21} = 180^\circ$ の最大角加速度 式(9)に $\theta_{21} = 180^\circ$ を代入すれば

$$\frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = \frac{de}{r_2(d-e)} \dots\dots\dots(28)$$

が得られる。

そこで $d = 80 \sim 200 \text{ mm}$ を与えて同じ休止期間の場合の e の値を式(22), (20)より求め、式(27), (28)より $\theta_{21} = 0, 180^\circ$ の最大角加速度を求めたものを表7, 8, 9と図15に示す。

図15は $\theta_{21} = 0, 180^\circ$ の最大角加速度に及ぼす d の影響を求めたもので、 d が 100 mm 以下の場合 $\theta_{21} = 180^\circ$ の最大角加速度は上昇するが 100 mm 以上では殆んど影響がない。

表7 $n = 2, r_2 = r_4 = 18 \text{ mm}$ の e と最大角加速度

d mm	80	100	125	150	175	200
e mm	39.17675	37.49933	36.42764	35.81229	35.41246	35.13161
$\theta_{21} = 0$	- 1.46101	- 1.51513	- 1.56708	- 1.60611	- 1.63625	- 1.66014
$\theta_{21} = 180^\circ$	4.26519	3.33324	2.85608	2.61355	2.46647	2.36765

表8 $n=3, r_2=r_4=18\text{ mm}$ の e と最大角加速度

$d\text{ mm}$	80	100	125	150	175	200
$e\text{ mm}$	23.95670	23.78535	23.66303	23.58756	23.53629	23.49915
$\theta_{21}=0$	- 1.02422	- 1.06750	- 1.10536	- 1.13236	- 1.15256	- 1.16825
$\theta_{21}=180^\circ$	1.89986	1.73380	1.62159	1.55493	1.51076	1.47932

表9 $n=4, r_2=r_4=18\text{ mm}$ の e と最大角加速度

$d\text{ mm}$	80	100	125	150	175	200
$e\text{ mm}$	20.94798	20.89585	20.85756	20.83342	20.81679	20.80464
$\theta_{21}=0$	- 0.92228	- 0.96023	- 0.99305	- 1.01626	- 1.03355	- 1.04691
$\theta_{21}=180^\circ$	1.57661	1.46753	1.39083	1.34409	1.31263	1.29000

§10 A点の角加速度 ($r_2=r_4$)

休止期間に入る A 点の角加速度を求めるには式(11)を式(9)に代入して整理すれば次式が得られる。

$$\frac{\ddot{\theta}_{41}}{(\dot{\theta}_{21})^2} = -\frac{1}{r_2} \times \frac{\sqrt{d^2 - r_2^2} \sqrt{e^2 - r_2^2}}{\sqrt{d^2 - r_2^2} + \sqrt{e^2 - r_2^2}} \dots\dots\dots (29)$$

前例と同様 $r_2=r_4=18\text{ mm}$, $d=150, 100\text{ mm}$, $n=2\sim 6$ を与え表3, 4より e を求め, 式(29)により角加速度を計算したものを表10に示す。

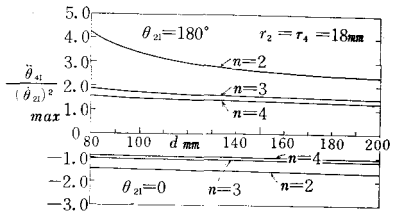


図15 最大角加速度に及ぼす d の影響

表10 A点の角加速度 $r_2=r_4=18\text{ mm}$

n	$d=150\text{ mm}$		$d=100\text{ mm}$	
	A点の θ_{21}	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$	A点の θ_{21}	$\ddot{\theta}_{41}/(\dot{\theta}_{21})^2$
2	37.06562°	-1.423956	39.05574°	-1.369572
2.5	48.70128°	-0.984964	51.32108°	-0.951669
3	56.63159°	-0.768256	59.54987°	-0.745886
4	66.66040°	-0.544407	69.84541°	-0.532197
5	72.71222°	-0.425882	76.00987°	-0.418133
6	76.75273°	-0.351161	80.10893°	-0.345017

この表から n の増加と共に角加速度は急減するが, d の影響は余り見られない。

§11 結 論

チェーン歯車機構の駆動歯車と被動歯車が同じ歯数の場合間欠運動機構に応用する理論式を導き次の結論を得た。

- (1) 駆動歯車の偏心量を変えることにより休止期間を自由に変化させることができる。
- (2) 休止期間を非常に長くするすなわち $n < 2$ にすると偏心量が非常に大きくなり充分軸間距離を大にせぬとチェーンがもつれ, 遊び車が必要となるだけでなく運動学上問題を生ずる。
- (3) 休止期間が短い場合すなわち $n \geq 2$ の場合は n を大にする程最大角加速度は小さく運動学上良好である。

以上により休止期間が短い場合は充分間欠運動機構として利用できる。高速回転の場合は被動歯車のロック機構としてラチェットを使用しているため騒音を発するから別のロック機構を使用せねばなら

ぬ。

駆動歯車と被動歯車の歯数が異なる場合、例えば $r_4 = 2r_2$ の場合は駆動歯車が1回転すれば被動歯車は $\frac{1}{2}$ 回転し、 $2r_4 = r_2$ の場合は駆動歯車が1回転すれば被動歯車が2回転するので、間欠運動機構としてゼネバ歯車に対する星型歯車のように間欠運動がかなり自由になされ、構造が簡単な特長がある。次報にはこのような場合について論ずる。

文 献

- 1) 糸島寛典；チェーン歯車機構の研究（第1報），呉高専研究報告，第7巻，第2号，7～18頁，1972.
- 2) 糸島寛典；3歯車リンク機構の研究（第1報），呉高専研究報告，第6巻，第1号，25～36頁，1970.
- 3) 糸島寛典；3歯車リンク機構の研究（第2報），呉高専研究報告，第7巻，第1号，31～43頁，1971.

（昭和47年7月31日 受付）

単弦運動カムの滑り率の研究 (第2報)

(機械工学科) 糸 島 寛 典・野 原 稔

Studies on the Specific Sliding of the Simple Harmonic Motion Cam (Report 2)

Hironori ITOSHIMA and Minoru NOHARA

In the first report we studied the specific sliding between the simple harmonic motion cam and follower. In this report, when the concave follower is given as a reciprocating motion, we examine the specific sliding between the cam and follower with the concave follower.

§ 1 緒 言

前報¹⁾において往復動並びに揺動従動節に凸面円弧および平板形状を、単弦運動カムに対して用いた場合の滑り率について論じたが、本報においては従動節の型は往復動とし、凹面円弧形状を持たせた場合の滑り率を調べる。

§ 2 記 号

θ : カムの回転角	ϕ : 押進め角
θ_0 : 往き行程のカムの回転角	θ_r : 戻り行程のカムの回転角
θ_d : 上昇点における停止期間中のカムの回転角	R_0 : カムの基礎円半径
e : カムのかたより量	H : 従動節のリフト
r : 凹面円弧従動節の半径	h : 従動節の変位
f : O_1M の距離	$\frac{dh}{d\theta}$: カムの角速度に対する従動節の速度
$\frac{d^2h}{d\theta^2}$: カムの角速度の2乗に対する従動節の加速度	
$\frac{d^3h}{d\theta^3}$: カムの角速度の3乗に対する従動節の2次加速度	
v : 従動節の速度	ω : カムの角速度 (一定)
ρ_T : 接触点の曲率半径	ρ_{TA} : 始点 A の曲率半径
σ_1 : カムの滑り率	σ_2 : 従動節の滑り率

§ 3 従動節の変位, 速度, 加速度, 2次加速度

前報¹⁾において示したようにカム線図は図1のようになり, $\theta_d=0$ とする。

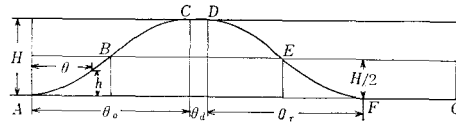


図1 単弦運動カムのカム線図

3・1 行き行程 ($0 \leq \theta \leq \theta_0$) の変位, 速度, 加速度, 2次加速度

変位, 速度, 加速度は前報¹⁾と同様で加速度を時間 t で微分したものが2次加速度で, $d^3h/dt^3 = \omega^3 d^3h/d\theta^3$ となり, $d^3h/d\theta^3$ に比例する。ただし ω は一定である。

$$h = \frac{H}{2} (1 - \cos \frac{\pi\theta}{\theta_0}), \quad \frac{dh}{d\theta} = \frac{\pi H}{2\theta_0} \sin \frac{\pi\theta}{\theta_0}$$

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{\pi^2 H}{2\theta_0^2} \cos \frac{\pi\theta}{\theta_0}, \quad \frac{d^3h}{d\theta^3} = -\frac{\pi^3 H}{2\theta_0^3} \sin \frac{\pi\theta}{\theta_0}$$

3・2 戻り行程 ($\theta_0 + \theta_d \leq \theta \leq \theta_0 + \theta_d + \theta_r$) の変位, 速度, 加速度, 2次加速度

戻り行程の場合も同様にして次式で与えることができる。

$$h = \frac{H}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi\{\theta - (\theta_0 + \theta_d)\}}{\theta_r} \right], \quad \frac{dh}{d\theta} = -\frac{\pi H}{2\theta_r} \sin \frac{\pi\{\theta - (\theta_0 + \theta_d)\}}{\theta_r}$$

$$\frac{d^2h}{d\theta^2} = \frac{\pi^2 H}{2\theta_r^2} \cos \frac{\pi\{\theta - (\theta_0 + \theta_d)\}}{\theta_r}, \quad \frac{d^3h}{d\theta^3} = \frac{\pi^3 H}{2\theta_r^3} \sin \frac{\pi\{\theta - (\theta_0 + \theta_d)\}}{\theta_r}$$

§4 凹面圆弧従動節に対するカムの理論

前報²⁾において概略は述べられているが, 単弦運動カムに凹面圆弧従動節を用いる場合は, 2次加速度すなわち $d^3h/d\theta^3$ が生じることに注意しなければならない。

図2は往復凹面圆弧従動節を示し, カムの中心は O で, e だけかたよっている。 O を原点として $\xi\eta$ 座標をとり, 従動節を Y 軸, それと直角に X 軸をとり, X 軸と ξ 軸の距離を h とす。カム上に O を原点とする固定座標 xy 座標をとり, x 軸と ξ 軸との角を θ とす。いま接触点 T の XY 座標を X_T, Y_T とすれば, 前報²⁾から

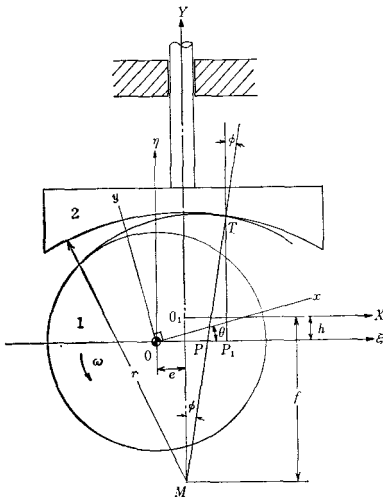


図2 凹面従動節に対する板カム

$$X_T = \frac{r \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2}},$$

$$Y_T = \frac{r(f-h)}{\sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2}} - f \dots (1)$$

ただし $f = \sqrt{(r - R_0)^2 - e^2}$

で与えられているから, 式(1)を θ で微分すると

$$\frac{dX_T}{d\theta} = \frac{r(f-h) \left\{ \frac{d^2h}{d\theta^2} (f-h) + \frac{dh}{d\theta} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \right\}}{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}} \dots (2)$$

$$\frac{dY_T}{d\theta} = \frac{-r \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \left\{ \frac{dh}{d\theta} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) + \frac{d^2h}{d\theta^2} (f-h) \right\}}{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}} \dots (3)$$

となり、さらに式(2)を θ で微分し、 $d^2X_T/d\theta^2$ の分子を A 、分母を B とおけば

$$\begin{aligned}
 A &= -r \left[\left[\frac{dh}{d\theta} \left\{ \frac{d^2h}{d\theta^2} (f-h) + \frac{dh}{d\theta} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \right\} - (f-h) \left\{ \frac{d^3h}{d\theta^3} (f-h) \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{d^2h}{d\theta^2} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \right\} \right] \left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2 \right\} + 3(f-h) \left\{ \frac{d^2h}{d\theta^2} (f-h) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{dh}{d\theta} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \right\} \left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \frac{d^2h}{d\theta^2} - (f-h) \frac{dh}{d\theta} \right\} \right] \\
 B &= \left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}
 \end{aligned}$$

であるから

$$\frac{d^2X_T}{d\theta^2} = \frac{A}{B} \dots\dots\dots(4)$$

となる。同様に式(3)を微分し、分子= C 、分母= D とすれば

$$\begin{aligned}
 C &= -r \left[\left[\left\{ \frac{d^2h}{d\theta^2} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \left(2 \frac{dh}{d\theta} - e \right) + \left(\frac{d^2h}{d\theta^2} \right)^2 (f-h) \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{d^3h}{d\theta^3} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) (f-h) \right\} \right] \left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2 \right\} - 3 \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \right. \\
 &\quad \left. \left[\frac{dh}{d\theta} \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) + \frac{d^2h}{d\theta^2} (f-h) \right] \left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right) \frac{d^2h}{d\theta^2} - (f-h) \frac{dh}{d\theta} \right\} \right]
 \end{aligned}$$

となり $D=B$ であるから次式が得られる。

$$\frac{d^2Y_T}{d\theta^2} = \frac{C}{D} \dots\dots\dots(5)$$

いま図2より T 点の XY 座標を xy 座標に変換すればカム輪郭は次式のようなになる。

$$x = (X_T + e) \cos \theta + (Y_T + h) \sin \theta, \quad y = (Y_T + h) \cos \theta - (X_T + e) \sin \theta \dots\dots\dots(6)$$

接触点軌跡は次式で表わされる。

$$\xi_T = X_T + e, \quad \eta_T = Y_T + h \dots\dots\dots(7)$$

ここで接触点 T のカムの曲率半径を ρ_T とすれば

$$\rho_T = \frac{\left\{ \left(\frac{dx}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{d^2y}{d\theta^2} - \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d^2x}{d\theta^2}} \dots\dots\dots(8)$$

であるから式(6)を1回および2回 θ で微分して式(8)に代入すると ρ_T は次式のようなになる。

$$\begin{aligned}
 \rho_T &= \frac{\left[\left\{ \frac{dX_T}{d\theta} + (Y_T + h) \right\}^2 + \left\{ \frac{dY_T}{d\theta} + \frac{dh}{d\theta} - (X_T + e) \right\}^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\left\{ \frac{dY_T}{d\theta} + \frac{dh}{d\theta} - (X_T + e) \right\} \left[\frac{d^2X_T}{d\theta^2} + 2 \left(\frac{dY_T}{d\theta} + \frac{dh}{d\theta} \right) - (X_T + e) \right] - \left[\frac{dX_T}{d\theta} + (Y_T + h) \right] \left[\frac{d^2Y_T}{d\theta^2} + \frac{d^2h}{d\theta^2} - 2 \frac{dX_T}{d\theta} - (Y_T + h) \right]} \dots\dots\dots(9)
 \end{aligned}$$

次に図2において MT と Y 軸のなす角すなわち押込め角 ϕ は T 点より ξ 軸に垂線を下した垂線の足を P_1 とすれば次式で与えられる。

$$\tan \phi = \frac{PP_1}{TP_1} = \frac{X_T - X_P}{Y_T - Y_P} = \frac{\frac{dh}{d\theta} - e}{\sqrt{(r - R_0)^2 - e^2} - h} \dots\dots\dots(10)$$

次に滑り率について述べると前報¹⁾よりカムと従動節の滑り率 σ_1, σ_2 は次式で与えられている。

$$\sigma_1 = \frac{\rho_T + r}{\rho_T} \cdot \frac{TP}{r + TP}, \quad \sigma_2 = \frac{\rho_T + r}{r} \cdot \frac{TP}{\rho_T - TP}$$

これは凸面従動節に対するものであるから、凹面従動節用には r を負にせねばならぬので次式のようなになる。

$$\sigma_1 = \frac{\rho_T - r}{\rho_T} \cdot \frac{TP}{TP - r}, \quad \sigma_2 = \frac{r - \rho_T}{r} \cdot \frac{TP}{\rho_T - TP} \dots\dots\dots(11), (12)$$

TP は図2において

$$TP = \sqrt{TP_1^2 + PP_1^2} = r - \sqrt{\left(\frac{dh}{d\theta} - e\right)^2 + (f-h)^2} \dots\dots\dots(13)$$

で与えられることがわかる。

また後にカムの最大滑り率を与えて円弧半径 r を求める必要があるために式(11)を変形し式(9)と式(13)の式に $\theta = \theta_0$ を代入し、変形すれば次式が得られる。

$$r = \frac{(\sigma_1 - 1)\theta_0^2(R_0 + H)^2}{(\sigma_1 - 1)\theta_0^2(R_0 + H) - 16200H\sigma_1} \dots\dots\dots(14)$$

§ 5 凹面円弧半径

凹面円弧従動節の半径 r がカムの最大曲率半径 ρ_{Tmax} よりも大でなければ、カムとしての作用を果さないで、 $r > \rho_{Tmax}$ となる必要があり、カムを設計するとき充分注意を要する。

また理論的には凹面円弧従動節であるので、 $r < \infty$ でなければ凹面が成立しないから、 $\infty > r > \rho_{Tmax}$ なる条件を満足しなければならない。

5・1 凹面円弧半径の選択

いま、凹面円弧半径 r の選択をするために、一例として r を充分大きくとった場合について、曲率半径を調べてみる。

本報では r の最大値を $r = 160$ mm とするので、 $r = 160$ mm, $e = 0$, $R_0 = 34$ mm, $H/R_0 = 0.5$, $\theta_0 = \theta_r = 120^\circ$ の場合の曲率半径を図9に示すと、行き行程においては始点Aで ρ_{Tmax} となっており、 $r > \rho_{Tmax}$ なる条件を満足し、曲率半径もなめらかに変化している。

次に r を変化させた場合、どの程度まで r を小さくでき、曲率半径においても、 $\rho_T < 0$ 、又はその他の条件により、カムとして好ましくない状態が生じることはないか調べる必要がある。そこで上記した条件を調べるために、いま始点Aで ρ_{Tmax} が生じているので、縦軸に ρ_{TA} を、横軸に r をとり、 $r > \rho_{Tmax}$ を調べると同時に、その r 値を使用した場合の曲率半径についても調べ、カムとして好ましくない状態が生じた場合は、 r 値は使用できないものとし、その結果を図3に示すが、本報においては $R_0 = 34$ mm とした。

図3において、 $H/R_0 = 0.5$ で $\theta_0 = 110^\circ$ のとき $r = 150$ mm, $\theta_0 = 120^\circ, 140^\circ$ のとき $r = 90$ mm, $\theta_0 = 160^\circ$ のとき $r = 70$ mm 以下は使用できない。また $H/R_0 = 1.0$ で $\theta_0 = 120^\circ$ のとき $r = 160$ mm, $\theta_0 = 140^\circ$ のとき $r = 120$ mm 以下は使用できないことがわかる。しかし、 $H/R_0 = 1.0$ で $\theta_0 = 160^\circ$ の場合は、始点Aで ρ_{Tmax} とならないため図3に記入していないが、 $r = 120 \sim 160$ mm 間が使用できる。

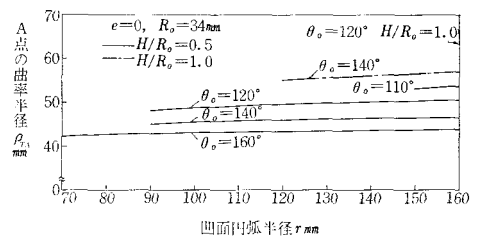


図3 r に対する ρ_{TA} の影響

§ 6 押進め角

単弦運動カムは中速度以下の機械に使用されるので、押進め角はある程度大きくとれる。

いま一例として式(10)を用いて、 $e=0, R_0=34\text{ mm}, \theta_0=\theta_r=120^\circ$ で $H/R_0=0.5$ の場合を計算し図4に示すと、最小使用限界の $r=90\text{ mm}$ において、 $\theta=67.0^\circ$ で $\phi_{\max}=15.26^\circ$ でありさらに r を大きく

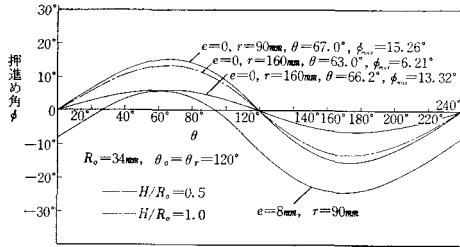


図4 r に対する ϕ の影響

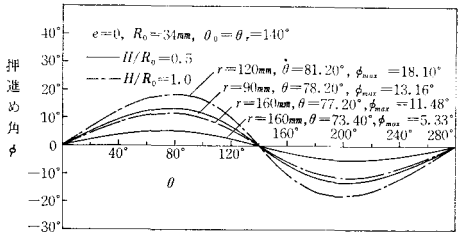


図5 r に対する ϕ の影響

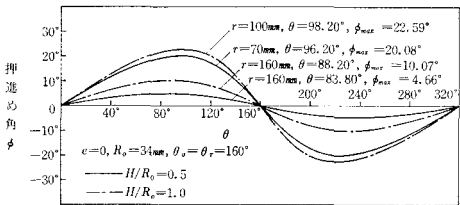


図6 r に対する ϕ の影響

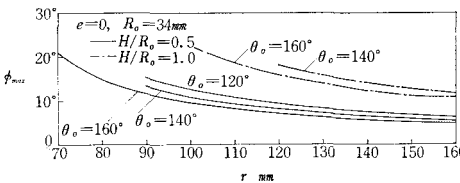


図7 r の変化による行き行程の ϕ_{\max}

し $r=160\text{ mm}$ とすれば、 $\theta=63.0^\circ$ で $\phi_{\max}=6.21^\circ$ となり、 ϕ_{\max} は小さくなるのだから、 e を増して ϕ_{\max} を小さくする 必要は生じないがここでその一例として、行き行程における 押進め角を 同一条件すなわち $r=90\text{ mm}, R_0=34\text{ mm}, H/R_0=0.5$ とした場合を $e=0, e=8\text{ mm}$ と比較すれば、押進め角は小さくなっていることがよくわかる。しかし戻り行程において、 ϕ_{\max} は大きな値をとる。

また $H/R_0=1.0$ の場合、使用可能な凹面円弧半径は $r=160\text{ mm}$ であるが、 $\theta=66.2^\circ, \phi_{\max}=13.32^\circ$ となり押進め角として特に問題はない。次に両行程のカムの回転角を増したときすなわち $\theta_0=\theta_r=140^\circ$ とした場合、押進め角はどのようになるかを調べ、図5に示すと $H/R_0=1.0, \theta_0=\theta_r=140^\circ$ において使用できる凹面円弧半径は、 $r=120\text{ mm}$ であり $\theta=81.2^\circ$ で $\phi_{\max}=18.10^\circ$ となり、 $r=160\text{ mm}, \theta=77.20^\circ$ で $\phi_{\max}=11.48^\circ$ となっており、基礎円半径が同じであれば $H/R_0=0.5, H/R_0=1.0$ の場合ともあまり差のないことがわかる。さらに $\theta_0=\theta_r=160^\circ$ とした場合、 $H/R_0=1.0$ で使用できる凹面円弧半径は $r=100\text{ mm}$ であり、 $\theta=98.20^\circ$ で $\phi_{\max}=22.59^\circ$ とはじめて ϕ_{\max} が 20° を越えている点が注目される。なお $r=160\text{ mm}$ の場合、 $\theta=88.20^\circ, \phi_{\max}=10.07^\circ$ となり $\theta_0=\theta_r=140^\circ$ の場合より幾分小さくなっている。いまここで r を変化させたとき、行き行程 θ_0 に対する ϕ_{\max} の値を図7に示しておくが、 $\theta_0=160^\circ, H/R_0=0.5, r=70\text{ mm}$ と $\theta_0=160^\circ, H/R_0=1.0, r=100\text{ mm}$ の場合において ϕ_{\max} が 20° を越えており、 r を増すにつれて ϕ_{\max} は小さくなって行くことがわかる。

§ 7 曲率半径

凹面円弧半径の選択で r の使用できる範囲について述べていないが、図9において示すと $e=0, R_0=34\text{ mm}, \theta_0=\theta_r=120^\circ, H/R_0=0.5, r=80\text{ mm}$ のように $\theta=110^\circ\sim 130^\circ$ 付近においてカム輪郭に切下げを生じ、所期の変位が得られなくなるためである。いまその状態をより明確にするために式(6)を用い $r=70\text{ mm}$ とし $H/R_0=0.5$ の場合を計算し図8に示すが、カム輪郭が交差し切下げが生じている。

また式(9)を用いて ρ_T を計算し図9, 10, 11に示すが、各図において共通して言えることは、カムの行き行程の終点で $\rho_{T\min}$ を生じ、凹面円弧半径を大きくすれば $\rho_{T\min}$ が大となり、 ρ_T 曲線がなめら

かになることがわかり、図11が図9、10と特に異なる点は ρ_{Tmax} が始点Aでなく行程の途中に生じることである。

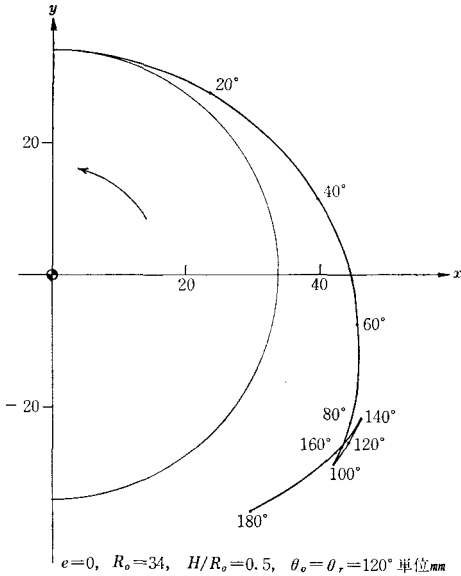


図8 切下げを生じているカム輪郭

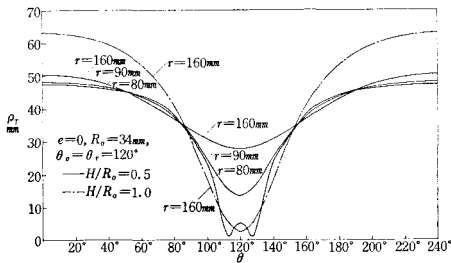


図9 r と ρ_T の関係

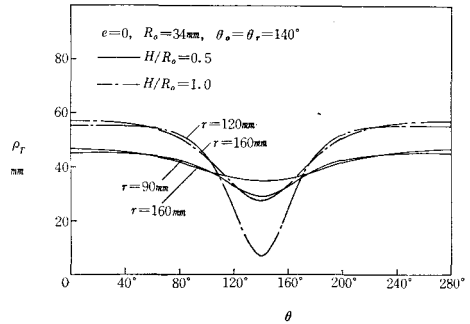


図10 r と ρ_T の関係

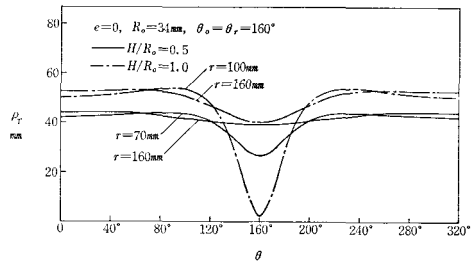


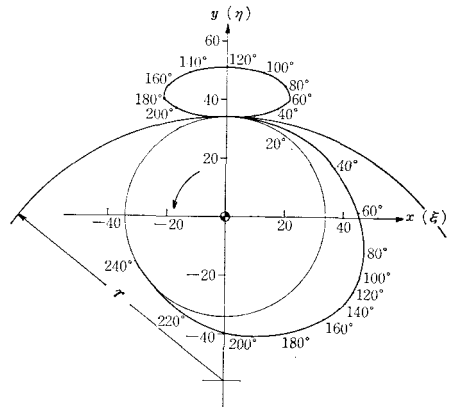
図11 r と ρ_T の関係

§ 8 カム輪郭と接触点軌跡

式(6),(7)を使ってカム輪郭と接触点軌跡を求めるが、最小凹面円弧半径 $r=90$ mm で $e=0, R_0=34$ mm, $H/R_0=0.5$, $\theta_0=\theta_r=120^\circ$ の場合を図12に示し、始点Aで ρ_{Tmax} を生じない場合の $r=100$ mm, $e=0, R_0=34$ mm, $\theta_0=\theta_r=160^\circ$ について図13に示しておく。

§ 9 滑り率

図14, 15, 16に与えられた条件で使用できる範囲において、r値の上限と下限についてのカムの滑り率 σ_1 と従動節の滑り率 σ_2 を、式(11),



$e=0, R_0=34, H/R_0=0.5, r=90; \theta_0=\theta_r=120^\circ$ 単位mm

図12 カムの輪郭と接触点軌跡

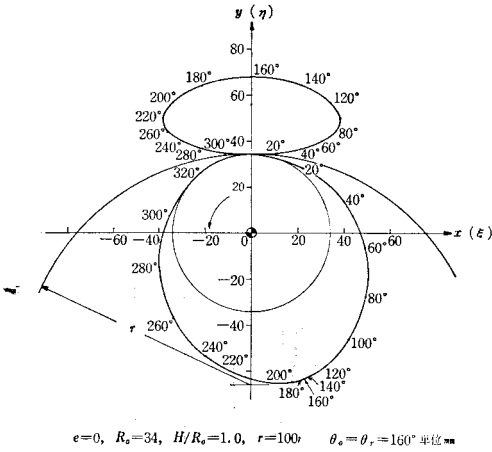


図13 カムの輪郭と接触点軌跡

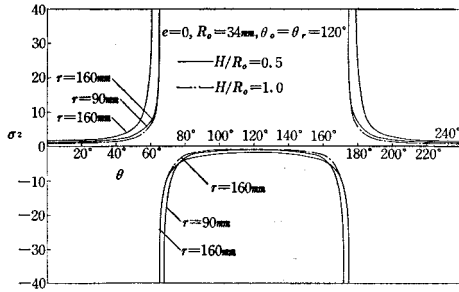


図14 従動節の滑り率

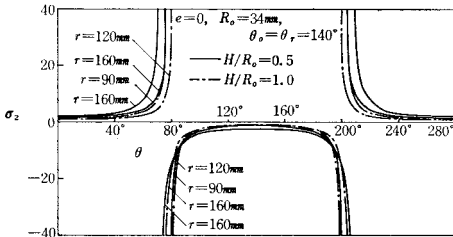


図15 従動節の滑り率

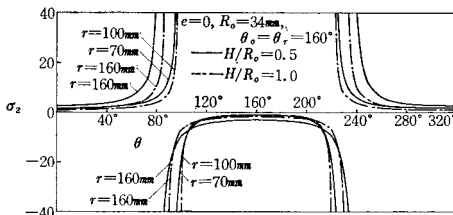


図16 従動節の滑り率

(12)を用いて計算し、 σ_2 について図14, 15, 16に示したが、 σ_2 はカムの回転中2カ所で無限大を生じ、 ϕ_{max} の絶対値すなわち $|\phi_{max}|$ なる θ の位置で σ_2 が無量大となる。このことは避けられないからカムの滑り率 σ_1 をできるだけ小さくすることが望ましい。そこで $R_0=34\text{ mm}$, $H/R_0=0.5$, $H/R_0=1.0$ の場合について図17, 18にカムの滑り率 σ_1 を示すが、共通して言えることは凹面円弧半径を最大とした $r=160\text{ mm}$ の場合、往き行程の後半において σ_1 が高くなっていることがわかる。

ここで前報¹⁾で述べた平板従動節並びに円弧従動節と $r=160\text{ mm}$ の凹面円弧従動節の滑り率 σ_1 を表1に示すが、滑り率は凹面円弧従動節を使用すると 60° 付近すなわち往き行程の中間までは平板従動節よりも低く、円弧従動節においては 20° 付近より低くなっている。しかし残り行程において、平板、円弧従動節よりも滑り率は高くなっていることがわかる。

いま凹面円弧従動節を使用した場合、往き行程の終点で σ_1 は最大となる。そこで R_0 を変化させた場合の r を式(14)を用いて計算した結果を図19に示すが、 R_0 を増し σ_1 を小さくして行けばある一定の R_0 を境とし σ_1 が大きくなることがわかるから、 σ_1 を指定した場合、適当な r, R_0 を選択することが可能である。

次に凹面円弧従動節上に生じる滑り率で $e=0, R_0=$

表1 凹面、平板、円弧従動節に対するカムの滑り率

条件 従動節 半径	$e=0, R_0=34\text{ mm}, H/R_0=0.5$		
	$r=160\text{ mm}$ 凹面	$r=\infty$ 平板	$r=20\text{ mm}$ 円弧
θ (度)	σ_1	σ_1	σ_1
0	0.58333	0.64000	0.55446
10	0.59195	0.64988	0.57930
20	0.61838	0.67965	0.64923
30	0.66429	0.72960	0.75087
40	0.73273	0.80000	0.86557
50	0.82829	0.89061	0.97626
60	0.95736	1.00000	1.07268
70	1.12767	1.12453	1.15154
80	1.34586	1.25714	1.21344
90	1.61000	1.38653	1.26014
100	1.89385	1.49740	1.29298
110	2.12984	1.57305	1.31261
120	2.22449	1.60000	1.31915

34 mm, $H/R_0=0.5$, $\theta_0=\theta_r=120^\circ$ の場合を図20に示しておく。

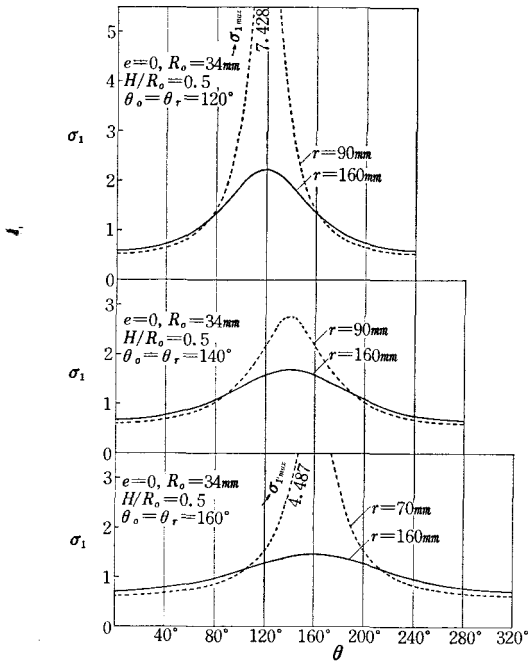


図17 カムの滑り率

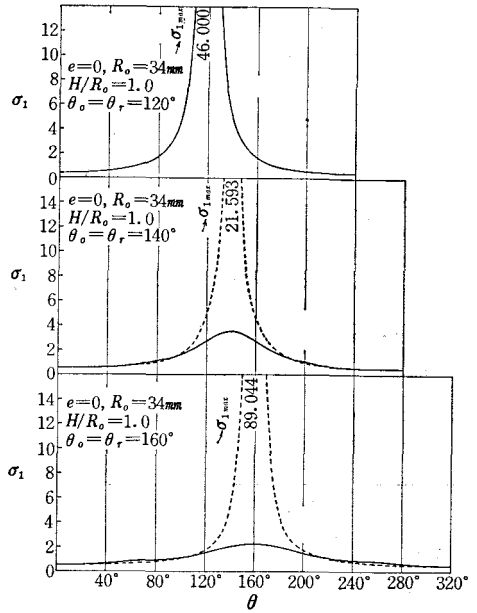


図18 カムの滑り率

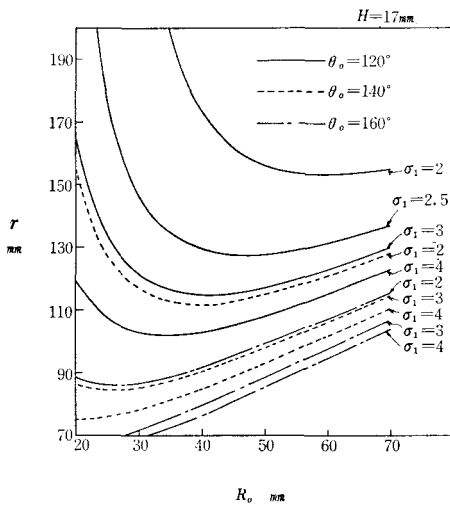


図19 σ_1 を指定した場合の R_0 に対する r

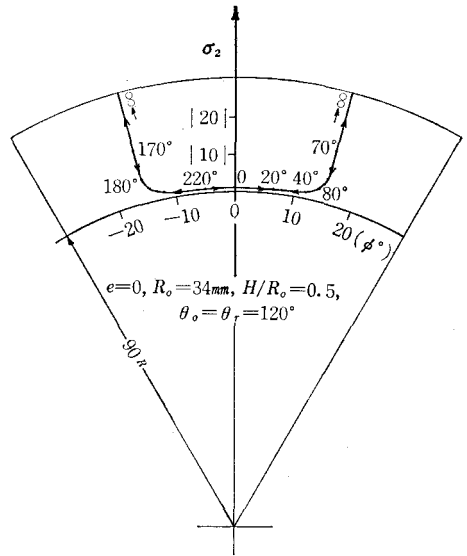


図20 凹面従動節上の滑り率

§10 結 論

以上の結果と前報¹⁾を参照し次の結論を得た。

- 1) 両行程のカムの回転角を一定の回転角より下げると切下げを生じ、カムとして所期の変位量が得られなくなる。
- 2) 両行程のカムの回転角が等しいとき往き行程の終点でカムの滑り率 σ_1 が最大となる。

3)カムの滑り率 $\sigma_{1\max}$ が凸面円弧，平板，凹面円弧の順に高くなり，凹面円弧従動節を用いると滑り率 σ_1 が往き行程の終りで最も大きくなる。このことより考えると3種類の従動節を使用する場合は，凸面円弧従動節を使用すればカムの滑り率を最小にすることが可能となり，凹面円弧従動節をすべり接触に使用する場合は十分な考慮を必要とする。

4)曲率半径 ρ_r は式(9)を用いて計算したが前報²⁾において $\frac{d^3h}{d\theta^3}=0$ とした場合の式

$$\rho_r = r - \frac{\left\{ \left(\frac{dh}{d\theta} - e \right)^2 + (f-h)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{e^2 + (f-h)^2 + 2 \left(\frac{dh}{d\theta} \right)^2 - 3e \frac{dh}{d\theta} + (f-h) \frac{d^2h}{d\theta^2}} \dots\dots\dots (15)$$

を用いて計算しても同一結果を得られることがわかった。そこで2次加速度 $\frac{d^2h}{d\theta^2}$ は ρ_r に関係しないと云える。非常に複雑な計算式(9)の代りに式(15)が利用できることは大変便利である。なお式(14)は式(15)を用いて計算したものである。

文 献

- 1) 糸島寛典・野原 稔：単弦運動カムの滑り率の研究（第1報）
呉高専研究報告，第7巻，第1号，59～64頁，1971
- 2) 糸島寛典：往復等加速度カムの滑り率の研究（第2報）
呉高専研究報告，第6巻，第2号，49～54頁1971
- 3) 小川 潔：機械学会論文集，21巻，106号，397～401頁，1955

(昭和47年7月31日受付)

Sn—5% Bi 合金の变形機構

(機械工学科) 大下 隆章・山根 光夫

Deformation Mechanism of Sn—5% Bi Alloy

Takaaki ŌSHITA and Mituo YAMANE

Sn—5%Bi alloy which was water quenched after heating for one hour at 150°C was tested by pulling at room temperature and at 80°C, and then the deformation mechanism of the alloy was observed by a metallurgical microscope and an electron microscope.

(1) Deformation of the material is performed mainly by grain boundary sliding, transgranular slip, and rotation of the crystal grain. The starting point of grain boundary sliding was found to be at the triple point of the crystal.

(2) When the strain is kept the same, rotation of the grains neighboring each other become larger as the strain-rate decreases.

(3) In the deformation occurring at room temperature, it was observed that transgranular slip appeared before grain boundary sliding. However, in the deformation occurring at 80°C, this relationship was reversed.

§ 1 諸 言

超塑性変形の基本的現象は、粒界すべり、転位の上昇運動を伴う塑性変形、および粒界移動や再結晶による変形であり、なかでも粒界すべりが最も大きな割合を占めるといわれている。代表的な超塑性材料である Zn—Al 合金は、超塑性を示さない変形では粒界すべりによるものはわずかに30%であるが、超塑性状態のもとでは60%以上にも及ぶとの報告¹⁾もある。

Alden²⁾ は粒度の異なる Sn—5% Bi 合金について、超塑性変形時のひずみ速度と粒界すべりの関係を検討し、ひずみ速度の小さいものほど全ひずみ量に対する粒界すべりの割合が大きいことを報告しているが、粒内変形との関連については十分な説明をしていない。そこで、超塑性変形における粒界すべりおよび粒内変形の関係を明らかにする目的で、室温および80°Cで種々の応力下でクリープ試験して、素材が破壊に至るまでの粒界すべりおよび粒内変形におよぼすひずみ速度の影響を顕微鏡観察によって検討した。

§ 2 試料および実験方法

Sn—5% Bi 合金を電気炉で溶解後脱酸(硼砂45%+弗化カルシウム40%+塩化カリ15%を重量割合で0.5%添加)して金型に290°Cで鑄込み10×10×80mmの角材とした。これを150°Cで30分間加熱後、同一温度で中間焼鈍をしながら冷間圧延して厚さ1mmの板材とした。この板材から図1に示す形状寸法の試験片を打抜いて150°Cで1時間加熱後水焼入れした。

焼入れされた素材の組織はその後の時間の経過とともに粗大化することが知られているので²⁾,

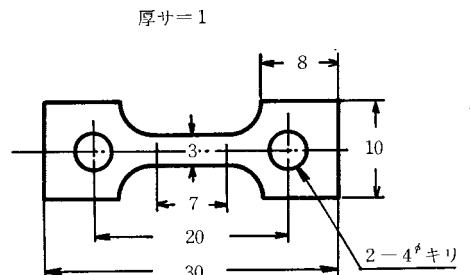
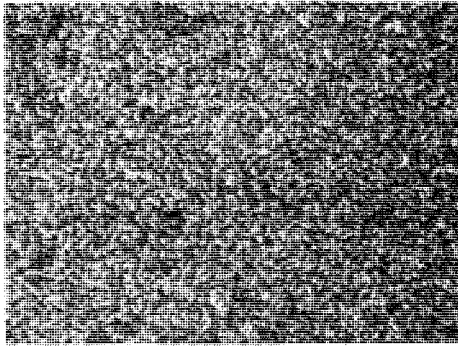
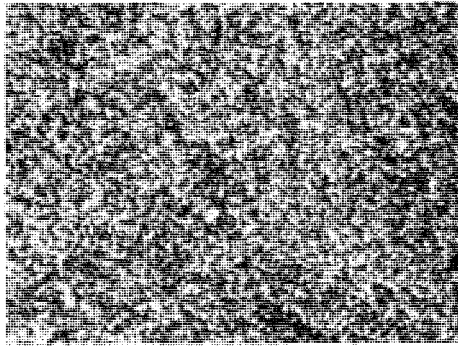


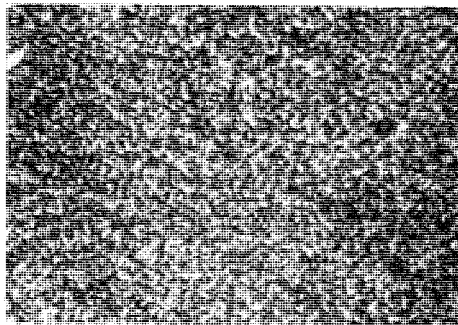
図1 試験片



(a) T-0



(b) T-2



(c) T-4

写真1 試料の組織 ($\times 500$)

T-0

写真2 試料の組織 ($\times 50$)

試験の時期を焼入直後、2日後および4日後に選んで粒度の異なる3種の試料とした(以後それぞれT-0, T-2およびT-4と呼ぶ)。これらの顕微鏡組織を写真1に示す。これによるといずれも微細な粒状組織であるが、焼入時間の経過とともに次第に粗大化していることがわかる。

写真2は焼入直後の組織を低倍率($\times 50$)で示したもので、微細粒状組織ではなく、明瞭な境界がみられる。この境界は焼入れされたZn-Al合金にもみられるが³⁾これは高温で单相 β 領域における結晶粒界(以後の粒界とはこれを意味する)であると思われる。

供試材は β 相領域における境界が存在し、変形時にこの粒内および粒界における変形が考えられる。写真3の装置によって試料を室温および 80°C の各温度に加熱したのち、ウォームおよびウォーム歯車によって種々のひずみ速度で引張り、ひずみ量の異なる時点で装置の下に置いた顕微鏡により粒内に発生するすべり線を低倍率($\times 50$)で、粒界の変形の様子を高倍率($\times 500$)で観察した。

供試材の機械的性質を知るために電気炉と負荷部からなる図2の装置でクリープ試験を行なった。試験片を取付けた後、所定の温度に加熱し、試料取付棒の下端に重錘を吊してクリープ試験をした。変形中の伸び量を試料取付棒の中間に付した突起とダイヤルゲージによって一定時間間隔で測定し、この伸び量から求まるひずみ量 ϵ と時間 t との関係を示す $\epsilon-t$ 線図を重錘の重量を種々

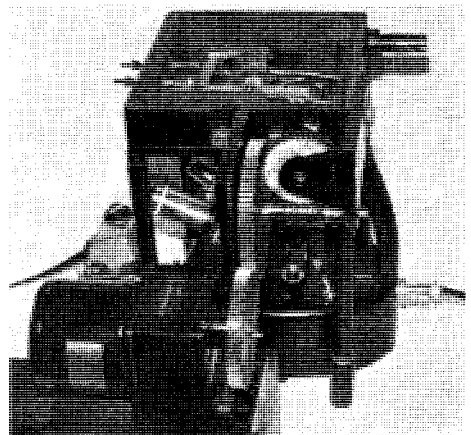


写真3 変形機構観察装置

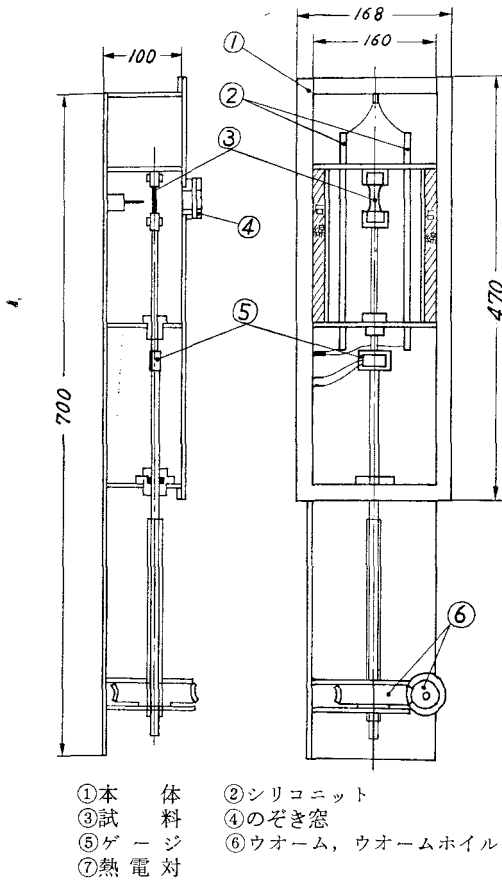


図2 クリープ試験装置の概要

に変えて室温および80°Cの温度において求めた。この図から定常クリープにあるときの直線の勾配を求めひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ とした。また重錘の重量を変形中の試料の断面積で除した商を流動応力 σ とし $\sigma-\dot{\epsilon}$ 線図を求めた。

また変形時の粒界近傍の変化を知るために、負荷前に試料を研磨し10% HCl 水溶液で腐食して検鏡可能としたのち0.4 μ のダイヤモンドペースト上を滑らせ変形前後の比較に供する基線をつくりクリープ試験をした。ひずみ量が15%に達した時点で装置から試料をはずして試料のレプリカを取り、クロームと炭素を蒸着して電子顕微鏡で観察した。

§3 実験結果とその考察

(1) 供試材の機械的性質

まず供試材の機械的性質を理解するために、150°Cで1時間加熱後水焼入したT-0、T-2

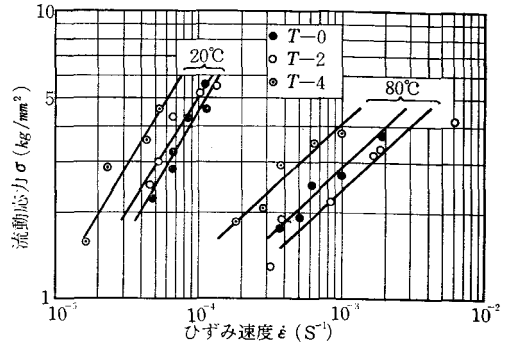


図3 流動応力とひずみ速度の関係

およびT-4について、室温および80°Cでクリープ試験して流動応力とひずみ速度の関係を調べた。その結果を図3に示す。

これによると室温における流動応力はT-0が最も小さく、焼入後の時間が長いほど大きくなっている。このことは焼入後の時間の経過とともに供試材の組織が次第に粗大化して粒界面積が減少し、粒界すべりを生じる場所が減少するためと思われる。80°Cにおいては焼入後2日経過したT-2が最も小さい流動応力を示している。供試材はこの温度で均一な β 相となり室温の場合とは異なるが、流動応力と粒度の関係は明らかでない。

試験温度が室温の場合も80°Cの場合もともに流動応力はひずみ速度の増加によって直線的に増加しており、 $\sigma=K\dot{\epsilon}^m$ の関係が成立する。この関係から求められるm値は室温ではT-0、T-2およびT-4に対してそれぞれ0.80、0.76および0.8である。80°Cにおいてはいずれの試料に対してもm値は0.44で粒度による影響は認められない。また単一 β 相の状態では流動応力に対するひずみ速度の影響は $\alpha+\beta$ 相のときに比べて小さい。

本合金の変形機構を知るために、試料T-0を室温および80°Cで種々のひずみ速度で引張り、結晶粒内のすべり線の発生および基線のづれにより粒界すべりの様子を観察した。

室温における組織変化の例を写真4~6に示す。写真4および5は低倍率($\times 50$)で撮影したもので、変形の初期段階において粒内に粗大すべり線が発生し、変形量の増加とともにすべり線は発展しながらその数を増している。写真6は高倍率($\times 500$)で示したもので、高倍率では加工前に

認められなかった粒界 (β 相) が次第に認められるようになる。そしてその起点は粒界の3重点と考えられる場所から発展していく。このことは3重点が応力集中の場所となり、最大の応力を生

じる点から粒界すべりが発生すると思われる。

写真7および写真8は同一試料を 80°C で引張ったときの組織変化を示す。

粒内すべりおよび粒界すべりが検知できることは室温における場合と同様であるが、粒界すべりが粒内すべりより先に発生するようになり、それぞれが最初に検知できるときのひずみ量は大きくなる。また高倍率でみられる粒界は鮮明に表われるようになる。

変形がすすめば写真8に示すように、粒内すべりおよび粒界すべりは更に大きくなって、基線は粒内で湾曲するとともに粒界は断層を生じたようになる。また隣接する粒内の基線は並行しておらず、結晶粒は粒界すべりと同時に回転していることを示している。変形時の連続観察によるとひずみ速度が大きければ基線のずれや回転が少なくなっている。このことは粒界強度が粒内強度よりも



写真4 20°C ($\times 50$)
 $\dot{\epsilon} = 1.67 \times 10^{-1} \text{min}^{-1}$
 $\epsilon = 6.4\%$
 $T = 0$



写真5 20°C ($\times 50$)
 $\dot{\epsilon} = 1.67 \times 10^{-1} \text{min}^{-1}$
 $\epsilon = 8.3\%$
 $T = 0$

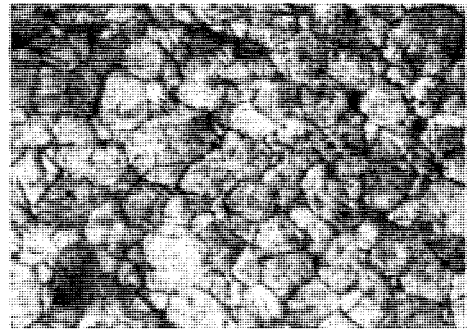


写真7 80°C ($\times 50$)
 $\dot{\epsilon} = 1.67 \times 10^{-1} \text{min}^{-1}$
 $\epsilon = 8.3\%$
 $T = 0$



写真6 20°C ($\times 500$)
 $\dot{\epsilon} = 1.67 \times 10^{-1} \text{min}^{-1}$
 $\epsilon = 8.8\%$
 $T = 0$

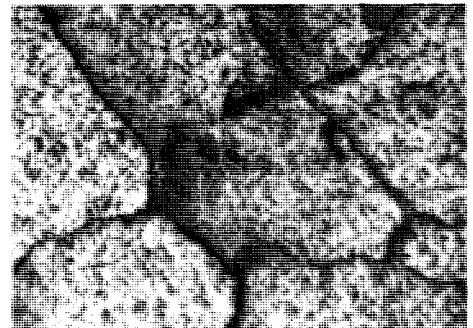


写真8 80°C ($\times 500$)
 $\dot{\epsilon} = 6.67 \times 10^{-3} \text{min}^{-1}$
 $\epsilon = 6.7\%$
 $T = 0$

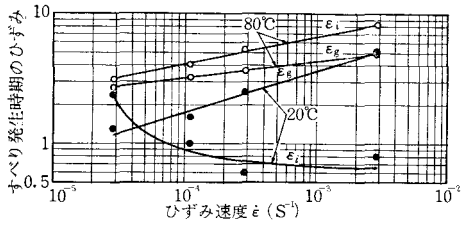


図4 粒内すべりおよび粒界すべりの発生時期 (ϵ_i, ϵ_g) とひずみ速度の関係 ($T=0$)



写真11 80°C (×5000)

$\dot{\epsilon} = 1.8 \times 10 \text{ min}^{-1}$

$T=0$



(a)

(b)

(c)

図5 粒界近傍の変形機構

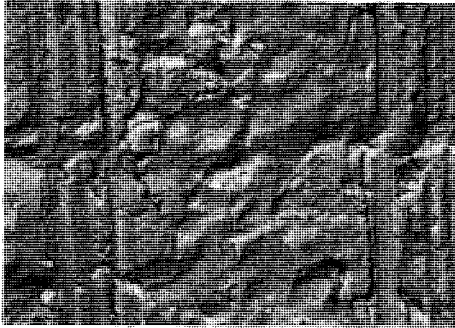


写真9 20°C (×5000)

$\dot{\epsilon} = 1.8 \times 10 \text{ min}^{-1}$

$T=0$



写真12 80°C (×5000)

$\dot{\epsilon} = 1.8 \times 10 \text{ min}^{-1}$

$T=0$

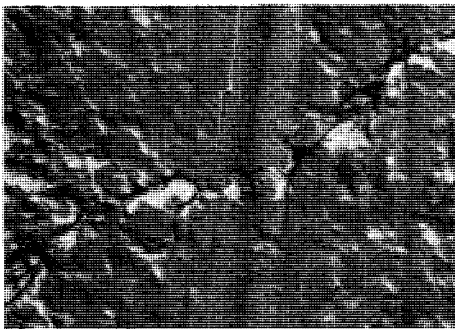


写真10 20°C (×5000)

$\dot{\epsilon} = 1.8 \times 10 \text{ min}^{-1}$

$T=4$

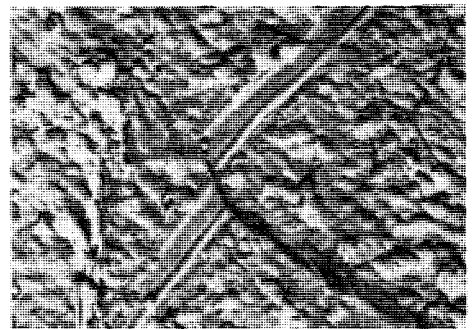


写真13 80°C (×5000)

$\dot{\epsilon} = 1.8 \times 10 \text{ min}^{-1}$

$T=2$

ひずみ速度の影響をよく受け、ひずみ速度の増加によって、全変形量に対する粒内変形の割合が多くなるものと思われる。変形が進行すれば、試料表面に凹凸が認められるようになり結晶粒間隔は次第に拡大されてついに破断するようになる。

以上のように室温では変形の初期において粒内すべりを発生するのでこのため素材の加工硬化が予想される、すなわち粒内すべり線の発展とその数を増加することによって、粒内強度が増加しこれが粒界の滑り抵抗以上になった時期に粒界すべりが発生すると考えれば、粒内のすべり線および粒界すべりの発生時期が、ひずみ速度によって変ると考えられる。このためT—0材について室温および80°Cでひずみ速度を変え、粒内すべりおよび粒界すべりが最初に検知できるときのひずみ量(それぞれ ϵ_i および ϵ_g とする)を調べた。その結果を図4に示す。室温においてはひずみ速度が極めて小さければ($\dot{\epsilon} < 4.5 \times 10^{-3}/s$) $\epsilon_i > \epsilon_g$ であり粒内すべりが発生する以前に粒界すべりが発生するが、 $\dot{\epsilon} > 4.5 \times 10^{-3}/s$ 以上では粒内すべりが先に生じている。

本合金の流動応力 σ はひずみ速度が大きいほど大きく、また超塑性材料の変形が主として粒界すべりによってなされることを考えればひずみ速度の上昇による流動応力の増加は、主として粒界すべりに対する抵抗がひずみ速度の増加によって増加するためと思われる。このためにひずみ速度が小さいときは粒界すべりの抵抗が極めて小さく、粒内すべりよりも先に粒界すべりを生じる。

前述のように粒界強度は粒内強度以上にひずみ速度の影響をうけ、ひずみ速度が大きくなれば粒界強度が粒内強度よりも大きくなるので、ひずみ速度が大きい場合は粒界すべりが生じる以前に粒内すべりが生じると考えられる。

80°Cにおいてはその温度が β 相の溶解度曲線に近く、粒界近傍にある原子が不安定状態になり粒界強度が粒内強度よりも小さくなるので、粒内すべりが生じる以前に粒界すべりが生じるようになると思われる。

このように粒界近傍は本合金の変形機構に重要

な役割を果たすので、粒界近傍における組織変化を更に熟知するために、ひずみ量15%のときの様子を電子顕微鏡によって観察した、その結果を写真9~13に示す。

これによると粒界近傍の変形は図5に示すようにそのタイプを(a)、(b)および(c)の3種に分類できる、(a)は粒界近傍で粒内変形がみられるが粒界すべりの生じないもの、(b)は粒界近傍の変形と粒界すべりが認められるもの、(c)は粒界近傍の変形はなく粒界すべりのみによって変形する場合である。

写真9および写真11は(a)のタイプであることを示しており、いずれもT—0材である。写真10および13は焼入後時間が経過したT—4材およびT—2材について示したもので(c)のタイプである。また写真12はT—0材を80°Cで変形した場合で粒界近傍が不安定状態でありこの部分で大きな変形を示している。

§ 4 結 言

150°Cで1時間加熱後水焼入したSn—5%Bi合金をクリープ試験して、その変形による組織変化を光学顕微鏡および電子顕微鏡で観察して変形機構を調べた結論を得た。

- 1) 変形は主として β 相のときの粒界すべり、粒内すべりおよび結晶粒の回転によってなされ、粒界すべりの起点は3重点である。
- 2) 同一ひずみ量ではひずみ速度が小さくなるにつれて隣接する結晶粒の回転は大きい。
- 3) 室温における変形では、粒界すべりが生じる以前に粒内すべりが生じ、80°Cにおける変形ではこの関係は逆になる。

参 考 文 献

- 1) D. L. Holt: Trans, AIME, 242 (1968), 25.
- 2) T. H. Alden: Acta, Met., 15 (1967), 469.
- 3) 竹岡, D. Oelschlägel and 和泉: 日本金属学会誌, 35 (1967), 11.

(昭和47年7月31日受付)

鋳鉄の金型鋳造における金属中子の検討

(機械工学科) 里 信 敏 行・片 島 三 朗*

A Study on the Metal Core in the Metal Mold for Iron Casting

Toshiyuki SATONOBU and Saburo KATASHIMA, Dr. Eng.

The use of metal core which is in the metal mold for iron casting has many advantages. On the contrary, however, some questions arise in the core removing force (CRF) and in micro structure being chilled.

Therefore, the experiments of minimizing CRF and preventing the structure from being chilled were conducted. The results obtained were as follows:

- 1) CRF was affected by the mold wash thickness of metal core and the temperature of removing the core. Attention must be paid to the material of castings and cores and the characteristics of mold wash.
- 2) CRF can be calculated from the measured results of the temperature of castings and cores.
- 3) Core taper, when proper mold wash thickness is given, does not affect CRF.
- 4) The structure can be prevented from being chilled, when the attention to molten metal constituent, proper mold wash and removing the core in proper temperature are given.

1. 緒 言

鋳鉄用金型は、主型を金型とし、シェルあるいはガス型中子を使用するのが普通である。そこで、さらに中子も金属製とすれば、造型工数節減、高精度、後処理の簡易化、作業場の清潔化などの利点が期待される。だが、その反面鋳造品と金属中子の分離、組織の白銹化などの問題をあらためて検討しなければならない。

鋳造品と金属中子の分離にあたっては、中子の抜き力 (Core Removing Force: CRF) をできるだけ小さくする必要があり、そのためには鋳造品と金属中子間の摩擦係数を最小にするとともに金属中子に加わる外圧を減じなければならない。摩擦係数は使用塗型の種類、層厚などに支配され、外圧は鋳込み温度、中子抜き温度ならびに使用塗型の空隙率などに影響される。

また、組織の白銹化は主として使用塗型の断熱

性、層厚ならびに離型温度を考慮すればよい。

以上のような観点から金型鋳造に金属中子を使用した場合のCRFの減少、組織の白銹化防止のための関係因子を検討する必要があると考えて本研究を行なった。

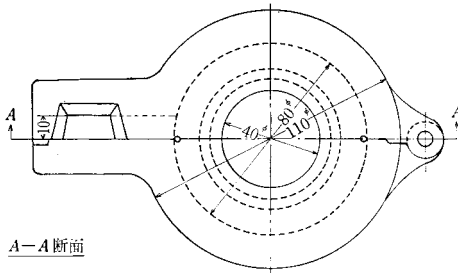
本報では、CRFについて理論的に関係因子の考察を行なうとともに、使用塗型の層厚、中子抜き温度、中子のこう配による影響をしらべ、組織の白銹化の問題は鋳込み試片 (以下単に試片とよぶ) の硬度とその点の組織を観察した。また、試片の金属中子との接触面の表面あらさも測定したのであわせてその結果を報告する。

2. 実験方法

使用した金型、金属中子 (以下単に中子とよぶ) を図1, 2に示す。概要はつぎのとおりである。¹⁾

金型壁厚の決定

* 広島大学精密工学科 工博



A-A断面

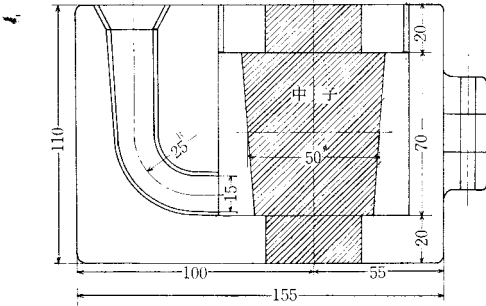


図1 鋳込み試験用金型

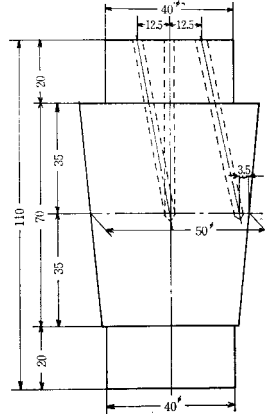
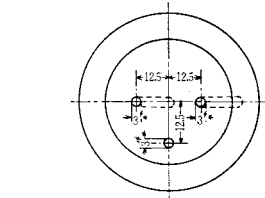


図2 鋳込み試験用中子

$$\delta_2 = 13 + 0.6\delta_1 \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 δ_2 : 金型の壁厚, δ_1 : 製品の壁厚である。

湯口比は

$$F_{せき} : F_{湯道} : F_{湯口} = 1 : 1.15 : 1.25 \dots\dots\dots(2)$$

で、せきの断面積は製品の壁厚、水頭の高さ、製品重量、流量係数を知ってノモグラフにより決定する。

注入時間は、下注ぎの場合

$$\tau = 3\sqrt{\delta G} \text{ (sec.)} \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 δ : 製品の平均壁厚 (mm), G : 製品重量 (kg)である。

なお、型材は耐熱性、耐焼損性、耐熱曲がり性が要求され、ねずみ鋳鉄が最もよい²⁾とされているので、次表の組成のものを使用した。

表1 金型材料の組成 (%)

C	Si	Mn	S	C.E.
3.44	1.70	0.68	0.097	4.01

表2 中子材料の組成 (%)

C	Si	Mn	P	S
3.55	3.39	0.38	0.65	0.025

中子には抜きこう配をつけ、 0° , 1° , 3° , 5° の4種による抜取り力の相違について検討した。塗型は金型に2重塗型を採用し、 150°C に予熱後、基礎塗型としてキラ粉の30%水混合液に10%の1号水ガラスを添加して0.1mm厚にスプレーガンで塗布した。また、作業塗型はアセチレンすずを使用した。

中子は 150°C で予熱後、10%粘土水溶液中に黒鉛を35%添加混合した黒鉛塗型をほどこした。中子に粘土系黒鉛塗型を採用したのは、塗型中の黒鉛の積層性によって摩擦係数が低下し、抜取り力が減少するというを考慮したためである。塗型材中の水分は中子に付着と同時に蒸発し、吸着水は中子を金型に装入後の予熱時に散逸する。

塗型厚さの測定には種々の方法がある³⁾が、本実験では塗型層の数箇所をけずり落とし、読取り顕微鏡で外型ならびに中子表面と塗型層表面との焦点距離を計測し、その差の平均値をもって塗型厚さとした。なお、塗型厚さは0.02~0.30mmの範囲にわたっている。

鋳型予熱温度は炉温 $250\sim 290^\circ\text{C}$ とし、注湯直前に接触温度計で测温する。

溶解は高周波溶解炉を用いて、アルミナ質るつぼで約2kgを大気溶解した。溶解成分を次表に示

表3 溶湯成分 (%)

C	Si	Mn	P	S
3.55	3.39	0.38	0.65	0.025

す。

鑄込み温度 1360~1380°C, 離型時間 1分とした。一般に, チル化を防止⁴⁾するためには, (1)黒鉛化元素の合計量の大きい鑄鉄を使用する。(2)金型を予熱する。(3)断熱被覆を金型のワーク面に施す。(4)鑄造品の焼鈍をおこなうなどの方法が考えられるので, 本実験では離型時間決定のための予

備実験を行なうとともに, (C+Si) 量の高いものを使用した。

中子を抜取るための抜取り装置には, ラック式, ねじ式, 偏心式などのものがあるが, ねじ式抜取り装置は大きな抜取り力が得られ, 停滞することなく滑らかに中子がとり出せるという利点をもっているので, 試作のものはねじ式を採用した。これを図3(a)に示す。

同図において, 伝導機構は, 減速されたモータの回転が主軸¹³に伝えられ, ねじ付スリーブ²²を介してプルーフィングリングを圧縮変形させる。そして, ストップ²にセットされた試片内の中子

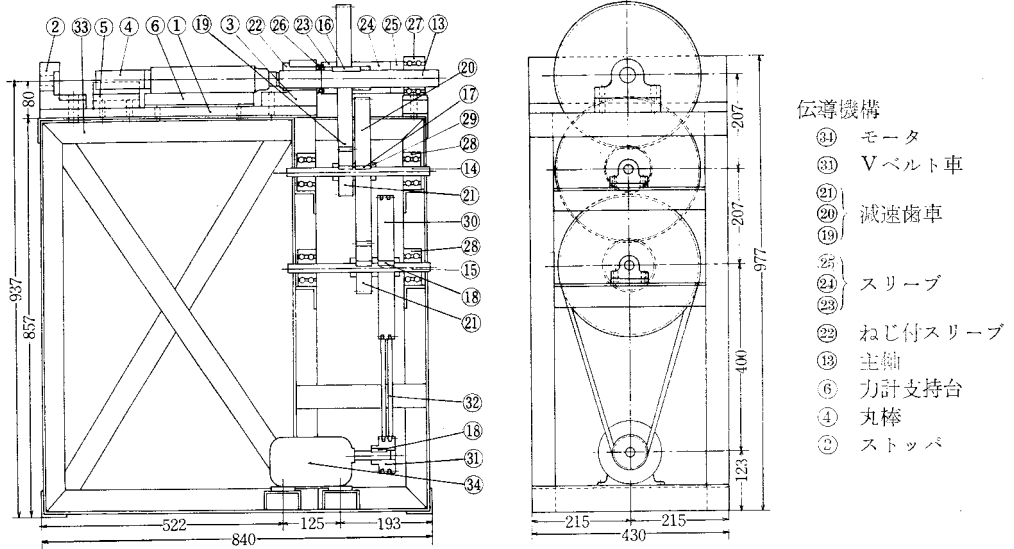


図3 (a) 中子抜取り力測定装置

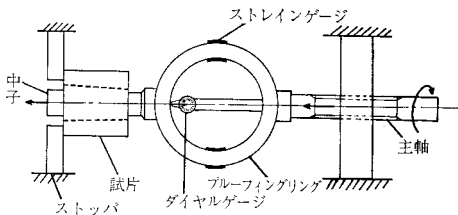


図3 (b) 中子抜取り力測定原理図

を丸棒⁴で押抜く。

測定原理は, ストレインゲージを貼付したプルーフィングリングを介してCRFをとりだし, ストレインメータを通してペン書きオシログラフに記録させるもので, 原理図を図3(b)に示す。な

お, CRFの最大値はプルーフィングリング内に直結されたダイヤルゲージによっても読取られる。また, この抜取り装置は最大3500kgのCRFまで得られるように設計してある。

中子抜取り温度は図2に示すように中子上面から3°の穴をあけ, 表面, 中間点, 中心の各位置にA—C熱電対を挿入して测温した。X—Yレコーダによって記録した一例を図4に示す。同図から中子温度は600°C近くまで冷却すると各測定点での温度は一定となり, 以下直線的に降下するのがわかる。そこで, 中子抜取り温度は200~700°Cの範囲でCRFの変化を検討することとした。

試片の硬度は塗型厚さと中子抜取り温度の変化

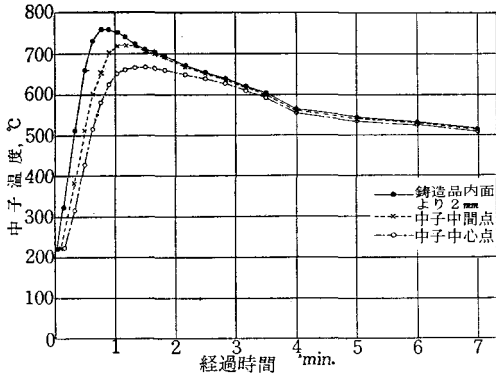


図4 鑄込み後の経過時間と中子温度との関係

について測定し、鑄造組織は中子抜き取り温度600°C, 700°C, 塗型厚さ0.02~0.20mmについて検鏡観察した。

3. 実験結果および考察

CRFの大きさには(1)鑄込み温度(2)鑄型予熱温度(3)中子抜き取り時の試片と中子の温度差(4)試片と中子の材質(5)塗型厚さ(6)塗型の種類(7)摩擦係数(8)接触面積などの因子が影響すると考えられる。そこで、これを検討するのに中実丸軸に円筒をとりつけるときの理論式⁵⁾を適用すると

$$\delta = \frac{2p_m \cdot r_1 r_2^2}{E (r_2^2 - r_1^2)} \dots\dots\dots(4)$$

ゆえに

$$p_m = \frac{E\delta(r_2^2 - r_1^2)}{2r_1 r_2^2} \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 2δ : しめ代、 E : ヤング係数(鑄鉄は $1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$)、 p_m : 外圧、 r_1 : 内半径、 r_2 : 外半径 であるが、 δ はまた

$$\delta = r_1 \lambda (t - t_0) \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 λ : 熱膨脹係数(鑄鉄は一般に $10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$)、 $t - t_0$: 試片と中子の温度差(凝固開始時) ゆえに凝固開始時の内半径 r_1' は

$$\begin{aligned} r_1' &= r_1 \lambda (t_2 - t_0) + r_1 \\ &= r_1 \{ \lambda (t_2 - t_0) + 1 \} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

ここで、 t_2 : 凝固時の中子温度、 t_0 : 室温である。また試片の凝固温度を t_4 、中子抜き取り時の試片と中子の温度をそれぞれ t_3 、 t_1 とすれば、変化量は

$$\begin{aligned} \text{試片: } \delta_1 &= r_1' \lambda (t_4 - t_3) \\ &= r_1 \{ \lambda (t_2 - t_0) + 1 \} \lambda (t_4 - t_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{中子: } \delta_2 &= r_1' \lambda |t_2 - t_1| \\ &= r_1 \{ \lambda (t_2 - t_0) + 1 \} \lambda |t_2 - t_1| \end{aligned}$$

上式で絶対値は $t_2 < t_1$ の場合もふくむことを意味する。ゆえに

$$\delta_1 \pm \delta_2 = r_1 \lambda \{ \lambda (t_2 - t_0) + 1 \} \{ (t_4 - t_3) \pm |t_2 - t_1| \} \dots\dots\dots(8)$$

上式で $t_2 > t_1$ のとき δ_2 は p_m に対して負の量としてはたらくので差となり、 $t_2 < t_1$ のときは和となる。また、塗型が外圧 p_m によって破かいされるとすれば、塗型の収縮量 δ_3 は

$$\delta_3 = \xi d \dots\dots\dots(9)$$

ここで、 ξ : 空隙率⁶⁾、 d : 塗型厚さである。

ゆえに

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_1 \pm \delta_2 - \delta_3 \\ &= r_1 \lambda \{ \lambda (t_2 - t_0) + 1 \} \{ (t_4 - t_3) \pm |t_2 - t_1| \} - \xi d \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

ゆえに外圧 p_m は

$$\begin{aligned} p_m &= \frac{E \{ r_1 \lambda \{ \lambda (t_2 - t_0) + 1 \} \{ (t_4 - t_3) \pm |t_2 - t_1| \} - \xi d \}}{2r_1 r_2^2 (r_2^2 - r_1^2)} \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

そこで抜き取り力Pは

$$P = \mu p_m A \dots\dots\dots(12)$$

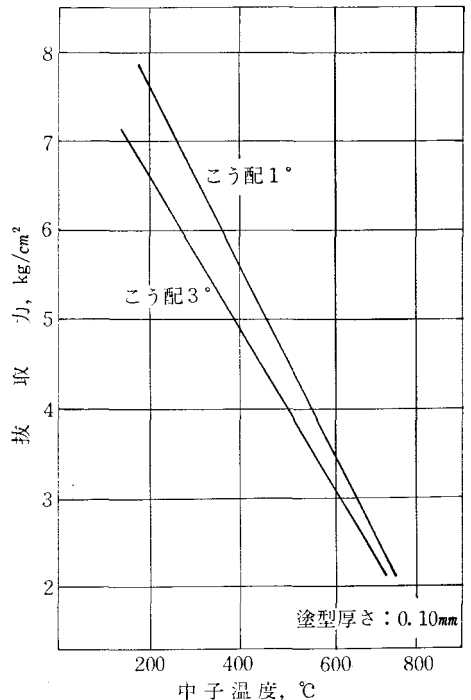


図5 抜き取り時の中子温度と抜き取り力の関係

ここで、 μ ：摩擦係数、 A ：接触面積である。いま、抜取り力の実測値との関係から μ を推定すると

$$FA = \mu p_m A$$

$$\therefore \mu = \frac{F}{p_m} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 F ：抜取り力の実測値である。以上から、抜取り力は中子抜取り時の試片と中子の温度によって大きく左右されることがわかるが、試片と中子の材質や塗型の種類、厚さによっても直接影響をうけることに留意しなければならない。

本実験条件にしたがって鑄込み時の試片と中子の温度とそのときのCRFを測定し、計算式によって摩擦係数を求めてみると、粘土系黒鉛塗型材

の摩擦係数は $\mu=0.35$ となった。計算値ならびに測定値をつぎに示す。

$E=1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$, $\lambda=10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $r_1=25 \text{ mm}$, $r_2=40 \text{ mm}$, $\xi=53\%$, $d=0.2 \text{ mm}$, $t_0=20^\circ\text{C}$, $t_1=600^\circ\text{C}$, $t_2=515^\circ\text{C}$, $t_3=760^\circ\text{C}$, $t_4=1100^\circ\text{C}$, $A=2\pi \times 25 \times 70 \text{ mm}^2$, $F=0.03 \text{ kg/mm}^2$
この摩擦係数の値は、文献⁷⁾の値とほぼ一致する。

つぎに、中子抜取り温度、塗型厚さならびに中子の抜きこう配とCRFとの関係を図5、6、7に示す。

図5より、中子抜取り温度とCRFは200~700°Cの範囲ではほぼ直線な関係であるが、直線こう配が大で、抜取り温度600°Cでは約3kg/cm²であるのに対して200°Cと低くなると7kg/cm²にも達する。これは試片と中子の温度差によって生ずる試片の相対的収縮によるものである。

図6より、CRFは塗型厚さが0.05mm以下になると急激に上昇し、0.15mm以上になるとほぼ一定となる。塗型厚が増すとCRFが減少するのは、脆弱な塗型層が厚くなるためである。

図7は中子の抜きこう配とCRFの関係を示し

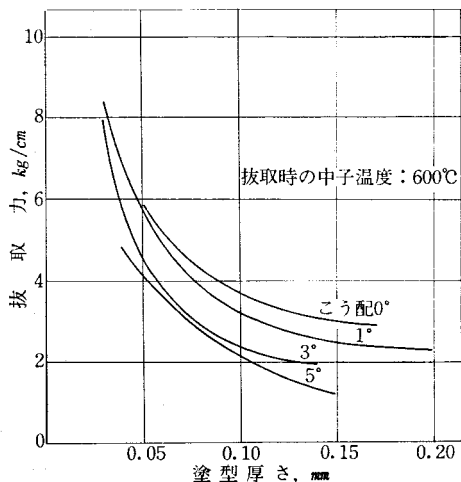


図6 中子の塗型厚さと抜取り力との関係

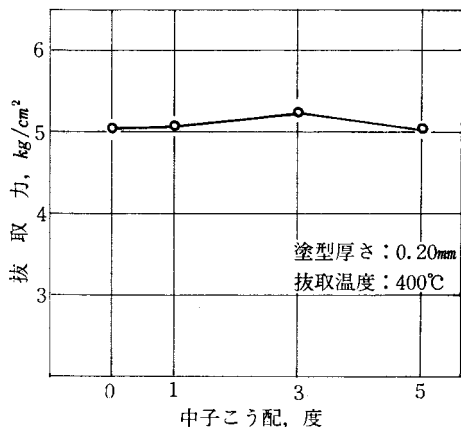


図7 中子の抜きこう配と抜取り力との関係

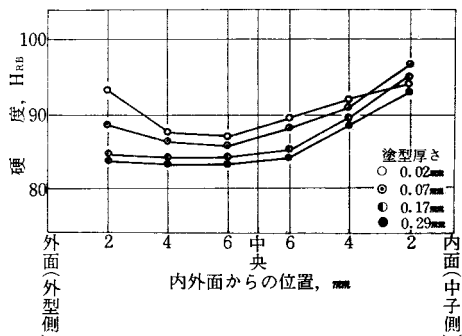


図8 塗型厚さと硬度の関係

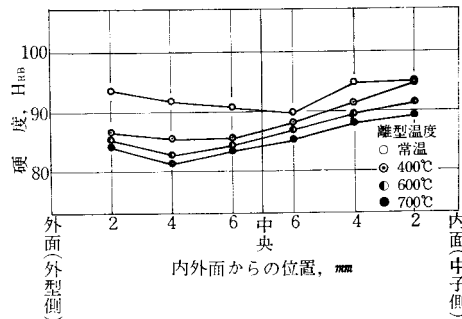
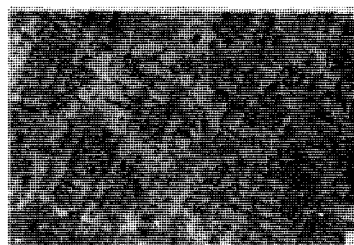


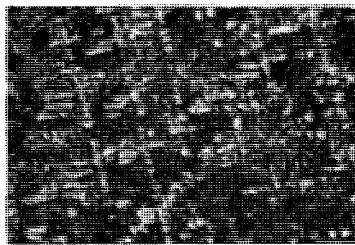
図9 中子抜取り温度と硬度の関係

たものであるが、図6と対応させて考えると、塗型厚さが0.15mm以下においては中子の抜きこう配はCRFに影響するが、0.20mmになるともはや影響しない。これは塗型厚さが0.20mm以上になる

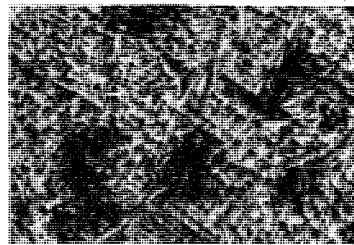
と、いかなる抜きこう配であっても、中子が抜取られるときは塗型層が加えられた力によって剪断され、中子は黒鉛粒子の上をすべるといふ剪断機構のためであると考えられる。



外周より2mm

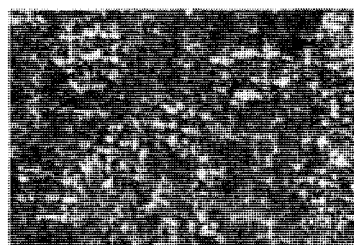


中 央

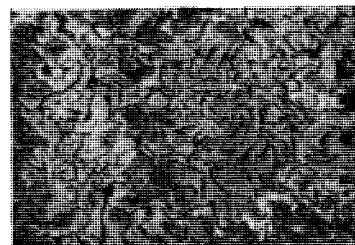


内周より2mm

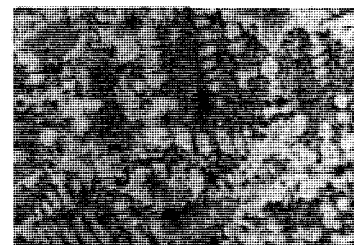
(塗型厚さ：0.02mm, 中子抜取り温度：600°C)



外周より2mm

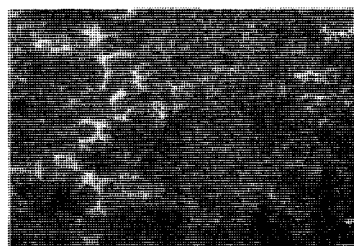


中 央

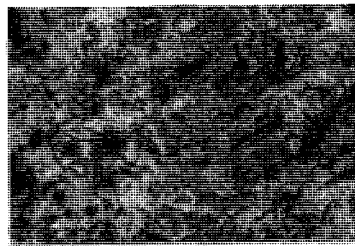


内周より2mm

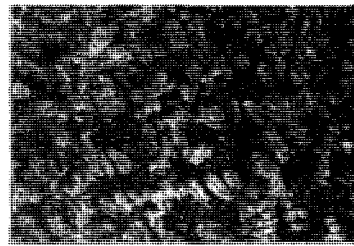
(塗型厚さ：0.07mm, 中子抜取り温度：600°C)



外周より2mm

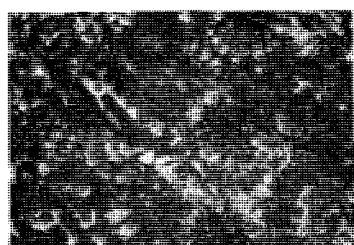


中 央

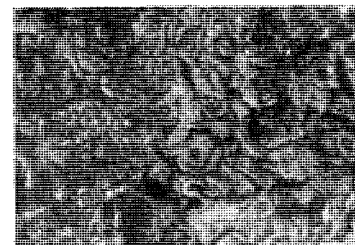


内周より2mm

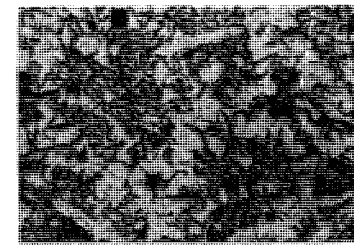
(塗型厚さ：0.17mm, 中子抜取り温度：600°C)



外周より2mm



中 央



内周より2mm

(塗型厚さ：0.20mm, 中子抜取り温度：700°C)

図10 硬度分布測定付近での組織

なお、計算式と実験値との比較検討は、各種塗型材の摩擦係数が基礎実験によって求められていなければならないので、その確認のためにはなお一層の実験を要する。

図8、9は塗型厚さならびに中子抜取り温度と試片硬度との関係を示す。

図8は中子抜取り温度600°Cのときであるが、外型側より中子側の方が全体的に高くなっている。これは外型側の塗型が2重塗型でアセチレンすすであるのに対して中子側が黒鉛塗型であるためである。また、塗型厚さが増大するにつれて硬度は低下するが、塗型厚さの相違による硬度差も減少する傾向がみうけられる。

比較のために砂型にも鑄込んでみたが、この場合は中央が $H_{RB} \approx 80$ で、両側が $H_{RB} \approx 90$ であり大きな差違はなかった。原因として、溶湯成分の(C+Si)量が高いことと離型温度が600°Cで冷却速度の鈍化、自己焼鈍⁶⁾が考えられる。

図9は塗型厚さ0.20mmの場合であるが、中子抜取り温度が高いほど硬度は小さな値となる。

つぎに硬度測定付近の試片の組織を図10に示す。塗型厚さがうすい(0.02mm)と、中子に接する内側は白銹化し、外周部は共晶黒鉛、中央部はパーライト基地となって冷却速度の差が明らかにみとめられる。また、0.17mmのように塗型厚さが増した場合にもやはり同様な影響がみとめられる。なお、最下段の3枚は離型温度700°Cのものである。

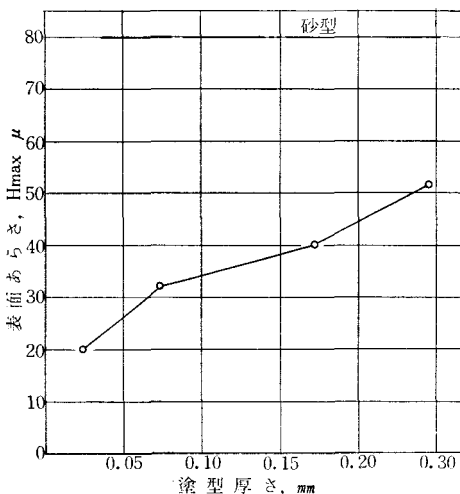


図11 塗型厚さと表面あらかさとの関係

全体を通観すると硬度との関係が明らかにみうけられる。

鑄造品と中子との接触面における表面あらかさは、良好であることがあらかじめ期待されるが、塗型厚さによる表面あらかさの変化は図11のとおりであった。塗型厚さが増大すると表面あらかさは悪くなるが、砂型(野間山砂およびガス中子使用)に比較すると良好で相当の差がある。

4. 結 言

以上、鑄鉄の金型鑄造において金属中子を使用した場合の中子抜取り力を検討し、組織の白銹化防止について観察を行なったが、結果を要約するとつぎのとおりとなる。

- 1) 中子の塗型厚さと中子抜取り温度がCRFに影響するが、鑄造品と中子の材質や塗型の種類にも留意しなければならない。
- 2) CRFは、基礎実験によってあらかじめ鑄造品と中子の摩擦係数が求められていれば、式(11)、(12)より鑄造品と中子の温度を測定することによって計算される。
- 3) 中子の抜きこう配は、適正な塗型厚さにおいてはCRFに関係しない。
- 4) 中子の塗型は黒鉛塗型が適当と考えられ、溶湯成分に留意し、鑄型を予熱するとともに適正な厚さと抜取り温度でおこなえば、白銹化は防止できる。
- 5) ポス穴内面のあらかさは良好である。

終りに熱心に実験を遂行された久保田鉄工KK、笹岡隆、東京三洋電機KK、井内伸生、KK菱備製作所田坂知行、北川精機KK高田博文の諸君に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 柳沢：ファンダリーニュース，58(1968)，4，16が大変参考になる。
- 2) 柳沢：ファンダリーニュース，57(1968)，1，11
- 3) 近藤，磯谷，島田：鑄物，42(1970)，12，5
- 4) 柳沢：ファンダリーニュース，58(1968)，4，22
- 5) 黒木：材料力学(森北出版)，185
- 6) 磯谷，近藤，保浦：鑄物，40(1968)，1，44
- 7) 柳沢：ファンダリーニュース，59(1968)，20，21
- 8) 糸村，馬淵，石川：鑄物，41(1969)，7，12

(昭和47年7月31日 受付)

On the Thermal Stress due to a Moving Heat Source Generated by Friction

Hiroshima University Yoshio TERAUCHI

Kure Technical College Hiromasa NADANO

(Received July 31, 1972)

The thermal stress caused by a moving heat source generated by friction, such as a parabolically distributed moving heat source and a rectangularly distributed moving heat source, affects the growth of pitting and wear.

The thermal stresses due to these heat sources were calculated under an assumption of a one-dimensional heat flow. In this calculation, the quantity of the heat flow entering the two bodies in a rolling and sliding contact was regarded to be uniform in the contacting zone.

The following conclusions are derived from the numerical results.

- (1) The thermal stress at a fixed point on a surface changes into a tensile stress before a heat source passes over it, and changes into a compressive stress after a heat source passes over it.
- (2) When the stresses are calculated on the condition that the maximum of a heat quantity of a rectangularly distributed heat source is equal to $2/3$ of that of a parabolically distributed heat source, there is not so much difference between the maximum stresses. Therefore, when the total quantity of heat and the range of the heat distribution of the heat source is determined, the thermal stress caused by that heat source is determined regardless of the shape of the heat distribution.

§1. Introduction

It is considered that the thermal stress caused by a frictional heat which arises on these contact surfaces of the elements of the load carrying mechanism, such as gears and cams, affects the growth of pitting and scoring. The thermal stress generated by the work of friction welding is one of the serious factors affecting the development of cracks. Therefore, to investigate the initiation and the progression of surface damages in such a case as a pitting and a scoring, it is necessary to manifest the distribution of the thermal stress on and below the contact surface due to the action of a friction, and it seems that these calculated results are useful to design the machine elements. Besides, the problems that the heat source is moving on the contact surface, for example, such as the problems of the distribution of the stress on the surface of a brake or of the stress within the surface layer which is heated by the moving flame, are in common with the above mentioned problems.

There are a number of related¹⁻³⁾ reports to the thermal stress in the semi-infinite solid due to the action of a point heat source on the surface. H. Parkus⁴⁾ and W. Nowacki⁵⁾ dealt with the thermal stress generated by a moving point heat source on the surface. Kakino and others⁶⁾ calculated the distribution in a relatively wide region of the thermal stress in the work-piece during metal cutting by using the finite element method. But the report for the thermal stress in the solids assuming that the heat generated in the contact has a relatively localized

distribution has not been recognized. Therefore, this report provided a solution to the thermal stress induced by a parabolically distributed and a rectangularly distributed, a relatively fast-moving heat source on surface. The thermal stresses due to these heat sources are obtained by assuming that the boundary outside the contact zone is thermally insulated and the heat flux is a one-dimensional flow. As shown in the previous report⁷⁾, these assumptions are satisfied when the moving velocity of heat source is sufficiently fast.

When two surfaces slide relatively under a dry friction, the rate of quantity of the heat flow entering the respective bodies, strictly speaking, is not equal at all points on the contact zone⁷⁾, considering that there is not any difference between the surface temperatures of the respective contact bodies. As the difference among the rates of quantity of heat flow not so much, however, its rate is regarded to be constant at all points on contact zone. Then, the thermal stress can be easily calculated.

In this report, supposing that thermal constant, as the thermal conductivity and the specific heat etc, is independent of temperature, the distribution of the interior stress of contact body subjected moving heat source of a constant velocity was obtained by the numerical integration.

§2. Theoretical analysis

2.1 Nomenclature

q_0 ; quantity of heat flux per unit area and unit time cal/cm²·s

θ ; temperature °C

K ; thermal conductivity cal/cm·s·°C

κ ; thermal diffusivity cm²/s

α ; coefficient of thermal expansion 1/°C

ν ; Poisson's ratio

E ; Young's modulus Kg/cm²

G ; shear modulus Kg/cm²

V ; sliding velocity cm/s

$2l$; width of the band of Hertzian contact cm

Dimensionless parameter

$T = KV\theta/(2\kappa q_0)$, $P = Z^2/L$, $L = Vl/(2\kappa)$

$X = Vx/(2\kappa)$, $Z = Vz/(2\kappa)$, $\xi = x/l = X/L$,

$\xi_1 = 1 - \xi$, $\xi_2 = 1 + \xi$.

2.2 Surface temperature rise due to the moving heat source

When the frictional heat source moves with a constant velocity, the interior temperature of a contact body such as gears and rollers is examined in this section. The rollers and gears are assumed as a semi-infinite solid when the contact area is considered very small comparable to the radii of contact body. The interior temperature of a contact body is calculated by integrating the element of temperature generated by a instantaneous line heat source by the time and the extent of heat source.

The following assumptions are here employed as the boundary and initial conditions to simplify the calculation.

- (1) For a relatively fast-moving heat source, the heat flux into the contact body is assumed to be a one-dimensional heat flow which flows into the normal direction to the contact

surface.

- (2) Thermal conductivity, thermal expansion, specific gravity and specific heat are independent of temperature.

In this report, the direction of the motion of heat source coincides with the x -axis, and the y -axis is perpendicular to the x -axis and the z -axis is in the direction of the depth of contact body respectively. If the instantaneous line heat source parallel to the y -axis generates at $t=0$ at the point $(x', 0, 0)$ on the surface, the surface temperature θ in the contact solid at the point (x, y, z) at the time t is given by

$$\theta = \frac{Q}{2\pi Kt} \exp[-z^2/(4kt)] \tag{1}$$

Therefore, when the parabolically distributed heat source moves on the boundary of half space with the sliding velocity V , the temperature θ at the point (x, y, z) becomes as follows: (see **Appendix 1**)

$$\begin{aligned} \theta = & \frac{2\sqrt{2}\kappa q_0\sqrt{L}}{\sqrt{\pi}KV} \left[\left\{ -\frac{1}{5}\xi_1^2 - \left(\frac{2}{3}\xi - \frac{P}{15}\right)\xi_1 + \left(1 - \xi^2 + \frac{2P}{3}\xi - \frac{P^2}{15}\right) \right\} \sqrt{\xi_1} \exp\left(-\frac{P}{2\xi_1}\right) \right. \\ & - \sqrt{\frac{\pi P}{2}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1} \left(1 - \xi^2 + \frac{2P}{3}\xi - \frac{P^2}{15}\right)} \\ & - \left\{ -\frac{1}{5}\xi_2^2 + \left(\frac{2}{3}\xi - \frac{P}{15}\right)\xi_2 + \left(1 - \xi^2 + \frac{2P}{3}\xi - \frac{P^2}{15}\right) \right\} \sqrt{-\xi_2} \exp\left(\frac{P}{2\xi_2}\right) \\ & \left. + \sqrt{\frac{\pi P}{2}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2} \left(1 - \xi^2 + \frac{2P}{3}\xi - \frac{P^2}{15}\right)} \right] \tag{2} \end{aligned}$$

where in the region of $\xi < -1$, the above equation is satisfied but in the region of $-1 \leq \xi \leq 1$, the terms containing ξ_2 should be replaced with zero.

Similarly the temperature θ due to the rectangularly distributed moving heat source with the sliding velocity V is given by Eq. (3) as follows:

$$\begin{aligned} \theta = & \frac{2\sqrt{2}\kappa q_0\sqrt{L}}{\sqrt{\pi}KV} \left[-\sqrt{-\xi_2} \exp\left(\frac{P}{2\xi_2}\right) - \sqrt{\frac{\pi P}{2}} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} \right. \\ & \left. + \sqrt{\xi_1} \exp\left(\frac{-P}{2\xi_1}\right) + \sqrt{\frac{\pi P}{2}} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} \right] \tag{3} \end{aligned}$$

where the above equation is satisfied in the region of $\xi < -1$, but in the region of $-1 \leq \xi \leq 1$, the bracket of Eq. (3) should be replaced as follows: (see **Appendix 1**)

$$\left[+\sqrt{\xi_1} \exp\left(\frac{-P}{2\xi_1}\right) - \sqrt{\frac{\pi P}{2}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} \right]$$

where,

$$\operatorname{erfc} X = 1 - \operatorname{erf} X = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_X^\infty \exp(-P^2) dP.$$

Figs. 1 (a) and (b) show the distribution of the interior temperature of contact body in order to examine the difference between the calculated value for the system of a one-dimensional heat flow assuming that the heat flux of the parabolically distributed moving heat source flows in the normal direction to the surface and the value for the system of a two-dimensional heat flow which the heat flux flows also in the sliding direction. The abscissa and the ordinate of

these figures express the position of the calculated temperature, using the dimensionless parameter X/L and Z/L respectively, and Fig. 1 expresses the calculated value, when the position of the center of heat source has tended just until the origin of the coordinate system from the negative position of the x -axis. And the speed of heat source has varied from the low speed of $L=2$ to the high speed of $L=10$. At low speed, there is any difference between the calculated value for the system of a one-dimensional heat flow (a dotted line) and the value for the system of a two-dimensional heat flow (a real line), but according as the sliding velocity increases, there is not so much difference of the respective calculated values. Therefore, when the moving velocity of heat source is sufficiently high, the heat flux may be assumed as a one-dimensional heat flow which flows into the normal direction of the contact surface.

2.3 Thermal stress due to the moving heat source

In this section, the interior thermal stress of the contact body due to the instantaneous line heat source moving with a sliding velocity V is studied. Since the difference between the interior temperature of the calculated value for the system of a one-dimensional heat flow and that for the system of a two-dimensional heat flow is very small as stated in Section 2.3, it seems that the thermal stress is not very much affected by a kind of heat flux on a fast-moving heat source. Therefore, this report provides an analytical solution to the thermal stress induced by a moving heat source of a one-dimensional flow.

The stress coordinate system is also expressed by the moving coordinate system as so as the coordinate system of temperature, and the direction of the motion of heat source which coincides with the x -axis is perpendicular to the x -axis and the z -axis is in the direction of the depth in solid respectively. Though the mechanical and thermal properties of the body vary with the change of temperature, we calculated under the consideration that the temperature has no influence on the E , ν and α of the body, as the variation of temperature is not very much.

A basic thermoelastic equation in a temperature field is given in a form of the following equation. Now, since the influence of the body force on the equilibrium of stress is sufficiently small, the inertia term may be neglected.

$$4u_i + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial i} = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial(\alpha\theta)}{\partial i} \dots\dots\dots(4)$$

where

$$i=x, y, z, \quad \Delta = \sum \frac{\partial^2}{\partial i^2}, \quad e = \sum \frac{\partial u_i}{\partial i}$$

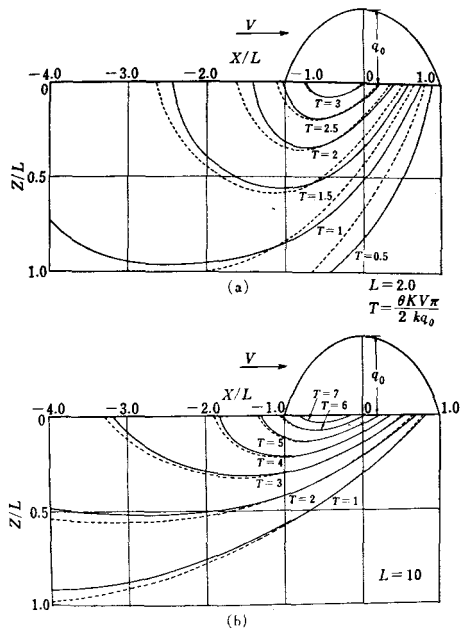


Fig. 1 Distribution of the interior temperature

— two-dimensional heat flow
 one-dimensional heat flow

u_i is the component of the displacement in the i direction. Now define the thermoelastic displacement potential ϕ , so

$$u_i = \frac{\partial \phi}{\partial i} \quad (i = x, y, z) \quad \dots\dots\dots(5)$$

Substituting Eq. (5) into Eq. (4), and integrating by i , the following equation is obtained,

$$\Delta \phi = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha \theta \quad \dots\dots\dots(6)$$

Now the stress function is expressed as follows:

$$\sigma_{ik} = 2G \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial i \partial k} - \Delta \phi \delta_{ik} \right) \quad i, k = x, y, z \quad \dots\dots\dots(7)$$

where δ is Kronecker symbol.

when the line heat source is moving with a constant velocity V from $x = -\infty$ to a point x on the x -axis, the thermoelastic potential ϕ is given as

$$\phi = -\frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)} \frac{\alpha \kappa}{V} \int_{-\infty}^x \theta dx + \theta_0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

Setting the initial temperature θ_0 zero, and letting that $\bar{\sigma}_{xx}$ and $\bar{\sigma}_{zz}$ are the components of the stresses in the x and z directions, respectively, and $\bar{\tau}_{xz}$ is the shearing stress, those stresses are derived from Eq. (7) as follows:

$$\bar{\sigma}_{xx} = 2G \left(-\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right), \quad \bar{\sigma}_{zz} = 2G \left(-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right), \quad \bar{\tau}_{xz} = 2G \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \right) \quad \dots\dots\dots(9)$$

Therefore, if the equation of the temperature rise is given by the form of the function which can be integrated, those thermal stresses can be analytically obtained by Eqs. (8) and (9).

2.3.1 Thermal stress due to the parabolically distributed moving heat source

In this section, the solution of the thermal stress generated by the parabolic frictional heat is shown. We can induce it from the temperature distribution expressed by Eq. (2). The stresses are derived from Eqs. (2), (8) and (9) as follows:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{xx} = & \frac{A\sqrt{2}q_0}{15\sqrt{\pi}K\sqrt{L}} \left(\frac{l}{z} \right)^2 \left[P\sqrt{\xi_1} \exp\left(-\frac{P}{2\xi_1}\right) (-40\xi_1 + 16\xi_1^2 + 18P\xi_1 + 2P^2 - 20P) \right. \\ & + \sqrt{2\pi P} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} (-P^3 + 10P^2 - 10P^2\xi_1 + 30P\xi_1 - 15P\xi_1^2) \\ & + P\sqrt{-\xi_2} \exp\left(\frac{P}{2\xi_2}\right) (40\xi_2 - 16\xi_2^2 + 18P\xi_2 - 2P^2 - 20P) \\ & \left. + \sqrt{2\pi P} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} (-P^3 - 10P^2 + 10P^2\xi_2 + 30P\xi_2 - 15P\xi_2^2) \right] \\ \bar{\sigma}_{zz} = & \frac{A\sqrt{2}q_0}{\sqrt{\pi}K\sqrt{L}} \left[\frac{1}{30} \xi_1^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{P}{2\xi_1}\right) \{P(3 - P - 7\xi_1^2 + P\xi_1 + 4\xi_1) \right. \\ & + \xi_1(P^2 - P - 12 + 8\xi_1^2 + 4\xi_1 - 9P\xi_1) + \xi_1^2(-8 - 32\xi_1 + 18P)\} \\ & - \frac{1}{3} \sqrt{2\pi P}(P - 3\xi_1) \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} + \frac{1}{30} (-\xi_2)^{-\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{P}{2\xi_2}\right) \{P(-3 - P + 7\xi_2^2 - P\xi_2 + 4\xi_2) \\ & + \xi_2(P^2 + P - 12 + 8\xi_2^2 - 4\xi_2 - 9P\xi_2) + \xi_2^2(-8 + 32\xi_2 - 18P)\} \\ & \left. + \frac{1}{3} \sqrt{2\pi P}(-P + 3\xi_2) \operatorname{erf} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{xz} = & -\frac{A\sqrt{2}q_0}{\sqrt{\pi K\sqrt{L}}}\left(\frac{l}{z}\right)\left[\frac{P}{15}\xi_1^{-\frac{1}{2}}\exp\left(-\frac{P}{2\xi_1}\right)\{-P+3+\xi(4+P-7\xi)+\xi_1(18\xi^2+2-4P)\}\right. \\ & -\sqrt{\frac{\pi P}{2}}\left(1-\frac{P^2}{3}+2P\xi-\xi^2\right)\operatorname{erfc}\sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} \\ & +\frac{P}{15}(-\xi_2)^{-\frac{1}{2}}\exp\left(\frac{P}{2\xi_2}\right)\{-3-P+\xi(4-P+7\xi)-\xi_2(-18\xi^2+2+4P)\}\left. \right] \\ & +\sqrt{\frac{\pi P}{2}}\left(-1+\frac{P^2}{3}-2P\xi+\xi^2\right)\operatorname{erf}\sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(10)$$

in the region of $\xi > 1$, where $A = 2\kappa\alpha G(1+\nu)/\{V(1-\nu)\}$. In the region of $-1 \leq \xi \leq 1$, however, the terms containing ξ_2 replaced with zero. And in the region of $\xi < -1$, $\operatorname{erfc}\sqrt{\frac{P}{2\xi_1}}$ replaced with $-\operatorname{erf}\sqrt{\frac{P}{2\xi_1}}$.

Just the same method which H. Parkus⁴⁾ has modified in order to satisfy the boundary condition in the case of the calculation of the thermal stress due to the moving point heat source, was applied here. Namely, on the boundary $z=0$, the following boundary conditions should be satisfied

$$\sigma_{zz} = 0, \quad \tau_{xz} = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

However, a component $\bar{\sigma}_{zz}$ of the stress on the surface of $z=0$ from Eq. (10) does not be zero. Therefore, the load of $q = -\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0}$ should be superimposed on the plane $z=0$ so that the component of the stress $\bar{\sigma}_{zz}$ tends to be zero. The q becomes as follows:

$$\begin{aligned} q = -\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} = & -\frac{A\sqrt{2}q_0}{\sqrt{\pi K\sqrt{L}}}\left[-\frac{2}{5}(1-\xi)^{-\frac{1}{2}}-\frac{4}{15}\left\{\sqrt{1-\xi}-\frac{\xi}{2}(1-\xi)^{-\frac{1}{2}}\right\}\right. \\ & -\frac{8}{15}\left\{2\xi\sqrt{1-\xi}-\frac{\xi^2}{2}(1-\xi)^{-\frac{1}{2}}\right\}+\frac{2}{5}\{- (1+\xi)\}^{-\frac{1}{2}}-\frac{4}{15}\sqrt{-(1+\xi)}+\frac{2}{15}\xi\{- (1+\xi)\}^{-\frac{1}{2}} \\ & \left. +\frac{16}{15}\xi\sqrt{-(1+\xi)}-\frac{4}{15}\xi^2\{- (1+\xi)\}^{-\frac{1}{2}}\right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(12)$$

in the region of $-1 \geq \xi, 1 \leq \xi$.

In the region of $-1 \leq \xi \leq 1$, however, the terms containing $(1+\xi)$ in above equation replaced zero.

The stresses at the point A due to the action of a concentrated unit load $q d\xi$ situated at a point on the boundary of the half space as shown in Fig. 2 are given by the following equations.

$$\begin{aligned} \delta\sigma_{xx} = & -\frac{2}{\pi}qd\xi\frac{z(x-\xi)^2}{R^4}, \\ \delta\sigma_{zz} = & -\frac{2}{\pi}qd\xi\frac{z^3}{R^4}, \\ \delta\tau_{xz} = & -\frac{2}{\pi}qd\xi\frac{z^2(x-\xi)}{R^4} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(13)$$

Considering x, z coordinate systems as the moving coordinate system connected with the center of the heat source and integrating q with

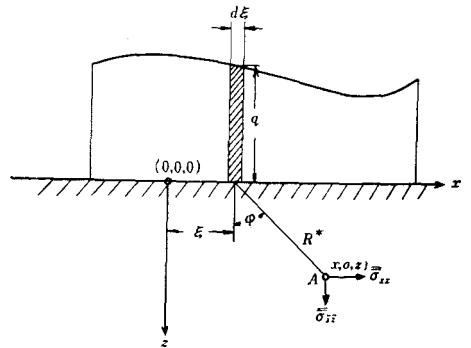


Fig. 2 Coordinate system of stress

respect to ξ in the interval of $-\infty < \xi < 0$, we obtained Eq. (14) from Eq. (13)

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{xx} &= -\frac{2}{\pi} z \int_{-\infty}^0 q \frac{(x-\xi)^2}{R^{*4}} d\xi \\ \bar{\sigma}_{zz} &= -\frac{2}{\pi} z^3 \int_{-\infty}^0 q \frac{1}{R^{*4}} d\xi \\ \bar{\tau}_{xz} &= -\frac{2}{\pi} z^2 \int_{-\infty}^0 q \frac{(x-\xi)}{R^{*4}} d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

where $R^* = \sqrt{(x-\xi)^2 + z^2}$

The components of the stresses $\bar{\sigma}_{xx}$, $\bar{\sigma}_{zz}$ and $\bar{\tau}_{xz}$ given by Eq. (14) are calculated by making use of the partial integration shown at **Appendix 2**. Therefore, the thermal stresses due to the parabolically distributed heat source are given as the sum of Eqs. (10) and (14).

$$\sigma_{xx} = \bar{\sigma}_{xx} + \bar{\sigma}_{xx}, \quad \sigma_{zz} = \bar{\sigma}_{zz} + \bar{\sigma}_{zz}, \quad \tau_{xz} = \bar{\tau}_{xz} + \bar{\tau}_{xz} \dots\dots\dots(15)$$

2.3.2 Thermal stress due to the rectangularly distributed moving heat source

In this section, the solution of the thermal stress, caused by a rectangularly distributed fast-moving heat source, is shown. As stated in Section 2.3.1, the components of the thermal stresses in the x and z directions due to the rectangularly distributed heat source are derived from Eqs. (3), (8) and (9).

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{xx} &= \frac{A\sqrt{2}q_0}{\sqrt{\pi}K\sqrt{L}} \left(\frac{l}{z}\right)^2 P \left[\sqrt{2\pi P} \left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} \right\} - 2\sqrt{\xi_1} \exp\left(-\frac{P}{2\xi_1}\right) \right. \\ &\quad \left. + 2\sqrt{-\xi_2} \exp\left(\frac{P}{2\xi_2}\right) \right] \\ \bar{\sigma}_{zz} &= \frac{A\sqrt{2}q_0}{\sqrt{\pi}K\sqrt{L}} \left\{ -\frac{1}{2} \xi_1^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{P}{2\xi_1}\right) + \frac{1}{2} (-\xi_2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{P}{2\xi_2}\right) \right\} \\ \bar{\tau}_{xz} &= -\frac{A\sqrt{2}q_0}{\sqrt{\pi}K\sqrt{L}} \left(\frac{l}{z}\right) \left[\sqrt{\frac{\pi P}{2}} \left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} \right\} \right] \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

where in the region of $\xi < -1$, the above equation are established. In the region of $-1 \leq \xi \leq 1$, however, the terms containing $\sqrt{-\xi_2}$ vanish, $\left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} \right\}$ in the equation of stress $\bar{\sigma}_{xx}$ is replaced with $\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}}$ and $\left\{ \operatorname{erf} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}} - \operatorname{erf} \sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}} \right\}$ in the equation of shearing stress $\bar{\tau}_{xz}$ is replaced with $-\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{P}{2\xi_1}}$.

As these stresses should be satisfied the boundary condition as shown in Eq. (11), the load of $q = -\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0}$ is to be superimposed on the plane $z=0$ so that the component of the stress $\bar{\sigma}_{zz}$ tends to be zero on the boundary.

$$q = -\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} = -\frac{A\sqrt{2}q_0}{\sqrt{\pi}K\sqrt{L}} \left[-\frac{1}{2} (1-\xi)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \{-(1+\xi)\}^{-\frac{1}{2}} \right] \dots\dots\dots(17)$$

Here, in the region of $-1 \leq \xi \leq 1$, the second term in above equation vanishes.

The stresses in the solid caused by the concentrated load $q d\xi$ are expressed by Eq. (14), and are given by the integration with respect to ξ in the interval of $-\infty < \xi < 0$. Therefore, the thermal stresses may be obtained as the sum of solutions from the above mentioned equation and Eq. (16).

§ 3. Calculated results

Figs. 3(a), (b), 4(a), (b) and 5(a), (b) show the distributions of the thermal stresses in the x and z directions on and below surface, when the parabolically distributed heat source moves

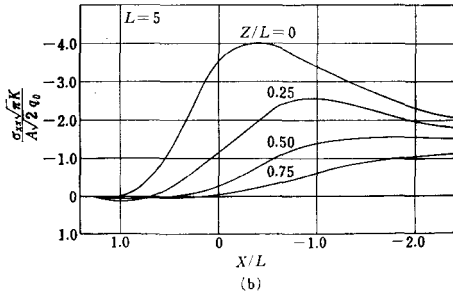
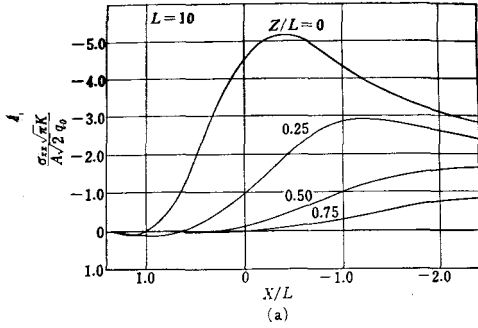


Fig. 3 Relation between X/L and σ_{xx}

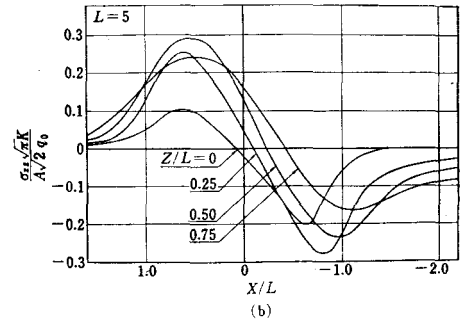
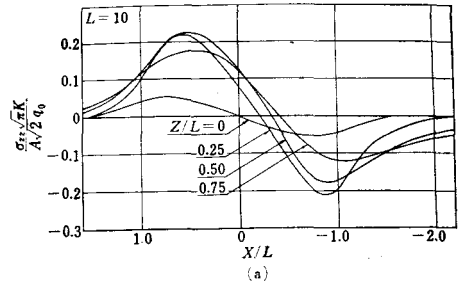


Fig. 4 Relation between X/L and σ_{zz}

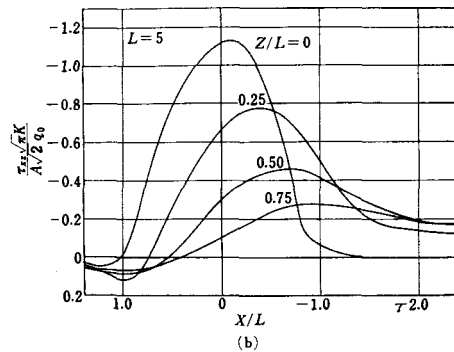
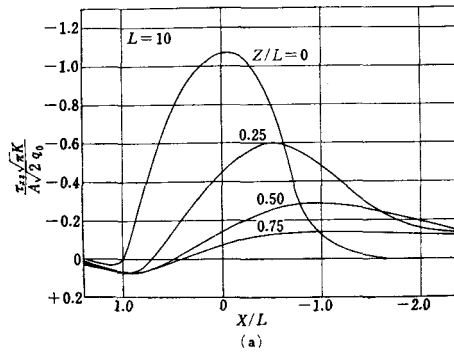


Fig. 5 Relation between X/L and τ_{xz}

with the velocity $L=10$ and $L=5$. The ordinate expresses the dimensionless parameter of the stresses of σ_{xx} , σ_{zz} and τ_{xz} , and the abscissa expresses the position of the calculated temperature in terms of the dimensionless parameter X/L . These figures show the distributions of the thermal stress, when the position of the center of heat source tends just until the origin of the coordinate system from the negative position of the x -axis. According as the sliding velocity increases, the compressive stress of σ_{xx} on the boundary increases, but that of σ_{zz} decreases, and the maximum value of the amplitude of the stress σ_{zz} occurs at a distance $Z/L = 0.5$ underneath the surface. The behaviour of the shearing stress τ_{xz} is similar to the stress σ_{xx} .

Figs. 6 (a)~(d), Figs. 7 (a)~(d) and Figs. 8 (a)~(d) show interior of the thermal stress of solid.

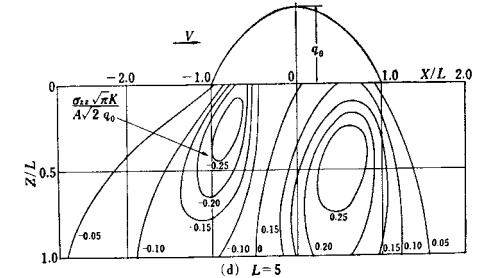
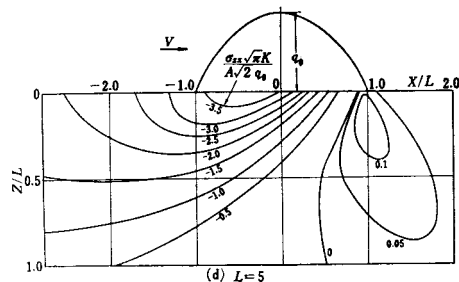
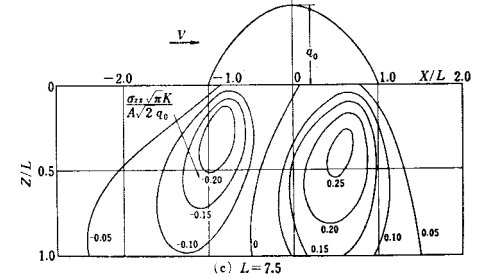
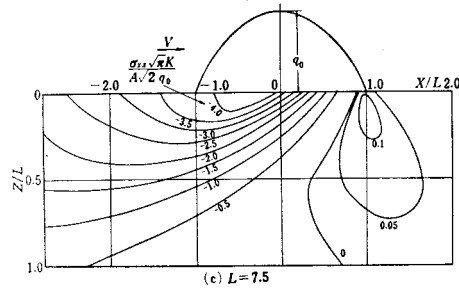
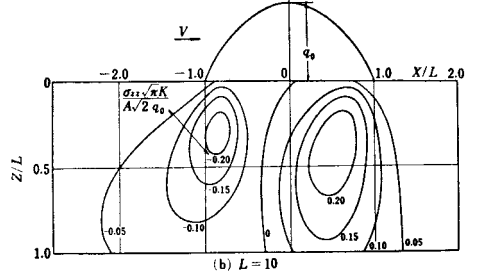
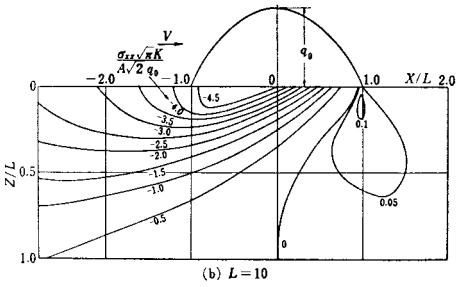
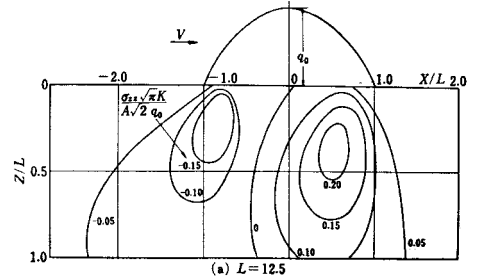
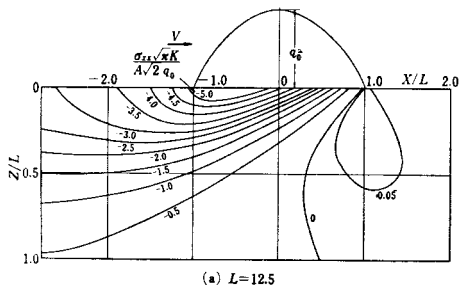
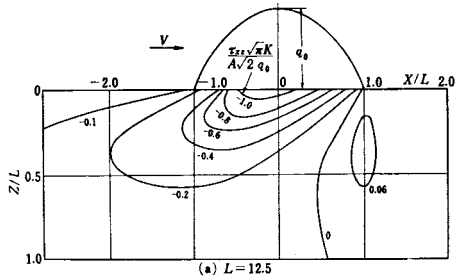


Fig. 6 Distribution of the stress σ_{xx}

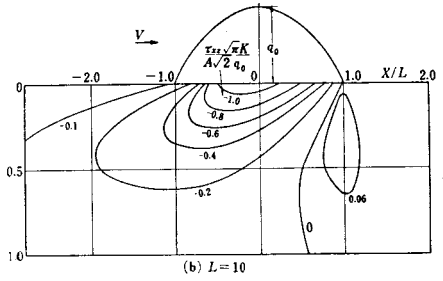
Fig. 7 Distribution of the stress σ_{zz}

The maximum value of the tensile stress of σ_{xx} occurs between the distance of $Z/L=0.25$ from the surface at the front of the origin 0, but at the back of the center of heat source the stress σ_{xx} changes into the compressive stress which the maximum compressive stress occurs at the near position to the surface. And the positive and negative maximum stresses of σ_{zz} are inside to the surface. The behaviour of the shearing stress τ_{xz} is similar to that of the stress σ_{xx} .

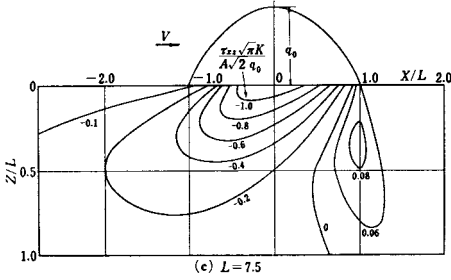
Figs. 9(a)~(c) show the distribution of the interior stress of the contact body in which the heat quantity q_0 of the rectangularly distributed heat source is moving with the velocity $L=5$. When the thermal stress is calculated on the assumption that the total heat quantity of the rectangularly distributed heat source is equivalent to that of the parabolically distributed heat source and the maximum of the heat quantity of the rectangularly distributed heat source is equal to 2/3 of that of the parabolically distributed heat source, there is not so much difference between the maximum stresses due to the rectangularly distributed



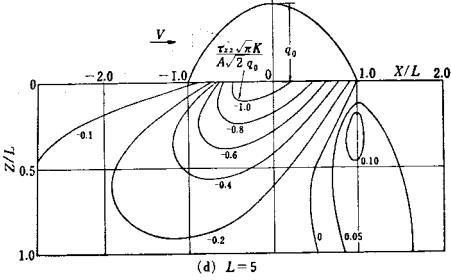
(a) $L=12.5$



(b) $L=10$

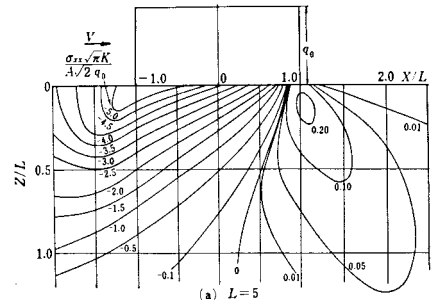


(c) $L=7.5$

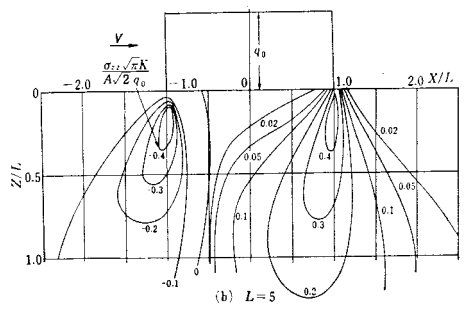


(d) $L=5$

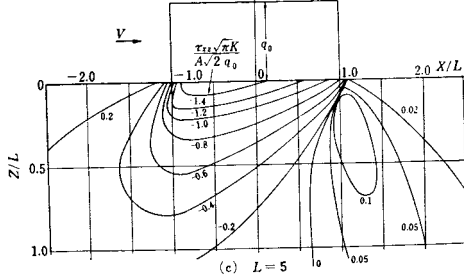
Fig. 8 Distribution of the shearing stress τ_{xz}



(a) $L=5$



(b) $L=5$



(c) $L=5$

Fig. 9 Distribution of the stress σ_{xx} , σ_{zz} and τ_{xz}

heat source and that due to the parabolically distributed heat source, but the distributions of the stresses are different.

§ 4. Conclusions

The calculating equation to the thermal stress caused by the frictional heat in the case of rollers and gears, was decided, and the thermal stress was obtained by numerical integration. In the case that the sliding velocity is large, there is not so much difference between the distribution of the interior temperature calculated for the system of a one-dimensional heat flow and that of the interior temperature for the system of a two-dimensional heat flow. Therefore, this report provides an analytical solution to the thermal stress induced by a moving heat source of a one-dimensional heat flow.

Consequently, the following conclusions are obtained.

- (1) The thermal stress in the x direction at a fixed point on the surface is a tensile stress before a heat source passes over it, and changes into a compressive stress after a heat source passes over it.
- (2) If the distributions of the thermal stresses are calculated on the assumption that the total heat quantity of the rectangularly distributed heat source is equivalent to that of the parabolically distributed heat source and the maximum of the heat quantity of the rectangularly distributed heat source is equal to $2/3$ of that of the parabolically distributed heat source, there is not so much difference in the respective interior stresses.
- (3) The maximum value of the compressive stress σ_{xx} occurs at the near position to the surface, but that of the tensile stress is underneath the surface. Furthermore, the maximum values of both of the compressive and tensile stresses of σ_{zz} are inside to the surface.

Therefore, if the value superimposed the Hertzian contact stress and the thermal stress created during contact is calculated, the exact distribution of the stress occurred at the surface and interior can be obtained.

References

- 1) Mugi: Trans. Japan Soc. Mech. Engrs., Vol. 22, No. 123 (1956), p. 795.
- 2) R. K. Mahalanabis: Quart. J. Mech. Appl. Math., 20, 1 (1967), p. 127.
- 3) Koizumi: Trans. Japan Soc. Mech. Engrs., Vol. 35, No. 273 (1969), p. 957.
- 4) H. Parkus: Instationäre Wärmespannungen (1959), Springer-Verlag, p. 2-76.
- 5) W. Nowacki: Thermoelasticity (1962), Pergamon Press, 224.
- 6) Kakino and Okushima: Journal of the Japan Society of Precision Engineering, Vol. 35, No. 12 (1969), p. 775.
- 7) Y. Terauchi and T. Hamamoto: Journal of the Japan Society of Lubrication Engineer, Vol. 15, No. 3 (1970), p. 133.

Appendix 1

On the temperature rise due to the parabolically distributed and the rectangularly distributed heat source.

1. The equation of the temperature rise due to the parabolically distributed heat source.

When the shape of the distribution of the heat quantity in heat source is parabolic, the element of the heat quantity is given by the following equation.

$$q = q_0(1 - x'^2/l^2) \quad -l \leq x' \leq l \quad \dots\dots\dots(18)$$

Therefore, expressing by the dimensionless parameters L, P, ξ, ξ_1, ξ_2 and v , the equation of the temperature rise is given by

$$\frac{\sqrt{\pi}KV\theta}{2\kappa q_0\sqrt{PL}} = \int_{\sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}}}^{\sqrt{\frac{P}{2\xi_1}}} \left\{ (1 - \xi^2) \frac{1}{v^2} - P\xi \frac{1}{v^4} - \frac{P^2}{4} \frac{1}{v^6} \right\} e^{-v^2} dv \quad \dots\dots\dots(19)$$

where $v^2 = \frac{z^2}{4\kappa t}$

Therefore, integrating Eq. (19), we obtain the equation (2) of the temperature rise due to the parabolically distributed heat source.

2. The equation of the temperature rise due to the rectangularly distributed heat source.

When the shape of the distribution of the heat quantity in heat source is rectangular, the element of the heat quantity is given by the following equation.

$$q = q_0$$

In the case of the parabolically distributed heat source, similarly, the equation (3) of the temperature rise is given by Eq. (20).

$$\frac{\sqrt{\pi}KV\theta}{2\kappa q_0\sqrt{PL}} = \int_{\sqrt{\frac{-P}{2\xi_2}}}^{\sqrt{\frac{P}{2\xi_1}}} \frac{1}{v^2} e^{-v^2} dv \quad \dots\dots\dots(20)$$

Appendix 2

$$\int \left(1 - \frac{\xi}{l}\right) \frac{(x - \xi)^2}{[(x - \xi)^2 + z^2]^2} d\xi = - \int \frac{y^2}{[y^2 + z^2]^2 \sqrt{y + l - x}} dy = -2 \int \frac{(t^2 - m)^2}{[(t^2 - m)^2 + z^2]^2} dt$$

where, the denominator of the above equation may be factorized as follows.

$$(t^2 - m)^2 + z^2 = (t^2 + \sqrt{2(\sqrt{m^2 + z^2} + m)}t + \sqrt{m^2 + z^2}) \times (t^2 - \sqrt{2(\sqrt{m^2 + z^2} + m)}t + \sqrt{m^2 + z^2})$$

Therefore, Setting $A = \sqrt{2(\sqrt{m^2 + z^2} + m)}$ and $B = \sqrt{m^2 + z^2}$, then we have

$$\frac{t^4 - 2mt^2 + m^2}{(t^2 + At + B)^2(t^2 - At + B)^2} = \frac{at + b}{t^2 + At + B} + \frac{ct + d}{(t^2 + At + B)^2} + \frac{et + f}{t^2 - At + B} + \frac{gt + h}{(t^2 - At + B)^2}$$

Using the method of undetermined coefficients, we obtain the coefficients for the numerator as follows.

$$\begin{aligned} a &= -e = \{B^2(B + 2m) + m^2(A^2 + B)\} / (4A^3B^3) \\ b &= f = aA \\ c &= -g = (m^2 - B^2) / (4AB^2) \\ d &= h = -\{-B^2(B + 2m) - m^2(B - A^2)\} / (4A^2B^2) \end{aligned}$$

二円筒すきまにおける粘性流れ (第2報)

(機械工学科) 京 免 進

Viscous Fluid Flow through the Clearance between Two Cylinders (2nd Report)

Susumu KYOMEN

In 1st Report, we studied that the position of separation of the viscous fluid flow through the clearance between two cylinders moves forward in proportion to Reynolds number.

In this report, we solved Navier-Stokes' equation omitting the inertia term, and showed pressure, quantity and friction force through the clearance between two cylinders.

§ 1 緒 言

前報¹⁾においては、二円筒すきまのおそい流れにおいて速度分布を仮定し、運動量方程式を解いて壁からの流れの剥離の位置がレイノルズ数によってどのように移動するかを調べた。

本報では、二円筒すきまにおける速度を仮定しないで、Navier-Stokes の運動方程式の慣性項が他の項に比べて無視できるものとし、その簡略された式を解き、二円筒すきまにおける圧力、流量、および摩擦力を求めることを目的とする。

その結果、圧力、流量、および摩擦力は、円筒の半径と最小すきまの比で示されるパラメータにて表示されることがわかった。さらに本報では、二円筒間における任意のすきまを近似しない場合と、近似した場合との表示式も示す。

§ 2 圧力、流量および摩擦力

図1に示すような二円筒間のすきまが小さく、かつ円筒の半径が大きい場合において、流れは層流とし、粘性流体が2次元定常流れで、静止した二円筒すきまを比較のおそく流れているとする。ただし、二つの円筒の軸は互に平行であり、 z 方向は1とする。ここで、座標は二円筒すきまの最小すきまの中心を原点として、水平方向に x 、垂直方向に y をとり、 y 軸上の円筒の中心から θ をとる。また、円筒の半径を r 、最小すきまを h_0 、任意の位置におけるすきまを h とし、 u は二円筒すきまの任意の速度である。

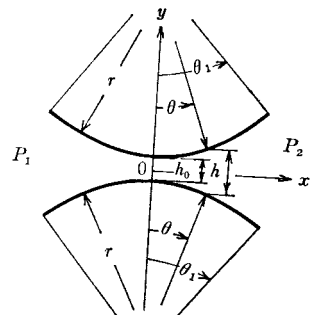


図1 二円筒すきま

Navier-Stokes の運動方程式は²⁾次式で表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots \dots \dots (1)$$

上式においてこの場合、二円筒すきまにおける流れは、非圧縮性流体と仮定しているのので、右辺の最

後の項は連続の式の関係から0となる。また、流れは定常流であるから $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ であり、粘性のある非圧縮性液体が x 方向に比較のおそい速度で流れていると仮定するとき $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ は $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ に対して小さいとみなすことができ、また圧力、粘性の作用に対して、左辺の慣性項を小さいとして、それらの項は省略できる。したがって、外力 $X=0$ として式(1)は次のようになる。

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \dots\dots\dots(2)$$

以下、この簡略された式を用いて圧力、流量および摩擦力を求める。式(2)を積分し、積分定数を c_1, c_2 とすれば

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + c_1 y + c_2 \dots\dots\dots(3)$$

c_1, c_2 を決めるために境界条件を与える。二円筒すきまの任意の位置を h とすれば、 $y = -\frac{h}{2}$, $y = \frac{h}{2}$ において $u=0$ の境界条件を与えると

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 0 \\ c_2 &= -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \frac{h^2}{4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

となり、式(3)は

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left(y^2 - \frac{h^2}{4} \right) \dots\dots\dots(5)$$

となる。単位幅当りの流量 q は式(5)を用いると次式で表わされる。

$$q = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} u dy = -\frac{1}{12\mu} \frac{dp}{dx} h^3 \dots\dots\dots(6)$$

ところで、二円筒すきまの任意のすきま h は

$$h = h_0 + 2r(1 - \cos\theta) \dots\dots\dots(7)$$

で示される。式(6)に式(7)を代入して $\frac{dp}{dx}$ を求めると

$$\frac{dp}{dx} = -12\mu q \frac{1}{\{h_0 + 2r(1 - \cos\theta)\}^3} \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 $x = r \sin\theta$ であるから、式(8)は

$$dp = -12\mu r q \frac{\cos\theta d\theta}{(a + b \cos\theta)^3} \dots\dots\dots(9)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} a &= h_0 + 2r \\ b &= -2r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

である。式(10)を積分すると圧力 p が得られる。すなわち

$$p = -12\mu r q \int \frac{\cos\theta d\theta}{(a + b \cos\theta)^3} + c \dots\dots\dots(11)$$

右辺の積分項は次のようになる。

$$\int \frac{\cos\theta d\theta}{(a + b \cos\theta)^3} = \frac{1}{2(a^2 - b^2)} \left\{ \frac{a \sin\theta}{(a + b \cos\theta)^2} + \int \frac{(-2b + a \cos\theta) d\theta}{(a + b \cos\theta)^2} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

式(12)の右辺の積分項は

$$\int \frac{(-2b + a \cos\theta)}{(a + b \cos\theta)^2} = \frac{1}{a^2 - b^2} \left\{ \frac{(a^2 + 2b^2) \sin\theta}{(a + b \cos\theta)} - 3ab \int \frac{d\theta}{a + b \cos\theta} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

となり、さらに上式の右辺の積分項は

$$\int \frac{d\theta}{a+b\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a+b} \dots\dots\dots(14)$$

となる。式(11)に式(12), (13), (14)を代入すると

$$p = -12\mu r q \frac{1}{2(a^2-b^2)} \left[\frac{a\sin\theta}{(a+b\cos\theta)^2} + \frac{1}{a^2-b^2} \left\{ \frac{(a^2+2b^2)\sin\theta}{a+b\cos\theta} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a+b} \right) \right\} \right] + c \dots\dots\dots(15)$$

となる。

次に式(15)の積分定数 c を決めるために境界条件を与える。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \theta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき } p = P_2 \\ \theta = -\frac{\pi}{2} \text{ のとき } p = P_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

上の関係を式(15)に代入すると

$$P_2 = -12\mu q \frac{r}{2(a^2-b^2)} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2-b^2} \left\{ \frac{a^2+2b^2}{a} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b} \right) \right\} \right] + c \dots\dots\dots(17)$$

$$P_1 = 12\mu q \frac{r}{2(a^2-b^2)} \left[-\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2-b^2} \left\{ \frac{a^2+2b^2}{a} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b} \right) \right\} \right] + c \dots\dots\dots(18)$$

式(17), (18)を加算すると c が求められる。

$$c = \frac{P_1+P_2}{2} \dots\dots\dots(19)$$

これを式(15)に代入すると

$$p = -12\mu q \frac{r}{2(a^2-b^2)} \left[\frac{a\sin\theta}{(a+b\cos\theta)^2} + \frac{1}{a^2-b^2} \left\{ \frac{(a^2+2b^2)\sin\theta}{a+b\cos\theta} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a+b} \right) \right\} \right] + \frac{P_1+P_2}{2} \dots\dots\dots(20)$$

となる。また、式(18)から式(19)を減算すると

$$P_1 - P_2 = 24\mu q \cdot \frac{r}{2(a^2-b^2)} \left[\frac{a\sin\theta}{(a+b\cos\theta)^2} + \frac{1}{a^2-b^2} \left\{ \frac{(a^2+2b^2)\sin\theta}{a+b\cos\theta} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a+b} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots(21)$$

となり、式(21)の q を式(20)に代入すると

$$p = \frac{P_1+P_2}{2} - \frac{P_1-P_2}{2\varphi} \left[\frac{a\sin\theta}{(a+b\cos\theta)^2} + \frac{1}{a^2-b^2} \left\{ \frac{(a^2+2b^2)\sin\theta}{a+b\cos\theta} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a+b} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots(22)$$

ただし

$$\varphi = \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2-b^2} \left\{ \frac{a^2+2b^2}{a} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b} \right) \right\} \dots\dots\dots(23)$$

となる。ここで式(22), (23)の a, b は h_0, r の代わりにおきかえられているから式(10)の関係を代入

し、無次元の形に直すと次式が求められる。

$$\frac{p}{P_1 - P_2} = \frac{1}{2} \frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2} - \frac{1}{2\varphi_1} \left[\frac{(1+2m)\sin\theta}{\{1+2m(1-\cos\theta)\}^2} + \frac{1}{1+4m} \left\{ \frac{(1+4m+12m^2)\sin\theta}{1+2m(1-\cos\theta)} + 12m \frac{1+2m}{\sqrt{1+4m}} \tan^{-1} \left(\sqrt{1+4m} \tan \frac{\theta}{2} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots(24)$$

ただし

$$\varphi_1 = \frac{1}{1+2m} + \frac{1}{1+4m} \left(\frac{1+4m+12m^2}{1+2m} + 12m \frac{1+2m}{\sqrt{1+4m}} \tan^{-1} \sqrt{1+4m} \right) \dots\dots\dots(25)$$

$$m = \frac{r}{h_0} \dots\dots\dots(26)$$

式(24), (25), (26)は二円筒すきまにおける圧力分布を示す。

また単位幅当りの流量 q は式(21)から求められる。ここで上記の圧力 p と同じように式(10)の関係を代入し、かつ m で整理し、無次元の形に直すと

$$\frac{q}{\nu} = \frac{(P_1 - P_2)h_0^2}{12\rho\nu^2\varphi_2} \dots\dots\dots(27)$$

ただし

$$\varphi_2 = \frac{m}{1+4m} \left\{ \frac{1}{1+2m} + \frac{1}{1+4m} \left(\frac{1+4m+12m^2}{1+2m} + 12m \frac{1+2m}{\sqrt{1+4m}} \tan^{-1} \sqrt{1+4m} \right) \right\} = \frac{m\varphi_1}{1+4m} \dots\dots\dots(28)$$

で表わされる。 φ_1, φ_2 の関係を図2に示す。

次に単位幅当りの摩擦力 F_1 を求める。式(8)に式(10), (27)を代入すると

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_2(a + b\cos\theta)^3} \dots\dots\dots(29)$$

となり、式(5)に式(29)を代入すると

$$u = - \frac{P_1 - P_2}{2\mu\varphi_2(a + b\cos\theta)^3} \left(y^2 - \frac{h^2}{4} \right) \dots\dots\dots(30)$$

ここで

$$\left(\frac{du}{dy} \right)_{y=\frac{h}{2}} = - \frac{P_1 - P_2}{2\mu\varphi_2(a + b\cos\theta)^2} \dots\dots\dots(31)$$

となり、粘性流体が二円筒におよぼす単位幅当りの摩擦力 F_1 は

$$F_1 = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=\frac{h}{2}} dx = - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{r\cos\theta}{(a + b\cos\theta)^2} d\theta \dots\dots\dots(32)$$

となり、積分項は

$$\int \frac{\cos\theta}{(a + b\cos\theta)^2} = \frac{1}{a^2 - b^2} \left(\frac{a\sin\theta}{a + b\cos\theta} - b \int \frac{d\theta}{a + b\cos\theta} \right) \dots\dots\dots(33)$$

となり、右辺の積分項は式(14)と同じであるから、これらを式(32)に代入して計算すると

$$F_1 = - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_2} \cdot \frac{r}{a^2 - b^2} \left[\frac{a\sin\theta}{a + b\cos\theta} - \frac{2b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a + b} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

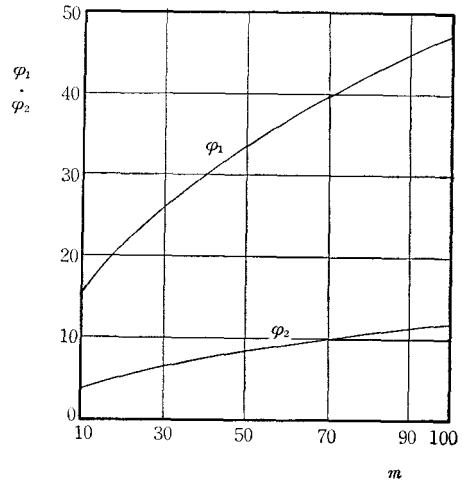


図2 φ₁, φ₂

$$= -\frac{P_1 - P_2}{\varphi_2} \frac{2r}{a^2 - b^2} \left(1 - \frac{2b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a + b} \right) \dots\dots\dots (34)$$

となる。上式の a, b を m を用いて表わし、無次元形に直すと次式が得られる。

$$\frac{F_1}{(P_1 - P_2)h_0} = -\frac{2}{\varphi_1} \left(1 + \frac{4m}{\sqrt{1 + 4m}} \tan^{-1} \sqrt{1 + 4m} \right) \dots\dots\dots (35)$$

ただし、 φ_1 は式(25)に示すものである。式(35)が摩擦力を表示し、図3に示す。

§ 3 厳密な表示式

前章の場合、境界条件は大まかにとったが、本章では圧力、流量および摩擦力の表示式をさらに厳密にするために、境界条件を次のように与える。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \theta = \theta_1 \text{ のとき } p = P_2 \\ \theta = -\theta_1 \text{ のとき } p = P_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

上の関係を式(15)に代入すると

$$P_2 = -12\mu q \frac{r}{2(a^2 - b^2)} \left\{ \frac{a \sin \theta_1}{(a + b \cos \theta_1)^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} \left\{ \frac{(a^2 + 2b^2) \sin \theta_1}{a + b \cos \theta_1} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{\theta_1}{2}}{a + b} \right) \right\} \right\} + c \dots\dots\dots (37)$$

$$P_1 = 12\mu q \frac{r}{2(a^2 - b^2)} \left\{ \frac{a \sin \theta_1}{(a + b \cos \theta_1)^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} \left\{ \frac{(a^2 + 2b^2) \sin \theta_1}{a + b \cos \theta_1} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{\theta_1}{2}}{a + b} \right) \right\} \right\} + c \dots\dots\dots (38)$$

式(37), (38)から $c = \frac{P_1 + P_2}{2}$ となるので、これを式(15)に代入すると

$$p = -12\mu q \frac{r}{2(a^2 - b^2)} \left\{ \frac{a \sin \theta}{(a + b \cos \theta)^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} \left\{ \frac{(a^2 + 2b^2) \sin \theta}{a + b \cos \theta} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a + b} \right) \right\} \right\} + \frac{P_1 + P_2}{2} \dots\dots\dots (39)$$

となり、式(38)から式(37)を引いたものから q を求め、これを上式に代入すると

$$p = \frac{P_1 + P_2}{2} - \frac{P_1 - P_2}{2\varphi'} \left\{ \frac{a \sin \theta}{(a + b \cos \theta)^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} \left\{ \frac{(a^2 + 2b^2) \sin \theta}{a + b \cos \theta} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{\theta}{2}}{a + b} \right) \right\} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

ただし

$$\varphi' = \frac{a \sin \theta_1}{(a + b \cos \theta_1)^2} + \frac{1}{a^2 - b^2} \left\{ \frac{(a^2 + 2b^2) \sin \theta_1}{a + b \cos \theta_1} - 3ab \left(\frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{\theta_1}{2}}{a + b} \right) \right\} \dots\dots\dots (41)$$

となる。前章の場合と同じように、 a, b の代わりに m で表わすと次式のようなになる。

$$\frac{p}{P_1 - P_2} = \frac{1}{2} \frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2} - \frac{1}{2\varphi_3} \left\{ \frac{(1 + 2m) \sin \theta}{\{1 + 2m(1 - \cos \theta)\}^2} + \frac{1}{1 + 4m} \left\{ \frac{(1 + 4m + 12m^2) \sin \theta}{1 + 2m(1 - \cos \theta)} + \right. \right.$$

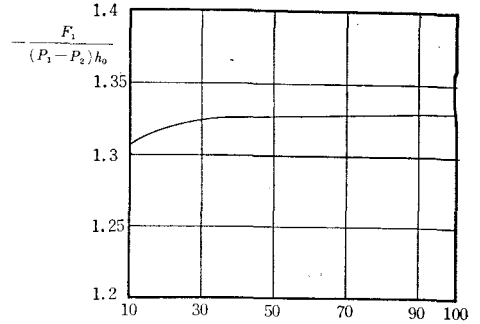


図3 摩擦力

$$12m \frac{1+2m}{\sqrt{1+4m}} \tan^{-1} \left(\sqrt{1+4m} \tan \frac{\theta}{2} \right) \Big] \dots \dots \dots (42)$$

ただし

$$\varphi_3 = \frac{(1+2m)\sin\theta_1}{\{1+2m(1-\cos\theta_1)\}^2} + \frac{1}{1+4m} \left\{ \frac{(1+4m+12m^2)\sin\theta_1}{1+2m(1-\cos\theta_1)} + 12m \frac{1+2m}{\sqrt{1+4m}} \tan^{-1} \left(\sqrt{1+4m} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) \right\} \dots \dots \dots (43)$$

上式が二円筒すきまの圧力分布を示す。また、単位幅当りの流量 q は、式(38)から式(37)を引いたものから求められ、さらに上記の場合と同じような表示をとると

$$\frac{q}{\nu} = \frac{(P_1 - P_2)h_0^2}{12\rho\nu^2\varphi_4} \dots \dots \dots (44)$$

ただし

$$\varphi_4 = \frac{m}{1+4m} \left[\frac{(1+2m)\sin\theta_1}{\{1+2m(1-\cos\theta_1)\}^2} + \frac{1}{1+4m} \left\{ \frac{(1+4m+12m^2)\sin\theta_1}{1+2m(1-\cos\theta_1)} + 12m \frac{1+2m}{\sqrt{1+4m}} \tan^{-1} \left(\sqrt{1+4m} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) \right\} \right] = \frac{m\varphi_3}{1+4m} \dots \dots \dots (45)$$

となる。 φ_3, φ_4 の関係を図4, 図5に示す。また、式(42)の関係を図6に示す。

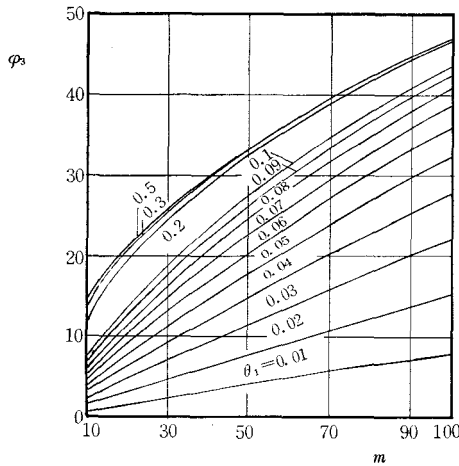


図4 φ_3

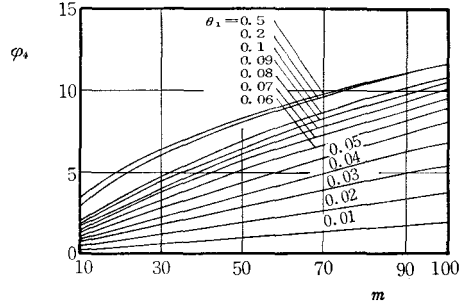


図5 φ_4

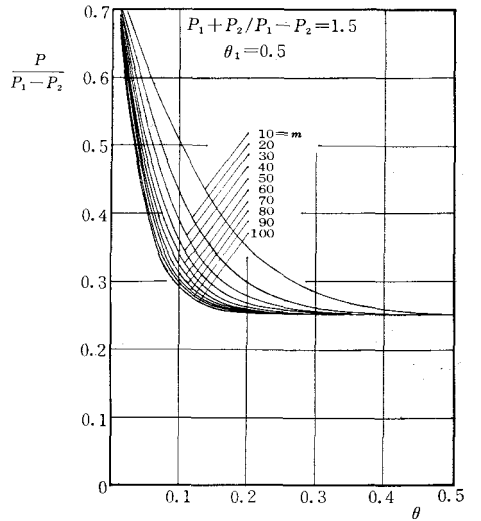


図6 圧力分布

さらに、単位幅当りの摩擦力 F_2 を求める。式(6)に式(10), (44)を代入すると

$$\frac{d\hat{p}}{dx} = - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_4 (a + b\cos\theta)^3} \dots \dots \dots (46)$$

となり、式(5)に式(46)を代入して微分すると

$$\left(\frac{du}{dy} \right)_{y=\frac{h}{2}} = - \frac{P_1 - P_2}{2\mu\varphi_4 (a + b\cos\theta)^2} \dots \dots \dots (47)$$

となる。単位幅当りの摩擦力 F_2 は

$$\begin{aligned} F_2 &= 2 \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=\frac{h}{2}} dx \\ &= - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_4} \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{r\cos\theta}{(a + b\cos\theta)^2} d\theta \\ &= - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_4} \frac{2r}{a^2 - b^2} \left(\frac{a\sin\theta_1}{a + b\cos\theta_1} - \frac{2b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{\theta_1}{2}}{a + b} \right) \dots \dots \dots (48) \end{aligned}$$

となる。上式の a, b を m を用いて表わし、無次元形に直すと次式が求められる。

$$\frac{F_2}{(P_1 - P_2)h_0} = -\frac{2}{\varphi_3} \left\{ \frac{(1+2m)\sin\theta_1}{1+2m(1-\cos\theta_1)} + \frac{4m}{\sqrt{1+4m}} \tan^{-1} \left(\sqrt{1+4m} \tan \frac{\theta_1}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots(49)$$

ただし、 φ_3 は式(43)に示すものである。図7に式(49)の関係を示す。

ところで、式(42), (44), (49)で表わされる圧力、流量および摩擦力は、前章で表示された式(24), (27), (35)を含む。すなわち、 $\theta_1 = \pm \frac{\pi}{2}$ を式(42), (44), (49)に代入することにより、式(24), (27), (35)が得られる。したがって、この章の表示式が前章の場合に比べて、より正確な関係式を示すことになる。

§ 4 二円筒間のすきまを近似した場合

§ 2, 3 で述べた二円筒すきまにおける任意のすきまが式(7)で示される $h = h_0 + 2r(1 - \cos\theta)$ の場合は、厳密な解析結果を示すが、圧力、流量および摩擦力の表示式が複雑で、その計算も面倒である。したがって、それを簡略な形で表わすために、任意のすきまを近似して与え、圧力、流量および摩擦力を求める。すなわち、任意すきまを次のように与える。

$$h \doteq h_0 + r\theta^2 = h_0 + \frac{x^2}{r} \dots\dots\dots(50)$$

この式を用いて圧力 p から求める。式(6)の圧力勾配 $\frac{dp}{dx}$ は式(50)を代入すると

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{12\mu q}{\left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)^3} \dots\dots\dots(51)$$

これを積分すると

$$p = -12\mu q \int \frac{dx}{\left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)^3} + c = -12\mu q \left[\frac{x}{2h_0} \left\{ \frac{1}{2\left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)^2} + \frac{3}{4h_0\left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)} \right\} + \frac{3}{8} \frac{1}{h_0^2} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \tan^{-1} \left(\frac{x}{r} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \right) \right] + c \dots\dots\dots(52)$$

式(52)の積分定数 c を決めるために、次の境界条件を与える。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \theta = -\theta_1 \text{ のとき } & \text{すなわち } x = -r\theta_1 \quad p = P_1 \\ \theta = \theta_1 \text{ のとき } & \text{すなわち } x = r\theta_1 \quad p = P_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(53)$$

これを式(52)に代入すると

$$P_1 = 12\mu q \left[\frac{r\theta_1}{2h_0} \left\{ \frac{1}{2(h_0 + r\theta_1^2)^2} + \frac{3}{4h_0(h_0 + r\theta_1^2)} \right\} + \frac{3}{8} \frac{1}{h_0^2} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \tan^{-1} \left(\theta_1 \sqrt{\frac{r}{h_0}} \right) \right] + c \dots\dots\dots(54)$$

$$P_2 = -12\mu q \left[\frac{r\theta_1}{2h_0} \left\{ \frac{1}{2(h_0 + r\theta_1^2)^2} + \frac{3}{4h_0(h_0 + r\theta_1^2)} \right\} + \frac{3}{8} \frac{1}{h_0^2} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \tan^{-1} \left(\theta_1 \sqrt{\frac{r}{h_0}} \right) \right] + c \dots\dots\dots(55)$$

式(54), (55)から $c = \frac{P_1 + P_2}{2}$ となり、式(52)は

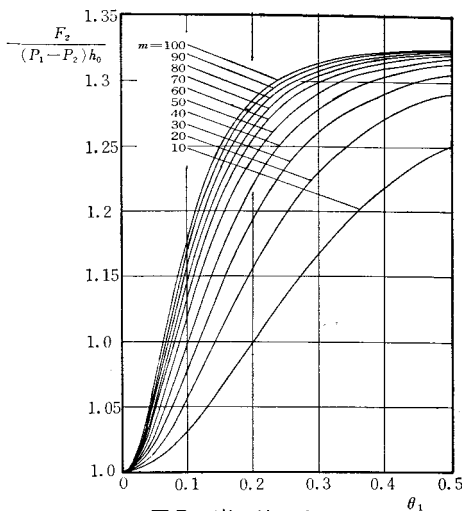


図7 摩擦力

$$p = -12\mu q \left[\frac{x}{2h_0} \left\{ \frac{1}{2\left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)^2} + \frac{3}{4h_0\left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)} \right\} + \frac{3}{8} \frac{1}{h_0^2} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \tan^{-1} \left(\frac{x}{r} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \right) \right] + \frac{P_1 + P_2}{2} \dots (56)$$

となる。式(54)と式(55)を減算して q を式(56)に代入して消去し、 $x=r\theta$ の関係も入れて整理すると次のように表わされる。

$$p = \frac{P_1 + P_2}{2} - \frac{P_1 - P_2}{2\varphi''} \left[\frac{r\theta}{2h_0} \left\{ \frac{1}{2(h_0 + r\theta^2)^2} + \frac{3}{4h_0(h_0 + r\theta^2)} \right\} + \frac{3}{8} \frac{1}{h_0^2} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \tan^{-1} \left(\theta \sqrt{\frac{r}{h_0}} \right) \right] \dots (57)$$

ただし

$$\varphi'' = \frac{r\theta_1}{h_0} \left\{ \frac{1}{\left(1 + \frac{r}{h_0} \theta_1^2\right)^2} + \frac{3}{2\left(1 + \frac{r}{h_0} \theta_1^2\right)} \right\} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \tan^{-1} \left(\theta_1 \sqrt{\frac{r}{h_0}} \right) \dots (58)$$

上式に式(26)の関係を代入し、無次元な形に直すと

$$\frac{p}{P_1 - P_2} = \frac{1}{2} \frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2} - \frac{1}{2\varphi_5} \left[m\theta \left\{ \frac{1}{(1 + m\theta^2)^2} + \frac{3}{2(1 + m\theta^2)} \right\} + \frac{3}{2} \sqrt{m} \tan^{-1} (\theta \sqrt{m}) \right] \dots (59)$$

ただし

$$\varphi_5 = m\theta_1 \left\{ \frac{1}{(1 + m\theta_1^2)^2} + \frac{3}{2(1 + m\theta_1^2)} \right\} + \frac{3}{2} \sqrt{m} \tan^{-1} (\theta_1 \sqrt{m}) \dots (60)$$

となる。

また、単位幅当りの流量 q は式(54)と式(55)を減算して得られ、上記と同じように表わすと次のようになる。

$$\frac{q}{\nu} = \frac{(P_1 - P_2)h_0^2}{12\rho\nu^2\varphi_6} \dots (61)$$

ただし

$$\varphi_6 = \frac{m\theta_1}{2} \left\{ \frac{1}{(1 + m\theta_1^2)^2} + \frac{3}{2(1 + m\theta_1^2)} \right\} + \frac{3}{2} \sqrt{m} \tan^{-1} (\theta_1 \sqrt{m}) = \frac{\varphi_5}{2} \dots (62)$$

次に単位幅当りの摩擦力 F_3 を求める。式(6)に式(61)を代入すると

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_6 \left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)^3} \dots (63)$$

式(5)に式(63)を代入し微分すると

$$\left(\frac{du}{dy} \right)_{y=\frac{h}{2}} = - \frac{P_1 - P_2}{2\mu\varphi_6 \left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)^2} \dots (64)$$

ゆえに、単位幅当りの摩擦力 F_3 は

$$F_3 = 2 \int_{-r\theta_1}^{r\theta_1} \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=\frac{h}{2}} dx = - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_6} \int_{-r\theta_1}^{r\theta_1} \frac{dx}{\left(h_0 + \frac{x^2}{r}\right)^2} = - \frac{P_1 - P_2}{\varphi_6} \left\{ \frac{r\theta_1}{h_0(h_0 + r\theta_1^2)} + \frac{1}{h_0} \sqrt{\frac{r}{h_0}} \tan^{-1} \left(\theta_1 \sqrt{\frac{r}{h_0}} \right) \right\} \dots (65)$$

となる。上式の右辺を式(26)の関係をを用いて整理すると次式のようになる。

$$\frac{F_3}{(P_1 - P_2)h_0} = -\frac{2}{\varphi_5} \left\{ \frac{m\theta_1}{1+m\theta_1^2} + \sqrt{m} \tan^{-1}(\theta_1 \sqrt{m}) \right\} \dots\dots\dots (66)$$

ただし、 φ_5 は式(60)に示す。

ところで、この章で述べた圧力、流量および摩擦力は前章（§3）のすきま近似しない場合と比較したとき、 θ_1 が小さいときはほとんど誤差は認められないので、各々のグラフは省略した。ただ、この章の場合はすきまを近似して与えているから、 $x=r\theta$ が成立つ範囲のみしか適用できないことはいうまでもない。したがって、厳密に取扱いたい場合は、§3における各々の表示式を用いればよい。

§5 結 言

二円筒すきまの流れにおいて、そのすきまが小さく、かつ流れがおそい粘性流体について、Navier-Stokes の運動方程式における慣性項が他の項に比べて無視できるものとし、その簡略式を解いて、二円筒すきまにおける圧力、流量および摩擦力を求めた。

これらの関係式は、おもに円筒の半径と最小すきまの比で示されるパラメータ m で表示される。さらに、二円筒の任意のすきまを近似しない場合は式が複雑で計算も面倒であるため、すきまを近似して与え、解析を行って同様な表示式を求めた。その結果、 θ_1 が小さいときは近似しない場合と比較してほとんど誤差は認められなかった。

文 献

- 1) 京免 進：呉工業高等専門学校研究報告，7—2（1972），73
- 2) H. Lamb: Hydrodynamics, 6th. Ed., Cambridge (1957).

（昭和47年7月31日 受付）

半導体素子によるけい光灯安定回路

(電気工学科) 原 田 一 彦

The Ballast Circuit of the Fluorescent Lamp by Semi-Conductor

Kazuhiko HARADA

Generally, fluorescent lamps are often used for many purposes. However, the ballast of lamp circuit produces much inefficient power loss. For instance, this power loss turns out to be the load of room air conditioning. Therefore, we investigated the ballast circuit by semi-conductor which consists of multivibrator and switching circuit without coils and iron core.

The following results have been obtained;

- (1) This ballast circuit is small and light.
- (2) The power loss of this ballast circuit is much less than the others.
- (3) The power factor of this ballast circuit is very good (0.92 at the rated voltage)
- (4) This ballast circuit will be able to be used as a dimmer and be operated easily.
- (5) The fluorescent lamps over 20 watts can't be operated by this ballast circuit.

§ 1 緒 言

人工光源は、白熱電球をはじめとして各種の光源が研究、開発されてきたが、一般照明用として主流をなすものは、白熱電球とけい光ランプである。このことは、将来もかなりの期間継続するものと考えられる。なかでも、けい光ランプの普及は相当なもので、作業場、事務所、商店等は推奨照度の高度化にともなって更に多量のけい光ランプが使用され、また、一般家庭でも電力事情や高照度化等の目的で、周知の通りの使用状況となっている。しかし、放電灯の点灯回路には安定器が必要で、その電力損を無視することはできない。たとえば、現在は建築物に空調設備が普及しつつあるが、この場合に、安定器の放熱はかなりの冷房負荷となり、能率の低下、又は空調設備の大形化を招く悪い結果となっている。安定器の損失を軽減することは、以上の理由からだけでも有意義なことといえる。

けい光灯の場合は、安定器として電力損や光のちらつきが少ないチョークコイルが広く使用され

ているが、これは、鉄心にコイルを巻いているので、鉄損と銅損が必然的に生じてくる。したがって、鉄心とコイルを使用しない安定回路を採用すれば、損失はかなり減少し、力率も向上することが考えられる。これらのことについて既に発表されているが¹⁾²⁾、半導体素子を使用した安定回路で、10Wまでのけい光ランプの点灯に成功したので報告する。

§ 2 半導体素子安定回路

従来の安定回路は、放電電流を安定化させる目的で、けい光ランプに直列に抵抗又はインピーダンスを挿入する方法が採用されてきたが、この方法では、安定器の小形軽量化にも限度があり、力率も悪く、全電力損に対する安定器の電力損の割合も大きく、前記のように、これによる放熱も無視できない。

半導体素子を使用した安定回路は、これらの点を改善するために、放電の動特性見地から、放電電流を時間的に制限するようにしたもので、マルチバイブレータとスイッチング回路³⁾を組み合わせ

た。

2・1 非安定マルチバイブレータ

図1は、コレクタベース結合形非安定マルチバイブレータで、安定回路はこの出力を負荷に直列に接続したトランジスタのベースに加えて、電流を断続して制御する方式である。このマルチバイブレータの回路は基本的なもので、動作原理については省略する。

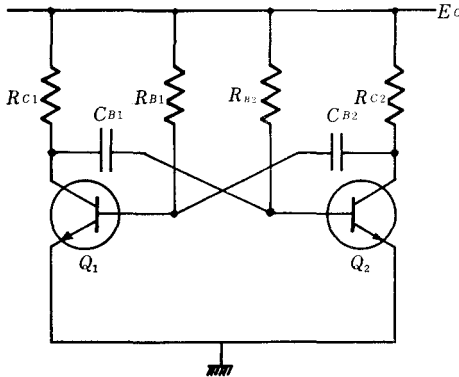


図1 非安定マルチバイブレータ

2・2 単安定マルチバイブレータ

これには、コレクタベース結合形とエミッタ結合形の二種類があるが、図2は前者で、実験にはこの回路を採用した。基本的な回路であるから動作原理は省略するが、この方式は、電流を検出して動作するので電圧が大きく変動しても、けい光ランプの光束はあまり変化しないので電圧変動に強い安定回路となる。

マルチバイブレータには、これらのほかに二安定マルチバイブレータがあるが、今回の実験には使用しなかった。

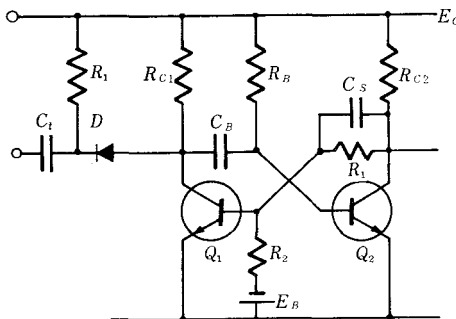


図2 単安定マルチバイブレータ

2・3 スイッチング回路

マルチバイブレータの出力は、結合コンデンサCを経てトランジスタのベースに加わるが、Cの容量が小さいと負荷回路の影響で出力波形が歪んだり、又は、出力が出なかったりする。容量は大きい方がよく実験の結果 $3\mu\text{F}$ の電解コンデンサを使用した。

全波整流によって得られた電圧により、けい光ランプが放電を開始すると、電流は R_2 によって異状電流となって流れるのを防がれるが、効率を高めるためには R_2 を小さくして電力損を少なくするのがよい。しかし、そうすれば過大電流が流れる可能性が生じてくる。したがって、マルチバイブレータの出力の周期を適当な値にすれば、過大電流が流れる前に電流をしゃ断し目的を達することができる。

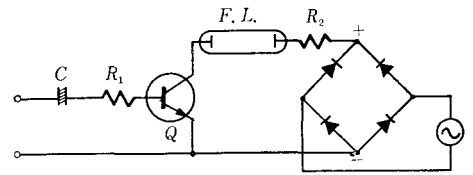


図3 スイッチング回路

§3 実験結果および考察

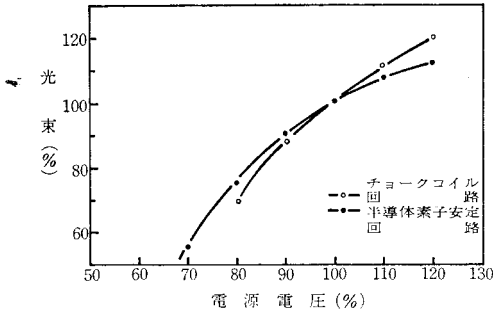
けい光ランプは4W、6Wおよび10W（ともに白色）について点灯実験を行なった。また、非安定マルチバイブレータと単安定マルチバイブレータとでは、実験の結果の諸特性が後者の方が良好なので、この諸特性を6Wと10Wのけい光ランプの場合について、従来のチョークコイルの回路による点灯特性と比較し検討する。

3・1 光束

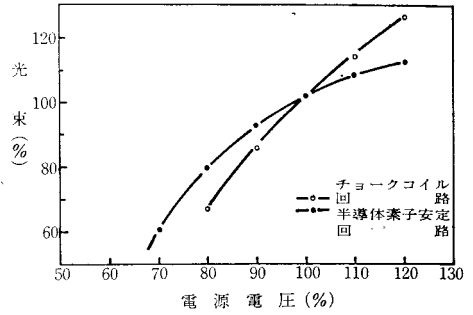
定格状態（電源電圧100V、電流定格値）では、半導体素子安定回路の場合は、チョークコイル回路よりも光束が若干減少している。これは管電流の波形が影響しているためで、スイッチング回路のON、OFF動作によって電流波形が変動するからである。図4に示すように、光束の電源電圧変動に対する変化は、半導体素子安定回路の方が安定しており、チョークコイル回路の場合に比較して変化の割合は半分程度である。この現象は管電流の変化についても同様であった。

図5は電源電圧100Vを一定にして、マルチバイプレータ電圧を変化させたときの、6Wけい光ランプではランプから30cm、10Wランプでは45cm離れた点の照度の変化を求めたものである。これからわかるように、この特性を調光に応用するこ

とができる。また、スイッチング回路の抵抗 R_2 を変えても調光は可能である。バイプレータ電圧を二・三変えて、電源電圧に対する光束の変化を示したのが図6で、この場合、特性の変化はほとんどなかった。

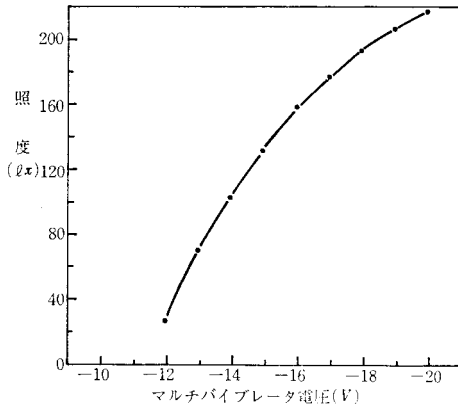


(a) 6Wけい光ランプ(マルチバイプレータ電圧-17V)

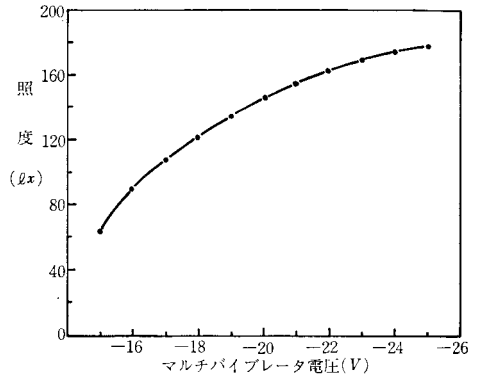


(b) 10Wけい光ランプ(マルチバイプレータ電圧-20V)

図4 電源電圧に対する光束の変化

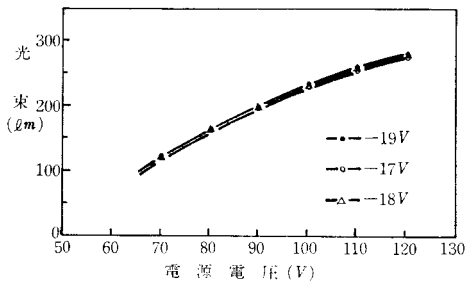


(a) 6Wけい光ランプ(ランプから照度計まで30cmの距離)

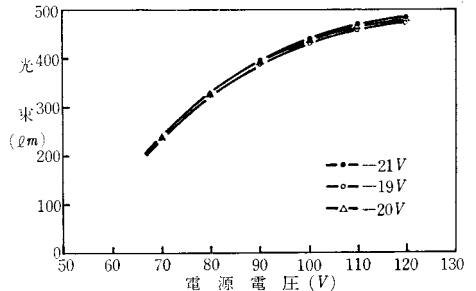


(b) 10Wけい光ランプ(ランプから照度計まで45cmの距離)

図5 マルチバイプレータ電圧に対する照度の変化



(a) 6Wけい光ランプ



(b) 10Wけい光ランプ

図6 数種類のマルチバイプレータの電圧で電源電圧に対する光束の変化

3・2 力 率

図7は電源電圧に対する力率の変化を求めたもので、チョークコイルを使用した点灯回路の力率は、6Wおよび10Wのけい光ランプではともに0.6~0.7程度で、電源電圧が低下すると逆に力率は上昇するが、一般の使用状態では低い力率である。これに比べて、半導体素子安定回路による場合の力率はかなり高く、また、電源電圧の変動に対しては前者の反対で、高くなるほど力率もよくなっている。6Wのけい光ランプを定格状態で点灯したときの力率は、チョークコイル回路の場合が0.67であったが、半導体素子安定回路では0.92という高い値であった。また、10Wのけい光ランプでもほぼ同様の値であった。

3・3 安定器 (回路) の電力損

全点灯回路に対する安定器 (回路) の電力損の割合を示したのが図8で、これによると、半導体素子安定回路の占める電力損は少なく、定格状態でチョークコイルの場合には0.8に近いが、それに対し0.6程度である。したがって放熱も小さい。チョークコイルは、点灯可能の範囲の電圧ですべ

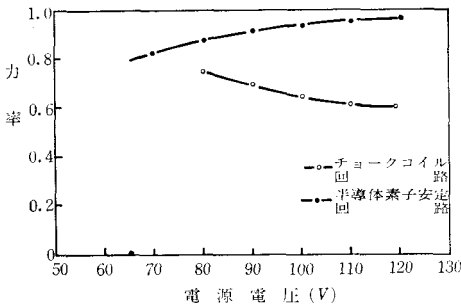
て0.6以上の値で、この値は電源電圧とともに増加している。半導体素子安定回路では、マルチバイプレータの電圧にはこの値はほとんど影響されない。

3・4 ちらつき

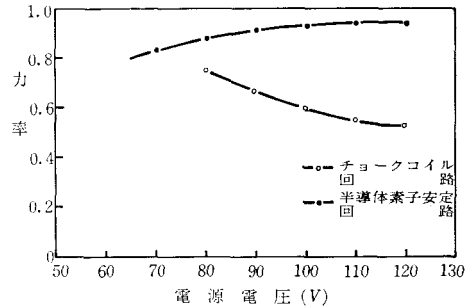
交流で点灯するけい光ランプは、電流の周期的変化によって電源周波数の2倍の周波数でちらつきを生じる。両回路によるちらつきの比較を6名の試験者で数回繰り返して実施したが、その差を認めることはできなかった。したがって、半導体素子安定回路によるけい光ランプの点灯は、一般照明用としてはなんら障害を与えるものではない。しかし、電源電圧を单相半波整流電圧にすると、ちらつきは著しく大きくなり、照明用としては不適当となる。

3・5 雑 音

半導体素子安定回路では、常時高周波で発振しているため、これが妨害電波となってラジオに障害を与える。この雑音は、次の三つの形式のいずれか、またはすべてによってラジオに伝達される⁴⁾。

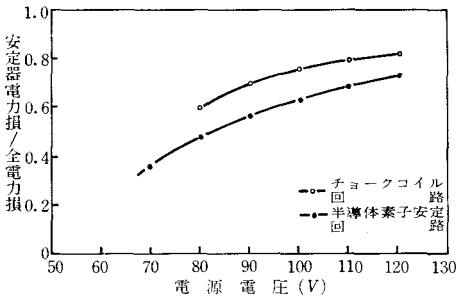


(a) 6Wけい光ランプ(マルチバイプレータ電圧=17V)

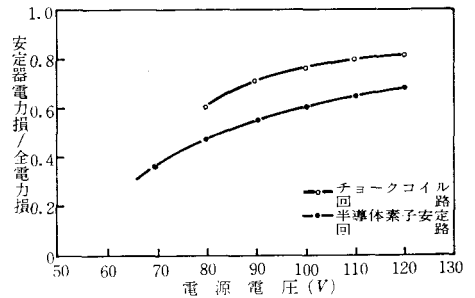


(b) 10Wけい光ランプ(マルチバイプレータ電圧=20V)

図7 電源電圧に対する力率の変化



(a) 6Wけい光ランプ(マルチバイプレータ電圧=17V)



(b) 10Wけい光ランプ(マルチバイプレータ電圧=20V)

図8 電源電圧に対する安定器電力損と全電力損の比の変化

- (1) けい光ランプ点灯回路から直接電波の形でラジオのアンテナ回路に入る。
- (2) 電源から電波の形でラジオのアンテナ回路に入る。
- (3) 器具から電線を通してラジオに入る。

このうち、(1)についてラジオで実験した結果は、点灯回路から1 m以内の距離ではかなりの雑音が入るが、それ以上の距離になるとほとんど影響は感じられなかった。チョークコイル使用の点灯回路では3 m以上離せば、ほとんど影響がなくなるのであるから両回路の差はあまりないと考えてよい。

以上の諸特性のほかに寿命特性などがあるが今回の実験では省略した。

§ 4 結 言

従来のチョークコイル安定器に対し、半導体素子で安定回路を構成したけい光ランプ点灯方式で、比較実験をしたが、これは次のような特長をもっている。

- (1) 小形、軽量化ができる。
- (2) 電力損が少ない。

したがって放熱も小である。

- (3) 力率がとてもよい。
 - (4) 電源電圧の変動による光束の変化が少ない。
 - (5) 50 Hz, 60 Hz 共用である。
 - (6) 調光が容易にできる。
- しかし、次のような問題点がある。
- (1) 20W以上のけい光ランプの場合、点灯時のキック電圧。
 - (2) 発生する雑音の防止。
 - (3) マルチバイブレータの直流電源。

これらの問題をいかに解決するか、また経済性をどうするかで、実用化も決まると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 石川他：昭和45年度照明学会全国大会講演論文集，32
- 2) 姫井他：昭和46年度電気四学会中国支部連合大会講演論文集，112
- 3) 片方他：トランジスタパルス回路，日刊工業新聞社
- 4) 電気学会：照明工学

(昭和47年7月31日受付)

並列インバータ回路のアナログシミュレーション (第1報)

基本的な単相サイリスタインバータ回路

(電気工学科) 協 所 広 司

Analog Computer Simulation of a Parallel Thyristor Inverter Circuit (1)

Fundamental Single-Phase Thyristor Inverter Circuit

Hiroshi WAKISHO

Analog computer simulation of a fundamental parallel thyristor inverter circuit was already analyzed by B. L. Bedford and R. G. Hoft.

But their simulation circuit has some faults because it does not easily respond to the change of the circuit constant.

Simulation and analyzation of a parallel inverter circuit by an analog computer will be easier, provided that these faults can be eliminated.

This paper shows the analog simulation circuit which was obtained by improving the simulation circuit of Bedford and Hoft, and also shows the characteristics of the voltages and the currents of a fundamental parallel thyristor inverter circuit by the improved analog simulation circuit.

§ 1 はじめに

並列コンデンサ転流法を用いた単相サイリスタインバータ回路の解析およびその最も基本的なもののアナログ計算機によるシミュレーションは、B. L. Bedford, R. G. Hoft 両氏により既に行なわれている。¹⁾

しかし、そのアナログシミュレーション回路は回路定数が変化した場合に、簡単な操作でその変化に応じられる、というものではない。

アナログ計算機によるシミュレーションには、先に筆者らが報告した単相全波整流回路のアナログシミュレーション²⁾において述べたような種々の利点がある。筆者は、並列インバータ回路のアナログシミュレーションの第一歩として、前記両氏のシミュレーション回路の、やや難点と思われ

る上記の点を解消し、回路定数の変化に簡単な操作で応じることのできるシミュレーション回路を考へて、実験値との比較検討を行なったので報告する。

§ 2 基本方程式

図1はサイリスタを用いた単相並列インバータのもっとも基本的な回路である。

本回路の解析は文献1に詳細に述べられているので、細部についてはこれに譲ることにして、以下に回路の電圧、電流の方程式をあげる。

図1において、つぎのような仮定と条件をおく。

- (1) 変圧器は理想変圧器で、かつ、一次巻線の片側の巻線と二次巻線の巻数が等しい。
- (2) インダクタンス L_d の抵抗は無視できる。

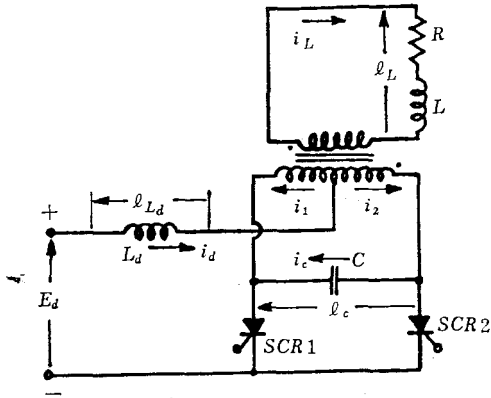


図1 並列インバータ回路

- (3) SCR1およびSCR2は理想制御整流子である。
- (4) E_d は理想蓄電池の電圧とする。
- (5) 負荷は抵抗RおよびインダクタンスLで構成されている。

上記条件の下で、SCR1がON状態、SCR2がOFF状態にあるときに、つぎの各式が成立つ。

$$i_1 - i_2 = i_L \dots\dots\dots(1)$$

$$i_1 + i_2 = i_d \dots\dots\dots(2)$$

$$i_c = i_2 = C \frac{de_c}{dt} \dots\dots\dots(3)$$

$$e_c = 2e_L \dots\dots\dots(4)$$

$$e_L = Ri_L + L \frac{di_L}{dt} \dots\dots\dots(5)$$

$$i_d = \frac{1}{L_d} \int (E_d - \frac{e_c}{2}) dt = \frac{1}{L_d} \int (E_d - e_L) dt \dots\dots\dots(6)$$

(1), (2)式より

$$2i_2 = i_d - i_L \dots\dots\dots(7)$$

(3), (4)式より

$$i_2 = 2C \frac{de_L}{dt} \dots\dots\dots(8)$$

(7), (8)式より

$$i_d - i_L = 4C \frac{de_L}{dt} \dots\dots\dots(9)$$

(6), (9)式より

$$\frac{1}{L_d} \int (E_d - e_L) dt - i_L = 4C \frac{de_L}{dt} \dots\dots\dots(10)$$

なお、SCR1がOFF状態、SCR2がON状態にあるときは、 i_1 と i_2 の関係が入れ替る。

§3 アナログシミュレーション回路

図2にアナログ計算機のシミュレーション回路を示す。

以下に個々のシミュレーション回路について述べる。

(1) 直流側電流回路

$$(6)式 \quad i_d = \frac{1}{L_d} \int (E_d - e_L) dt$$

より直流側電流 i_d が求まる。

(2) 交流側電流回路

$$(9)式 \quad i_L = i_d - 4C \frac{de_L}{dt}$$

より交流側電流 i_L が求まる。

なお、SCR1がOFF、SCR2がONのときは、上式の i_L, e_L が、それぞれ $-i_L, -e_L$ となる。

(3) 交流側電圧回路

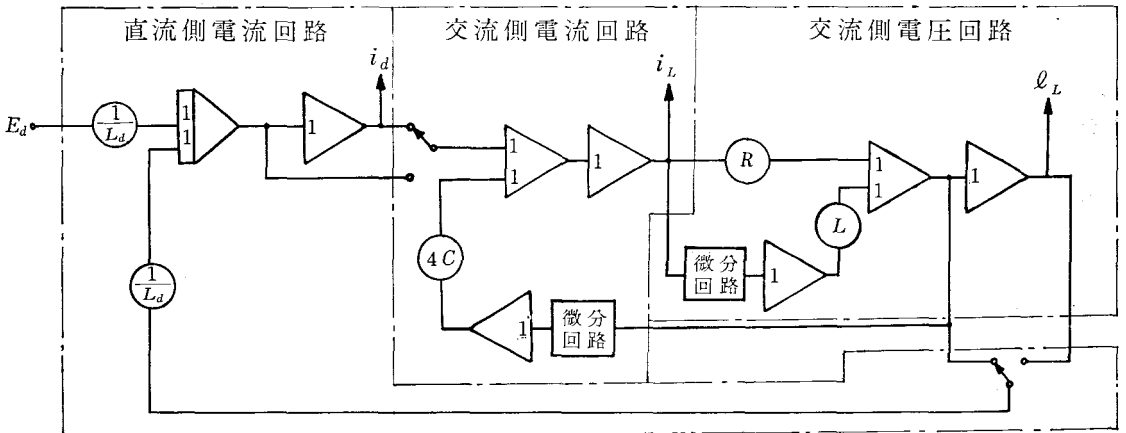


図2 アナログシミュレーション回路

$$(5) \text{式 } e_L = Ri_L + L \frac{di_L}{dt}$$

より交流側電圧が求まる。

(4) リレー制御回路

SCR1, SCR2が一定の周期で交互に導通, 非導通の状態を繰り返す作用をリレーの切替で行なう。

リレーの切替は正弦波電圧をリレー回路に加えて, 正弦波電圧の正負によってリレーの切替を行ない, その正弦波電圧の周期を実験値の周期の α 倍にした。

ここに α は, 時間換算係数で, 400 Hz の交流

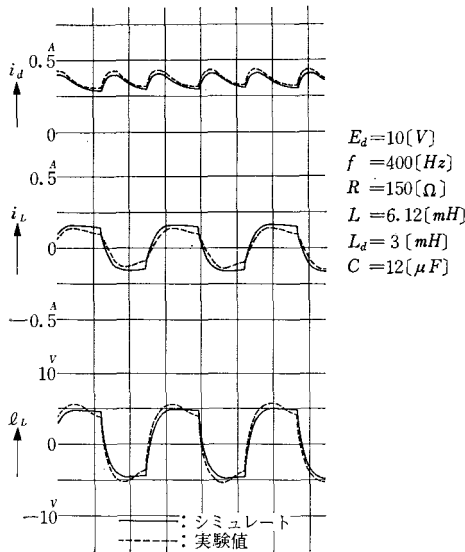


図3 アナコンによるシミュレートと実験値との比較

を0.2 Hz として計算したので $\alpha=2000$ となる。なお, 微分演算には不完全微分回路を用いた。

§ 4 計算例

以上に述べたシミュレーション回路を用いて, 数種の回路定数の場合についてシミュレートし, ブラウン管オシログラフによる実験結果の写真と比較検討した。その一例を図3に示す。

図3に見られるように実験値とシミュレートとは, その値および波形に若干の差異が認められるが, これは鉄心の飽和, ヒステリシス等の影響によるものではないかと思われ, この程度の差異ならば一応満足できるものと考えられる。

§ 5 おわりに

本論文ではサイリスタを用いた並列インバータの最も基本的な回路についてシミュレーションを行ない, 一応満足できる結果を得たのであるが, 引き続き, Mc Murray などによって開発された実用的な並列インバータ回路のシミュレーションも行なう考えである。

終りに本校の卒業研究として, ご協力いただいた升岡茂君に謝意を表す。

文 献

- 1) B. L. Bedford & R. G. Hoft著, 今井他訳: インバータ回路
- 2) 協所・山下: 呉工業高専研究報告6巻1号, 1970 (昭和47年7月31日受付)

ミニコン用複素数演算技法

(電気工学科) 村上 滋 樹

Techniques in Operation on Complex number for Mini-Computer

Shigeki MURAKAMI

The calculation on the AC network problems are usually performed by the symbolic method which uses complex number. On the other hand, the operation on complex number have not been executed by mean of mini-computer which is widely prevailed.

In this paper, to improve this inconvenience in some degree, the operational procedures on complex number, programmes which are coded by HITAC 10 8K FORTRAN and some examples are described.

1 緒 言

一般に、交流回路網に関する計算は複素数を用いて行なっているが、この計算をミニコンなどの小型コンピュータで実行したいという要求はかなり強いようであり、筆者もその一人である。

コンピュータを利用して複素数演算を行なう場合、FORTRAN についていえば、JIS 水準 7000 以上のコンパイラであれば実数とほぼ同様に演算処理が可能であるが、JIS 水準 5000 以下の場合にはかなり面倒でプログラムも複雑になってくる。

この報告は、上記の事情を少しでも緩和するために、複素数演算技法のうち電気回路計算に必要なと思われる基本的な演算と複素数多元連立方程式の解法について計算手順、HITAC 10 8K FORTRAN¹⁾によるプログラムおよび適用例を示したものである。コンパイラに要求される条件はサブルーチン副プログラムが使用できることであり、JIS 水準 3000 以上であればここにあげた手続は殆んどそのまま利用できる。

2 基本的な複素数演算

2・1 複素数四則演算

いま、二つの複素数 $A_1 = x_1 + jy_1$ と $A_2 = x_2$

$+ jy_2$ に演算を施してえられた複素数を $A_3 = x_3 + jy_3$ とするとそれぞれ次のように表わされる。

和・差 : $x_3 = x_1 \pm x_2, y_3 = y_1 \pm y_2 \dots\dots\dots(1)$

積 : $x_3 = x_1x_2 - y_1y_2, y_3 = x_1y_2 + y_1x_2 \dots\dots\dots(2)$

商 : $x_3 = (x_1x_2 + y_1y_2)/d, y_3 = (x_2y_1 - x_1y_2)/d$ ただし $d = x_2^2 + y_2^2 \dots\dots\dots(3)$

プログラムは図 1 のようにサブルーチン CPLX (X1, Y1, Y2, X3, Y3, IOP) として使用する。

```
C ; COMPLEX FUNDAMENTAL CALCULATION
SUBROUTINE CPLX(X1,Y1,X2,Y2,X3,Y3,IOP)
GO TO (10,20,30,40),IOP
10; X3=X1+X2
Y3=Y1+Y2
GO TO 50
20; X3=X1-X2
Y3=Y1-Y2
GO TO 50
30; X3=X1*X2-Y1*Y2
Y3=X1*Y2+Y1*X2
GO TO 50
40; D=X2*X2+Y2*Y2
X3=(X1*X2+Y1*Y2)/D
Y3=(Y1*X2-X1*Y2)/D
50; RETURN
```

図 1 複素数四則演算 (CPLX)

2・2 ベクトルの絶対値と偏角

$A = x + jy$ で表わされるベクトルの絶対値 $|A|$ および偏角 φ はそれぞれ次のようになる。

$|A| = \sqrt{x^2 + y^2} \dots\dots\dots(4)$

$\varphi = \tan^{-1}(y/x) \dots\dots\dots(5)$

フローチャートおよびプログラムを図 2、図 3

に示す。

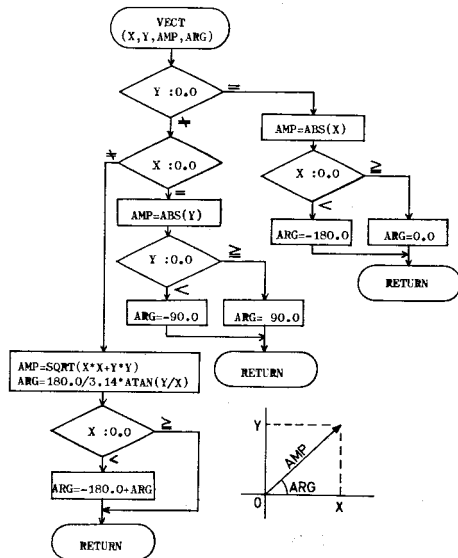


図2 ベクトルの絶対値および偏角を求める手順

```

C ;AMPLITUDE AND PHASE OF VECTOR
SUBROUTINE VECT(X,Y,AMP,ARG)
IF(Y) 10,11,10
11:AMP=ABS(X)
IF(X) 15,16,16
15:ARG=-180.0
GO TO 50
16:ARG=0.0
GO TO 50
10:IF(X) 20,21,20
21:AMP=ABS(Y)
IF(Y) 25,26,26
25:ARG=-90.0
GO TO 50
26:ARG=90.0
GO TO 50
20:AMP=SQRT(X*X+Y*Y)
ARG=180.0/3.14159*ATAN(Y/X)
IF(X) 30,50,50
30:ARG=-180.0+ARG
50:RETURN
    
```

図3 図2のプログラム (VECT)

2・3 複素数の平方

$a+jb$ の平方は

$$(a^2 - b^2) + j2ab \dots\dots\dots(6)$$

となり、サブルーチン CSQR は図5(a)のようになる。

2・4 複素数の平方根²⁾

$a+jb$ の平方根 $x+jy$ は次式により求められる。

$$\left. \begin{aligned} x &= \pm [1/2\{(a^2+b^2)^{1/2} + a\}]^{1/2} \\ y &= \pm [1/2\{(a^2+b^2)^{1/2} - a\}]^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

すべての根を求めるのは少し取扱い面倒なので、ここでは第1象限と第2象限にあるベクトルの平方根のベクトルは第1象限に、他の場合は第4象限にあるものと限定した。

コンパイラの制約から計算手順は図4のようになり、プログラムは図5(b)に示す。

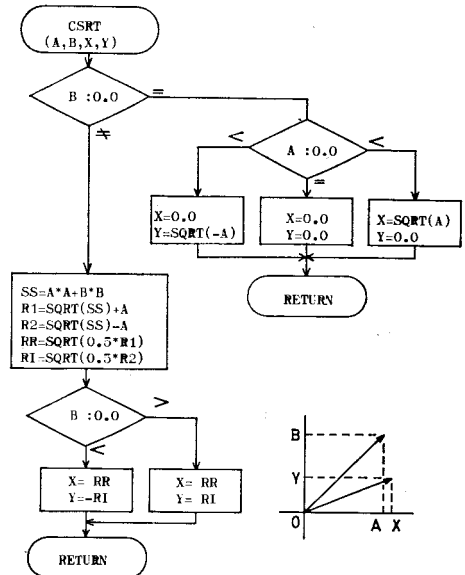


図4 複素数平方根を求める手順

```

C ;COMPLEX SQUARE
SUBROUTINE CSQR(A,B,A2,B2)
A2=A*A-B*B
B2=2.0*A*B
RETURN
    
```

(a)

```

C ;COMPLEX SQUARE ROOT
SUBROUTINE CSRT(A,B,X,Y)
IF(B) 20,10,20
10:IF(A) 16,15,17
15:X=0.0
Y=0.0
GO TO 50
16:X=0.0
Y=SQRT(-A)
GO TO 50
17:X=SQRT(A)
Y=0.0
GO TO 50
20:SS=A*A+B*B
R1=SQRT(SS)+A
R2=SQRT(SS)-A
RR=SQRT(0.5*R1)
RI=SQRT(0.5*R2)
IF(B) 42,41,41
41:X=RR
Y=RI
GO TO 50
42:X=RR
Y=-RI
50:RETURN
END
    
```

(b)

図5 複素数平方 (CSQR) と複素数平方根 (CSRT)

2・5 応用例

2・5・1 RLC直列回路の電流

RLC直列回路に交流電圧 E を加えたとき流れる電流 I を求めてみる。 $X=\omega L-1/\omega C$ とおくと

I = E / (R + jX)(7)

|I| = E / (R^2 + X^2)^{1/2}
phi = tan^{-1}(X/R)(8)

によりそれぞれ電流ベクトル, 大きさおよび位相角が求まる。この計算を行なわせる主プログラムは図6の通りで, サブルーチンは, CPLX と VECT を使う。電圧10 [V], 周波数 50 [Hz], 抵抗 50 [Ω], インダクタンス 1 [mH], 静電容量 10 [μF] のときの計算例も図6にあわせて示した。

```
C ; AC RLC CIRCUIT
READ(1,100) EMF,FREQ,R,EL,C
100;FORMAT(5E)
OMG=2.*3.14159*FREQ
X=OMG*EL-1./(OMG*C)
CALL CPLX(EMF,0,R,X,CR,C1,4)
CALL VECT(CR,C1,CAMP,CARG)
WRITE(1,110) EMF,FREQ,R,EL,C
110;FORMAT(2/,2HE=,F8.2,4H F=,F8.2,/,
2HR=,E10.3,4H L=,E10.3,4H C=,E10.3)
WRITE(1,120) CR,C1,CAMP,CARG
120;FORMAT(2/,6HCURT=(,E11.3,1H),
/,4HAMP=,E11.3,/,4HARG=,E11.3)
STOP

EX.
E= 10.00 F= 50.00
R= 0.500E+02 L= 0.100E-02 C= 0.100E-04
CURT=( 0.482E-02, 0.306E-01)
AMP= 0.310E-01
ARG= 0.810E+02
```

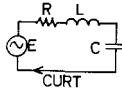


図6 RLC直列回路の電流を求める主プログラムと結果の一例

```
C ; 2-JI HOTEI SIKI (COMPLEX No.)
READ(1,100) AR,A1,BR,B1,CR,C1
100;FORMAT(6E)
CALL CSQR(BR,B1,BSR,BS1)
CALL CPLX(AR,A1,CR,C1,ACR,AC1,3)
HR=BSR-4.*ACR
HI=BS1-4.*AC1
FBR=-BR
FBI=-B1
CALL CSRT(HR,HI,DR,DI)
CALL CPLX(FBR,FBI,DR,DI,X1R,X1I,1)
CALL CPLX(FBR,FBI,DR,DI,X2R,X2I,2)
A1R=2.0*AR
CALL CPLX(X1R,X1I,A1R,A1I,X1R0,X1I0,4)
CALL CPLX(X2R,X2I,A1R,A1I,X2R0,X2I0,4)
WRITE(1,110) AR,A1,BR,B1,CR,C1
110;FORMAT(2/,E=(,E11.4,*,*,E11.4,*)/,*,*B=(,*,*E11.4,*,*,E11.4,*)/,
WRITE(1,120) X1R0,X1I0,X2R0,X2I0
120;FORMAT(2/,*,*X1=(,*,*E11.4,*,*,E11.4,*)/,
/,*,*X2=(,*,*E11.4,*,*,E11.4,*)/)
STOP

EX. 1
A=( 0.1000E+01, 0.0000E+00)
B=( 0.2000E+01, 0.0000E+00)
C=( 0.2000E+01, 0.0000E+00)
X1=(-0.1000E+01, 0.1000E+01)
X2=(-0.1000E+01, -0.1000E+01)

EX. 2
A=( 0.1000E+01, 0.0000E+00)
B=( 0.2000E+01, 0.0000E+00)
C=( 0.0000E+00, 0.4000E+01)
X1=( 0.6004E+00, -0.1249E+01)
X2=(-0.2600E+01, 0.1249E+01)
```

図7 複素数二次方程式の根を求める主プログラムと計算例

2・5・2 複素数二次方程式の根

AX^2+BX+C=0 の根は次式により得られる。

X = (-B ± sqrt(B^2 - 4AC)) / 2A(9)

この計算には CPLX, CSQR および CSRT のサブルーチンが必要で, その主プログラムと計算例は図7のようになる。

3 複素数多元連立方程式

電気回路網の節点電圧, 閉路電流または枝電流についての連立方程式が得られると, これを解くことにより節点電圧などが求められるが, 交流回路網の場合には, 複素数連立方程式を解かなくてはならない。計算手法は大別すると掃き出し法と反復法になるが, その準備段階として, 連立方程式の係数, 変数のストア方式と計算手順について考察し, その後で連立方程式を解く技法について述べる。

3・1 複素数連立方程式の係数のストア方式

3・1・1 並置法

実数部および虚数部をそれぞれ分離してストアする方式で並置法と呼ぶことにする。電圧, 電流, 抵抗, リアクタンスをそれぞれ V, I, R, X とし, 実数部に添字 r, 虚数部に i をつけることにすると電圧電流の関係はつぎのようになる。

V = (R + jX)I

または

Vr + jVi = (R + jX)(Ir + jIi)(10)

ストア方式の概念は図8(a)により得られるが, 係数ストアに必要なメモリは n 元の場合には 2n x n である。

演算処理は複素数演算が必要である。

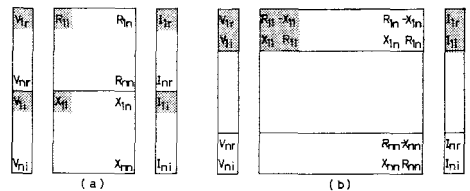


図8 複素数連立方程式の係数のストア方式 (a) 並置法 (b) Fleet wood の方法

3・1・2 Fleetwood の方法³⁾

(10)を展開して書き換えてみると次のようにな

る。

$$V_r + jV_i = (R + jX)(I_r + jI_i) \\ = (RI_r - XI_i) + j(XI_r + RI_i) \quad \dots\dots\dots(11)$$

または

$$\begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X \\ X & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_r \\ I_i \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(12)$$

← V が与えられていて I を求める場合には

$$\begin{bmatrix} I_r \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X \\ X & R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} R^1 & -X^1 \\ X^1 & R^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ただし $R^1 = R / (R^2 + X^2)$
 $X^1 = -X / (R^2 + X^2)$

と表わされる。

係数のストアをそのまま行なうとすると図8(b)のように $2n \times 2n$ 必要となるが R_{ij} と X_{ij} の二要素で小行列を表現するにすれば並置法と同様に $2n \times n$ のメモリですむ。

逆行列の計算は実数計算でよいので演算処理は並置法より簡単となる。枢軸要素が零となる場合が出てくると逆行列の計算が面倒で行、列の入れ換えを行なうようにしなくてはならないので、電流を未知数にとる場合にはループ内に必ず抵抗を含むように回路方程式を作成するという配慮が必要である。

3・2 複素数連立方程式の解法

ここでは並置法による係数ストア方式を用いた基本的な掃き出し法およびガウス・ザイデル反復法について述べる。

3・2・1 掃き出し法

アルゴリズムは実数の場合と同ようであるが、⁴⁾係数および定数項の実数部をARに、虚数部をAIにストアさせ、軸要素の実数部をWR、虚数部をWIとし、以下同じように各要素などの計算を実数部、虚数部と順次並行して行なわせる。フローチャートは図9、プログラムは図10のようになり、サブルーチン SCLE (AR, AI, N) として使用する。

Nは元数で10元まで解ける。定数項はN+1列にストアする。

軸要素の最適選択の手順をとり入れたものの一例は文献⁵⁾のようになる。

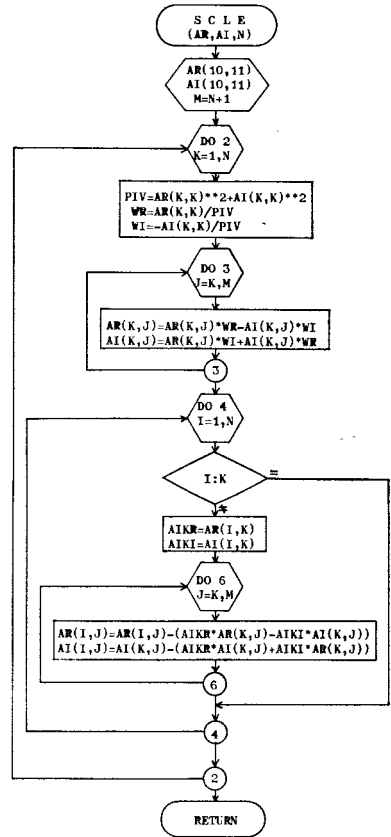


図9 掃き出し法により複素数連立方程式を解く手順

```

C ;SIMULTANEOUS COMPLEX LINEAR EQUATION
C ; (GAUSS JORDAN METHOD)
SUBROUTINE SCLE(AR, AI, N)
DIMENSION AR(5,6), AI(5,6)
M=N+1
DO 2 K=1,N
PIV=AR(K,K)*AR(K,K)+AI(K,K)*AI(K,K)
WR=AR(K,K)/PIV
WI=-AI(K,K)/PIV
DO 3 J=K,M
AR(K,J)=AR(K,J)*WR-AI(K,J)*WI
AI(K,J)=AR(K,J)*WI+AI(K,J)*WR
3:CONTINUE
DO 4 I=1,N
IF (I-K) 5,4,5
5: AIKR=AR(I,K)
AIKI=AI(I,K)
DO 6 J=K,M
AR(I,J)=AR(I,J)-(AIKR*AR(K,J)-AIKI*AI(K,J))
AI(I,J)=AI(I,J)-(AIKR*AI(K,J)+AIKI*AR(K,J))
6:CONTINUE
4:CONTINUE
2:CONTINUE
RETURN
    
```

図10 図9のプログラム (SCLE)

3・2・2 ガウス・ザイデル法

元数の比較の少ない場合とか、零要素の多い場合にはガウス・ザイデル法のほうが有利である。基本的な計算手順の一例とそのプログラムを図11、図12に示す。CXGS (A, B, X, Y, N, EPS, ITR) のA, Bはそれぞれ係数、定数の実数部、

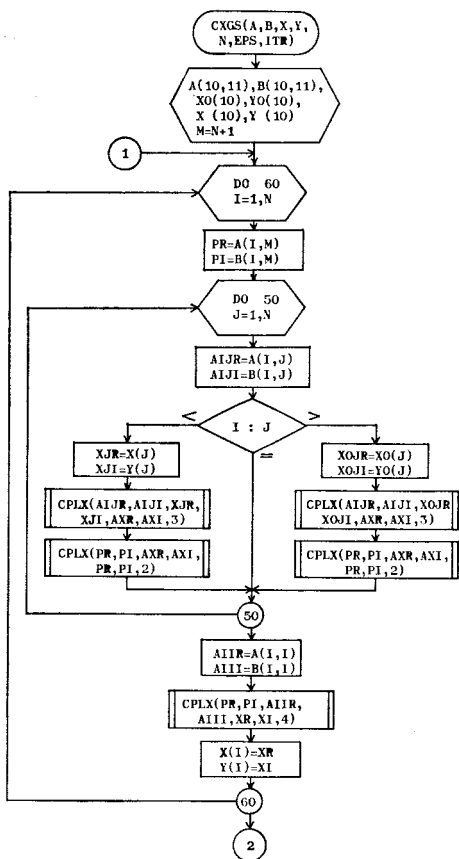


図11(a) ガウス・ザイデル法により複素数連立方程式を解く手順

```

C ;COMPLEX SIMULTANEOUS EQUATION
C ;GAUSS-SEIDEL METHOD
SUBROUTINE CXGS(A,B,X,Y,N,EPS, ITR)
DIMENSION A(5,6),B(5,6),X(5),Y(5)
DIMENSION X0(5),Y0(5)
M=N+1
ITR=1
30; DO 60 I=1,N
PR=A(I,M)
PI=B(I,M)
DO 50 J=1,N
AIJR=A(I,J)
AIJI=B(I,J)
IF(J-1) 40,50,45
40; XJR=X(J)
XJI=Y(J)
CALL CPLX(AIJR,AIJI,XJR,XJI,AXR,AXI,3)
CALL CPLX(PR,PI,AXR,AXI,PR,PI,2)
GO TO 50
45; X0JR=X0(J)
X0JI=Y0(J)
CALL CPLX(AIJR,AIJI,X0JR,X0JI,AXR,AXI,3)
CALL CPLX(PR,PI,AXR,AXI,PR,PI,2)
50; CONTINUE
AIIR=A(I,I)
AIII=B(I,I)
CALL CPLX(PR,PI,AIIR,AIII,XR,XI,4)
X(I)=XR
Y(I)=XI
60; CONTINUE
DO 70 I=1,N
X2=X(I)*X(I)+Y(I)*Y(I)
X02=X0(I)*X0(I)+Y0(I)*Y0(I)
D=ABS(X2-X02)-EPS**2
IF(D) 70,80,80
70; CONTINUE
GO TO 90
80; DO 85 I=1,N
X0(I)=X(I)
Y0(I)=Y(I)
85; CONTINUE
ITR=ITR+1
GO TO 30
90; RETURN
    
```

図12 図11のプログラム (CXGS)

虚数部であり、X、Yは解の実数部、虚数部である。Nは元数、EPSは反復打ち切り誤差、ITRは反復回数を表す。サブルーチンはCPLXを使用する。

3.3 応用例

図13(a)のような回路について入出力電圧比と位相角を周波数をパラメータとして計算する問題を例題としてとりあげてみた。

回路方程式は

$$\left. \begin{aligned} (R-j2/\omega C)I_1-j1/\omega C \cdot I_2 &= V_i \\ -j1/\omega C \cdot I_1+(R-j1/\omega C)I_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

出力電圧 V_0 は

$$V_0 = -I_2 R \dots\dots\dots(5)$$

となる。

フローチャートは図13(b)のようになり、主プログラムは図14(a)、計算結果の一例は図14(b)のようになる。

4 結 言

ミニコンを利用した複素数演算技法の基本的なものの計算手順およびプログラムなどを示し説明

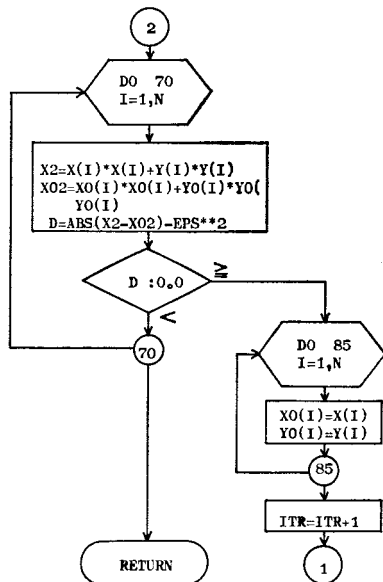
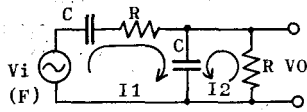
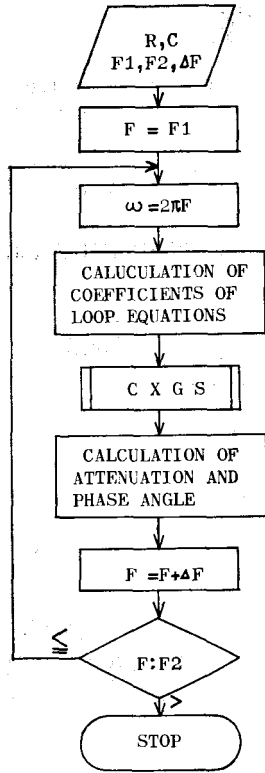


図11(b) 図11(a)の続き



(a) A AC CIRCUIT



(b) FLOW CHART

図13 例題と主フローチャート

した。交流回路網計算の汎用化とスピードアップに寄与できれば幸と思う。技法上および誤差解析上の問題点については今後、更に追及したいと思う。

参考文献

- (1) 日立製作所：HITAC 10 8K FORTRAN；昭和45年7月。
- (2) マコーミック・サルバドリ/清水訳：FORTRANによる数値計算プログラム；サイエンス社，昭和45年3月。

```

C ; A AC CIRCUIT
DIMENSION A(5,6),B(5,6),X(5),Y(5)
READ(1,100) N,EPS,R,C
100;FORMAT(1,3E)
READ(1,101) FRE1,FRE2,FRE3
101;FORMAT(3E)
WRITE(1,102)
102;FORMAT(2/,9HFREQUENCY,2X,11HATTENUATION,
2X,11HPHASE ANGLE)
FRE3=FRE3/10.0
FRE=FRE1
TAW=180.0/3.1416
5;W=2.0*3.1416*FRE
W1=-1.0/W
X1=W1/C
DO 12 I=1,4
DO 10 J=1,5
A(I,J)=0.0
B(I,J)=0.0
10;CONTINUE
12;CONTINUE
A(1,1)=R
A(1,3)=1.0
A(2,2)=R
B(1,1)=2.0*X1
B(1,2)=X1
B(2,1)=X1
B(2,2)=X1
C ; CALCULATION
CALL CXGS(A,B,X,Y,N,EPS,0)
CUR=X(2)
CUI=Y(2)
ER=CUR*R
EI=CUI*R
E0=ER*ER+EI*EI
ATT=4.343*ALOG(1.0/E0)
RAP=EI/ER
IF(RAP) 15,16,17
15;RAP=-RAP
ANG=-ATAN(RAP)*TAW
GO TO 18
16;ANG=0.0
GO TO 18
17;ANG=ATAN(RAP)*TAW
18;WRITE(1,200)FRE,ATT,ANG
200;FORMAT(/,F7.0,2F13.2)
FRE=FRE+FRE3
IF(FRE-FRE2) 5,22,22
22;STOP
    
```

図14(a) 例題の主プログラム

2 1.0E-05 10. 1.0E-05 800. 2000. 100.

FREQUENCY	ATTENUATION	PHASE ANGLE
800.	10.49	26.36
900.	10.19	21.84
1000.	9.96	17.80
1100.	9.80	14.13
1200.	9.69	10.80
1300.	9.62	7.75
1400.	9.57	4.89
1500.	9.54	2.26
1600.	9.54	-0.20
1700.	9.55	-2.51
1800.	9.57	-4.70
1900.	9.60	-6.77

図14(b) 計算結果の一例

- (3) 河原井：ループ方程式による受動回路網の計算機解析；安立テクニカル27号，昭和46年12月。
- (4) 国井・中村・伊藤：FORTRAN 数値計算とプログラミング；共立出版，昭和45年11月。
- (5) 松本：フォートランプログラミング；朝倉書店，昭和47年1月。

(昭和47年7月31日 受付)

Sparse 行列処理技法

(電気工学科) 村上 滋 樹

Techniques in Sparse Matrix Processing

Shigeki MURAKAMI

To perform the large-scale electrical network analysis using computer efficiently, sparse matrix techniques are very powerful tool on the point of the memory reduction.

In this paper, techniques on the general sparse matrix and on the particular matrices of node potential equations are described and an application program Revised-DRAP is presented.

1 緒 言

大規模な回路網の解析をコンピュータを利用して行なう場合には、多数回の行列演算をくり返して行なうが、その際扱われる行列は sparse 行列であり行列全体の要素数に対する非零要素の数はかなり少ない。このような行列の要素をすべてストアすることは極めて不経済であるため色々の考案がなされているが、手順の詳細についてはあまり公表されていない¹⁾。

この報告は、はじめに sparse 行列のストア、読み出しの技法およびそれを応用した行列の積の演算技法について述べ、ついで節点電位解法における sparsity の活用技法について述べたものである。

一般の sparse 行列においては sparsity 50 [%] 以上でないとは効果的でないが、回路網解析プログラムにおいては接続行列、アドミタンス行列について相当メモリを節約することが可能となった。文末に、これらの技法をとり入れた回路網解析プログラムである改良された DRAP を示した。

2 節点電位解法

図1のような回路網において、電流源を s 、電圧源を e 、枝アドミタンスを y 、節点—枝接続行列を A とすると節点電位 V は次式で表わされる。

$$V = (AyA')^{-1} A(s - ye) \quad (1)$$

これをほぼそのままプログラム化したものが、DRAP²⁾ である。このプログラムでは、行列の積、行列とベクトルの積が何回も行なわれ、しかも、 A 、 y はかなり sparse であり、 A' などすべてストアさせるようにしたためメモリ利用率はかなり悪いものとなっていた。これらの点を改善するため行列の積の演算における sparsity の活用、 A および A' のストア法と発生法、 y のストア法について検討しなければならない。

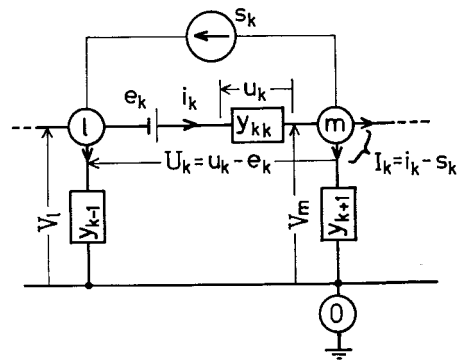


図1 基本的回路網

3 Sparse 行列処理技法

3.1 Sparse 行列のリスト表示

3・1・1 10進数指標を使用する方法

行列要素 a_{ij} をストアし、読み出すのに必要なデータは i, j および a_{ij} の三つである。 (i, j) をストアするため指標リスト $INDX$ を用い、

$$\left. \begin{aligned} INDX(I) &= 100 \cdot i + j \\ X(I) &= a_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

として、(1, 1) より数え始めて非零要素の I 番目のものの行と列の番号と要素値を 1 対 1 に対応さ

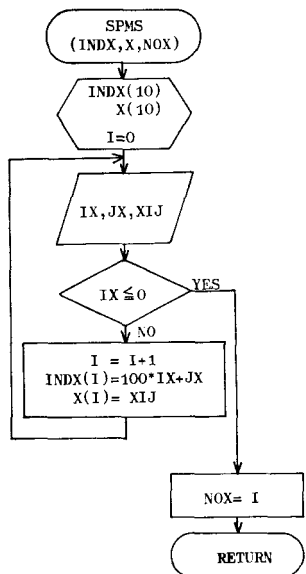


図2 Sparse 行列要素ストア手順

```

C : SPARSE MATRIX STORING PROCEDURE
SUBROUTINE SPMS(INDX,X,NOX)
DIMENSION INDX(10), X(10)
I=0
2: READ(1,100) IX, JX, XIJ
100: FORMAT(2I,E)
IF(IX) 3,3,5
5: I=I+1
INDX(1)=100*IX+JX
X(1)=XIJ
GO TO 2
3: NOX=I
RETURN
C : SPARSE MATRIX PRINT PROCEDURE
SUBROUTINE SPMPR(INDX,X,NOX,MM,NN)
DIMENSION INDX(10), X(10)
WRITE(1,100)
100: FORMAT(2/)
DO 10 I=1,MM
DO 20 J=1,NN
CALL SPMPR(I,J,XIJ,INDX,X,NOX)
WRITE(1,110) XIJ
110: FORMAT(10F6.1)
20: CONTINUE
WRITE(1,120)
120: FORMAT(/)
10: CONTINUE
RETURN
C : SPARSE MATRIX READOUT PROCEDURE
SUBROUTINE SPMR(IY,JY,YIJ,INDY,Y,NOY)
DIMENSION INDX(10), Y(10)
DO 10 I=1,NOY
II=INDY(I)/100
IF(II-IY) 10,4,10
4: JJ=INDY(I)-100*II
IF(JJ-JY) 10,8,10
8: YIJ=Y(I)
GO TO 20
10: CONTINUE
YIJ=0.0
20: RETURN
END
    
```

図4 Sparse 行列ストア・印刷・読み出しプログラム

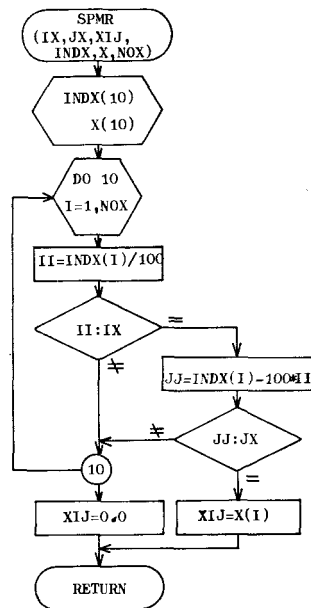


図3 Sparse 行列要素読み出し手順

```

C : SPARSE MATRIX PROCESSING PROCEDURE
DIMENSION INDA(10), A(10), INDB(10), B(10)
DIMENSION INDC(10), C(10)
NOA=0
NOB=0
NOC=0
100: READ(1,100) M, N, L
100: FORMAT(3I)
C : A-MATRIX INPUT
CALL SPMS(INDA,A,NOA)
CALL SPMPR(INDA,A,NOA,M,N)
C : B-MATRIX INPUT
CALL SPMS(INDB,B,NOB)
CALL SPMPR(INDB,B,NOB,N,L)
C : C=A*B
IJN=0
DO 10 I=1,M
DO 20 J=1,L
W=0.0
DO 30 K=1,N
CALL SPMPR(I,K,AIK,INDA,A,NOA)
CALL SPMPR(K,J,BKJ,INDB,B,NOB)
W=W+AIK*BKJ
30: CONTINUE
IF(W) 35,20,35
35: IJN=IJN+1
INDC(IJN)=100*I+J
C(IJN)=W
20: CONTINUE
10: CONTINUE
NOC=IJN
CALL SPMPR(INDC,C,NOC,M,L)
STOP
    
```

図5 Sparse 行列の積の主プログラム

せた。実際の手続きは図2のようになる。読み出すときは、INDX(I)の中に探している要素があるかどうかをチェックすることにより要素の値をとり出すことができる。フローチャートは図3のとおりで、ストア・読み出し・印刷のプログラムを図4に、行列の積の主プログラムを図5に示す。HITAC-10の場合には整数は1語(16 [bit])にとり、実数は3語(48 [bit])で表わされるので、sparsity 50 [%]のときには約33 [%], 10 [%]のときには約86 [%]のメモリ節約が可能となる。

3・1・2 2進数指標を使用する方法

上に述べた方法は、1要素につき指標1個を必要とするので、これを更に節約するためI行目の非零要素の列番号をすべてNR(I)にストアし、要素数をNC(I)にストアし、要素の値はA(NA)にストアさせるようにしたものである。NR(I)に列番号をストアするには2進数を用いて次のようにする。

$$NR(I) = NR(I) + 2^{**}J \tag{3}$$

すなわち、非零要素の列番号Jを2進数のJ [bit] 目に対応づけた。10 [bit] 使えば10列分までストアできる。

I行目の最初の非零要素のストアされる場所は配列AのNA+1番目でNAは次のように表わされる。

$$NA = NC(1) + NC(2) + \dots + NC(I-1) \tag{4}$$

以上の考え方でストアし、読み出す手順は図6、図7のようになり、プログラムは図8に示す。

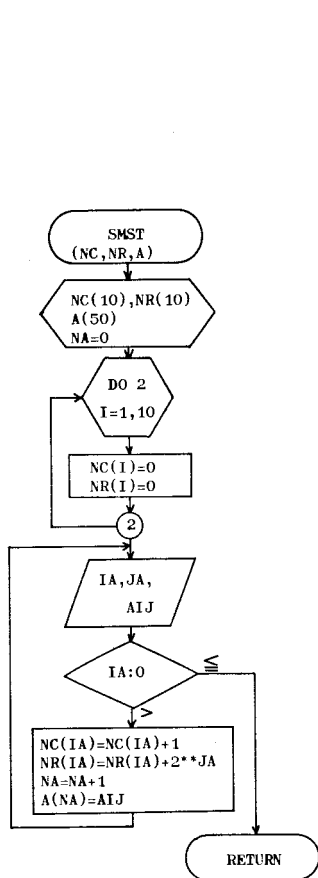


図6 Sparse 行列要素ストア手順(その2)

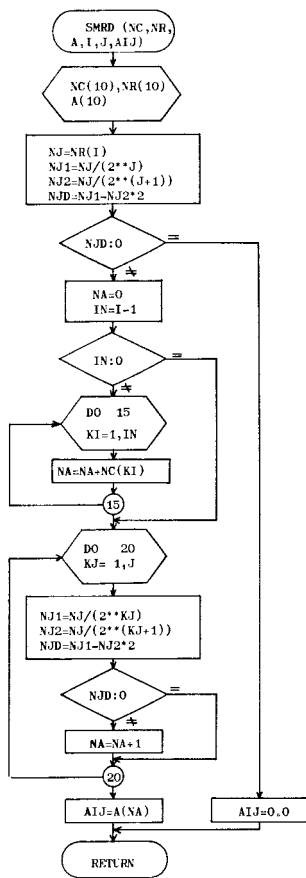


図7 Sparse 行列要素読み出し手順(その2)

```

C : SPARSE MATRIX STORING PROCEDURE (2)
SUBROUTINE SMST(NC, NR, A)
DIMENSION NC(10), NR(10), A(30)
NA=0
DO 2 I=1, 10
NC(I)=0
NR(I)=0
2: CONTINUE
3: READ(1, 100) IA, JA, AIJ
100: FORMAT(2I2, F6.2)
IF(IA) 4, 4, 5
5: NC(IA)=NC(IA)+1
NR(IA)=NR(IA)+2**JA
NA=NA+1
A(NA)=AIJ
GO TO 3
4: RETURN

C : SPARSE MATRIX READING PROCEDURE (2)
SUBROUTINE SMRD(NC, NR, A, I, J, AIJ)
DIMENSION NC(10), NR(10), A(30)
NJ=NR(I)
NJ1=NJ/(2**J)
NJ2=NJ/(2**(J+1))
NJD=NJ1-NJ2*2
IF(NJD) 25, 25, 12
12: NA=0
IN=I-1
IF(IN) 16, 16, 14
14: DO 15 KI=1, IN
NA=NA+NC(KI)
15: CONTINUE
16: DO 20 KJ=1, J
NJ1=NJ/(2**KJ)
NJ2=NJ/(2**(KJ+1))
NJD=NJ1-NJ2*2
IF(NJD) 21, 21, 22
21: NA=NA
GO TO 20
22: NA=NA+1
20: CONTINUE
AIJ=A(NA)
GO TO 30
25: AIJ=0.0
30: RETURN
    
```

図8 Sparse 行列ストア・読み出しプログラム(その2)

NC(I) を NR(I) の 11~15 [bit] に 2 進数でストアすれば NC(I) は節約でき, NR(I) のストアと同様の手順で簡単に実現できる。

3・2 接続行列のリスト表示³⁾

節点一枝接続行列の構造は, 図 9 (a) のような関係があるときは図 9 (c) のようになる。ところが, 枝 j に関する情報は入ってくる節点 m_1 と出ていく節点 m_2 が与えられればよく, これは図 9 (b) のようなリストにより表わすことができる。接続行列の要素 a_{ij} は m_1, m_2 を用いて次のように表わすことができる。

$$a_{ij} = \begin{cases} -(-1)^k \dots i = m_k^{(j)} & (k=1, 2) \\ 0 & \dots i \neq m_k^{(j)} \end{cases} \quad (5)$$

a_{ij} を読み出す手順は図 10 のようになる。プログラムは図 11 のとおりで, サブルーチンにしてあるが, 関数副プログラムの方が使い易い。配列 LIST に COMMON 文を併用すればメモリの節約ができる。NODA (LIST, I, J, NA) は a_{ij} を表わすが, NODA (LIST, J, I, NA) は A^t 行列の a'_{ij} を表わすことができる。従って, この LIST により A 行列と A^t 行列がともにストアされていることになり, 相当量メモリを節約できる。

3・3 枝アドミタンス行列のリスト表示

y は依存電流源などを含まない場合は, y_{ii} ($i=1, b$) の対角要素だけとなりベクトルと同なじ方法でストアされる。電流 (または電圧) 制御電流源を含む場合には, 枝の番号を図 12 (a) のように $k=j+1$ と隣り合うようにつけるように制約すれば, 枝アドミタンス行列の非零要素は対角要素とその左 (または右) 隣りの要素に限定されてくる。従って枝数を b とすると $b \times b$ の行列は $2 \times b$ のリストで表現されることになる。 $j+1$ の枝により j の枝が制御される場合には対角要素の右 (または左) 隣りの要素を増せばよいので, y はたかだか $3 \times b$ のリストで表現できる。

3・4 接続行列と sparse y 行列との積

$A \cdot y$ の演算について考えてみると, おのおのの行列の理論的構造は図 13 のように表わされるので, 両者の積 ay_{ij} は

$$ay_{ij} = a_{ij} \cdot y(1, j) + a_{i, j+1} \cdot y(2, j) \quad (6)$$

で表わされ 3 回の演算でよい。

一般的な sparse 行列処理技法を用いてもよいが, 行列の特殊性を生かした上記の方法の方がより有効である。

(Ay) A^t および ye の演算も同様の方法で行なうことができる。

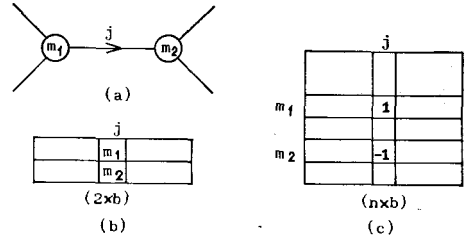


図 9 接続行列のリスト表示法 (a)枝の接続関係 (b)接続関係のリスト (c)接続行列 A

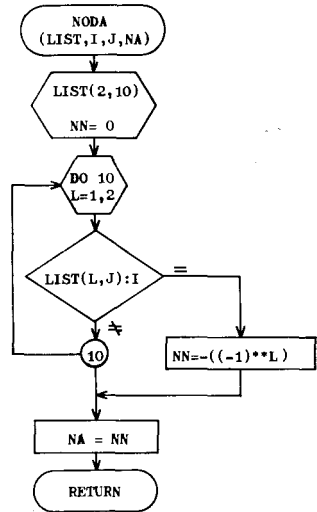


図 10 接続行列 A, A^t 要素発生手順

```

C ; A-MATRIX STORING PROCEDURE
C ; NA=A(I,K)=AT(K,I)
SUBROUTINE NODA(LIST,I,K,NA)
DIMENSION LIST(2,10)
NN=0
DO 10 L=1,2
IF(LIST(L,K)-1) 20,30,20
20:GO TO 10
10:CONTINUE
GO TO 50
30:NN=-((-1)**L)
50:NA=NN
RETURN
    
```

図 11 接続行列要素発生プログラム

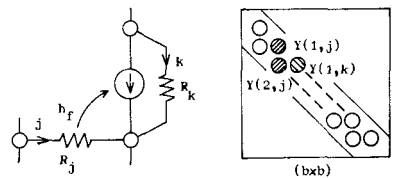


図 12 Y 行列のリスト表示法

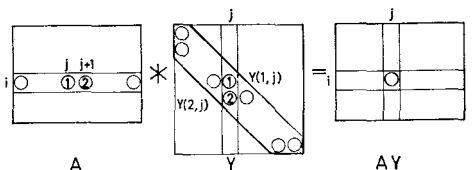


図 13 接続行列 A と Sparse Y 行列との積のアルゴリズム

```

C ;REVISED DRAP FOR H-10
C ;DATA INPUT
DIMENSION LIST(2,10),Y(2,10),AY(10,10),YNS(10,10)
DIMENSION E(10),YE(10)
DO 2 I=1,10
Y(2,I)=0.0
DO 3 J=1,10
AY(10,10)=0.0
YNS(10,10)=0.0
3:CONTINUE
2:CONTINUE
READ(1,100) NBR,NNOD
5:READ(1,102) IBR,NIN,NSUT,BRR,EBR
100:FORMAT(2I)
102:FORMAT(3I,2E)
IF(IBR-99) 6,7,6
6:LIST(1,IBR)=NIN
LIST(2,IBR)=NSUT
Y(1,IBR)=1.0/BRR
E(1BR)=EBR
GO TO 5
7:WRITE(1,200)
200:FORMAT(/,,"ANALYSIS BY REVISED-DRAP",2/,
3X,"CONNECT ION MATRIX")
DO 30 I=1,NNOD
WRITE(1,201)
201:FORMAT(/)
DO 35 K=1,NBR
CALL NODA(LIST,I,K,NA)
WRITE(1,202) NA
202:FORMAT(15)
35:CONTINUE
30:CONTINUE
WRITE(1,203)
203:FORMAT(2/,,"BR NO",4X,"ADMITTANCE",
BX,"E. M. F.")
DO 37 I=1,NBR
WRITE(1,204) I,Y(1,I),E(1)
204:FORMAT(/,13,3X,E13.5,3X,E13.5)
37:CONTINUE
C ;DEPENDENT CURRENT SOURCES
C ;ICBR=IBR+1
WRITE(1,205)
205:FORMAT(2/,,"CURT CONTROLLED CURT S.")
8:READ(1,104) IBR,ICBR,BETA
104:FORMAT(2I,E)
IF(1BR-99) 38,39,38
38:Y(2,IBR)=BETA*Y(1,IBR)
WRITE(1,206) IBR,ICBR,Y(2,IBR)
206:FORMAT(/,2Y(,"13.",",",13.",")=",E13.5)
GO TO 8
39:WRITE(1,201)
PAUSE 1000
    
```

図14(a) 改良された DRAP の主プログラム

```

C ;AY=A*Y
DO 40 I=1,NNOD
DO 42 J=1,NBR
W=0.0
DO 44 K=1,2
KN=J+K-1
CALL NODA(LIST,I,KN,NA)
AN=NA
W=W+AN*Y(K,J)
44:CONTINUE
AY(I,J)=W
42:CONTINUE
40:CONTINUE
CALL PRNT(NNOD,NBR,AY)
C ;YNO=A*YAT
DO 50 I=1,NNOD
DO 52 J=1,NNOD
W=0.0
DO 54 K=1,NBR
CALL NODA(LIST,J,K,NA)
AT=NA
W=W+AY(I,K)*AT
54:CONTINUE
YNO(I,J)=W
52:CONTINUE
50:CONTINUE
CALL PRNT(NNOD,NNOD,YNO)
C ;YE=Y+E
YE(1)=Y(1,1)*E(1)
DO 60 I=2,NBR
W=0.0
DO 62 K=1,2
IK=I-K+1
W=W+Y(K,IK)*E(IK)
62:CONTINUE
YE(I)=W
60:CONTINUE
C ;YNS(I,NNOD+1)=A*(-YE)
NM=NNOD+1
DO 70 I=1,NNOD
W=0.0
DO 72 K=1,NBR
CALL NODA(LIST,I,K,NA)
AN=NA
W=W+AN*(-YE(K))
72:CONTINUE
YNS(I,NM)=W
70:CONTINUE
CALL PRNT(NNOD,NM,YNO)
C ;CALCULATION OF NODE VOLTAGES AND PRINT
CALL RENR(YNO,NNOD)
WRITE(1,220)
220:FORMAT(2/,,"NODE NO",5X,"VOLTAGE")
DO 80 I=1,NNOD
WRITE(1,222) I,YNS(I,NM)
222:FORMAT(/,14,5X,E13.5)
80:CONTINUE
STOP
    
```

図14(b) 改良された DRAP の主プログラム

4 改良されたDRAP

以上の技法を応用した回路網解析プログラム DRAP-II を図14に示す。(a),(b)が主プログラムで sparse 行列処理技法は枝数10位の回路では余り効用はないと考えて採用しなかったが、少なくとも **AY** のところでは用いるべきであった(枝数7のとき sparsity 約40 [%])。配列の大きさは改良前のものと比べて約1/2となったので、それだけ扱い得る回路網の規模が拡大できることとなった。枝数30位の回路網では約2/3の節約ができた。

なお、このプログラムはサブルーチンNODA(図10)のほか行列印刷サブルーチンPRNTと連立方程式の根を求めるサブルーチンRENRを使うが割愛した。計算結果は改良前のものと全く同様である。

5 結 言

Sparse 行列処理技法のいくつかとその応用について述べた。更にコンパクトな処理技法について今後も考究していきたい。本報告が電気回路CADの発展に寄与できれば幸である。

参 考 文 献

- 1) J. M. McNamee : A Sparse Matrix Package (Part I); Com. of ACM, Vol. 14, No. 4, Apr., 1971, pp. 265-267.
- 2) 村上:DRAP; 呉高専研究報告 第7巻 第1号, 昭和46年11月, pp. 105-110.
- 3) 佐藤:大規模回路網トポロジ処理技法; 電学誌 Vol. 92-B, No. 1, Jan., 1972, pp. 69-77.

(昭和47年7月31日 受付)

電子計算機による楕円型境界値問題の数値解析(第3報)

(熊本大学) 松 山 公 一
(電気工学科) 森 本 義 広

On the Numerical Analysis of Elliptic Boundary Value Problems
by Digital Computer (Report 3)

Kimikazu MATSUYAMA and Yoshihiro MORIMOTO

In general, solutions of boundary value problems cannot be given in close form, so that the various methods available for approximating solutions have been considered.

In this paper, a finite-difference formula for potential in regions with composite media is derived and a flow chart to search for equipotential surfaces is described.

Some examples for the boundary value problems with composite media are given.

§ 1 緒 言

電気工学の分野における境界値問題の解析の手法として、古くから図式解法、電解液槽法、抵抗紙法、抵抗網法等があるが、これらはいずれも極めて煩雑であり、又得られた結果に対する信頼度が不明であるうえ、問題によっては適用できないもの、あるいは大規模な装置を必要とするものもあり、実際問題として非常に不便である。これに反して電子計算機による格子点法はその精度を容易に算出することができ、有限の透磁率、あるいは誘電率を有する媒質が介在する場合や、複雑な境界条件に対しても容易に適用できる。

前報では、均一媒質中での直角座標、円筒座標を用いた境界値問題解析のためのプログラムであったが、今回は、均一媒質、不均一媒質いずれにも適用できる境界値問題解析のための汎用プログラムを開発した。

§ 2 不均一媒質の境界面でのポテンシャルの差分表示

今、発散が零の場合

$$\nabla \cdot (k \nabla \phi) = 0 \dots\dots\dots (2-1)$$

$$\iint_S (k \nabla \phi) \cdot \mathbf{n} dS = \iiint_V \nabla \cdot (k \nabla \phi) dV = 0 \dots\dots\dots (2-2)$$

ここに、 k : 透磁率, 誘電率等

ϕ : ポテンシャル

S : 任意の閉曲面

V : S によって囲まれた体積

\mathbf{n} : S の表面の外向き法線ベクトル

を考える。

$k = \text{定数の場合}$

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (2-3)$$

となり、その差分近似式は、直角座標 $(x-y)$ $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ の場では、

$$\nabla^2 \phi \approx -2 \left(\frac{1}{h_1 h_3} + \frac{1}{h_2 h_4} \right) \phi_0 + \frac{2}{h_1 (h_1 + h_3)} \phi_1 + \frac{2}{h_2 (h_2 + h_4)} \phi_2 + \frac{2}{h_3 (h_1 + h_3)} \phi_3 + \frac{2}{h_4 (h_2 + h_4)} \phi_4 \dots (2-4)$$

となる。

$k = K(x, y, z)$ の場合

$$\nabla \cdot (k \nabla \phi) = k \nabla^2 \phi + \nabla k \cdot \nabla \phi = 0 \dots (2-5)$$

となり、 k が位置の複雑な関数の場合、ラプラス方程式で得られたような、 ϕ に関する簡潔な差分近似式を見出すことは困難である。そこで、ここでは、図2-1のような簡単な不均一媒質を考え、領域を微小な格子網で区分し、その格子網内に微小体積を取る。これにガウスの定理(2-2)式を適用し、 ϕ に関する差分近似式を得る。

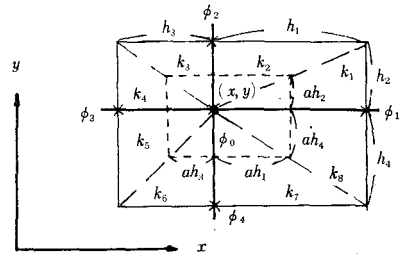


図2-1 格子点を通る8媒質の境界面 (直角座標)

(2-1) 直角座標 $(x-y)$ $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \right)$ の場

今、(2-2)式の体積 V として

$$V = \int_{x-a h_3}^{x+a h_1} dx \int_{y-a h_4}^{y+a h_2} dy \int_0^z dz \dots (2-6)$$

を考える。

仮定 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \right)$ により、 $(x-y)$ 平面に平行な面、すなわち z 軸方向には力線の出入りはない。これを考慮して、(2-2)式の左辺の積分を行なえば、次の差分近似式が得られる。

$$\sum_{i=1}^4 K_i (\phi_i - \phi_0) \approx 0 \dots (2-7)$$

$$\phi_0 \approx \frac{\sum_{i=1}^4 K_i \phi_i}{\sum_{i=1}^4 K_i} \dots (2-8)$$

ここに、 $K_1 = \frac{1}{h_1} (h_4 k_8 + h_2 k_1)$, $K_2 = \frac{1}{h_2} (h_1 k_2 + h_3 k_3)$

$K_3 = \frac{1}{h_3} (h_2 k_4 + h_4 k_5)$, $K_5 = \frac{1}{h_4} (h_1 k_7 + h_3 k_6)$

例えば

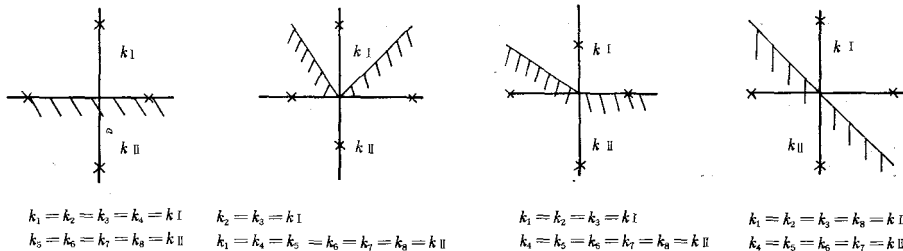


図2-2 種々の境界面

§ 3 境界値問題に関する仮定

- (1): 領域は、その境界が直線分によって折線近似される単進結な領域とする。
- (2): 境界値ポテンシャルは折線近似される関数とする。
- (3): 不均一媒質が介在する場合は、その境界面が格子点を通るものとする。

(4)：楕円型偏微分方程式は二次元のラプラス方程式とする。

(5)：境界値問題はディリクレ問題とする。

§ 4 入力様式

§ 3 に従う境界値問題で n 個の等ポテンシャル面

$$\phi_k = \phi_1 + (k-1)\Delta\phi \quad k:1, 2, \dots, n \dots\dots\dots(4-1)$$

を求める場合次のように入力する。

表 4-1 (入力データ)

15	3
$X_1 Y_1 \phi_1$	k_I
$X_2 Y_2 \phi_2$	k_{II}
⋮	M'
$X_{15} Y_{15} \phi_{15}$	(例えば)
6	A 点 2 2 2 2 1 1 1 1
$x_1 y_1$	B 点 2 2 1 1 1 1 1 1
$x_2 y_2$	C 点 3 3 3 1 1 1 2 2
$x_3 y_3$	D \bar{o} 命令のスキヤニング順
$x_4 y_4$	は M' 組
$x_5 y_5$	n
	$\phi_1 \Delta\phi$

$k_I k_{II} k_{III}$ は媒質の dielectric constant
 M' は不均一媒質の境界面上にある格子点の個数

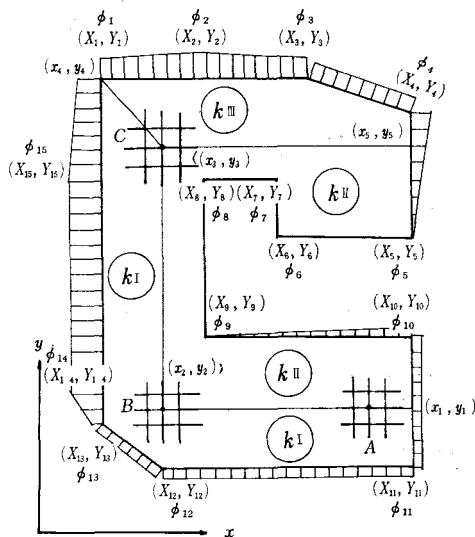


図 4-1 境界値問題

§ 5 フローチャートとプログラムの概要

§ 3 の仮定に従う境界値問題（ディリクレ問題）を解析するためのフローチャートとプログラムの概要を示す。

Read Input：入力データを読みこむ。（表 4-1 参照）

Set up Scanning Region：スキヤニング領域の設定

問題領域に外接する長方形アレイ領域を設定し、D \bar{o} 命令のスキヤニング範囲を限定する。

Read Boundary：境界線座標リストの作成

境界線を読みこませ、領域の内外点の識別資料とする。

Judge Inside Grid Point and Set up Initial Value：格子点の領域の内外点識別と初期値の設定

任意の格子点より半直線を引き、いかなる領域であっても、この半直線の境界と交る回数が、内点であれば奇数回、外点であれば偶数回になるようにアルゴリズムを構成する。このアルゴリズムによって任意の格子点の内外点識別を行ない、その結果内点であれば、初期値 $\phi_{i,n}$ を設定する。

Set I：境界の近傍にある内点の処理

境界近傍の内点に対しては、その旨を示すエクストリーム・バリウ A をその点のポテンシャル ϕ にアサインする。又それと同時に、境界線までの距離と境界値ポテンシャル、およびどの向きに近接境界があるかを示す境界モード（1.0の組合せ）をアレイ領域に格納する。（図 5-1）

Set II：不均一媒質の境界面に対する処理

不均一媒質の境界面にはその旨を示すエクストリーム・バリウ F をその点のポテンシャル ϕ にアサ

インする。(図5-2)

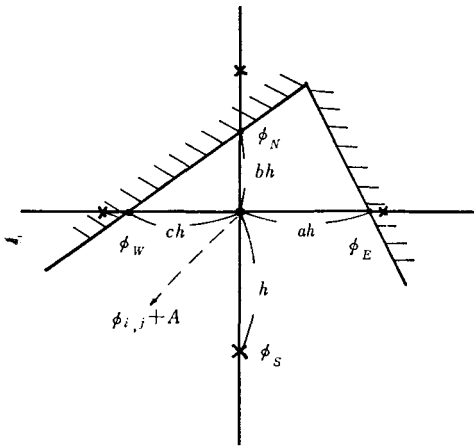


図5-1 均一媒質内で近接境界を持つ格子点の処理

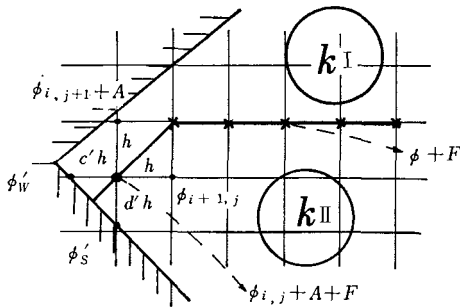


図5-2 不均一媒質の境界面で近接境界を持つ格子点の処理

表5-1 配列の内容

Direction	N	S	E	W
Boundary Mode	1	0	1	1
Distance Coefficient	b		a	c
Boundary Potential	φ _N		φ _E	φ _W

表5-2 配列の内容

Direction	N	S	E	W
Boundary Mode	0	1	0	1
Distance Coefficient		d'		c'
Boundary Potential		φ _{S'}		φ _{W'}

Dielectric Constant	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	k ₅	k ₆	k ₇	k ₈
Content	k _I	k _I	k _I	k _I	k _I	k _I	k _I	k _I

Relaxation: S・O・R法による補正計算の実施

記憶装置の長方形アレイ領域内の各点を毎回一定の順序でスキャンしながらポテンシャル補正を行う。この場合、格子点の位置によって、各種のエクストリーム・バリウがアサインされているのでその都度これを考慮しながら計算する。

Judge Convergence: 収束判定の実施

1回のスキャンごとに各点の φ_{i,j} と補正量 R_{i,j} との比

$$e_1 = \left| \frac{R_{i,j}}{\phi_{i,j}} \right| \quad (\phi_{i,j} \neq 0) \text{ あるいは}$$

$$e_2 = |R_{i,j}| \quad (\phi_{i,j} = 0)$$

を計算し収束判定の資料とする。

Print I: 印刷命令

各格子点のポテンシャル値を印刷する。

Equipotential Surface: 等ポテンシャル面を算出する。

Print II: 印刷命令

等ポテンシャル面 φ_k (k=1, 2, ..., n) とその座標を印刷する。

§6 計算例

境界値問題(ディリクレ問題)についての計算例を示す。ランニング・タイムはいずれも10数秒であった。

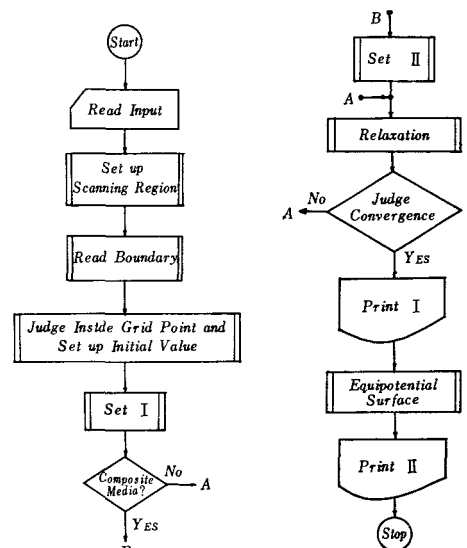


図5-3 フローチャート

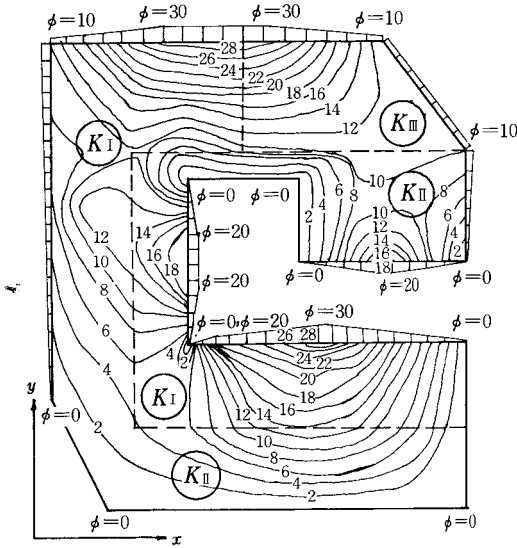


図 6-1 計算例 1 —— 等電位面

dielectric constant
 $K_I=1.00$
 $K_{II}=2.30$
 $K_{III}=7.00$
 初期値 $\phi=0.0$
 加速係数 $\omega=1.45$
 反復回数 $m=13$ 回
 補正量の総和
 $\sum \Sigma R_{ij}=0.109$
 $\phi_k=2.0+(k-1) \times 2.0$
 $k: 1, 2, \dots, 14$

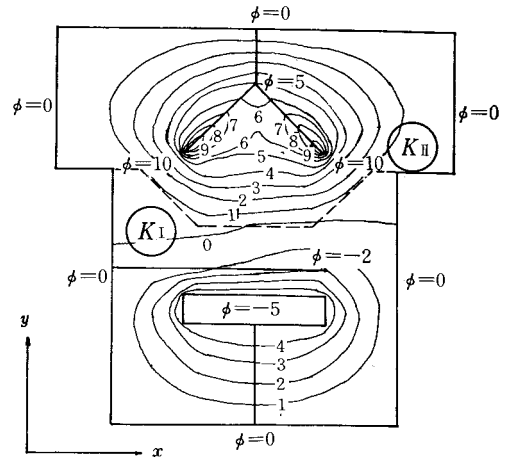


図 6-2 計算例 2 —— 等電位面

dielectric constant
 $K_I=2.40$
 $K_{II}=1.00$
 初期値 $\phi=0.0$
 加速係数 $\omega=1.45$
 反復回数 $m=16$ 回
 補正量の総和
 $\sum \Sigma R_{ij}=0.005$
 $\phi_k=-4.0+(k-1) \times 1.0$
 $k: 1, 2, \dots, 14$

§ 7 円筒座標

7.1 $\partial\phi/\partial\theta=0$ の場

$k = \text{定数の場合}$ (2-3) 式の差分近似式は

$$\nabla^2 \phi \approx - \left\{ \frac{(h_4 - h_2)/r + 2}{h_2 h_4} + \frac{2}{h_1 h_3} \right\} \phi_0 + \frac{2}{h_1 (h_1 + h_3)} \phi_1 + \frac{h_4/r + 2}{h_2 (h_2 + h_4)} \phi_2 + \frac{2}{h_3 (h_1 + h_3)} \phi_3 + \frac{2 - h_2/r}{h_4 (h_2 + h_4)} \phi_4 \dots (7-1)$$

$k = K(r, \theta, z)$ の場合 (2-2) 式の体積 V として

$$V = \int_{z-\frac{1}{2}h_3}^{z+\frac{1}{2}h_1} dz \int_{r-\frac{1}{2}h_4}^{r+\frac{1}{2}h_2} \theta r dr \dots (7-2)$$

を考える。

仮定 $(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=0)$ により, θ 方向に力線の出入りはない。これを考慮して, (2-2) 式の左辺の積分を行なえば,

$$\sum_{i=1}^4 K_i (\phi_i - \phi_0) \approx 0 \dots (7-3)$$

$$\phi_0 \approx \frac{\sum_{i=1}^4 K_i \phi_i}{\sum_{i=1}^4 K_i} \dots (7-4)$$

ここに, $K_1 = \frac{1}{h_1} \left\{ \frac{k_1}{2} \left(2h_2 r + \frac{1}{2} h_2^2 \right) + \frac{k_3}{2} \left(2h_4 r - \frac{1}{2} h_4^2 \right) \right\}$

$$K_2 = \frac{1}{h_2} (k_2 h_1 + k_3 h_3) \left(r + \frac{1}{2} h_2 \right)$$

$$K_3 = \frac{1}{h_3} \left\{ -\frac{k_4}{2} \left(2h_2 r + \frac{1}{2} h_2^2 \right) + \frac{k_5}{2} \left(2h_4 r - \frac{1}{2} h_4^2 \right) \right\}$$

$$K_4 = \frac{1}{h_4} (k_7 h_1 + k_6 h_3) \left(r - \frac{1}{2} h_4 \right)$$

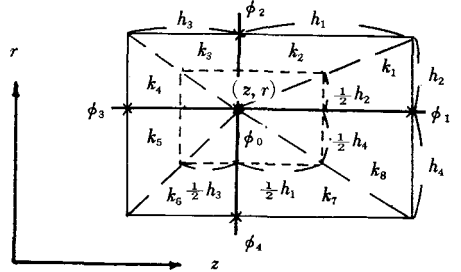


図6-3 格子点を通る8媒質の境界面(円筒座標)

7.2 $\partial\phi/\partial z=0$ の場

k = 定数の場合, (2-3) 式の差分近似式は

$$\nabla^2 \phi \sim -\frac{2l_1 l_2 + \beta_1 \beta_2 r (l_2 - l_1 + 2r)}{\beta_1 \beta_2 r^2 l_1 l_2} \phi_0 + \frac{2}{r^2 (\beta_1^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_1$$

$$+ \frac{l_1 + 2r}{r (l_1 l_2 + l_1^2)} \phi_2 + \frac{2}{r^2 (\beta_2^2 + \beta_1 \beta_2)} \phi_3 + \frac{2r - l_1}{r (l_1 l_2 + l_2^2)} \phi_4 \dots (7-5)$$

$k=K(r, \theta, z)$ の場合

$$V = \int_{r-l_2}^{r+l_1} dr \int_0^z \frac{1}{2} (\beta_1 + \beta_2) r dz \dots (7-6)$$

を考え, $\partial\phi/\partial z=0$ を考慮すると, 次の差分近似式を得る。

$$\sum_{i=1}^4 K_i (\phi_i - \phi_0) = 0 \dots (7-7)$$

$$\phi_0 \sim \frac{\sum_{i=1}^4 K_i \phi_i}{\sum_{i=1}^4 K_i} \dots (7-8)$$

ここに $K_1 = \frac{1}{2r\beta_1} (l_1 k_1 + l_2 k_8)$, $K_2 = 1/2 l_1 (\beta_1 k_2 + \beta_2 k_3) \left(r + \frac{l_1}{2} \right)$

$$K_3 = \frac{1}{2r\beta_2} (l_1 k_4 + l_2 k_5)$$
, $K_4 = 1/2 l_2 (\beta_2 k_6 + \beta_1 k_7) \left(r - \frac{l_2}{2} \right)$

§ 8 結 言

均一媒質, 不均一媒質いずれにも適用できる境界値問題(ディリクレ問題)解析のための汎用プログラムを開発した。このプログラムは格子点法によるものであったが, 今後, 有限要素法を用いた解析について考究する予定である。なお, 上記計算例は直角座標系 (x, y) のみを掲げているが, このプログラムは円筒座標系にも適用できるものである。紙面の都合上省略した。最後に, 平素いろいろご指導賜った本校中村正三教授を始め, 諸先生方に感謝の意を表します。

このプログラムは九州大学大型計算機 FACOM 230-60 FORTRAN を用いて作成した。

(昭和47年6月8日 受付)

コンクリートくいの打撃応力について

(土木工学科) 久 良 喜 代 彦

Driving Stress Analysis of the Concrete Pile

Kiyohiko KURŌ

The theoretical adaptabilities of various formulas estimating the maximum head stress of the concrete pile are investigated. Especially, the solutions by three methods using the wave theory, namely, the Hirsch's formula, the Smith's method and the graphical analytic method are compared with each other.

Then other formulas are examined about their adaptabilities. Lastly the decaying of the stress wave which is propagating along the concrete pile is discussed.

§1 ま え が き

くいの打撃工法は最近公害の点で大都市では制限され、無騒音工法が採用されつつある。しかし現段階では非打撃くいは支持力確保の点で不安が持たれており、事情の許すかぎり、くい打ちの最終段階でくいに打撃を加えて支持層へ貫入させることが推奨されている。

最近ではPCくい、高強度RCくいが開発されてくいの打撃耐力については以前よりは問題が少なくなってきた。しかし、くい頭部の圧縮破壊、くい先端部に発生する縦割れ等については検討の余地が残されている。一方、くいの支持力推定には簡便な方法として所謂くい打ち公式が用いられている。現段階では打撃応力推定式及びくい打ち公式は共にその内に数々の問題を含んでいる。本報告はその検討の出発点としてくい頭打撃応力推定式に検討を加えようとするものである。

現行のくい頭打撃応力推定式は一応次のように分類される。¹⁾

- a. 波動理論による解法
- b. 波動方程式
- c. 打撃エネルギー釣合式
- d. くい打ち公式による方法
- e. 吉成誘導式

この中で現在よく使われているのは b. と d. の各式であるが、理論的に妥当性を持つのは a. の波動理論による解法である。以下、主として波動理論による解法及び波動方程式について述べ、その他の解法については簡単に述べることにする。

各解法を通じ、共通に用いられる記号は次のようなものである。

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| $A_H, A_c, A_p;$ | ハンマー、クッション、くいの断面積 (cm ²) |
| $C_H, C_c, C_p;$ | 中の応力波の伝ば速度 (cm/sec) |
| $E_H, E_c, E_p;$ | の弾性係数 (kg/cm ²) |
| $\gamma_H, \gamma_c, \gamma_p;$ | の単位重量 (kg/cm ³) |
| $l_H, l_p;$ | ハンマー、くいの長さ、(cm), t_c ; クッション厚 (cm) |
| $W_H;$ | ハンマー重量 (kg), h ; ハンマー落高 (cm) |
| $e;$ | 打撃効率, V ; 衝撃速度 (cm/sec) |
| $\sigma_{pmax};$ | くい頭最大打撃応力 (kg/cm ²) |

§2 波動理論による解法

- (1) 概要 波動理論による解法には次の3解法が

ある。

Hirsch 解法, Smith 解法, 図式解法

Smith 解法²⁾はその計算プログラムの中に数多くの変数を含むことが出来、打撃応力の発生、伝ばの状況を最も忠実に追跡することが出来る。紙面の都合で、ここではその計算結果のみを述べることにする。図式解法は煩瑣で実用的ではないが、その解法の原理の簡明さのために他の解法について検討する場合のよりどころとなるものである。

(2) 基本仮定 波動理論の各解法を用いるにあたり、次の条件又は仮定をもうける。

- i. くいとは充分長く、くい頭打撃応力の最大値はくい先端地盤の影響を受けない。
- ii. くい周辺抵抗はくい頭応力に影響を及ぼさない。
- iii. 打撃の場合、衝撃端面におけるエネルギーの損失はない。
- iv. くい頭応力とその最大値に到達するまではクッションのばね定数は一定とする。
- v. くいの中を伝ばする応力波は減衰しない。

i についてはここで説明する。くい頭に発生した応力波は $C_p = \sqrt{E_p \cdot g / \gamma_p} \approx 4000 \text{ m/sec}$ の速度でくいの中を伝ばし、くい先端に到達した際にその一部は反射する。反射波の様相は先端地盤の状況で異なり、くいの打ち止まり近傍の硬い地盤では圧縮波となるが、それ以外の場合には引張波となる。一方、くい頭応力の立上り時間はクッションの硬軟によって異なるが普通 5ms 程度である。この 5ms の間に応力波は約 20m 進行する。従って、くい長が 10m より長い場合にはくい頭応力の最大値は反射の影響を受けないことになる。この為に現在使われている様な長いくいではくい頭最大応力の推定には先端地盤の影響を考慮する必要はないことになる。

基本仮定の他の項目については § 5 で述べる。

(3) Hirsch 解法³⁾ § 1 に記した記号のほかに、次の記号を用いる。

- t …… 衝撃の瞬間から測った時間 (sec)
- x …… くい頭からの距離 (cm)
- u …… くい断面 $x-x$ の変位量 (cm)
- K_c …… クッションのばね定数 (kg/cm)

P …… クッションに生ずる圧縮力 (kg)

ε …… クッションの弾性変位量 (cm)

y …… $t=0$ の位置から測ったハンマー変位量 (cm)

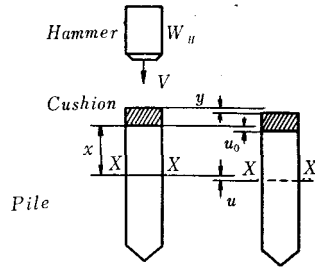


図 2・1

解法の原理について説明する。

クッションばねに生ずる力 P は

$$P = K_c \cdot \varepsilon = K_c \cdot (y - u_0) \tag{2.1}$$

くい頭における圧縮力は

$$-A_p \cdot E_p (\partial u / \partial x)_{x=0} = P \tag{2.2}$$

この圧縮力 P は又、ハンマーの速度を減じさせるので

$$-(W_H / g) \cdot (d^2 y / dt^2) = P \tag{2.3}$$

くい頭を伝ばする応力波については次式が成立する。

$$(\partial^2 u / \partial t^2) = C_p^2 \cdot (\partial^2 u / \partial x^2)$$

この方程式は次のような一般解を持つ。

$$u = f(t - x / C_p) + F(t + x / C_p)$$

ここで § 2 の基本仮定 i により、 $x=0$ 及びその近傍では $F(t + x / C_p) = 0$ とすることが出来る。

$$\therefore u = f(t - x / C_p) \tag{2.4}$$

(2.1)~(2.4) から次の微分方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} d^3 y / dt^3 + 2n(d^2 y / dt^2) + p^2 \cdot (dy / dt) &= 0 \\ \text{但し } 2n &= (K_c / A_p) \cdot \sqrt{g / (E_p \cdot \gamma_p)} \\ p &= \sqrt{K_c \cdot g / W_H} \end{aligned} \right\} \tag{2.5}$$

初期条件として

$$t=0 \text{ のとき } y=0, dy/dt=V$$

$$t=0, x>0 \text{ のとき } u=0, \partial u / \partial x=0$$

とすると、(2.5) 及び $\sigma_p = W_H \cdot (d^2 y / dt^2) / (A_p \cdot g)$ からくい頭最大応力 $\sigma_{p \max}$ は次のようになる。

i. $p > n$ のとき

$$\sigma_{p\max} = K_c \cdot V \cdot e^{-nt} \cdot \sin(t \cdot \sqrt{p^2 - n^2}) / (A_p \sqrt{p^2 - n^2})$$

但し、 $t = \{\tan^{-1}(\sqrt{p^2 - n^2}/n)\} / \sqrt{p^2 - n^2}$

ii. $p < n$ のとき

$$\sigma_{p\max} = K_c \cdot V \cdot e^{-nt} \cdot \sin h(t \cdot \sqrt{n^2 - p^2}) / (A_p \sqrt{n^2 - p^2})$$

但し $t = \{\tan h^{-1}(\sqrt{n^2 - p^2}/n)\} / \sqrt{n^2 - p^2}$

(2.6)

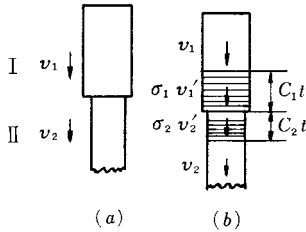


図 2・2

(4) 図式解法⁴⁾ 図2.2のように断面積が一定の弾性棒Ⅱを他の弾性棒Ⅰによって衝撃した場合について考える。弾性棒Ⅰ、Ⅱの断面積、棒の長さ単位重量、弾性係数を夫々 $A_1, A_2; l_1, l_2; \gamma_1, \gamma_2; E_1, E_2$ とする。衝突前の速度を v_1, v_2 とすると、衝突前における両棒の運動エネルギーの和 U_1 は

$$U_1 = \frac{1}{2} A_1 \cdot l_1 \cdot \frac{\gamma_1}{g} \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} A_2 \cdot l_2 \cdot \frac{\gamma_2}{g} v_2^2 \quad (2.7)$$

衝突後は図2.2(b)のように、衝撃面に生じた応力 σ_1, σ_2 は夫々 C_1, C_2 の速度で伝ばし、時間 t の後には $C_1 t, C_2 t$ の領域における変位速度が夫々 v_1', v_2' になったとすると、これらの領域のエネルギー U_2' は必ずエネルギーと運動エネルギーとからなり

$$U_2' = \frac{1}{2} A_1 C_1 t \cdot \frac{\gamma_1}{g} \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} A_1 C_1 t \frac{\sigma_1^2}{E_1} + \frac{1}{2} A_2 C_2 t \cdot \frac{\gamma_2}{g} \cdot v_2'^2 + \frac{1}{2} A_2 C_2 t + \frac{\sigma_2^2}{E_1} \quad (2.8)$$

一方、応力波が伝ばしていない領域には運動エネルギー U_2'' のみが存在し

$$U_2'' = \frac{1}{2} A_1 (l_1 - C_1 t) \frac{\gamma_1}{g} v_1^2 + \frac{1}{2} A_2 (l_2 - C_2 t) \frac{\gamma_2}{g} \cdot v_2^2 \quad (2.9)$$

衝撃中は接触面の変位速度が等しいと仮定すれば

$$U_1 = U_2' + U_2'', \quad v_1' = v_2' \quad (2.10)$$

(2.7)~(2.10)より棒Ⅰ、Ⅱに生ずる応力 σ_1, σ_2 は次のように表わされる。

$$\sigma_1 = \frac{A_2 \sqrt{E_2 \gamma_2}}{A_1 \sqrt{E_1 \gamma_1} + A_2 \sqrt{E_2 \gamma_2}} \cdot \sqrt{\frac{E_1 \gamma_1}{g}} \cdot (v_1 - v_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{A_1 \sqrt{E_1 \gamma_1}}{A_1 \sqrt{E_1 \gamma_1} + A_2 \sqrt{E_2 \gamma_2}} \cdot \sqrt{\frac{E_2 \gamma_2}{g}} \cdot (v_1 - v_2) \quad (2.11)$$

次に弾性波が材質又は断面積が変化した不連続面に到達した場合について考える。この時、弾性波の一部 $\alpha \sigma$ は反射し、残りの $\beta \sigma$ はその面を透過するものと仮定する。衝撃波が不連続面に到

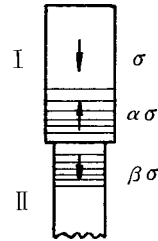


図 2・3

達する直前、長さ $C_1 t$ の領域に貯えられたエネルギー $U_1 = \sigma^2 \cdot A_1 C_1 t / E_1$ は t 時間後、透過波および反射波のエネルギーの和

$$U_2 = (\alpha \sigma)^2 \cdot A_1 C_1 t / E_1 + (\beta \sigma)^2 \cdot A_2 \cdot C_2 \cdot t / E_2$$

に変化するから、 $U_1 = U_2$ とおくと

$$1 - \alpha^2 = \frac{A_2 \gamma_1 C_1}{A_1 \gamma_2 C_2} \cdot \beta^2 \quad (2.12)$$

また、不連続面において、両領域に生ずる応力はそれぞれ、 $\sigma_1 = \sigma + \alpha \sigma, \sigma_2 = \beta \sigma$ によって表わされこの面における変位速度は両領域において等しいから

$$\frac{g}{\gamma_1 C_1} (\sigma - \alpha \sigma) = \frac{g}{\gamma_2 C_2} \cdot \beta \sigma \quad (2.13)$$

(2.12), (2.13)より

$$\alpha = \frac{A_2 \sqrt{E_2 \gamma_2} - A_1 \sqrt{E_1 \gamma_1}}{A_2 \sqrt{E_2 \gamma_2} + A_1 \sqrt{E_1 \gamma_1}}$$

$$\beta = \frac{2 \cdot A_1 \cdot \sqrt{E_2 \gamma_2}}{A_1 \sqrt{E_1 \gamma_1} + A_2 \sqrt{E_2 \gamma_2}} \quad (2.14)$$

上述の事を基にして、次のようにして応力波の図式解法を行なう。

ハンマー、クッション、くいに関する諸定数を § 1 で記した記号を用いて表わすことにする。図 2.4 でハンマー及びクッション内部へ伝ばする応

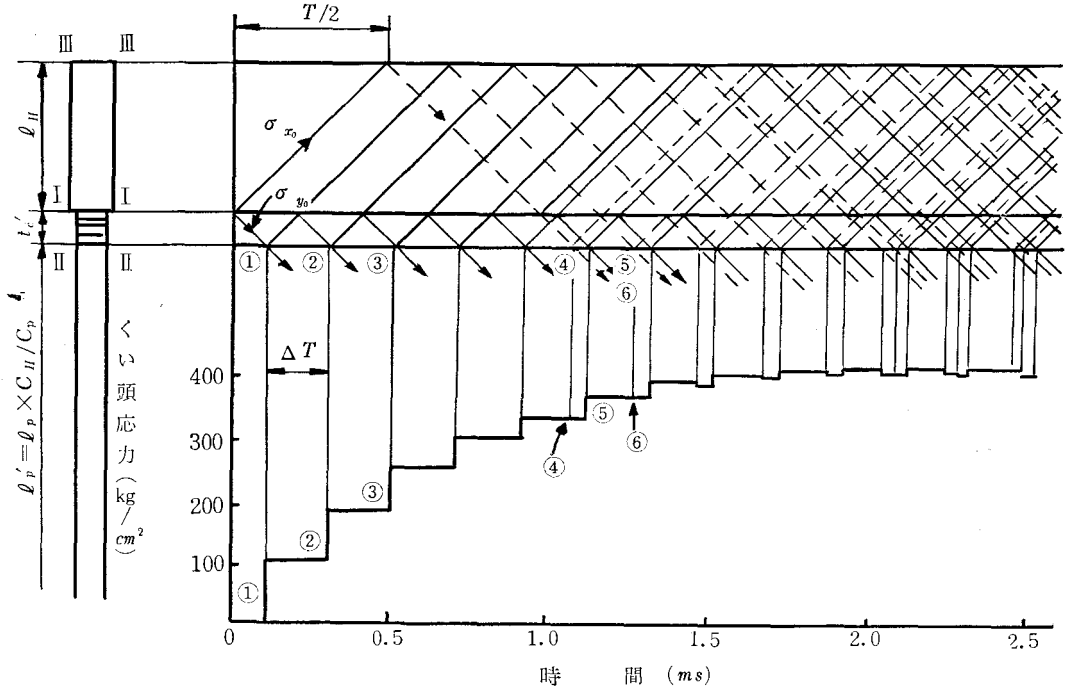


図2・4 図式解法

力波の大きさを σ_{x0}, σ_{y0} とすると (2.11) より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x0} &= \frac{A_c \sqrt{E_c \gamma_c}}{A_H \sqrt{E_H \gamma_H} + A_c \sqrt{E_c \gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{E_H \cdot \gamma_H \cdot V}{g}} \\ \sigma_{y0} &= \frac{A_H \sqrt{E_H \cdot \gamma_H}}{A_H \sqrt{E_H \gamma_H} + A_c \sqrt{E_c \gamma_c}} \cdot \sqrt{\frac{E_c \cdot \gamma_c \cdot V}{g}} \end{aligned} \right\} \quad (2.11')$$

但し $V = \sqrt{2ghe}$

次に応力波が不連続面を通過する場合の反射及び透過係数は次のようにする。

クッション → くい …… α, β クッション →
ハンマー …… α', β'
ハンマー → クッション …… α'', β''

これらの値を (2.14) によって計算する。

上記の σ_{x0} の応力波は $l_H/C_H (= T/2)$ とおく) sec 後に自由端Ⅲに到達し、引張波として下降し T sec 後に不連続面Ⅱに到達し、一部はクッションの方へ透過する。 σ_{y0} の応力波は $t_c/C_c (= \Delta T/2)$ とおく) sec 後に、不連続面Ⅱに到達し、一部はくいの方へ透過する。図2・4では作図を簡単にするためにクッション厚 t_c 、くい長 l_p を夫々 $t_c' = t_c \times C_H/C_c$ 、 $l_p' = l_p \times C_H/C_p$ に補正している。

図で①, ②, ……はくい頭への入射応力を表わし夫々次のように計算される。

$$\begin{aligned} \text{①} &= \sigma_{y0} \cdot \beta, \quad \text{②} = \sigma_{y0} \cdot \beta \cdot \alpha \alpha', \quad \text{③} = \sigma_{y0} \cdot \beta \cdot (\alpha \alpha')^2 \\ \text{④} &= -\sigma_{x0} \cdot \beta \cdot \beta'' \cdot \alpha \alpha' - \sigma_{y0} \cdot \beta \cdot (\alpha \alpha')^2, \quad \text{⑤} = \sigma_{y0} \cdot \beta \cdot (\alpha \alpha')^6 \\ \text{⑥} &= -\sigma_{x0} \cdot \beta \cdot \beta'' \cdot (\alpha \alpha')^2 - 2 \cdot \sigma_{y0} \cdot \beta \cdot \beta' \cdot \beta'' \cdot \alpha^2 \cdot \alpha', \dots \end{aligned}$$

これを基にして図のようにくい頭応力—時間曲線が得られる。

(5) 計算例 種々の径のPCくいにディーゼルハンマーで打撃を加えた場合について、Hirsch解法を用いてくい頭最大応力及びその立上り時間を計算した結果をまとめると表2・1のようになる。図式解法及びSmith解法によってくい頭応力—時間曲線の理論解を求めると図2・5のようになる。ハンマーを剛体と見做した場合と弾性体と見做した場合のくい頭最大応力を比較すると表2・2のようになる。なお上記の計算に用いた諸定数は次の通りである。

- i. ハンマー …… ディーゼル・ハンマー
 $\gamma_H = 0.00785 \text{ kg/cm}^3$, $E_H = 2100000 \text{ kg/cm}^2$
 $W_H = 1250, 2200, 3200, 4000 \text{ kg}$
- ii. 落高

表2・1 Hirsch 解

$h=200\text{cm}$, $\rho=0.8$, $A_c=A_p$, $E_p=400000\text{kg/cm}^2$

ハンマー重量 (kg)	くい断面積 (cm ²)	くい頭最大応力 σ_{pmax} (kg/cm ²) (立上り時間 (ms))				
		クッションスチフネス係数 S_c (kg/cm ² /cm)				
		20000	2000	500	200	100
1250	452	534.1 (0.21)	437.8 (1.12)	335.4 (2.77)	261.2 (4.81)	208.5 (7.18)
	582	528.2 (0.20)	421.1 (1.03)	314.8 (2.51)	241.4 (4.33)	190.7 (6.43)
2200	452	544.7 (0.24)	470.8 (1.34)	379.9 (3.41)	306.8 (6.04)	251.1 (9.13)
	582	540.5 (0.22)	556.8 (1.24)	360.3 (3.11)	286.3 (5.47)	231.6 (8.21)
	766	534.9 (0.21)	440.2 (1.14)	338.4 (2.81)	264.1 (4.89)	211.2 (7.30)
	930	530.5 (0.20)	427.6 (1.07)	322.7 (2.61)	248.9 (4.51)	197.4 (6.71)
3200	766	542.2 (0.23)	462.5 (1.28)	368.1 (3.22)	294.4 (5.69)	239.3 (8.57)
	930	538.6 (0.22)	451.3 (1.20)	352.9 (3.00)	278.8 (5.26)	224.5 (7.89)
	1159	534.1 (0.21)	437.7 (1.12)	335.2 (2.77)	260.1 (4.18)	208.4 (7.18)
	1571	521.7 (0.19)	417.5 (1.02)	310.5 (2.46)	237.3 (4.24)	187.0 (6.30)
4000	2039	525.8 (0.19)	414.9 (1.00)	307.5 (2.43)	234.5 (4.17)	184.5 (6.18)
	2564	519.1 (0.18)	398.5 (0.93)	288.8 (2.21)	217.3 (3.78)	169.5 (5.58)

$h=200\text{cm}$, $e=0.8$

iii. クッション

スチフネス係数 $S_c = 20000, 2000, 500, 200, 100\text{kg/cm}^2/\text{cm}$

$A_c = (\text{クッションとくいの接触断面積}) = A_p$

iv. くい……PCくい

$A_p = 452, 582, 766, 930, 1159, 1571, 2039, 2564\text{cm}^2$

$l_p = 2000\text{cm}$

上記の計算結果を比較検討すると、

i. 波動理論の3解法は普通使用されているクッション ($S_c = 100 \sim 1000\text{kg/cm}^2/\text{cm}$) の場合、事実上同一のくい頭応力計算値を与える。

ii. ハンマー重量 W_H , くい断面積 A_p がくい頭最大応力 σ_{pmax} に及ぼす影響はクッションの

ばね定数に比較してはるかに小さい。

iii. ハンマーを剛体と見做した場合と、弾性体と見做した場合とでは、普通のクッションを使用する場合事実上同一の計算結果を与える。

§3 波動方程式

次の二式をここでは波動方程式と呼ぶことにする。

①日本建築学会式

$$\sigma_{pmax} = \frac{\alpha \cdot \sqrt{2eE_p r_p \cdot h}}{\left(1 + \frac{A_c}{A_H} \cdot \sqrt{\frac{E_c \cdot r_c}{E_H \cdot r_H}}\right) \left(1 + \frac{A_p}{A_c} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot r_p}{E_c \cdot r_c}}\right)} \quad (3.1)$$

但し $\alpha = 2$ (ディーゼル・ハンマーのとき)
 $\alpha = 2$ のとき (3.1) の σ_{pmax} は図2・4の入射応力
 ① $= \sigma_{y0} \cdot \beta$ に等しい。

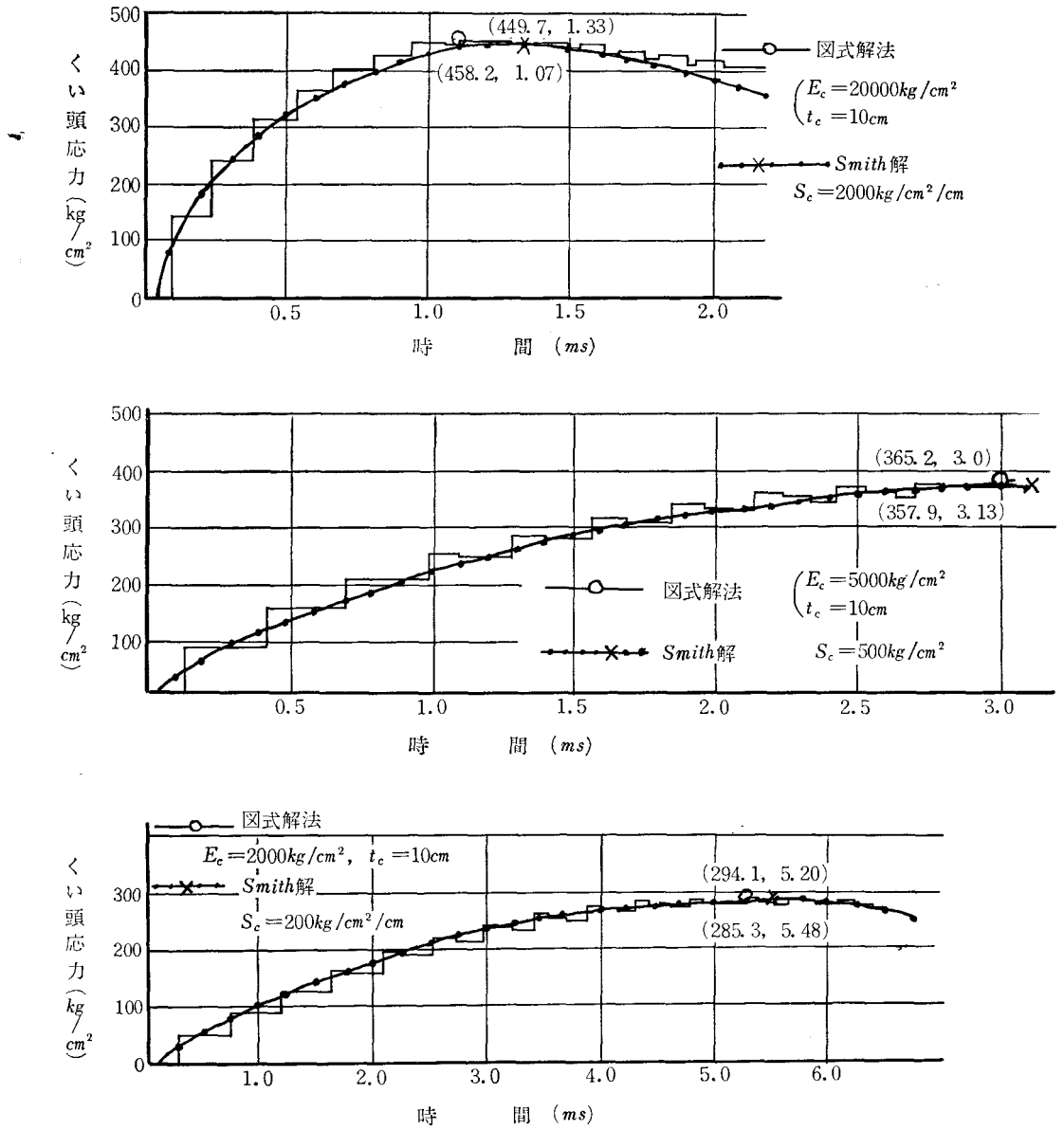


図2・5 くい頭応力—時間曲線

表2・2 ハンマーを剛体とした場合と弾性体とした場合との比較

$W_H = 2200\text{kg}$, $h = 200\text{cm}$, $\ell = 0.8$, $A_c = A_p = 582\text{cm}^2$

ク ッ シ ョ ン			くい頭最大応力 $\rho_{p\max}$ (kg/cm^2) (立上り時間 t (ms))			
スチフネス係数 $S_c = E_c/t_c$ ($\text{kg}/\text{cm}^2/\text{cm}$)	弾性係数 E_c (kg/cm^2)	厚さ t_c (cm)	図式解法	Smith-B解	Hirsch解	Smith解
			ハンマーを弾性体とみなす		ハンマーを剛体とみなす	
20000	100000	5	501.6 (0.56)	526.4 (0.28)	540.5 (0.22)	555.7 (0.33)
2000	20000	10	458.2 (1.07)	449.1 (1.23)	456.8 (1.24)	449.7 (1.33)
	10000	5	459.6 (1.16)			
500	500	10	365.2 (3.00)	357.6 (3.13)	360.3 (3.11)	357.9 (3.13)
200	2000	10	294.1 (5.20)	285.0 (5.48)	286.3 (5.47)	285.3 (5.48)
100	1000	10	239.1 (7.99)	231.8 (8.18)	231.5 (8.21)	231.1 (8.23)

表3・1 波動方程式による解と Hirsch 解との比較

$W_H = 2200\text{kg}$, $h = 200\text{cm}$ $A_H = 1121\text{cm}^2$, $A_p = 582\text{cm}^2$ $H H$

		くい頭最大応力 $\sigma_{p\max}$ (kg/cm^2)		備 考
		$A_c = 962\text{cm}^2$ *	$A_c = 582\text{cm}^2$	
Hirsch解法	$E_c = 2000\text{kg}/\text{cm}^2$	327.1	294.1	$t_c = 10\text{cm}$ $e = 0.8$
	$E_c = 1500$ "	303.7	263.2	
	$E_c = 1000$ "	270.9	239.1	
日本建築学会式	$\alpha = 2.0$	364.0	261.3	$E_c = 100000\text{kg}/\text{cm}^2$ $\ell = 0.8$
	$\alpha = 1.4142$	257.4	184.7	
道路橋下部構造式	$\ell_f = 0.6$	344.3	344.3	$\ell = 1.0$
	$\ell_f = 0.45$	258.2	258.2	

* $A_c = \pi \times 35^2 / 4$

②道路橋下部構造式

$$\sigma_{p\max} = e_f \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot E_p \cdot \gamma_p h}}{1 + \frac{A_p}{A_H} \sqrt{\frac{E_p \cdot \gamma_p}{E_H \cdot \gamma_H}}}, e_f = 0.6 \quad (3.2)$$

この式はクッションを置かずにハンマーが直接くいに衝突する場合に発生する打撃応力(=(2.11)式の σ_2)に補正係数 e_f を乗じた形をとっている。

③ 計算例 前節の場合と同一の計算諸元を用いて計算した結果をまとめると表3・1のようになる。日本建築学会式は最近よく使われているが上

述のようにこの式の誘導に誤りがあり、その適用に際してはクッションの如何にかかわらず $E_c = 100000\text{kg}/\text{cm}^2$ として計算が行なわれている。この意味では建築学会式は道路橋下部構造式と同じ趣旨のものとなる。但し表3・1でみるように cushion 断面積 A_c の大小が計算結果に大きな影響を与えている。 A_c としてその実断面をとり、クッションとして松板を用いた場合について実測データから $\alpha = 1.3 \sim 1.4$ とするのが適当であるという報告がなされている。⁵⁾ しかし別の報告では $\alpha = 1.75$ が適当であるとしている。¹⁾

道路橋下部構造式も最近よく使われているが、この式はクッションに関する定数を含んでいない。クッションとして松板を使用した場合の計測データと比較して $e_f=0.45$ が適当であるという報告がなされている。⁵⁾

松板の弾性係数は $1500\sim 1800\text{ kg/cm}^2$ 程度であるので上述の事を総合すると、Hirsch 解は実測値より若干高めの値を与えるように思われる。

§ 4 その他の諸解法

a. エネルギー釣合式

$$\sigma_{p\max} = \sqrt{2 \cdot e \cdot \frac{E_p \cdot W_H \cdot h}{A_p \cdot l_p}} \quad , e=0.75$$

b. くい打ち公式による方法

i 基準法施行令式

$$\sigma_{p\max} = \frac{e \cdot W_H \cdot h}{A_p(s+0.02)} \quad , e=0.6$$

s ; 地盤貫入量(m)

ii 新基準法施行令式

$$\sigma_{p\max} = \frac{W_H \cdot h}{A_p(s+k)} \quad , s; \text{地盤貫入量}$$

k ; リバウンド量

iii 鋼くい設計施行基準式

$$\sigma_{p\max} = \frac{e \cdot W_H \cdot h}{A_p(s+k/2)} \quad , e=0.5$$

iv Hilley 式

$$\sigma_{p\max} = \frac{e \cdot W_H \cdot h}{A_p(s+k/2)} \times \frac{W_H+0.25W_p}{W_H+W_p} \quad , e=0.6$$

c. 吉成誘導式

$$\sigma_{p\max} = a \cdot E_p \cdot 10^{-6} + b \cdot \frac{W_H \cdot h}{A_p(s+k)} \quad , a, b \text{は}$$

表4・1に示す。ただし W_H ; kg, E_p ; kg/cm^2 , s ; cm, k ; cm, A_p ; cm^2 , h ; cm.

表4・1 吉成式の係数

ディーゼルハンマ	12 型	22 型	32 型	40 型
a の値	250	260	380	420
b の値	0.22	0.36	0.38	0.40

上記の各式は波動理論の立場から云えば不合理な点がある。

エネルギー釣合式はハンマーによる打撃力が瞬間的にくい全体に一樣に働き、その大きさが等しいと仮定して誘導されている。このため、この式

は過大な結果を与える。

くい打ち公式による方法では $\sigma_{p\max}$ は地盤貫入量 s , リバウンド量 k で大きく変わるようになる。これは § 2 の基本仮定 i と矛盾する。この公式の適用性は良くないとされている。

吉成式はすぐれた適用性を持つと云われている。この式はくい打ち公式による方法を修正して得られた経験公式である。この式も s, k を含んでいるが、それにもかかわらずすぐれた適用性を持つのは「打込み深度の増加と共に $\sigma_{p\max}$ も大きくなる」という計測上の事実を裏付けるものと考えられる。

§ 5 くい頭応力推定上の問題点

§ 2 で述べた基本仮定は i をのぞいては一応近似的に成立するに過ぎない。ここでは多少でも関連資料のある項目について検討してみることにする。

① コンクリートくいの内部摩擦 くい頭付近の応力波の減衰については次のような資料がある。

i⁶⁾ 外径30cm, 50cmのPCくいをディーゼル・ハンマー22型で打込んだ場合、くい頭から30cm及び50cmの所の軸方向ひずみを測定した結果を図示すると図5・1のようになる。この結果からくい頭の端面に発生すべき歪みは 1000×10^{-6} にも達するのであろうと推定される。

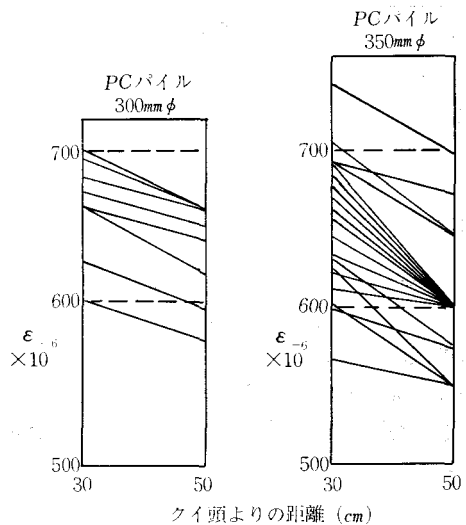


図5・1 クイ頭付近の軸方向歪 (ディーゼル・ハンマー22型)

表5・1 くい頭部の打撃ひずみ (PCくい500mmφ)

		計測例 1	計測例 2	
ハンマー		K-32型	K-32型	K-42型
打撃ひずみ ($\times 10^{-3}$)	0.5 ϵ_m		0.699	0.881
	0.5 ϵ_c *		0.755	0.951
	1.0 ϵ_m	0.779	0.769	0.855
	2.0 ϵ_m		0.721	0.847
	2.5 ϵ_m	0.705		

* 0.5 $\epsilon_c = (\text{断面剛性比}) \times 0.5 \epsilon_m = 1.08 \times 0.5 \epsilon_m$

ii¹⁾ 外径50cmのPCくいをディーゼル・ハンマーK32型, K42型で打込んだ場合, くい頭から0.5m, 1.0m, 2.0m, 2.5mの所の軸方向ひずみの平均測定値 $0.5\epsilon_m, 1.0\epsilon_m, 2.0\epsilon_m, 2.5\epsilon_m$ 及び断面剛性の差に基づく $0.5\epsilon_m$ の補正值 $0.5\epsilon_c$ を表示すると表5・1のようになる。これをみると, 打撃ひずみは $0.5\epsilon_c$ を基準として2~2.5mの範囲でおよそ10%ほど減少する傾向を示している。

iii⁷⁾ 直径20mm, 長さ100cmのモルタル棒にガス圧式発射装置で直径16.4mm, 長さ5cmの鋼棒を発射させて衝撃を加え, 棒頭から10cm, 70cmのところの軸方向ひずみを観測した結果をまとめる

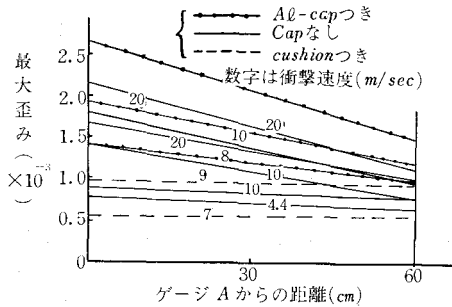


表5・2 圧縮波の減衰状況

図5・2のようになる。これで見ると, 棒頭のひずみが大きい場合程, 減衰の割合が大きくなっている。なおこの実験は Goldsmith⁸⁾ の実験を追跡して行なったものである。

次にくい全長にわたる減衰についての資料は次のようなものである。

iv⁹⁾ 実物大のくい供試体 (但し長さは2m,

4m) を打撃試験装置によって, 2.2tのドロップハンマーで打撃を加えて, くい各部の軸方向ひずみを測定した結果, 打撃ひずみの分布は全長にわたりほぼ一様であった。なおこの場合, 計測されたひずみは $0.36 \times 10^{-3} \sim 0.7 \times 10^{-3}$ の範囲にあった。

v¹⁰⁾ 直径12.5cm (肉厚2.5cm), 長さ384cmの鉄筋コンクリート・ヒューム管に重さ26.58kgの重錘によって縦衝撃を加えて, 軸方向ひずみの減衰について調査したが, 減衰は認められなかった。なおこの場合の計測ひずみは $0.05 \times 10^{-3} \sim 0.08 \times 10^{-3}$ の範囲であった。

上記の資料から一応次のようなことが推論される。つまり, 「ある歪み段階以上の応力波はその段階の歪みになるまで急速に (比較的短距離の間に) 減衰するが, それより後は, ごくわずかな割合でしか減衰しない。」

この急速な減衰はコンクリートの局部脆性破壊つまり micro-crack の発生によるものと思われる。

ここで問題になるのは, 上記のくい頭部における高歪波の減衰がくい頭部力の推定を困難にしていることである。それは, 既往の打撃応力の計測例ではくい頭の計測位置は通常くい頭から50cm~100cmの所であり, 応力波がくい頭から, この位置に到るまでに, 上記減衰のかかなりの部分が終了していると考えられるからである。

② くい頭部力に及ぼすくい周辺地盤抵抗の影響
Ripperger¹¹⁾⁶⁾ は直径20mm, 長さ約300cmの鋼棒を棒頭から135cmのところを強く拘束して, これ

に縦衝撃を加える実験を行なっている。この場合応力波は拘束点でその一部は反射し、残りは透過する。この反射波のために棒頭の最大応力は大きくなった反面、拘束点より先では応力波は小になった。しかし、同じ鋼棒を砂の中に埋め、砂を充分締め固めて、打撃を加えたところ、砂の摩擦力が応力波に及ぼす影響は認められなかった。

通常、くい地盤抵抗は応力波の伝ばに左程大きな影響は与えないとみられている。しかし一方では計測例を土台として「一般に打込み深度が大になると、くい頭応力のみならず各断面の応力も大きくなる。」と云われている。上記のことに関連する資料の中には、落高、クッションに関する記載がないか又は不十分な場合が多く、上記の事が同一落高、同一クッション条件でも通用するかどうかは疑問の残るところである。若し、これが事実ならば、その理由として、地盤周辺抵抗と関連させて考える可きものと思われる。

③ クッションの弾性係数 クッション材料の応力一歪み曲線は一般に直線とはならないが、Hirsch はクッション材料の弾性係数として応力一歪み曲線から求められる割線弾性係数を用いれば良いとしている。又、木のクッションについては静的及び動的応力一歪み曲線はかなり良く一致するとしている。しかし、これらの点はクッション材料の応力一歪み曲線の求め方と関連があり、今後更に検討する必要がある。

§ 6 あとがき

本報告における主要な結論を要約すると、次のようになる。

i 波動理論によると、くい頭応力に最も大きな影響を与えるのはクッションのばね定数である。

ii 波動理論の3解法はくい頭応力について實際上、同一の計算結果を与える。

iii 波動理論による解法ではハンマーを剛体と見做しても差支えない。

iv 波動理論による解法はくい頭最大応力に関し若干高めめの計算結果を与える。

v 打込み深度の増加と共に、くい頭応力が増加するという事柄はくい周辺地盤抵抗と関連させて考えてみる必要がある。

vi くい頭の高歪圧縮波は急速に減衰する。

vii クッションの弾性係数の評価については今後更に検討する必要がある。

終りに終始御指導を頂いた京都大学工学部岡田清教授に厚く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 東正久, 坂本功, 山本英壹: PC くい打込み時計測例から見た打撃応力推定式の適用性, 土と基礎 19-7(161), July, 1971
- 2) E. A. L. Smith; Pile Driving Analysis of the Wave Equation, ASCE, Aug. 1960
- 3) T. J. Hirsch; Fundamental Design and Driving Consideration for Concrete Piles, Highway Research (1966)
- 4) 松本浩之他: 縦衝撃を受けた丸棒に生じる応力およびその伝ば, 機械学会論文報告集, 29巻, 197号
- 5) 山肩邦男他: くい打込み時における打撃応力計算式の係数値について, 建築学会講演梗要集, 昭和46年
- 6) 日本材料学会: PC くいの使用, 43年6月
- 7) 岡田清, 久良喜代彦, 児島孝之: コンクリート管内を伝ばする高歪圧縮波の減衰について, 昭和46年度土木学会学術講演会集
- 8) W. Goldsmith, M. Pölvik, T. Yang; Dynamic Behavior of Concrete, Feb. 1966, Experimental Mechanics.
- 9) 小野拓章, 藤原幸実, 中山紀男: 実物大くい供試体の打撃試験装置, セメントコンクリート, No.285
- 10) 岡田清, 久良喜代彦, 児島孝之: コンクリート管の打撃応力, 昭和45年度土木学会学術講演会集
- 11) E. A. Ripperger; Longitudinal Impact of Cylindrical Bars, Proc. SESA, 10-1 (1952)
- 12) L. L. Lowery, T. J. Hirsch, C. H. Samson; Pile Driving Analysis-Simulation of Hammers, Piles, and Soil, Texas Transportation Institute, Aug. 1967.

(昭和47年7月31日受付)

呉市における沖積層の土性について

第1報（広地区）

（建築学科） 西 村 光 正

Index Properties of the Alluvial Soil in Kure City (Report I: Hiro District)

Mitsumasa NISHIMURA

Collecting soil exploration data, we arranged the properties of soil and its physical and mechanical qualities in figures and tables and considered them.

§ 1 ま え が き

日本の都市の多くは沖積地盤の上に開発され、近年は更に干拓、埋立等による土地造成が行なわれつつある。又構造物は地盤によって支持され、その健全さは地盤と深い関係に有る事は云うまでもない。近年土質工学の進歩に伴ない地盤調査を行なう事により適切な設計が行なわれる様になったが、それらの進歩により、呉地方でも多数のボーリング、土質試験等の資料が集蓄されて来た。筆者はこれらの資料を収集、整理する機会を得たので、広地区、呉地区、周辺地区についてその概要を述べる。

§ 2 広地区の地盤概況とボーリング地点

広地区の平担部は一般に海拔2～3メートルで、海岸部の低湿地では0メートルの所もあり、黒瀬川（広地区の大部分）錦川（仁方）の三角洲を主体とし、その周辺の山腹より落下した花崗岩質の砂レキが混入している。小坪附近は秩父古生層と考えられる砂岩頁岩、石灰岩層に花崗岩体が貫入したものと考えられ、周辺の山腹から落下したこれらの砂レキが混入している。

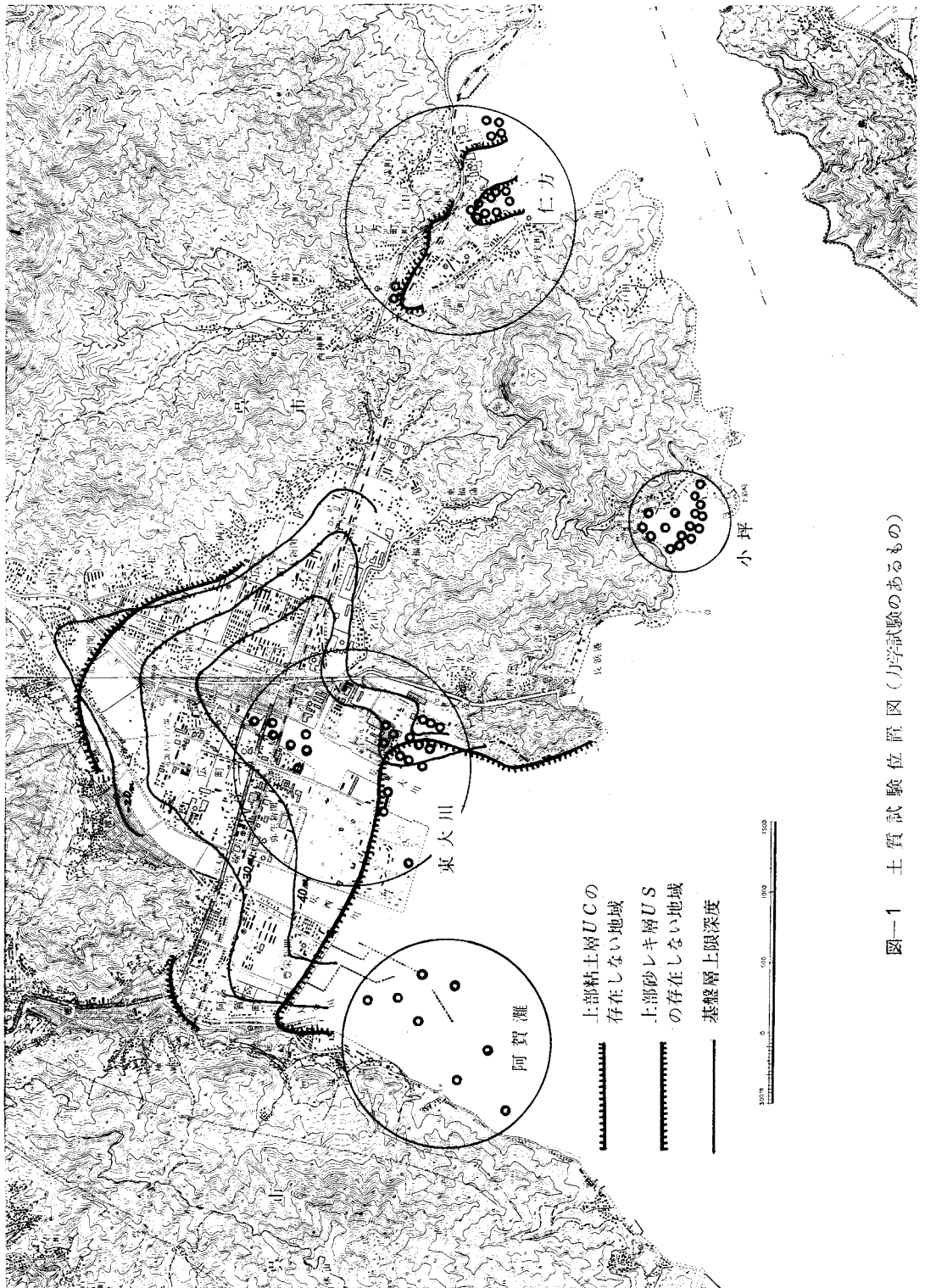
ボーリング地点は広地区全般にわたっているが、そのうち土質試験まで行なっているのは埋立予定地、港湾関係その他数ヶ所に限られている。今回収録された土質試験結果は約650個であり、土質試験の大半は上部粘土層（UC層）のものであり、表土（Um層）上部砂層（US層）、下部砂レキ層（L層）は不覚乱試料の採取が困難な為、物理試験の一部が行なわれている。図—1は広地区を阿賀灘、東大川、小坪、仁方の4地区に区分し、ボーリング地点の概要を示したものである。

§ 3 物理的性質

各地区、各層における土質常数値の範囲及び平均値を示すと表—1の如くなる。又各地区における粒度組成を三角座標による分類法によって整理したものが図—2である。

(1) 単位体積重量 γ (t/m³)

Um, US, L層では通常のシンウォールサンプラーでは試料の採取が困難なので、大多数のものはUC層における各地区の単位体積重量 γ の頻度分布図を示すと図—3の如くなる。大略1.4～1.6に分布し軟弱な地盤である。阿賀灘、東大川は多少分布範囲が広くを平均値も小坪、阿賀灘、仁方、東大川の順に大きくなる。



図一1 土質試験位置図(力学試験のあるもの)

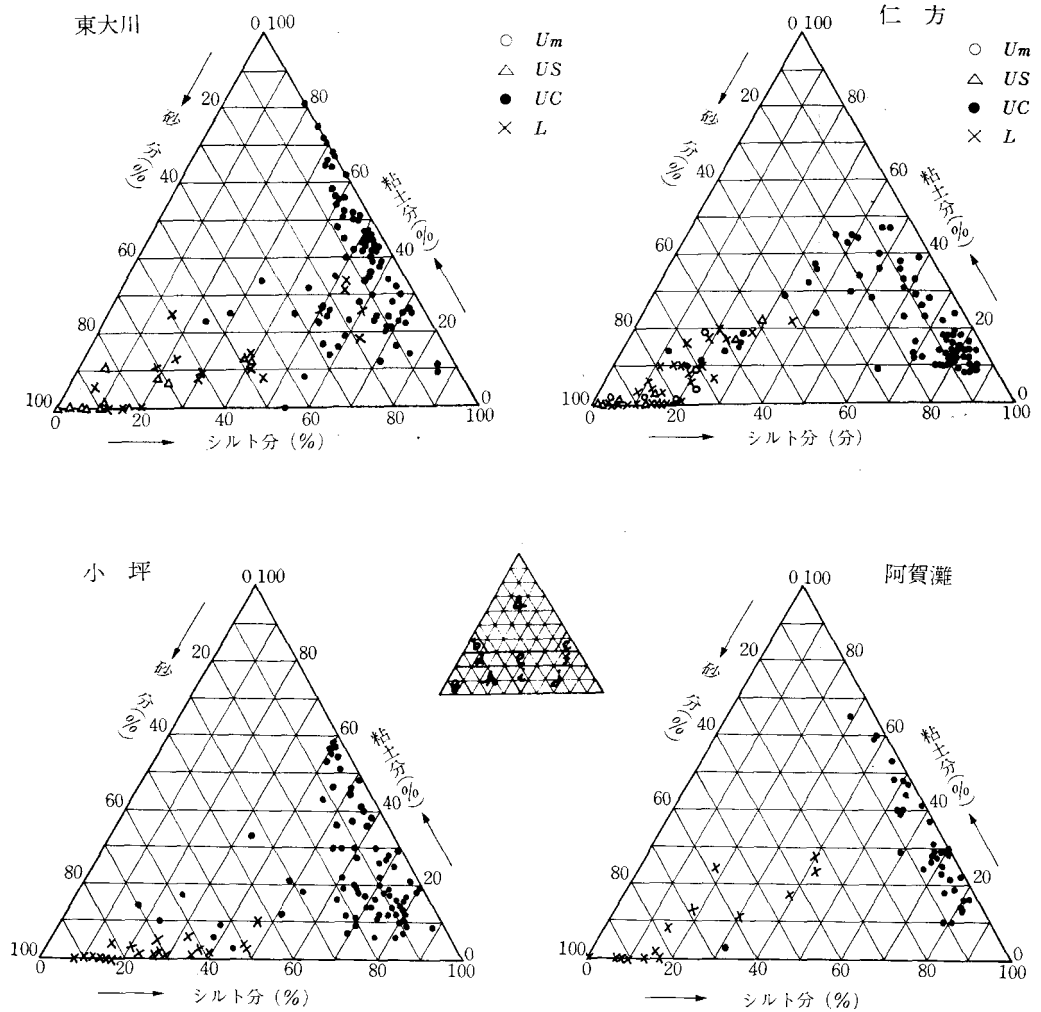


図-2 三角座標分類

- a 粘土
- b 砂質粘土
- c シルト質粘土
- d 砂質粘土ローム
- e 粘土質ローム
- f シルト質粘土ローム
- g 砂
- h 砂質ローム
- i ローム
- j シルト質ローム

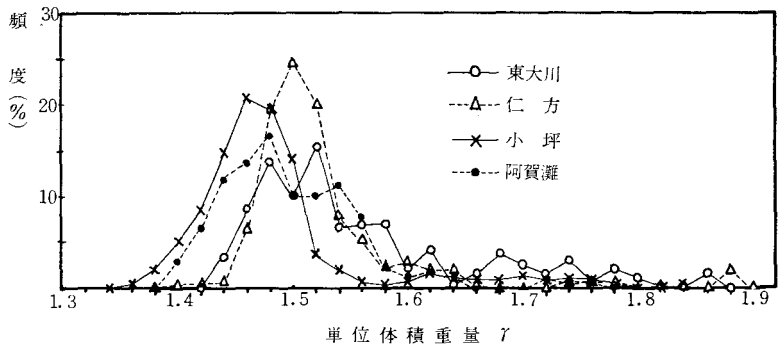


図-3 単位体積重量頻度分布図

図-4は単位体積重量 γ と間隙比 e の関係を示す図である。 $G_s=2.64$ （広地区UC層全体の平均値）として、 $\gamma = \frac{G_s + S_r \cdot e}{1 + e}$ の関係より飽和度100%及び90%を示す曲線を図中を示す。各地区ともほとんど90%以上の範囲に入っており、粘土質の方が比較的飽和度は高い。

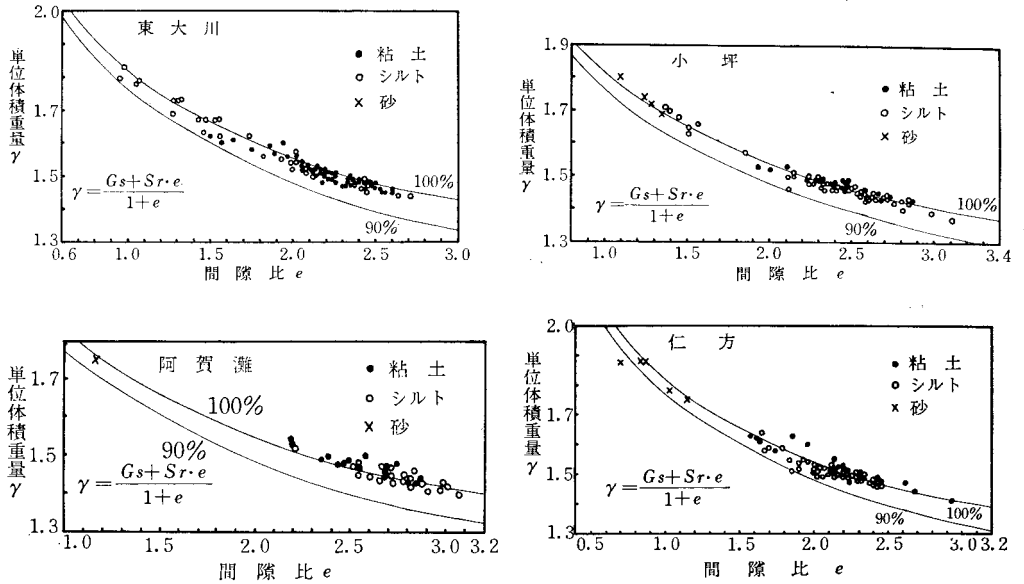


図-4

(2) 土粒子比重 G_s

東大川、仁方、小坪は2.5~2.7に分布し平均値も2.6余りで大体同じ値を示すが、阿賀灘は2.6~2.8に分布し平均値も2.70と大きい。図-5にUC層 G_s の頻度分布を示す。

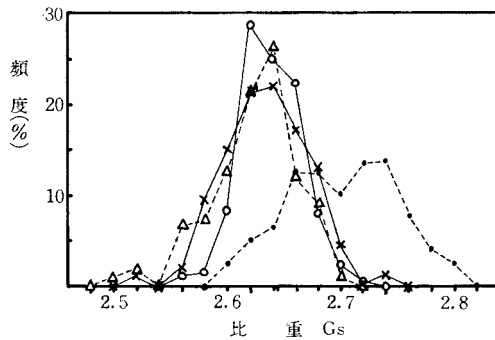


図-5

(3) 間隙比 e

図-6は各区のUC層における間隙比 e の頻度分布を示している。東大川、仁方は大体同じ傾向を示し、小坪、阿賀灘は多少値は大きくなる。図-4から間隙比、シルト質粘土質の関係も読み取れる。

(4) 含水比 w (%)

Um, US, L層は試料は少ないが、全般に砂質土が多く、20%を頂点に30%以下の値を示す。UC層では70~110%に分布し、小坪、阿賀灘は含水比は比較的多い。図-7にUC層含水比の頻度分布図を示す。

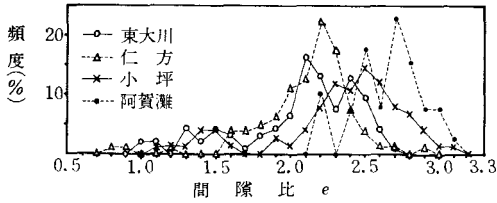


図-6

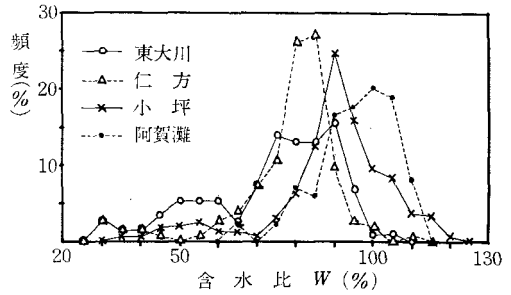


図-7

(5) 液性限界 W_L (%)

Um, US, L層は非常に数が少く、特徴を把む事は難かしいが、30%程度の値を示している。UC層では仁方、小坪が75%余り、阿賀灘は110%余りと各地区で著じるしい違いが見られる。

(6) コンシステンシー

図-8は横軸に液性限界 W_L (%), 縦軸に塑性指数 I_p (%)をとった各地区の塑性図表である。図中の直線は Casagrande のA, B, C線である。UC層では各地区ともほとんどがA線の上域にあり、高塑性シルト及び粘土に分類される。特に阿賀灘は W_L の大きい部分に分布し、高圧縮性である事を示している。

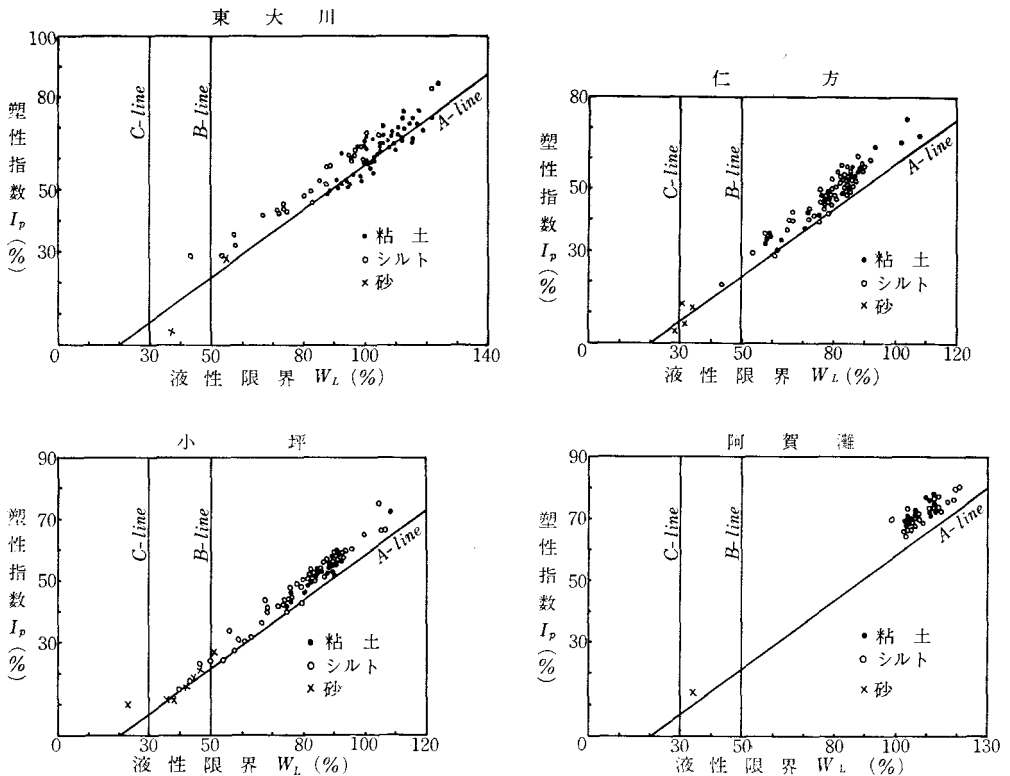


図-8 塑性図表

(7) 粒度組成

図-2により、各地区、各層の粒度組成の特徴を把む事が出来るが、重複している点(特にg, 砂の部分)が不明確であるので、全数について分布の模様を各区分毎に百分率で示したものが表-2であ

る。Um, US, L層では70~100%が砂及び砂質ロームに分類され、特にUS層では砂の占める割合が多い。UC層では、仁方、小坪はシルト質ロームが大半を占め、粘土、シルト質ロームと続くが、東大川では粘土が大半を占め、シルト質粘土ロームがそれに続く。阿賀灘では、粘土、シルト質粘土ロームがほぼ同数を占め、次いでシルト質ロームとなる。

表一 各地区、各層の粒度組成の分布

	東大川				仁方				小坪				阿賀灘			
	Um	US	UC	L	Um	US	UC	L	Um	US	UC	L	Um	US	UC	L
a 粘土			48 (52.2)	2 (10.0)			14 (17.3)				14 (18.2)	1 (2.7)			15 (37.5)	
b 砂質粘土																
c シルト質粘土			9 (9.8)				5 (6.2)				5 (6.5)				1 (2.5)	
d 砂質粘土ローム			1 (1.1)	1 (5.0)		1 (8.3)										1 (6.7)
e 粘土質ローム			3 (3.3)				3 (3.7)				1 (1.3)					2 (13.3)
f シルト質粘土ローム			20 (21.7)	2 (10.0)			9 (11.1)				12 (15.6)	1 (2.7)			14 (35.0)	
g 砂	12 (80.0)		6 (30.0)	2 (33.3)	10 (83.3)	1 (1.2)	24 (64.9)	2 (100)				23 (62.2)				8 (53.3)
h 砂質ローム	3 (20.0)	1 (1.1)	7 (35.0)	4 (66.7)	1 (8.3)	6 (7.4)	13 (35.1)				6 (7.8)	12 (32.4)			1 (2.5)	3 (20.0)
i ローム			1 (1.1)	2 (10.0)												1 (6.7)
j シルト質ローム			9 (9.8)				43 (53.1)				39 (50.6)	1 (2.7)			9 (22.5)	
計 (%)	0	15	92	20	6	12	81	37	2	0	77	37	0	0	40	15

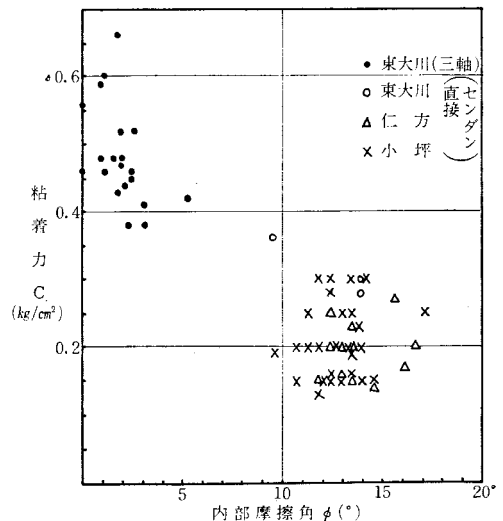
§ 4 強度特性

(1) Um, US, L層の強度特性

ボーリングの際、大低の場合、標準貫入試験が行なわれ、このN値をもとに地盤の支持力が推定されている。特に乱されない試料の採取が困難なUm, US層ではN値が唯一の資料と云ってもよい。各地区、各層のN値の概要及び分布は省略する。

(2) UC層の強度特性

図一9は直接せん断試験、三軸圧縮試験における粘着力c(kg/cm²)、内部摩擦角φ(°)の分布を示すものである。直接せん断試験によるものは、大部分が仁方、小坪のもので、φ:9°~18°, c;0.1~0.3の範囲に集中して分布する。三軸圧縮試験は全て東大川地区(特に旧海軍工しょう跡)のものであるが、φの値は小さく、cの値は0.35~0.7と大きい。



図一9 粘着力と内部摩擦角

図-10は一軸圧縮強さ q_u (kg/cm^2) と有効上載圧力 p_1 (kg/cm^2) との関係を示すもので、 q_u の値は p_1 の値と共に増大し、相関性を示している。 q_u と p_1 の比を α とすると、各地区とも下限は $\alpha=0.2$ 位であるが、上限は過圧密粘土の存在する東大川地区が一番大きく、次いで仁方、小坪、阿賀灘と続く。正規圧密の試料としては、平均値は $\alpha=0.5$ 位と考えられる。なおこれらの試料は鋭敏比が非常に大きく、練返し試料の q_u' の大半が求められていない。

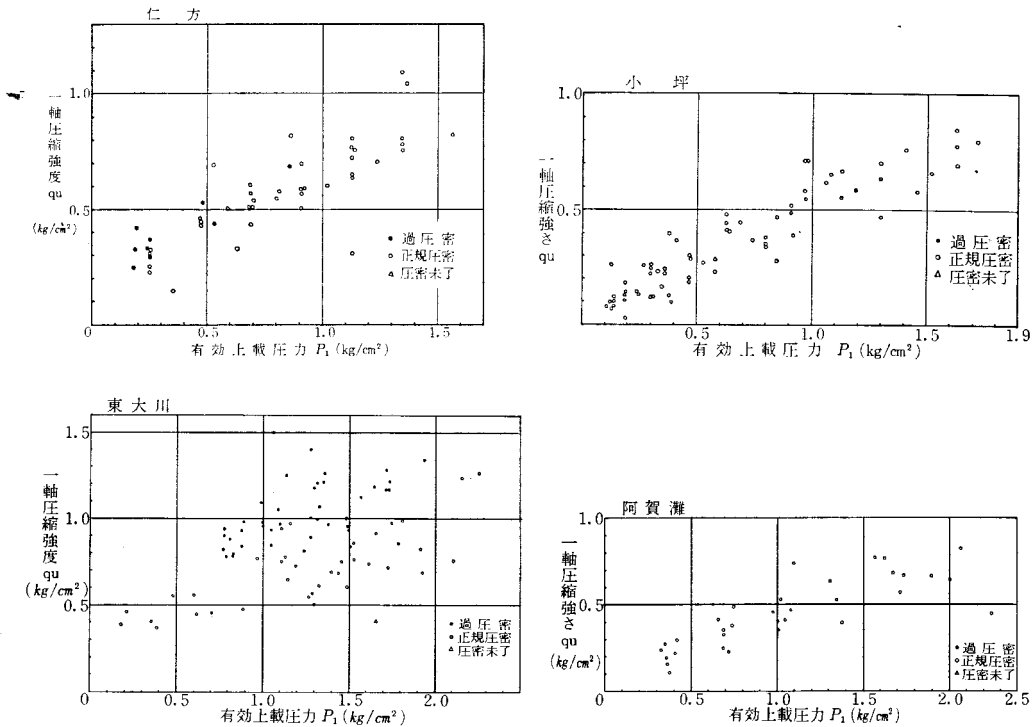


図-10 有効上載圧力と一軸圧縮強さ

§ 5 圧密特性

(1) 圧密の程度

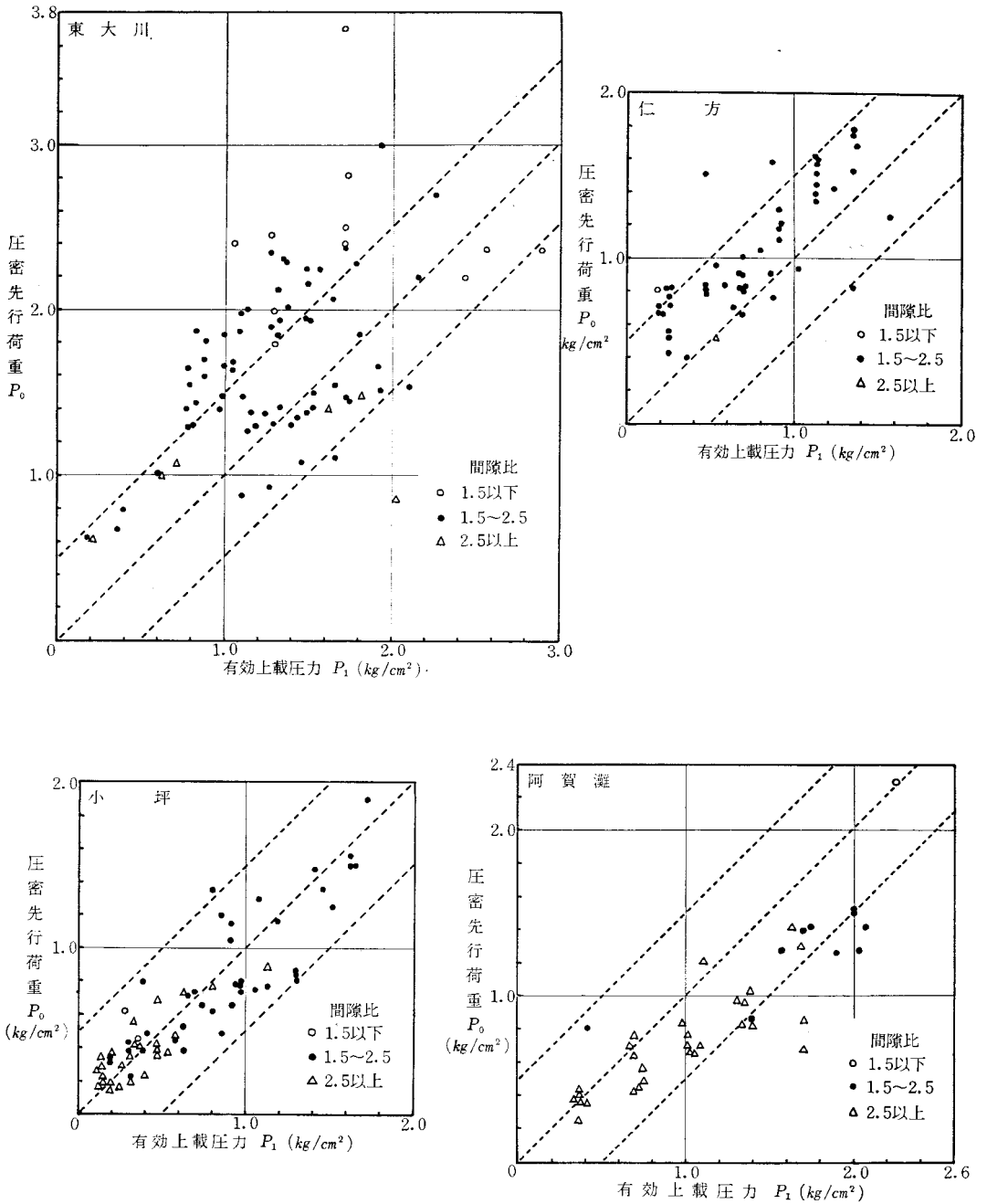
図-11に圧密先行荷重 p_0 (kg/cm^2) と有効上載圧力 p_1 (kg/cm^2) との関係を示す。 p_1 , p_0 とも値を求める際、不確定要素が入ってくるので、図中に破線で示した $p_0 - p_1 = \pm 0.5 \text{ kg}/\text{cm}^2$ と云う 45° の2本の線の間であれば正規圧密と考えてよい。東大川地区を除くとほとんどが正規圧密と考えられるが、東大川地区では約半分が過圧密を示している。これは、東大川のシュンセツ及び旧海軍工しょう跡のもので、旧海軍時代における重量物の積上げによる有効上載圧力の増大や、東大川のシュンセツによる有効上載荷重の減少等が考えられる。

(2) 圧縮指数 C_c

図-12に液性限界 w_L と圧縮指数 C_c 、図-13に間隙比 e と圧縮指数 C_c との関係を示す。大体の傾向としては、各地区とも間隙比、液性限界の値が増加すると共に圧縮指数も増加するが、値はちらばっており、明瞭な直線関係は得られない様である。特に阿賀灘は $w_L: 100 \sim 120\%$ $C_c: 1.0 \sim 1.7$ に集中している。図中の直線は Skempton の提案した圧縮指数と液性限界との関係を最小二乗法によって求めたものである。これらは液性限界も大きく、鋭敏比も高い粘土であるので、適用には多少問題があるが、参考までに各地区の関係式を求めると次の様になる。

東大川 $C_c=0.007$ ($w_L+34.71$)
 仁方 $C_c=0.017$ ($w_L-10.65$)

小坪 $C_c=0.009$ ($w_L+37.56$)
 阿賀灘 $C_c=0.008$ ($w_L+49.25$)



図—11 有効上載圧力と圧密先行荷重

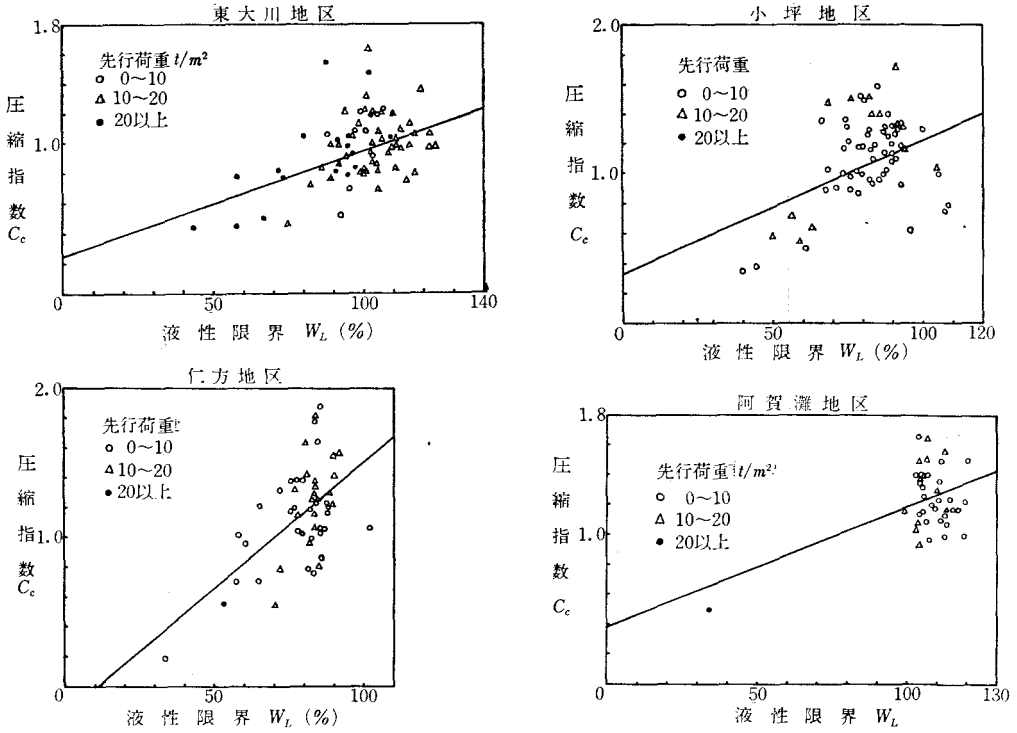


図-12 液性限界と圧縮指数

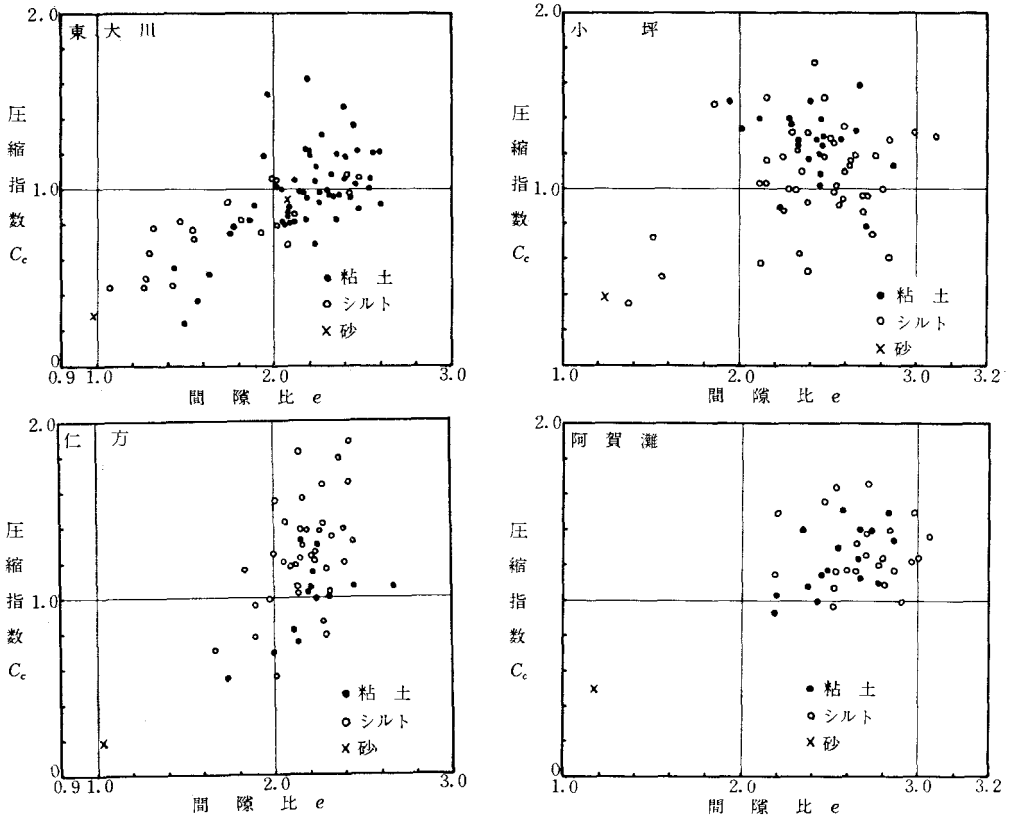


図-13 間隙比と圧縮指数

(3) 圧密係数 C_v (cm^2/sec)

圧密係数 C_v は有効上載圧力に対応する値を示しているが、各地区とも $0\sim 10$ ($\times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$) の範囲に分布する。平均値は小坪が 4.56×10^{-3} と最も大きく、仁方、小坪、阿賀灘は $3.3\sim 3.6 \times 10^{-3}$ と大体同じ傾向を示す。

§ 6 結 び

現在、各都市で、都市地盤図が作成され、多くの資料をもとに地盤を大局的に判断しようとする事が試みられている。この報告においても呉市地盤図作成の為に収集した資料をも広地区沖積層の土性を集取整理を試みたが、採取地点、深度、土質、地盤リレキ、その他多くの要素が有り、これらを大局的に、定量的に把む事は難かしく、又十分な考察も出来ず、定性的な特徴を示すに留まった。今後はさらに定量的な結果が得られる様、これらの資料の取積を行なわなければならない。

参 考 文 献

呉市地盤図：日本建築学会中国支部基礎地盤委員会編 昭和47年4月

(昭和47年7月31日 受付)

編 集 委 員

糸	島	寬	典
太	田		博
石	井	義	明
藤	井		寬
広	瀬	英	一
今	井		勲

呉工業高等専門学校
研究報告

第8巻 第1号 (1972)
(通巻 第11号)

昭和47年11月印刷

昭和47年11月発行

編集兼 呉工業高等専門学校
発行者

〒737 呉市豊栄2丁目2ノ1
電話 呉 (0823) 71-9121

印刷所 中本総合印刷株式会社

〒730 広島市大州5丁目1番1号
電話 (代) (8) 4 2 2 1

MEMOIRS

OF THE

KURE TECHNICAL COLLEGE

1.	James Baldwin and Religion	Noboru SHIMOMURA..... 1
2.	The Economic Side of the Early Chinese Republic Warlords (1).....	
Hiroaki TAKASHIRO.....	17
3.	Analysis on the Stability of Nonlinear Control Systems by the Parameter plane Technique	Isao IMAI, Yutaka TOMITA and Masao KOIKE.....23
4.	Studies on the Specific Sliding of the Constant Second-Acceleration Cam with the Reciprocating Follower (Report 1).....	Hironori ITOSHIMA.....29
5.	Studies on the Slider Mechanism without the Impact in Motion (Report 1).....	Hironori ITOSHIMA.....41
6.	Studies on the Chain Mechanism with the Eccentric Sprocket (Report 2).....	Hironori ITOSHIMA.....51
7.	Studies on the Specific Sliding of the Simple Harmonic Motion Cam (Report 2).....	Hironori ITOSHIMA and Minoru NOHARA.....61
8.	Deformation Mechanism of Sn-5% Bi Alloy...Takaaki ŌSHITA and Mituo YAMANE.....	71
9.	A Study on the Metal Core in the Metal Mold for Iron Casting.....	
Toshiyuki SATONOBU and Saburo KATASHIMA.....	77
10.	On the Thermal Stress due to a Moving Heat Source Generated by Friction.....	Yoshio TERAUCHI and Hiromasa NADANO.....85
11.	Viscous Fluid Flow through the Clearance between Two Cylinders (2nd Report).....	Susumu KYOMEN.....97
12.	The Ballast Circuit of the Fluorescent Lamp by Semi-Conductor.....	
Kazuhiko HARADA.....	107
13.	Analog Computer Simulation of a Parallel Thyristor Inverter Circuit (1)...	
Hiroshi WAKISHO.....	113
14.	Techniques in Operation on Complex number for Mini-Computer.....	
Shigeki MURAKAMI.....	117
15.	Techniques in Sparse Matrix Processing.....	Shigeki MURAKAMI.....123
16.	On the Numerical Analysis of Elliptic Boundary Value Problems by Digital Computer (Report 3).....	Kimikazu MATSUYAMA and Yoshihiro MORIMOTO.....129
17.	Driving Stress Analysis of the Concrete Pile	Kiyohiko KURŌ.....135
18.	Index Properties of the Alluvial Soil in Kure City (Report I: Hiro District).....	Mitsumasa NISHIMURA.....145